

本レポートは、講義で紹介された完全情報の価値の期待値(以下EVPI)が常に正である、すなわち知は力なりということに関してのレポートである。ある日の天気が晴れであるか、あるいは雨が降るかを知っているか知らないかで言えば、前者の方がその日の行動を適切に決定できるという点で明らか得である。つまり知は力なりが真であるように思える。しかしながらそうでない事例も現実世界では存在する。例えば、講義で紹介されたもので言えば余命宣告がある。もしもその事実を知らなければ、もっと気楽に生活でき、知らない方がいいという人もいるだろう。もう一つ例を挙げるなら、アイドルの恋愛事情である。自分が好きなアイドルには実は彼氏がいて、その人とラブホテルに通っていたということを知れば、それはとてもショックを与えるだろう。これらの事例のように知識を得ることが逆に損をする、つまり知は力なりが偽であるケースが考えられる。

さて具体的に講義で紹介されたように、表を使って余命宣告について考えてみる。ある主体1は上記のように自分が末期患者であるならば、余命宣告をされない方が気楽に生きていけると考えている人物だとする。そしてある日彼の病室に医師が現れ、余命の有無を説明しにやってくる。このとき主体1は、自分の余命の有無について、聞くまたは聞かないという選択ができるゲームを考える。このゲームの確率分布や効用の数値を適当に割り振って考えると、表1のようになる。

表 1

Ω	余命宣告され得る	余命宣告されない
p	0.5	0.5

$A \setminus \Omega$	余命宣告され得る	余命宣告されない
余命を聞く	-1	0
余命を聞かない	1	-1

- 主体1の確率分布や効用の数値は適当であるが、状況としては次のようである。
- ・主体1は病を抱えており、確率0.5で余命宣告され得る末期患者であると告知され、確率0.5で余命宣告されない回復の余地がある病であると告知される。
 - ・主体1は余命宣告され得るならば、余命を聞くより聞かない方が、効用は高い。
 - ・主体1は余命宣告されないならば、余命を聞かないで不安になるより、余命がないことを聞いて安心する方がいい

さてこのときの、EVPIの値は定義より

$$\begin{aligned} EVPI &= \{0.5 \times \max\{-1, 1\} + 0.5 \times \max\{0, -1\}\} - \{0.5 \times \max\{-1 + 0, 1 - 1\}\} \\ &= 0.5 > 0 \end{aligned}$$

となり、確かに知は力なりが成り立っているように思えるが、EVPIの値を定める上で主体1は次のように考えて効用最大にするために行動を選択している。

- ・もしも私の病が末期であるかそうでないか分からないのであれば,医師から私の病の状態を聞きたくないな.(もちろん効用の割り振りによっては逆になることも)
- ・もしも私の病が末期であると知っているならば,そのことを医師から聞きたくない.
- ・もしも私の病がそうでないと知っているならば,医師からそれを聞いて安心したいな.

ここで主体 1 の 2 番目の心情について考えてみると,主体 1 は何らかの方法(医師同士の会話を盗み聞きした等)で自分が末期患者であると事前に知り,その状態で医師が彼の病室に現れた際余命を聞かないという選択肢を取っている.つまり自分が末期患者であるという情報を得た時点で,主体 1 は精神的なショックを受けているので何らかの $cost$ が生じていると考えられる.これを数式で表すと

$$\left\{ \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{a \in A} u(a, \omega) - cost \right\} - \max_{a \in A} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(a, \omega) = EVPI - cost$$

仮に主体 1 の情報を得たことによる $cost$ を $cost = 1$ とすると,
情報を得る前の期待効用の最大値 E_b は

$$E_b = 0.5 \times \max\{-1 + 0, 1 - 1\} = 0$$

情報を得た後の期待効用の最大値 E_a は

$$E_a = \{0.5 \times \max\{-1, 1\} + 0.5 \times \max\{0, -1\}\} - 1 = -0.5$$

$E_a < E_b$ より主体 1 は情報を得ない方の期待効用の最大値が大きいことが分かる.この議論はアイドルの恋愛事情についても同じように言える.

結論

$EVPI$ は $EVPI = (\text{情報を得た後の期待効用の最大値}) - (\text{情報を得る前の期待効用の最大値})$ と表せるが,情報を得る際に生じる $cost$ まで考慮すると, $EVPI$ と $cost$ の比較から知は力なりの反例について説明できる.