IG2I
Institut de Génie Informatique et Industriel

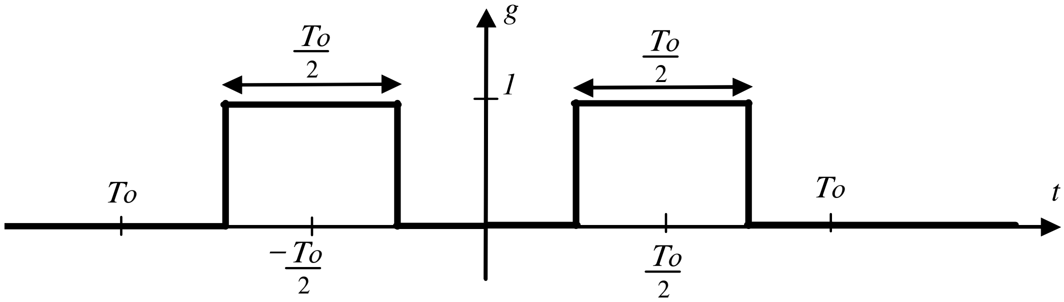
Avril 2013, 2ème année
Durée 2 Heures

**Devoir Surveillé, MAP2**

**L'usage de téléphones portables et ordinateurs est formellement interdit**

# Partie A

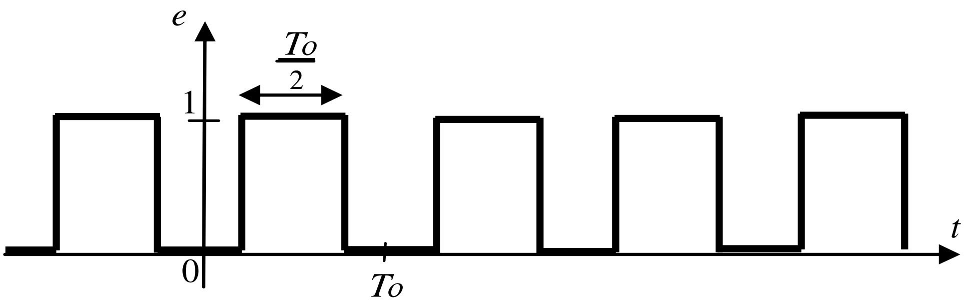
1) Tracez la représentation fréquentielle du signal *g(t)*.




2) Calculez l'énergie de *g(t)*

3) En déduire le développement en série de Fourier du signal périodique e(t) sous la forme :

$$e(t) = C_0 + \sum_{n=-\infty,\ n\neq 0}^{\infty} C_n . e^{j.n.\omega o.t}$$




4) Représentez l'ensemble des coefficients $C_n$ en fonction de $n$

5) Calculez l'énergie de *e(t)*

# Partie B

## Exercice 1 :

Résoudre le système différentiel suivant en utilisant la transformée de Laplace :

$$\begin{cases} x'(t) = -7x - 6y(t) + t \\ y'(t) = 12x(t) + 10y(t) \end{cases}, \quad \text{avec } x(0) = y(0) = 0$$

**Exercice 2** Déterminer **et** représenter la transformée de Laplace inverse de

$$F(p) = \frac{3 - e^{-p} - e^{-2p} - e^{-3p}}{p(1 - e^{-4p})}$$

# Partie C

## Exercice 1

Soit $I = \iint_D \, dxdy$ ,

D est limité par les courbes d'équations : $y = ax$, $y = \frac{x}{a}$, $y = \frac{b}{x}$, $y = \frac{1}{bx}$ ($a > 1$, $b > 1$, $x > 0$)

a) Représenter dans le système d'axes oxy le domaine D

b) On fait le changement de variables suivant : $x = \frac{u}{v}$, $y = uv$ ($u > 0$, $v > 0$).

   Représenter dans le système d'axes ouv le domaine $\Delta$, tel que tous les éléments $M(x, y)$ du domaine D aient un correspondant N(u,v) dans le domaine $\Delta$ et inversement .

c) Ecrire la matrice Jacobienne du changement de variables et déterminer le Jacobien.

d) Calculer l'intégrale double $I$ .

## Exercice 2

Soit $\vec{V} = \vec{\imath}\,P + \vec{\jmath}\,Q + \vec{k}\,R$ le champ vectoriel avec :

$$P(x, y, z) = x + \frac{z}{x^2 y}, \quad Q(x, y, z) = y + \frac{z}{y^2 x}, \quad R(x, y, z) = z - \frac{1}{xy}$$

a) Calculer $\overrightarrow{rot}\ \vec{V}$ . En déduire que $\vec{V}$ est un champ de gradients.

b) Déterminer $f$ telle que $\vec{V} = \overrightarrow{grad}\ f$ .

Exercice 3

Soit la courbe paramétrée $\begin{cases} x(t) = 1 + t^2 + t^3 + t^4 \\ y(t) = -3 + t^2 + t^3 - t^4 \end{cases}$

a) Faire une étude locale en t=0

b) Représenter dans le repère oxy l'allure de la courbe autour de t=0.