関数・論理型プログラミング実験
第９回

江口 慎悟
酒寄 健
塚田 武志
松下祐介

講義のサポートページ

http://www.kb.is.s.u-tokyo.ac.jp/~tsukada/cgi-bin/m/

- 講義資料等が用意される
- レポートの提出先
- 利用にはアカウントが必要

- 名前/学籍番号/希望アカウント名をメールを
  tsukada@kb.is.s.u-tokyo.ac.jp
  までメールしてください。
  - 件名は「FL/LP実験アカウント申請」
  - アカウント名/パスワードを返信
  - PC からのメールを受け取れるように

インタプリタを作る（全５回）

第５回　基本的なインタプリタの作成
- 字句解析・構文解析、変数の扱い方

第６回　関数型言語への拡張
- 関数定義・呼び出し機構の作成

第７回　型システムと単純型推論
- 単純型検査器

第８回　単一化、let多相
- 単一化の定義とアルゴリズム、let多相

第９回　様々な拡張
- パターンマッチング

今日の内容

- パターンマッチング
  - 評価
  - 型検査
- 評価戦略
  - 値呼び、名前呼び、必要呼び

パターンマッチング

評価

型推論

- 制約の生成
- 制約の解決

式の構文

- パターンマッチ式

  match e with p_1 -> e_1 | … | p_n -> e_n

- パターン（整数、真偽値、変数、組、リスト）

```
p ::= 0 | 1 | 2 | …
    |  true | false
    |  x
    |  (p, p)
    |  [] | p :: p
```

型

o 組型とリスト型を加える

```
ty ::= Int | Bool | ty -> ty | α
     |  ty * ty | ty list
```

パターンマッチング

評価

型推論

- 制約の生成
- 制約の解決

match式の評価

o `match e with` p_1 `->` e_1 `|` … `|` p_n `->` e_n

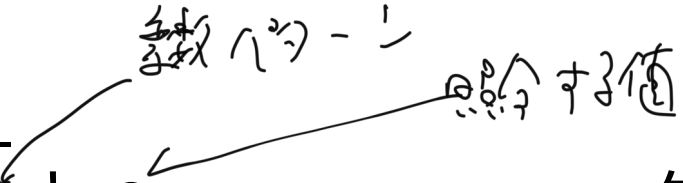
1. 式 e を評価し、値 v を得る
2. v とパターン p_1 を照合：
   - 照合すれば環境に結果を追加し e_1 を評価
3. …
4. v とパターン p_n を照合：
   - 照合すれば環境に結果を追加し e_n を評価
5. いずれとも照合しなかったので、エラー

パターン照合

入力：パターンと値

出力：照合の成否と（成功した場合）束縛

- 束縛は、変数から値へのマッピング



例：

- 1 と 0　⇒ 失敗
- 1 と 1　⇒ 成功 { }
- x と 1　⇒ 成功 { x=1 }
- (x, y) と (1, (2, 3))　⇒ 成功 { x=1, y=(2,3) }
- (x, 1) と (2, 3)　⇒ 失敗

パターンマッチング

評価

型推論

- 制約の生成
- 制約の解決

制約の生成

o `match e with` p_1 `->` e_1 | … | p_n `->` e_n

- 式 e の型 t と制約C を求める
- 各 i について
  - パターン p_i の型と制約 C_i 、および追加される型環境Γ_i（後述）を求める
  - 現在の型環境にΓ_i を追加した型環境の下で、e_i の型 t'_i と 制約 C'_i を求める
- 新しい型変数 α を導入
- match式の型は α、制約は

$\{ t=t_1=\ldots=t_n, \alpha=t'_1=\ldots=t'_n \} \cup C \cup C_1 \cup \ldots \cup C_n \cup C'_1 \cup \ldots \cup C'_n$

制約の生成：定数パターン

- 定数パターン 1
  - 型 int、制約 { }、追加される型環境 { }

- 定数パターン true
  - 型 bool、制約 { }、追加される型環境 { }

制約の生成：変数パターン

- 変数パターン x
  - 新しい型変数 α を導入する
  - 型α、制約 { }、追加される型環境 { x=α }

制約の生成：組パターン

o 組パターン（p_1，p_2）

- パターン p_i の型を t_i、制約をC_i、
  追加される型環境を Γ_i とする

- 型 $t_1 * t_2$、制約 $C_1 \cup C_2$、
  追加される型環境 $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$

制約の生成：リストパターン

- ニルパターン []
  - 型変数 α を導入
  - 型 α list、制約 { }、追加される型環境 { }

- コンスパターン p_1 :: p_2
  - パターン p_i の型を t_i、制約をC_i、追加される型環境を Γ_i とする
  - 新しい型変数 α を導入
  - 型 α list、制約 $\{ \alpha=t_1, \alpha \text{ list} = t_2 \} \cup C_1 \cup C_2$ 追加される型環境 $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$

パターンマッチング

評価

型推論

- 制約の生成
- 制約の解決

制約の解決

o 前回と同じ unification algorithm で行える
o ただし、次のケースを追加

unify ({ s*t = s'*t' } ∪ C) = unify ({ s=s', t=t' } ∪ C)
unify ({ t list = t' list } ∪ C) = unify ({ t=t' } ∪ C)

評価戦略

値呼び（Call-by-Value）
名前呼び（Call-by-Name)
必要呼び（Call-by-Need)

評価可能な部分式

o 一般的には複数個ある

```
fst (1+2, 3+4)
```

- どの順序で評価すべきか？
  これを決めるのが**評価戦略**

評価戦略の影響

- 性質の良い式については
  評価戦略は評価結果に影響しない
  - 性質が良い ＝ 副作用がなく、評価が止まる
- 逆に言うと、評価戦略が影響するのは
  - 評価が止まるかどうか
  - 副作用の起こる順序
    - 副作用によっては評価結果も変わる

主な評価戦略

o 値呼び　(call by value)

o 名前呼び (call by name)

o 必要呼び (call by need）

- 他の戦略
  - normal order, applicative order など

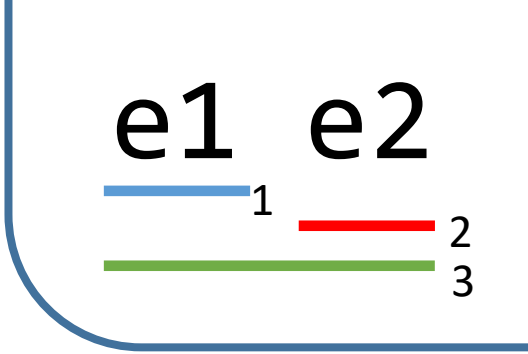
評価戦略

値呼び（Call-by-Value）

名前呼び（Call-by-Name)

必要呼び（Call-by-Need)

値呼び



o 関数適用の前に引数を評価

```
(fun x -> x * x) (2 + 3)
```

⟶ `(fun x -> x * x) 5`

⟶ `5 * 5`

⟶ `25`

o 今まで実装していたのはこれ

値呼びの利点

- 関数呼び出しにオーバーヘッドがない
  - 特に加算や減算などの組み込み演算
    - 整数値や浮動小数点値などを直接使える
- 評価順序が分かりやすい
  - 副作用を扱いやすい
    - 参照、I/O, ...

値呼びの欠点

- 他の評価戦略なら計算が止まるのに
  値呼びだと止まらない場合がある
  - 例：`fst (5, loop ())`
- if や ||, && を関数で表現できない
- 展開・折り畳みによる最適化と相性が悪い
  - `fst (x, y) = x` という定義であっても
    `fst (e1, e2)` を `e1` に変換することができない

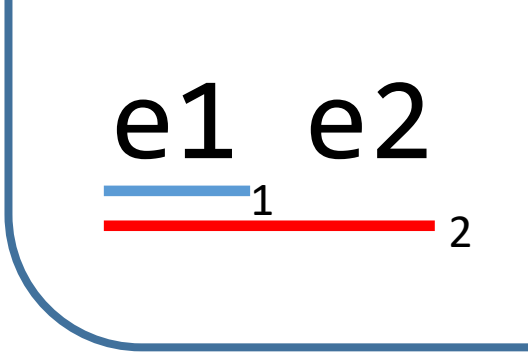
評価戦略

値呼び（Call-by-Value）

名前呼び（Call-by-Name)

必要呼び（Call-by-Need)

名前呼び



o 関数適用を引数より先に評価

```
(fun x -> x * x) (2 + 3)
```

⟶ `(2 + 3) * (2 + 3)`

⟶ `5 * (2 + 3)`

⟶ `5 * 5`

⟶ `25`

o 式は必要になるまで評価しない

名前呼びの利点

- 計算が止まりやすい
  - 他の評価戦略で止まるなら、名前呼びで止まる
- if や ||、&& を関数として実現できる
  - 「マクロ」的な機能を実現可
- 不必要な計算を避けられる
  - 例：`hd (sort xs)` が O(xs の長さ) で計算できる
- 展開・折り畳みによる最適化と相性が良い

名前呼びの欠点

- 関数呼び出しのオーバーヘッドが大きい
  - 次のスライド（実装法）も参照
- 同じ式を何度も評価
  - 例：(fun x -> x * x) (2 + 3) の (2+3)
- 式の評価順序やタイミングの制御が困難
  - 副作用との相性が悪い

名前呼びの実装 (1/2)

- サンク（thunk）を使う
  - サンクとは 式 と 環境 の組（cf. クロージャ）

- 環境には値ではなくサンクを保存
  - 変数に束縛されるのは、値ではなく、式だから

```
type value = …
 and env = (var * thunk) list
 and thunk = Thunk of expr * env
```

名前呼びの実装 (2/2)

- 関数適用 e1　e2 の環境 env での評価
  - 環境 env で e1 を評価し v1 とする
    - v1 はクロージャ <fun x -> e，env'> であるはず
  - サンク <e2，env> を作る
  - 式 e を環境 (x，<e2，env>) :: env' の下で評価

- 変数 x の環境 env での評価
  - x に対応するサンク <e，env'> を env から探す
  - 式 e を環境 env' の下で評価する

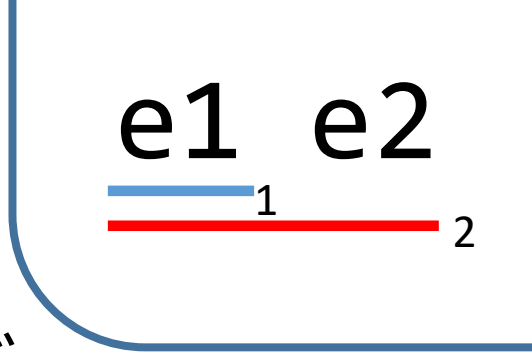
評価戦略

値呼び（Call-by-Value）

名前呼び（Call-by-Name)

必要呼び（Call-by-Need)

必要呼び



o 式は必要になるまで評価しないが
評価結果は共有する

```
(fun x -> x * x) (2 + 3)
⟶  x * x      {x=2+3}
⟶  x * x      {x=5}
⟶  5 * 5      {x=5}
⟶  25
```

- 2 + 3 の評価は一度だけ

必要呼びの利点・欠点

o 必要呼びの利点 =
「名前呼び」の利点
＋ 評価回数が高々「値呼び」程度

o 必要呼びの欠点 =
「名前呼び」の欠点
－ 同じ式を何度も評価
＋ オーバーヘッドがさらに大きく

必要呼びの注意

o 同じ式を二度評価しないわけではない

- 例：素朴な fib は指数時間

```
let rec fib n =
  if n < 2 then 1
           else fib (n-1) + fib (n-2)
```

- 二度評価しないのは
  変数を通して共有されている式のみ
  - OK:　`let x = 2 + 3 in let y = x in y * x`
  - NG:　`(2 + 3) * (2 + 3)`

必要呼びの実装 (1/2)

o 環境で「サンクまたは値」への参照を保存
- 最初はサンクで保存
- サンクが評価されたら、評価結果の値に書き換え

```
type value = …
 and env = (var * dval ref) list
 and dval = DThunk of expr * env
          | DVal   of value
```

必要呼びの実装 (2/2)

- 関数適用 e1　e2 の環境 env での評価
  - 環境 env で e1 を評価し v1 とする
    - v1 はクロージャ <fun x -> e, env'> であるはず
  - サンクへの参照 ref (DThunk (e2, env)) を作る
    - これを r とする
  - 式 e を環境 (x, r) :: env' の下で評価

- 変数 x の環境 env での評価
  - x に対応する「サンクまたは値」への参照を探す
  - 参照の中身が値なら、その値を返す
  - 参照の中身がサンクなら、 評価して値 v を得て、v で参照を書き替え、v を返す

補足：let 式の評価順序

o 関数適用の評価順序と同じになるようにする

```
let x = e1 in e2
```

```
(fun x -> e2) e1
```

補足

- 紹介した評価戦略は主に関数適用の話
  - 例えば組 `(e1, e2)` の評価順序は別の話
- `if e1 then e2 else e3` の評価順序は（紹介した三つの）どの評価戦略でも同じ
- match 式も同様
  - ただし `match e with …` が `e` をどこまで評価するかには、いくつかの選択肢がある
    - `match ((print "hello"; 1), 2) with (x,y) -> y` が文字列 `"heloo"` を出力するかどうか

例題

理解の確認をするための課題です
課題提出システム上での提出の必要はありません
例題を解きTAに見せることで出席とします
分からないことがあったら、積極的に質問しましょう

例題

o 値を表す型を以下のように定める

```
type name = string

type value =
  | VInt    of int
  | VBool   of bool
  | VFun    of name * expr * env
  | VRecFun of name * name * expr * env
  | VPair   of value * value
  | VNil
  | VCons   of value * value
and env = (name * value) list
```

例題

- パターンを表す型を以下のように定める

```
type pattern = PInt of int | PBool of bool
             | PVar of name
             | PPair of pattern * pattern
             | PNil | PCons of pattern * pattern
```

- パターンを値と照合する関数

```
find_match : pattern -> value ->
                    (name * value) list option
```

を与えよ

レポート課題９

締切：2019/7/2 13:00(JST)

問 1

o 前回の課題のインタプリタを拡張し、
組型とリスト型の値を扱えるようにせよ

- 構文は以下をサポートすること
  - (式, 式)
  - []
  - 式 :: 式

- 参考資料の ex1 に適当な eval.ml を与えればよい
- 型推論は問 3

問２

o 問１のインタプリタを改良し、
　パターンマッチングを扱えるようにせよ

- 参考資料の ex2 に適当な eval.ml を与えればよい

問３

o 問２のインタプリタに型推論を導入せよ

問４

o インタプリタの評価戦略を名前呼びにせよ

- パターンマッチはサポートしなくてよい

発展 1

o インタプリタの評価戦略を必要呼びにせよ

- パターンマッチはサポートしなくてよい
- 式が繰り返し評価されていないことを確認せよ
  - 例えば

    ```
    (fun x -> (fun y -> x * y) x) (2+3)
    ```

    における (2+3) の評価は一度だけ

発展 2

o インタプリタの機能拡張を試みよ。例えば

- 便利な糖衣構文の追加
- 例外機構
- 第一級継続（call/cc）
- rank-2 多相

注意

- 問および発展はまとめて提出してもよい
  - どの問に答えているかは明らかにすること
  - 考察はそれぞれ行うこと
- OCaml の標準ライブラリは自由に用いてよい
- ビルド方法の記述は忘れないように
- Conflict は可能な限り消すこと
- 参考資料のコードを使う必要はない