# 2014前期 数理社会学Ｉ

５月２日

金曜日1･2時限目

第4回目進化ゲーム ２

担当:中丸　麻由子

# 前期授業スケジュール・予定

| 回 | 日にち | 講義内容 |
|---|---|---|
| 1 | 4/11 | ガイダンス |
| 2 | 4/18 | 進化生態学基礎 |
| 3 | 4/25 | 進化ゲーム |
| 4 | 5/2 | 進化ゲーム |
| 5 | 5/9 | 進化ゲーム・採餌行動 |
| 6 | 5/23 | 採餌行動 |
| 7 | 5/30 | 性比・性転換 |
| 8 | 6/6 | 性選択 |
| 9 | 6/13 | 血縁淘汰 |
| 10 | 6/20 | 人の性選択・人の血縁淘汰 |
| 11 | 6/27 | 協力の進化 |
| 12 | 7/4 | 協力の進化 |
| 13 | 7/11 | 遺伝と多様性 |
| 14 | 7/18 | 予備日・テスト範囲説明 |
| 15 | 7/25 | テスト日 |

進化生態学の基本
＋人への適用例

# 参考文献


- メイナード･スミス「進化とゲーム理論」産業図書
- 酒井聡樹、高田壮則、近雅博（1999）「生き物の進化ゲーム」、共立出版
- 巌佐庸（1990）「数理生物学入門」共立出版
- 山岸俊男･監修(2013)「徹底図解　社会心理学」16-17頁

# 例６　非対称ゲーム

プレーヤーの立場によって利得関係は変わってくる場合

例えば

社会性昆虫の場合、女王であるかワーカーであるか
によって性比に関する利害が異なる

性別や年齢によっても様々な場面の利害対立

# 例6　非対称ゲームー子供の世話

人の場合:

時代や文化によって母親のみが行ったり父親も手伝ったりと変化する

生物一般に拡張した場合：

子育てをする事によって子供の生存率が上がる

⇔　子育てはせずに沢山子供を作るという戦略もありうる

一方の性に子育てを押し付ける事によって、もう一方の性は子供を作る事だけに専念するという戦略も可能。

どのような条件で子育てをしたりしなかったりする事が進化的に安定？？

# 例６　非対称ゲーム：親の子育てゲーム

| | | メス | |
|---|---|---|---|
| | | G | D |
| オス | G | $vP_2(1+p')$, $vP_2$ | $VP_1(1+p')$, $VP_1$ |
| | D | $vP_1(1+p)$, $vP_1$ | $VP_0(1+p)$, $VP_0$ |

左下はオスの利得、右上はメスの利得

G:　子を保護する戦略
D:　子育てせずに子供を放置する戦略

# 例6　非対称ゲーム:親の子育てゲーム

記号の説明

$P_i$　：子供が成熟するまでに生き残る確率（$P_0 <= P_1 <= P_2$）

$i$ : 子供の世話をする親の数（$i$ = 0, 1, 2）

$p$ : オス親が子を放置した時の２度目のメスと交尾できる確率
$p'$　：オス親が子を保護した時の２度目のメスと交尾できる確率

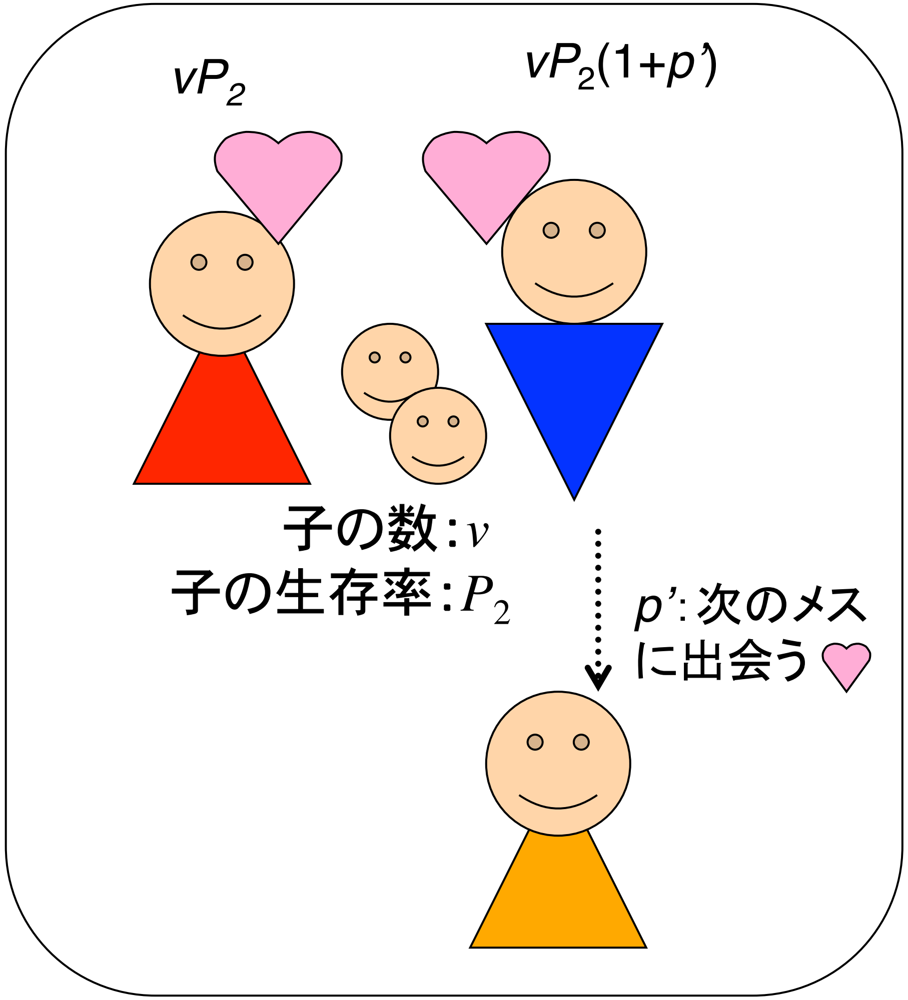
（ $p >= p'$ ）

$V$ : メス親が子を放置するときの卵数
$v$ : メス親が保護する時の卵数

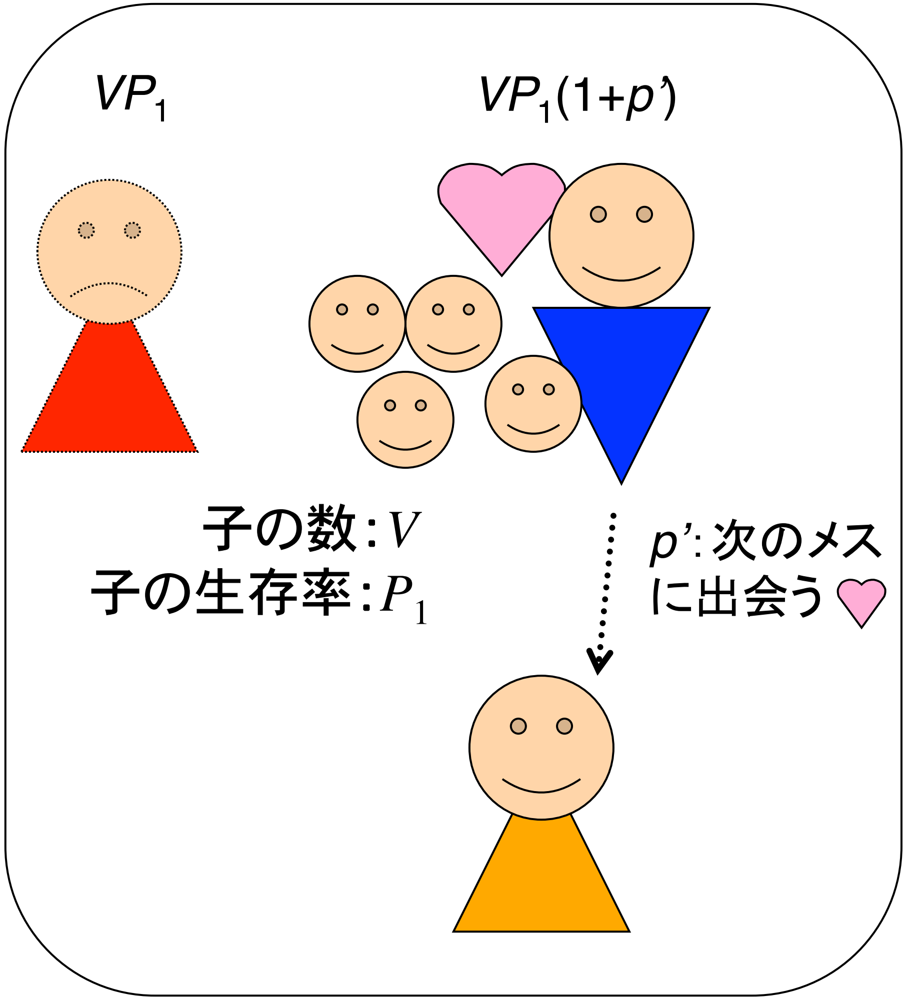
($V >> v$)

# 利得表の説明

（1）両性ともガード

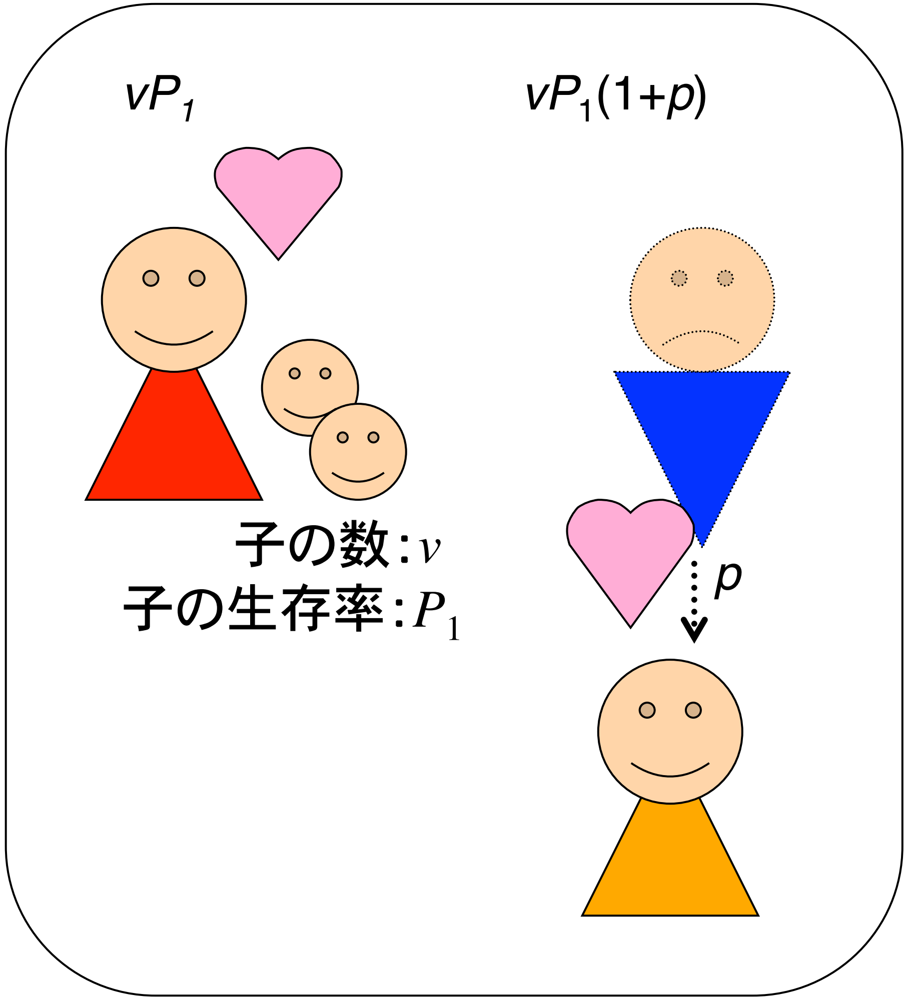



（2）♂がガード、♀は放置

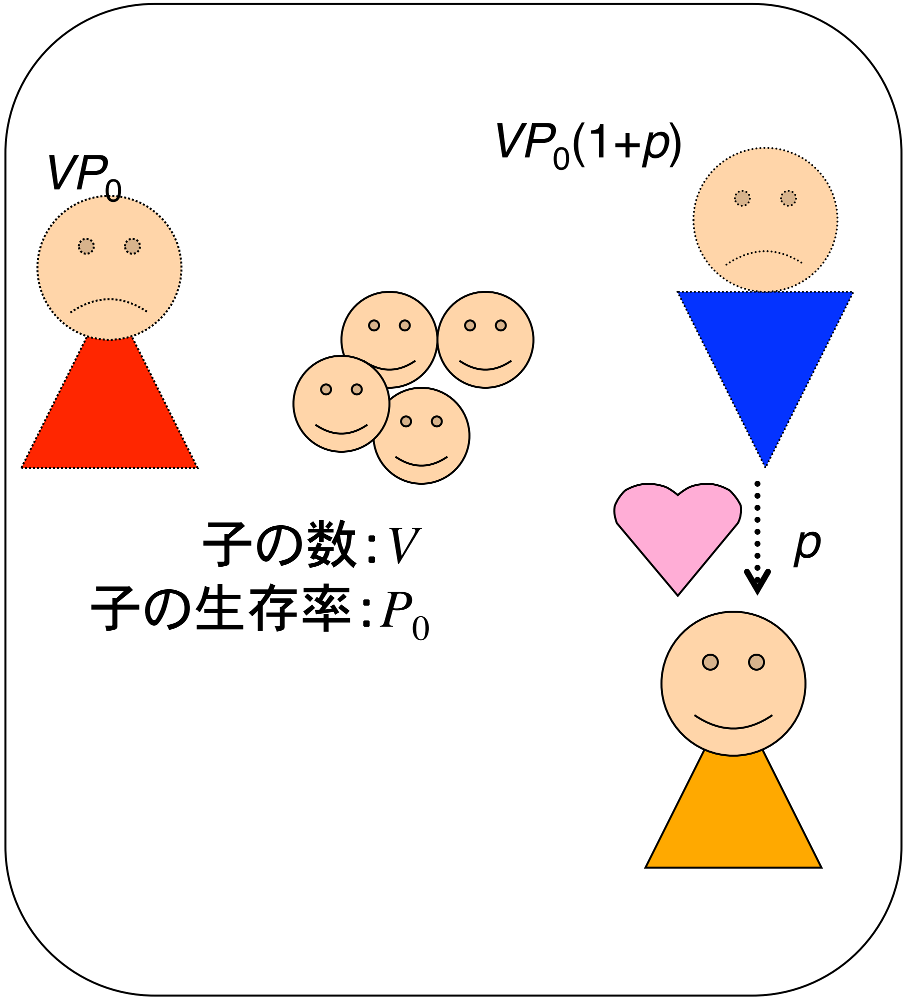


# 利得表の説明

（3）♀がガード、♂は放置




（4）両方とも放置



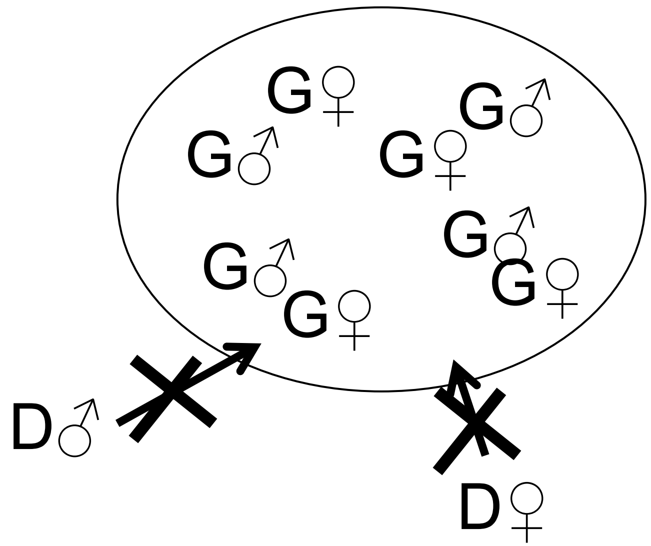
## （1）両性ともガードがESS

E[G♂, G♀ ]>E[D♂, G♀]

→ vP2(1+p’)>vP1(1+p)

E[G♀, G♂]>E[D♀, G♂]

→ vP2 > VP1



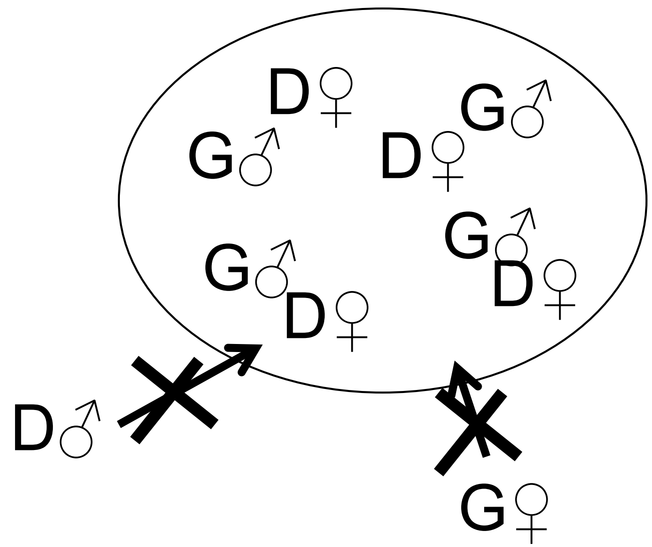

## （2）♂がガード、♀は放置がESS

E[G♂, D♀ ]>E[D♂, D♀]

→ VP1(1+p’)>VP0(1+p)

E[D♀, G♂]>E[G♀, G♂]

→ VP1 > vP2



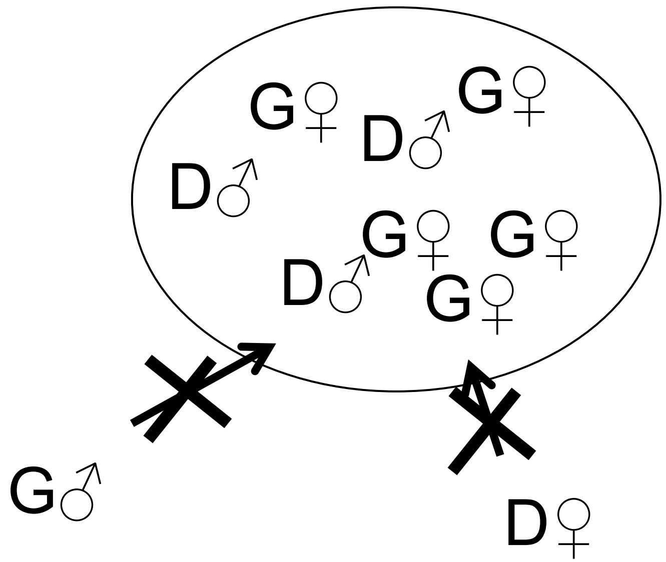
## （3）♂が放置、♀はガードがESS

E[D♂, G♀ ]>E[G♂, G♀]

→ vP1(1+p)>vP2(1+p’)

E[G♀, D♂]>E[D♀, D♂]

→ vP1 > VP0



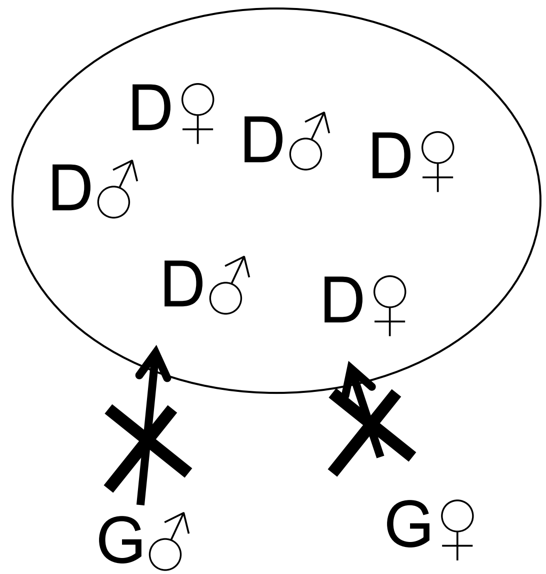

## （4）♂が放置、♀は放置がESS

E[D♂, D♀ ]>E[G♂, D♀]

→ VP0(1+p)>VP1(1+p’)

E[D♀, D♂]>E[G♀, D♂]

→ VP0 > vP1



# 例６　親の子の世話

（１）両親の保護によって子供の生存率が大きく増加し（$P_2$ >> $P_1$）、オスの２度目の交尾確率が子供の世話するしないがほとんど関係のない時(pとp’の差がない)、両親ともに子を保護する。

（２）$P_0$が$P_1$の値とあまり変わらない時、両親とも子育てを放棄する事が進化的に安定となる。

（３）$P_2 \simeq P_1 >> P_0$であれば片親による保護が起きやすい。
もし$p > p'$であればオス親による放置がおき、
$V > v$ であればメス親による放置が生じやすい。
オスによる放置とメスによる放置を同時に進化的に安定にするパラメータ領域もある。この時、どちらのESSが実現するのかは初期条件によって決まる。（つまり、前のスライドの（２）と（３）の条件が同時に満たされる）

# 例）タカハトゲームに戻って

V < C の時：えさの価値(V)＝6点 < 戦いのコスト(C)＝10点

E[タカ/タカ] = $(V\text{-}C)/2$ = -2　＜　E[ハト/タカ] = 0

タカは進化的に安定な戦略(ESS)ではない

E[ハト/ハト] = $V/2$ = 3　＜　E[タカ/ハト] = $V$ =6

ハトも進化的に安定な戦略(ESS)ではない

進化的な戦略は存在しない??

Maynard-Smithらは「混合戦略」を想定

各プレーヤーが

確率 q：タカ、確率 1-q：ハト

# 例）タカハトゲーム

えさの価値(V)＝6点 < 戦いのコスト(C)＝10点 の場合

各プレーヤーが　確率 $q$ :タカ、確率 $1-q$ :ハト ＝混合戦略 $q$

混合戦略 q をどう計算するか?

$E$[タカ/混合戦略 $q$] ＞ $E$[ハト/混合戦略 $q$]　タカが利得高いので

⇒ タカの戦略をとる確率を高くした混合戦略q’ (>q)が侵入可能

$E$[タカ/混合戦略 $q$] ＜ $E$[ハト/混合戦略 $q$]　ハトが利得高いので

⇒ タカの戦略をとる確率を低くした混合戦略q” (<q)が侵入可能

⇒ $E$[タカ/混合戦略 $q$] = $E$[ハト/混合戦略 $q$]

他の混合戦略に侵入されない

この時、混合戦略qは進化的に安定な戦略となる!

# 例）タカハトゲーム

えさの価値(V)＝6点 < 戦いのコスト(C)＝10点 の場合

混合戦略 $q$ ：確率 $q$ ：タカ、確率 $1\text{-}q$ ：ハト

混合戦略qが進化的に安定な戦略となる条件

$E$[純戦略1/混合戦略 $q$] = $E$[純戦略2/混合戦略 $q$] ＝…＝ $E$[純戦略$i$/混合戦略 $q$]

Bishop-Canningsの定理

$E$[タカ/混合戦略 $q$] = $q$×E[タカ/タカ]+ (1-$q$)×E[タカ/ハト]

= $q$×(V-C)/2 + (1-$q$)×V = 6 - 8$q$

$E$[ハト/混合戦略 $q$] = $q$×E[ハト/タカ]+ (1-$q$)×E[ハト/ハト]

= $q$×0 + (1-$q$)×$V$/2 = 3 × (1-$q$)

$6 - 8q = 3 \times (1-q)$

↓

$q = 3/5$

利得 ＝ 6/5

**タカを確率0.6、ハトを0.4の混合戦略が進化的に安定な戦略**

# 出席確認問題（１）
# ２０１４年５月２日（第４回）

- チキンゲームにおける進化的に安定となる混合戦略を計算しよう

# 進化動態

- 進化は時間変化を伴う
- しかし、「進化的に安定な戦略」の定義では時間変化を捉えきれていない
- 実際には、時間的変化も加味する必要がある
- →微分・差分方程式等による検証が必要
    - 例年の「数理社会学II」では微分方程式による進化動態モデルの紹介をしている

# 形質が連続値の場合は？

- 協力と非協力　というどちらかというよりは、「やや協力」、「多少非協力」などと量的な場合もある＝「連続形質」と呼ぶ
- 連続形質における進化的に安定な戦略とは？

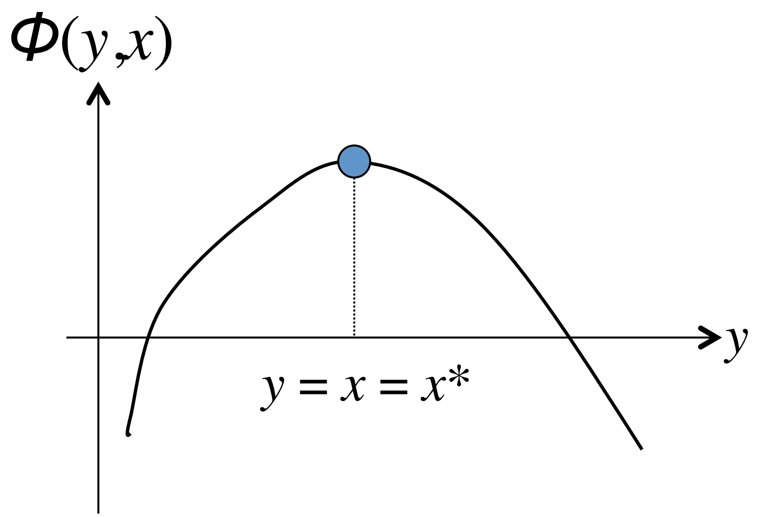
# 連続形質での進化的安定な形質について

野生型 *x* に変異体 *y* がいるとき、*y* が進化的に安定な戦略（つまり、$y = x = x^*$）

$\Phi(y,x)$：xばかりの集団へyが侵入したときの適応度

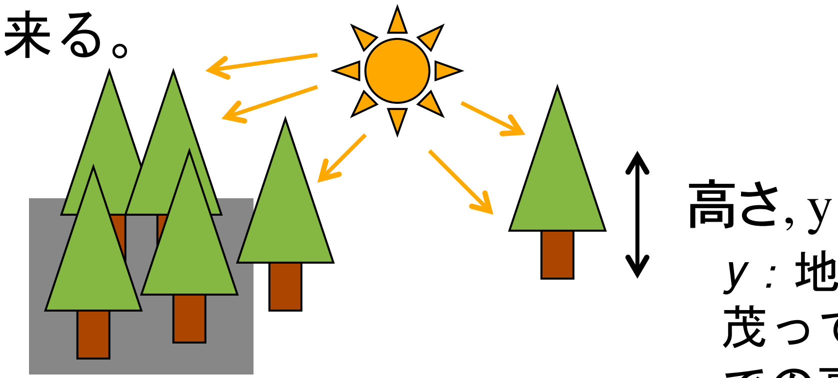
$$\left.\frac{\partial \phi(y,x)}{\partial y}\right|_{y=x=x^*} = 0$$

$$\left.\frac{\partial^2 \phi(y,x)}{\partial^2 y}\right|_{y=x=x^*} < 0$$



# 出席確認問題（2）
# 進化的に安定な木の高さを計算

木は周囲の木と光や栄養を巡る競争をしている。光を多く獲得するために樹高を高くすると、その分維持コスト（高さを支えるために木が費やすコスト）が高くなってしまうので、最適な樹高が存在すると考えることが出来る。




$y$ : 地上から樹冠（枝や葉の茂っている部分）の真ん中までの高さ

樹木の利益:
$$\phi = f(L(y)) - c(y)$$

進化的に安定な木の高さを計算し、その意味の説明もすること

Iwasa et al (1985)

# 出席確認問題(2)続き
# 関数・変数の説明

$$f(L(y)) = a\log L(y) + b$$

：光合成による物質生産による利益

$$L(y) = L_0 \exp(-h(y))$$

高さ $y$ の樹木の得る光強度。
自分の周囲の樹木の高さ（$x$*）や自分の樹冠の幅に依存

$$h(y) = \begin{cases} D\rho_w, & y < x^* - k/2 \\ D\rho_w(x^* - y + k/2)/k, & x^* - k/2 < y < x^* + k/2 \\ 0, & y > x^* + k/2 \end{cases}$$

$k$ 樹冠の幅（一定）
$\rho_w$ 樹冠によって光が遮られる影響の強さ（一定）
$D$ 樹木の密度（一定）
$h(y)$ 葉面積指数

$$c(y) = c_0 y^2$$

：高さを維持するためのコスト（例えば、栄養分を輸送するコストや樹木をその高さまで成長させるためのコスト）を表し、樹木が高いほどコストが多くかかることを示す。