

確率と統計(○)

「確率と統計の基礎(第4章)」

■担当教員: 杉山 将(計算工学専攻)

■居室: W8E-406

■電子メール: sugi@cs.titech.ac.jp

■授業のウェブサイト:

<http://sugiyama-www.cs.titech.ac.jp/~sugi/>

基礎用語(1)

4

- 標本点(sample point) ω

起こりえる可能な結果.

- 標本空間(sample space) Ω

標本点の全体の集合.

- 例)さいころ

$$\omega = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

基礎用語(2)

5

- 事象(event)

起こりえる事柄. 標本空間の部分集合で定義される

- 空事象(empty event) ϕ

標本点を一つも含まない起こりえない事柄

- 根元事象(elementary event)

ただ一つの標本点からなる事象

- 複合事象(composite event)

複数の標本点を含む事象

- 例) さいころを振って奇数が出るという事象 A

$$A = \{1, 3, 5\}$$

基礎用語(3)

6

■ 和事象(union of events) $A \cup B$

AとBの少なくともどちらか一つが起こるという事象

■ 積事象(intersection of events) $A \cap B$

AとB両方が同時に起こるという事象

■ 例) さいころを振って奇数が出るという事象 A

$$A = \{1, 3, 5\}$$

さいころを振って3以下の目が出るという事象 B

$$B = \{1, 2, 3\}$$

- $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 5\}$

- $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 3\}$

基礎用語(4)

7

- 事象AとBが同時に起こりえないとき, AとBは**排反事象(disjoint events)**であるといい, 次式で表す

$$A \cap B = \phi$$

例) A :さいころを振って奇数が出る

B :さいころを振って偶数が出る

- 事象Aが起こらないという事象をAの**補事象(complementary event)**と呼び, 次式で表す

$$A^c$$

例) A :さいころを振って奇数が出る

A^c :さいころを振って偶数が出る

基礎用語(5)

8

■ 分配法則(distributive law)

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

■ ド・モルガンの法則(de Morgan's law)

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

確率

9

- **確率**: 事象の起こりやすさを定量的に示すもの
- 事象Aの起こる確率を次式で表す

$$P(A)$$

- 高校で習う確率は、例えばさいころの出た目を数え上げるなど、**計算**するものであった.
- 大学以降で習う確率は、数学的に**定義**するもの.

確率の公理

■ コルモゴロフ(Kolmogorov) の公理

1. 任意の事象 A_i に対して

$$0 \leq P(A_i) \leq 1$$

2. 全確率は1:

$$P(\Omega) = 1$$

3. 互いに排反な事象 A_i に対して

$$P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i)$$

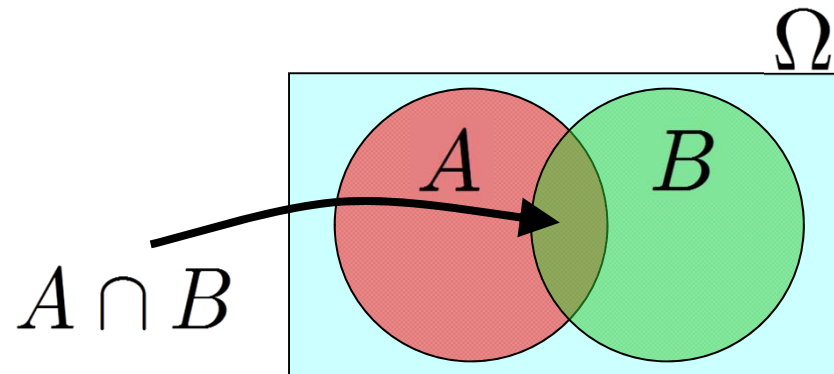
■ 以後, 全ての確率計算は上記の3つの公理のみに基づいて行なわれる.

加法定理

11

- 事象AとBに対して

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



証明は宿題！

- 同様に, 3つの事象A, B, Cに対して, 次式が成り立つ.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &\quad - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) \\ &\quad + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

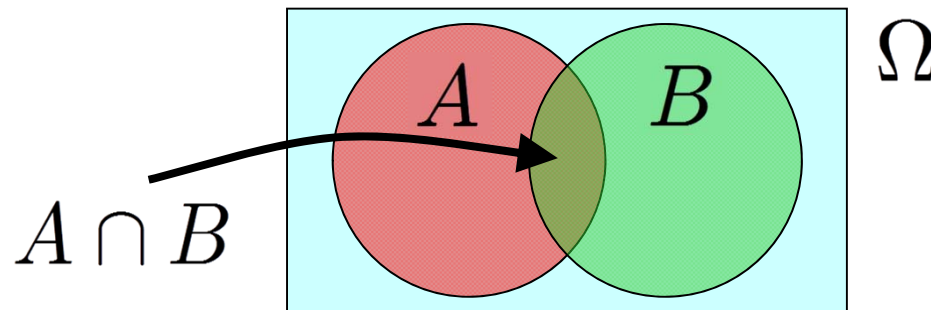
宿題

12

- 事象AとBに対して

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

が成り立つことを、**確率の公理だけ**を使って証明せよ.



- 宿題は**A4のレポート用紙**にまとめること.
- **学科, 学籍番号, 氏名**を忘れず記入すること.
- 宿題は**次の授業の開始時**に集める.
- **遅刻提出は減点**するので注意すること.