

# 特徴の照合と その効率化

# 特徴の照合

## 2クラス分類問題

：線形識別関数による分類

## 識別論的照合法

：テンプレートマッチングによる照合

：特徴評価基準による照合

：特徴空間でのマッチングによる照合

## 構造解析的照合法

：生成文法による照合

：写像およびコスト関数による照合

# 2クラス分類問題

$d$  次元特徴空間上の特徴 パターン  $x \in X$  を, 2つのクラス  
の何れかに分類する問題:

2クラス分類問題と呼ばれる

ある  $(d+1)$ 次元ベクトル  $w = (w_0, w_1, \dots, w_d)^T$  に対して, 以下  
のような線形識別関数  $g(\tilde{x})$  が存在するとき, この集合  $X$  は  
線形分離可能である.

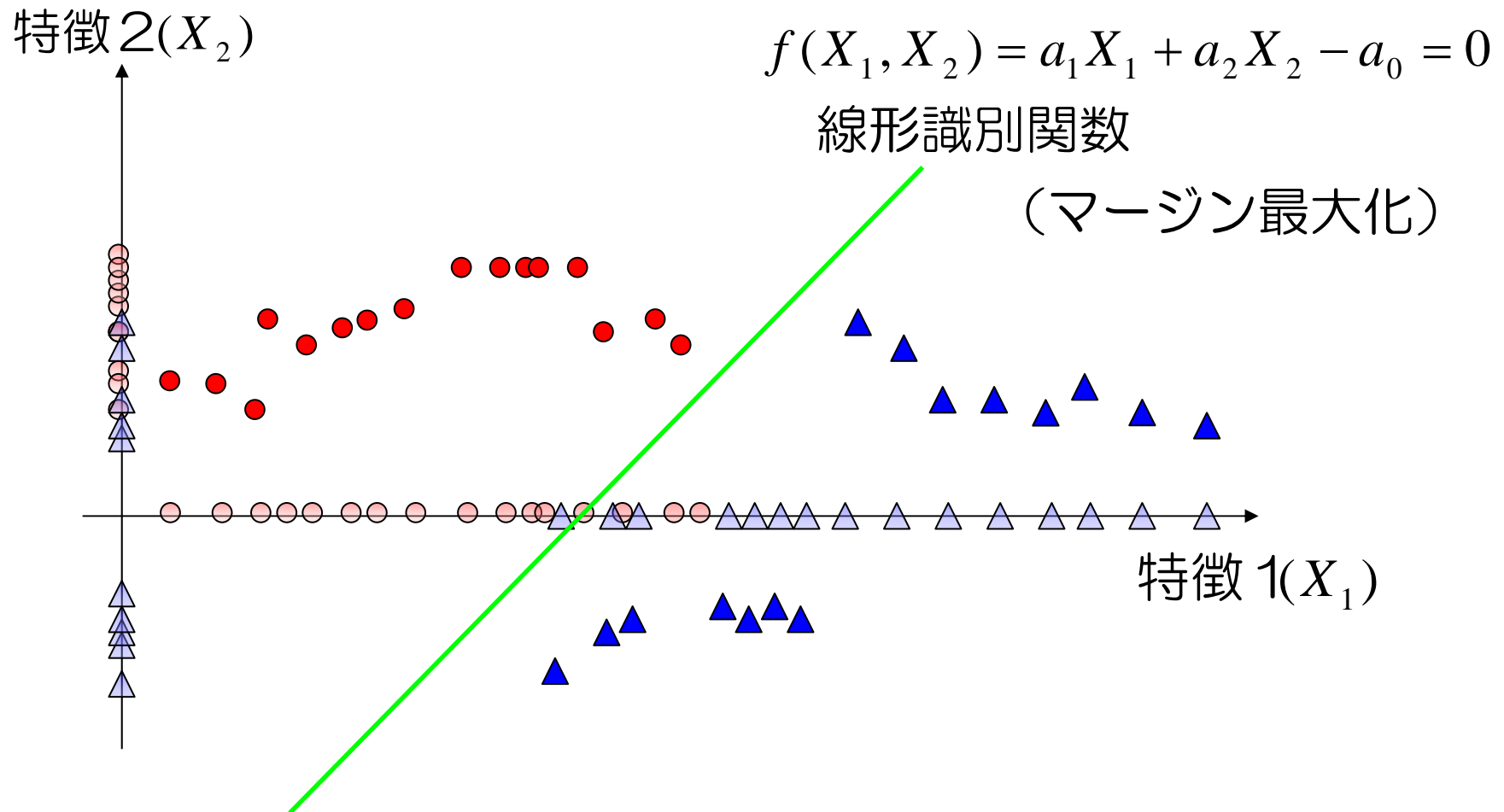
$$g(\tilde{x}) = w^T \tilde{x} \begin{cases} > 0 & C_1 \text{ に属する全ての } x \text{ に対して} \\ < 0 & C_2 \text{ に属する全ての } x \text{ に対して} \end{cases}$$

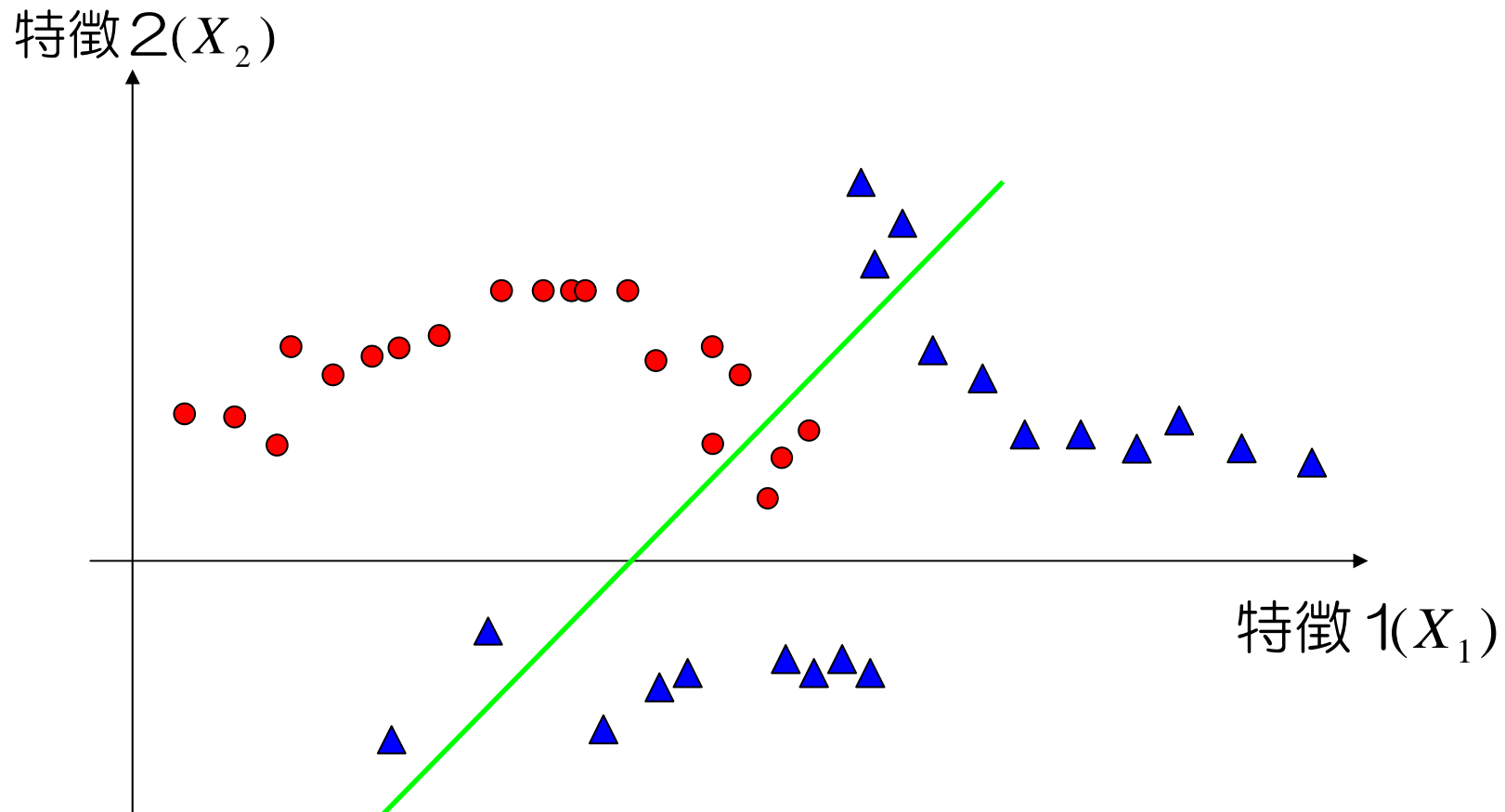
ただし,  $\tilde{x} = (1, x)^T, x \in X$

$g(\tilde{x}) = 0$ : 決定境界面

→ 学習による  $w$  の決定が必要.

## 2次元特徴空間での分類



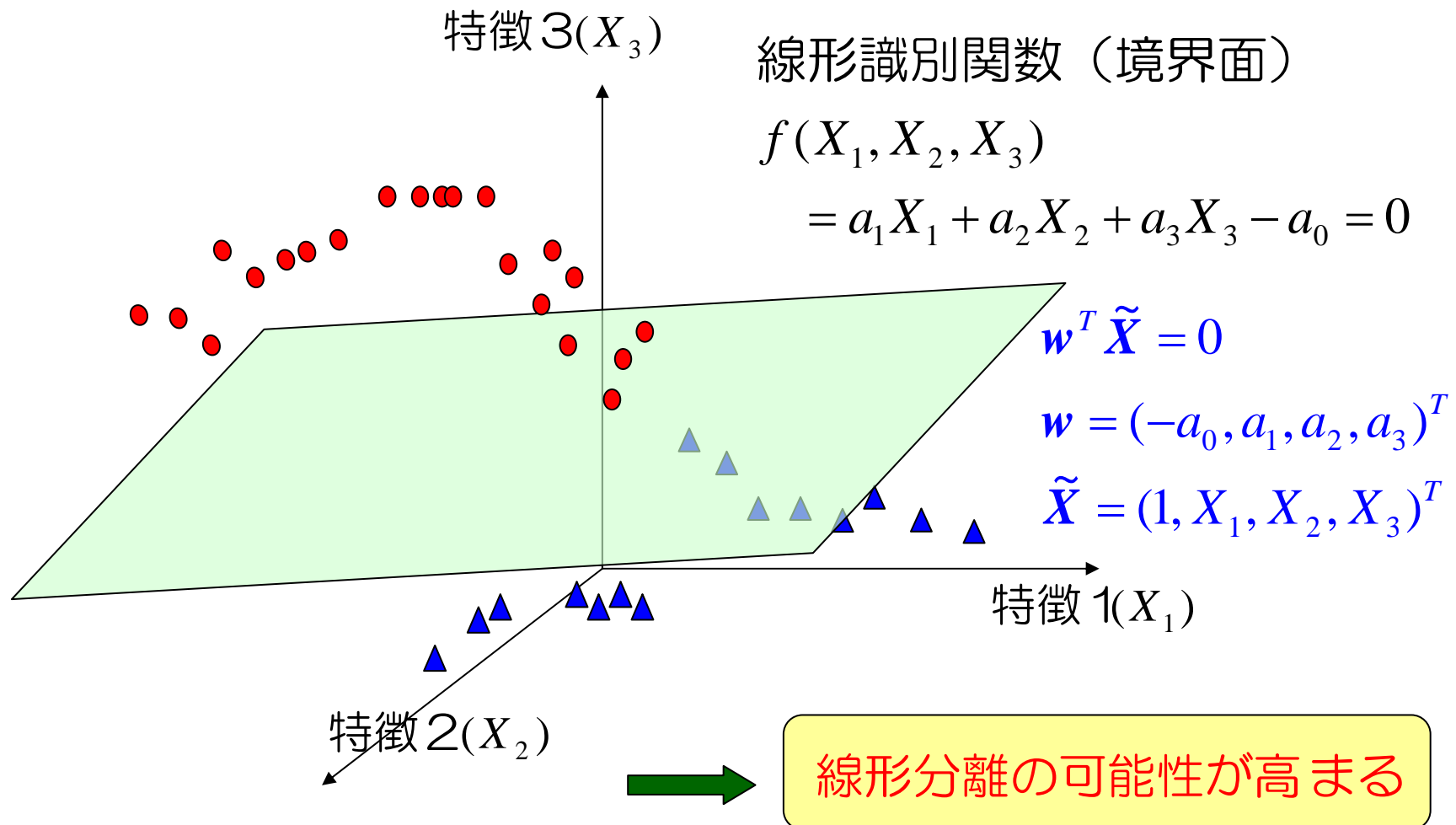


対応策

- 非線形識別関数を利用
- 線形分離能力を高めるため、高次元空間へ写像

# 高次元空間への写像

新たな特徴 $X_3$ を求め、 $(X_1, X_2, X_3)$ 空間へ写像.



# 識別論的照合法(1/3)

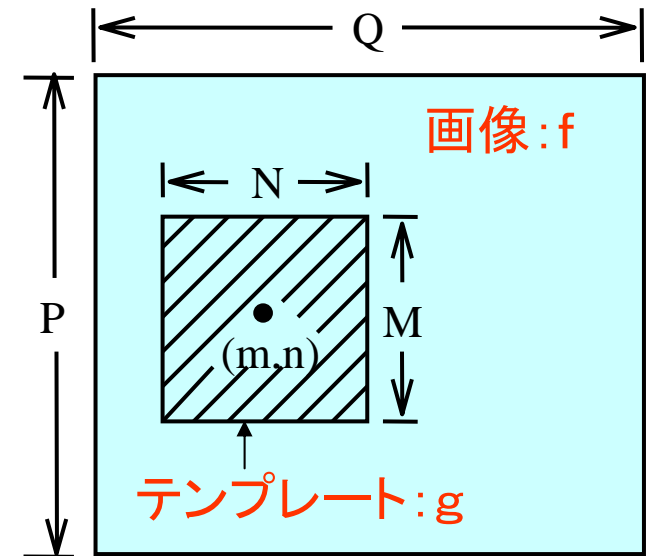
## テンプレートマッチング

画像パターンとテンプレートパターンとの  
相互相関係数

$$r(m, n) = \sum_{(i, j) \in D} f(i, j) g(i - m, j - n)$$

正規化相互相関係数

$$r_{\text{norm}}(m, n) = \frac{\sum_{(i, j) \in D} f(i, j) g(i - m, j - n)}{[\sum_{(i, j) \in D} f^2(i, j)]^{1/2} [\sum_{(i, j) \in D} g^2(i - m, j - n)]^{1/2}}$$



# 識別論的照合法(2/3)

## 特徴評価基準による照合

距離測度を用いた照合

最も距離の小さいカテゴリに照合.

類似度を用いた照合

最も類似度の大きいカテゴリに照合.

KL変換, 線形判別法による照合

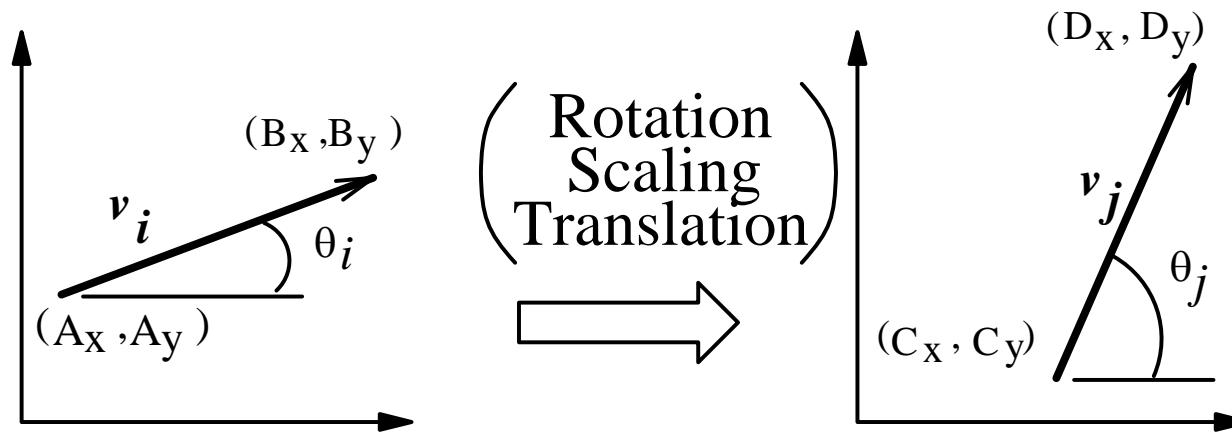
- ①特徴変換による部分空間への写像 (次元圧縮)
- ②線形判別法による照合



# 識別論的照合法(3/3)

## パラメータ空間投票照合

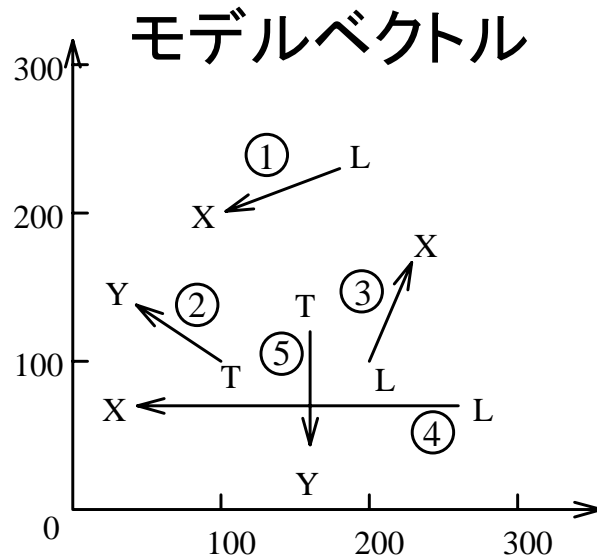
(例) RST変換を受けた特徴の照合法



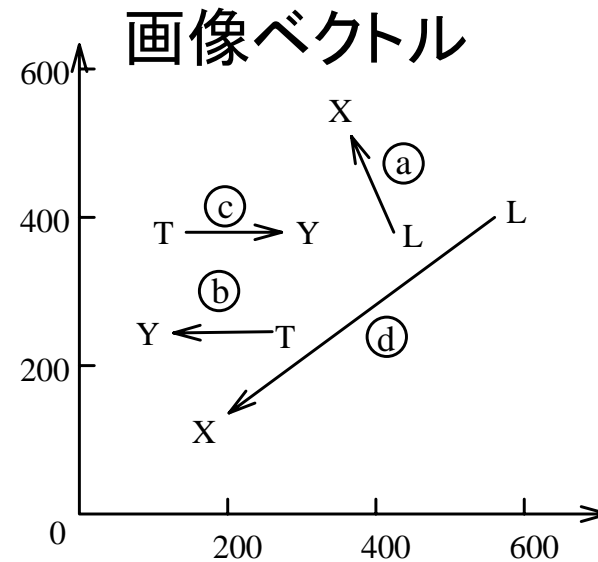
$$\theta = \theta_j - \theta_i, \quad s = \frac{|\mathbf{v}_j|}{|\mathbf{v}_i|}$$

$$\Delta x = sA_y \sin \theta - sA_x \cos \theta + C_x$$

$$\Delta y = -sA_x \sin \theta - sA_y \cos \theta + C_y$$



- ① (L,170,220) - (X,100,200)
- ② (T,100,100) - (Y,40,150)
- ③ (L,200,100) - (X,220,170)
- ④ (L,260,70) - (X,40,70)
- ⑤ (T,150,125) - (Y,150,50)

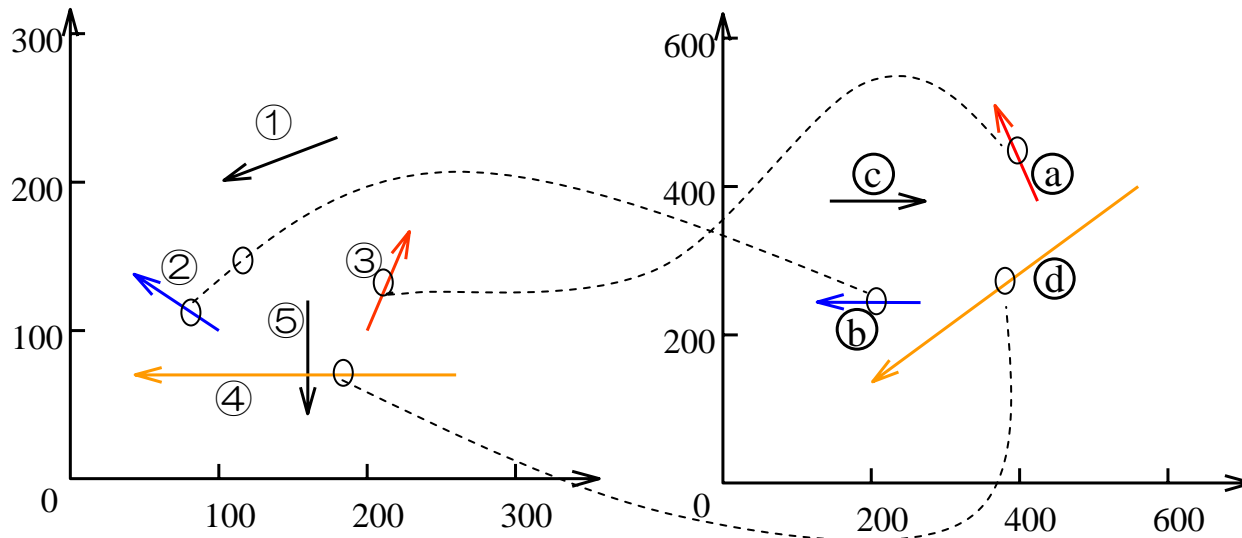


- ① (L,545,400) - (X,200,120)
- ② (T,260,240) - (Y,100,245)
- ③ (T,140,380) - (Y,300,380)
- ④ (L,420,370) - (X,360,500)

- ラベル比較. ラベルに矛盾の無い対を検出
- 各対に対して, 各パラメータを計算.
- パラメータ空間 (4次元  $(\theta, s, \Delta x, \Delta y)$  空間) に投票.
- 最も投票数の多い座標値を照合結果とする.

## モデルベクトル

## 画像ベクトル



① (L,170,220) - (X,100,200)

② (T,100,100) - (Y,40,150)

③ (L,200,100) - (X,220,170)

④ (L,260,70) - (X,40,70)

⑤ (T,150,125) - (Y,150,50)

a (L,545,400) - (X,200,120)

b (T,260,240) - (Y,100,245)

c (T,140,380) - (Y,300,380)

d (L,420,370) - (X,360,500)

$$(\theta, s, \Delta x, \Delta y) = (5.6, 0.5, -75, 88)$$

に3組の対が投票される。

# 構造解析的照合手法(1/3)

## Syntactic法（構造的情報を形式文法で記述）

対象物を単純な要素に分割  
要素間の関係を文生成規則として表現

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

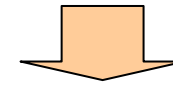
$V_N$  : 非終端記号集合

$V_T$  : 終端記号集合

$P$  : 生成規則集合

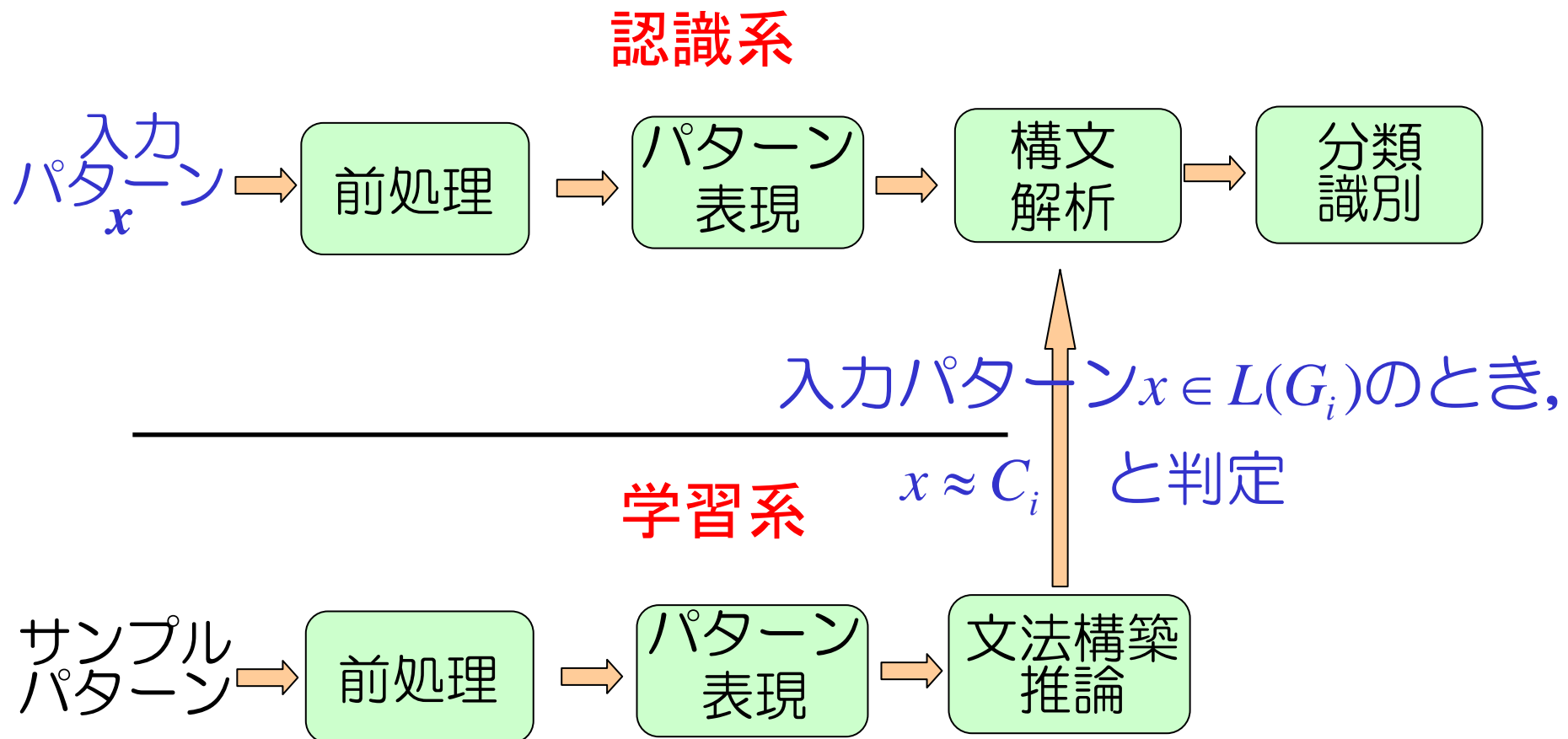
$S$  : 開始記号

$L(G)$ : 文法  $G$  によって生成  
される言語 (パターン)



パターンクラス  $C_i$  毎に  
文法  $G_i$  を定義.

# Syntacticパターン認識システム



# 構造解析的照合手法(2/3)

## 写像に基づく構造的記述照合

対象物の構造的記述  $\Rightarrow$   $D = (P, R)$

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ , ..... 要素集合

$P_i = \{(\text{属性名}, \text{値}), \dots, (\text{属性名}, \text{値})\}$

$R = \{(NR_1, R_1), (NR_2, R_2), \dots, (NR_r, R_r)\}$  ..... 関係集合

$NR_i$  : 関係名,  $R_i \subseteq P^n$  : 関係を満たす要素集合

$[R_i$  は、最大  $n$  個までの要素集合  
で構成。]

次のような  $h: P \rightarrow Q$  なる写像  $h$  を考える.

$$R_k \circ h = \{(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \mid (P_1^{(k)}, \dots, P_n^{(k)}) \in R_k, \text{ and } h(P_i^{(k)}) = Q_i, (i = 1, \dots, n)\}$$

## 2つの構造的記述の照合

$$D_p = (P, R)$$

$$P = \{P_i\}, R = \{(NR_i, R_i)\}$$

$$D_c = (Q, S)$$

$$Q = \{Q_j\}, S = \{(NS_j, S_j)\}$$

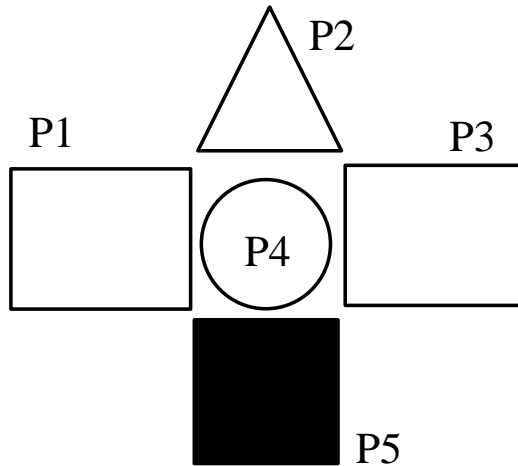
において、

1.  $h(P_i) = Q_j$  のとき,  $P_i \subseteq Q_j$ ,

2.  $NR_x = NS_y$  で, 関係  $R_x, S_y$  が,  $R_x \circ h \subseteq S_y$

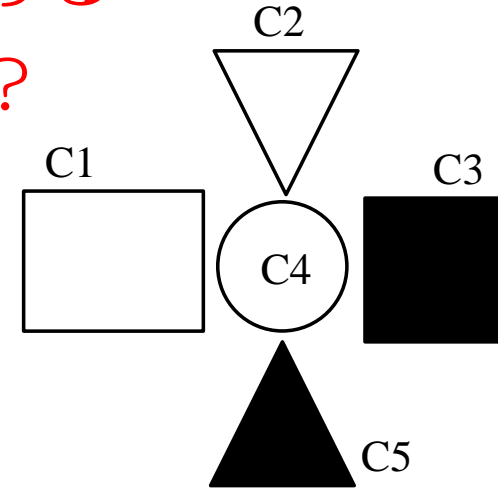
であるとき, 『 $D_c$  は  $D_p$  にマッチする』 と定義.

## (マッチ例)

Prototype Description  $D_p$ 

$D_p = \{P, RP\}$   
 $P = \{P1, P2, P3, P4, P5\}$   
 $RP = \{(Left, Left\_P), (Above, Above\_P)\}$   
 $Left\_P = \{(P1, P4), (P4, P3)\}$   
 $Above\_P = \{(P2, P4), (P4, P5)\}$   
 $P1 = \{(shape, rectangular), (color, white)\}$   
 $P2 = \{(shape, triangular)\}$   
 $P3 = \{(shape, rectangular)\}$   
 $P4 = \{(shape, circular)\}$   
 $P5 = \{(color, black)\}$

$D_c$ が $D_p$ にマッチする  
ための写像  $h$ は？

Candidate Description  $D_c$ 

$D_c = \{C, RC\}$   
 $C = \{C1, C2, C3, C4, C5\}$   
 $RC = \{(Left, Left\_C), (Above, Above\_C)\}$   
 $Left\_C = \{(C1, C4), (C4, C3)\}$   
 $Above\_C = \{(C2, C4), (C4, C5)\}$   
 $C1 = \{(shape, rectangular), (color, white)\}$   
 $C2 = \{(shape, triangular), (color, white)\}$   
 $C3 = \{(shape, rectangular), (color, black)\}$   
 $C4 = \{(shape, circular)\}$   
 $C5 = \{(shape, triangular), (color, black)\}$



# 構造解析的照合手法(3/3)

## コスト関数によるグラフ照合

2次元関係グラフ  $\Rightarrow \omega = (N, B, \mu, \varepsilon)$

$N$ : ノード集合,  $B \subset N \times N$ : 枝集合

$\mu: N \rightarrow V_N$ : ノードのラベル関数,  $\varepsilon: B \rightarrow V_B$ : 枝のラベル関数,

$V_N$ : ノードラベル集合,  $V_B$ : 枝ラベル集合

グラフの照合  $\omega_1 = (N_1, B_1, \mu_1, \varepsilon_1), \omega_2 = (N_2, B_2, \mu_2, \varepsilon_2)$

$\overline{N}_1 = N_1 \cup \{\$, \}$ ,  $\overline{N}_2 = N_2 \cap \{\$, \}$ として, 次の関係を満たす部分関数  $f: \overline{N}_1 \rightarrow \overline{N}_2$ を,  $\omega_1$ と $\omega_2$ の照合と呼ぶ.

(1)  $f(\$) = \$$ .

(2)  $n_1 \neq n_2; n_1, n_2 \in N_1$ に対し,  $f(n_1) \neq f(n_2)$ で,  $f(n_1), f(n_2) \in N_2$ .

(3)  $m_1 \in N_2$ に対し,  $f(n_1) = m_1$ なる $n_1 \in \overline{N}_1$ が存在.

$n_1 \in N_1$ に対し,  $f(n_1) = m_1$ なる $m_1 \in \overline{N}_2$ が存在.

## グラフ変換としての部分関数

$n_1 \in N_1, f(n_1) = n_2 \in N_2 \Rightarrow n_1$ を $n_2$ で置換.  $\Rightarrow$  置換コスト

$n_1 \in N_1, f(n_1) = \$ \Rightarrow n_1$ を削除.  $\Rightarrow$  削除コスト

$n_2 \in N_2, f^{-1}(n_2) = \$ \Rightarrow n_2$ を挿入.  $\Rightarrow$  挿入コスト

各変換に必要なコストを定義.



最小コストを持つ変換

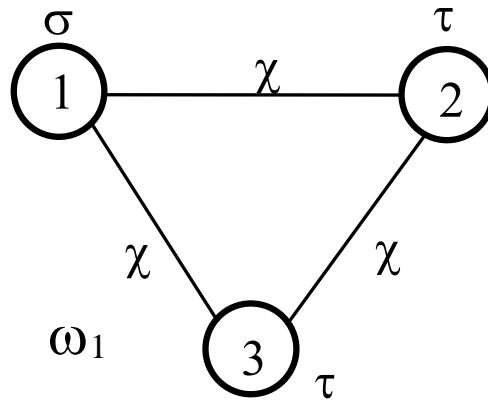
2つのグラフの最適マッチングと定義

ノードと枝の置換では,

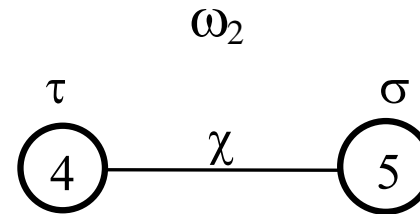
$$\text{SUBNODE}(\sigma, \tau) + \sum_{i=1}^n g_i |x_i - y_i|$$

と, 属性を含めたコスト定義が必要.

# グラフ照合の例



( a )



( b )

コスト定義例

$$\begin{aligned} \text{DELNODE}(\alpha) &= 2, \alpha \in \{\sigma, \tau\}, \\ \text{SUBNODE}(\sigma, \tau) &= \text{SUBNODE}(\tau, \sigma) = 1, \\ \text{DELBRANCH}(x) &= \text{INSBRANCH}(x) = 2, \\ \text{DELBRANCH}^*(x) &= 1, \end{aligned}$$

$f_1 : 2 \mapsto 4, 3 \mapsto 5, 1 \mapsto \$$  は 1 つのマッチ関数で,  
そのコストは,

$$\text{cost}(f_1) = 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

# 照合の効率化

照合回数増や探索空間の巨大化に対する照合の高速化.

- (a) DPアルゴリズム.
- (b) 遺伝的アルゴリズム.
- (c) 発見的探索アルゴリズムなど.

学習に基づく照合の効率化 (本講では対象としない)

部分空間法, ニューラルネットワーク,  
サポートベクタマシン, 隠れマルコフモデル,  
ベイジアンネットワークなど,

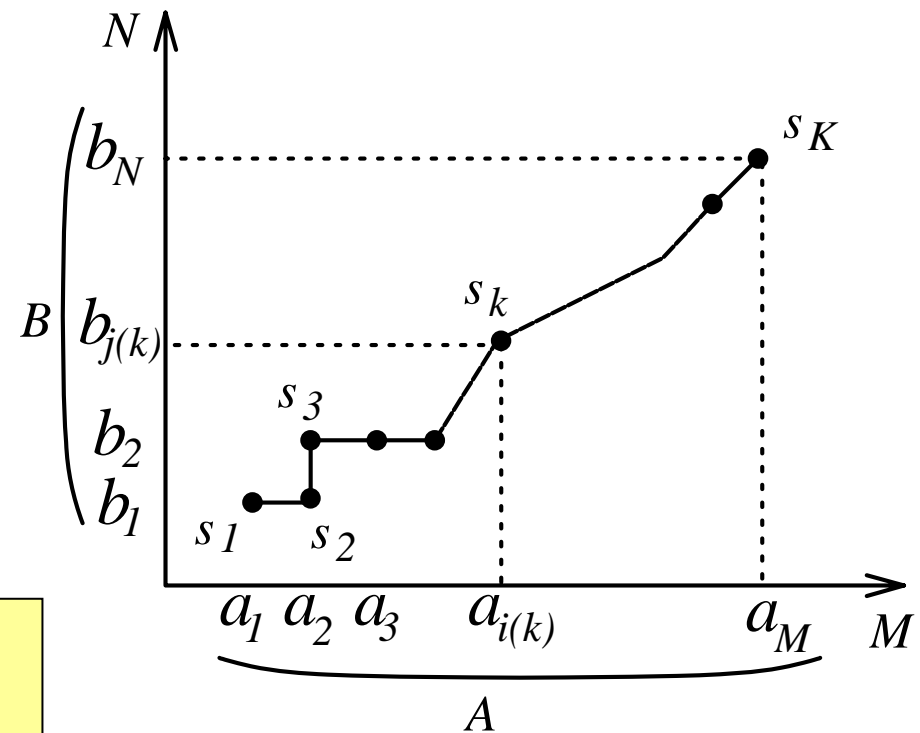
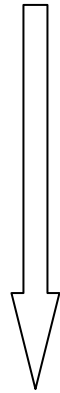
 学習理論

# DPアルゴリズム

異なる長さのパターンAとB

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_M), \quad B = (b_1, b_2, \dots, b_N)$$

のマッチングは？



$M$  -  $N$ 空間上の状態 $s_1$ から  
 $s_K$ までの径路決定問題

$A$ の要素 $a_{i(k)}$ と $B$ の要素 $b_{j(k)}$ との対応:  $s_k = (a_{i(k)}, b_{j(k)})$ :

要素同士の照合コストを $d(a_{i(k)}, b_{j(k)}) = d(s_k)$ で表現.

$A$ と $B$ の最適照合:  $D(A, B)$

$$D(A, B) = \min_{\{s_1, s_2, \dots, s_K\}} \left[ \sum_{i=1}^K d(s_i) \right]$$

部分状態列 $\{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ に対する部分和 $g(s_k)$

$$\begin{aligned} g(s_k) &= \min_{\{s_1, \dots, s_k\}} \left[ \sum_{i=1}^k d(s_i) \right] = \min_{\{s_1, \dots, s_k\}} \left[ \sum_{i=1}^{k-1} d(s_i) + d(s_k) \right] \\ &= \min_{\{s_k\}} \left[ \min_{\{s_1, \dots, s_{k-1}\}} \left[ \sum_{i=1}^{k-1} d(s_i) \right] + d(s_k) \right] \\ &= \min_{\{s_k\}} [g(s_{k-1}) + d(s_k)] \end{aligned}$$

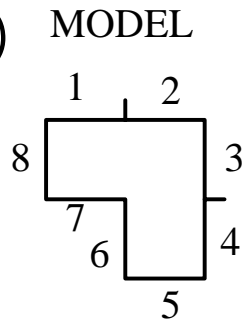


状態系列に関する漸化式

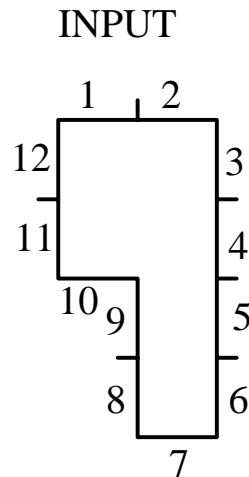
# 画像処理へのDP利用

⇒ それぞれの問題を漸化式として表現.

(例)

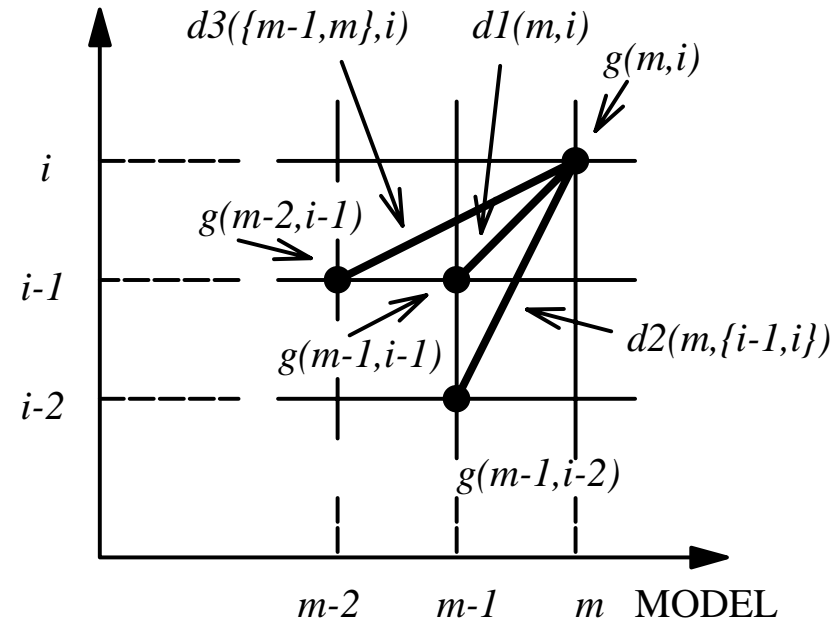


( a )



( b )

INPUT



( c )

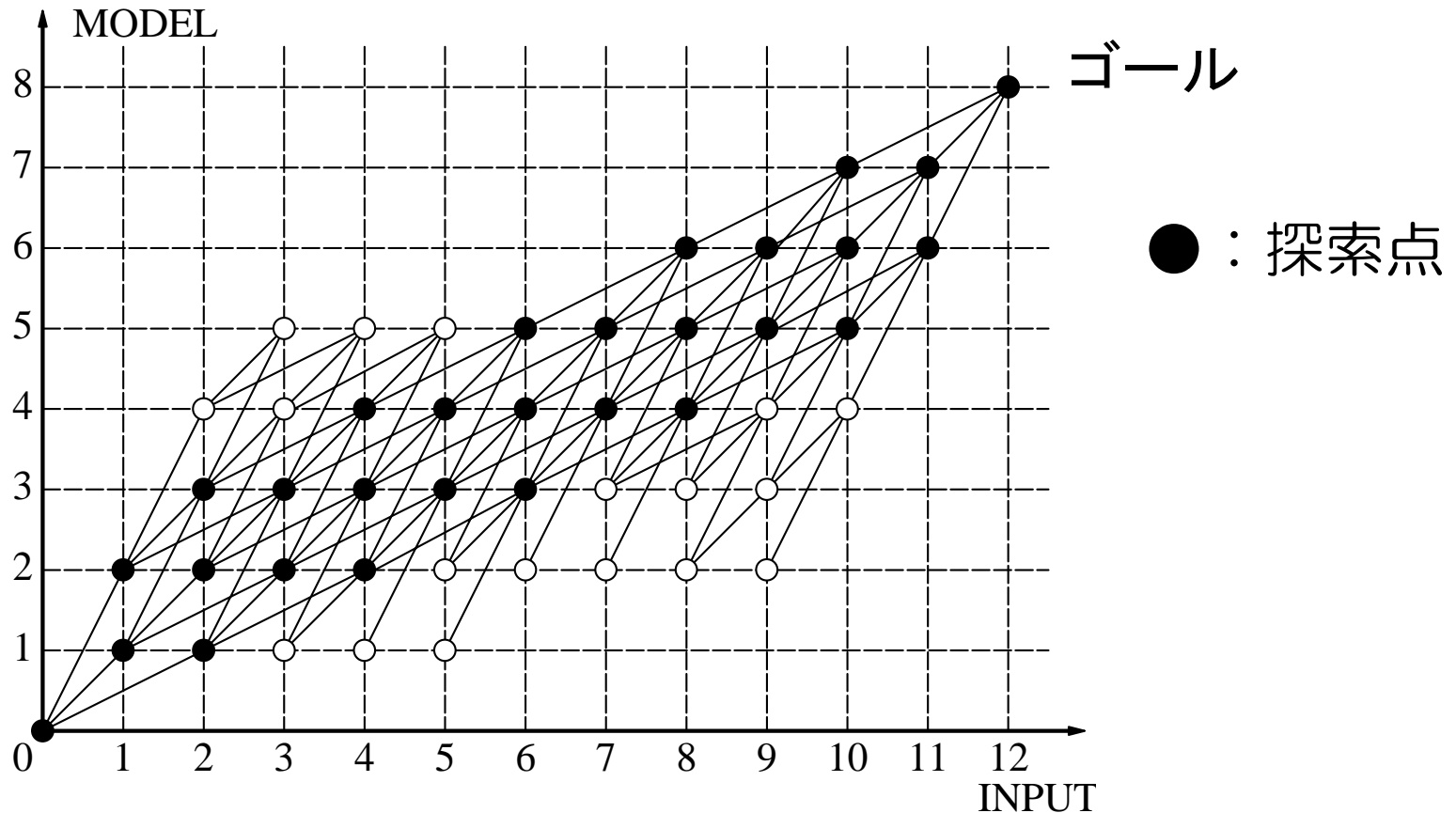
線分照合戦略

照合コスト

- 1.モデル線分 $m$ と入力線分 $i$ とが1対1 対応.  $\longrightarrow d1(m, i)$
- 2.モデル線分 $m$ と入力線分 $i$ と $i-1$ とが1対2 対応.  $\longrightarrow d2(m, \{i-1, i\})$
- 3.モデル線分 $m-1$ と $m$ が入力線分 $i$ に2対1 対応.  $\longrightarrow d3(\{m-1, m\}, i)$

# DPの漸化式

$$g(m, i) = \min \begin{cases} g(m-1, i-1) + d1(m, i) \\ g(m-1, i-2) + d2(m, \{i-1, i\}) \\ g(m-2, i-1) + d3(\{m-1, m\}, i) \end{cases}$$





# 遺伝的アルゴリズム

## GAの概念

ある固体集団における生存競争.

生存競争の勝者が生き残り, 子孫を残す.

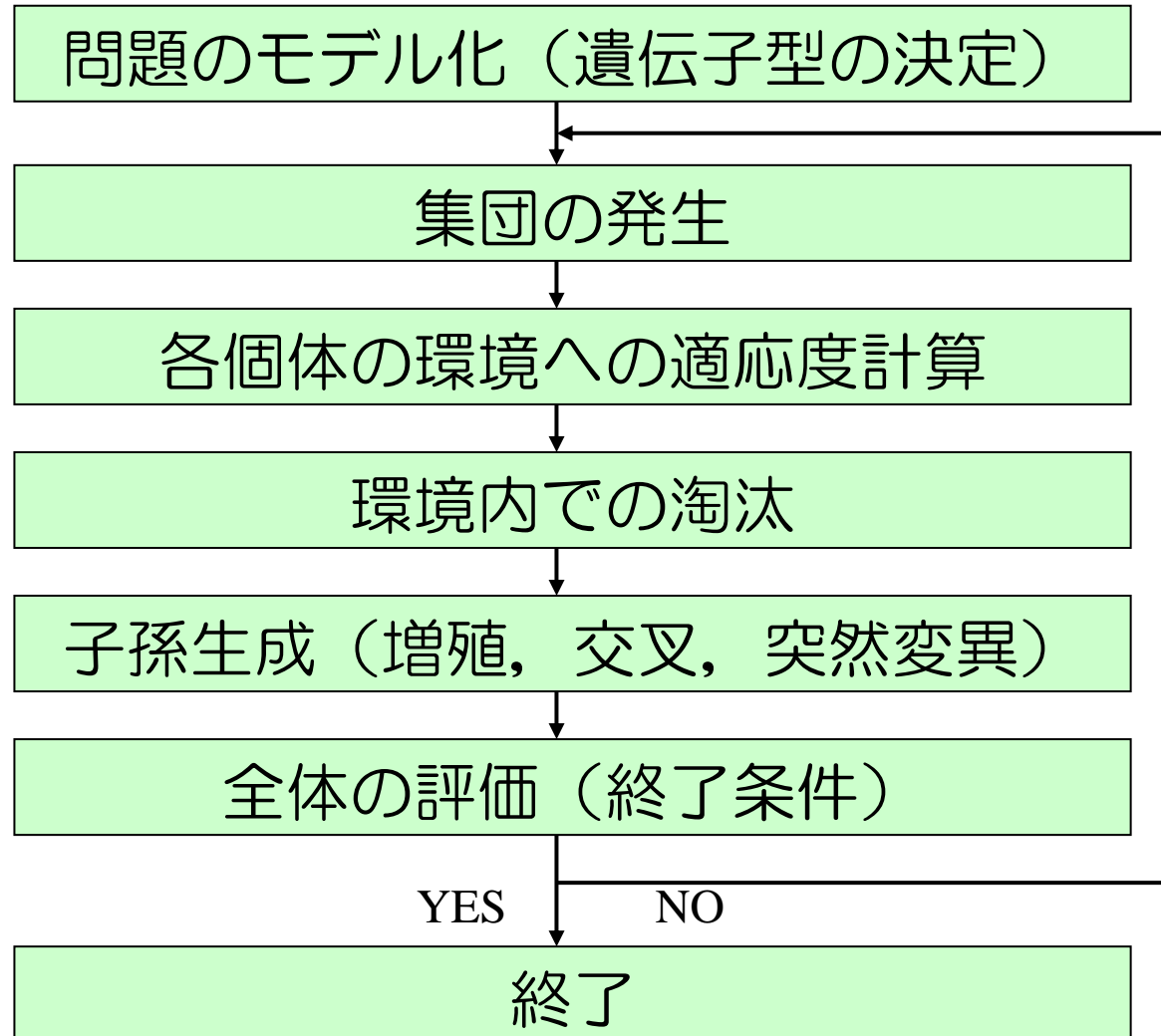
交叉等の過程で生まれた子は親の形質を継承.

世代交代の繰り返し.

環境に適応したものが生き残る.

突然変異により親の形質を継承しない子の発生.

# GAの処理の流れ



# パターンマッチングへの応用

## モデルP

$xy$ 平面上の $n$ 個の点列(重心座標形)

$$P = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$$

モデル $P$ を $\theta$ 回転,  $M$ 倍に拡大,  $(X_c, Y_c)$ 平行移動.

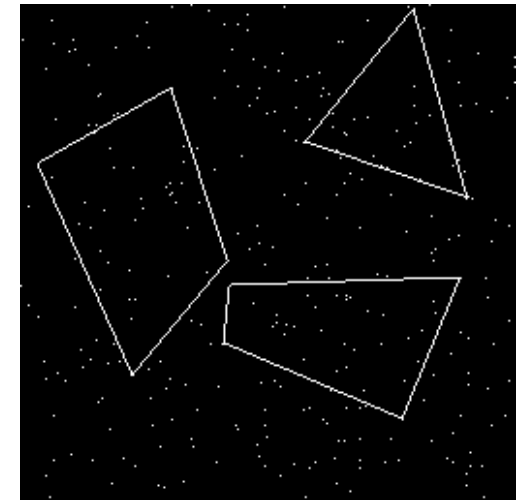
$$Q = \{(X_1, Y_1), (Y_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)\}$$

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \end{pmatrix}$$

## GAによるマッチングのモデル化

個体の遺伝子型  $G_k = (X_{ck}, Y_{ck}, M_k, \theta_k)$

個体の表現型  $E_k = \{(X_{1k}, Y_{1k}), (X_{2k}, Y_{2k}), \dots, (X_{nk}, Y_{nk})\}$



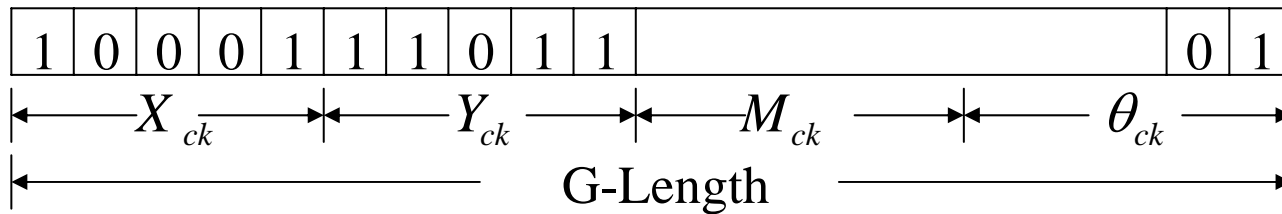
# マッチングの適応度評価

画像  $f(x, y)$ : 2値画像を距離変換によってぼかした画像

個体  $E_k$  の適応度

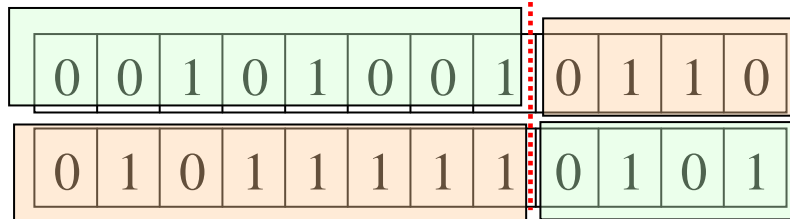
$$fitness(E_k) = \frac{\sum_{i=1}^n f(X_{ik}, Y_{ik})}{L \times n}$$

## 遺伝子のコーディング



## 遺伝子の交叉

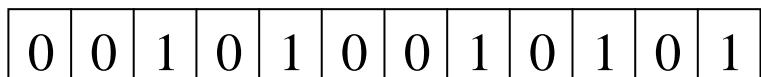
交叉点



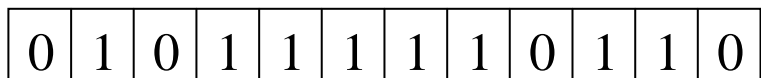
Parent 1

Parent 2

(1点交叉の例)



Offspring 1



Offspring 2

# 発見的探索アルゴリズム

問題解決と探索：人工知能研究の中核

状態空間

ある問題において到達可能な全ての状態集合.

状態空間問題の共通点：最小コスト経路の探索

探索方法

盲目的探索    ・ ・    問題固有の情報を利用しない.

ヒューリスティック探索    ・ ・    探索の制限を行う.

## 発見的探索法の例 ・ ・ A\*アルゴリズム

グラフ状態探索空間において，部分的に最小コストとなる節を拡張することで最終状態での最適照合を行う

$f^*(n)$ : 節点 $n$ でのコスト評価値.

$g^*(n)$ : 開始節点から節点 $n$ に至るコスト.

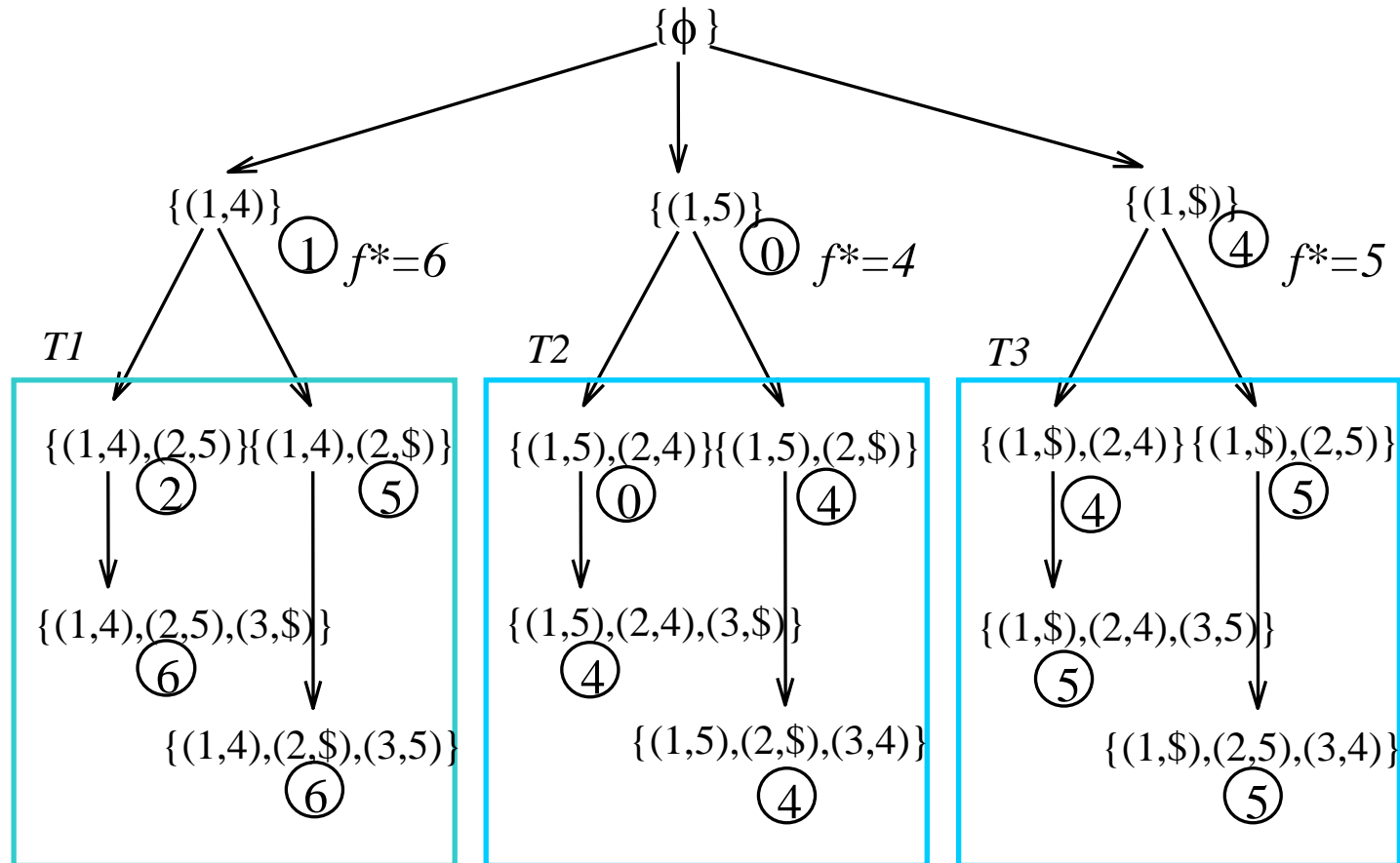
$h^*(n)$ : 節点 $n$ から目標節点に至る最小コストの推定値.

$n$ から目標節点までの真のコスト $h(n)$ に対し,  $h^*(n)$ が  
 $h^*(n) \leq h(n)$ , and  $h^*(n) > 0$ を満たすとき,

$$f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$$

を評価することで最適経路が決定可能である.

# 前述のコスト関数による全探索空間



最小コスト推定値  $h^*(n)$  :

残りの部分グラフを構造的に同じにするために  
必要なコストと定義.