ベイズ推定による多項式回帰モデルでの自動車の燃費予測

工学院大学

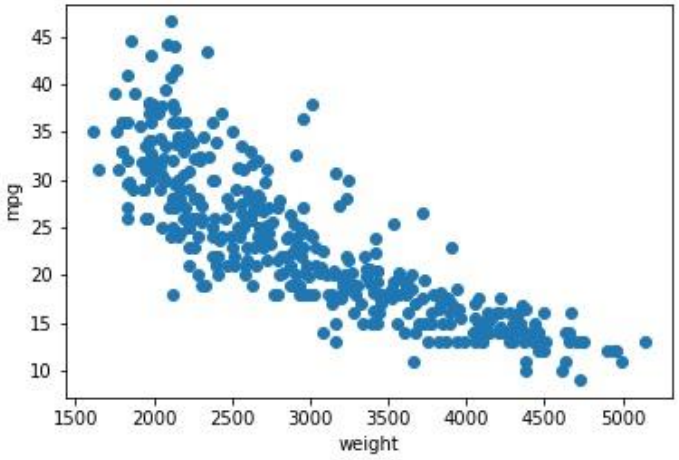
予測モデリング 最終課題

概要

- 自動車の重さ（weight）を説明変数として，
  燃費（MPG, Miles per Gallon）を予測する回帰モデルを構築
- 3次曲線のフィッティングを行った

$$y = w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3$$

- データセット
  - UCIのAuto MPG Data Setを利用
    - https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/auto+mpg



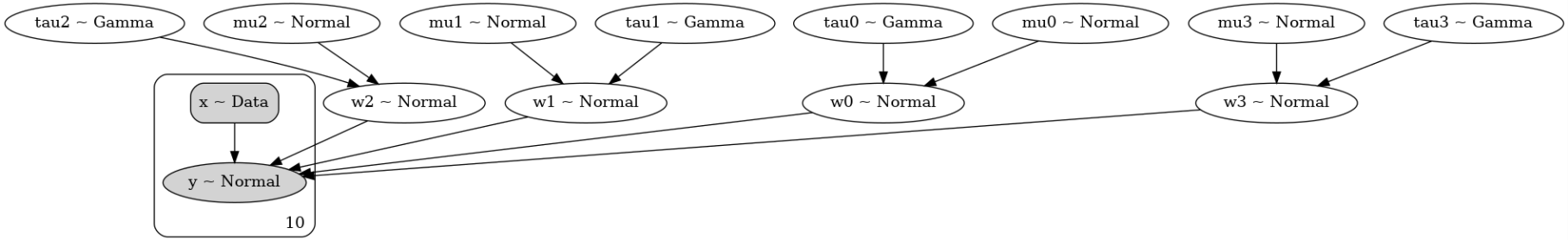
ベイズ推定によりパラメータを推定

- 回帰係数がw_0, w_1, w_2, w_3それぞれ正規分布に従い，
  その正規分布に関して
  平均μ_iが正規分布，精度τ_iがガンマ分布に従う（$i = 0, 1, 2, 3$）

$$w_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \tau_i), \mu_i \sim \mathcal{N}(\mu, \tau), \tau_i \sim Gamma(\alpha, \beta)$$

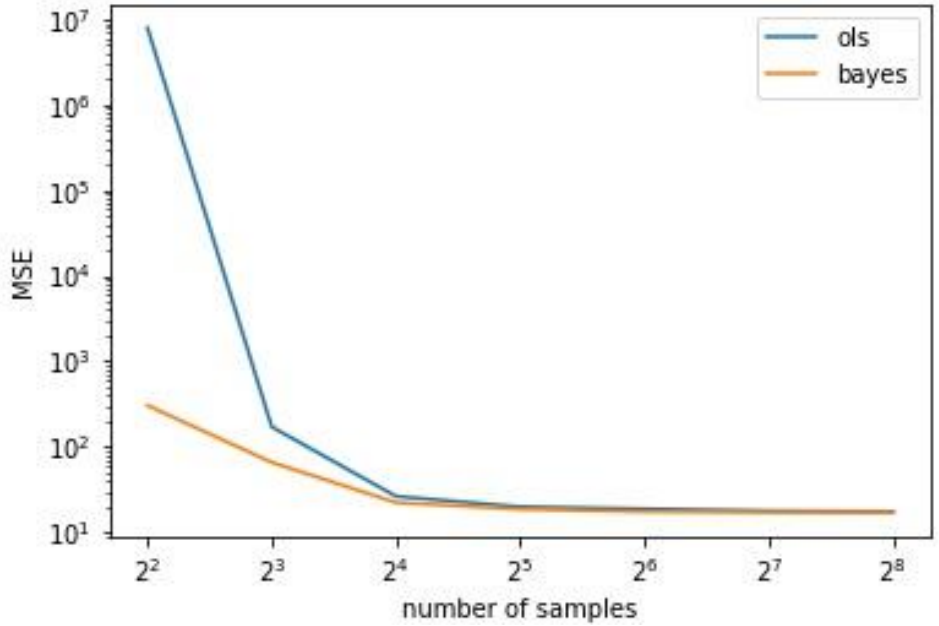
$$y \sim \mathcal{N}(w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3, \tau_y)$$

- ベイズ推定にはPyMC3を利用
  - 事前分布が正規分布であるものに関して，平均0，精度1/9とした
  - 事前分布がガンマ分布であるものに関して，$\alpha = 1, \beta = 1$とした



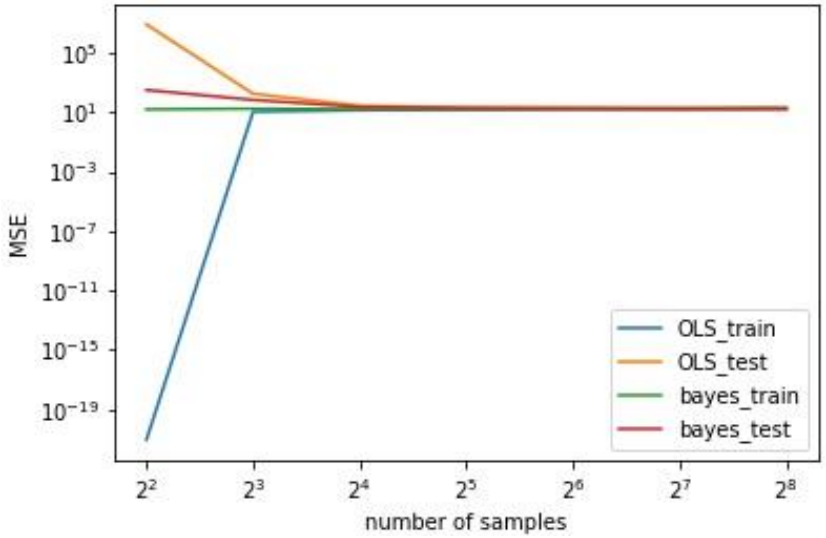
学習データ数を変えたときの予測性能

- データを訓練用:テスト用で8:2に分割
- テストデータに対する平均二乗誤差（**MSE**）により評価
  - 最小二乗法による回帰との比較
- データ数が少ない場合，OLSと比較してベイズ推定によるものはMSEが小さい



訓練データに対するMSEも併せたグラフ

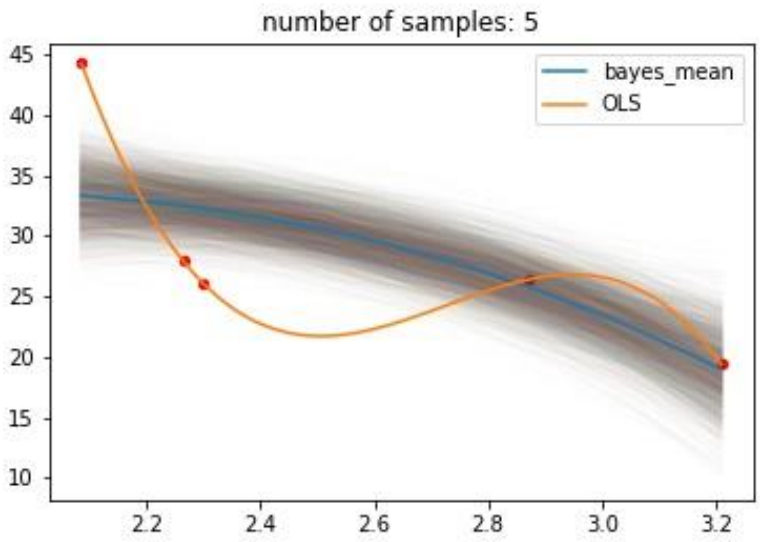
- データ数が少ない場合に着目すると，
  - ベイズ推定による回帰のほうが，訓練データに対するMSEとテストデータに対するMSEの差が小さい
  - OLSは，訓練データ数が2^2のときに上記の差が非常に大きく，過剰適合していることがわかる



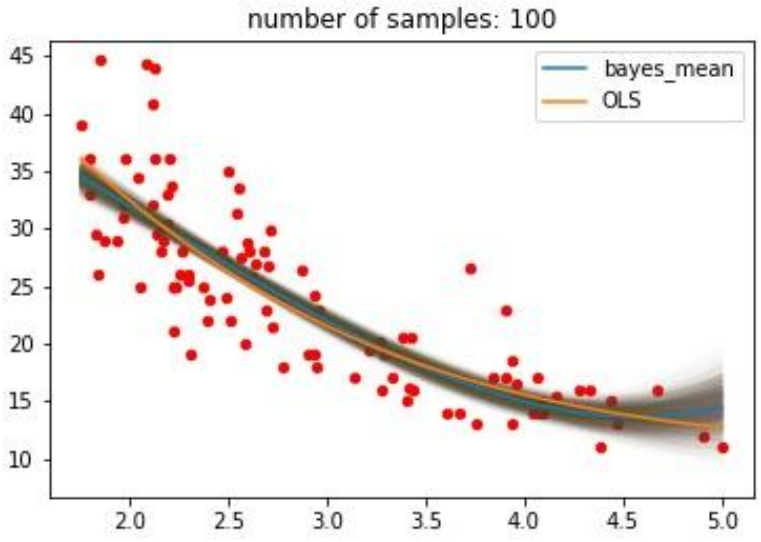
回帰曲線のサンプリング

- サンプリングされた回帰曲線を図示
  - 観測データ（赤），サンプリングされた回帰係数の平均による曲線（青），最小二乗法により推定された曲線（橙）も同時にプロット
- データ数が少ない場合，サンプリングされる曲線のばらつきは大きい
  - OLSに関しては，データの上を通るように回帰曲線が推定される（過剰適合する）

データ数:10



データ数:100



参考

- 須山敦志, 杉山将(監修). (2017).
  ベイズ推論による機械学習入門
  機械学習スタートアップシリーズ. 講談社.
- 東京大学教養学部統計学教室. (1991).
  統計学入門(基礎統計学I). 東京大学出版会.