Date : 06/12/17 Place : 13

Epreuve de : Maths

Copie 1 / 2

Note et appréciations : 19

exercice 1:

$f(t) \xrightarrow{TF} F(f) \qquad g(t) \xrightarrow{T.F} G(f)$

$$C(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(t)\, e^{-2\pi j f t}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau)\, g(\tau)\, d\tau\, e^{-2\pi j f t}\, dt$$

on inverse les intégrales

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau)\, e^{-2\pi j f t}\, dt}_{\text{TF de } f(t) \text{ retardé de } \tau}\, d\tau$$

$$= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)\, F(f)\, e^{+2\pi j f \tau}\, d\tau}_{\text{T.F de } g(-\tau) \text{ soit } G(-f)}$$

$$\cancel{= \int_{-\infty}^{+\infty} F(f)\, g(\tau)\, e^{-2\pi j f t}\, d\tau.} \quad \cancel{TF[g(t)]}$$

$$= F(f)\, G(-f)$$

4 ✓

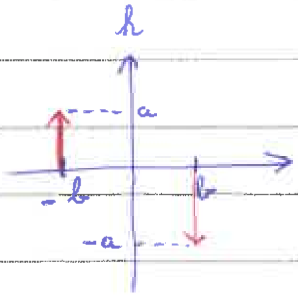
exercice 2 :

1) énergie $= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)^2 \, dt$

$= \int_{-b}^{b} a^2 \, dt$

$= \left[ a^2 t \right]_{-b}^{b} = a^2 b + a^2 b = \boxed{2a^2 b}$

2) $h(t) = \dfrac{d g(t)}{dt}$




$h(t) = a\left(\delta(t+b) - \delta(t-b)\right)$

$\delta(t) \xrightarrow{T.F} 1$

$\delta(t+b) \xrightarrow{T.F} e^{2\pi j f b}$

$\delta(t-b) \xrightarrow{T.F} e^{-2\pi j f b}$

$H(f) = a\left( e^{2\pi j f b} - e^{-2\pi j f b} \right)$

comme $g(t) = \int h(t)$

$G(f) = \dfrac{1}{2\pi j f} H(f)$

$G(f) = \dfrac{a}{2\pi j f}\left( e^{2\pi j f b} - e^{-2\pi j f b} \right)$

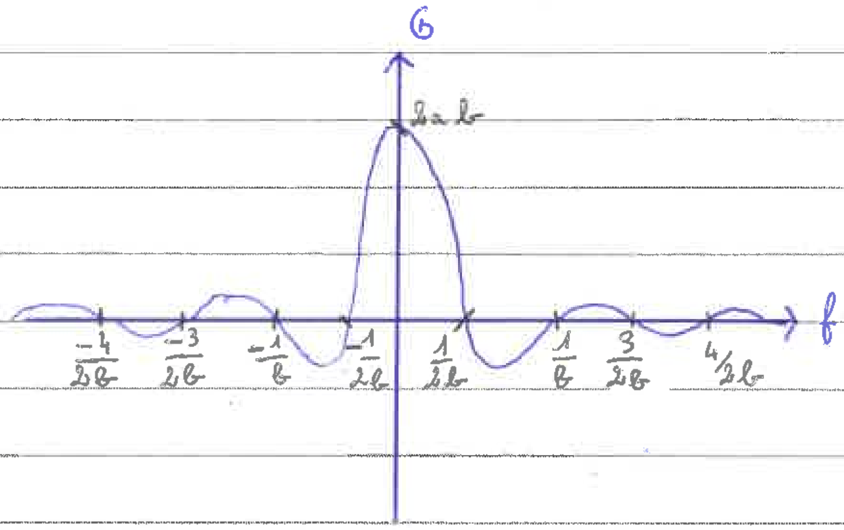
$= \dfrac{a}{\pi f} \sin(2\pi f b) = \dfrac{2ab}{2\pi f b} \sin(2\pi f b)$

$= \boxed{2ab \times \dfrac{\sin(2\pi f b)}{2\pi f b}}$

$G(f) = 0$ pour $\sin(2\pi f b) = 0$ soit $2\pi f b = k\pi$

$\Leftrightarrow 2fb = k$

soit $f = \dfrac{k}{2b}$




2

3) on veut que $\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)\,dt = 1$

soit $\int_{-b}^{b} a\,dt = 1$

soit $[at]_{-b}^{b} = 1$

$\Leftrightarrow ab + ab = 1$

$\Leftrightarrow 2ab = 1$

donc $\boxed{a = \frac{1}{2b}}$

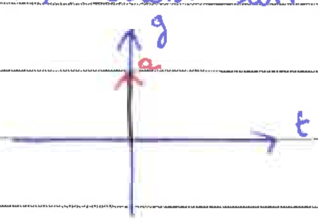
2

4) $\boxed{g(t) = [\gamma(t+b) - \gamma(t-b)] \times a}$

2

5) Si $b \to 0 \Rightarrow g(t)$ devient un Dirac

et donc




Donc T.F [impulsion Dirac] $= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)\, e^{-2\pi j f t}\,dt$

$g(t) = a$ quand $t = 0$ donc $= a\, e^{0}$

$= \boxed{a}$

2

De plus, on sait que : $\delta(t) \xrightarrow{TF} 1$

donc on a bien $a.\delta(t) \xrightarrow{T.F} a$

6) $A \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$

$$\sin(2\pi f_0 t + \varphi) = \frac{e^{(2\pi f_0 t + \varphi) j} - e^{-(2\pi f_0 t + \varphi) j}}{2j}$$

$1 \xrightarrow{TF} \delta(f)$

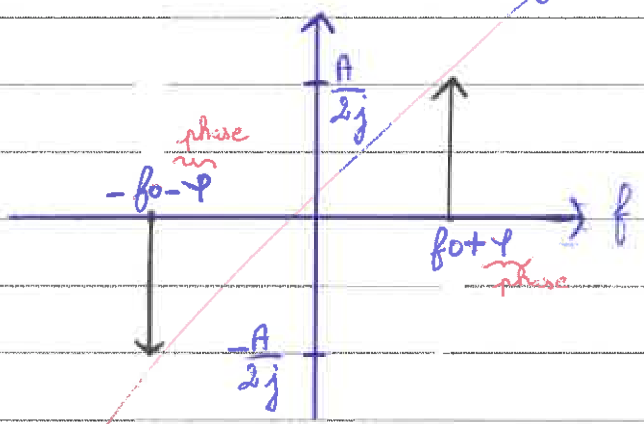
$e^{2\pi j f_0 t} \xrightarrow{T.F} \delta(f - f_0)$

$e^{(2\pi f_0 t + \varphi) j} \longrightarrow \delta(f - f_0 - \varphi)$ Non ! $\delta(f-f_0)e^{j\varphi}$

$e^{-2\pi j f_0 t} \longrightarrow \delta(f + f_0)$

$e^{-(2\pi f_0 t + \varphi) j} \longrightarrow \delta(f + f_0 + \varphi)$

Donc $TF[A \sin(2\pi f_0 t + \varphi)] = \frac{A}{2j}[\delta(f - (f_0 + \varphi)) - \delta(f + (f_0 + \varphi))]$




$\varphi$ est la phase

2 √

exercice 3 : Aucun exercice sur l'échantillonage n'a été fait en TD...

1) $x(t) = A_0 + A_1 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_1) + A_2 (\sin 4\pi f_0 t + \varphi_2)$

~~2) $1 \xrightarrow{T.F} \delta(f)$~~

~~donc $A_0 \xrightarrow{T.F} A_0 \delta(f)$~~

~~$A_1 \delta(t - \frac{1}{T_0}) \xrightarrow{T.F} A_1 e^{\frac{2\pi j f}{T_0}}$~~

~~$A_2 \delta(t - \frac{2}{T_0}) \longrightarrow A_2 e^{\frac{2\pi j f 2}{T_0}} = A_2 e^{\frac{4\pi j f}{T_0}}$~~

~~$X(F) = \delta(f) + A_1 e^{\frac{2\pi j f}{T_0}} + A_2 e^{\frac{4\pi j f}{T_0}}$~~

Date : 06/12/17 Place : 13

Epreuve de : Maths

Copie 2 / 2

Note et appréciations :

exercice 3 : suite

2) $A_0 \xrightarrow{T.F} A_0\,\delta(f)$

$\sin(2\pi f_0 t + \varphi_1) = \dfrac{e^{(2\pi f_0 t + \varphi_1)j} - e^{-(2\pi f_0 t + \varphi_1)j}}{2j}$

$\sin(4\pi f_0 t + \varphi_2) = \dfrac{e^{(4\pi f_0 t + \varphi_2)j} - e^{-(4\pi f_0 t + \varphi_2)j}}{2j}$

$e^{(2\pi f_0 t + \varphi_1)j} \xrightarrow{TF} \delta(f - f_0 - \underbrace{\varphi_1}_{\text{phase}})$

$e^{(4\pi f_0 t + \varphi_2)j} \xrightarrow{TF} \delta(f - 2f_0 - \underbrace{\varphi_2}_{\text{phase}})$

$$\boxed{\text{donc } X(f) = A_0\,\delta(f) + \frac{A_1}{2j}\Big(\delta(f - f_0 - \varphi_1) - \delta(f + f_0 + \varphi_1)\Big) + \frac{A_2}{2j}\Big(\delta(f - 2f_0 - \varphi_2) - \delta(f + 2f_0 + \varphi_2)\Big)}$$

NON OK pour le premier

3)

suite

4)