II. 生産の理論

１．序説

この章では，財・サービスの生産に関する理論を議論する．

生産活動：原材料，労働，機械，土地などを結合して原材料を生産物に変形すること．

近代社会において，生産活動を営む経済主体，生産者，は主として企業である．以下では，生産者と企業を同じ意味で使用する．

企業が生産活動を営んでいる環境については，以下のケースを考察する：

完全競争市場：財の売り手（生産者）と買い手（消費者）が多数存在するケース．市場に企業が多数存在するため，各個別企業によって供給される生産の数量は，全体から見ると微小である．よって，各企業は市場価格に影響を及ぼすことができず，価格が与えられたものとして行動する（**プライス・テイカー**（price taker）の仮定）．同様に，消費者も価格が与えられたものとして行動する．また，市場価格や財の特性に関する情報は完全に知られているものとする（**完全情報**の仮定）．

この講義では，完全競争市場について主に分析する．しかし，現実には，企業が市場価格決定に影響を及ぼすことが可能なケースも多々ある：

独占市場：財を生産する企業が唯一つしか市場に存在しないケース．

例）電気，ガス，上下水道，田舎のバス，CATV

寡占市場：財を生産する企業が少数しか（二つ以上）市場に存在しないケース．少数の企業がつばぜり合いをしている．　例）家電，ビール，車，電話

独占市場については，完全競争市場を分析した後で考察する．寡占企業の分析については，「産業組織論」や「ゲーム理論」を参照されたい．

また，我々は全知全能ではなく，さまざまな不確実性に直面している．

例）流行，人々の好みの変化，農作物の収入．

この不確実性の問題については，「情報の経済学」を参照されたい．

２．生産関数

企業の生産活動の分析を行う際に，最初に，「どのようにして財が生産されているのか」という生産プロセスについて考察することから始めよう．もちろん，具体的な生産プロセスは財によって異なるが，さまざまな財の生産プロセスに共通に成立している一般的法則は何かを分析しよう．これを行うために有用ないくつかの概念をまず導入する．

生産要素：生産物を作るために使用される投入物

ここでは，以下の 2 種類の生産要素から 1 種類の財が生産されるケースを考える．

１）労働：様々な技術水準の労働力を意味する．

２）資本：工場，機械，土地など

L：労働の投入量　例）雇用者数，労働時間数

K：資本の投入量　例）機械の台数，機械の使用時間

q：財の生産量

労働の投入量が L，資本の投入量が K の時に，企業が生産する財の量 q を $q = F(L,K)$ と表す．F は**生産関数**と呼ばれる．生産関数は以下のような性質を持つものとする．

生産関数の性質１：すべての資本投入量 $K \geq 0$ について，$F(0,K) = 0$，

すべての労働投入量 $L \geq 0$ について，$F(L,0) = 0$．

つまり，企業が労働，資本のいづれかを使用しなければ何も生産されず，各生産要素は必要不可欠である．

生産関数の性質２：

すべての資本投入量 $K > 0$ について，もし $L_1 > L_0 \geq 0$ ならば $F(L_1,K) > F(L_0,K)$，

すべての労働投入量 $L > 0$ について，もし $K_1 > K_0 \geq 0$ ならば $F(L,K_1) > F(L,K_0)$．

すなわち，資本の投入量を一定にして労働の投入量を多くすれば，より多くの生産物を得ることができる．同様に，労働の投入量を一定にして資本の投入量を多くすれ

ば，より多くの生産物を得ることができる．

労働の限界生産物(Marginal Product of Labor)：資本の投入量を一定にして，労働の投入量を追加的に 1 単位増加した時，どれだけ追加的により多くの生産物を得られるかを示したもの．記号 MP_L で表す．

生産関数 F が L に関して偏微分可能である時，労働投入物の組み合わせ (L,K) における労働の限界生産物は，(L,K) における生産関数 F の L に関する偏微分係数

$$MP_L(L,K) = \frac{\partial F}{\partial L} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{F(L+\Delta L, K) - F(L,K)}{\Delta L}$$

であるとする．つまり，資本の投入量を一定の量 K に固定して，労働の投入量を微小量増加させた時の生産量の変化率を表す．労働の投入量の 1 単位を十分に小さな値にとれば，これは労働投入量の増分 1 単位当たりにおける生産量の増分を表す．

資本の限界生産物(Marginal Product of Capital)：労働の投入量を一定にして，資本の投入量を 1 単位増加した時，どれだけ追加的により多くの生産物を得られるかを示したもの．記号 MP_K で表す．

生産関数 F が K に関して偏微分可能である時，労働投入物の組み合わせ (L,K) における労働の限界生産物は，(L,K) における生産関数 F の K に関する偏微分係数

$$MP_K(L,K) = \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\Delta K \to 0} \frac{F(L, K+\Delta K) - F(L,K)}{\Delta K}$$

であるとする．つまり，労働の投入量を一定の量 L に固定して，資本の投入量を微小量増加させた時の生産量の変化率を表す．資本の投入量の 1 単位を十分に小さな値にとれば，これは資本投入量の増分 1 単位当たりにおける生産量の増分を表す．

生産関数の性質 2 は，「労働の限界生産物と資本の限界生産物が両方とも正の値をとる」と言いかえることができる．限界生産物は消費の理論における限界効用に対応した概念で，経済学的意味は違うが，数学的には同様の概念である．

生産関数の性質３：

(a)資本の投入量を一定にして，労働の投入量を 1 単位ずつ増加していった時，ある一定水準以上になると，労働の限界生産物が減少していく．このことを，**労働の限界生産物逓減の法則**という．つまり，労働の投入量を増加にするにつれ，生産量は増加するが，その増加率は減少していく（偏微分可能な生産関数に関しては$\partial^2 F/\partial L^2 < 0$）．

(b)労働の投入量を一定にして，資本の投入量を 1 単位ずつ増加していった時，ある一定水準以上になると，資本の限界生産物が減少していく．このことを，**資本の限界生産物逓減の法則**という．つまり，資本の投入量を増加にするにつれ，生産量は増加するが，その増加率は減少していく（偏微分可能な生産関数に関しては$\partial^2 F/\partial K^2 < 0$）．

これらの特性を図で表す．いま，資本の量を$\overline{K}$に固定しよう．このとき，労働の投入量 L を変化させるにつれ産出量 q がどのように変わるかを表した生産関数を $q = F(L;\overline{K})$ と表す. 総生産曲線はＳ字型で, 労働投入量がある水準以上（下図では$L = 20$以上）になると総生産曲線は凹（オウ）になる.

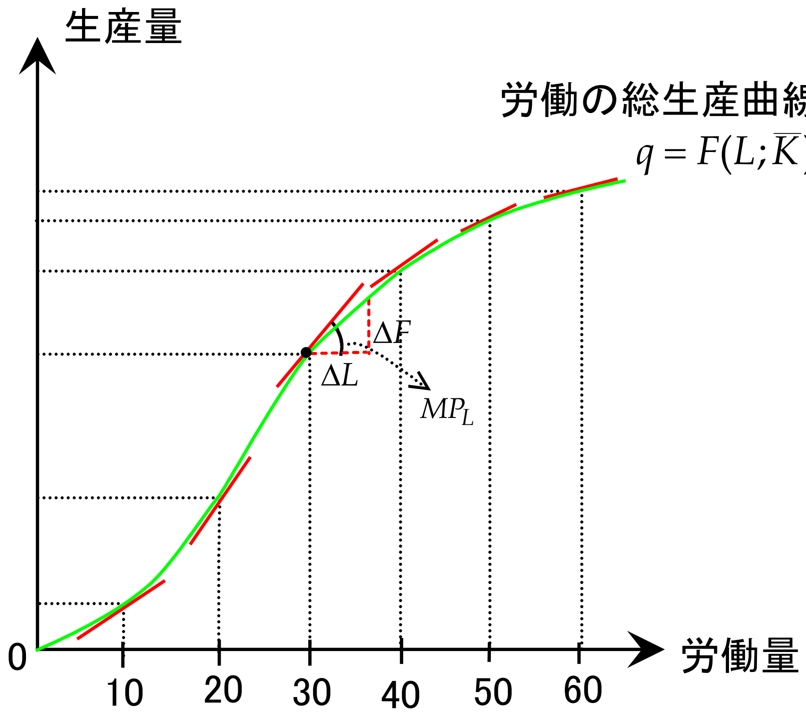


図 2.1 労働の総生産曲線

労働の限界性産物 MP_L は総生産曲線に対する接線の傾きの大きさで表される

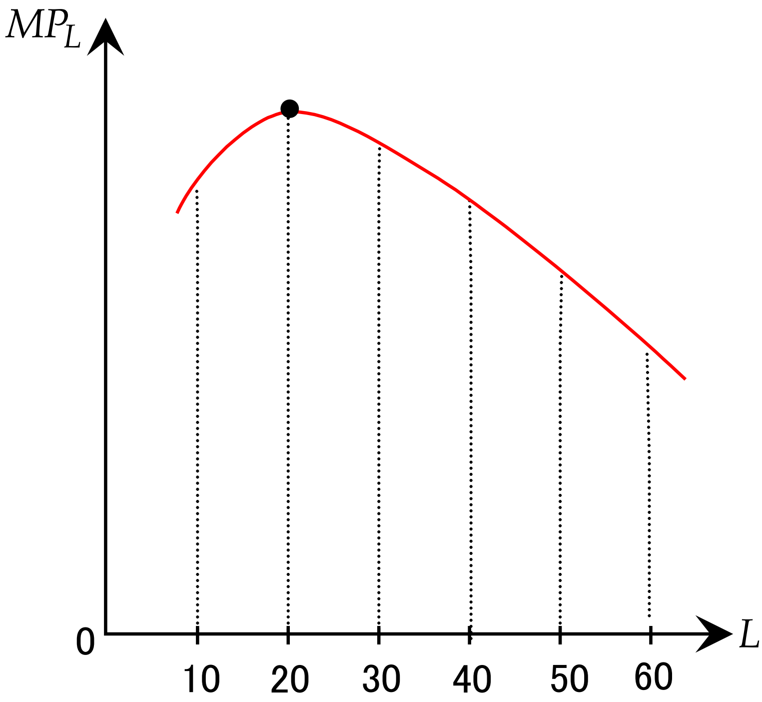


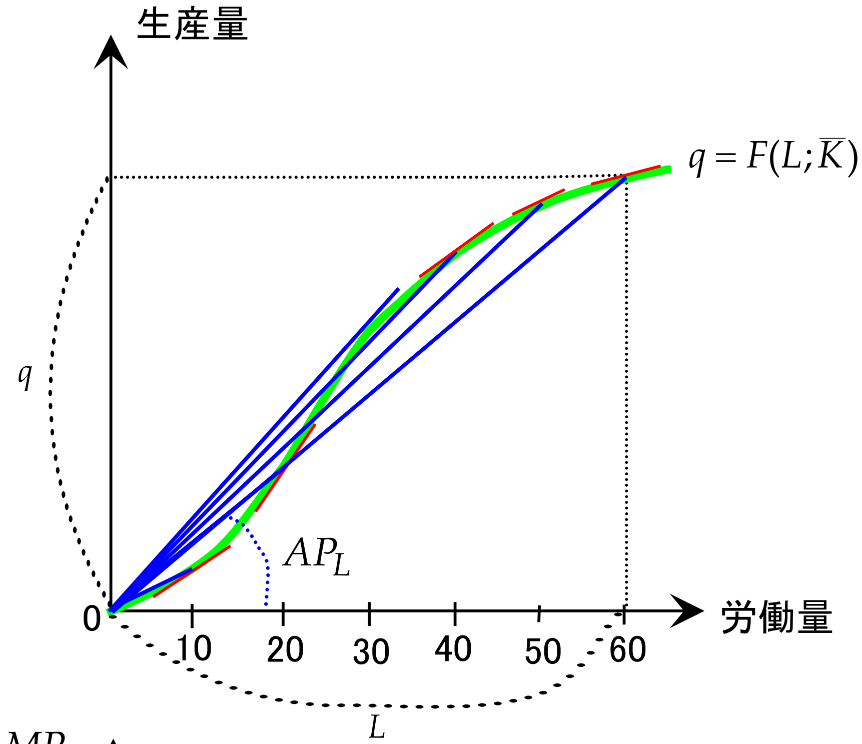
図 2.2：労働の限界生産物曲線

労働の限界生産物 MP_L は労働の投入量 L が低い水準では上昇するが，L をさらに増加していくと，労働限界生産物逓減の法則により MP_L は減少していく.

労働の平均生産物(Average Product of Labor), AP_L：生産量を労働投入量で割ったもの（資本の投入量は一定に固定）.

$$AP_L = \frac{q}{L} = \frac{F(L;\overline{K})}{L}$$

労働の平均生産物は，労働投入量 L での総生産曲線上の点と原点 O を結んだ直線の傾きの大きさに等しい.



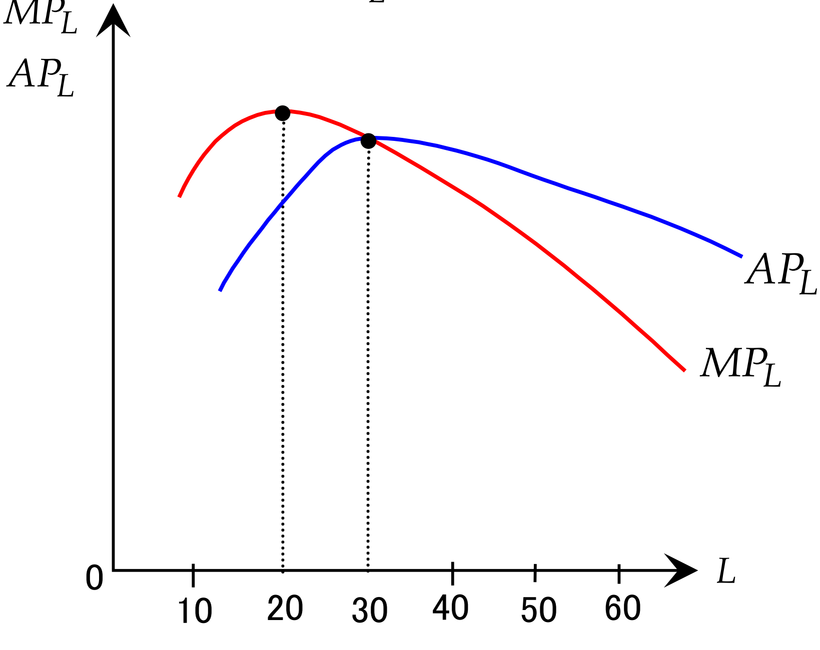


図２．３：労働の限界生産物曲線と労働の平均生産物曲線

労働の限界生産物曲線 MP_L と労働の平均生産物曲線 AP_L の特徴：

1）L が増大するにつれて，MP_L 曲線と AP_L 曲線はともに最初増大し，最大値に達し，その後減少する．

２）MP_L 曲線が AP_L 曲線より上方にあるとき，AP_L 曲線は上昇する．逆に，MP_L 曲線が AP_L 曲線より下方にあるとき，AP_L 曲線は下降する．

＊参考：特徴２）の数学的導出

$$AP_L \text{の傾き} = \frac{d}{dL}AP_L = \frac{d}{dL}\left(\frac{F(L;\overline{K})}{L}\right) = \frac{1}{L^2}\left[L\frac{dF(L;\overline{K})}{dL} - F(L;\overline{K})\right] \text{（商の微分）}$$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{dF(L;\overline{K})}{dL} - \frac{F(L;\overline{K})}{L}\right] = \frac{1}{L}\left[MP_L - AP_L\right]$$

よって，AP_L の傾き $\gtreqless 0 \Leftrightarrow MP_L \gtreqless AP_L$.

３．等量曲線

これまでは，資本の量をある水準 $K=\overline{K}$ に固定し，労働量 L が変化したときに生産量がどれだけ変化するかを表す生産関数を図示してきた．次に，労働量と資本量の両方が変化するときの生産関数を図示したい．しかし，この場合，変数は生産量 q，労働 L，資本 K の３種類あり，３次元のグラフとなってしまう．２次元のグラフに，これらの変数の関係を表すために，生産量 q を固定する．

等量曲線：ある一定の産出量 q を生産することができる資本と労働の投入量の組合せ (L,K) の集合を表したもの．

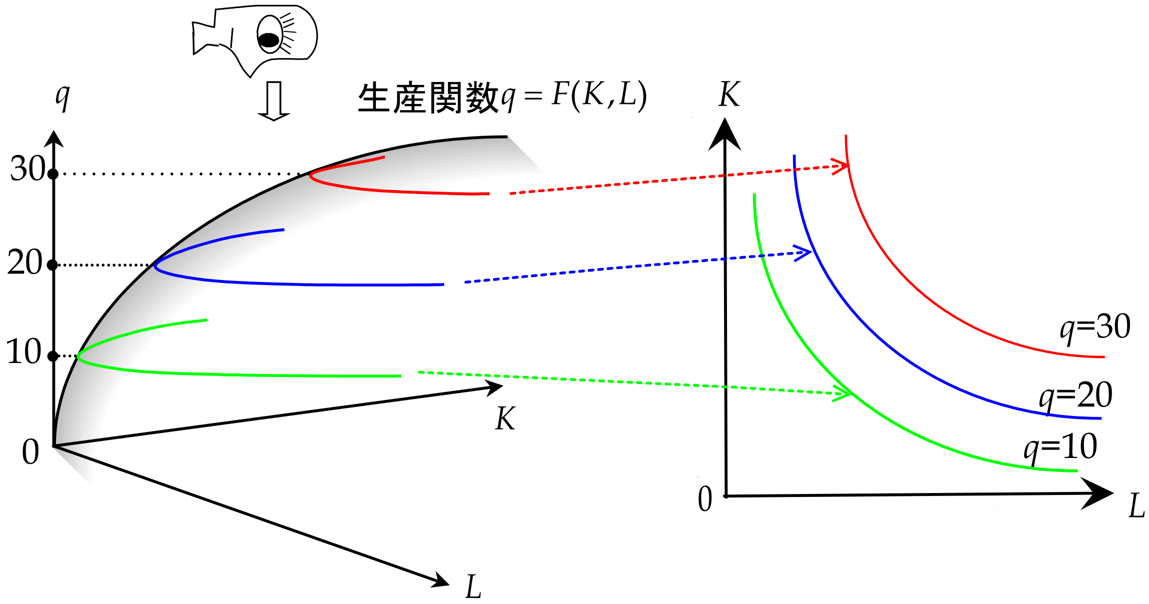


図３．１：生産関数と等量曲線

注：消費の理論における効用関数は生産関数に対応し，無差別曲線は等量曲線に対応している．経済的意味は異なるが，図や数式を用いる表し方は似ている．

等量曲線の性質

性質１：右上に位置する等量曲線上の投入物の組合せは，左下に位置する等量曲線上の投入物の組合せより，より多くの量を生産できる．

生産関数の特性２「投入量を多くすれば，より多くの生産物が得られる」からこの性質は導かれる．

性質２：等量曲線は右下がりである．つまり，同じ生産水準を保つためには，労働量 L が増えたならば，資本量 K は減少しなければならない．

この性質も，生産関数の特性２「投入量を多くすれば，より多くの生産物が得られる」から導かれる．

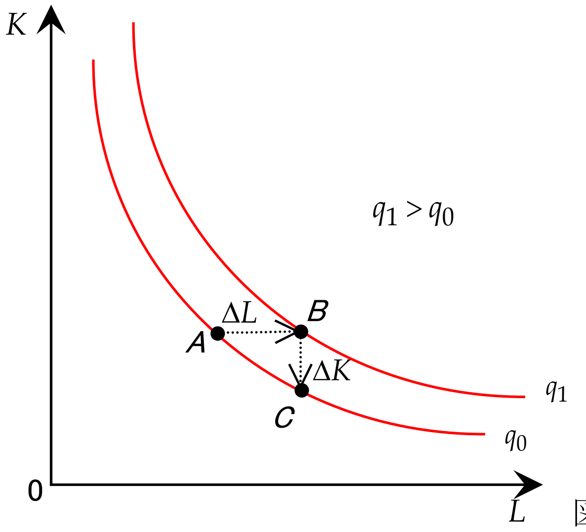


図３．２：等量曲線は右下がり．

性質３：全ての投入量の組合せ(L, K)について，その点を通る等量曲線が一本存在する．

性質４：等量曲線はお互いに交わらない．

性質３と４は生産関数の定義から導かれる．

性質５：等量曲線は凸である．

この性質は，次に述べる生産の限界代替率逓減の法則と関連している．

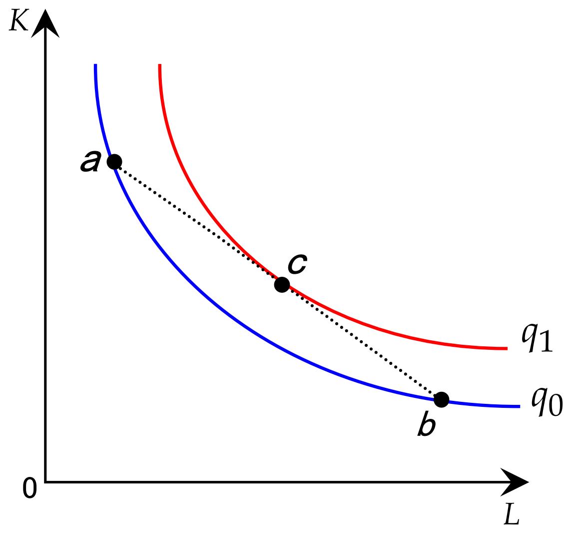


図３．３：凸な等量曲線

同じ等量曲線q^0上にある a 点と b 点を結んだ線上にある任意の c 点に関して，この

c 点を通る等量曲線q^1はq^0より上に位置する（$q^0 < q^1$）．

４．生産の限界代替率

ある投入量の組合せ(L,K)における等量曲線に対する接線の傾きの絶対値を，(L,K)**における生産の限界代替率**（Marginal Rate of Substitution in Production）（もしくは**技術的限界代替率**）といい，$MRS_P(L,K)$で表す．

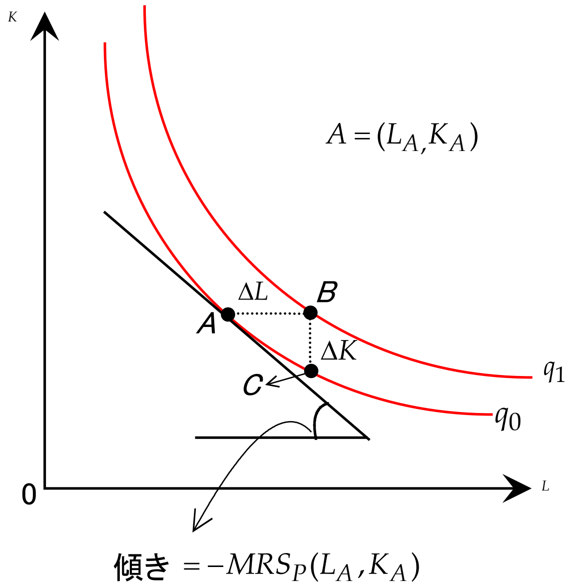


図４．１：生産の限界代替率

生産の限界代替率の意味：生産の限界代替率は，同じ生産水準を保つためには，労働の投入量をもう 1 単位増やしたとき，どれだけの資本の量を減少すべきかを示す．

いま，点$A=(L_A,K_A)$から$\Delta L>0$だけ労働投入量を増やし，B 点へ移ったとしよう．このままだと，生産量はq_0からq_1へ増大してしまう．以前の生産量水準q_0に戻すためには，資本投入量を$\Delta K<0$だけ減少させ，B 点から C 点へ移る必要がある．労働投入の増加量ΔLが微小であるとき，比率$-\Delta K/\Delta L$は$A=(L_A,K_A)$における等量曲線に対する接線の傾きの大きさで示すことができる．

上図のように，等量曲線が微分可能な時には，(L,K)における生産の限界代替率は，(L,K)における等量曲線に対する接線の傾きの大きさ（この場合，傾きは負の値をとるので傾きの絶対値）に等しいものとする：

$$MRS_P(L,K) = -\left.\frac{dK}{dL}\right|_{dq=0} = -\lim_{\Delta L \to 0} \left.\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|_{dq=0}.$$

つまり，生産の限界代替率は，労働投入を微小量増加させた時に，生産量qを一定の水準に保つ（$dq=0$）ために必要な資本投入量の減少分を表す．労働投入量の１単位を十分に小さな値にとれば，これは労働投入１単位当りの資本投入の減少分を表す.

消費理論においては，効用関数が偏微分可能な場合に，

財Ｘの財Ｙで測った限界代替率＝財Ｘの限界効用／財Ｙの限界効用

＝－（無差別曲線の接線の傾き）

という関係が成立した（結果５．１参照）．

同様に，生産関数が偏微分可能な場合に，

生産の限界代替率＝労働Ｌの限界生産物／資本Ｋの限界生産物

＝－（等量曲線の接線の傾き）

という関係が成立することを示すことができる（演習問題参照）．

また，生産の限界代替率は，投入物の組合せによって異なることに注意せよ.

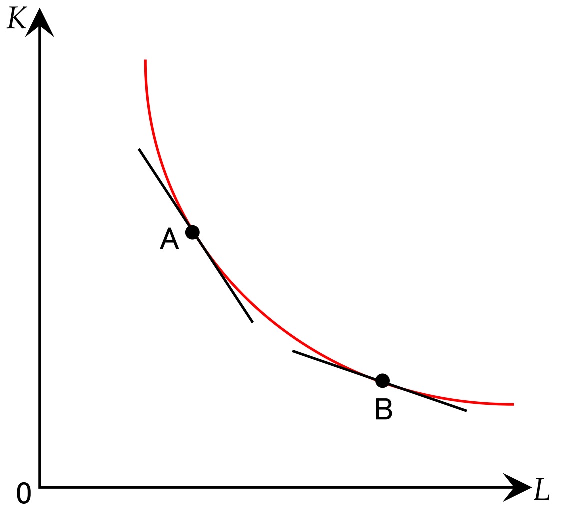


図４．２：生産の限界代替率逓減の法則

点Ｂの方が点Ａより生産の限界代替率が小さい.

なぜか？　点Ｂの方が点Ａよりも，労働 L をより多く投入し，資本 K をより少なく

投入しており，資本の方が労働より希少であり，労働の生産性は相対的に低く，資本の生産性は相対的に大きい．よって，労働の投入量をもう１単位増やしたとき，同じ生産水準を保つために必要な資本の減少量は小さくなる．

生産の限界代替率逓減の法則: 一つの等量曲線上に沿って, 労働の投入量 L を増加し, 資本の投入量 K を減少していくほど，生産の限界代替率が小さくなること．

等量曲線は凸になっているならば，生産の限界代替率逓減の法則が成立する，つまり,

$$-\left.\frac{d^2K}{dL^2}\right|_{dq=0}=\frac{d}{dL}\left(-\left.\frac{dK}{dL}\right|_{dq=0}\right)$$

$$=\frac{d}{dL}MRS_P(L,K)=\frac{\partial MRS_P}{\partial L}+\frac{\partial MRS_P}{\partial K}\left.\frac{dK}{dL}\right|_{dq=0}=\frac{\partial MRS_P}{\partial L}-\frac{\partial MRS_P}{\partial K}MRS_P<0\,.$$

５．規模に関する収穫

いま，労働と資本の投入量をともに２倍に拡大したとする．この時，産出量は何倍に拡大するのか？

ケース１：規模に関する収穫一定

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量も２倍になる，つまり, $F(2L,2K)=2F(L,K)$ という関係が成立する．

より一般的には, 全ての生産要素の投入量を t 倍にしたとき, 産出量も t 倍になる時, つまり， $F(tL,tK)=tF(L,K)\quad (t\geq 0)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫一定**であるという．

労働時間を２倍，機械の台数も２倍にしたとき，産出量は２倍になる．

労働時間を３倍，機械の台数も３倍にしたとき，産出量は３倍になる．

・・・・・・・

労働時間を t 倍，機械の台数も t 倍にしたとき，産出量は t 倍になる.

ケース２：規模に関する収穫逓増

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量は２倍より大きくなる，つまり，$F(2L,2K) > 2F(L,K)$ という関係が成立する.

より一般的には，全ての生産要素の投入量をある倍率 t で規模を拡大したとき，t 倍を超える産出量をえる，つまり，$F(tL,tK) > tF(L,K) \quad (t > 1)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫逓増**であるという.

ケース３：規模に関する収穫逓減

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量は２倍より小さくなる，つまり，$F(2L,2K) < 2F(L,K)$ という関係が成立する.

より一般的には，全ての生産要素の投入量をある倍率 t で規模を拡大したとき，t 倍を下回る産出量をえる，つまり，$F(tL,tK) < tF(L,K) \quad (t > 1)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫逓減**であるという.

注１：産出量水準が異なれば，生産技術は規模に関して異なったタイプを示す場合がありうる．例えば，産出量が低ければ規模に関して収穫逓増になり，産出量が高くなると規模に関して収穫一定になる場合がありうる.

注２：規模に関する収穫逓減と限界生産物逓減の法則は異なる．前者は，すべての生産要素を比例的に変化させたときの産出量の変化に関する記述であるのに対して，後者は，他の生産要素は固定し，ある一つの生産要素を変化させたときの産出量の変化に関する記述である.

６．等費用線

w を労働の価格（賃金），r を資本の価格を表すものとする．これらの値は与えられたものとする．この時，労働を L，資本を K だけ使用したときにかかる費用は，

$C = wL + rK$ と表せる．

いま，資本をある水準 $\overline{K}$ に固定したとする．この時の費用を　$C = wL + f$ と表す，ただし，ここで $f = r\overline{K}$ である．

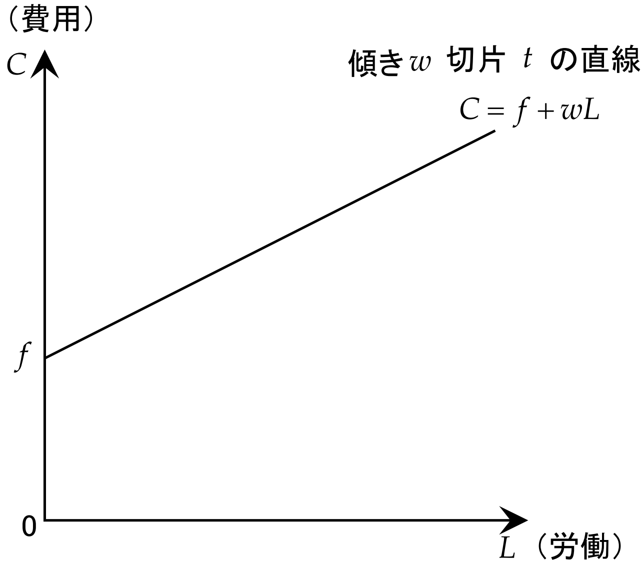


図 6.1：資本を $\overline{K}$ に固定した時の費用

次に，労働 L と資本 K の両方が変化するケースについて考える．この場合，変数は費用 C，労働 L，資本 K の３種類あり，３次元のグラフとなってしまう．２次元のグラフに，これらの変数の関係を表すために，費用の値 C を固定する．

等費用線：一定の費用をもたらす生産要素の組合せを表したもの，つまり，ある一定の値 C について，$C = wL + rK$ の関係を満たす組合せ (L,K) の集合を表したもの．

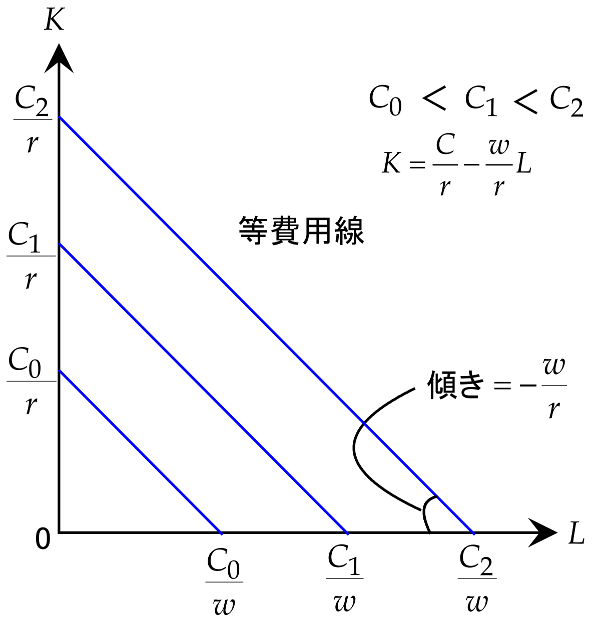


図６．２：等費用線

生産の理論１章～６章に関する演習問題：

１）ａ)以下の語句の定義を書け。図を用いて表わせるものはそのグラフも書け。

生産要素、生産関数、労働（資本）の限界生産物、労働（資本）の限界生産物逓減の法則、労働（資本）の平均生産物、等量曲線、生産の限界代替率、生産の限界代替率逓減の法則、規模に関して収穫一定、規模に関して収穫逓増、規模に関して収穫逓減、等費用線

ｂ）生産関数の性質を三つ述べよ。

ｃ）労働の限界生産物曲線ＭＰ$_L$と労働の平均生産物曲線ＡＰ$_L$を一つの図に描け。それらの特徴は何か？

ｄ）等量曲線の性質を五つあげよ。

２）限界生産物と生産の限界代替率の間にはどのような関係が成立するか．またこの関係を証明せよ（ヒント：消費の理論，５．３節．限界効用と限界代替率を参照）．

＊３）生産関数が $q = F(L,K) = LK$ で与えられたとしよう．

a）労働の平均生産物関数AP_Lと資本の平均生産物関数AP_Kを求めよ．

b）$K=10$としよう．労働の平均生産物曲線AP_Lを描け．

c）上記の生産関数に関して，限界性産物$MP_L=\frac{\partial F}{\partial L}$，$MP_K=\frac{\partial F}{\partial K}$を求めよ．$K=10$の場合における労働の限界生産物曲線$MP_L$をｂ）と同じ図に描け．これのグラフの特徴は何か？限界生産物曲線と平均生産物曲線の間の関係は？

d）$q=100$の時の等量曲線を描け．

e）$q=100$とする．問３－ｃ）の結果と問２）の答えから，以下の点に関する生産の限界代替率を求めよ．イ）$L=K=10$，ロ）$L=5,K=20$，ハ）$L=20,K=5$．生産の限界代替率減少の法則は成立しているか？

！

４）以下の生産関数を考えよう．

a）$F(L,K)=L^{0.2}K^{0.4}$　b）$F(L,K)=L^{0.5}K^{0.5}$　c）$F(L,K)=L^{0.3}K^{0.9}$　d) $F(L,K)=L^2K$

i)　上記の生産関数の各々について，生産関数の三つの性質が満たされているか否かをチェックせよ．

ii)　上記の生産関数の各々について，生産の限界代替率逓減の法則が満たされているか否かをチェックせよ．

iii)　上記の生産関数の各々について，規模に関して収穫一定，規模に関して収穫逓減，規模に関して収穫逓増の内，どれが成立しているか？

注：効用関数と同様に，以下の形をした生産関数がよく分析される．

コブ＝ダグラス型生産関数：$F(L,K)=AL^{\alpha}K^{\beta}$，$A>0,\alpha>0,\beta>0$．

５）コブ＝ダグラス型生産関数が，規模に関して収穫一定，規模に関して収穫逓減，

規模に関して収穫逓増のいずれかであるかは，$\alpha+\beta$ の値に依存して決まる．３つの内どれになるかが，$\alpha+\beta$ の値にどのように依存するかを示せ.

６）ａ）限界生産物の逓減の法則が成立するが，規模に関して収穫逓増であるような生産関数は存在するか？存在するならば，例を一つあげよ．存在しないならば，その理由を示せ.

ｂ）限界生産物の逓減の法則が成立するが，規模に関して収穫一定であるような生産関数は存在するか？存在するならば，例を一つあげよ．存在しないならば，その理由を示せ.