

不完全情報ゲーム
Games with Imperfect Information
シグナリング Signaling
– 合理的思考の技術 Lecture 10 –

小林憲正

Department of Value and Decision Science (VALDES)
Tokyo Institute of Technology

June 9, 2014

就活ゲーム

メッセージの送り手の私的情報に関するコミュニケーションの一例として以下の就活ゲームについて考える。

Example (就活ゲーム)

学生の能力 T \ 企業の選択 A	採用	不採用
高い	30, 20	0, -10
低い	30, -40	0, 0

学生が自分のタイプを直接伝えるチープトークは、自己識別的でない。

逆選択 Adverse Selection[1]

Example (就活ゲーム)

学生の能力がわからなくて、かつ学生の質の分布が $p = 1/2$ と思っている企業の意思決定は、

- $Eu(NotEmploy) = p(high) \cdot (-10) + p(low) \cdot 0 = -5$
- $Eu(Employ) = p(high) \cdot 20 + p(low) \cdot (-40) = -10$

結局、どちらも採用されない結果となってしまう。

逆選択 Adverse Selection

市場における買い手の評価の期待値が低くなることへの対応として、売られる商品の質が低い物ばかりが市場にあふれたり、そもそも市場取引が成立しなくなることを逆選択という。

就活ゲームでは、優秀な学生、企業ともに、優秀な学生をそうでない学生から差別化する戦略を考えたい。(優秀でない学生にはかわいそうだけど)

コストをかけたコミュニケーション

タイプごとにかかるコストが異なるメッセージであれば、自己識別性の問題をクリアできることがある。

Example (能力のシグナル Signal としての学歴 [4])

- 能力の高い学生の方が、低コストで受験・学位取得が可能。
- このことを考慮すると、大学・大学院で学んだ内容それ自体にはほとんど意味がなかったとしても、学歴自体が能力を示すシグナルとして機能していることになる。

タイプの種類とシグナルのコストの種類

Example (恋愛とプレゼント)

- しばしば受け取るプレゼントはなんでも良く、相手が自分のために非金銭的成本も含めコストをかけてくれた事実が、真実の愛のシグナルとして重要。
- プレゼントの金銭的価値のみを気にする恋愛相手は、要注意！

プレゼントを渡す側が、自分の愛の示し方によって、逆に、自分の愛され方の種類を特定することができる。

シグナリング・ゲーム

コストをかけたコミュニケーションは、より通常の展開型ゲームにより分析可能。

Definition (シグナリング・ゲーム)

$\langle \{S, R\}, T, p, M, A, (U, V) \rangle$

S, R S シグナルの送り手 sender, R 受け手 receiver

T S のタイプ type の集合 ($=\{ \text{high, low} \}$)

p T 上の確率分布 ($p \in \Delta(T)$)

M シグナルの集合 ($=\{ \text{certificate, no} \}$)

A 受け手の応答の集合 ($=\{ \text{employ, not employ} \}$)

U, V 送り手、受け手のそれぞれの効用

不完全情報ゲーム

Games with Imperfect Information

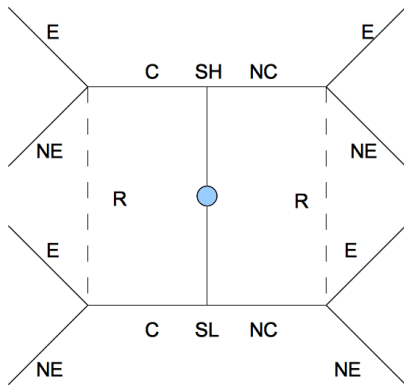
シグナリング・ゲームにおいては、シグナルの受け手が、送り手のタイプ（=**過去**の自然のとった手）を観測できない。

Definition (不完全情報ゲーム game with imperfect information)

過去の履歴が不完全にしか観察されないゲーム

決定の木においては、とある決定ノードにおいて不確実性ノードの実現値を知らない場合、不確実性ノードと決定ノードの時間的順序を**便宜的**に入れ替えることで対処し得る

情報集合 Information Set



- 区別できない決定ノードは、同一の情報集合 information set に入っていると言い、点線などで結ぶ。
- 一つの戦略では、同一の情報集合内の決定ノードでの行動はすべて同じ。

不完全情報ゲームにおける戦略と信念 Belief

$\sigma(t) \in M$ 送り手 S のシグナル決定戦略はタイプ $t \in T$ 別

$s(m) \in A$ 受け手 R の戦略はシグナル $m \in M$ 毎の応答
(タイプを観察できないため、タイプ別に応答を変えることができない)

$\mu(\cdot|m) \in \Delta(T)$ R は、シグナル $m \in M$ をどういうタイプの S がとってきたのかについて、条件付き信念 conditional belief を形成する

完全ベイズ均衡 Perfect Bayesian Equilibrium

Definition (完全ベイズ均衡 Perfect Bayesian Equilibrium[3])

$\langle \{S, R\}, T, p, M, A, (U, V) \rangle$ をシグナリング・ゲームとする。

戦略と信念の組 (σ, s, μ) が完全ベイズ均衡である \Leftrightarrow

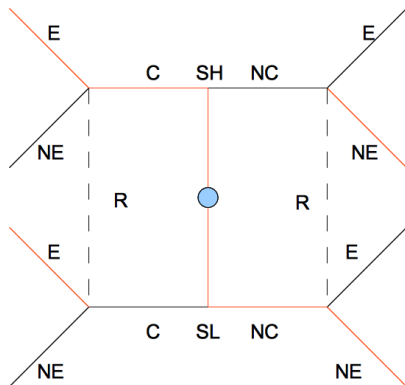
逐次合理性 sequential rationality 各決定ノードで最適応答をとる

- $\forall t \in T : \sigma(t) \in \arg \max_{m \in M} U(m, s(m), t);$
- $\forall m \in M : s(m) \in \arg \max_{a \in A} \sum_{t \in T} \mu(t|m) V(m, a, t);$

信念のベイズ・アップデート Bayesian updating $\forall m \in M$

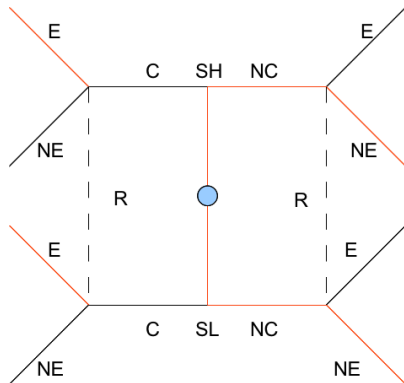
- 少なくとも一つのタイプの S がシグナル m を選んでいる場合 (if $\{t \in T | \sigma(t) = m\} \neq \emptyset$)
$$\mu(t|m) = p(t) / \sum_{\sigma(t')=m} p(t')$$
- どのタイプの S もそのシグナル m を選んでいない場合 (if $\{t \in T | \sigma(t) = m\} = \emptyset$) は、信念は任意

分離均衡 Separating Equilibrium – 程よい資格



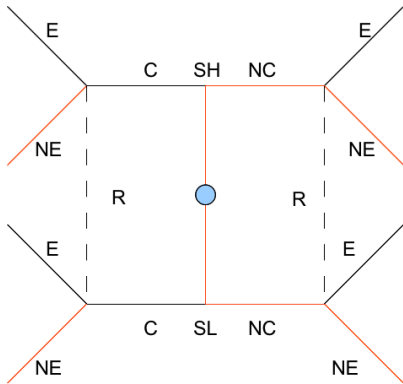
- 程よく困難な資格であれば、 H は資格をとり、 L は資格を取らなくなる。
- こうして、企業は資格を取得した学生のみを雇うことにより、 H の学生のみを選択的に雇うことができる。

混在均衡 Pooling Equilibrium – 難しすぎる資格



- 資格が難しすぎると、両方のタイプも資格を取ることが利益にならない。
- 結局、企業に雇う意思があっても、誰も資格を取らなくなってしまふ。

混在均衡 Pooling Equilibrium – 優しすぎる資格



- 資格が優しすぎると、チープトーク同様、資格取得が自己識別的でなくなる。
- 結局、資格が意味をなさず、企業は資格という制度を利用できない。

混在均衡 Pooling Equilibrium

程よい資格コストの場合のちんぷんかんぷん均衡

- 分離均衡が存在するゲームにおいても、均衡パス外の信念によっては、混在均衡も存在し得る。
- チープトークにおける「特に信憑性を疑う理由がなければメッセージを信頼する」という文化同様、不自然な混在均衡を取り除く精緻化基準がいくつも提案されている (e.g. [2])。

- [1] George A. Akerlof.
The market for "lemons": Quality uncertainty and the market mechanism.
The Quarterly Journal of Economics, 84(3):488–500, 08 1970.
- [2] Ing K. Cho and David M. Kreps.
Signalling games and stable equilibria.
Quarterly Journal of Economics, 102(2):179–221, 1987.
- [3] Drew Fudenberg and Jean Tirole.
Perfect bayesian equilibrium and sequential equilibrium.
Journal of Economic Theory, 53(2):236 – 260, 1991.
- [4] Michael Spence.
Job market signaling.
The Quarterly Journal of Economics, 87(3):355–374, 08 1973.