D．需要関数

消費者の最適な選択（$x*$，$y*$）は価格 p_x，p_y および所得 I に依存している．この事実は，**需要関数**によって表すことができる：

$x* = x(p_x, p_y, I)$　　　　　$y* = y(p_x, p_y, I)$

各財に対する需要はその財の価格，他の財の価格，および所得に依存している．

問）p_x，p_y，I の変化がどのように消費者の選択に影響を与えるか？

１０．所得変化の効果

所得の変化がどのように財Ｘと財Ｙの需要に影響を与えるか？

１０．１．所得―消費曲線

所得 I は増大し，価格 p_x，p_y は変化しないケースを考えよう．この時，予算線の傾きは変わらず，右上に平行シフトする．

所得―消費曲線:価格を一定にして所得をさまざまに変化させたときの最適消費点を結んだ曲線.

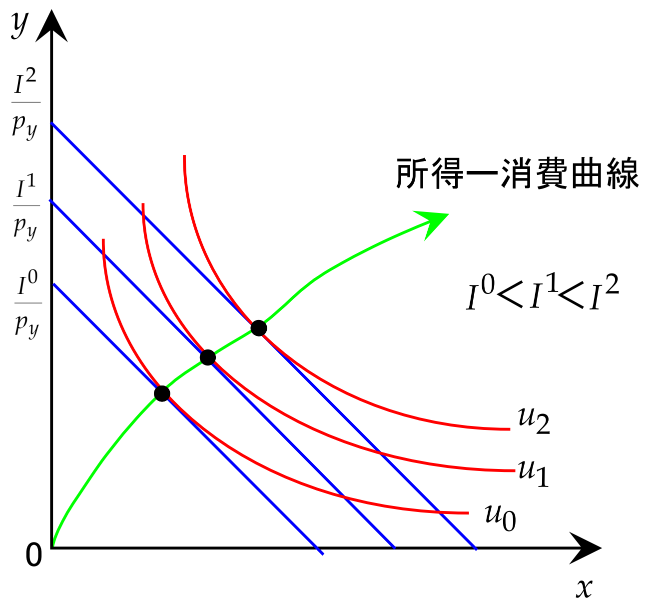

図１０．１：所得―消費曲線，$I^0 < I^1 < I^2$，財Ｘ，財Ｙともに正常財のケース．

上図では，所得―消費曲線は右上がりの曲線で，所得が増大するにつれて，$x*$，$y*$ がとも

に増加している．このような財は正常財と呼ばれる．

正常財（上級財）：所得が増加（減少）するにつれて，最適消費量が増加（減少）する財．

しかし，所得とともに消費量が増加しない財もある．例）安物の酒，安物の服，木造アパート等

下級財（劣等財）：所得が増大（減少）するにつれて，最適消費量が減少（増加）する財．

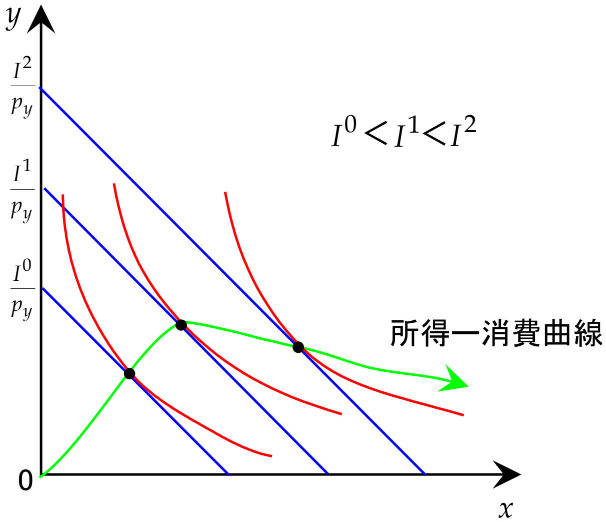

図１０．２：所得―消費曲線，$I^0 < I^1 < I^2$，財Xは正常財，財Yは所得がI^1以下の水準では正常財，財Yは所得がI^1より大きい水準では下級財となるケース．

１０．２．エンゲル曲線

エンゲル曲線：価格が一定で所得のみが変化する時，需要がどのように変化するかを示す．

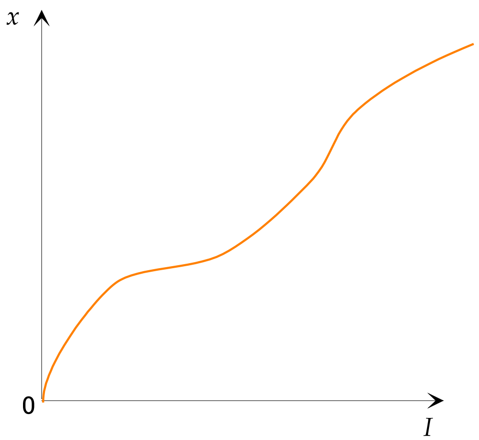

図１０．３：Xのエンゲル曲線

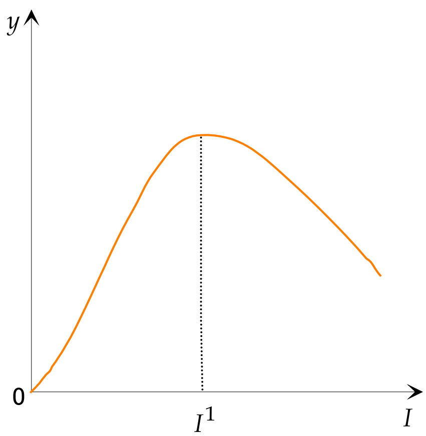

図１０．４：Yのエンゲル曲線

図１０．２の所得―消費曲線に対応

１０．３．所得弾力性

需要の所得弾力性：需要の変化率を所得の変化率で割ったもの．つまり，所得が１％変化するとき，需要が何％変化するかを示したもの．Ｘの需要の所得弾力性を記号η_x（イータ）で表す．

$$\eta_x = \lim_{\Delta I \to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} \Big/ \frac{\Delta I}{I} \right) = \lim_{\Delta I \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta I}\frac{I}{x} \right) = \frac{\partial x}{\partial I}\frac{I}{x}$$

需要の所得弾力性は所得の水準(I)と需要量(x)の両方に依存して変わる．

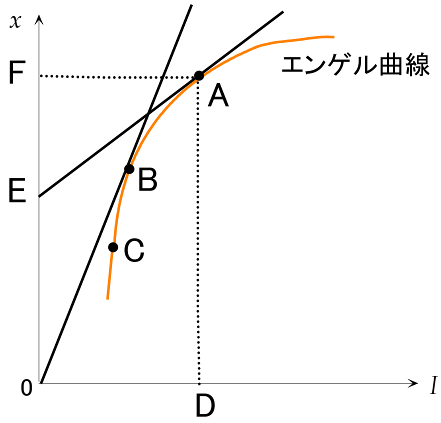

図１０．５：所得弾力性

問）図１０．５のＡ点におけるＸの所得弾力性η_x^Aはいくらか？

解）$\dfrac{\partial x}{\partial I} = \dfrac{EF}{0D}$ ＝Ａ点における接線の傾き　$\dfrac{I}{x} = \dfrac{0D}{0F}$　よって，$\eta_x^A = \dfrac{EF}{0D}\dfrac{0D}{0F} = \dfrac{EF}{0F} < 1$．

$\eta_x = 1$：需要は所得と同じ比率で増加．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は変化なし．

$\eta_x < 1$：必需品．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は所得とともに減少．

$\eta_x > 1$：贅沢品．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は所得とともに増加．

$\eta_x > 0$：正常財　　$\eta_x < 0$：下級財

１１．価格変化の効果

１１．１　価格―消費曲線と需要曲線

財Xの価格p_xだけが変化し，所得Iと財Yの価格p_yは変化しないケースを考えよう．この時，y切片を軸にして予算線は回転する．

Xの価格―消費曲線：Yの価格と所得を一定にして，Xの価格をさまざまに変化させたときの最適消費点を結んだ曲線.

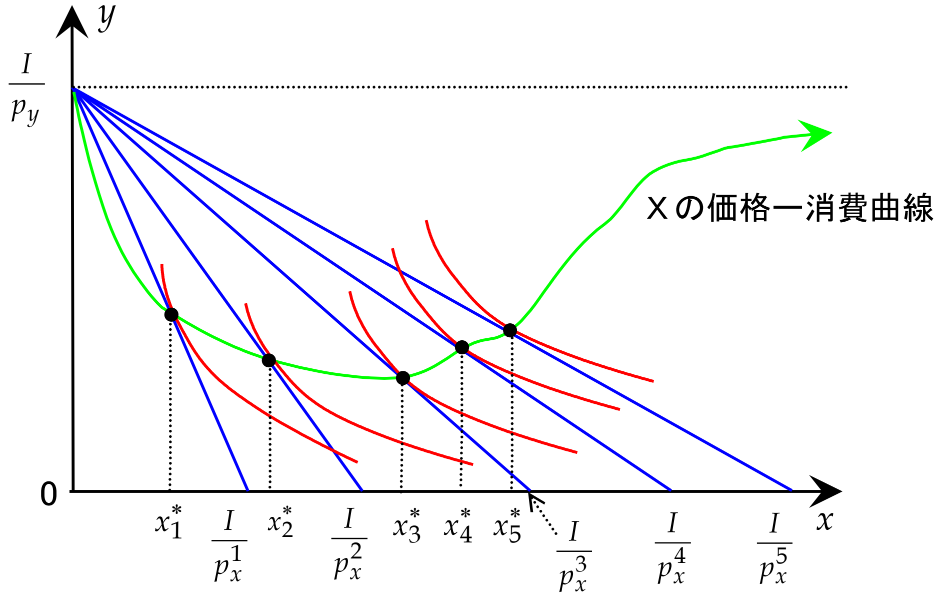

図１１．１：Xの価格―消費曲線，$p_x^1 > p_x^2 > p_x^3 > p_x^4 > p_x^5$.

Xの需要曲線：Yの価格と所得を一定にして，さまざまXの価格水準に対するXの最適な消費量を表したもの.

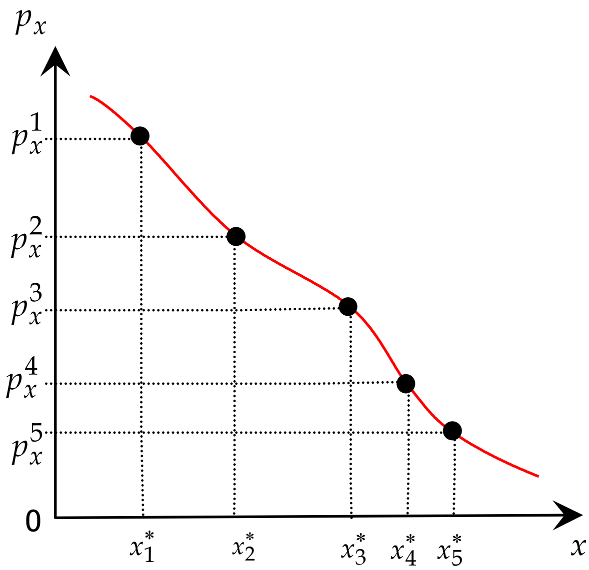

図１１．２：Xの需要曲線，図１１．１に対応.

１１．２　価格弾力性

需要の価格弾力性：需要の変化率を価格の変化率で割ったもの．つまり，価格が１％変化するとき，需要が何％変化するかを示したもの．Xの需要の価格弾力性を記号ε_x（イプシロン）で表す.

$$\varepsilon_x = -\lim_{\Delta p_x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} \Bigg/ \frac{\Delta p_x}{p_x} \right) = -\lim_{\Delta p_x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta p_x}\frac{p_x}{x} \right) = -\frac{\partial x}{\partial p_x}\frac{p_x}{x}$$

需要の価格弾力性は価格の水準(p_x)と需要量(x)の両方に依存して変わる.

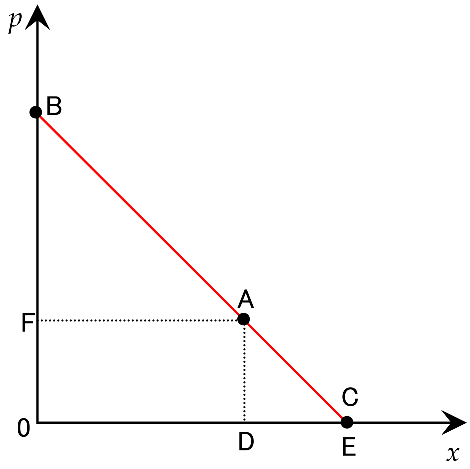

図１１．３：価格弾力性

問）図１１．３のＡ点におけるＸの価格弾力性ε_x^Aはいくらか？

解）$-\dfrac{\partial x}{\partial p_x}=\dfrac{DE}{0F}$，　$\dfrac{p_x}{x}=\dfrac{0F}{0D}$　よって，$\varepsilon_x^A=\dfrac{DE}{0F}\dfrac{0F}{0D}=\dfrac{DE}{0D}$．

１１．３　代替効果と所得効果

いま，所得IとＹの価格p_yは変化しないが，財Ｘの価格p_xが下落したとする．この時，財Ｘの価格の下落は，以下の二つの効果を持つと考えられる．

１）相対価格の変化：Ｙの価格が一定なので，Ｘの価格の下落は，ＸのＹに対する相対価格$\dfrac{p_x}{p_y}$を下落させる．

２）実質所得の増加：名目所得Iは一定でも，Ｘの価格の下落によって，購入可能なＸとＹの組合せの範囲は拡大する．

以下では，これらの二つの効果をどのように図で表すかを考察する．

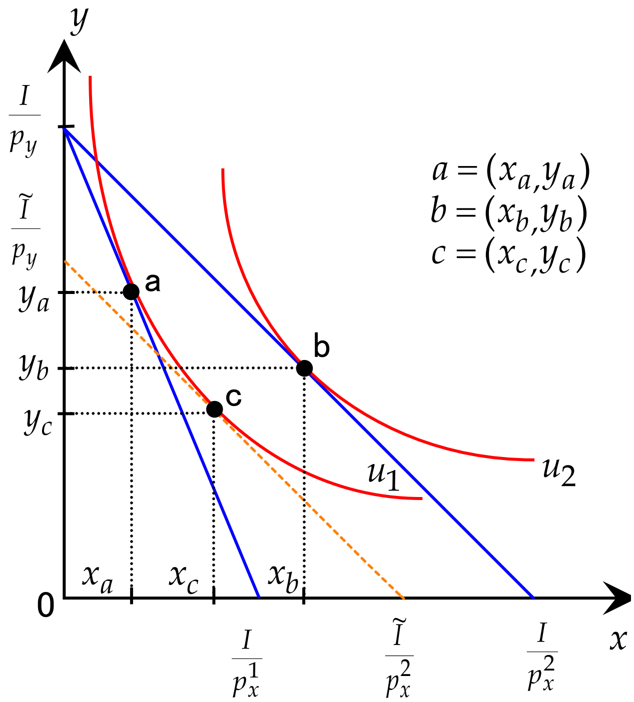

図１１．４：代替効果と所得効果

図１１．４で，所得 I とＹの価格 p_y は一定で，Ｘの価格は下落（$p_x^1 > p_x^2$）している．この時，最適消費点は a 点から b 点へと変化する．以下では，a 点から b 点への動きを二つに分解する．

価格変化後の予算線を，傾きは一定に保って，a 点を通る無差別曲線 u_1 に接するまで平行移動させよう．この線と u_1 の接点を c 点と呼ぶ．いま，より低い価格 p_x^2 の下で，消費者がもとの効用水準 u_1 を得るために必要な所得を $\tilde{I}$ と表そう．$I > \tilde{I}$ なので，以前の効用水準に引き戻すために所得を消費者から取り上げている．

１）**代替効果**：a 点から c 点への同一無差別曲線上の変化．

２）**所得効果**：c 点から b 点への新価格での所得—消費曲線上の変化．

総効果（$a \to b$）＝ 代替効果（$a \to c$）＋　所得効果（$c \to b$）

$$x_b - x_a \quad = \quad x_c - x_a \quad + \quad x_b - x_c$$

$$y_b - y_a \quad = \quad y_c - y_a \quad + \quad y_b - y_c$$

１）代替効果の意味と方向

実質的な所得の増加による効果を除いた, 純粋にＸとＹの相対価格の変化だけに関する効果を表す．同じ無差別曲線上での比較を行うことによって，実質的な所得の増加の効果が取り除かれたと考える．

無差別曲線が凸なので，Ｘの価格が下落した時（$p_x^1 > p_x^2$），Ｘの消費は増加し（$x_a < x_c$），Ｙの消費は減少する（$y_a > y_c$）．

２）所得効果の意味と方向

実質的な所得の増加がもたらす消費への効果，つまり，相対価格を一定にして，$\tilde{I}$ から I へと所得が増加した時の効果を表す．

Ｘが正常財ならば，Ｘの消費量は増加し，Ｘが下級財ならば，Ｘの消費量は減少する．Ｙについても同様．図１１．４ではＸ，Ｙともに正常財のケースが描かれている．

図１１．４では，Ｘ，Ｙともに正常財で，Ｙの消費に関して代替効果が所得効果より大きく，Ｙの消費が全体として減少するケースが描かれている．しかし，一般的に，このことは成立しない. Ｙの消費に関して所得効果が代替効果より大きい場合, Ｙの消費が全体として増加する．

一般に，Ｘの価格下落の効果は以下のような表にまとめることができる．

	Ｘの消費		Ｙの消費	
	正常財	下級財	正常財	下級財
代替効果	増加	増加	減少	減少
所得効果	増加	減少	増加	減少
総効果	増加	特定できない	特定できない	減少

特に，Ｘの価格が下落した時，Ｘが下級財で，所得効果が代替効果より大きい場合には，Ｘの消費は減少することに注意しよう．

ギッフェン財：価格が下落（上昇）した時，需要量が減少（増加）する財．

１２．需要の法則

需要の法則：ある財が正常財ならば，その財の価格が下落（上昇）した時，その財に対する需要は増加（減少）する．

前節で見たように，Ｘが下級財ならば，Ｘの価格が下落（上昇）した時，所得効果が代替効果より大きい場合には，Ｘの消費は減少（増加）することに注意しよう．

１３．**粗代替財と粗補完財**

各財に対する需要はその財の価格，他の財の価格，および所得に依存している：$x* = x(p_x, p_y, I)$，$y* = y(p_x, p_y, I)$．Ｘの価格の変化はＹに対する需要をどのように変化させるか？

粗代替財：Ｘの価格が上昇（下落）するときＹの需要が増加（減少）し，また，Ｙの価格が上昇（下落）するときＸの需要が増加（減少）するならば，ＸとＹは粗代替財であるという．すなわち，

$$\frac{\partial y*}{\partial p_x} > 0 \quad \text{でかつ} \quad \frac{\partial x*}{\partial p_y} > 0$$

の時，ＸとＹは粗代替財である．例）米とパン，オレンジとリンゴ

粗補完財：Ｘの価格が上昇（下落）するときＹの需要が減少（増加）し，また，Ｙの価格が上昇（下落）するときＸの需要が減少（増加）するならば，ＸとＹは粗補完財であるという．すなわち，

$$\frac{\partial y*}{\partial p_x} < 0 \quad \text{でかつ} \quad \frac{\partial x*}{\partial p_y} < 0$$

の時，ＸとＹは粗補完財である．例）パンとバター，コーヒーと砂糖

完全代替財は粗代替財の一種（例：コークとペプシ）．しかし，完全には代替できない粗代替財もある（例：コークとウーロン茶）．

同様に，完全補完財は粗補完財の一種（例：右足のクツと左足のクツ）であるが，完全に補

完的できない粗補完財もある（サンダルと靴下）．

１４． 市場需要関数

これまでは，各個別の需要関数について考察してきた．ここでは市場における需要関数を考える．いま，n人の消費者が市場にいるものとする．

I_j：消費者 jの所得.

$x_j(p_x,p_y,I_j)$：価格がp_x，p_yの時における消費者 jの財Ｘに対する需要量

市場需要関数：各消費者の需要を合計したもの.

$$x(p_X,p_Y,I_1,...,I_n)=\sum_{j=1}^{n}x_j(p_X,p_Y,I_j)=x_1(p_X,p_Y,I_1)+x_2(p_X,p_Y,I_2)+.....+x_n(p_X,p_Y,I_n)$$

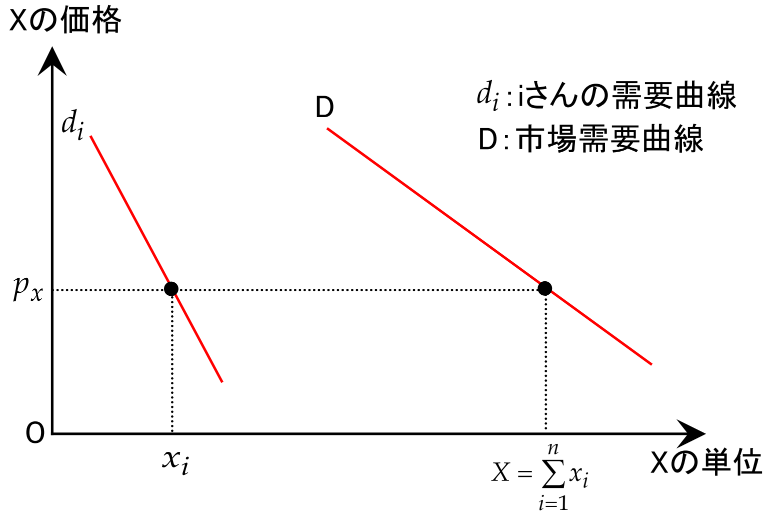

図１４． １：市場需要曲線

注：個別需要曲線d_jは市場需要曲線Dよりも傾きが急である.

なぜか？例えば，財Xの価格が下落し，すべての消費者がもう一単位財Xを購入したとする．その時，各消費者の需要は１単位しか増加しない，市場需要は１×（消費者の人数）＝n単位増加する．市場需要曲線は個別の需要曲線を水平に足し合わせたものである.

演習問題３　Ｄ．需要関数

１）以下の語句の定義を書き，図で表せるものは図示せよ.

所得消費曲線，正常財，下級財，エンゲル曲線，需要の所得弾力性，Ｙの価格消費曲線，Ｘの需要曲線，需要の価格弾力性，ギッフェン財，需要の法則，粗代替財，粗補完財

２）財Ｘは正常財、財Ｙがある所得水準 I^1 以下では正常財，それ以上の水準では下級財であるようなケースについて，所得消費曲線，Ｘのエンゲル曲線，およびＹのエンゲル曲線を描け．

３）演習問題１と２で登場したシゲオ君，キョウコさんについて再び考察する．

ａ）ビールが一本1,000円，日本酒が一本500円であったとする．シゲオ君の所得消費曲線，ビールのエンゲル曲線を描け．また，彼のビールに関する所得弾力性はいくらか？

ｂ）ウォッカが一杯500円，トマトジュースが一杯1,000円であったとする．キョウコさんの所得消費曲線，ウォッカのエンゲル曲線を描け．また，彼女のウォッカに関する所得弾力性はいくらか？

ｃ）シゲオ君の所得が１万円，日本酒が一本500円であったとする．シゲオ君のビールの価格消費曲線と需要曲線を描け．

ｄ）キョウコさんの所得が１万円，トマトジュースが一杯1,000円であったとする．キョウコさんのウォッカの価格消費曲線と需要曲線を描け．

４）いま，Ｘを焼き鳥とする．焼き鳥の一本の価格が $p_x = 100$円，所得がＩ＝20,000円，焼き鳥の消費量が $x = 100$本とする．この時の焼き鳥の所得弾力性が $\eta_x = 0.9$，価格弾力性が $\varepsilon_x = 3$であるとする．

ａ）所得が2,000円増えた時，焼き鳥の消費量はいくらになるか？

ｂ）価格が40円上がった時，焼き鳥の消費量はいくらになるか？価格が20円下がった時，消費量はいくらになるか？

５）いま，Ｘをビール，Ｙを日本酒とする．ビールの需要曲線が以下の式で表せるものとする：$x = 0.05I - 2p_x + 0.5p_y$．いま，ビールの一本の価格が $p_x = 1$，日本酒の一本の価格が $p_y = 4$，所得がＩ＝400であるとする（単位百円）．この時のビールの所得弾力性 η_x および価格弾力性 ε_xを求めよ．

６）ａ）　図１０．５のＢ点，Ｃ点におけるＸの所得弾力性 η_x^B, η_x^C はいくらか？それらは１より大きいか，小さいか，あるいは１と等しいか？

ｂ）図１１．３のＢ点，Ｃ点におけるＸの価格弾力性 $\varepsilon_x^B, \varepsilon_x^C$ はいくらか？

７）いま，Ｘの価格が下落したとする．以下のケースについて，総効果（全効果），代替効果，所得効果を図に書いて表せ．

ａ）Ｘが下級財，Ｙが正常財

ｂ）Ｘが正常財，Ｙが正常財，Ｙの消費に関して代替効果が所得効果を上回る．

８）演習問題１－問８），問９），演習問題２－問４），演習問題３－問４）で登場したシゲオ君，キョウコさんについて再び考察する．

ａ）シゲオ君の所得が２万円，ビールが一本1，000円として，日本酒が一本500円から2,000円に変化したとする．彼の最適な財の組合せの変化（総効果）を，代替効果と所得効果に分解し，図に表しなさい．

ｂ）キョウコさんの所得が１万円，トマトジュースが一杯1，000円として，ウォッカが一杯500円から2,000円に変化したとする．キョウコさんの最適な財の組合せの変化（総効果）を，代替効果と所得効果に分解し，図に表しなさい．

９）以下のケースについて，下図の空欄に当てはまる言葉を書け（増加，減少，変化なし，特定できない，の内から選択）．

	Ｘの消費		Ｙの消費	
	正常財	下級財	正常財	下級財
代替効果				
所得効果				
総効果				

ａ）Ｘの価格が上昇し，Ｙの消費に関して代替効果が所得効果を上回り，Ｘの消費に関して所得効果が代替効果を上回る．

ｂ）Ｘの価格が上昇し，ＸとＹが粗代替財である．

ｃ）Ｙの価格が上昇し，Ｙの消費に関して所得効果が代替効果を上回り，Ｘの消費に関して所得効果が代替効果を上回る．

１０）２種類の財，Ｘ，Ｙがある場合の，消費者にとって最適な財の組合せ：効用関数を $u(x,y)=x^2y$, Ｘの価格が p_X ＝４, Ｙの価格が p_Y ＝８, 所得が I ＝２４で与えられたとする．

ａ）Ｘの限界効用 $MU_X=\dfrac{\partial u}{\partial x}$ とＹの限界効用 $MU_Y=\dfrac{\partial u}{\partial y}$ を求めよ．

ｂ）限界代替率 $MRS(x,y)$ を求めよ（一般的に，xとyの関数として表せ）．

以下のｃ）～ｇ）に関しては図１１．４を参照しながら解くとわかり易い．

ｃ）ラグランジェ法を用いて，消費者にとって最適な財の組合せ (x_a,y_a) を求めよ．効用の最大化を実現した時の最大効用水準 $u(x_a,y_a)$ を求めよ．

ｄ）いま，Ｙの価格が p_Y ＝１に下落したとする（p_X ＝４， I ＝２４である）．その時の消費者にとって最適な財の組合せ (x_b,y_b) をラグランジェ法を用いて求めよ. 効用の最大化を実現した時の最大効用水準 $u(x_b,y_b)$ を求めよ.

ｅ) 以下の二つの条件を満たす財の組合せ（x_c, y_c）を求めよ：１）p_Y ＝８の時の最大効用水準 $u(x_a,y_a)$ と同じ水準を（x_c, y_c）で達成できる．２）(x_c,y_c) における限界代替率 $MRS(x_c,y_c)$ と p_Y ＝１の時の価格比（$p_x\,/\,p_y$）が等しい（p_X ＝４である）．

ｆ）より低い価格 p_Y ＝１の下で，消費者が変化前の効用水準 $u(x_a,y_a)$ を得るために必要な最小所得 $\tilde{I}$ の大きさを求めよ（p_X ＝４である）．

ｇ）Ｙの価格が p_Y ＝８から p_Y ＝１へ下落した時の，代替効果と所得効果を図示せよ，つまり，図１１．４に対応した図を書け．財Ｙに関して，代替効果と所得効果の大きさを比較せよ．

ｈ）いま，所得が I ＝４８に増加したとする（p_X ＝４，p_Y ＝８である）．その時の消費者にとって最適な財の組合せ x_1, y_1 をラグランジェ法によって求めよ．ｃ）で求めた (x_a,y_a) と（x_1, y_1）の両方に関して成立している x と y の関係は何か.

ｉ）p_X ＝４，p_Y ＝８とする．一般に所得水準を I とし，最適な財の組合せを所得Iの関数

$(x(I), y(I))$ として表せ（ラグランジェ法を用いよ）． $x(I)$ と $y(I)$ の間にはどのような関係があるか．所得＝消費曲線を描け．Ｘは正常財か下級財か．Ｙは正常財か下級財か．

＊注：所得＝消費曲線が原点を通る直線となるケース，つまり，限界代替率が原点を通る直線上で一定となる効用関数は**ホモセティックな効用関数**と呼ばれる．コブ＝ダグラス型効用関数はホモセティックな効用関数の一種である．

１１）二人の消費者がいる市場を考える．いま財Yの価格と所得は一定であるとする．消費者１の財Ｘに対する需要関数が $x_1 = 24 - 3p_X$，消費者２の財Ｘに対する需要関数が $x_2 = 20 - 2p_X$ であるとする．

ａ）消費者１の財Xに対する需要関数と消費者２の財Xに対する需要関数を図（縦軸は価格，横軸は数量）に表せ．

ｂ）財Xの市場需要関数を式で表し，図（縦軸は価格，横軸は数量）に書け．