

2014前期 数理社会学 I

5月9日の出席確認問題1の解答例

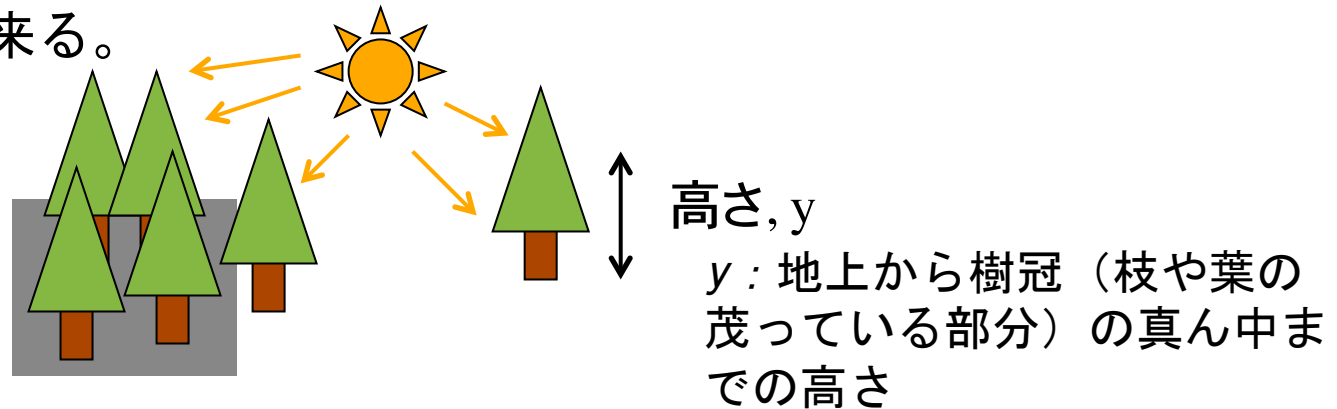
(5月23日に説明)

担当: 中丸 麻由子

出席確認問題(1)

進化的に安定な木の高さを計算

木は周囲の木と光や栄養を巡る競争をしている。光を多く獲得するために樹高を高くすると、その分維持コスト（高さを支えるために木が費やすコスト）が高くなってしまいうので、最適な樹高が存在すると思われることができる。



樹木の利益:

$$\phi = f(L(y)) - c(y)$$

進化的に安定な木の高さを計算し、その意味の説明もすること
Iwasa et al (1985)

出席確認問題(1)続き

関数・変数の説明

$$f(L(y)) = a \log L(y) + b \quad : \text{光合成による物質生産による利益}$$

$$L(y) = L_0 \exp(-h(y)) \quad \begin{array}{l} \text{高さ } y \text{ の樹木の得る光強度。} \\ \text{自分の周囲の樹木の高さ (} x^* \text{) や自分の樹冠の幅に依存} \end{array}$$

$$h(y) = \begin{cases} D\rho_w, & y < x^* - k/2 \\ D\rho_w(x^* - y + k/2)/k, & x^* - k/2 < y < x^* + k/2 \\ 0, & y > x^* + k/2 \end{cases}$$

k 樹冠の幅 (一定)

ρ_w 樹冠によって光が遮られる影響の強さ (一定)

D 樹木の密度 (一定)

$h(y)$ 葉面積指数

$$c(y) = c_0 y^2 \quad : \text{高さを維持するためのコスト (例えば、栄養分を輸送するコストや樹木をその高さまで成長させるためのコスト) を表し、樹木が高いほどコストが多くかかることを示す。}$$

出席確認問題(1)解答

まず y で偏微分をする。そして y に x^* を代入をし、 x^* を計算する。

$$\left. \frac{\partial}{\partial y} f(y) \right|_{y=x^*} = 0$$

x^* がESSであることの確認。 y で2階偏微分をする。そして y に x^* を代入し、下記の条件が成立すれば x^* がESSである。

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(y) \right|_{y=x^*} < 0$$

ESSは:

$$x^* = \frac{aD\rho_w}{2c_0k} \propto \frac{\boxed{\text{光合成速度}} \times \boxed{\text{遮光度}}}{\boxed{\text{コストの係数}} \times \boxed{\text{樹冠の厚み}}}$$