労働経済II

第3回
家計の行動と労働供給

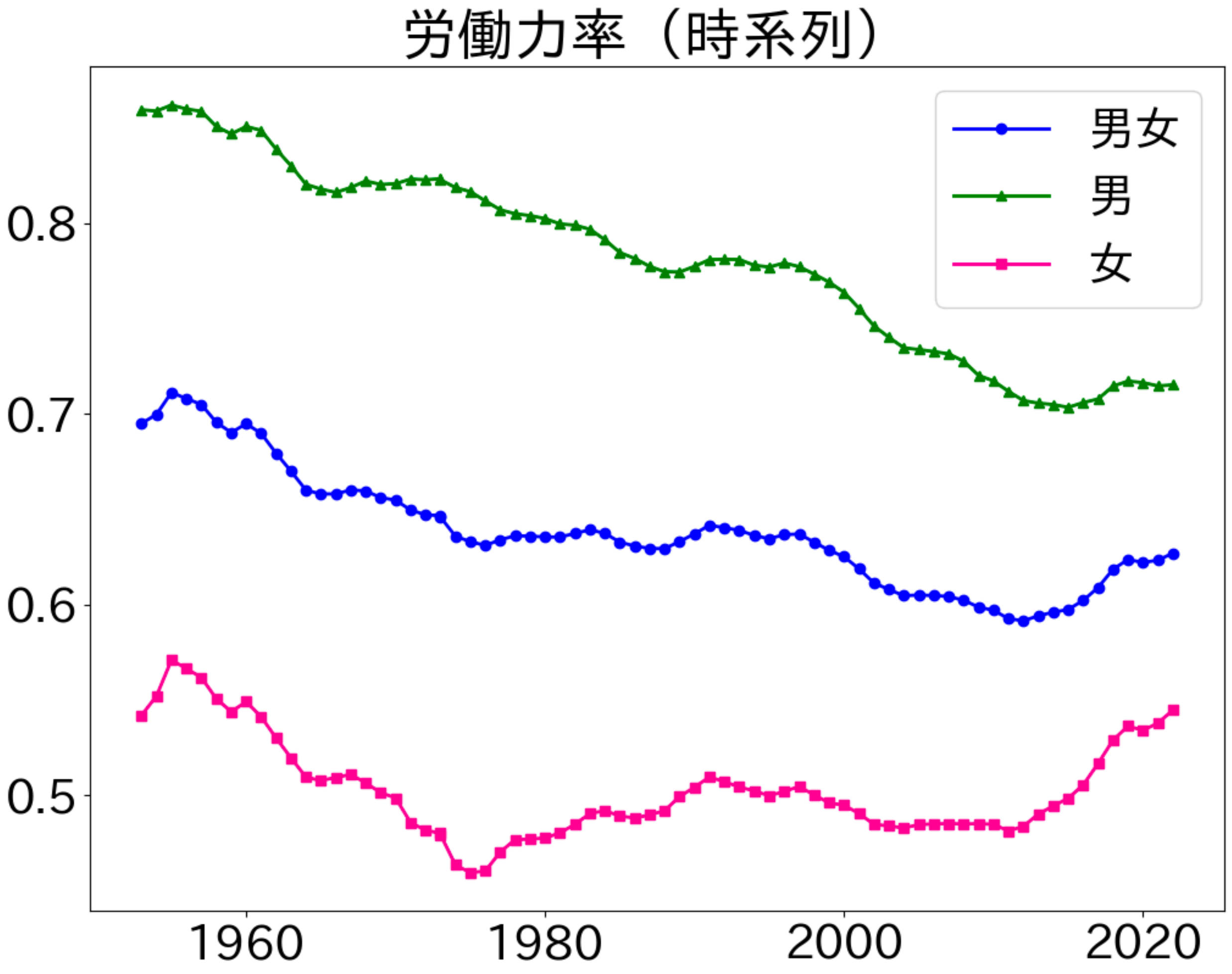
労働供給のデータ

労働供給

家計が供給している労働サービスを、労働供給といい、その総量を労働供給量という。

労働供給量のトレンドを見る一つの方法は、労働力率を観察すること。

生産可能人口とは15歳以上人口のこと。



出所：労働力調査

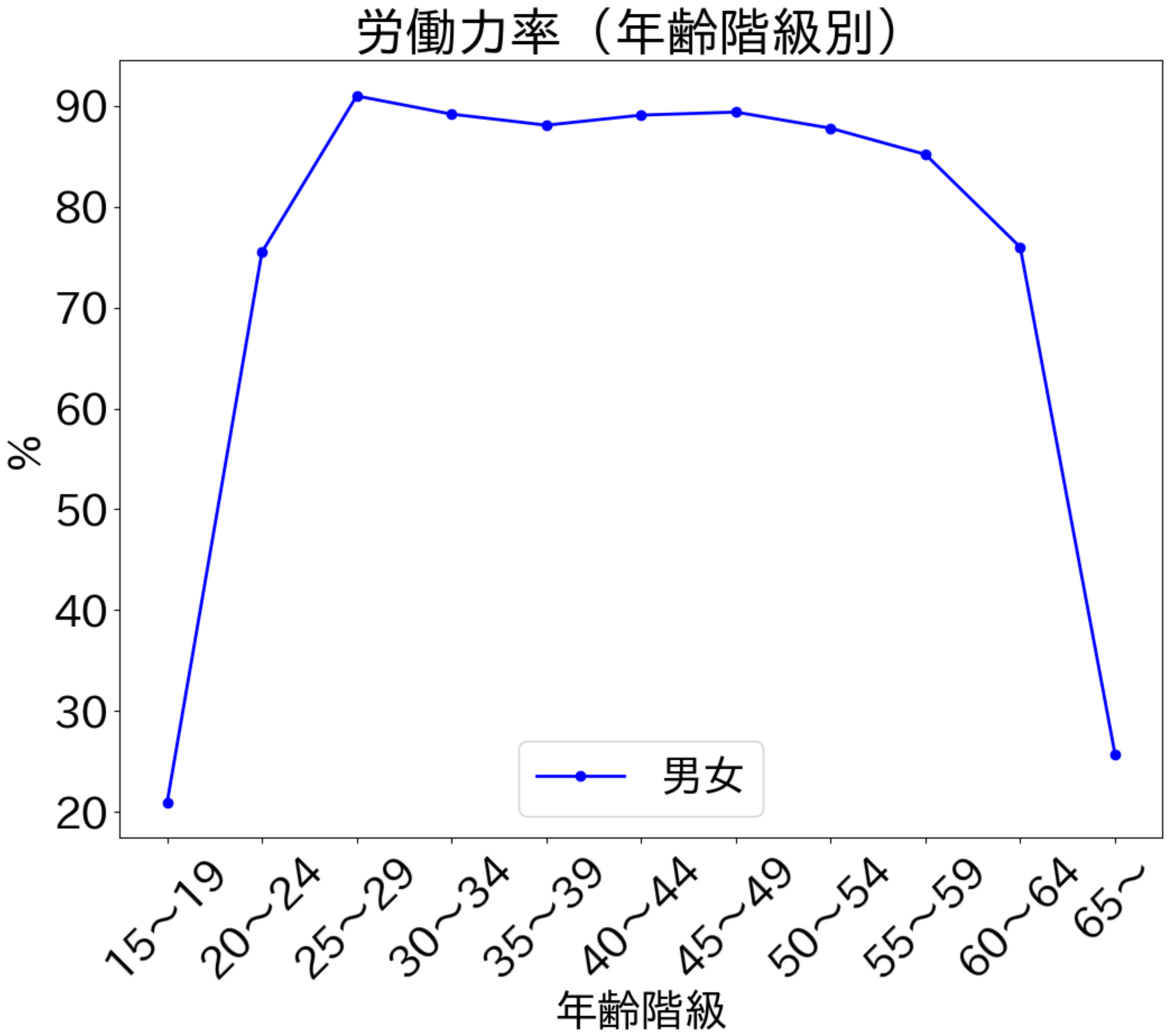
働き盛り世代？

年齢階級別の労働旅行率のグラフ（2023年、男女計）。

たくさん働いている年齢はやはり20歳から64歳まで。

なぜ？

25〜39歳で少し窪みがある。



出所：労働力調査

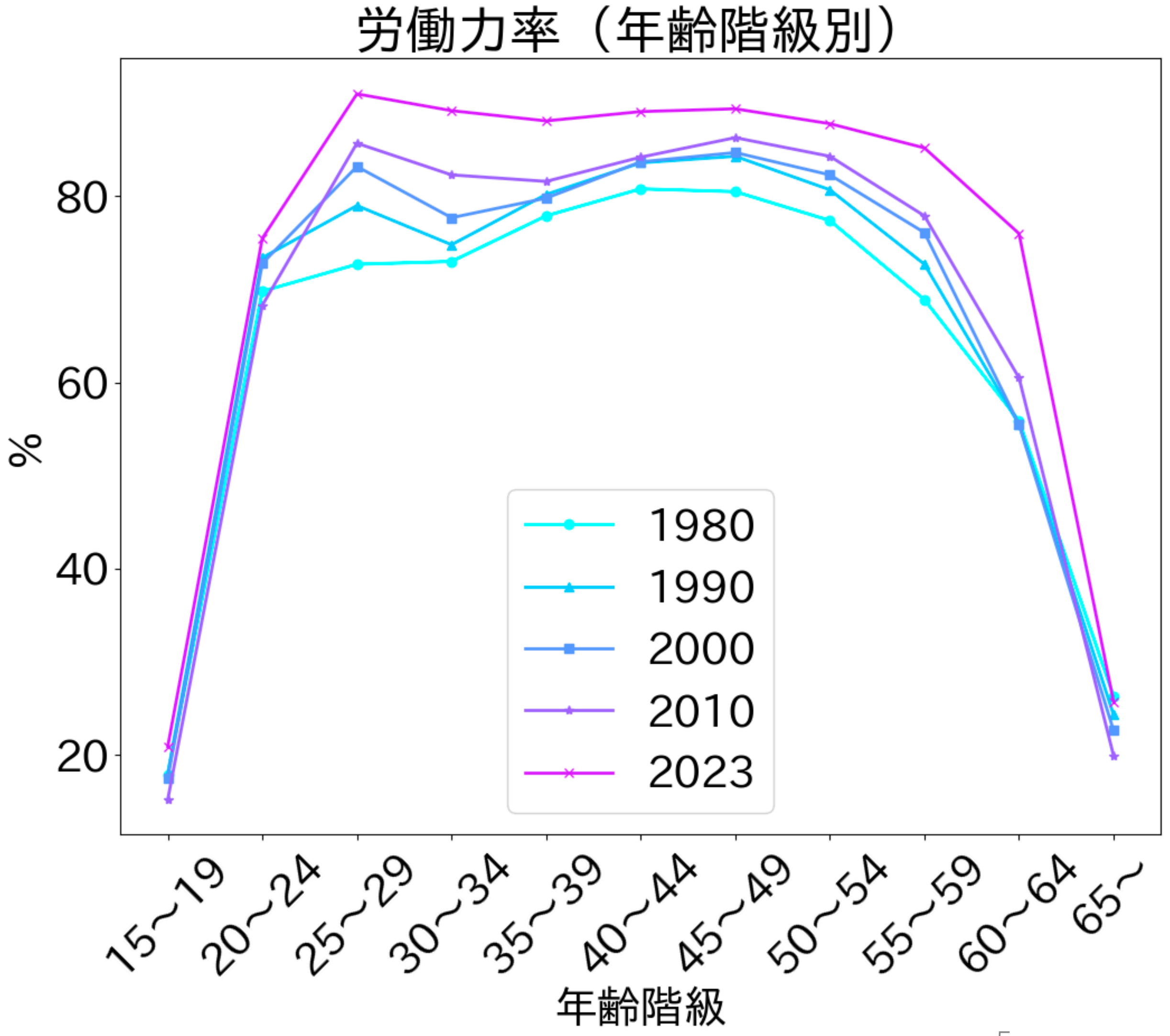
労働者年齢階級の変遷

年々、労働力率は高まってきている。

60～64歳の労働力率が2023年に大きく上がっているのはなぜ？

定年引き上げ（2013年）

Q：今後も引き上げされるだろうか？



出所：労働力調査

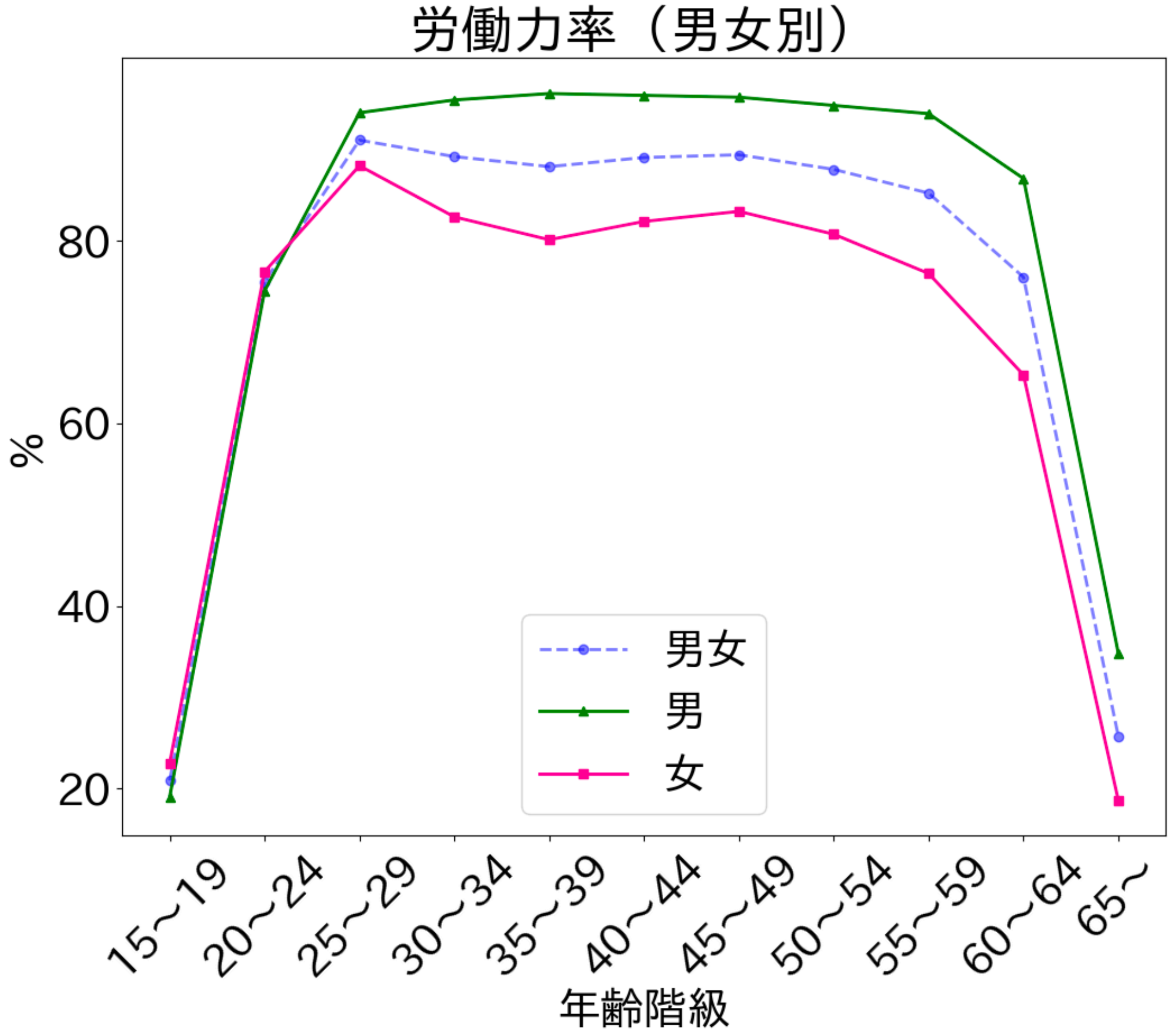
ジェンダーと労働

男女の労働力率は大きく異なる。

- 男女で異なるキャリア選択をしていることを示唆。

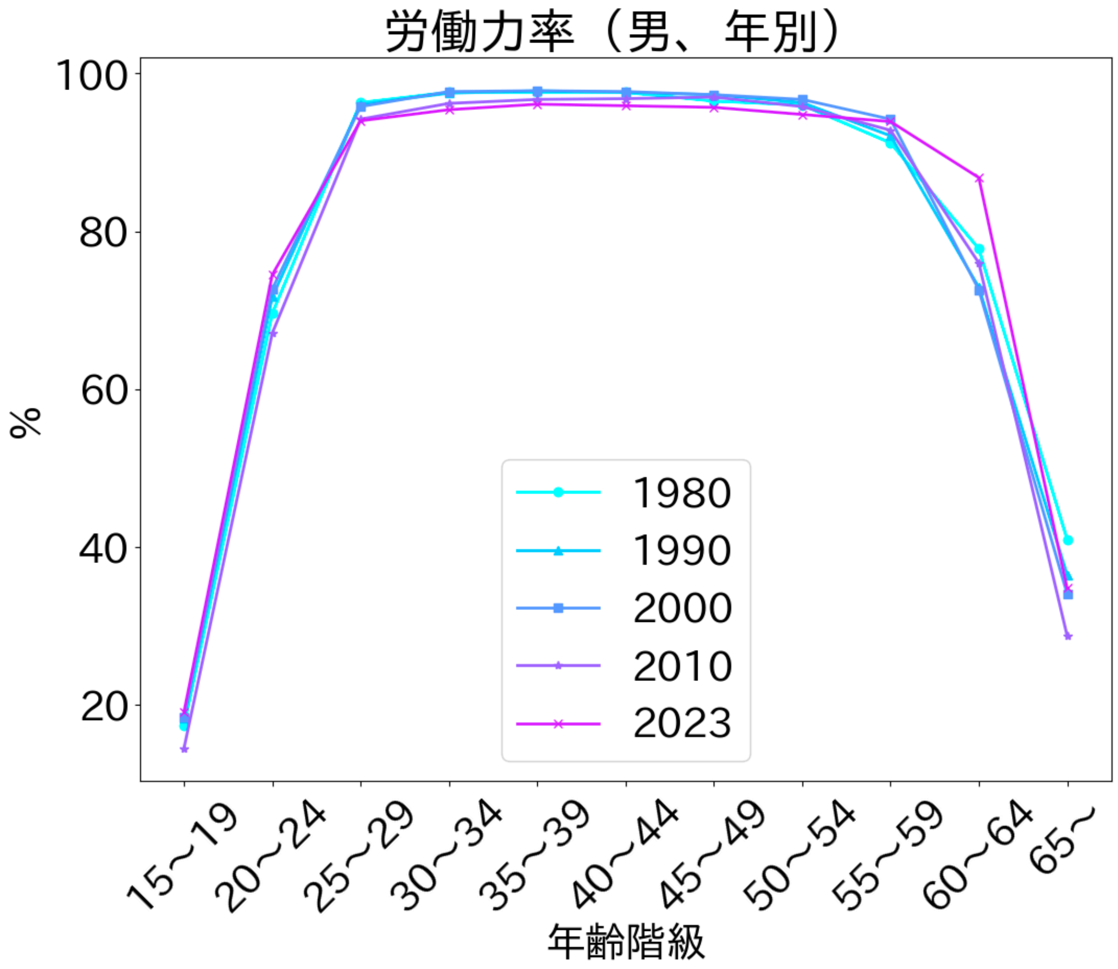
女性は25歳以降、労働力が減少し、35歳以降で回復。

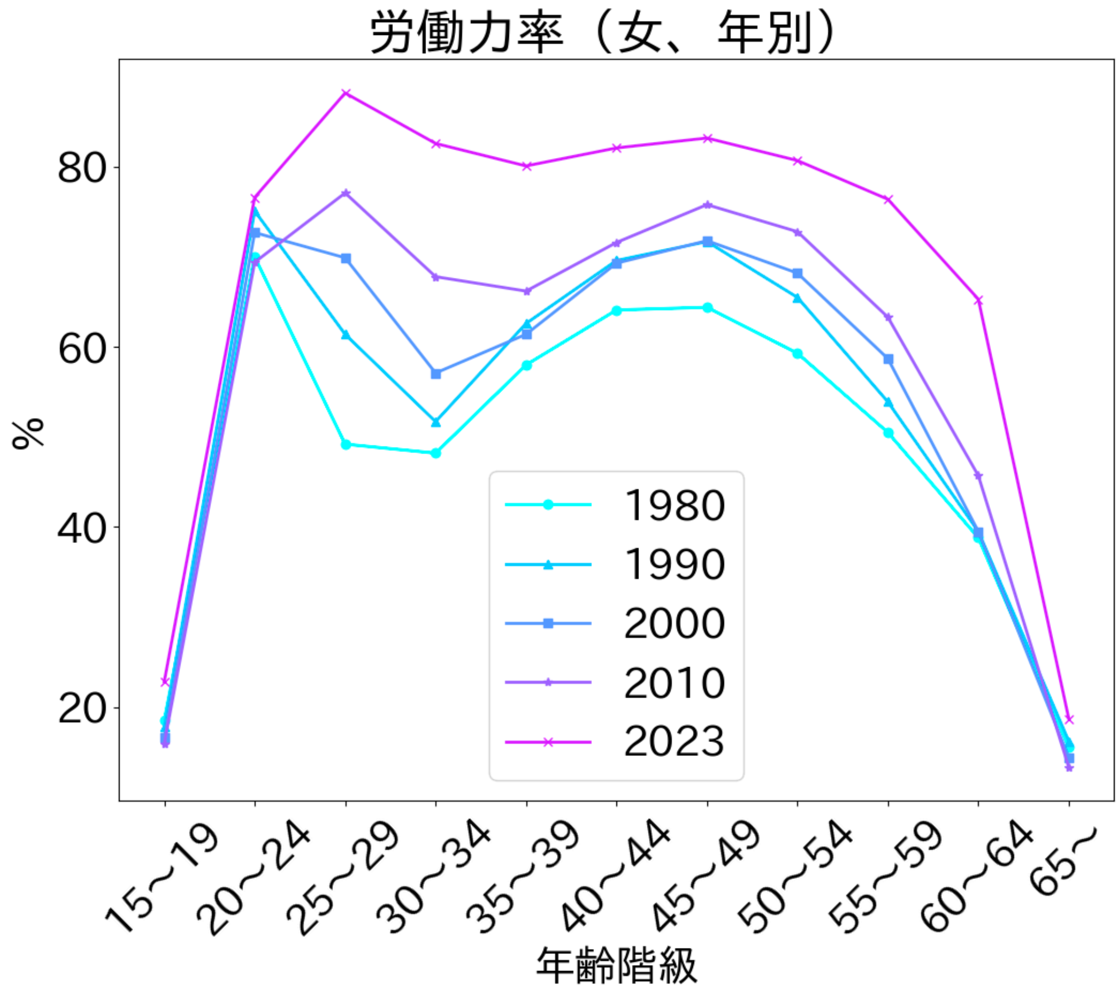
これ本当にMか？という人もいるかも。



出所：労働力調査

年別vs男女別労働力率





出所：労働力調査

女性の参画と労働力

- 労働力率の年々の変化の主要因は、女性の労働市場への参加（＝労働供給）にある。
- 女性の参画が重要とされている理由の一つ。
- 実際、強かったM字型カーブは近年において（未だ存在するものの）解消傾向。

- しかしこれで終わりではない。
  - そのあたりはまた別の機会で。

労働供給選択のモデル

経済学の理論として

経済学では、どのように労働供給が決定しているのかを数理モデルで説明する。

経済学で扱う数理モデルのキーは、

労働供給をする主体

労働者によって労働供給がなされる。

- 労働者は、労働することでお金（賃金）を稼いで、ものを食べて生活（消費）をする。
- 労働しない時間は余暇として楽しむことができる。

労働者は、自分の効用（ハピネス）を最も高くするように、労働供給量を決める。

効用を高めるもの

労働者は、

- 消費をする
- 余暇を楽しむ

と効用を高めることができるとしよう。

これを数式で表現したいので、消費をc、余暇をℓとしよう。

cはconsumption（消費）から、ℓはleisure（余暇）から取っている。

効用関数

効用を表現するものとして、効用関数（utility function）というものを用いる。

効用関数を、次のように定義しよう。

$$u(c, \ell)$$

ここで、

- cが増えると$u(c, \ell)$も増える
- ℓが増えると$u(c, \ell)$も増える

としよう。

例えば、

$$u(c, \ell) = c^{0.5}\ell^{0.5}$$

効用関数の性質

効用関数の性質は、微分を用いれば次のようにまとめられる。

$$\frac{\partial u(c,\ell)}{\partial c} > 0, \qquad \frac{\partial u(c,\ell)}{\partial \ell} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 u(c,\ell)}{\partial c^2} < 0, \qquad \frac{\partial^2 u(c,\ell)}{\partial \ell^2} < 0$$

効用関数と無差別曲線

ある効用を達成するようなcとℓの組み合わせを示した曲線を無差別曲線という。

数式でいえば、定数a用いて

$$u(c, \ell) = a$$

を満たすようなcとℓの組み合わせ。

無差別曲線の例

次の効用関数を例にしてみよう。

$$u(c,\ell) = c^{0.5}\ell^{0.5}$$

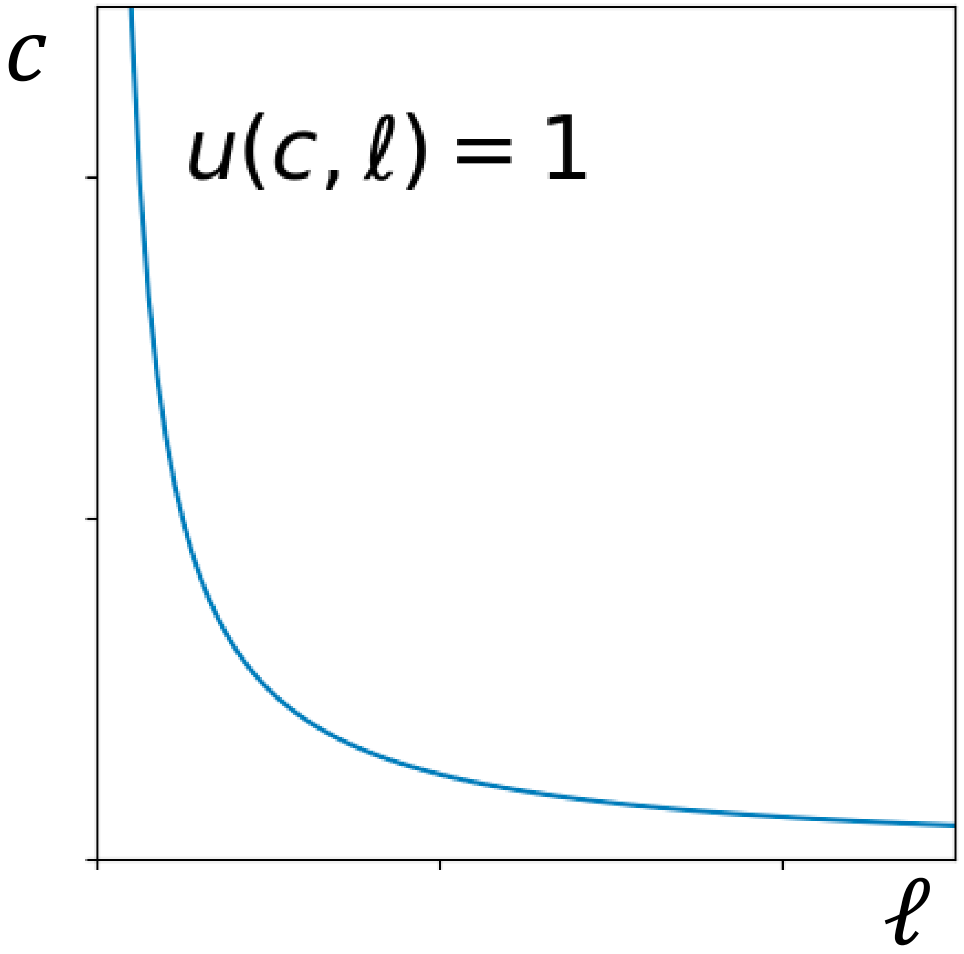
$u(c,\ell) = 1$となるような無差別曲線は、

$$c^{0.5}\ell^{0.5} = 1$$

を満たすようなc、ℓの組み合わせ。

そのような組み合わせは、次の関数で表すことができる。

$$c = \frac{1}{\ell}$$



無差別曲線の性質

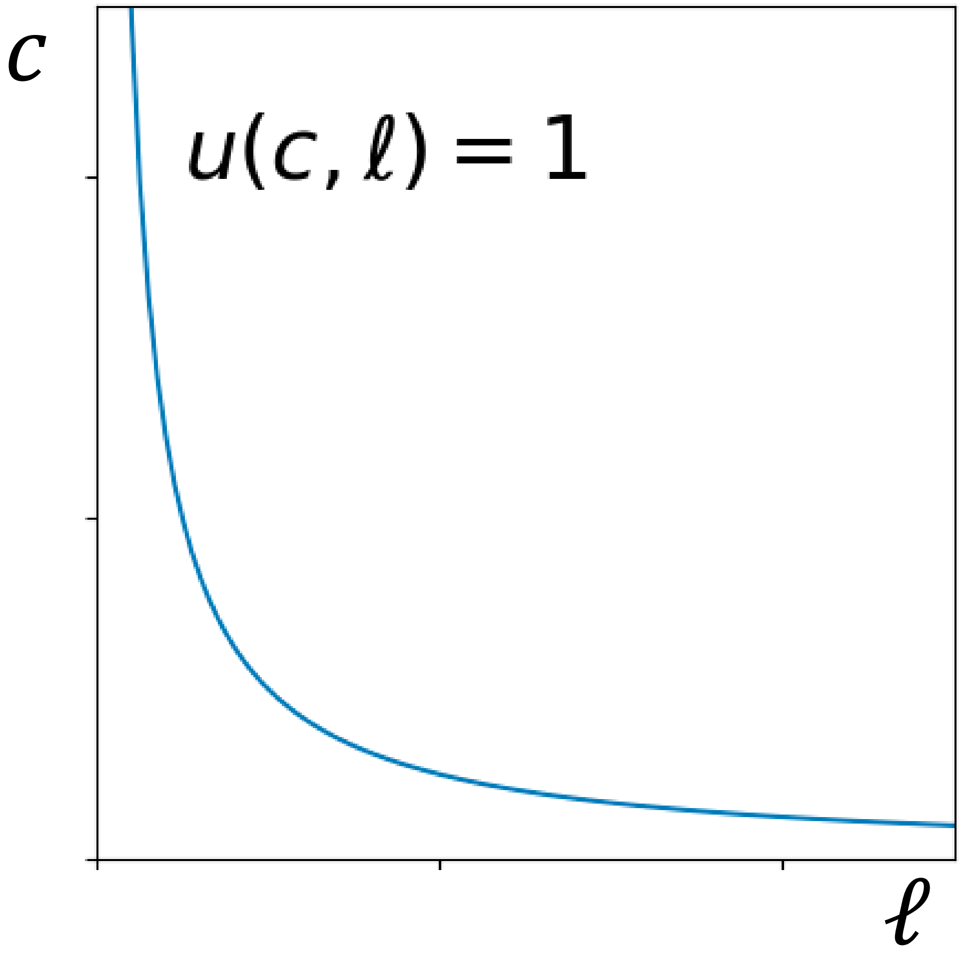
無差別曲線には重要な性質がいくつかあります。
無差別曲線は：

1. 右下がり
2. 交わらない
3. 右上ほど効用水準が高い
4. 原点に対して凸

1.　無差別曲線は右下がり

右の図を見ても分かる通り、無差別曲線は右下がりになります。

これは、消費を増やすと効用が上がるので、効用をもとの水準に保つように余暇を減らすことができる関係にあるため。

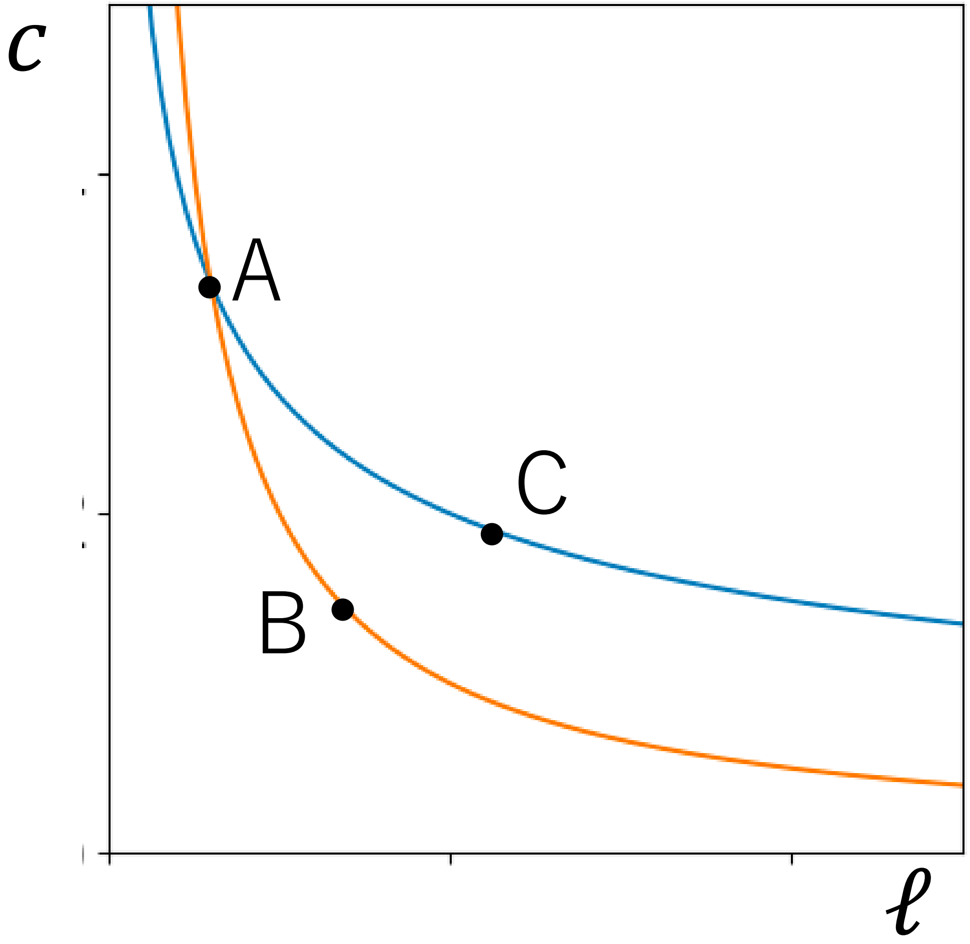


2. 無差別曲線は交わらない。

同じ効用関数で示される無差別曲線は交わらない。

右のように交わってしまうと困る理由がある。

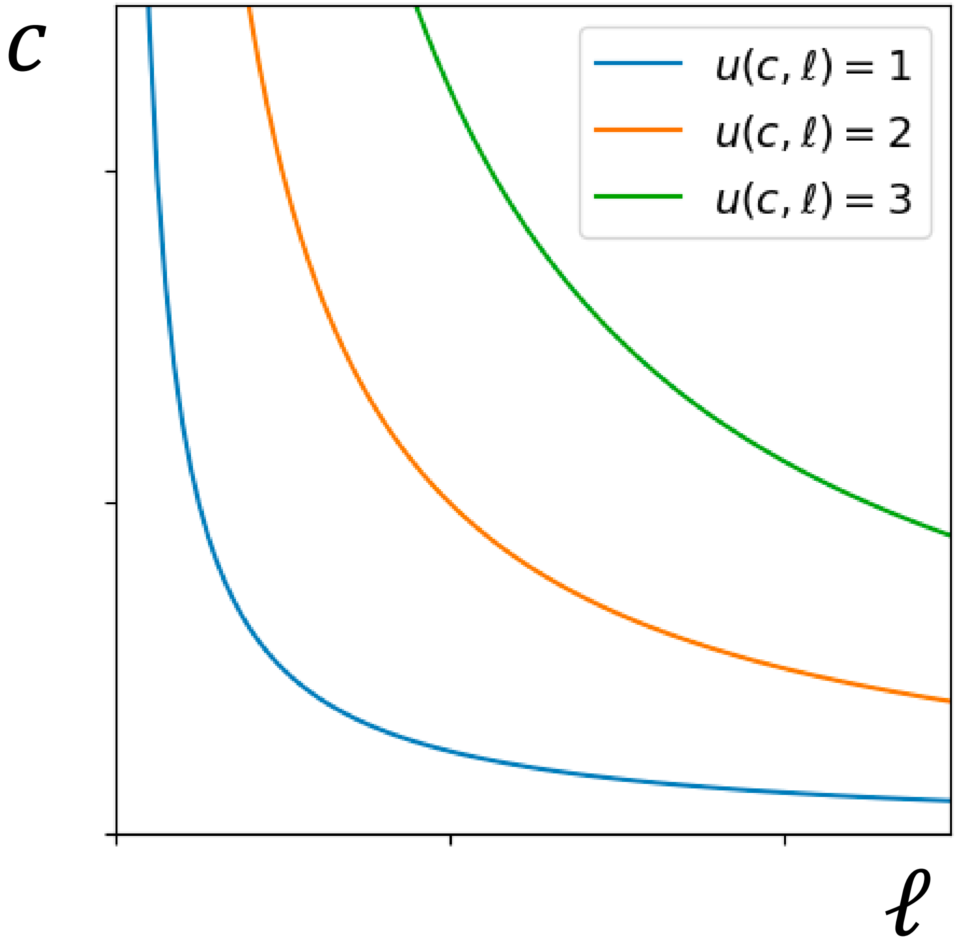
- 2つの無差別曲線はAで交わっているから、同じ効用のはず。
- しかし、BとCを比べると、Cの方が消費も余暇も大きい。
- これは、2つの無差別曲線が同じ効用をもたらすということに矛盾する。



3.　無差別曲線は右上ほど効用が高い

効用が高くなるということは消費や余暇が大きくなるということ。

無差別曲線が交わらないことを考えれば、より高い効用をもたらす無差別曲線は右上に位置している。



4. 無差別曲線は原点に対して凸

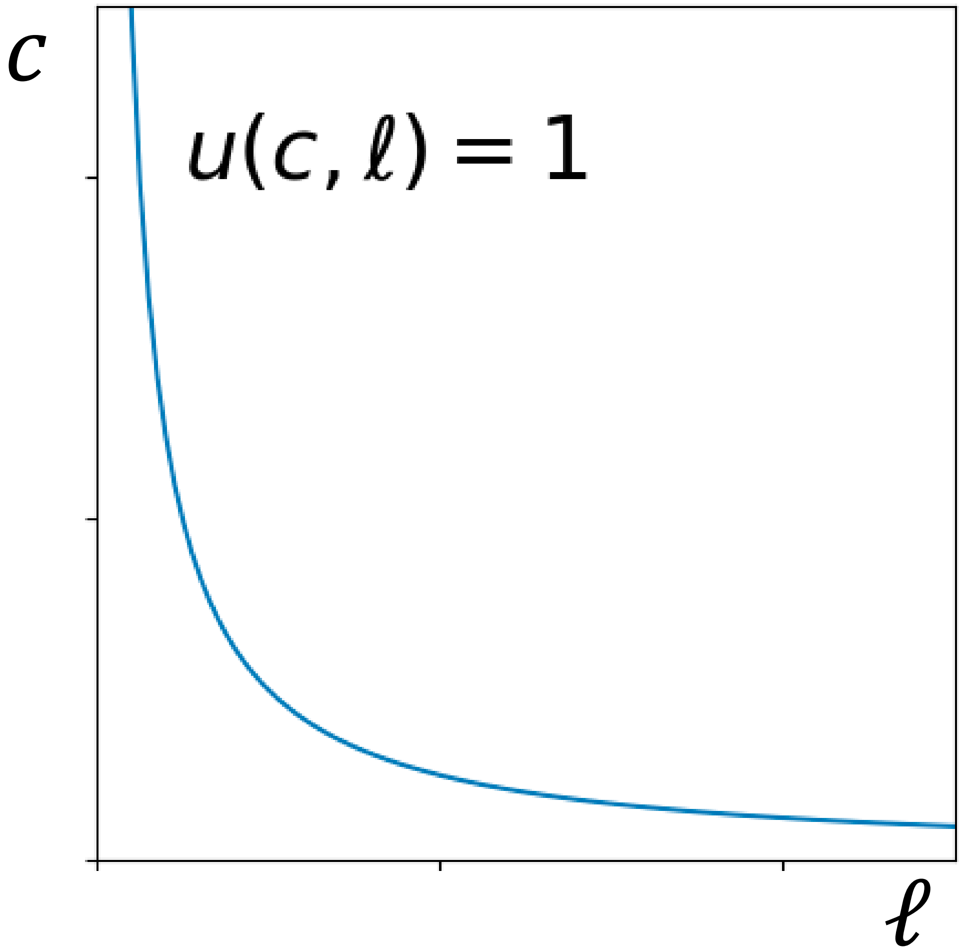
①消費が少ないときにもう1単位消費を増やす時の嬉しさ

②消費が多い時にもう１単位消費を増やす時の嬉しさ

①＞②

であるとき、無差別曲線は原点に対して凸になる。

余暇についても同様。



効用関数の二階微分が負であることがこの条件に当たる。

労働者の予算制約と時間制約

効用関数が$u(c,\ell)$なので、たくさん余暇をとってたくさん消費をすれば良さそう。

ただし、労働者には2つの制約がある

- 消費をするには、お金がいる(予算制約)
- 余暇を楽しめる時間には限りがある(時間制約)

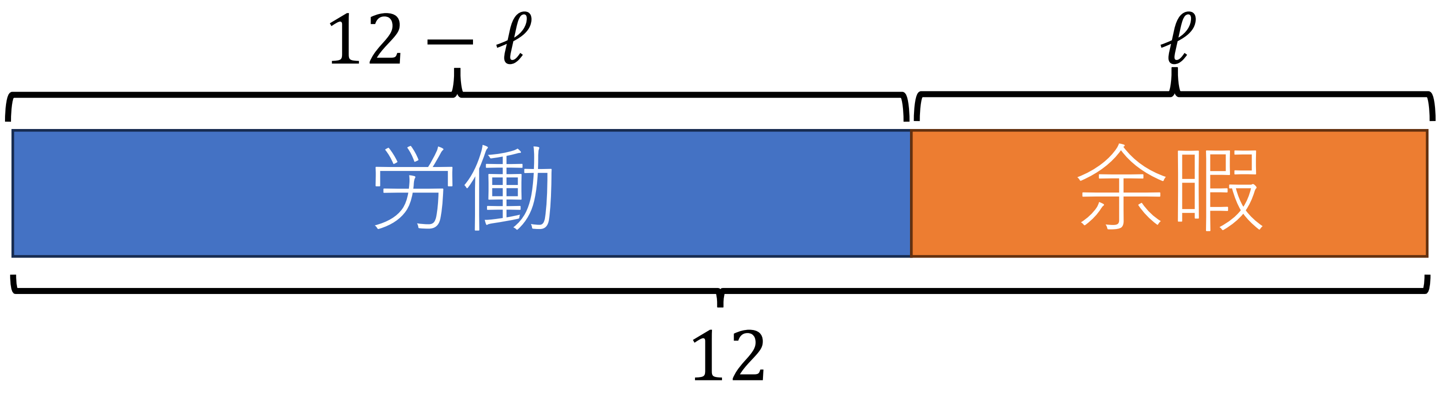
労働者が自由に使える時間は？

家計は1日24時間のうち、食う寝るその他で12時間を使うとしよう。

残りの12時間を、労働者は好きなように使えるとしよう。(このような時間を可処分時間とかいう)

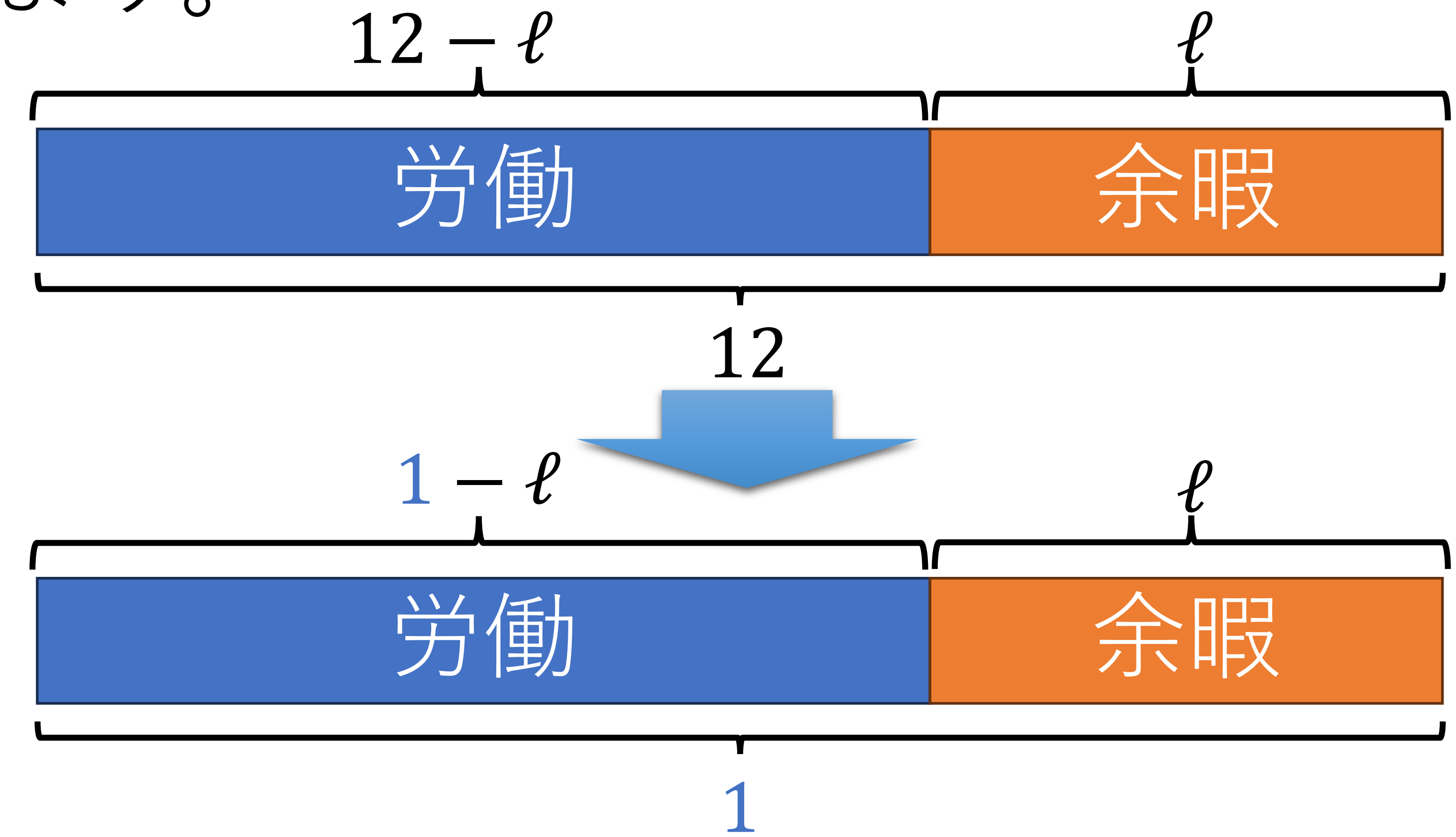
お金を稼ぐために労働することもできるし

余暇を楽しむこともできる。



時間の基準化

今後の議論を簡単にするため可処分時間を基準化しよう。



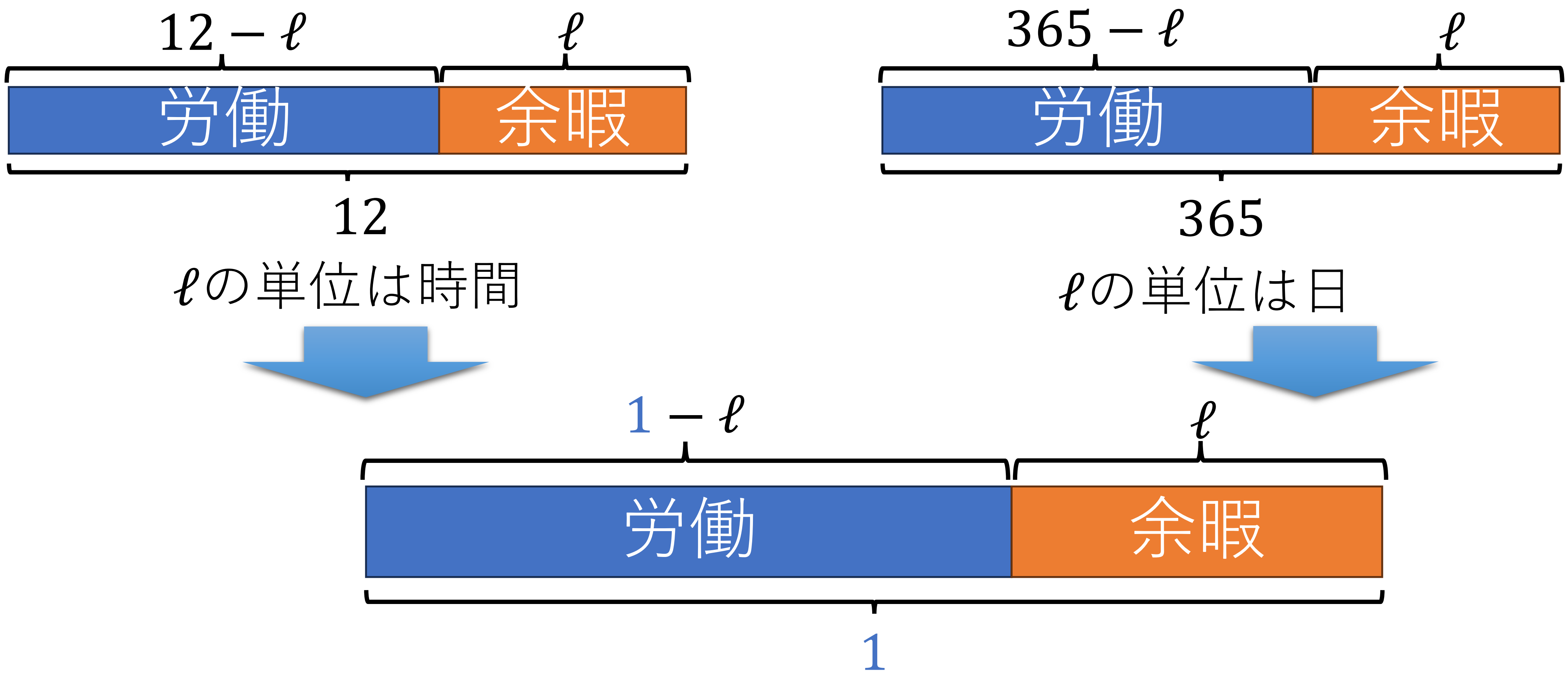
ℓの単位は時間

ℓは比率

$0 \leq \ell \leq 1$であることが時間制約。

基準化のメリット

基準化によって、いろんな単位と互換が効く。



予算制約

労働時間は$1-\ell$なので、賃金率がwであるとすれば、労働者の所得Iは

$$I=(1-\ell)w$$

これを所得に充てるので、消費は

$$\begin{aligned} &c=I \\ \Longrightarrow\quad &c=(1-\ell)w \end{aligned}$$

となる。これが労働者の予算制約を表す予算制約式である。

この予算制約式は、労働時間が1以下であること$(1-\ell\leq 1)$から、時間制約も考慮している。

予算制約式の図示

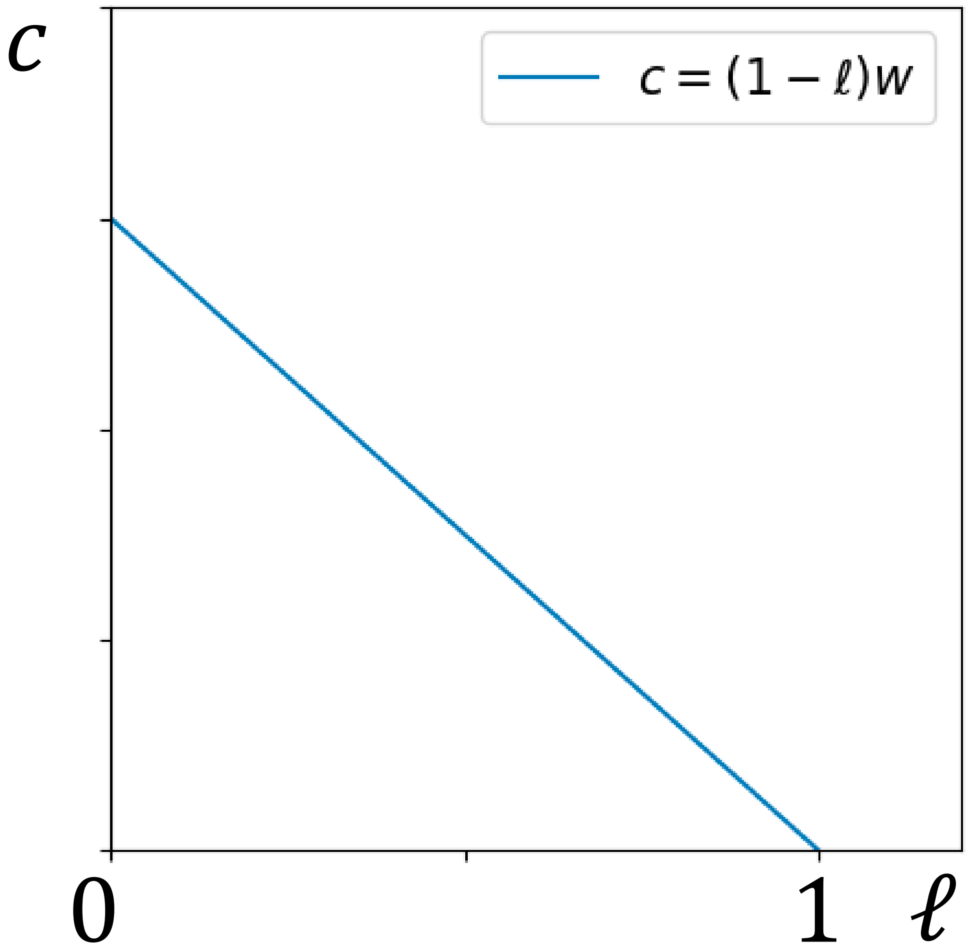
予算制約式を図に示すと、
右のようになる。

- 余暇が1($\ell = 1$)のとき、労働時間はゼロ($1 - \ell = 0$)なので、消費はゼロ。

労働者は、予算制約式上の
消費と余暇の組み合わせ

$$(c, \ell)$$

を選択できる。



どの組み合わせを選ぶ？

労働者は予算制約のもとで、消費と余暇の組み合わせををどのように選択するか？

労働者は効用関数を持っているため、効用を最も大きくするように消費と余暇の組み合わせを選択する。

これが、労働者の

予算制約と無差別曲線

予算制約が

$$c = (1 - \ell)w$$

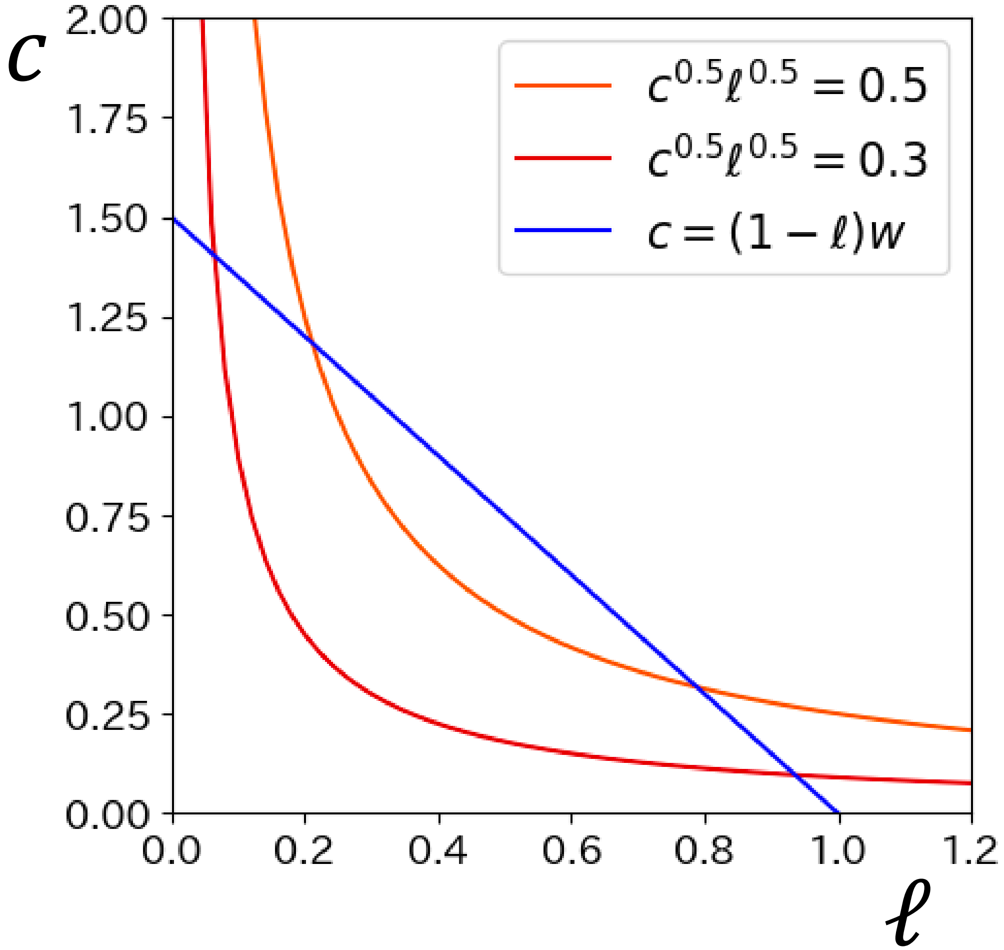
であり、効用関数が

$$u(c, \ell) = c^{0.5}\ell^{0.5}$$

で与えられているとしよう。例えば、

- $w = 1.5$

のとき、右の図のように表せる。



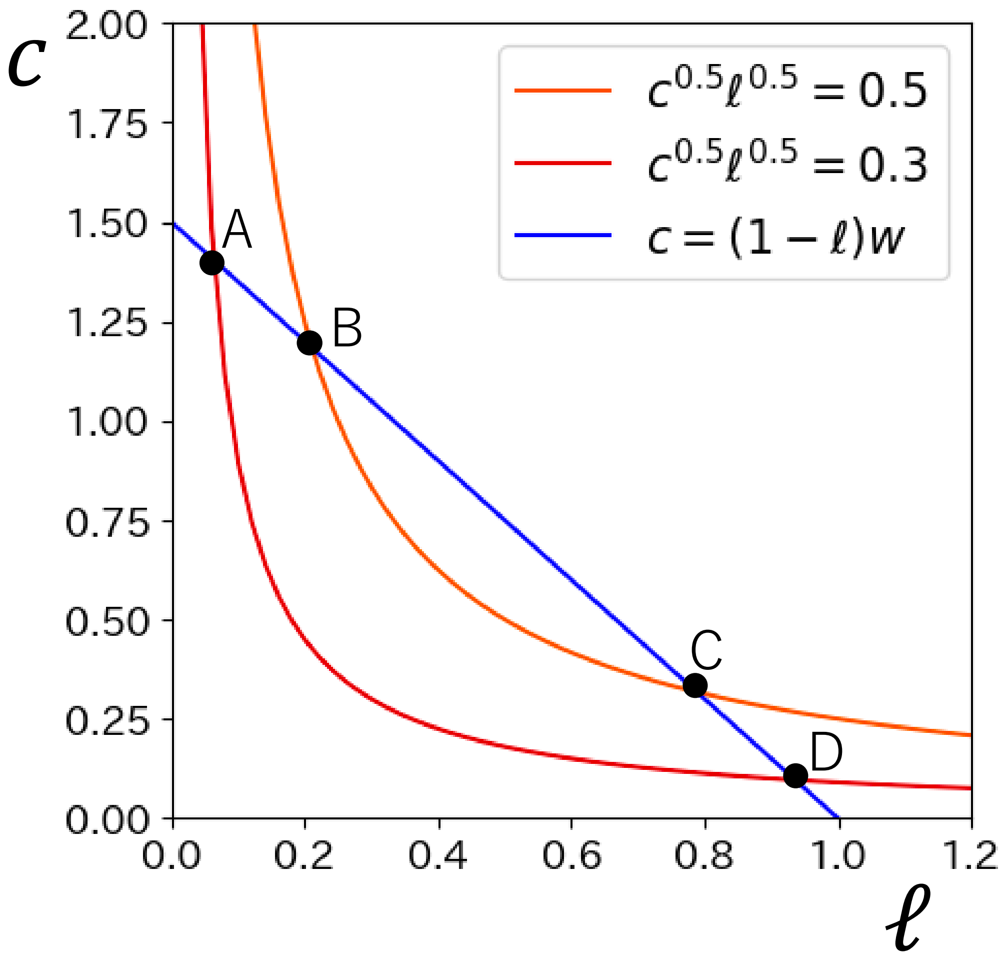
効用水準の違いと選択

予算制約を満たしながら、

- A or Dを選択すれば0.3の効用水準が達成できる。
- B or Cを選択すれば0.5の効用水準が達成できる。

すると、0.5の効用水準を達成できるB or Cを選択するのが良さそう。

もっと高い効用水準は？



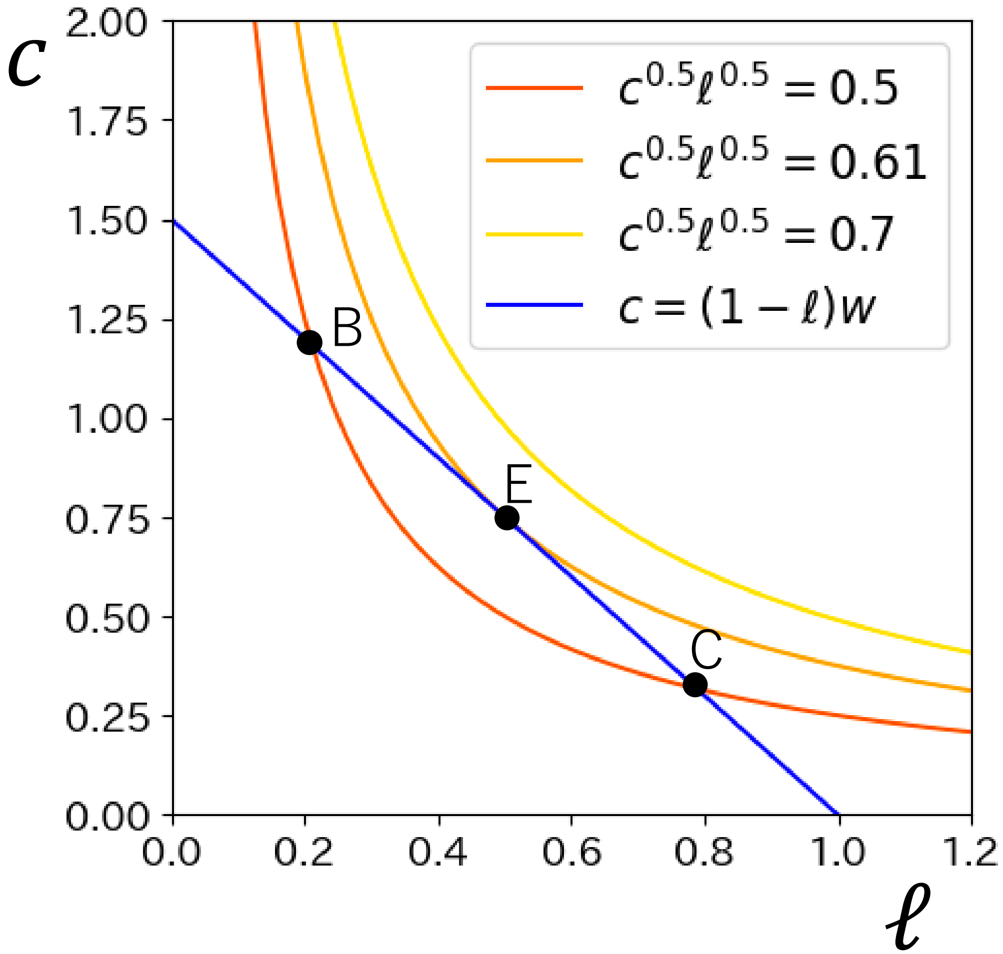
予算制約と無差別曲線の接点

効用水準を高くしていって、それぞれ無差別曲線を描いていくと、

$$c^{0.5}\ell^{0.5} = 0.612\ldots$$

のとき、無差別曲線と予算制約がE点で接している。

E点は予算制約上の点なので、労働者によって選択可能な点。



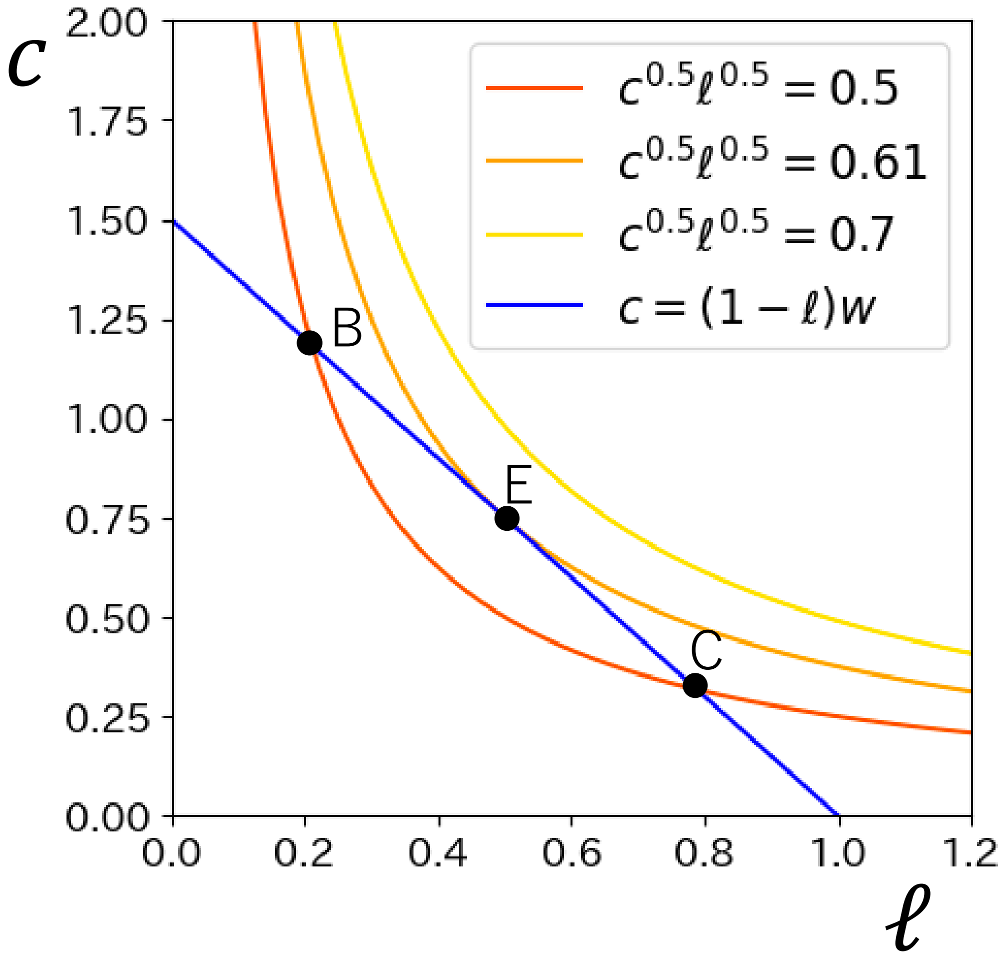
実現できない効用水準

E点を通る無差別曲線より高い効用水準を達成しようとすると、予算制約を満たさなくなる。つまり、選択不可能。

例えば、

$$c^{0.5}\ell^{0.5} = 0.7$$

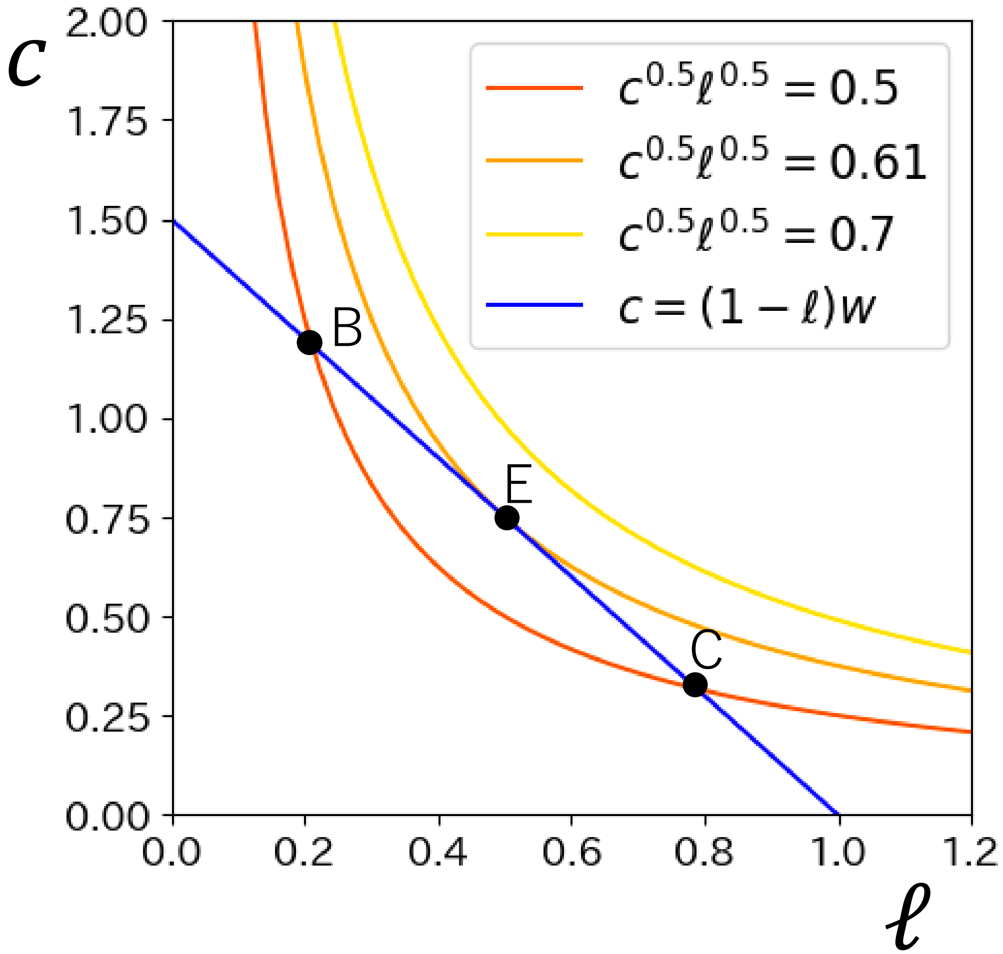
のときの無差別曲線は予算制約に接することもないし、交わることもない。



最適な消費、余暇の組み合わせ

E点を選択するのが、労働者が選択可能かつ最も効用が高くなることが分かる。

このときの消費、余暇の組み合わせが効用最大化をしているときの最適な消費、余暇の組み合わせである。

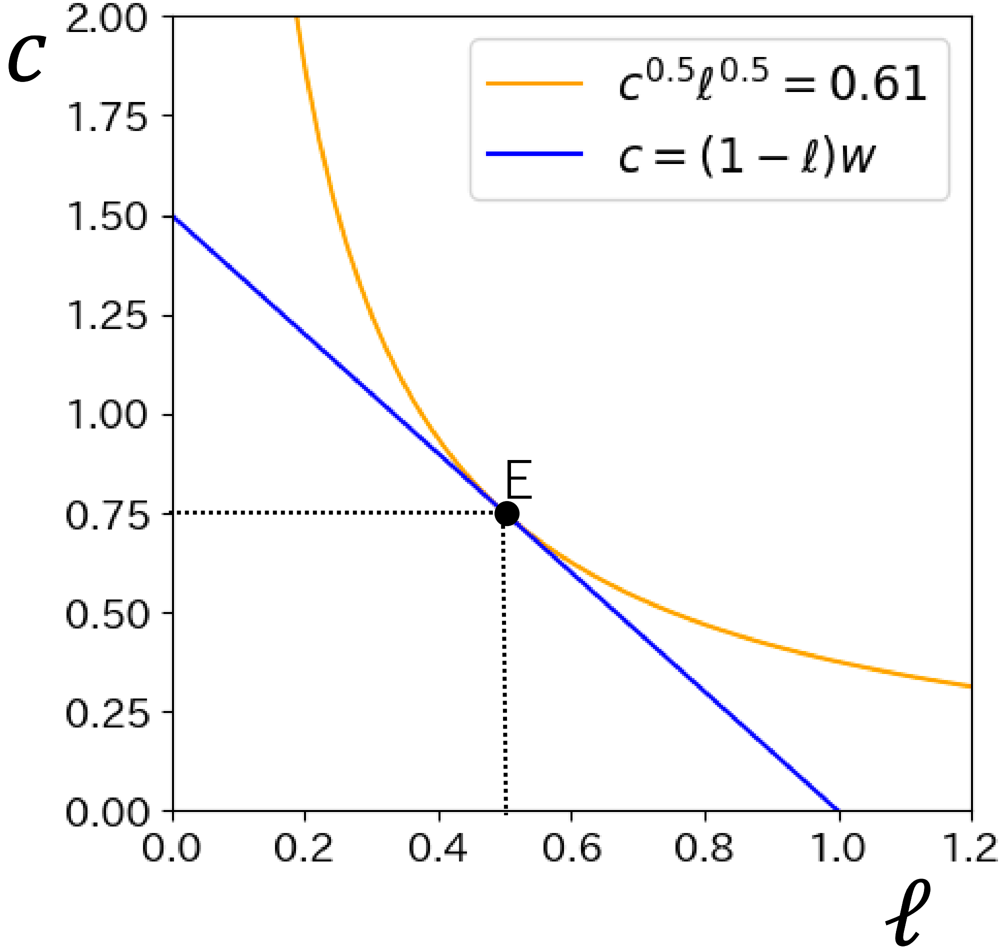


最適な消費、余暇を見つける

E点をどうやって探せば良いか？

E点では、

であることを利用する。



限界代替率と限界効用

余暇と消費の限界代替率(MRS)とは、

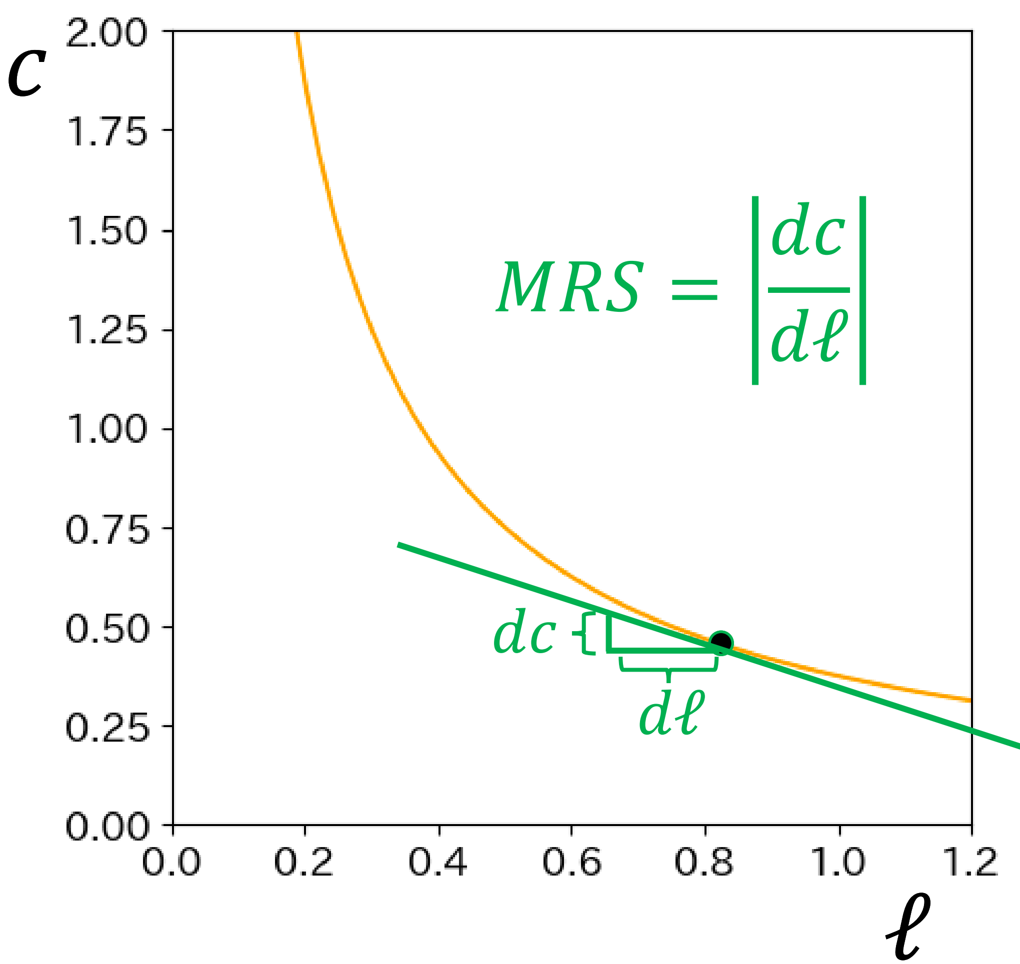
- 余暇を1単位増やした時、減らしてもよい消費の量

のことをいう。これは、数式的には次のように定義される。

$$MRS = \left|\frac{dc}{d\ell}\right| = \left|\frac{MU_\ell}{MU_c}\right|$$

ここで、 MU_cは消費の限界効用、MU_ℓは余暇の限界効用である。

つまり、<u>無差別曲線の接線の傾き（の大きさ）</u>。



限界効用

限界効用とは、
- 消費や余暇を1単位増やしたときに追加的に得られる効用

のこと。数式では、次のように定義される。
- 消費の限界効用

$$MU_c = \frac{du(c,\ell)}{dc}$$

- 余暇の限界効用

$$MU_\ell = \frac{du(c,\ell)}{d\ell}$$

注：厳密には、偏微分です。

限界効用の計算例

限界効用の定義より、

$$\left|\frac{MU_\ell}{MU_c}\right| = \left|\frac{\left(\frac{du(c,\ell)}{d\ell}\right)}{\left(\frac{du(c,\ell)}{dc}\right)}\right| = \left|\frac{dc}{d\ell}\right| = MRS$$

と計算できる。

例えば、 $u(c,\ell) = c^{0.5}\ell^{0.5}$ の限界代替率は、

$$MU_c = \frac{du(c,\ell)}{dc} = 0.5\left(\frac{\ell}{c}\right)^{0.5}, \qquad MU_\ell = \frac{du(c,\ell)}{d\ell} = 0.5\left(\frac{c}{\ell}\right)^{0.5}$$

$$MRS = \left|\frac{MU_\ell}{MC_c}\right| = \frac{c}{\ell}$$

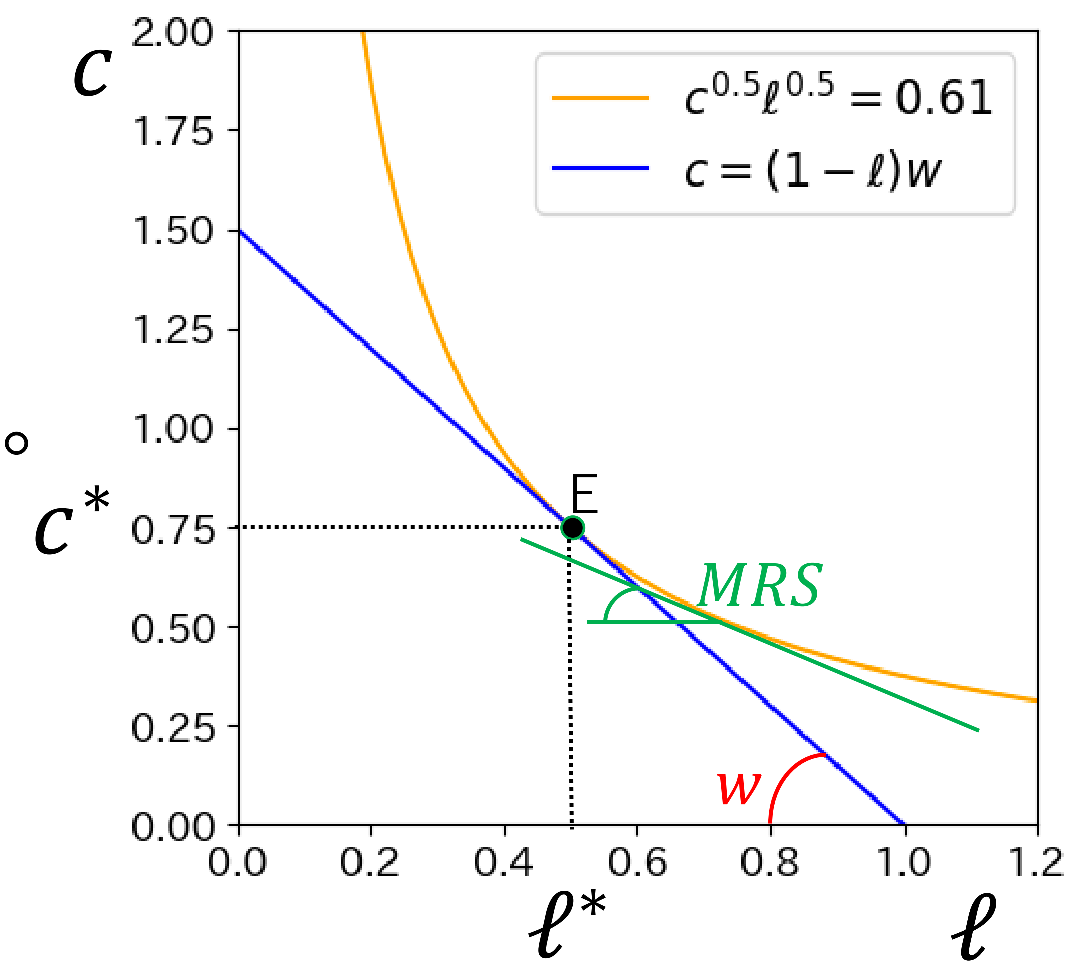
最適な消費、余暇の決定

最適な消費をc^*、最適な余暇をℓ^*としよう。

最適な消費、余暇の組み合わせは、無差別曲線と予算制約の傾きが一致するところで決まっている。

予算制約の傾きはwでなので、最適な消費、余暇の組み合わせは

を満たす。



最適な消費、余暇の例

労働者の効用関数が

$$u(c, \ell) = c^{0.5} \ell^{0.5}$$

で、予算制約式は

$$c = (1 - \ell) w$$

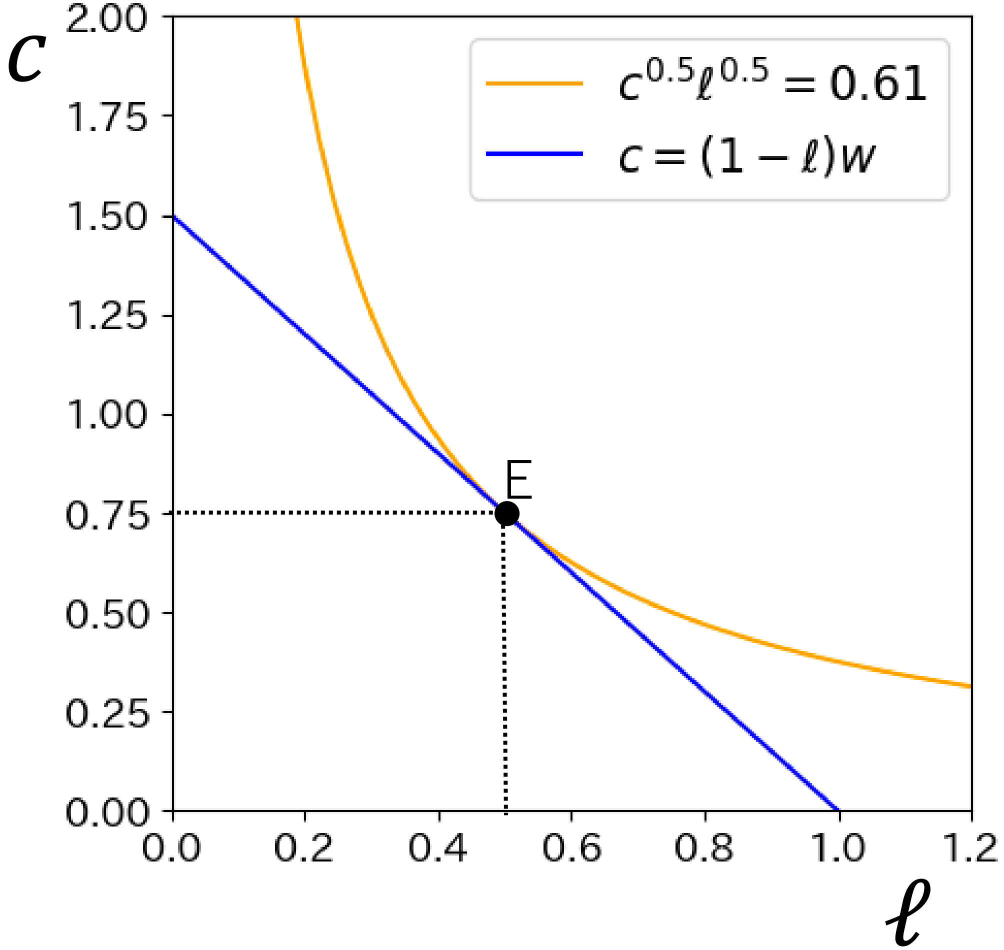
である。いま賃金が$w = 1.5$であるとしよう。

このとき、

$$MRS = \frac{c}{\ell}, \qquad w = 1.5$$

なので、

$$c = 1.5\ell$$



最適な消費、余暇の例

つまり、最適な消費、余暇の選択では

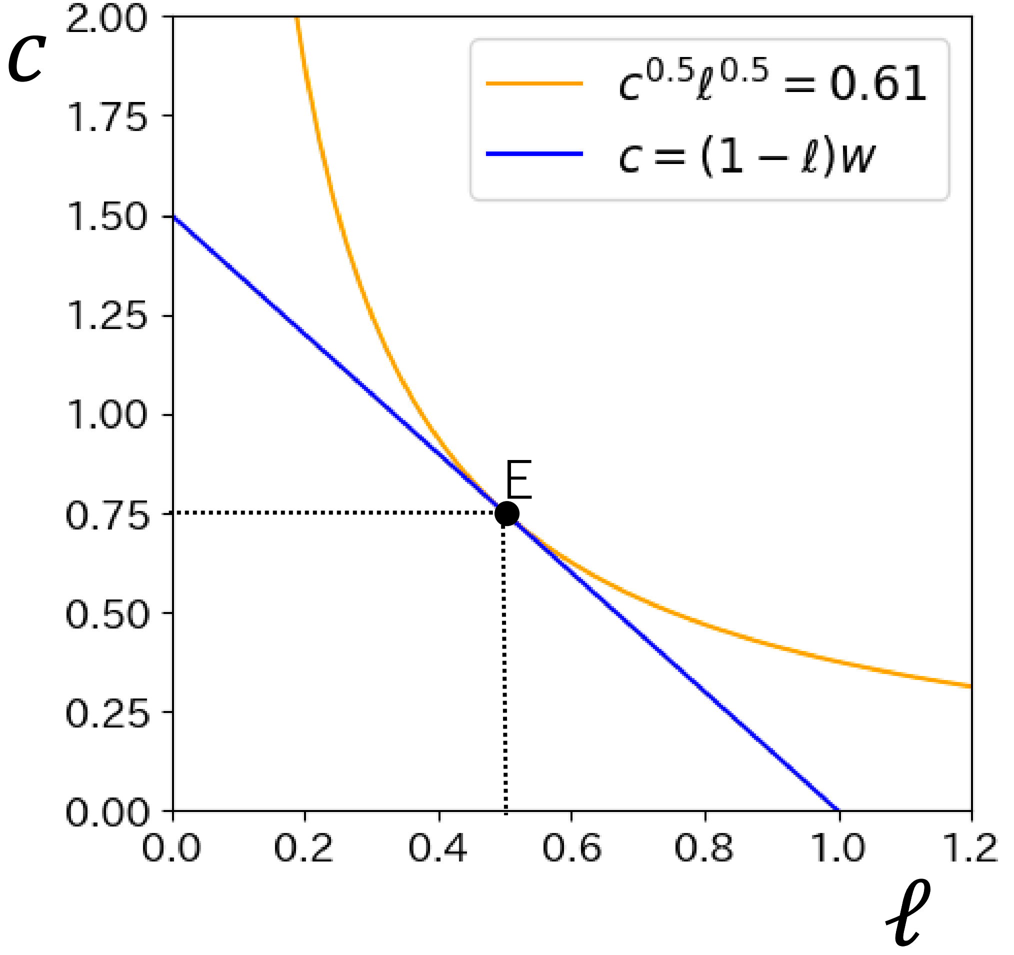
$$c = 1.5\ell$$

を常に満たしている必要がある。

さらに、消費者は予算制約

$$c = (1-\ell)w = 1.5(1-\ell)$$

を満たしている必要があるため、これに代入をすれば、c^*, ℓ^*は



最適な労働量

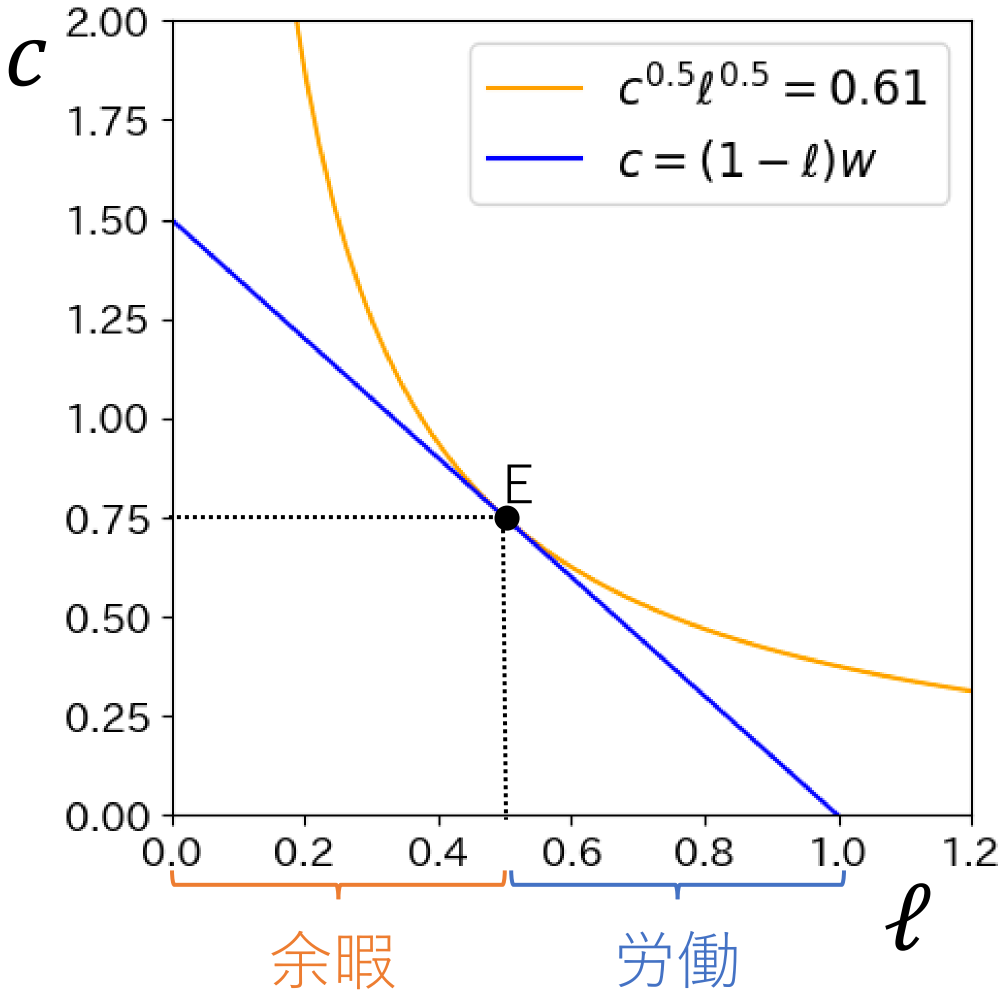
最適な余暇がℓ^*なので、最適な労働量は$1-\ell^*$。

労働者にとって、$1-\ell^*$が労働供給量

右の例では、

$$1-\ell^* = 0.5$$

使える時間の半分は働いて、もう半分は余暇に充てている。

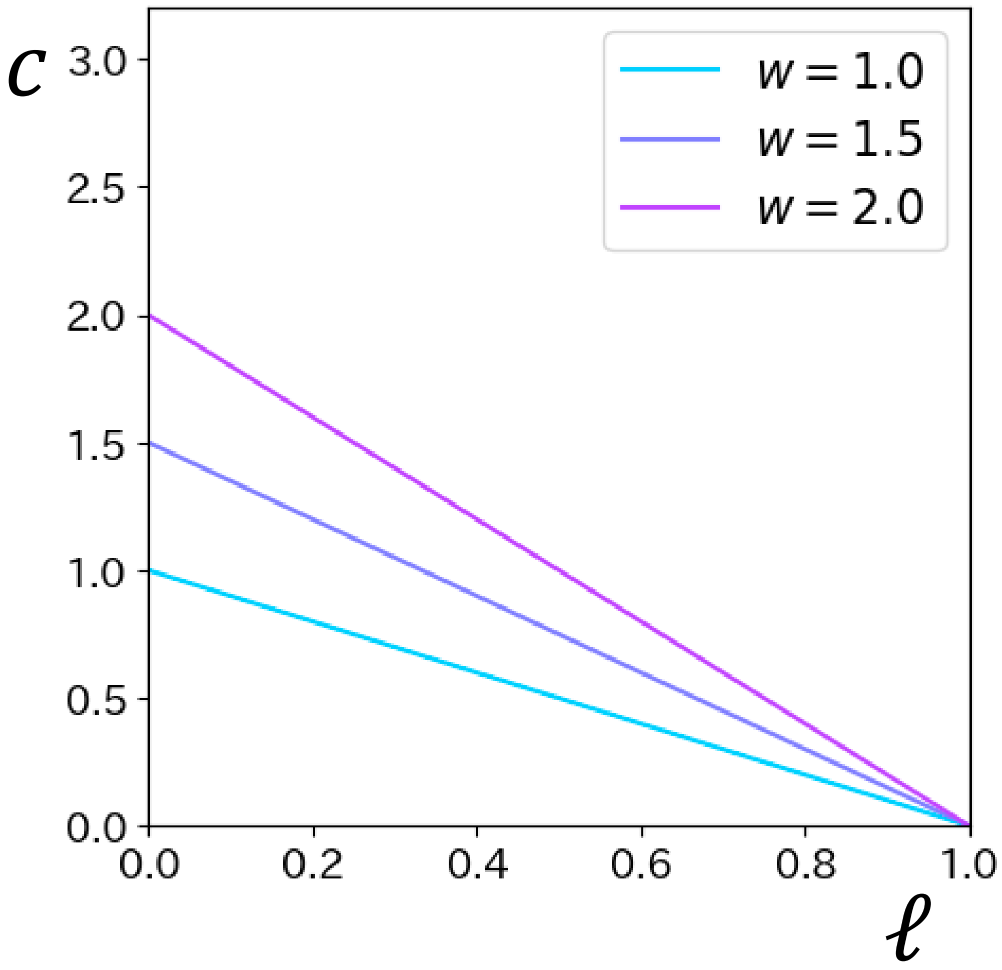


最適化から個別の労働供給曲線へ

労働供給曲線は、賃金と労働供給量の変化を示したもの。

賃金が変化した時の労働供給量の変化を追えれば労働供給曲線が得られる。

賃金が変化すると、予算制約線が変化する。



最適な労働供給量の変化

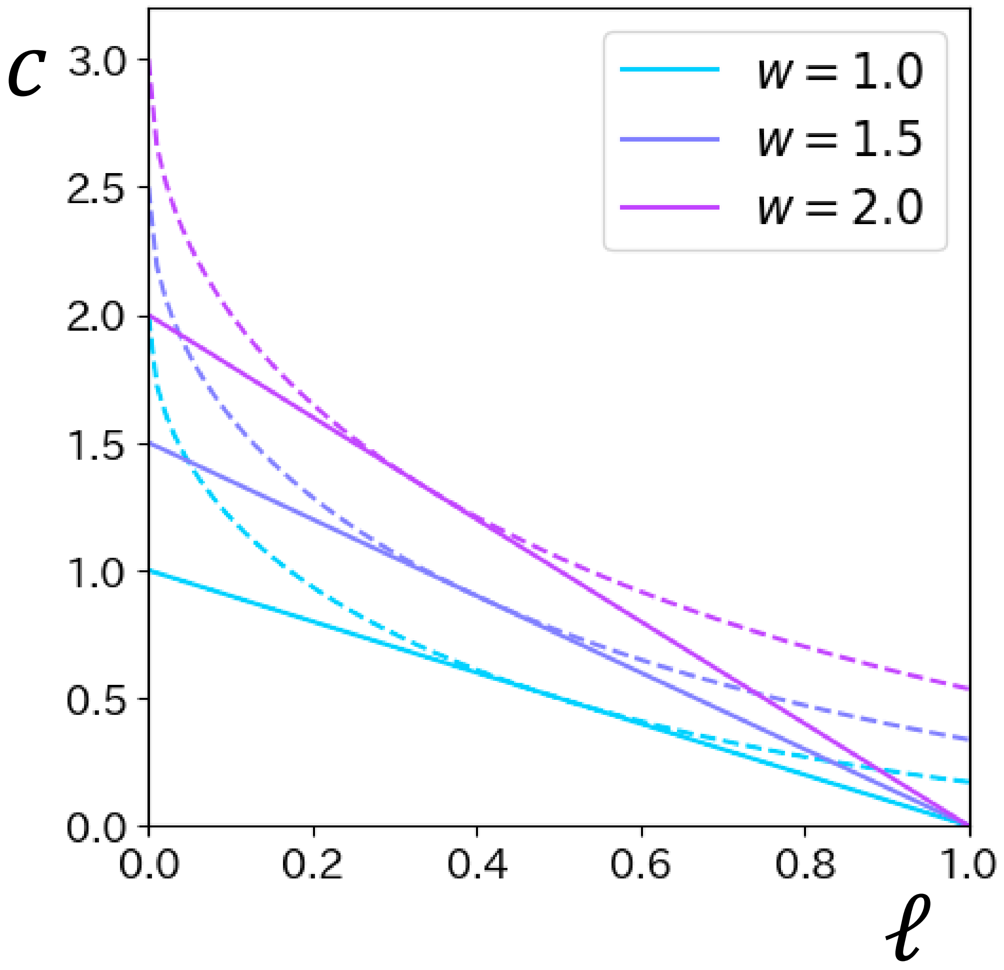
賃金wが変化すれば、選択される労働供給量も変化する。

（設定によっては変化しない場合もある）

右は効用関数が

$$u(c,\ell)=\frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}+\frac{\ell^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

のケース。



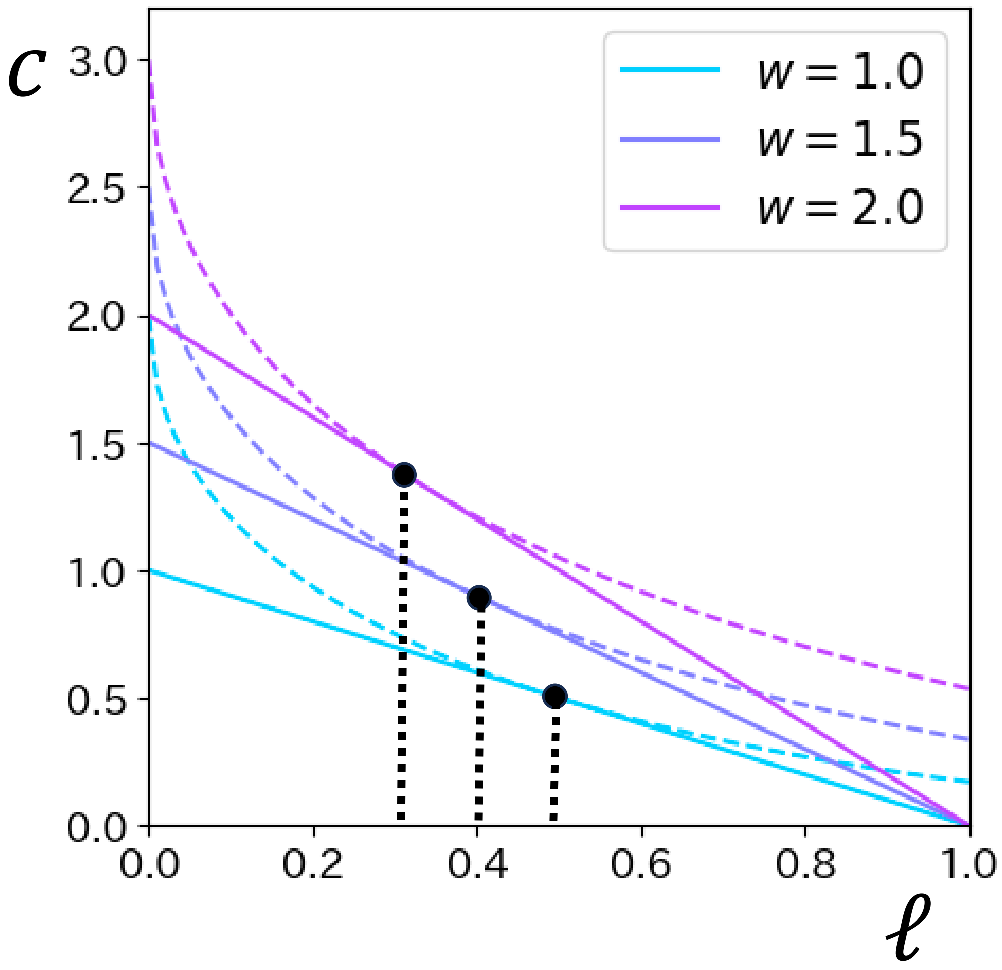
最適な労働供給量の変化

賃金wが変化すれば、選択される労働供給量も変化する。

賃金wが上昇すると、最適な余暇ℓは減少。

したがって、労働量$1-\ell$は増加する。

ちなみに、$w\uparrow$で$\ell\uparrow$となるケースも存在。（バックワード・ベンディング）

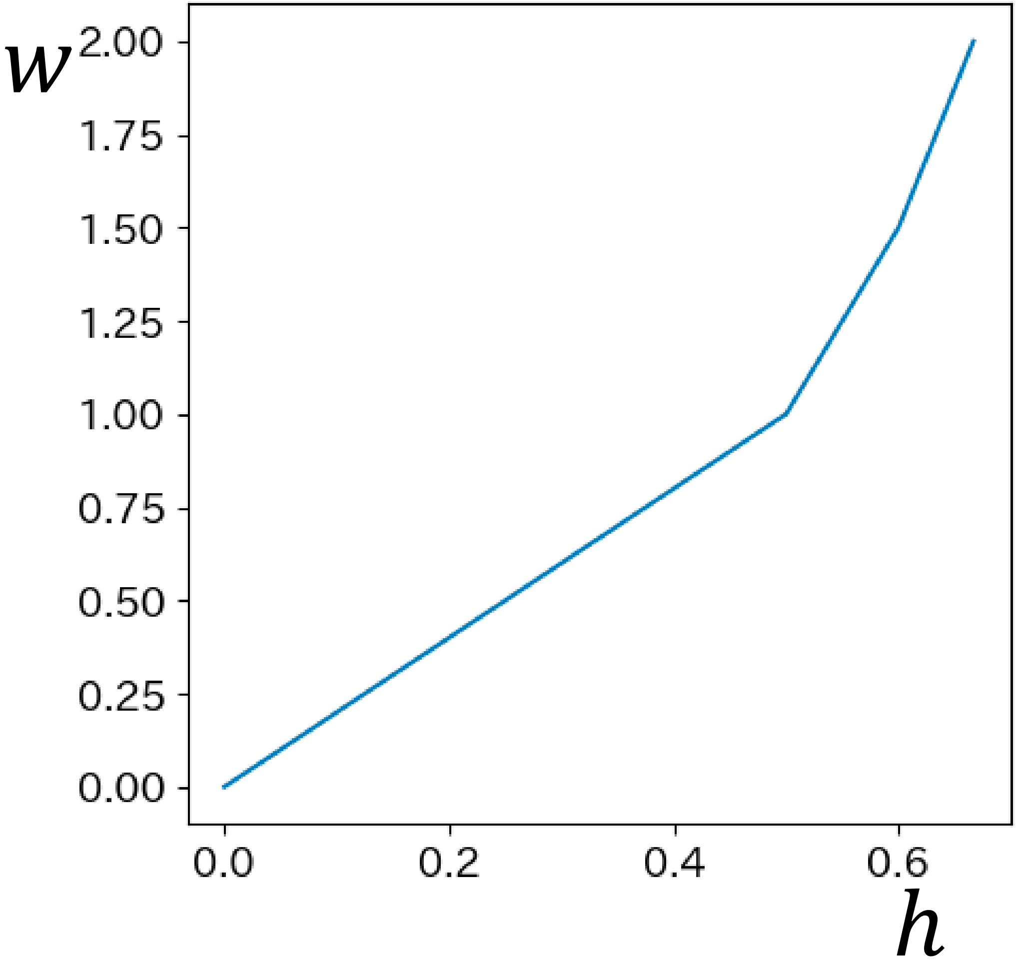


賃金と労働供給

労働供給量を$h \equiv 1 - \ell$と置こう。

賃金wと労働供給量hの関係は、図のようにまとめられる。

これは、　　　　　　　　　　　　である。

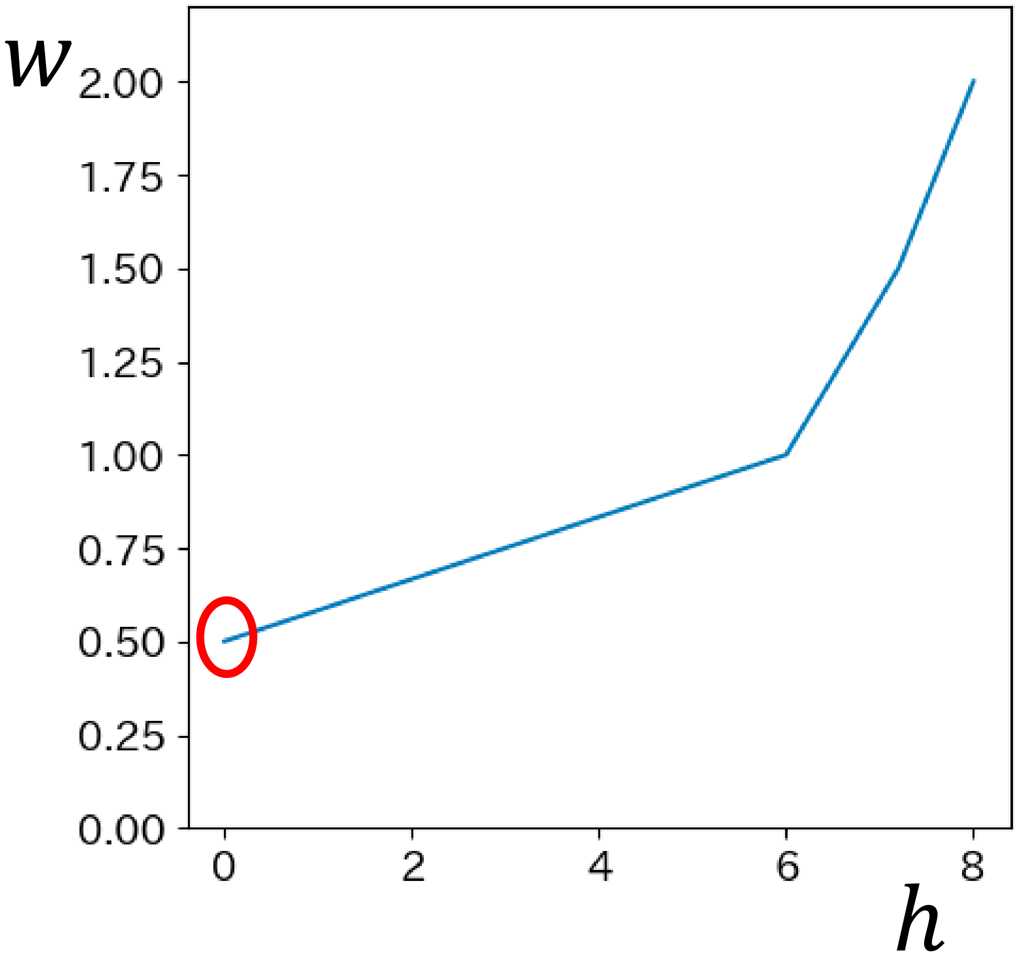


留保賃金

賃金が0でないならば、常に働くかといえば、そうとも限らないだろう。

「働いても働かなくても、どちらでもよい」となるような時の賃金を留保賃金という。

この後の例では、留保賃金が0であるとして議論を進める。



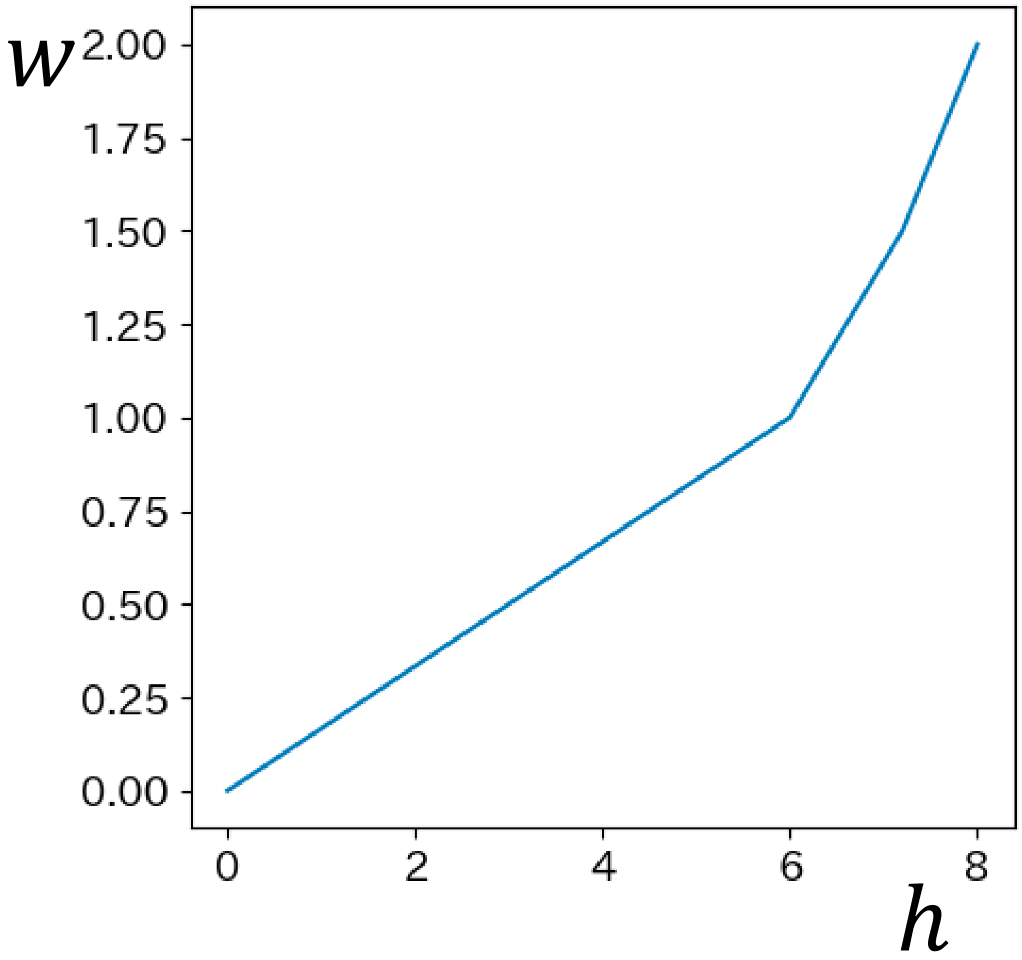
総労働供給曲線

総労働供給曲線は、個別の労働供給曲線を総計したもの。

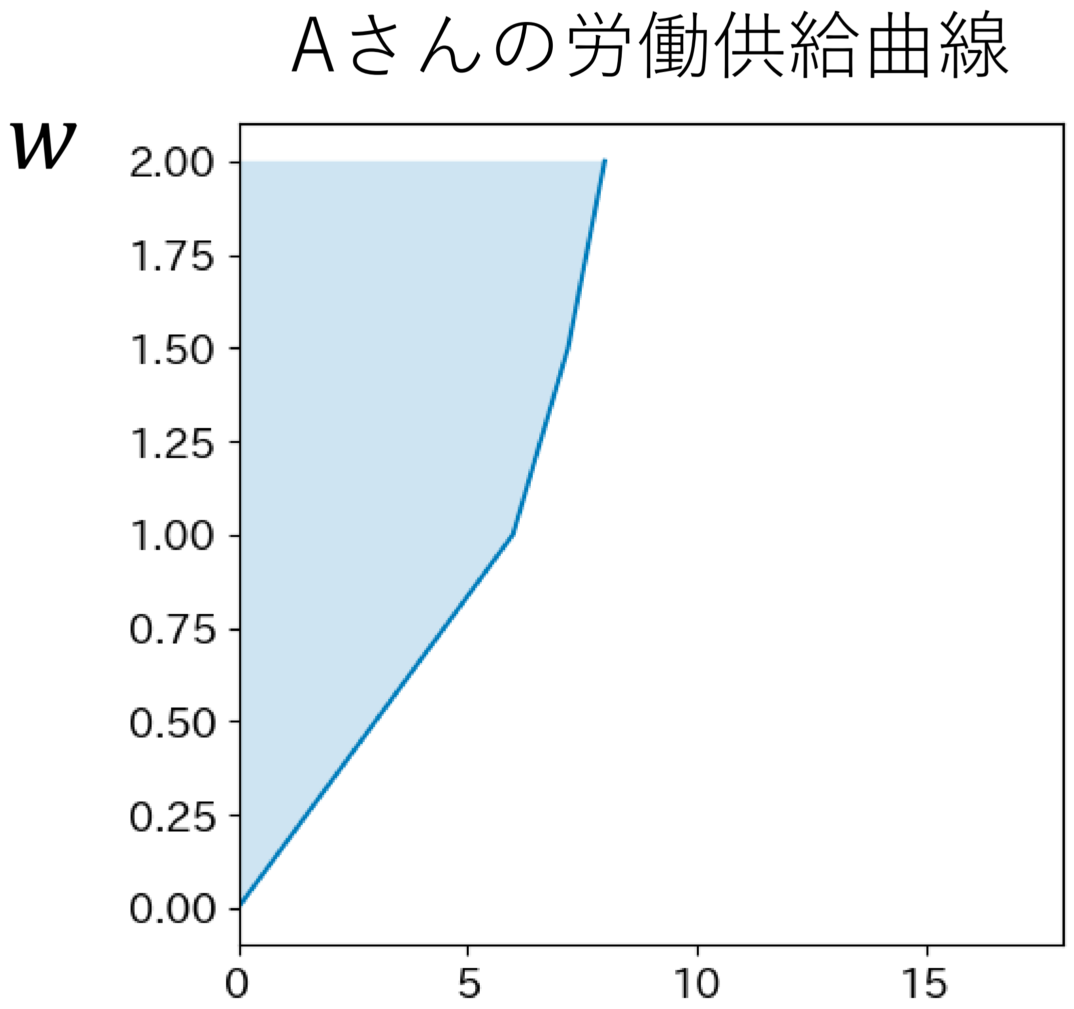
- 個別の供給曲線を右に足していく。

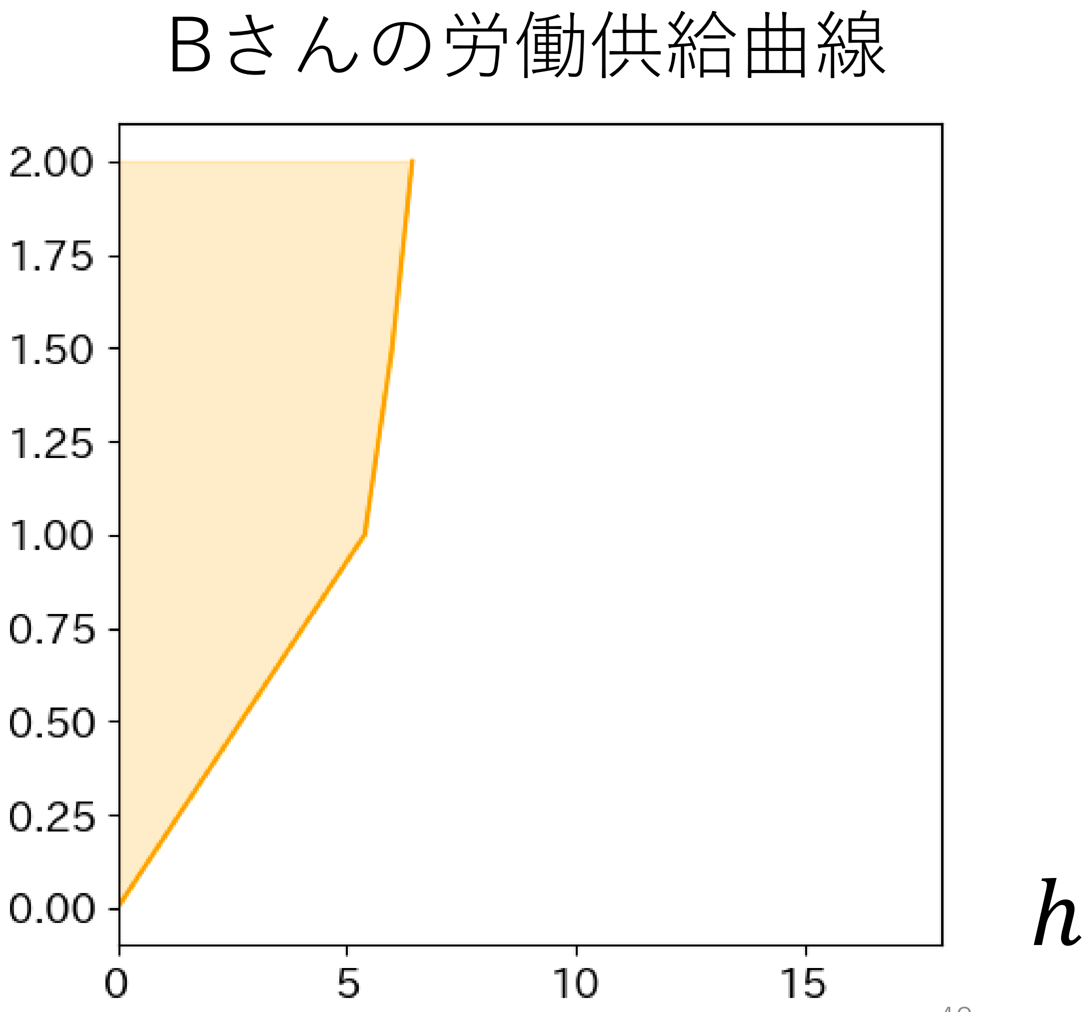
議論を簡単にするために、横軸を時間に戻そう。

12時間の可処分時間があるとすれば、12をかければ良い。



2人の経済

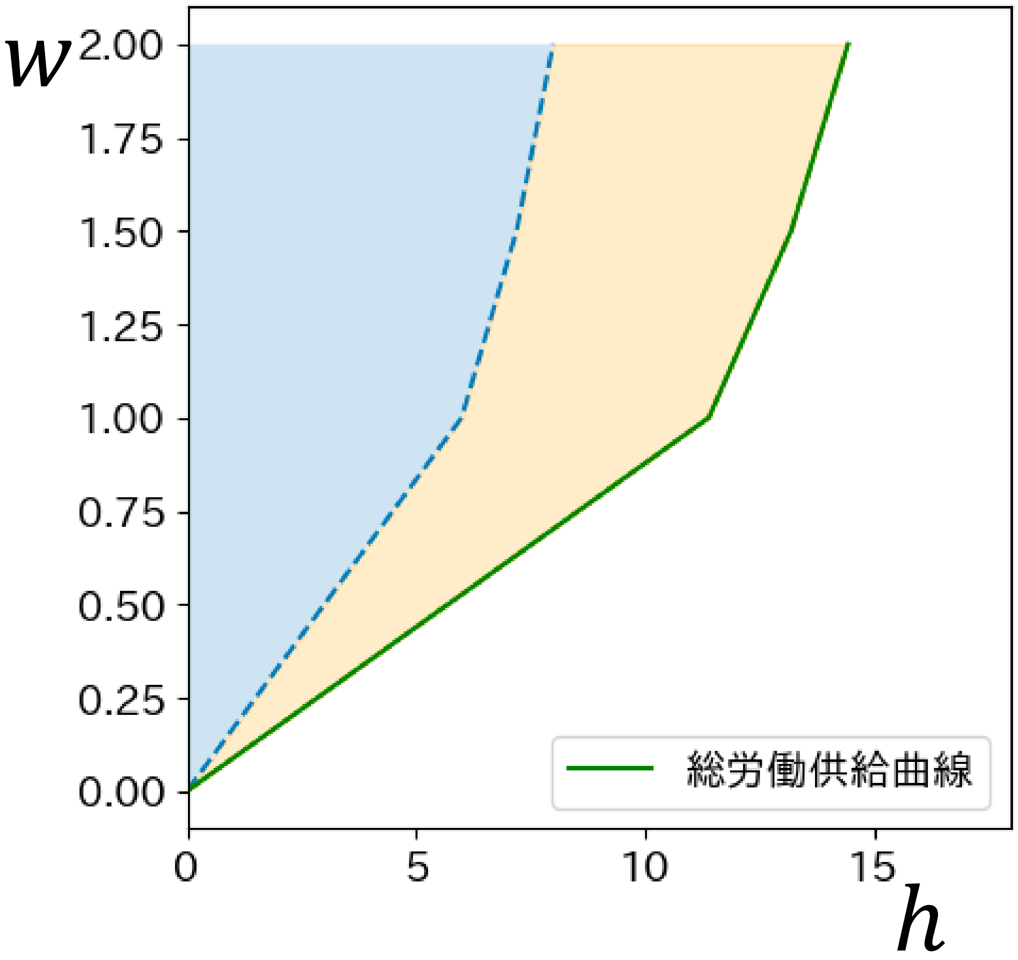

Aさんの労働供給曲線
w
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0
5
10
15


Bさんの労働供給曲線
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0
5
10
15
h

総労働供給曲線

右に足していくと、次のように
総労働供給曲線が得られる。

横軸は2人の労働供給時間である。



労働供給の弾力性

賃金が1%変化したとき、労働供給量が何%変化するかを表したものを、労働供給の（賃金）弾力性という。

労働供給の弾力性を$\boldsymbol{\sigma}$で表すと、

$$\sigma \equiv \frac{\text{労働供給の変化率}}{\text{賃金の変化率}} = \frac{\Delta h/h}{\Delta w/w} = \frac{\Delta h}{\Delta w}\frac{w}{h}$$

Δh：労働時間の変化量

Δw：賃金の変化量

労働供給の弾力性の例1

Aさんは時給1000円で1日4時間働いていたが、時給が1200円になったので、1日5時間働くことにした。

このとき、Aさんの労働供給の弾力性は、

$$\sigma = \frac{\frac{5-4}{4}}{\frac{1200-1000}{1000}} = \frac{25\%}{20\%} = 1.25$$

労働供給の弾力性の例2

Aさんは時給1000円で1日5時間働いていたが、時給が1400円になったので、1日6時間働くことにした。

このとき、Aさんの労働供給の弾力性は、

弾力的か非弾力的か

労働供給の弾力性σについて、その絶対値を$|\sigma|$で表す。

- $|\sigma| > 1$のとき、労働供給曲線が弾力的であるという。
- $|\sigma| < 1$ のとき、労働供給曲線が非弾力的であるという。

まとめ

- 労働供給量は、労働力率などによって計られる。
- 女性の労働力率には、M字型カーブが観察されているが、近年は改善傾向にある。
- 労働供給量は、労働者の消費と余暇の最適な選択によって決定していると考えられる。

問い

1. 労働供給の弾力性は、実証的には、-0.1程度とされている。これが意味することを、定義に則して答えよ。
2. 労働者の効用関数が$u(c, \ell) = c^{0.75}\ell^{0.25}$であるとする。労働者は可処分時間1を労働$(1-\ell)$と余暇$(\ell)$に振り分ける。労働以外に所得が無いとしよう。
   a. 賃金が $w = 1.0$ であるとき、最適な労働量を答えよ。また、このときの留保賃金を答えよ。
   b. 賃金が $w = 1.5$ であるとき、最適な労働量を答えよ。また、このときの留保賃金を答えよ。
   c. 労働以外の所得が0.5発生したとしよう。賃金が$w = 1.0$のとき、最適な労働量を答えよ。また、このときの留保賃金を答えよ。