特徴抽出

特徴抽出

- 特徴抽出
  - トークンの特徴を計測する処理
  - セグメンテーションによって抽出されたトークン
    - 線分
      - 線分特徴
    - 領域
      - 領域特徴

線分

- １次元図形であり，一つのパラメータpで表現
- 2 次元平面上の線分の場合

実数p からEuclid 平面上の点r への連続写像

$$\boldsymbol{r}(p) = (x(p), y(p))$$

1 階微分が計算出来るとき

$$s(p) = \int_0^p \sqrt{x'(p)^2 + y'(p)^2}dp$$

これを線分の$(x(0),y(0))$ から$(x(p),y(p))$ までの長さ.
$s(p)$ は単調増加関数.
p の代わりにs を線分のパラメータと表現可能.

線分

線分が点$r(p)$ で滑らかなとき，導関数

$$\frac{d\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})}{dp}$$

はベクトルで，点$r(p)$ に接している．特にパラメータとしてs をとれば，

$$\boldsymbol{t} = \frac{d\boldsymbol{r}(s)}{ds} = \frac{dp}{ds}\frac{d\boldsymbol{r}}{dp} = \frac{(x'(p), y'(p))}{\sqrt{x'(p)^2 + y'(p)^2}}$$

ベクトルの大きさは1 であるので，単位接線ベクトルt ．これが滑らかな線分の向きを表す指標

$$(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{t}) = 1$$

線分

これをp で微分すれば

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{d}{dp}(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{t}) \\
&= 2(\frac{d\boldsymbol{t}}{dp}, \boldsymbol{t})
\end{aligned}
$$

dt/dpは単位接続ベクトルtと直交
単位接線ベクトルt を反時計回りに90 度回転した法線方向の単位ベクトルをn と表せば

$$
\begin{aligned}
\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} &= \frac{dp}{ds}\frac{d\boldsymbol{t}}{dp} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x'^2+y'^2}}\frac{d}{dp}\frac{d(x', y')}{\sqrt{x'^2+y'^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x'^2+y'^2}}\frac{(y'(x''y'-x'y''), x'(y''x'-y'x''))}{(x'^2+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \\
&= \frac{(x'y''-y'x'')}{(x'^2+y'^2)^{\frac{3}{2}}}\frac{(-y', x')}{\sqrt{x'^2+y'^2}} \\
&= \kappa\boldsymbol{n}
\end{aligned}
$$

と表現.

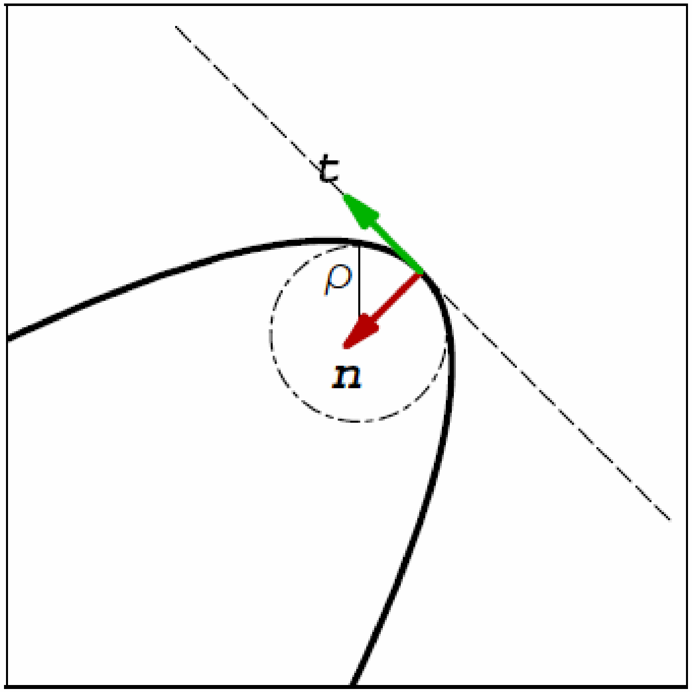
線分

ここで

$$\kappa = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{(-y', x')}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}$$

κ : 曲率



- $\rho = 1/|\kappa|$:曲率半径
  - 曲線に円をフィッティングさせたときの円の半径.

線分

- 接線ベクトル$t(s)$ は常に大きさが1
  - 変化するのは、その向きだけ
  - 半径 ρ の円周上のds だけ離れた接ベクトルは $d\theta = ds/\rho$ だけ向きが変わることから

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds}$$

パラメータをx とし，線分を$r = (x, y(x))$ とすると、

$$\kappa = \frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

で与えられる

連続的な線分表現

r-θ グラフ

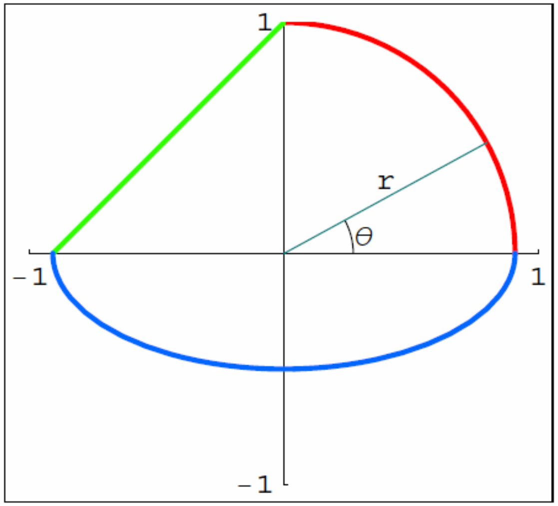
- r-θ グラフ（極座標表示）
  - r ：動径方向
  - θ ：角度
  - p ：線分パラメータ

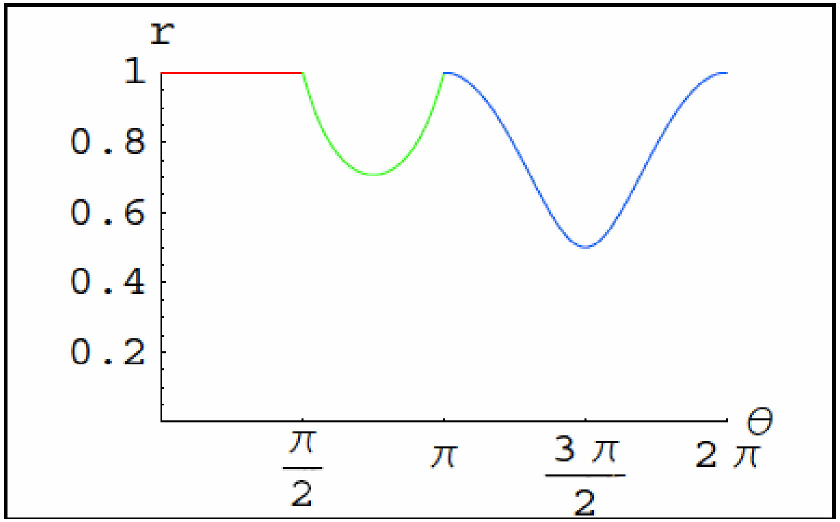
デカルト座標では

$$(x(p), y(p)) = (r(p)\cos(\theta(p)), r(p)\sin(\theta(p)))$$

r-θ グラフ

- 閉曲線の場合
  - 内部の適当な点を原点にとり極座標表示をしたとき,
    - 原点からの任意の半直線と閉曲線が1点だけで交わる場合がある.
      - θ :閉曲線と原点から始点に向かう半直線とのなす角
      - r ：原点から交点までの長さ
    - 線分は$r(\theta)$ と表現可能.
  - これにより閉曲線を表したものをr-θ グラフ





r-θ グラフ

曲率は

$$\kappa \quad = \quad \frac{x'y''-y'x''}{(x'^2+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

から

$$\kappa(\theta) = \frac{r(\theta)^2 + 2r'(\theta)^2 - r(\theta)r''(\theta)}{(r(\theta)^2 + r'(\theta)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

となる.

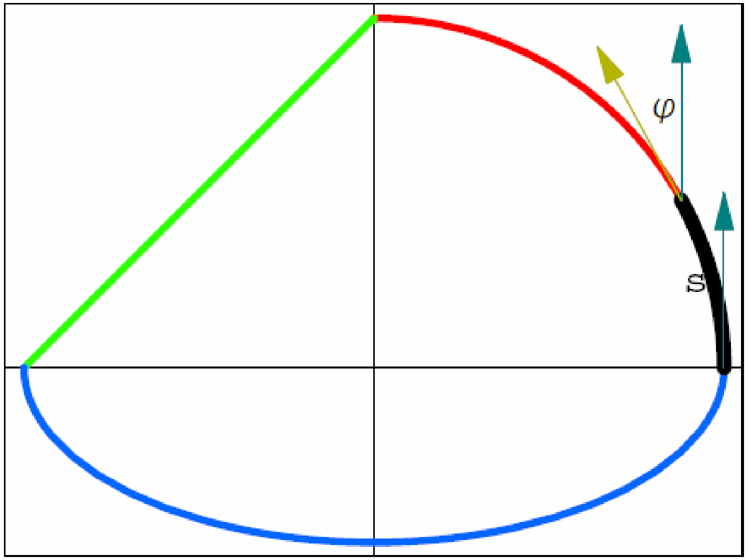
- 閉曲線は連結なのでグラフも連続
- $r(2\pi) = r(0)$ となる.
- グラフが水平な直線分ならば
  - $r' = r'' = 0$, $\kappa = 1/r$
  - 閉曲線は原点を中心とする円

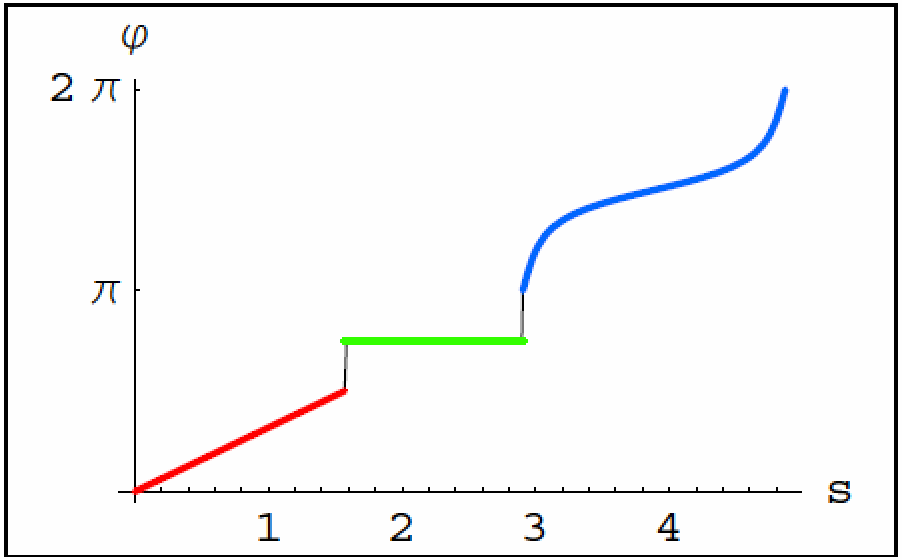
$\varphi - s$グラフ

- 適当に決めた曲線の始点からの長さをs
- 曲線の接線ベクトル$t(s)$ が始点での接線ベクトル$t(0)$ となす角を $\varphi(s)$

曲率は

$$\kappa(s) = \frac{d\varphi(s)}{ds}$$





$\varphi - s$グラフ

- $\varphi - s$グラフの形状と線の間には
  - 水平な直線分→直線
  - 水平でない直線分→円
  - 不連続→角
- 閉曲線で囲まれる領域が凸ならば
  - グラフは単調

フーリエ記述子

- 閉曲線をフーリエ級数展開して表す手法

閉曲線を始点からの長さなどでパラメータ表示

$$x(s), y(s)$$

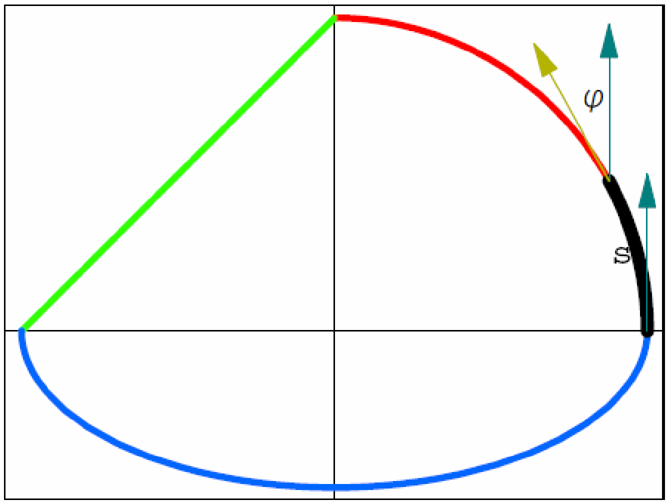
閉曲線の長さをL とすれば,
$x(s),y(s)$ は共に周期L の連続な周期関数

閉曲線はフーリエ級数で表現可能
例えば, $z(s) = x(s) + jy(s)$ とおけば,

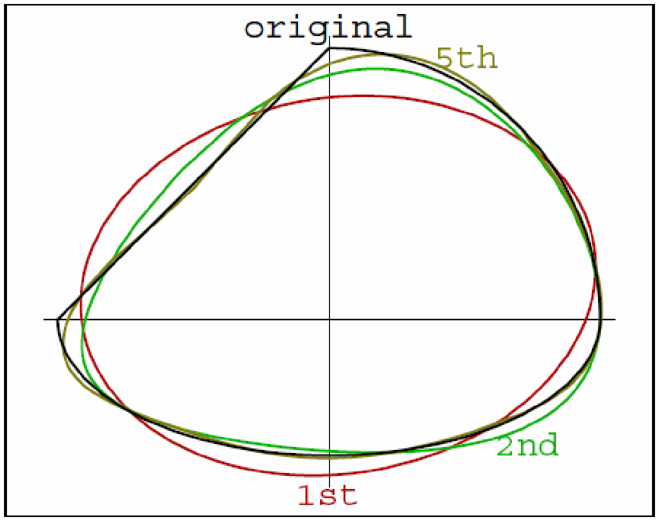
$$z(s) = \sum_k c_k e^{2\pi \mathrm{j} k \frac{s}{L}}$$

フーリエ記述子

- フーリエ級数展開したとき
  - 低次の項だけ用いれば形状の概形を表現,
  - 高次の項を用いる程詳細が表現可能



閉曲線



フーリエ記述子

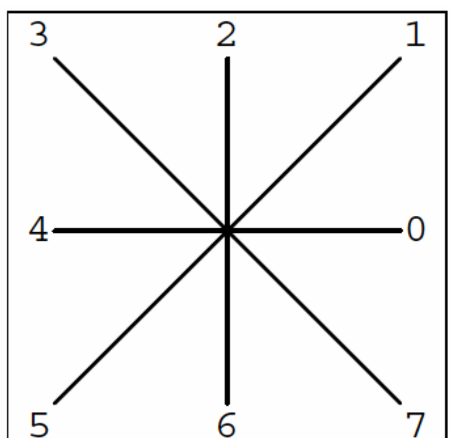
離散的な場合の線の記述

チェーンコード

- n 個の点（$0 \leqq i < n$）で構成されている離散的な線分（曲線）は
  - 構成している点の座標列

$$(x(0), y(0)), (x(1), y(1)), \ldots, (x(n-1), y(n-1))$$

  - チェーンコード
    - 8近傍の場合，近傍の方向を図のように0 から7の数字で表現
    - 始点から始めて隣りの点がどの近傍方向a_i に存在するかを符号化

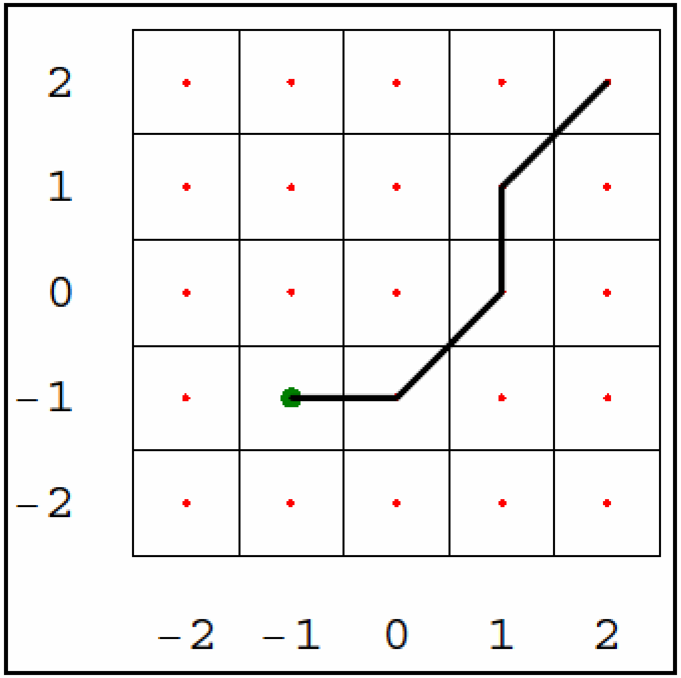


チェーンコード

- コードの位置
  - チェス盤距離d_8での始点からの長さ
  - コードの値が角度

を示している

- 図の場合，座標列とチェーンコードで表すと,
  - (-1,-1),(0,-1), (1,0), (2,2)
  - (-1,-1)0121



チェーンコード

表現が簡略化されるだけでなく、座標変換も容易

線分

$$(x(0), y(0)), (x(1), y(1)), \ldots, (x(n), y(n))$$

のチェーンコードを

$$(x(0), y(0))a_1 a_2 \ldots a_n$$

(j,k) の平行移動に対しては，座標表示では

$$(x(0)+j, y(0)+k), (x(1)+j, y(1)+k), \ldots, (x(n)+j, y(n)+k)$$

と各点の値を変更しなければならない

チェーンコードでは始点の変更

$$(x(0)+j, y(0)+k)a_1 a_2 \ldots a_n$$

のみとなる

チェーンコード

- 座標表示
  - 回転によって各点がどのように変換されるかは簡単にはわからない
- チェーンコード

始点を中心に反時計回りに45° ×mの回転は

$$(x(0), y(0))(a_1 + m)(a_2 + m)\dots(a_n + m)$$

チェーンコードの値は(0≦a_i+m<8）となるよう8 を法として合同

折れ線の長さはチェス盤距離ではnであるが、ユークリッド距離では

$$\sum_{i=1}^{n}(\sqrt{2})^{P_i} \qquad P_i = a_i \pmod 2$$

で計算.

チェーンコード

- 折れ線を逆にたどるには

$$a_i^{-1} = a_i + 4 \pmod 8$$

とすれば,

$$a_n^{-1} \dots a_2^{-1} a_1^{-1}$$

- 閉曲線の回る向きは

$$u_k = a_{i+1} - a_i + 8c \qquad c = \{0, +1, -1\}$$

$$|u_k| \leq 3$$

となるようにc をとると

$$\sum u_k = \pm 8 \qquad \begin{cases} +8 & \text{反時計回り} \\ -8 & \text{時計回り} \end{cases}$$

曲率

- 点列(x_i, y_i) で構成された離散的な折れ線に対して曲率を計算
  - 注目する点に対して近似に用いる点の数を前後k

$$
\begin{aligned}
d_- &= \frac{1}{k}\sum_{i=-k+1}^{0}\frac{y_{i-1}-y_i}{x_{i-1}-x_i}\\
d_+ &= \frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1}\frac{y_i-y_{i+1}}{x_i-x_{i+1}}\\
d_\pm &= \frac{1}{k}\sum_{i=-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}}\frac{y_i-y_{i+1}}{x_i-x_{i+1}}
\end{aligned}
$$

曲率

さらに、これらを用いて,

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} &= d_+ - d_- \\ \frac{dy}{dx} &= d_\pm \end{aligned}$$

これを曲率の式に代入することで計算

$$\kappa = \frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

より簡単には以下のように近似

$$\begin{aligned} d_- &= \frac{y_0 - y_{-k}}{x_0 - x_{-k}} \\ d_+ &= \frac{y_k - y_0}{x_k - x_0} \\ d_\pm &= \frac{y_{\frac{k}{2}} - y_{-\frac{k}{2}}}{x_{\frac{k}{2}} - x_{-\frac{k}{2}}} \end{aligned}$$