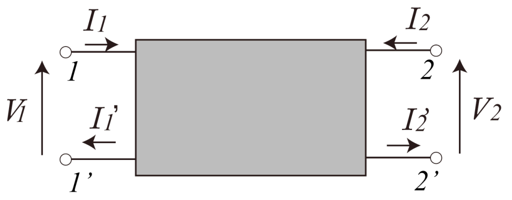
8.二端子対回路と Spice 解析

2 端子対回路

前回までは、1 端子対について説明したが、このままでは情報などの伝送はできない。そこで 2 端子対網に拡張する必要がある。ただし、2 端子対網を表す 2 端子対パラメータ、または 4 端子パラメータは、線形回路で既に行っているはずであり、今回はそこは駆け足でおこなっていく。まず下図の様な 2 端子対網で、以下の三つの条件を満たすこととする。

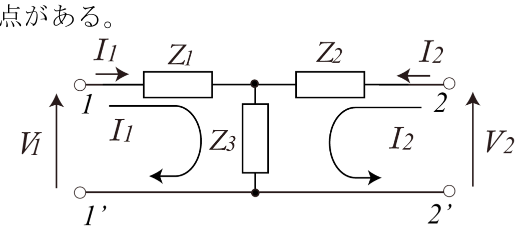
1. 含まれる各素子が線形であること。
2. 独立電源を含まないこと
3. $I_1 = I_1'$ および $I_2 = I_2'$ が常に成り立つ

すると端子 1-1'間の電流 I_1、電圧 V_1 と端子 2-2'間の電流 I_2、電圧 V_2 のみで表せる。従って、二端子対網による表記では、内部回路を扱わないですむことが利点であり、逆に内部が判らない場合の分析にも応用できる。なお、2 端子対パラメータは 2 行 2 列行列の各要素として表されるが、ここで扱う回路は線形性を持ち、内部に独立電源を含まないので、入力端や開放端を短絡や開放にして、有る電圧か電流を 0 にすれば容易に定義できる。



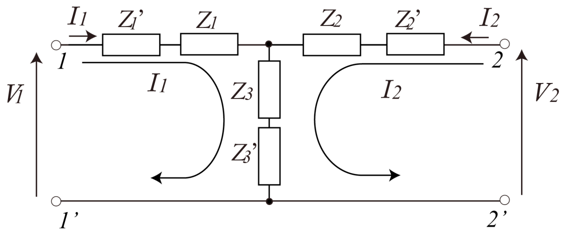
インピーダンス行列

$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ となる $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$ をインピーダンス行列(または Z 行列)と呼ぶ。下記の様な T 形回路を表すは、二つの閉ループにおいて $\begin{array}{l} V_1 = (Z_1 + Z_3)I_1 + Z_3 I_2 \\ V_2 = Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3) I_2 \end{array}$ であることから、直接 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$ と表記できる利点がある。



T 形回路

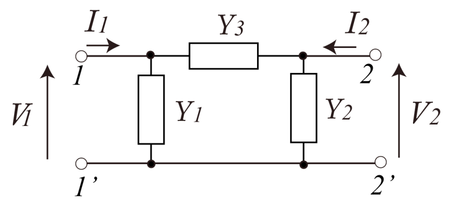
さらに T 形で表した各端子の直列にインピーダンス成分が入った場合には、$\mathbf{Z}' = \begin{bmatrix} Z_1' + Z_3' & Z_3' \\ Z_3' & Z_2' \end{bmatrix}$ の様な足された直列インピーダンス分のみの行列を作れば、簡単に足せる。逆に言えば直列成分を簡単に取り除くこともできる。また可逆定理により受動回路では $Z_{12} = Z_{21}$ である。



直列インピーダンスを足した T 形回路

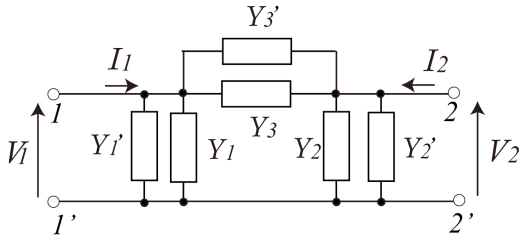
アドミタンス行列

$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ となる $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$ をアドミタンス行列(または Y 行列)と呼ぶ。下記の様な π 形回路を表すは、二つの接点において $\begin{array}{l} I_1 = Y_1 V_1 + Y_3(V_1 - V_2) = (Y_1 + Y_3)V_1 - Y_3 V_2 \\ I_2 = Y_2 V_2 + Y_3(V_2 - V_1) = -Y_3 V_1 + (Y_1 + Y_3) V_2 \end{array}$ であることから、直接 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$ と表記できる利点がある。



π 形回路

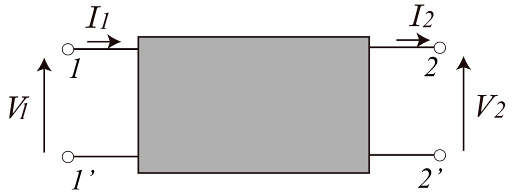
さらに各素子に並列アドミタンス成分が入った場合には、$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} Y_1' + Y_3' & -Y_3' \\ -Y_3' & Y_2' + Y_3' \end{bmatrix}$ の様な足された並列アドミタンス分のみの行列を作れば、簡単に足し引きできる。逆に言えば並列成分を簡単に取り除くこともできる。また可逆定理により受動回路では $Y_{12} = Y_{21}$ である。



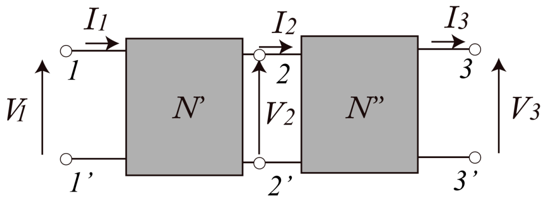
並列アドミタンスを足したπ形回路

<u>縦続行列</u>

二つの二端子対回路を縦続して接続を行う場合に使いやすい縦続行列(または F 行列)がある。このときは電流が入る向きだと直接縦続接続ができないので、電流の向きが変わり、次の様な定義となる。



$\begin{bmatrix}V_1\\I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\I_2\end{bmatrix}$ となる $F=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}$ を縦続行列またはF行列と呼ぶ。



縦続接続させた上の様な回路では、

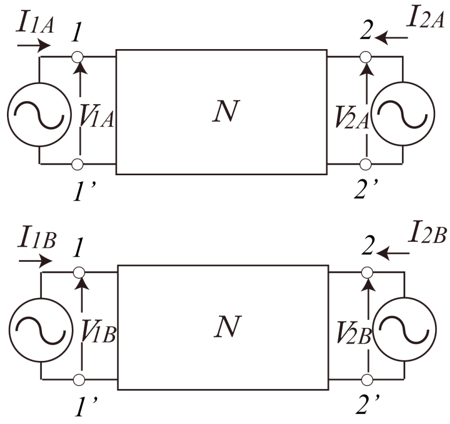
$$\begin{bmatrix}V_1\\I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A'&B'\\C'&D'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A'&B'\\C'&D'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A"&B"\\C"&D"\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_3\\I_3\end{bmatrix}$$

というふうに簡単に行列の積で縦続接続を表せることが利点である。

以上の他に、バイポーラトランジスタの増幅率を表すのに用いられる直並列行列(または h 行列)、殆ど使われない G 行列と F'行列があり、同じ 2 端子対網を表しているので、異なる行列へ変換することが出来る。

<u>2 端子対リアクタンス回路の性質</u>

下記の様に同一の二端子対リアクタンス回路の両端子対が異なる電流源で駆動されているとする。



テレゲン定理を使うと

$$\overline{V_{1A}}I_{1A}+\overline{V_{2A}}I_{2A}=\sum_{k=3}^{b}\overline{V_{kA}}I_{kA}$$

$$=\sum_{k=3}^{b}-jX_{kA}\overline{I_{kA}}I_{kA}=-j\sum_{k=3}^{b}X_{kA}\left|I_{kA}\right|^2,$$

なので、$\mathrm{Re}\left[\overline{V_{1A}}I_{1A}+\overline{V_{2A}}I_{2A}\right]=0$、同様にして$\mathrm{Re}\left[\overline{V_{1B}}I_{1B}+\overline{V_{2B}}I_{2B}\right]=0$

一方 Y 行列は $\begin{matrix}I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}V_2\\I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2\end{matrix}$ で、受動素子では $Y_{12}=Y_{21}$ であることを考慮すると、

$$\mathrm{Re}\left[Y_{11}\left|V_{1A}\right|^2+Y_{12}(V_{2A}\overline{V_{1A}}+V_{1A}\overline{V_{2A}})+Y_{22}\left|V_{2A}\right|^2\right]=0$$

$$\mathrm{Re}\left[Y_{11}\left|V_{1B}\right|^2+Y_{12}(V_{2B}\overline{V_{1B}}+V_{1B}\overline{V_{2B}})+Y_{22}\left|V_{2B}\right|^2\right]=0$$

が成り立つ。

これが任意の$V_{1A},V_{2A},V_{1B},V_{2B}$で成立するので、$V_{2A}=0$を考えると$Y_{11}$が純虚数で無ければならず、$V_{1A}=0$を考えると$Y_{22}$が純虚数で無ければならず、さらに$V_{1A}=V_{1B},V_{2A}=-V_{2B}$を仮定して、$V_{1B},V_{2B}$を消去すると、

$$\mathrm{Re}\left[Y_{11}\left|V_{1A}\right|^2-Y_{12}(V_{2A}\overline{V_{1A}}+V_{1A}\overline{V_{2A}})+Y_{22}\left|V_{2A}\right|^2\right]=0$$

から

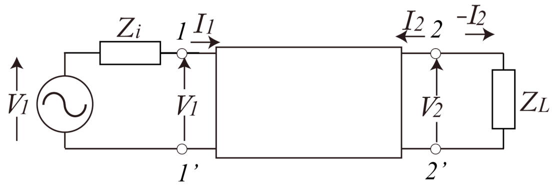
$\mathrm{Re}\left[Y_{12}(V_{2A}\overline{V_{1A}}+V_{1A}\overline{V_{2A}})\right]=0$である。

$V_{2A}\overline{V_{1A}}+V_{1A}\overline{V_{2A}}=V_{2A}\overline{V_{1A}}+\overline{V_{2A}\overline{V_{1A}}}$ なので、Y_{12}も純虚数であることが判る。

従って、2 端子対リアクタンス回路の Y パラメータはすべて純虚数である。同様の議論から、Z パラメータもすべて純虚数であることが判る。

伝送量・伝達関数

下図の様に二端子対網に電源及び負荷すると、二端子対網は入力と出力のイメージを明確に与えることが出来る。このとき入力側と出力側での電流、電圧、電力などの比でも、回路の特性を表せる。ここで(出力量)/(入力量)を伝達係数と呼ぶ。さらに伝送係数の対数をとったものを伝送量と呼ぶ。伝達係数は複素数でありラプラス変換できるが、ラプラス変換した伝達係数を伝達関数と呼ぶ。一端子対網と同様、極や零点がある。



回路解析の自動化と SPICE

実際の回路解析では、手計算で行うと煩雑であり、間違いやすい。そこで回路シミュレータ（circuit simulator）がよく用いられる。回路内のノード電圧と素子に流れる電流の直流特性，時間応答，および周波数応答を出力する。計算は、一回目にしめした修正接点方程式などを用いる。　様々な製品があるが、最もマニュアル類が手に入りやすいのは、世界で最もユーザが多いと言われる OrCAD PSpice である。添付した手引きを使って、実際にデモ版をコンピュータを動かしてみることをお奨めする。