事例2-1 と 戦略の支配

B維持引き下げA41446引き下げ6212

A の「引き下げ」は「維持」を支配する B の「引き下げ」は「維持」を支配する

→ 合理的な行動の結果 (引,引) 利得(2,2)

(維, 維) であれば, 利得 (4, 4)

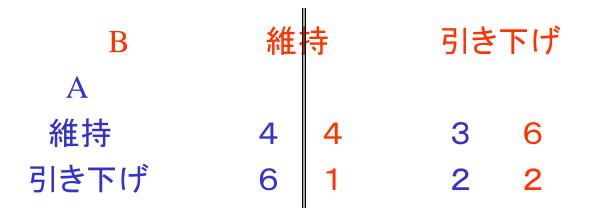
→ 囚人のジレンマ型ゲーム

弱い支配

B維持引き下げA4246引き下げ6212

Aの「引き下げ」は「維持」を弱支配する

戦略の支配と除去



Aの戦略の間には支配の関係なし

B の「引き下げ」は「維持」を支配

- → A が B の利得を知っていて,
 かつ B は合理的に行動すると信じる
- → A は B の「維持」を除去して考えられる

3 > 2 ゆえ, A は「維持」をとる

支配による戦略の逐次的除去 (1)

В	戦	略1	戦	略2	戦	略3	
44 FL - E	1 2 3		4 3 1	2	2 5 0	4 0 5	A の戦略間には 支配の関係なし

Bの戦略2は戦略1を支配

		\			
В	戦略	32	戦略3		
A					
戦略1	4	6	2	4	
戦略2	3	2	5	0	
戦略3	1	4	0	5	

支配による戦略の逐次的除去 (2)

```
B 戦略2 戦略3
A
戦略1 4 6 2 4 Bの戦略間には支配
戦略2 3 2 5 0 の関係なし
戦略3 1 4 0 5
```

A の戦略1(ないしは2)は戦略3を支配

```
戦略2 戦略3
  B
                           戦略2
                       B
                                          戦略2
                                       B
A
                     A
戦略1
    4 6 2 4
                    戦略1
                          4 6
                                    戦略1
                                          4 6
戦略2
                     戦略2
                          3 2
 Bの戦略2は3を支配
                   Aの戦略1は2を支配
```

◎ 支配の場合には、除去の順序にかかわらず同じ結果

練習問題

以下の利得行列において、支配による戦略の逐次的除去を行うとどうなるか。

В	戦略1		戦略2		戦略3	
A						
戦略1	1	0	4	6	3	8
戦略2	3	4	6	5	4	2
戦略3	2	3	5	2	5	3

弱支配による戦略の逐次的除去の問題点

В	戦	略1	戦略2		
A					
戦略1	5	1	4	Ο	
戦略2	6	0	3	1	
戦略3	6	4	4	4	

Aの戦略3は戦略1と戦略2を弱支配する。 (1)Aの戦略1を除去

> B 戦略1 戦略2 A 戦略2 6 0 3 1 戦略3 6 4 4 4 Bの戦略2が1を弱支配 Aの戦略3が2を支配 → (戦略3,戦略2) 利得(4,4)

弱支配による戦略の逐次的除去の問題点

В	戦	略1	戦略2		
A					
戦略1	5	1	4	Ο	
戦略2	6	0	3	1	
戦略3	6	4	4	4	

Aの戦略3は戦略1と戦略2を弱支配する。 (1)Aの戦略2を除去

プレイヤーB

プレイヤーA

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	0, 7	2, 5	<u>7</u> , 0	0, 1
a_2	5, 2	<u>3</u> , <u>3</u>	5, 2	0, 1
a_3	<u>7</u> , 0	2, 5	0, 7	0, 1
a_4	0, 0	0, -2	0, 0	<u>10</u> , -1

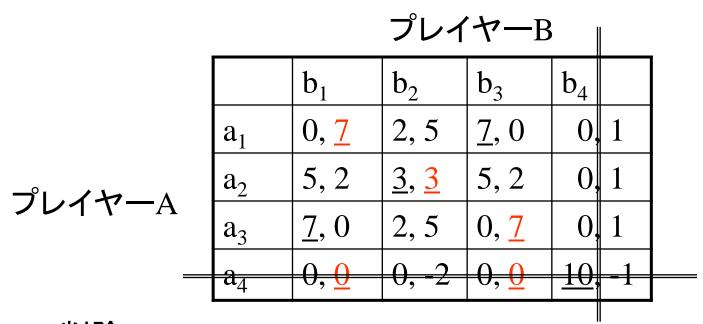
下線 ↓ 最適反応戦略

A, B ともに戦略の<u>支配, 弱支配なし</u>

Bの戦略 b₄: A のどの戦略に対しても最適反応にならない

最適反応: 相手の戦略の下で自分の利得を最大にする戦略

合理的なプレイヤー → このような戦略は用いない



b₄ 削除

→ Aの a₄: Bのどの戦略に対しても最適反応にならない

a₄ 削除

→ 残った戦略 Aの a₁, a₂, a₃, Bの b₁, b₂, b₃は
相手のいずれかの戦略に対して最適反応になる

相手のどの戦略に対しても最適反応にならない戦略を 逐次除去していって残った戦略 → 「<u>合理化できる戦略</u>」

支配される戦略

→ 相手のどの戦略に対しても最適反応にならない

相手のどれかの戦略に対して最適反応になる戦略

→ 支配される戦略とはならない

 \downarrow

合理化できる戦略の集合

□ 支配される戦略の逐次除去によって得られる戦略の集合

事例2-1 B 維持 引き下げ A 維持 4 4 1 <u>6</u> 引き下げ <u>6</u> 1 <u>2</u> <u>2</u>

Aの「維持」はBのどの戦略に対しても最適反応にならない Bの「維持」はAのどの戦略に対しても最適反応にならない 合理化できる戦略は、A:引き下げ、 B:引き下げ

この例では、

合理化できる戦略の集合

= 支配される戦略の逐次除去によって得られる戦略の集合

事例2-2 と ナッシュ均衡

A, Bの戦略ともに支配関係なし AのX, Y, BのX, Y はともに合理化できる戦略

```
A O X に対する B の最適反応 <math>\rightarrow X B O X に対する A の最適反応 <math>\rightarrow X (X, X) ナッシュ均衡
```

 $A O Y に対する B の最適反応 <math>\rightarrow Y$ $B O Y に対する A の最適反応 <math>\rightarrow Y$ (Y, Y) ナッシュ均衡

(X, Y), (Y, X) はナッシュ均衡ではない

戦略の支配、合理化できる戦略とナッシュ均衡

事例2-1	В		糸	准持	引き	下げ
	A					
	維持		4	4	1	<u>6</u>
	引き下げ		<u>6</u>	1	<u>2</u>	<u>2</u>
	(引, 引)	は	ナ	ッシュ均後	Ī	

- 支配される戦略はナッシュ均衡に含まれることはない
- 支配戦略の組は<u>唯一つの</u>ナッシュ均衡になる

支配戦略: 他のすべての戦略を支配する戦略

Aの「引き下げ」, Bの「引き下げ」は支配戦略

- 支配される戦略の逐次的除去によってただ1つの戦略の組が残るならば、それはナッシュ均衡である。
- ナッシュ均衡を構成する戦略は、必ず合理化できる戦略になる。

弱支配される戦略とナッシュ均衡

В	維持	引き下げ
A		
維持	4 4	<u>2</u> <u>6</u>
引き下げ	<u>6</u> 1	<u>2</u> <u>2</u>

(引,引)はナッシュ均衡 (維,引)もナッシュ均衡

- 弱支配される戦略はナッシュ均衡に含まれることがある Aの「維」は「引」に弱支配される (維,引)?
- 弱支配戦略の組はナッシュ均衡になる(唯一つではない) 弱支配戦略: 他のすべての戦略を弱支配する戦略 Aの「引き下げ」は弱支配戦略 Bの「引き下げ」は支配戦略

ナッシュ均衡の求め方

事例2-1

B 維持 引き下げ

A

維持 4 4 1 <u>6</u> 引き下げ <u>6</u> 1 <u>2</u> <u>2</u>

(引き下げ,引き下げ)

事例2-2

B X

Δ

X

V

4

0

6

(X, X), (Y, Y)

プレイヤーB

プレイヤーA

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	0, <u>7</u>	2, 5	<u>7</u> , 0	0, 1
a_2	5, 2	<u>3</u> , <u>3</u>	5, 2	0, 1
a_3	<u>7,</u> 0	2, 5	0, 7	0, 1
a_4	0, 0	0, -2	0, 0	<u>10</u> , -1

下線

→ 最適反応戦略

 (a_2, b_2)

次回までの課題

Reading assignment:

ゲーム理論入門: 13ページ ~ 53ページ

演習ゲーム理論: 例題1.1, 演習問題1.1, 1.2

配布資料1「2人戦略形ゲームにおける諸概念の定義」

◎ 課題(次回レポートとして提出)

1 以下の利得行列において、支配による逐次的除去に加えて弱支配による逐次的除去も行った場合にはどうなるかを答えよ。

В	戦略1		戦略2		戦略3	
A						
戦略1	1	0	4	6	3	8
戦略2	3	4	6	5	4	2
戦略3	2	3	5	2	5	3

*レポートはA4版用紙を用い、2枚以上の場合には左上1箇所をホッチキス止めすること。OCWにアップしてある表紙を付けること