1. 序論

ここでは、回路理論の講義の流れを示し、そのあとこの講義の目的、及び取り扱う内容を概説する。最後に、本講義の基礎事項を確認する。

講義の方法

講義には、毎回演習が付き、4-6時限で行う。ただし、11:35-12:20に講義を行って、いったん昼休みを入れてから13：20-14:50の講義を再開するのは、若干効率が悪い。そこで、2回目以降は、12:25から講義を始め、演習との切れ目で10分程休みをいれながら、連続して14:50までの講義・演習とする。

またaクラスは宮本恭幸が、bクラスは菅原聡が講義を担当するが、同じ講義ノート、同じ演習、同じテスト問題を予定している。ただし、演習などでの採点の都合から、通常は指定クラスを受講すること。

また、教科書として高木茂孝著「線形回路理論」(昭晃堂)を指定したが、分布定数回路に関する記述がない。そこで、参考書として日比野倫夫編著「電気回路B」(オーム社)を指定し、分布定数回路はここに基づき講義をする。

講義ノートは基本的に配布する。さらに東工大オープンコースウェアの回路理論ホームページ(http://www.ocw.titech.ac.jp/ 各教員のホームページからもリンクしている。)を設けており、次週までの講義ノートについては、ダウンロード可能にする予定である。

講義の目的と扱う内容の概説

過渡状態

この講義の第1の目標としているのは、時間的に変化する電気信号を扱うことである。

現在の電気電子工学が扱っている電気は、電力・エネルギーの為の送電以外は、基本的に何らかの電気信号を扱っている。そして、その電気信号は、普通、時間的に変化していることで意味のある情報を送っている。

残念ながら、3学期で習った線形回路での電気回路の扱いでは、直流または同じ周期で繰り返される交流だけを扱っており、送電には使えても、正確な意味での電気信号としては扱えない。

そこで、本講義では、時間的に変化した場合の回路の挙動を扱う。特に線形性により重ね合わせが出来ることから、パルスに対する挙動のイメージが重要になる。ここでいう時間的変化は、交流回路において扱った、決まり切った周期をもったものでないことから、これを扱うには新たな理論を学ぶ必要がある。一般的には、スイッチ等を断続的に動作させることで時間的変化を与えることが出来る。また与えた時間的変化から充分な時間が立つと変化しない定常状態となる。定常状態に至る前の変化している状態を過渡状態とよび、そのときの変化している現象を過渡現象と呼ぶ。そこで、まず本講義では、この過渡状態を扱うことを行う。

過渡現象を解析するには、各回路素子の特性に基づいて微分方程式を立てる。さらに、ここでラプラス変換を使うことで、従来の時間領域での微分方程式の解法ではなく、周波数領域での解法を学ぶ。ただし、過渡状態を理解するには時間軸で表示させることとなることから、ラプラス変換と逆変換の両方を行うことになる。

さらに、殆どの波形は、実はパルスの組み合わせで表現出来る。 また、回路を組み合わせていくと、パルスの形が崩れたり遅れたりする。

そのような特性の変化が、回路の扱える信号速さの限界を決めている。そこで、パルスに対する応答のイメージを持って貰うことを目標としつつ、時間的に変化する電気信号である過渡応答特性を如何にして扱うかを学ぶ。

分布定数回路

また、時間的に変化する交流信号を波として考えた場合、波長の存在を考えなければならない。いままで気にしなかった配線の中で本当に一様に電圧が分布しているのかということが問題になるのである。

そこで、配線の中で波長がどのように分布しているか、を考慮するために、分布定数回路という考え方があり、これの基礎を行うことがこの講義の二つ目の目標である。この分布定数回路も線形回路に基づいて説明することから、過渡応答特性を考える場合は、パルスで扱うことが良い物理的イメージを与えると思う。

回路の特徴とフィルター

最後にもう一つ。この講義では、過渡状態を扱う時に、3学期で習ったフーリエ変換を使う。そこで、複素関数が導入されるが、そこから回路のいくつかの性質が抽出される。その中の一つに極という概念がある。複素関数の極は単に数学的に出てきたが、回路における極はアナログ回路の設計によく使う重要な概念である。そこで、この様な回路の特徴について学ぶと共に、周波数に対して透過・阻止特性などを持たせたフィルターについての設計を学ぶ。フィルターは本来、線形回路で習った交流理論で解析可能であるが、現

在の理論に基づいて設計を行おうとすると、極の概念が必要となる。

本講義の基礎事項

ここでは、本講義の為のいくつかの基礎事項について説明･確認を行う。線形回路を受講したことで、受動素子を用いた交流回路の諸特性が計算できることに成っているはずであり、それに基づいている。

線形受動回路

ここで扱う回路を構成する素子は、さきに示した様なR,L,Cの三つの受動素子であり、以下の特性を持つ。

a) 線形性

時刻tでの入力が$x_1(t)$のときの素子の応答が$y_1(t)$,入力が$x_2(t)$のときの素子の応答が$y_2(t)$とするとき、任意の定数a_1, a_2を用いて作った入力$a_1x_1(t)+a_2x_2(t)$に対する素子の応答は、$a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$である。即ち重ね合わせが成り立つ。

半導体などでつくるダイオードは非線形である。すなわち0.4V印加時には1nA以下の電流が、0.8V印加時に数十mA流れたりする。

b) 非時変性(時不変性)

入力が$x(t)$のときの素子の応答が$y(t)$とする。入力の時刻τだけ遅らせて同じ入力をする、即ち$x(t-\tau)$を入力すると、出力は$y(t-\tau)$となる。

以上は、有る時間tだけを取り出していないことに注意しよう。コンデンサに電荷があったり、インダクタに電流が流れている時には、作りだされる電界や磁界は次の条件に当然影響を与えうる。

ある時間使っていく内に抵抗値などが変わっていく回路は、時変性があるが、入力と関係ない別の周期で動く交流電源などが回路の中にあれば、時変性は作れる。

c) 受動性

回路の内部にエネルギー源を含まない、R,L,Cからのみなる回路においては、入力と出力の差の平均で表される、回路で消費される平均のエネルギーは負にはならない。受動性が有ると、抵抗が0の回路を除いて、必ず定常状態の平均出力は平均入力より少ない。

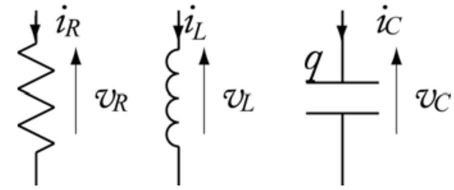
なお、トランジスタに代表される能動素子を用いれば入力より出力が大きくする能動回路が作れるが、太陽電池などのエネルギー源が無い限り、別の電源からのエネルギーを消費していて、別電源の入力も含めた回路全体での入力と出力のエネルギー差は負にはならない。

*R,L,C*素子の特性

抵抗　抵抗値がRで有る時、抵抗の両端の電圧v_Rと電流i_Rにはオームの法則に従う$v_R = Ri_R$の関係がある。

インダクタ　インダクタがLのインダクタンスを持つ時、両端の電圧v_Lと電流i_Lには$v_L = L\dfrac{di_L}{dt}$の関係がある。

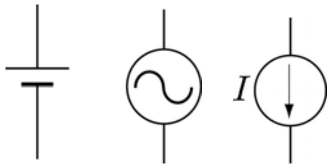
コンデンサ　コンデンサがCの容量を持つ時、両端の電圧v_Cと電流i_C、および極板間の電荷qには、$q = Cv_C$，$i_C = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dv_C}{dt}$の関係がある。



電源

回路にエネルギーを供給する電源には、電圧源と電流源がある。どちらも負荷にかかわりなく、設定した電圧または電流が出るという意味で、理想的な電源を仮定している。

この講義では、電池の形で表される直流電圧源と、○の中に波線が入った交流電圧源、及び○の中に矢印が入った電流源を扱う。

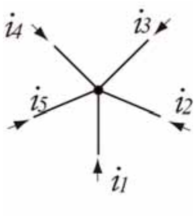


キルヒホッフの法則

キルヒホッフの電流則

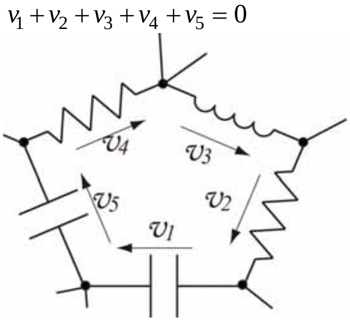
回路網中のある一点で、流入する電流の総和は0である。即ち下記の回路で

$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$



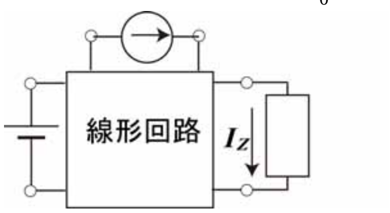
キルヒホッフの電圧則

回路網中のあるループで、各素子間の電圧の総和は0である。即ち下記の回路で
$v_1+v_2+v_3+v_4+v_5=0$

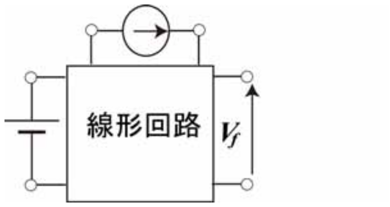


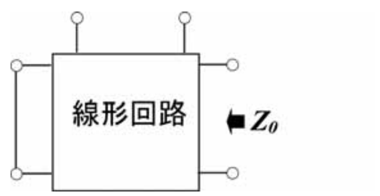
テフナンの定理

下記に示す線形回路の端子対1-1’に、インピーダンスがZである素子を接続すると、この素子に流れる電流I_Zは$I_Z=\dfrac{V_f}{Z+Z_0}$になる。



ただし、V_fは、端子対1-1’を開放したときに現れる電圧であり、Z_0は全ての電圧源を短絡除去、全ての電流源を開放除去した場合の端子対1-1’から見込んだインピーダンスである。





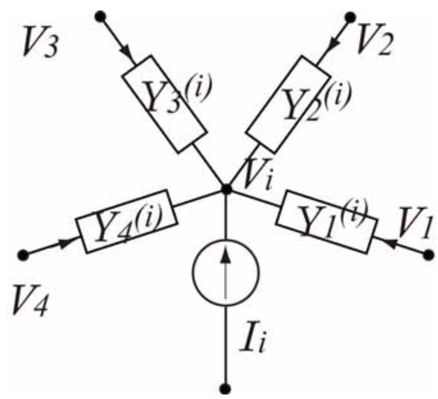
節点方程式

さて、いくつの状態をとれば良いかを機械的に行うことは難しい。そこで、回路の場合には線形回路で教わった考え方に戻って見よう。節点方程式である。

基準接点(通常は接地点)以外の各点の電位を未知数としてキルヒホッフの電流則による式をたてる。
接点が n+1 の場合、ある節点 i については、

$$I_i=Y_1^{(i)}(V_i-V_1)+Y_2^{(i)}(V_i-V_2)+$$
$$\cdots+Y_n^{(i)}(V_i-V_n)$$

但し、$Y_j^{(i)}$は、節点iと節点jの間にあるアドミタンスで、I_iは節点 i とに繋がっている電流源である。



これを行列で表示すると

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

となる。ただし、Y_{ii}は節点 i に繋がっているアドミタンスの和であり、$Y_{ij}=Y_{ji}=-Y_j^{(i)}$である。

このあとクラメルの公式を用いて解けばよい。クラメルの公式での解き方は、

$$V_i = \frac{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1,i-1} & I_1 & Y_{1,i+1} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2,i-1} & I_2 & Y_{2,i+1} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{n,i-1} & I_n & Y_{n,i+1} & \cdots & Y_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{vmatrix}}$$

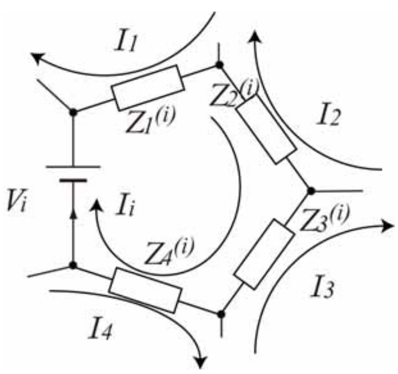
とすれば、V_i が算出できる。

ただし、接点方程式で行うと二つの問題点がある。電圧源を扱えないこと(ノートンの定理などで電流源に置き換えれば良いが)と、インダクタンスが時間の積分になり、一階の微分方程式にならないことである。一方、インダクタンスの両端にかかる電圧は、電流から計算すれば、一階の微分だけで表せる。そこで電圧源またはインダクタンスが関係した節点に関係した枝についてのみ、流れる電流を行列の右側から加えるベクトルとして加えて計算したのが、修正接点方程式である。この方法は、SPICE に代表される回路シミュレーターにおける主流の方法となっている。

閉路方程式

　閉路方程式も、接点方程式と同様のパラメータを使って計算できる。独立なループ(閉路)を定め、各ループに流れる電流を未知数としてキルヒホッフの電圧則による式をたてれば良い。

$$0 = Z_1^{(i)}(I_i - I_1) + Z_2^{(i)}(I_i - I_2) - V_i$$
$$\cdots + Z_n^{(i)}(I_i - I_n)$$



N 個のループが有る場合は、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

という形になる。ただし、Z_{ij} は、各素子のインピーダンスの和や差によって表されるインピーダンスである。また今は電圧源一つのみで表記した。