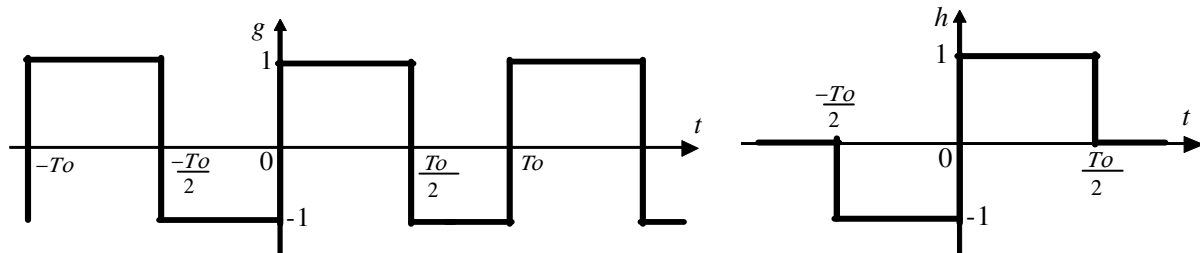


Devoir Surveillé, MAP2

Tous documents autorisés mais non conseillés, calculatrice autorisée mais inutile
L'usage de téléphones portables et ordinateurs est formellement interdit
Le sujet comprend deux pages

Exercice 1 : Soit les signaux suivant :



1) Donnez le développement en série de Fourier de la fonction périodique $g(t)$ sous la forme :

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega_o t) + b_n \sin(n\omega_o t))$$

Réponse : $g(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} [1 - \cos(n\pi)] \sin(n\omega_o t) \right)$

2) Calculez $H(f)$, la transformée de Fourier de la fonction $h(t)$

Réponse : $H(f) = \frac{2}{j\pi f} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} f T_o\right)$

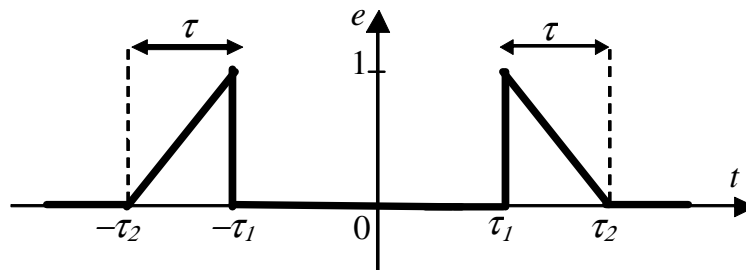
3) Tracez $|H(f)|$

4) En déduire le développement en série de Fourier de la fonction $g(t)$ sous la forme : $g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega_o t}$

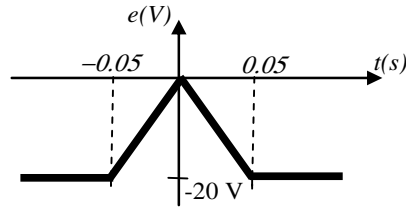
Réponse : $C_n = \frac{2}{\pi n} [1 - \cos(n\pi)]$

5) Tracez $|G(f)|$

Exercice 2 : Soit le signal en tension suivant avec $\tau_2 = \tau_1 + \tau$:



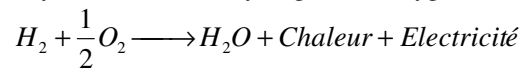
1) Calculer sa transformée de Fourier



2) Cette tension est appliquée aux bornes d'une résistance R . Calculez l'énergie du signal $e(t)$.

Exercice 3 :

Une pile à combustible est un dispositif électrochimique qui produit directement de l'eau, de la chaleur et de l'électricité par une réaction d'oxydoréduction de l'hydrogène et l'oxygène.



Utilisée comme source d'électricité dans un véhicule électrique, cette technologie est intéressante pour l'environnement en milieu urbain car elle rejette uniquement de l'eau. Pour une pile à combustible utilisant une membrane échangeuse de protons, l'hydrogène est situé sur le côté de l'anode et d'oxygène sur le côté de la cathode (figure 1). La membrane électrolyte entre ces deux compartiments permet l'échange des protons, tandis que les électrons issus de la réaction circulent dans le circuit électrique externe et sont à l'origine du courant électrique.

De nombreuses approches ont été utilisées pour décrire mathématiquement le comportement physique et dynamique d'une pile. Le modèle paramétrique développé par Amphlett (figure 2) utilise les données suivantes :

- _ la tension constante $E=1.229V$, qui est le potentiel thermodynamique de Nernst,
- _ la résistance d'activation R_1 liées aux pertes internes,
- _ la résistance R_2 , qui représente les pertes Joule liées au contact électrique sur les plaques pour le raccordement,
- _ un condensateur C , représentant le stockage interne des charges.

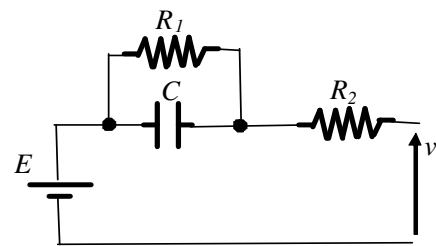
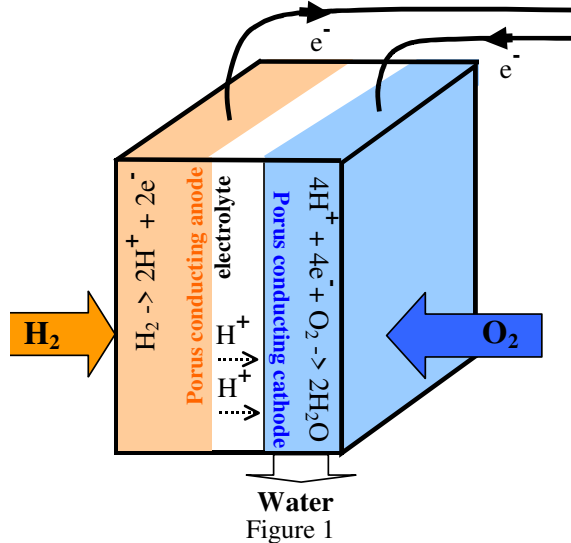
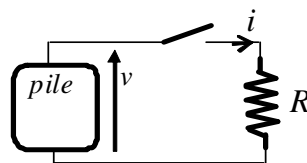


figure 2

a) A $t=0$, la tension aux bornes du condensateur est nulle et on connecte cette pile à une résistance R



Calculez l'évolution temporelle du courant généré $i(t)$.

Pour faciliter le développement des calculs, on pourra utiliser les constantes de temps suivantes :

$$a = R_1 C, \quad b = \frac{(R + R_2) R_1 C}{R + R_1 + R_2}, \quad K = \frac{1}{R + R_1 + R_2}$$

Réponse : $i(t) = \left[\frac{a}{b} e^{-\frac{t}{b}} + \left[1 - e^{-\frac{t}{b}} \right] \right] KE$

b) A $t=0$, la tension aux bornes du condensateur est nulle et on connecte maintenant cette résistance pendant uniquement un temps τ . Calculez l'évolution temporelle de la tension $v(t)$.