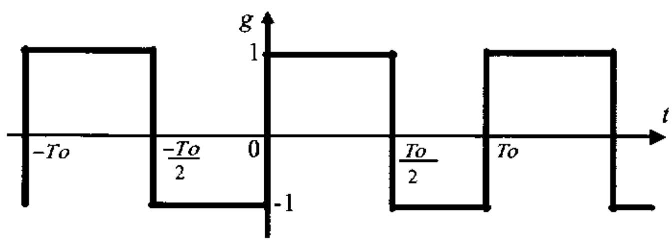
IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

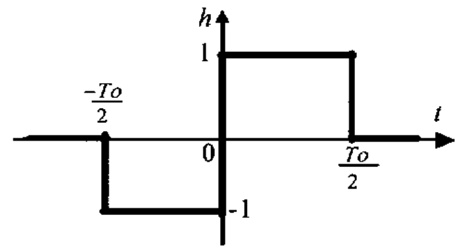
Janvier 2011, 2ème année
Durée 2 Heures

Devoir Surveillé, MAP2

Tous documents autorisés mais non conseillés, calculatrice autorisée mais inutile
L'usage de téléphones portables et ordinateurs est formellement interdit
Le sujet comprend **deux pages**

__Exercice 1__ : Soit les signaux suivant :





1) Donnez le développement en série de Fourier de la fonction périodique $g(t)$ sous la forme :

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega_o t) + b_n \sin(n\omega_o t) \right)$$

Réponse : $g(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} [1 - \cos(n\pi)] \sin(n\omega_o t) \right)$

2) Calculez $H(f)$, la transformée de Fourier de la fonction $h(t)$

Réponse : $H(f) = \frac{2}{j\pi f} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} f T_o \right)$

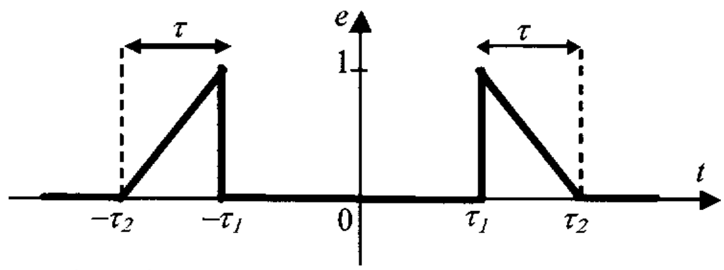
3) Tracez $|H(f)|$

4) En déduire le développement en série de Fourier de la fonction $g(t)$ sous la forme : $g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \, e^{jn\omega_o t}$

Réponse : $C_n = \frac{2}{\pi} \frac{1}{n} [1 - \cos(n\pi)]$

5) Tracez $|G(f)|$

__Exercice 2__ : Soit le signal en tension suivant avec $\tau_2 = \tau_1 + \tau$:



1) Calculer sa transformée de Fourier

Réponse : $E(f) = \frac{-1}{2(\pi f)^2 \delta} \left[\cos(2\pi f \tau_2) - \cos(2\pi f \tau_1) \right] - \frac{1}{\pi f} \sin(2\pi f \tau_1)$

2) Cette tension est appliquée aux bornes d'une résistance *R*. Calculez l'énergie du signal *e(t)*.

Exercice 3 :

Une pile à combustible est un dispositif électrochimique qui produit directement de l'eau, de la chaleur et de l'électricité par une réaction d'oxydoréduction de l'hydrogène et l'oxygène.

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow H_2O + Chaleur + Electricit\acute{e}$$

Utilisée comme source d'électricité dans un véhicule électrique, cette technologie est intéressante pour l'environnement en milieu urbain car elle rejette uniquement de l'eau. Pour une pile à combustible utilisant une membrane échangeuse de protons, l'hydrogène est situé sur le côté de l'anode et d'oxygène sur le côté de la cathode (figure 1). La membrane électrolyte entre ces deux compartiments permet l'échange des protons, tandis que les électrons issus de la réaction circulent dans le circuit électrique externe et sont à l'origine du courant électrique.

De nombreuses approches ont été utilisées pour décrire mathématiquement le comportement physique et dynamique d'une pile. Le modèle paramétrique développé par Amphlett (figure 2) utilise les données suivantes :

_ la tension constante E=1.229V, qui est le potentiel thermodynamique de Nernst,

_ la résistance d'activation R_1 liées aux pertes internes,

_ la résistance R_2, qui représente les pertes Joule liées au contact électrique sur les plaques pour le raccordement,

_ un condensateur C, représentant le stockage interne des charges.

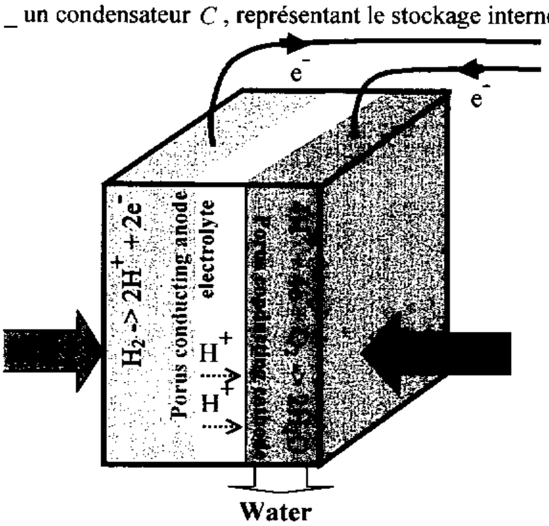


Figure 1

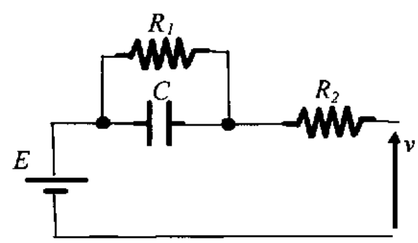
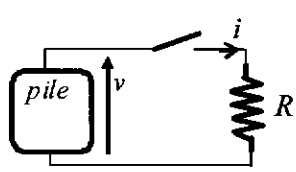


figure 2

a) A t=0, la tension aux bornes du condensateur est nulle et on connecte cette pile à une résistance R



Calculez l'évolution temporelle du courant généré $i(t)$.

Pour faciliter le développement des calculs, on pourra utiliser les constantes de temps suivantes :

$$a = R_1 C,\ b = \frac{(R+R_2)R_1 C}{R+R_1+R_2},\ K = \frac{1}{R+R_1+R_2}$$

Réponse : $i(t) = \left[\frac{a}{b}e^{-\frac{t}{b}} + \left[1 - e^{-\frac{t}{b}}\right]\right]KE$

b) A t=0, la tension aux bornes du condensateur est nulle et on connecte maintenant cette résistance pendant uniquement un temps τ. Calculez l'évolution temporelle de la tension v(t).

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

2010, 2ème année
Durée 2 Heures

Devoir Surveillé

Tous documents autorisés, le sujet comprend deux pages

Exercice 1 :

On considère le montage électrique de la figure 1 :

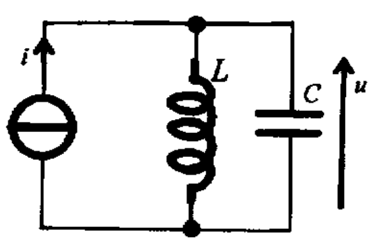


Figure 1

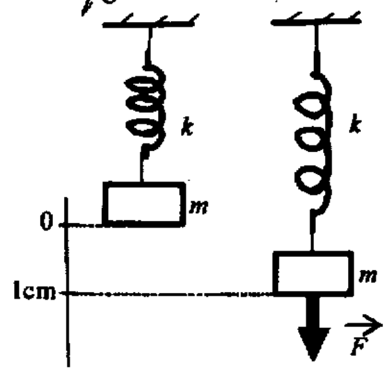


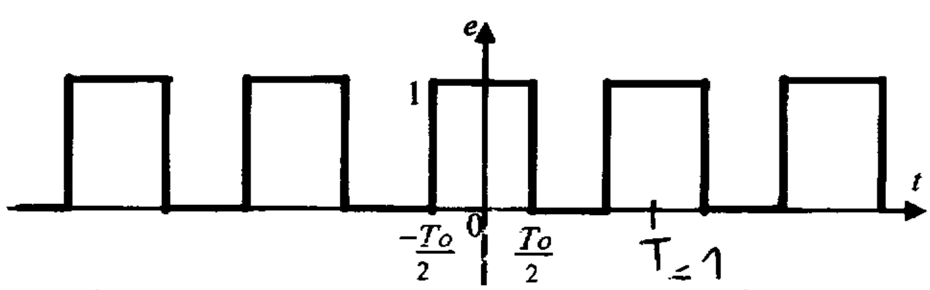
Figure 2

Le courant dans la self est initialement nul. $L = 100$ mH ; $C = 10$ µF et i=1A.
1) Déterminer la transformée de Laplace de la tension aux bornes du condensateur. à partir de I(p)
2) Déterminer l'évolution temporelle du courant dans la bobine.
3) On considère une masse m fixée sur un ressort de raideur k et que l'on tire pour la déplacer de 1cm (figure 2). La force de rappel exercée par le ressort est exprimée par : $f(t) = -kx(t)$.
On rappelle que l'équation fondamentale de la dynamique conduit à l'expression suivante :

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = f(t)$$

A t=0s, on lâche le ressort. On cherche à déterminer l'évolution temporelle de la position.
Déterminez la transformée de Laplace des deux équations et en déduire la solution dans le domaine de Laplace.
4) Calculez l'évolution temporelle de la position ($x(t)$).
5) Quelle est la fréquence des oscillations ?
6) Comparez le système électrique de la figure 1 et mécanique de la figure 2.

Exercice 2 : On pourra faire l'approximation suivante $\pi^2 = 10$. Soit le signal périodique suivant :



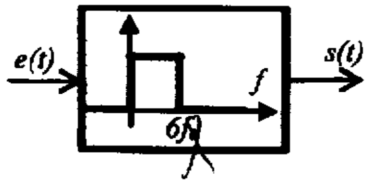
1) Calculer sa transformée de Fourier

$i = C\frac{dv}{dt}$ $\frac{I}{Lp} = V_n$

2) Calculer son développement en série de Fourier sous la forme : $e(t) = C_0 + \sum_{n=-\infty,\ n\neq 0}^{\infty} C_n . e^{j.n.\omega_0 t}$

3) Calculez l'énergie du signal $e(t)$.

4) Ce signal traverse un système dont la bande passante est comprise entre 0 Hertz et $6f_0$ Hertz. Le gain dans la bande est constant et égal à 1, en dehors de la bande, le gain est nul. Donnez l'équation du signal de sortie $s(t)$.



5) Calculez l'énergie du signal $s(t)$.

6) Donner le pourcentage d'énergie perdue.

M APL

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

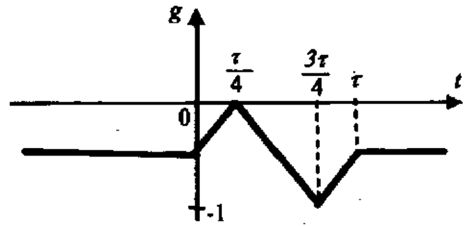
2009
Durée 2 Heures
$2^{ère}$ année

Devoir Surveillé

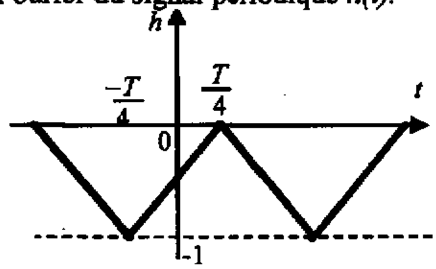
Documents autorisés: 1 Feuilles recto-verso, format A4, Calculatrice interdite

Exercice 1 : /8

(3) 1) Calculer la transformée de Fourier du signal $g(t)$.



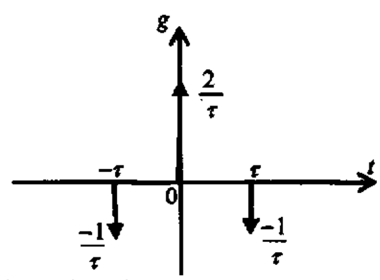
(2) 2) Calculer la transformée de Fourier du signal périodique $h(t)$.



(3) 3) Calculer le développement en série de Fourier du signal périodique $h(t)$.

Exercice 2 : 16

3 1) Soit $g(t)$ la dérivée seconde du signal $e(t)$. Tracez $e(t)$.



3 2) Tracez le spectre fréquentiel du signal $e(t)$.

2 3) Calculer l'énergie du signal e

2 4) Un filtre $H(f)$, tel que $H(f)=1$ pour $-fc<f<fc$, est appliqué sur ce signal, calculer l'énergie perdue, en considérant que $sin(x)/x=1/x$ pour x très grand.

2 5) Déterminez la fréquence de coupure pour que cette énergie perdue représente au plus 1/1000 de l'énergie de e.

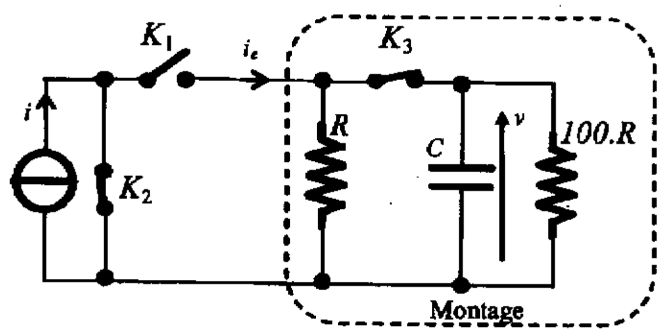
2 6) On applique maintenant à l'entrée de ce filtre la tension : $u(t)=10\sin\left(2\text{pi}\,\frac{f_c}{2}t\right)$, tracez le spectre fréquentiel du signal de sortie.

7) On applique maintenant à l'entrée de ce filtre une impulsion de Dirac, tracez le spectre fréquentiel du signal de sortie.

Exercice 3 : 7

Pour la résolution des questions de cet exercice, on pourra considérer la simplification suivante : $\frac{100}{101} = 1$, ainsi que les valeurs suivantes : $R.C = \frac{1}{\omega} = \frac{2}{R}$.

A t=0, la tension aux bornes du condensateur du montage suivant est nulle.



8 1) A t=0, on applique à l'entrée de ce montage un courant constant $i(t) = I$ en ouvrant $K2$ et en fermant $K1$ simultanément. $K3$ reste fermé.

3 1.1) Déterminez l'expression temporelle de la tension aux bornes du condensateur, en utilisant la transformée de Laplace. Représentez graphiquement l'évolution temporelle de cette tension.

2 1.2) Donnez la valeur de cette tension en régime permanent.

2 1.3) Une fois le régime permanent atteint, on ouvre $K3$. Déterminer l'expression temporelle de la tension aux bornes du condensateur.

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

2008
Durée 2 Heures
2ère année

Devoir Surveillé

Documents autorisés: 1 Feuilles recto-verso, format A4, Calculatrice interdite

Tb

Exercice 1 :

1) Soit la fonction $f(t) = Cos^2\left(\frac{\pi t}{\theta}\right)$ pour $-\frac{\theta}{2} \leq t \leq \frac{\theta}{2}$ et $f(t) = 0$ ailleurs.

a) Tracer $f(t)$
b) Calculez sa transformée de Fourier
c) Tracer $F(f)$.

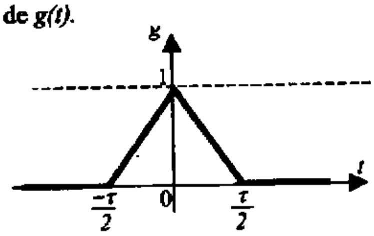
2) Soit $g(t) = Cos^2\left(\frac{\pi t}{\theta}\right)$ et $w(t) = 1$ pour $-\frac{\theta}{2} \leq t \leq \frac{\theta}{2}$ et $w(t) = 0$.

a) calculez la transformée de Fourier de $g(t)$
b) calculez la transformée de Fourier de de $w(t)$.
c) En utilisant le produit de convolution de $g(t)$ et de $w(t)$, en déduire la transformée de Fourier de $f(t)$.

TD

Exercice 2 :

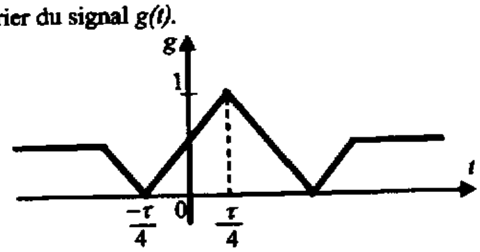
a) Calculez la transformée de Fourier de $g(t)$.



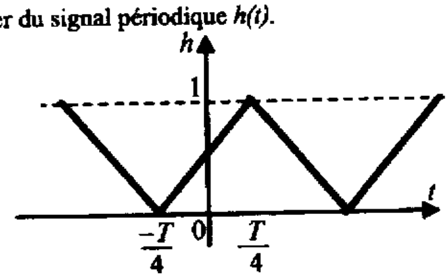
b) Calculer l'énergie du signal g
c) Un filtre $H(f)$, tel que $H(f)=1$ pour $-fc<f<fc$, est appliqué sur ce signal , calculer l'énergie perdue, en considérant que $sin(x)/x=1/x$ pour x très grand.
d) Déterminez la fréquence de cupure pour que cette énergie perdue représente au plus 1/1000 de l'énergie de g.

Exercice 3 :

1) Calculer la transformée de Fourier du signal $g(t)$.



2) Calculer la transformée de Fourier du signal périodique $h(t)$.



3) Calculer le développement en série de Fourier du signal périodique $h(t)$.

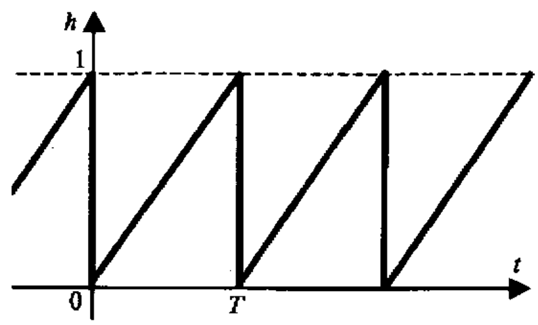
IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

Décembre 2006
Durée 2h00
2ème Année

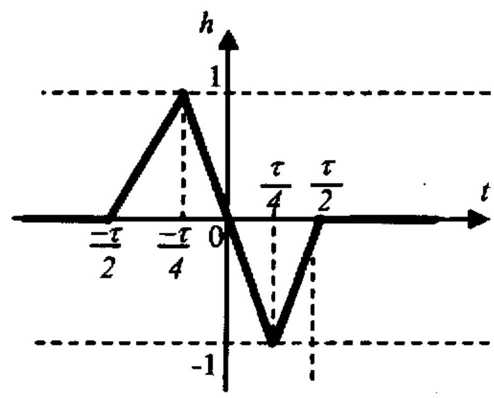
MAP 2 : Devoir surveillé

Documents autorisés : 1 feuille manuscrite format A4 recto-verso, Calculatrice interdite
Le sujet comprend quatre exercices.
Il sera tenu compte dans la correction du soin apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

<u>Exercice 1</u> :
Déterminez le développement en série de Fourier de la fonction périodique suivante :



<u>Exercice 2</u> :
Calculez la transformée de Fourier du signal suivant :



<u>Exercice 3</u> :
a) En utilisant la transformée de Laplace, résoudre le système suivant :

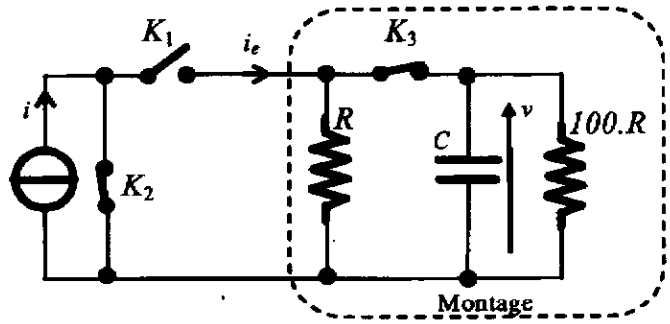
$$x'(t) = -x(t)+2.y(t)+\gamma(t)$$
$$y'(t) = -2y(t)+x(t)$$

avec $x(0)=y(0)=0$
b) Tracez l'évolution temporelle de la fonction : $z(t) = x(t) + y(t)$

Exercice 4 :

Pour la résolution des questions de cet exercice, on pourra considérer la simplificatio
suivante : $\frac{100}{101}=1$, ainsi que les valeurs suivantes : $R.C=\frac{1}{\omega}=\frac{2}{R}$.

A t=0, la tension aux bornes du condensateur du montage suivant est nulle.



1) A t=0, on applique à l'entrée de ce montage un courant constant $i(t) = I$ en ouvrant $K2$ et en fermant $K1$ simultanément. $K3$ reste fermé.
   1.1) Déterminez l'expression temporelle de la tension aux bornes du condensateur, en utilisant la transformée de Laplace. Représentez graphiquement l'évolution temporelle de cette tension.
   1.2) Donnez la valeur de cette tension en régime permanent.
   1.3) Une fois le régime permanent atteint, on ouvre $K3$. Déterminer l'expression temporelle de la tension aux bornes du condensateur.

2) On considère maintenant une autre application. A t=0, la tension aux bornes du condensateur est toujours considérée nulle et $K3$ est fermé. On applique à l'entrée de ce montage un courant égal à $i(t) = I.Sin(2.\Pi.50.t)$ en ouvrant $K2$ et en fermant $K1$ simultanément,
   2.1) Donnez l'expression mathématique du courant $i_e(t)$.
   2.2) Déterminez la tension aux bornes du condensateur en utilisant la transformée de Laplace.

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

2 Décembre 2005
Durée 2 Heures
2ère année

Devoir Surveillé

Documents autorisés: 2 Feuilles format A4
Calculatrice interdite

H.P.

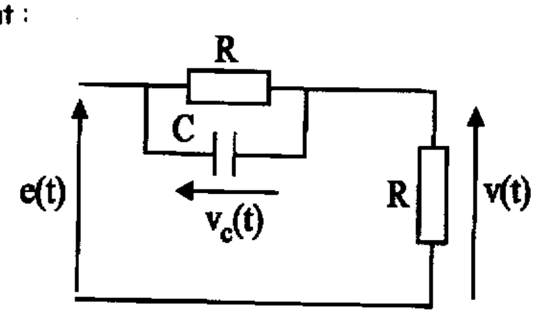
Exercice n°1

- Déterminez les originaux des transformées de Laplace suivantes:

$$F(p) = \frac{\exp(-p\pi)}{p^2+2p+2} \quad ;F(p) = \frac{3p+1}{p^2+2p+5}$$

Exercice n°2

On a le circuit suivant :

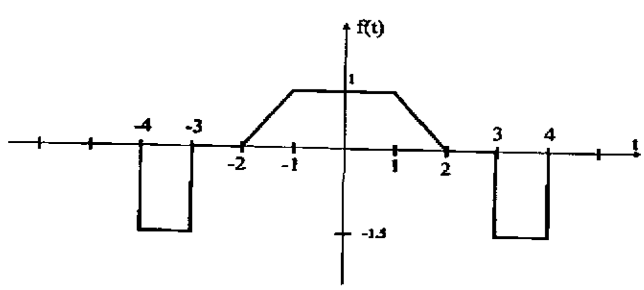


A l'instant t = 0, on applique un échelon de tension d'amplitude E: e(t) = E pour t > 0.

Donnez l'expression de v(t) en utilisant la transformée de Laplace et en sachant que $V_c(0^+) = V_1$.

Exercice n°3

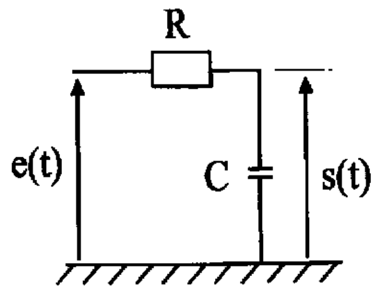
On a la fonction suivante :



Calculez la transformée de Fourier de la fonction f(t). En déduire F(0), que représente F(0).

Exercice n°4

On a le circuit suivant :



1) Donnez l'équation différentielle qui relie e(t) et s(t)

2) Donnez la transformée de Fourier de cette équation différentielle

3) La tension d'entrée e(t) est un échelon unité d'amplitude 1 ($e(t) = 0$ si $t < 0$ et $e(t) = 1$ si $t \geq 0$).
   Sachant que la transformée de Fourier de e(t) est $E(f) = \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi j f}$
   donnez S(f) et en déduire s(t).

HP

Exercice n°5

On cherche à calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{(1+f^2)^2}$$

rappel: la transformée de Fourier de la fonction $\exp(-\alpha|t|)$ est $\frac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$ avec $\alpha > 0$

En identifiant l'expression de α et en utilisant le théorème de Parseval dans la transformée de Fourier, calculez l'intégrale I.

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

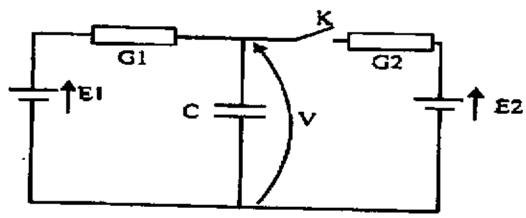
Septembre 2005
Durée 2 Heures
$2^{\text{ère}}$ année

Devoir Surveillé

Documents autorisés: 1 Feuille format A4
Calculatrice interdite

Exercice n°1

On a le circuit suivant :



G1 et G2 sont des conductances. A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K. $V(0^+) = E1$

1) Donnez le schéma électrique équivalent en utilisant les impédances opérationnelles et les générateurs de tensions en Laplace.

2) En utilisant, une formulation simple de la théorie de l'électricité, donnez l'expression de V(p).
   En déduire l'expression de V(t).

Exercice n°2

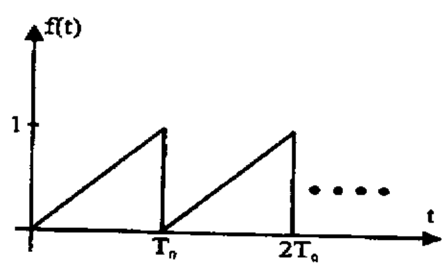
Déterminez la fonction y(t) solution de l'équation différentielle suivante :

$y'' + 2y' + y = 1 + \exp(-t)$

avec $y(0^+) = y'(0^+) = 0$

Exercice n°3

On a la fonction périodique suivante :



Calculez la transformée de Laplace de cette fonction.

HP

Exercice n°4

On cherche à calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{(1+f^2)^2}$$

rappel: la transformée de Fourier de la fonction $\exp(-\alpha|t|)$ est $\dfrac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$ avec $\alpha > 0$

En identifiant l'expression de α et en utilisant le théorème de Parseval dans la transformée de Fourier, calculez l'intégrale I.

Exercice n°4

On cherche à calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{(1+f^2)^2}$$

rappel: la transformée de Fourier de la fonction $\exp(-\alpha|t|)$ est $\dfrac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$ avec $\alpha > 0$

En identifiant l'expression de α et en utilisant le théorème de Parseval dans la transformée de Fourier, calculez l'intégrale I.

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

3 Décembre 2004
Durée 2h
$2^{ère}$ année

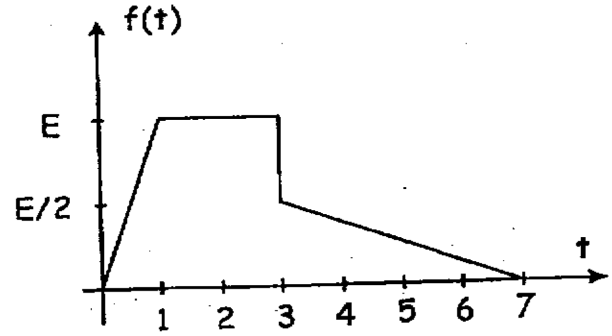
DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Document non autorisé
Calculatrice interdite

3

Exercice n°1

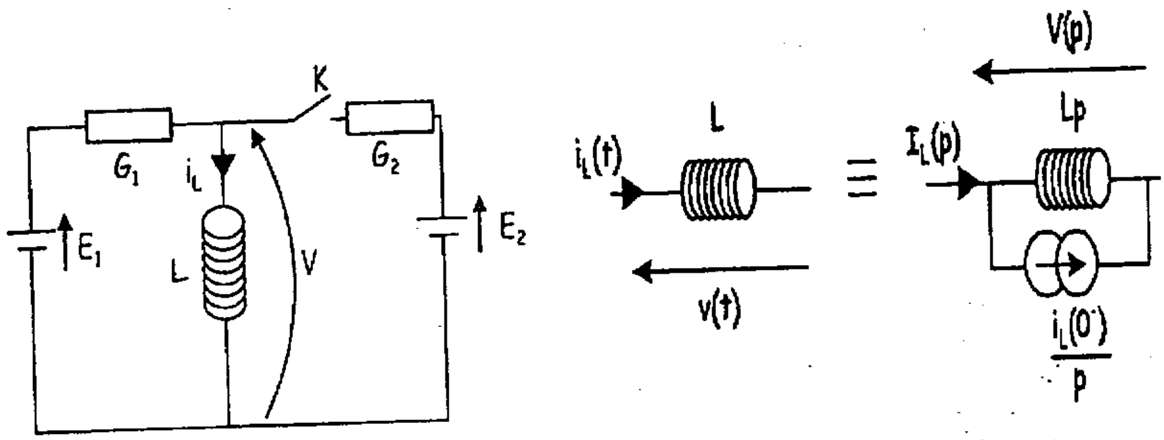
On a la fonction f(t) suivante :



Calculez sa transformée de Laplace.

Exercice n°2

On a le circuit suivant :



G_1 et G_2 sont des conductances. A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K: $i_L(0^+) = E_1G_1$

1) Donnez le schéma électrique dans le domaine de Laplace.

2) En utilisant, une formulation simple de la théorie de l'électricité, donnez l'expression de V(p).
   En déduire l'expression de v(t).

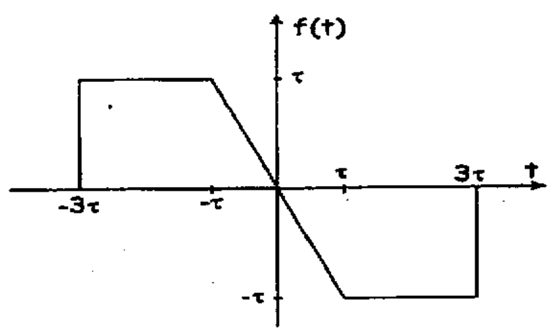
Exercice n°3

Résolvez cette équation différentielle en utilisant le domaine de Laplace.

$$\dot{y}(t)+2y(t)=e^{-t}\mathrm{Sin}(t)\gamma(t) \quad \text{avec } y(0^{+})=0$$

Exercice n°4

On a la fonction f(t) suivante :



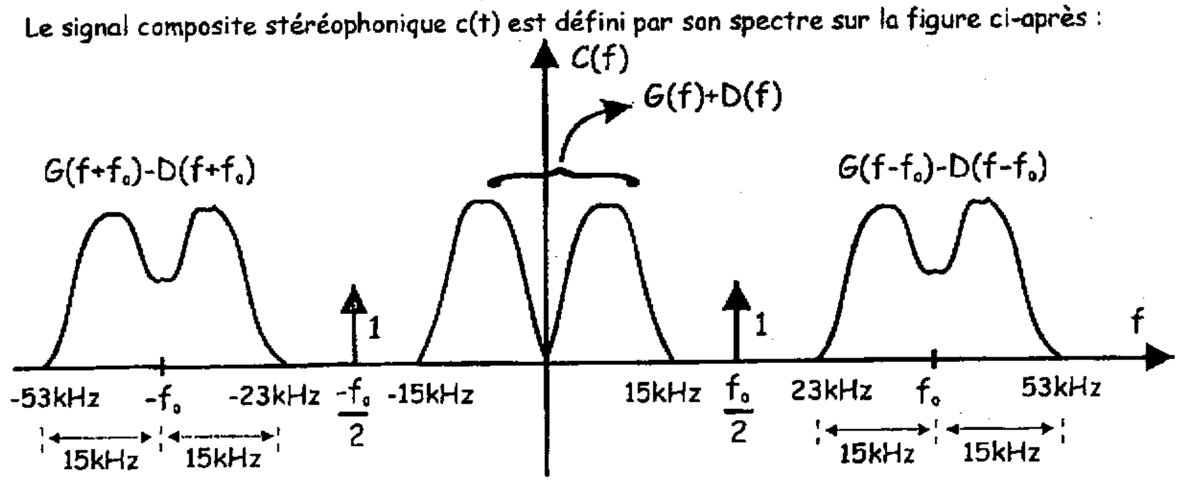
1) Calculez F(f) la transformée de Fourier de la fonction f(t).

2) Donnez $\int_{-\infty}^{+\infty} F(f)df$.

Exercice n°5

Hf

Le signal composite stéréophonique c(t) est défini par son spectre sur la figure ci-après :



G(f) et D(f) sont les transformées de Fourier de la voie gauche g(t) et de la voie droite d(t).
Quand je définis un filtre de bande [f_1, f_2], il est aussi défini pour la bande [$-f_2$, $-f_1$]

La fréquence f_0 = 38 kHz

1) Donnez l'expression de C(f).
En déduire l'expression de c(t) en fonction de g(t), de d(t) et de fonction cosinus.
Laissez la fréquence f_0, ne remplacez pas par sa valeur numérique.

2) On utilise un filtre passe bas, de bande [0,15kHz]. Le signal $c(t)$ est envoyé dans ce filtre, donnez l'expression de la sortie $s_1(t)$ obtenue.

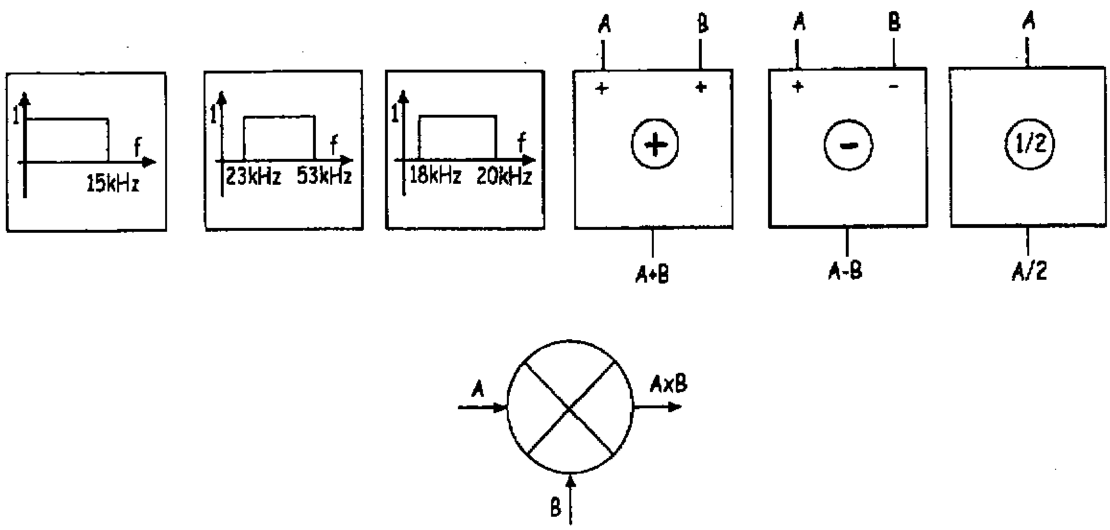
3) On utilise un filtre passe bande, de bande [23kHz,53kHz]. Le signal $c(t)$ est envoyé dans ce filtre, donnez l'expression de la sortie $s_2(t)$ obtenue.

4) On utilise un filtre passe bande, de bande [18kHz,20kHz]. Le signal $c(t)$ est envoyé dans ce filtre, donnez l'expression de la sortie $s_3(t)$ obtenue.

5) On prend la sortie $s_3(t)$. On multiplie $s_3(t)$ par lui-même et un facteur 1/2.
On pose $s_4(t)=\frac{1}{2}s_3^2(t)$, donnez la transformée de Fourier de $s_4(t)$.

6) On multiplie $s_2(t)$ par $s_4(t)$. On a $s_5(t) = s_2(t)s_4(t)$, donnez la transformée de Fourier de $s_5(t)$.
Le signal $s_5(t)$ est envoyé dans un filtre passe-bas [0, 15kHz]. Donnez le signal obtenu en sortie $s_6(t)$.

7) On dispose de 2 filtres passe-bas [0,15kHz], d'un filtre passe-bande [23kHz,53kHz], d'un filtre passe-bande [18kHz,20kHz], de 2 multiplieurs, de 3 amplificateurs parfaits de gain 1/2, d'un additionneur et d'un soustracteur.
Le schéma synoptique de ces éléments sont les suivants.



Donnez le schéma synoptique de l'ensemble.

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

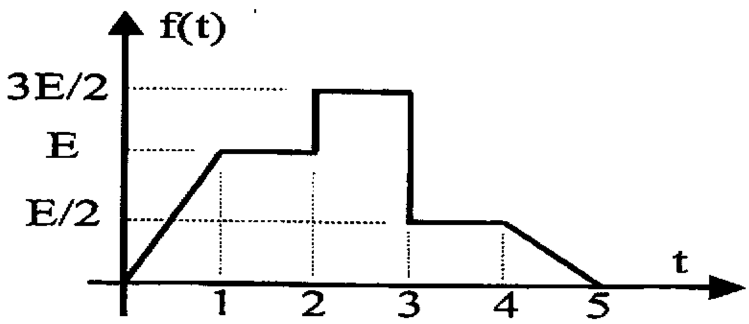
19 Décembre 2003
Durée: 2h
$2^{ème}$ année

Devoir Surveillé N°2

Document autorisé: 2Feuilles format A4
Calculatrice interdite

6 **Exercice n°1**

2 1) Donnez la transformée de Laplace de la fonction f(t).



2 2) Donnez l'original de ces transformées de Laplace.

2

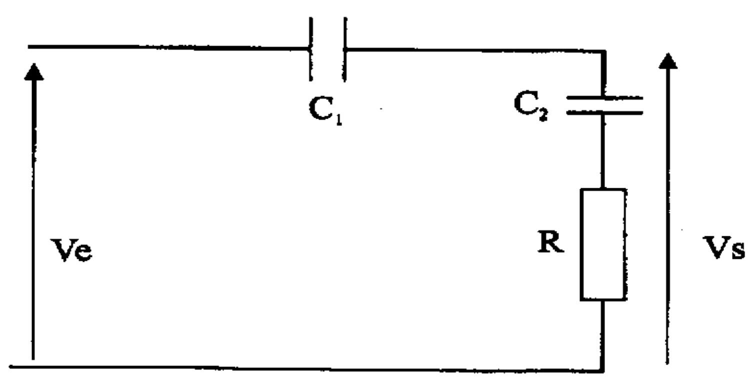
$$F_1(p) = \frac{-2p^2 - p + 1}{(p^2 + 2p + 5)(p + 2)^2}$$

$$F_2(p) = -\frac{p^2 + 3p + 7}{(p^2 + 4p + 8)(p + 1)}(1 - e^{-p\tau})$$

7 **Exercice n°2**

2 2

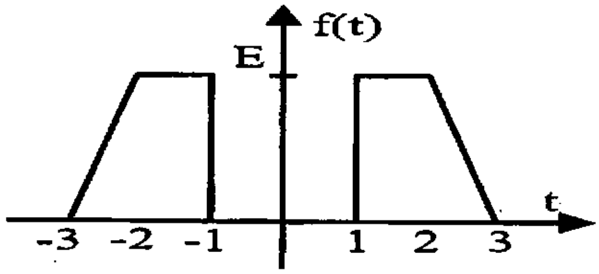
En utilisant la transformée de Laplace, calculez Vs(p) et en déduire Vs(t) pour le circuit suivant. Le système part du repos.



Exercice n°3

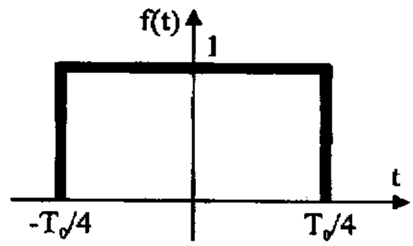
Calculez la transformée de Fourier de cette fonction.

Meth (2)
Sol (1)



Exercice n°4

On a la fonction suivante:



1) Calculez la transformée de Fourier de f(t)

2) On rend la fonction f(t) périodique, de période T_0. Soit fp(t) cette fonction.
DSF En déduire la décomposition en série de Fourier

En déduire les sommes suivantes: $\sum_{p=0}^{p=+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1}$ et $\sum_{p=0}^{p=+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2}$

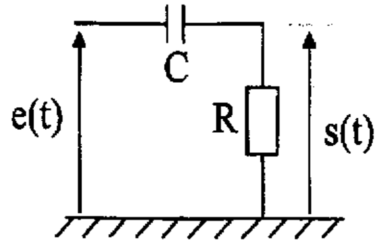
HP

Exercice n°5

On a le circuit suivant:

$F(f) \times \delta(f-f_0)$

$F(f_0) \times \delta(f-f_0)$



$v_s = \frac{R\, v_e}{R + \frac{1}{jC\omega}}$

$\frac{2\pi j f RC}{1+2\pi j f RC}$

$\frac{RC}{1+2\pi j f RC}$

1) Donnez l'équation différentielle qui relie e(t) et s(t)

2) Donnez la transformée de Fourier de cette équation différentielle

3) La tension d'entrée e(t) est un échelon unité d'amplitude 1.
Sachant que la transformée de Fourier de e(t) est $E(f) = \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi j f}$.
donnez S(f) et en déduire s(t).

Notation sur 36

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

22 Novembre 2002
Durée : 2h
$2^{ème}$ année

Devoir Surveillé N°2

Documents autorisés: 2Feuilles format A4
Calculatrice interdite

Exercice n°1 sur 6 pt

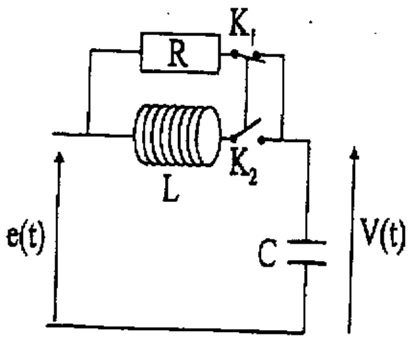
Résolvez l'équation non linéaire suivante :

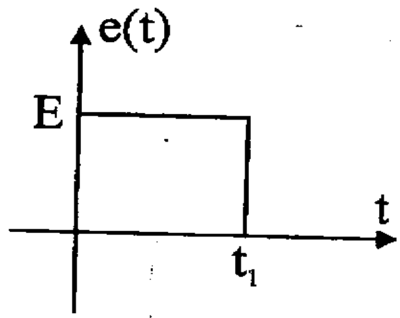
$$f(t)+\int_0^t f(\tau)f(t-\tau)d\tau = 2(2t+1)e^{2t}$$

Utilisez le domaine de Laplace. $F(p) + F(p)^2 = \frac{2p}{(p-2)^2}$
Vous devez obtenir une équation du second degré en F(p) qu'il faut résoudre. ⇒ 2
Vous obtiendrez ainsi deux solutions possibles $F_1(p)$ et $F_2(p)$. ⇒ 2 $F_1(p) = \frac{2p}{(p-2)^2}$ $F_2(p) = \frac{-p}{p-2}$
Déduisez les deux solutions $f_1(t)$ et $f_2(t)$. ⇒ 2
$f_1(t) = 2e^{2t}\gamma(t)$ $f_2(t) = -\gamma(t)[1+2e^{2t}]$

Exercice n°2 sur 12 pts

Pour traiter ce problème, utilisez la transformée de Laplace. On a le système suivant :





2 circuit
2 Eq. total
2 Calcul

1) A l'instant t = 0, l'interrupteur K_1 est fermé et K_2 est ouvert. Le système part du repos.
La tension e(t) est une constante d'amplitude E.
Calculez la tension v(t). $= E(1-e^{-t/RC})$

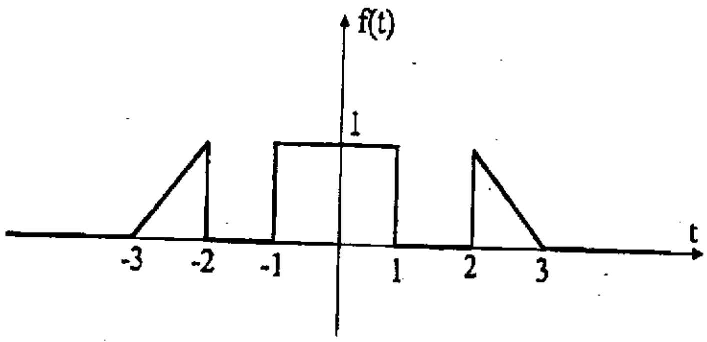
2 circuit
2 Eq.
2 Solution

2) A l'instant $t = t_1$, on coupe la tension e(t), c'est-à-dire que e(t) = 0. A ce même instant, l'interrupteur K_1 est ouvert et l'interrupteur K_2 est fermé. Cette opération est instantanée.
Calculez la tension v(t).

Exercice n°3 Sur 6 points

On a la fonction suivante :

2 dériver
2 équ.
2 T.L.

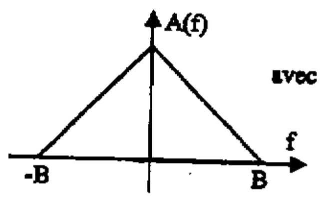


1) Calculez la transformée de Fourier de la fonction f(t) $= \frac{\sin 2\pi f t}{\pi f} + \frac{\cos 6\pi f t}{2\pi^2 f^2} - \frac{\cos 4\pi f t}{2\pi^2 f^2}$

Exercice n°4 sur 12 points.

On a un signal $x(t) = a(t)\times\cos(2\pi f_0 t)$ avec $a(t) > 0$.
$A(f)$ est la transformée de Fourier de $a(t)$.

Le spectre $A(f)$ est la suivant :



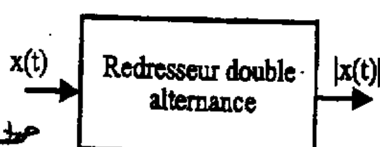
avec $B < f_0$

2

1) On pose $h(t) = |\cos(2\pi f_0 t)|$, c'est un cosinus redressé double alternance. $h(t)$ est un signal périodique. Donnez la fréquence de ce signal. $2f_0$
La transformée de Fourier $H(f)$ de $h(t)$ est égale à :

$H(f) = \frac{2}{\pi}\delta(f) + \sum_{k=1}^{k=+\infty} C_k\delta(f - kf_h) + C_{-k}\delta(f + kf_h)$, où f_h est la fréquence du signal $h(t)$ et C_k sont les coefficients de la décomposition de Fourier du signal $h(t)$.

2) On envoie le signal $x(t)$ vers un système qui effectue un redressement double alternance.

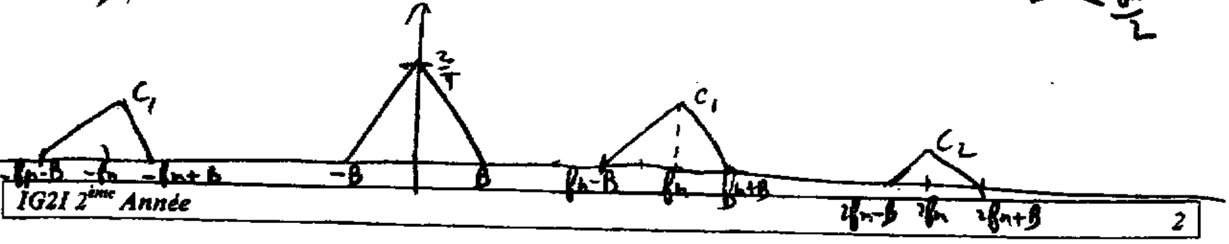


$X(f) = \frac{2}{\pi} A(f) + \sum_{k=1}^{+\infty} C_k \cdot A(f - k\cdot f_h) + C_k \cdot A(f + k\cdot f_h)$

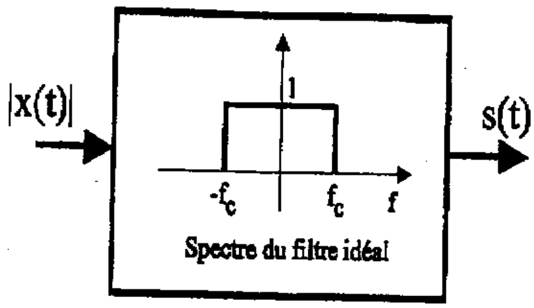
2 Donnez l'expression de la transformée de Fourier de $|x(t)| = |a(t)\times\cos(2\pi f_0 t)|$

2 Donnez l'allure du spectre de TF(|x(t)|), connaissant le spectre A(f).

2 Peut-il y avoir un recouvrement sachant que $B < f_0$? Non car $B < \frac{f_h}{2}$



3) Le signal $|x(t)|$ à la sortie du redresseur traverse un filtre passe bas idéal de fréquence de coupure f_c. A la sortie de ce filtre, on désire récupérer que le spectre de $a(t)$, à un coefficient de proportionnalité près.



$B \leq f_c \leq f_m - B$

2 Donnez l'intervalle où doit se situer la fréquence de coupure f_c du filtre idéal.

2 Donnez l'expression de $s(t)$. $= 2 f_c \cdot \left(\frac{\sin 2\pi f_c t}{2\pi f_c t} \right)$

IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

Septembre2002
Durée 1h30
$2^{ème}$ année

Devoir Surveillé N°1

Documents autorisés: 6Feuilles format A4
Calculatrice interdite

Exercice n°1

On a une fonction f(t) régie par cette équation remarquable, valable pour $t > 0$. $(t-\tau)$

$$\int_0^t f(\tau)\exp(t-\tau)d\tau = \cos(t)$$

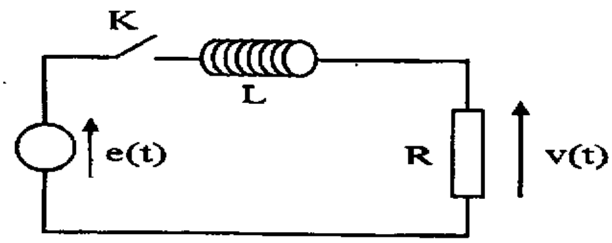
T.L. $f(\tau)$. T.L. $e^{(t-\tau)}$ = T.L. Cos t
$F(\tau)$ =

4

Résolvez cette équation en utilisant la transformée de Laplace pour trouver l'expression de f(t).

Exercice n°2

A l'instant $t = 0$, le courant parcourant la bobine étant nul, on ferme l'interrupteur K.



5

V(p) -> 1,5
β -> 0,5
A, C -> 2×0,5
v(t) -> 1
2×0,5

La tension e(t) est égale à E $\sin(\omega_0 t)$.
Déterminez la tension v(t) en utilisant la transformée de Laplace.
De cette expression, donnez l'expression du régime transitoire et du régime permanent.

HP

Exercice n°3

On cherche à calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{(1+f^2)^2}$$

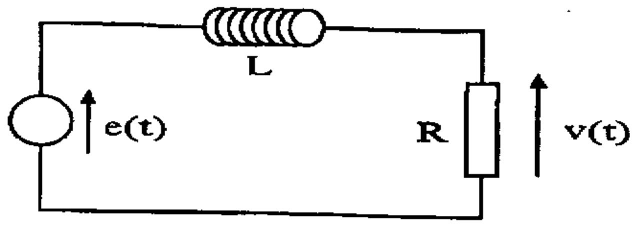
5

<u>rappel</u>: la transformée de Fourier de la fonction $\exp(-\alpha|t|)$ est $\dfrac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 f^2}$ avec $\alpha > 0$

En identifiant l'expression de α et en utilisant le théorème de Parseval dans la transformée de Fourier, calculez l'intégrale I.

Exercice n°4

On a le circuit suivant :



1) Donnez l'équation différentielle qui relie e(t) et v(t). 1,25

2) Donnez la transformée de Fourier de cette équation différentielle. 1,25

6

3) Sachant que $e(t) = E \sin(\omega_0 t)$

et que $E(f) = TF(e(t)) = \frac{E}{2j}\left(\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)\right)$ avec $\omega_0 = 2\pi f_0$

Donnez V(f), la transformée de Fourier de v(t). En déduire v(t).

1,25 2,25