MODUL 9

Pengujian Hipotesis Dua Populasi

Dr. Sutikno, M.Si.
Dewi Juliah Ratnaningsih, S.Si., M.Si.

PENDAHULUAN

Saudara, materi yang akan dibahas dalam modul ini adalah kelanjutan dari modul sebelumnya, yaitu tentang uji hipotesis. Pengujian hipotesis sendiri memiliki arti sebagai suatu usaha menguji parameter populasi melalui pengambilan sampel. Pengujian hipotesis dapat dilakukan untuk gugus data satu populasi, dua populasi atau lebih. Pada pembahasan sebelumnya dijelaskan untuk satu populasi, pada pembahasan kali ini akan dijelaskan uji hipotesis untuk dua populasi, baik untuk rata-rata, proporsi, maupun varians/ragam, beserta selang kepercayaan bagi selisih dua populasi. Pada Modul 7 Anda telah mempelajari selang kepercayaan satu populasi, bukan? Nah, sekarang bersama dengan materi pengujian hipotesisnya, materi selang kepercayaan dua populasi juga dibahas sekaligus.

Pengujian hipotesis dua populasi bertujuan untuk membandingkan dua macam populasi. Misalnya pengusaha daging ayam sedang berusaha meningkatkan berat badan ayam dengan memberikan jenis makanan A. Untuk mengetahui apakah jenis makanan tersebut mampu meningkatkan berat badan atau tidak, perusahaan membentuk dua kelompok ayam. Data ayam tersebut dapat menggunakan pengambilan data sampel dari populasi atau keseluruhan data di populasi. Kelompok pertama adalah ayam dengan tanpa diberi makanan A. Sementara itu, kelompok kedua diberi makanan A. Selanjutnya dilakukan uji rata-rata berat badan, apakah rata-rata berat badan kelompok ayam kedua lebih besar dari kelompok pertama.

Langkah-langkah pengujiannya juga mengikuti pembahasan sebelumnya, yaitu: (1) menentukan hipotesis; (2) menentukan taraf signifikansi; (3) menentukan statistik uji; (4) menentukan daerah kritis; dan (5) mengambil kesimpulan.

Agar bahasan materi dalam modul ini lebih sistematik, maka dibagi dalam 4 subpokok bahasan, yaitu:

1. Pengujian hipotesis terhadap rata-rata.
2. Pengujian hipotesis terhadap proporsi.
3. Pengujian hipotesis terhadap varians.

Secara khusus, pada Kegiatan Belajar 1, diharapkan mahasiswa mampu:

1. Menganalisis hasil uji hipotesis rata-rata dua populasi independen.
2. Menganalisis hasil uji hipotesis rata-rata dua populasi dependen.

Selanjutnya, pada Kegiatan Belajar 2, diharapkan mahasiswa mampu menganalisis hasil uji hipotesis proporsi dua populasi. Sementara pada Kegiatan Belajar 3, diharapkan mahasiswa mampu menganalisis hasil uji hipotesis varians dua populasi.

KEGIATAN BELAJAR 1

Pengujian Hipotesis: Rata-Rata

Pengujian hipotesis rata-rata dua populasi bertujuan untuk membandingkan rata-rata dua macam populasi dan mengetahui perbedaan atau selisih rata-rata dua populasi. Misalnya pada kasus nilai ujian siswa, ingin menguji apakah rata-rata ujian akhir Matematika tahun 2010 dan 2011 adalah sama atau mengalami peningkatan.

Jenis populasi yang ada dapat berupa populasi independen dan dependen. Dua populasi dikatakan independen jika populasi pertama tidak berhubungan atau tidak berpasangan dengan populasi kedua. Sebaliknya, dikatakan dependen jika populasi pertama dan kedua adalah sama, berhubungan, atau berpasangan. Sebagai contoh pada perusahaan daging ayam yang dijelaskan sebelumnya. Jenis populasi tersebut adalah independen, karena kedua kelompok berbeda dan tidak berpasangan. Ayam kelompok pertama tidak diberi makanan dan kelompok kedua diberi makanan. Apabila dilakukan pengambilan sekelompok ayam, selanjutnya dicatat berat badan ayam ketika normal dan beberapa hari kemudian diberi makanan jenis A dan dicatat perubahan berat badannya, maka dikatakan jenis populasi yang dependen. Hal tersebut dikarenakan ayam di kedua populasi adalah sama yaitu populasi ayam ketika masih normal dan setelah diberi makanan jenis A.

Pengujian hipotesis rata-rata dua populasi sendiri terdiri dari dua populasi independen dan dependen. Populasi independen terbagi lagi menjadi ketika varians diketahui dan tidak diketahui. Masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut.

A. DUA POPULASI INDEPENDEN

1. Varians Diketahui

Dua sampel acak independen dengan jumlah n_1 dan n_2, masing-masing diperoleh dari dua populasi dengan rata-rata μ_1 dan μ_2 serta ragam σ_1^2 dan σ_2^2 akan memiliki penduga titik untuk perbedaan rata-rata adalah $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$. Dengan mengikuti teorema limit pusat (*central limit theorem*), maka didapatkan distribusi sampling $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$ yaitu memiliki rata-rata

$\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$ dan standar deviasi $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$, sehingga peluang dari $1-\alpha$ bahwa variabel normal standard:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \tag{9.1}$$

akan menjadi:

$$P\left(-z_{\alpha/2} < z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \tag{9.2}$$

yang akan digunakan untuk mendapatkan selang kepercayaan bagi μ_1 - μ_2.

Jika $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ adalah rata-rata sampel acak independen yang berukuran n_1 dan n_2 dari populasi dengan varians diketahui σ_1^2 dan σ_2^2 maka selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_1 - \mu_2$ adalah

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \tag{9.3}$$

Dengan $z_{\alpha/2}$ adalah nilai z di bawah kurva normal

Distribusi sampling pada persamaan (9.1) merupakan dasar untuk mendapatkan pengujian hipotesis rata-rata dua populasi. Misalnya hipotesis dua arah untuk menguji selisih rata-rata populasi pertama (μ_1) dan kedua (μ_2) terhadap suatu nilai d_o adalah:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_o$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_o$$

Statistik uji diperoleh berdasarkan variabel random $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ di bawah H_0, ketika σ_1 dan σ_2 diketahui adalah

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \tag{9.4}$$

Sementara itu, daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$. Untuk hipotesis *lower tail test* $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_o$ dan $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_o$, H_0 ditolak jika $z < -z_{\alpha}$. Untuk hipotesis *upper tail test* $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_o$ dan $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_{o,}$ H_0 ditolak jika $z > z_{\alpha}$.

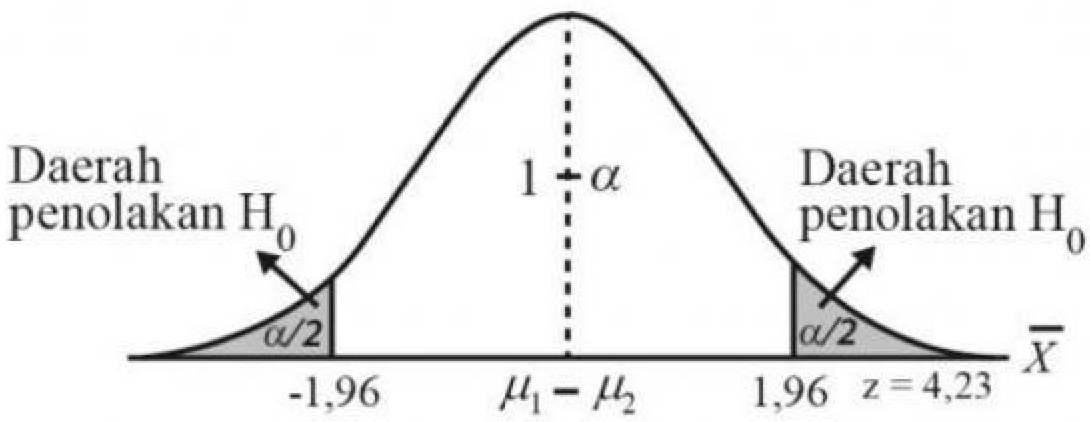
Contoh 9.1.
Seorang importir telah mengimpor sejumlah lampu pijar yang mereknya berbeda, yaitu merek *everbright* dan merek *everlight*. Importir tersebut ingin sekali mengetahui ada atau tidaknya perbedaan rata-rata usia pakai kedua merek tersebut. Secara acak dipilih 50 buah lampu pijar merek *everbright* dan 50 buah merek *everlight*. Setelah diadakan pengukuran, ternyata rata-rata usia pakai lampu *everlight* sebesar 1282 jam dan merek *everbright* sebesar 1.208 jam. Menurut catatan perusahaan, simpangan baku populasi usia pakai lampu pijar merek *everlight* adalah 80 jam dan merek *everbright* adalah 94 jam. Yakinkan pedagang *import* tersebut terhadap dugaannya bahwa rata-rata usia kedua merek nyata berbeda?. Gunakan taraf signifikansi 5%.

Jawab:
Untuk menjawab pertanyaan ini dilakukan pengujian hipotesis dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis
   Karena yang dihipotesiskan importir adalah rata-ratanya nyata berbeda, maka hipotesis yang digunakan dua arah:
   $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_o$
   $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_o$
   misalkan μ_1 adalah rata-rata usia pakai merek *everlight* dan μ_2 adalah rata-rata usia pakai merek *everbright*. Dengan $d_o = 0$ dapat dituliskan juga menjadi:
   $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
   $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
2. Menentukan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$.
3. Menentukan statistik uji.

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} \\
&= \frac{(1282 - 1208) - 0}{\sqrt{80^2 / 50 + 94^2 / 50}} \\
&= 4,23.
\end{aligned}
$$

4. Menentukan daerah kritis
   H_0 ditolak jika $z > z_{0,05/2}$ atau $z < -z_{0,05/2}$
   $z_{0,05/2} = 1,96$ didapatkan dari nilai peluang di bawah kurva normal.



5. Mengambil kesimpulan
   Karena nilai $z = 4,23$ lebih besar dari $z_{0,05/2} = 1,96$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak. Artinya dugaannya bahwa rata-rata usia kedua merek nyata berbeda adalah benar.

Contoh 9.2.
Dari *Contoh 9.1*, dapatkan 95% selang kepercayaan selisih rata-rata usia pakai lampu merek *everbright* (populasi pertama) dan merek *everlight* (populasi kedua)!

Jawab:
Karena kedua populasi independen dan standar deviasi populasi diketahui, maka selang kepercayaannya adalah sebagai berikut:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(1282 - 1208) - 1,96\sqrt{\frac{80^2}{50} + \frac{94^2}{50}} < (\mu_1 - \mu_2)$$

$$< (1282 - 1208) + 1,96\sqrt{\frac{80^2}{50} + \frac{94^2}{50}}$$

$$39,79 < (\mu_1 - \mu_2) < 108,21.$$

Perhitungan tersebut menghasilkan kesimpulan bahwa selisih rata-rata usia pakai adalah antara 39,79 jam hingga 108,21 jam. Nilai selisih yang positif menunjukkan juga bahwa usia pakai merek everbright lebih tinggi dari merek *everlight*. Hal ini akan dibuktikan melalui uji hipotesis pada *Contoh 9.3*.

Contoh 9.3.
Dari *Contoh 9.1*, misalnya importir juga menduga bahwa rata-rata usia pakai merek *everlight* lebih lama dibandingkan merek *everbright*. Ujilah anggapan tersebut dengan menggunakan taraf signifikansi 5%.

Jawab:

1. Hipotesis
   Misalkan μ_1 adalah rata-rata usia pakai merek *everlight* dan μ_2 adalah rata-rata usia pakai merek *everbright*, maka
   $H_0 : \mu_1 \le \mu_2$
   $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$
3. Statistik uji $z = 4,23$
4. Daerah kritis
   H_0 ditolak jika $z > z_{0,05}$ dengan $z_{0,05} = 1,645$
5. Kesimpulan
   Karena nilai $z = 4,23$ lebih besar dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak, artinya bahwa rata-rata usia merek *everlight* lebih lama dibandingkan merek *everbright*.

2. Varians Tidak Diketahui

Pembahasan sebelumnya adalah uji hipotesis rata-rata ketika varians diketahui. Apabila varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui maka menggunakan pendekatan distribusi *t-student*. Pengujian ini mengasumsikan simpangan baku kedua populasi sama $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ atau $\sigma_1 \ne \sigma_2$.

Ketika diasumsikan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ digunakan uji *pooled t-test*. Statistik uji yang digunakan adalah:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \qquad (9.5)$$

Dengan s_p^2 adalah penduga varians *pooled*

$$s_p^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) - s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}. \tag{9.6}$$

Pada hipotesis dua arah $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$, daerah penolakannya adalah ketika $t > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ atau $t < -t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$. Nilai $t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ didapatkan dari tabel distribusi *t* dengan derajat bebas $n_1 + n_2 - 2$. Untuk hipotesis *lower tail test* $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_o$ dan $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$, H_0 ditolak jika $t < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$. Untuk hipotesis *upper tail test* $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$ dan $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_{0,}$ H_0 ditolak jika $t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$.

Sementara itu, selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_1 - \mu_2$ adalah:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \tag{9.7}$$

Contoh 9.4.

Dilakukan pengamatan terhadap Sungai Mas dan Wonokromo untuk membandingkan konsentrasi DO harian. Pengamatan sampel dilakukan selama sepuluh hari dan dicatat konsentrasi DO setiap sehari sekali di masing-masing sungai. Dari hasil pengamatan tersebut, diperoleh bahwa rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas adalah 2,5 mg/l dan simpangan baku 2,05 mg/l. Sedangkan untuk Sungai Wonokromo rata-ratanya 3,20 mg/l dan simpangan baku 2,75 mg/l. Apakah ada cukup bukti untuk menyatakan bahwa kedua sungai memiliki rata-rata konsentrasi DO harian yang berbeda. Gunakan taraf signifikansi 5% dan di asumsikan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$.

Jawab:

1. Hipotesis

   Misalkan μ_1 adalah konsentrasi DO di Sungai Mas dan μ_2 adalah rata-rata konsentrasi DO di Sungai Wonokromo, maka:

   $H_0 :\ \mu_1 = \mu_2$

   $H_1 :\ \mu_1 \neq \mu_2$

2. Taraf signifikansi α=5%
3. Statistik uji

   Karena yang diketahui adalah simpangan baku sampel (σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui) dan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ maka statistik uji yang digunakan adalah:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$$
$$= \frac{(2,5 - 3,20) - 0}{\sqrt{5,88}\sqrt{1/10 + 1/10}}$$
$$= -0,63$$

   dengan:

$$s_p^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) - s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$
$$= \frac{2,05^2(10-1) - 2,75^2(10-1)}{10 + 10 - 2}$$
$$= 5,88.$$

4. Daerah kritis

   H_0 ditolak jika $t > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ atau $t < -t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ dengan $t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} = t_{0.025,18} = 2,101.$
5. Kesimpulan

   Karena nilai $t = -0,63$ kurang dari $t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} = 2,101$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak, artinya bahwa rata-rata konsentrasi DO di kedua sungai adalah sama.

Contoh 9.5.

Dari *Contoh 9.4* juga dapat dihitung 95% selang kepercayaan selisih rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan di Sungai Wonokromo.

Karena kedua populasi independen dan standar deviasi populasi tidak diketahui, maka selang kepercayaannya adalah sebagai berikut:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2}s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2}s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$(2,5 - 3,2) - (2,101)\sqrt{5,88}\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} < (\mu_1 - \mu_2) < (2,5 - 3,2) + (2,101)\sqrt{5,88}\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}$$

$$-2,98 < (\mu_1 - \mu_2) < 1,58$$

Sehingga didapatkan selang kepercayaan selisih rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan di Sungai Wonokromo adalah antara -2,98 mg/l hingga 1,58 mg/l.

Selanjutnya, ketika diasumsikan $\sigma_1 \neq \sigma_2$ maka statistik uji yang digunakan adalah:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} \tag{9.8}$$

Pada hipotesis dua arah $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$, daerah penolakannya adalah ketika $t > t_{\alpha/2,v}$ atau $t < -t_{\alpha/2,v}$. Nilai $t_{\alpha/2,v}$ didapatkan dari tabel distribusi *t* dengan derajat bebas v seperti berikut:

$$v = \frac{(s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2)^2}{(s_1^2 / n_1)^2 / (n_1 - 1) + (s_2^2 / n_2)^2 / (n_2 - 1)}.$$

Untuk hipotesis *lower tail test* Ho :μ_1 - $\mu_2 \geq d_o$ dan H_1 : μ_1 - $\mu_2 < d_o$, Ho ditolak jika $t < -t_{\alpha,v}$. Untuk hipotesis *upper tail test* Ho : μ_1 - $\mu_2 \leq d_o$ dan H_1 : μ_1 - $\mu_2 > d_o$, Ho ditolak jika $t > t_{\alpha,v}$.

Sementara itu, selang kepercayaan (1-α)100% bagi μ_1 - μ_2 adalah:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \tag{9.9}$$

B. DUA POPULASI DEPENDEN

Pada kasus dua populasi dependen masing-masing amatan adalah berpasangan atau berhubungan. Amatan-amatan tersebut dinyatakan dengan D_1, D_2, ..., D_N yang diperoleh dari selisih setiap amatan dari populasi pertama dan kedua.

$$D_i = x_{1i} - x_{2i} \tag{9.10}$$

Amatan tersebut memiliki distribusi sampling dengan rata-rata $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ dan ragam σ_D^2. Penduga titik untuk rata-rata dan varians tersebut adalah $\bar{d}$ dan s_d^2

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^{n} d_i$$

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1} \tag{9.11}$$

dengan $d_i = x_{1i} - x_{2i}$ dan n adalah jumlah amatan.

Hipotesis dua arah yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0 : \mu_D = d_o$

$H_1 : \mu_D \neq d_o$

Statistik uji:

$$t = \frac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}} \tag{9.12}$$

Daerah penolakannya adalah menggunakan distribusi *t-student* dengan derajat bebas $n-1$. H_0 ditolak ketika $t > t_{\alpha/2,n-1}$ atau $t < -t_{\alpha/2,n-1}$. Untuk hipotesis lower tail test $H_0 : \mu_D \geq d_o$ dan $H_1 : \mu_D < d_o$, H_0 ditolak jika $t < -t_{\alpha,n-1}$. Untuk hipotesis *upper tail test* $H_0 : \mu_D \leq d_o$ dan $H_1 : \mu_D > d_o$, Ho ditolak jika $t > t_{\alpha,n-1}$.

Sementara itu, selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ adalah:

$$\bar{d} - t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}. \tag{9.13}$$

Contoh 9.6.

Untuk mengetahui apakah keanggotaan dalam suatu organisasi mahasiswa berpengaruh terhadap IPK mahasiswa dilakukan pencatatan nilai IPK 5 mahasiswa. Pencatatan pertama adalah ketika mahasiswa tersebut masih menjadi anggota organisasi. Pencatatan kedua adalah ketika mahasiswa sudah tidak menjadi anggota organisasi. Ujilah apakah keanggotaan organisasi akan membuat nilai IPK menurun dengan taraf signifikansi 5%!

Mahasiswa	Anggota	Bukan Anggota
1	2	2,2
2	2	1,9
3	2,3	2,5
4	2,1	2,3
5	2,4	2,4

Jawab:

1. Hipotesis

   Misalkan μ_1 adalah rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi dan μ_2 adalah ketika bukan anggota organisasi, maka:

   $H_0 :\ \mu_1 \geq \mu_2$

   $H_1 :\ \mu_1 < \mu_2$

   Dapat dituliskan menjadi

   $H_0 : \mu_1\text{-}\mu_2 \geq 0$ atau $H_0 : \mu_D \geq 0$

   $H_1 : \mu_1\text{-}\mu_2 < 0$ atau $H_1 : \mu_D < 0$

2. Taraf signifikansi α=5%
3. Statistik uji

   Perhitungan:

Mahasiswa	Anggota	Bukan Anggota	d_i	$\left(d_i - \bar{d}\right)^2$
1	2	2,2	-0,2	0,01
2	2	1,9	0,1	0,04
3	2,3	2,5	-0,2	0,01
4	2,1	2,3	-0,2	0,01
5	2,4	2,4	0	0,01
			$\bar{d} = -0{,}1$	$s_d^2 = 0{,}02$

$$t = \frac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{-0{,}5 - 0}{\sqrt{0.02} / \sqrt{5}}$$

$$= -1{,}58$$

4. Daerah kritis

   H_0 ditolak jika $t < -t_{\alpha,n-1}$ dengan $t_{\alpha,n-1} = t_{0.5,4} = 2{,}132$

5. Kesimpulan

   Karena nilai $t = -1,58$ lebih dari $-t_{0.5,4} = -2,132$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal gagal ditolak, artinya bahwa rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi lebih besar atau sama dengan ketika bukan menjadi anggota organisasi. Dengan kata lain tidak terbukti bahwa keanggotaan organisasi menurunkan nilai IPK mahasiswa.

Contoh 9.7.

Selanjutnya selang kepercayaan 95% selisih rata-rata IPK pada *Contoh 9.6.* adalah:

$$\bar{d} - t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$-0,5 - 2,78\frac{\sqrt{0,02}}{\sqrt{5}} < \mu_D < -0,5 - 2,78\frac{\sqrt{0,02}}{\sqrt{5}}$$

$$-0,68 < \mu_D < -0,32.$$

Selang kepercayaan tersebut adalah antara -0,68 hingga -0,32. Nilai selisih yang negatif menunjukkan tidak terbuktinya bahwa rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi lebih kecil dibandingkan ketika tidak menjadi anggota organisasi.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Seperti pada contoh pada bab sebelumnya, diketahui bahwa konsumsi alkohol oleh wanita usia muda di US terus mengalami peningkatan. Untuk mengetahui rata-rata volume minum alkohol (dalam liter), dilakukan survey terhadap 18 wanita usia dibawah 20 tahun dan 20 tahun atau lebih. Hasil pencatatan adalah sebagai berikut.

   Usia di bawah 20 tahun:

266	82	199	174	97	170	222	115

Usia 20 tahun ke atas

164 102 113 171 0 93 0 93 110 130

Dengan menggunakan taraf signifikansi 7%, ujilah apakah rata-rata volume alkohol kedua kelompok usia wanita tersebut sama!

2) Dalam suatu penelitian, untuk mengetahui efek penambahan zat aditif terhadap reaksi kimia dilakukan percobaan dengan memberikan penambahan zat aditif dan tidak. Dengan penambahan zat aditif reaksi kimia dilakukan 15 kali dan menghasilkan rata-rata kecepatan 7,5 mikromol per 30 menit dan simpangan baku 1,5 mikromol. Selanjutnya dengan tanpa penambahan zat aditif dilakukan 14 kali dan menghasilkan rata-rata kecepatan 8,8 per 30 menit dan simpangan baku 2,0 mikormol. Ujilah pada tingkat signifikansi 5%, apakah penambahan zat aditif mampu mempercepat reaksi kimia! Asumsikan varians-nya sama.
3) Sebuah perusahaan menyatakan bahwa kekuatan rentangan rata-rata tali A melebihi kekuatan rentangan tali B sebesar sekurang-kurangnya 12 kg. Untuk menguji pernyataan ini, sejumlah 50 tali dari masing-masing jenis tali. Hasil pengujian memperlihatkan bahwa tali A mempunyai kekuatan rentangan rata-rata 86,7 kg, sedangkan tali B 77,8 kg. Sebelumnya perusahaan telah memiliki catatan bahwa simpangan baku kekuatan rentang tali A dan B masing-masing 6,28 kg dan 5,61 kg. Buktikan pernyataan perusahaan tersebut dengan menggunakan taraf signifikansi 1%.
4) Harga rumah di lokasi B sebelum dan sesudah krisis ekonomi :

No rumah	1	2	3	4
Sebelum	51	63	88	97
sesudah	45	60	75	75

Ujilah apakah harga rumah B sebelum krisis ekonomi lebih tinggi daripada setelah krisis? Gunakan α=10%

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Uji hipotesis rata-rata dua populasi independen dengan varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, asumsi $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Misalnya populasi pertama adalah wanita usia dibawah 20 tahun dan populasi kedua adalah 20 tahun atau lebih.
   a. Hipotesis
      $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
      $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
      Taraf signifikansi α = 7%
   b. Statistik uji
      $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} = 2{,}333$$
   c. Daerah kritis
      $t > t_{\alpha/2,v}$ atau $t < -t_{\alpha/2,v}$ dengan $t_{\alpha/2,v} = t_{0{,}07/2,14} = 1{,}96$
   d. Kesimpulan
      Karena nilai $t = 2{,}33$ lebih dari $t_{0{,}07/2,14} = 1{,}96$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak, artinya bahwa rata-rata rata-rata volume alkohol kedua kelompok usia wanita tersebut berbeda.

2) Uji hipotesis rata-rata dua populasi independen dengan varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, asumsi $\sigma_1 = \sigma_2$. Misalnya populasi pertama adalah penambahan zat aditif dan populasi kedua adalah tanpa penambahan zat aditif.
   a. Hipotesis
      $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$
      $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
      Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$
   b. Statistik uji
      $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} = -1{,}99$$
   c. Daerah kritis
      $t > t_{\alpha,n_1+n_2-2}$ dengan $t_{\alpha,n_1+n_2-2} = t_{5\%,27} = 1{,}703$

d. Kesimpulan

Karena nilai $t = -1,99$ lebih dari $t_{5\%,27} = 1,703$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak, artinya bahwa penambahan zat aditif tidak mampu mempercepat reaksi kimia.

3) Uji hipotesis rata-rata dua populasi independen dengan varians σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui. Misalnya populasi pertama adalah tali A dan populasi kedua adalah tali B.

a. Hipotesis

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 12$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 12$

Taraf signifikansi α=1%

b. Statistik uji

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} = -2,603$$

c. Daerah kritis

$z > z_\alpha$ dengan $z_{1\%} = 2,326$

d. Kesimpulan

Karena nilai $z = -2,603$ kurang dari $z_{1\%} = 2,326$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak, artinya bahwa rentangan rata-rata tali A tidak melebihi kekuatan rentangan tali B sebesar sekurang-kurangnya 12 kg.

4) Uji hipotesis rata-rata dua populasi dependen. Misalnya populasi pertama adalah sebelum krisis dan populasi kedua adalah sesudah krisis.

a. Hipotesis

$H_0 : \mu_D \leq d_o$

$H_1 : \mu_D > d_o$

Taraf signifikansi $\alpha = 10\%$

b. Statistik uji

$$t = \frac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}} = 2,6$$

c. Daerah kritis

$t > t_{\alpha,n-1}$ dengan $t_{\alpha,n-1} = t_{10\%,3} = 1,638$

d. Kesimpulan
Karena nilai $t = 2,6$ lebih dari dari $t_{10\%,3} = 1,638$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak, artinya bahwa harga rumah B sebelum krisis ekonomi lebih tinggi daripada setelah krisis.

RANGKUMAN

1. Pengujian hipotesis rata-rata dua populasi bertujuan untuk membandingkan rata-rata dua macam populasi dan mengetahui perbedaan atau selisih rata-rata dua populasi.
2. Penduga titik untuk perbedaan rata-rata dua populasi adalah $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$.
3. Jenis populasi yang ada dapat berupa populasi independen dan dependen.
4. Jika $\overline{x}_1$ dan $\overline{x}_2$ adalah rata-rata sampel acak independen yang berukuran n_1 dan n_2 dari populasi dengan varians diketahui σ_1^2 dan σ_2^2 maka selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_1 - \mu_2$ adalah:
$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}.$$
Sementara itu, jika varians tidak diketahui dan diasumsikan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ adalah:
$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - t_{\alpha/2} s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + t_{\alpha/2} s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}.$$
5. Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ untuk dua populasi dependent adalah:
$$\overline{d} - t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \overline{d} + t_{\alpha/2}\frac{s_d}{\sqrt{n}}.$$
6. Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji rata-rata dua populasi:

Hipotesis	Keterangan	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_o$	- Populasi independen - Varians σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui	$z = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}}$	$z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_o$			$z < -z_{\alpha}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_o$			$z > z_{\alpha}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_o$	- Populasi independen - Varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui - $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$	$t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$ $s_p^2 = \dfrac{s_1^2(n_1 - 1) - s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$	$t > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ atau $t < -t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_o$			$t < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_o$			$t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_o$	- Populasi independen - Varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui - $\sigma_1 \neq \sigma_2$	$t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}}$ $v = \dfrac{(s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2)^2}{(s_1^2 / n_1)^2 / (n_1 - 1) + (s_2^2 / n_2)^2 / (n_2 - 1)}$	$t > t_{\alpha/2, v}$ atau $t < -t_{\alpha/2, v}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_o$			$t < -t_{\alpha, v}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq d_o$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_o$			$t > t_{\alpha, v}$
$H_0: \mu_D = d_o$ $H_1: \mu_D \neq d_o$	- Populasi dependen atau berpasangan	$t = \dfrac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}}$	$t > t_{\alpha/2, n-1}$ atau $t < -t_{\alpha/2, n-1}$
$H_0: \mu_D \geq d_o$ $H_1: \mu_D < d_o$			$t < -t_{\alpha, n-1}$

$H_0 : \mu_D \leq d_o$ $H_1 : \mu_D > d_o$			$t > t_{\alpha,n-1}$

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Berikut adalah data dua sampel random yang diambil dari dua populasi yang saling bebas.

Sampel 1	Sampel 2
$n_1 = 50$	$n_2 = 35$
$\bar{x}_1 = 13.6$	$\bar{x}_2 = 11.6$
$\sigma_1 = 2.2$	$\sigma_2 = 3$

Penduga titik untuk selisih rata-rata dua populasi adalah….
A. 4
B. 2,6
C. 3
D. 2

2) Dari soal no. 1, selang kepercayaan 90% untuk selisih rata-rata dua populasi adalah:
A. 0,833 hingga 2,979
B. 1,021 hingga 3,167
C. 1,021 hingga 2,979
D. 0,833 hingga 3,167

3) Data dua kelompok sampel independen yang diperoleh dari dua populasi sebagai berikut.

Sampel 1	10	7	13	7	9
Sampel 2	8	7	8	4	6

Melalui selang kepercayaan 90% selisih rata-rata kedua sampel tersebut, buktikan apakah rata-rata sampel 1 lebih besar dibanding sampel 2!
A. 0,105 hingga 5,095 maka rata-rata sampel 1 lebih besar dibanding sampel 2
B. -0,49 hingga 5,69 maka rata-rata sampel 1 lebih besar dibanding sampel 2

C. 0,105 hingga 5,095 maka rata-rata sampel 2 lebih besar dibanding sampel 1
D. -2,899 hingga 7,099 maka rata-rata sampel 1 lebih besar dibanding sampel 2

4) Diketahui uji hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

Selanjutnya berikut adalah data dua sampel random yang diambil dari dua populasi yang saling bebas.

Sampel 1	Sampel 2
$n_1 = 40$	$n_2 = 50$
$\bar{x}_1 = 25.5$	$\bar{x}_2 = 22,8$
$\sigma_1 = 5.2$	$\sigma_2 = 6$

Nilai statistik ujinya adalah….
A. 2,085
B. 2,285
C. 3,111
D. 3,285

5) Dari soal no. 4, kesimpulan apa yang dapat diambil $(\alpha = 1\%)$ adalah ....
A. rata-rata populasi pertama kurang dari atau sama dengan populasi kedua
B. rata-rata populasi kedua kurang dari atau sama dengan populasi pertama
C. rata-rata populasi pertama lebih besar dibandingkan populasi kedua
D. selisih rata-rata populasi pertama dan kedua lebih besar dari nol

6) BLK Cola memiliki 2 metode penjualan produknya, yaitu metode 'normal' dan '*end-aisle*'. Data penjualan per minggu kedua metode adalah sebagai berikut.

Normal					*End-Aisle*				
22	34	52	62	30	52	71	76	54	67
40	64	84	56	59	83	66	90	77	84

Menurut Anda, untuk menguji apakah rata-rata penjualan dengan metode '*end-aisle*' (populasi kedua) lebih tinggi dibandingkan metode 'normal' (populasi pertama) menggunakan pendekatan distribusi….

A. normal
B. *t*
C. *F*
D. *Chi-square*

7) Dari soal no. 6 di atas, hipotesis nol dan alternatif dituliskan sebagai ....

A. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

B. $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$
$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

C. $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$
$H_1 : \mu > \mu_2$

D. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

8) Dari soal no. 6, dengan taraf signifikansi 5% kesimpulan yang dapat di ambil adalah ....

A. rata-rata penjualan dengan metode '*end-aisle*' lebih tinggi dibandingkan metode 'normal'
B. rata-rata penjualan dengan metode '*end-aisle*' lebih rendah dibandingkan metode 'normal'
C. rata-rata penjualan dengan metode '*end-aisle*' tidak sama dengan metode 'normal'
D. tidak ada kesimpulan

9) Perbedaan dua populasi yang saling independen dan dependen adalah ....

A. dependen jika populasi pertama berhubungan dengan populasi kedua dan independen jika populasi pertama dan kedua adalah sama
B. independen jika populasi pertama tidak berhubungan dengan populasi kedua dan dependen jika populasi pertama dan kedua adalah sama, berhubungan, atau berpasangan
C. dependen jika pengambilan sampel dari populasi pertama dan kedua dilakukan pada waktu yang sama
D. independen jika populasi pertama dan kedua adalah sama, namun pengambilan sampel dilakukan pada waktu yang berbeda

10) Lima orang penderita kelebihan berat badan telah meminum obat penurun berat badan. Data berat badan (kg) sebelum dan sesudah meminum obat adalah sebagai berikut.

Sebelum	100	80	95	78	80
Sesudah	80	75	90	70	85

Ujilah apakah obat tersebut mampu menurunkan berat badan sama dengan 2 kg? ($\alpha = 20\%$).

A. obat mampu menurunkan berat badan
B. obat mampu menurunkan berat badan 2 kg
C. obat tidak menurunkan berat badan
D. tidak ada kesimpulan

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Pengujian Hipotesis: Proporsi

Proporsi merupakan karakteristik yang mengikuti kejadian distribusi Binomial dan identik dengan kejadian sukses dan gagal. Berbeda dengan uji rata-rata, pada uji proporsi yang di uji adalah nilai proporsi atau kejadian sukses sesuai dengan kasusnya. Proporsi ini juga identik dengan rasio dan persentase. Pada modul 8 telah dibahas uji hipotesis proporsi untuk satu populasi. Tujuan hipotesis ini adalah untuk mengetahui apakah proporsi kejadian sukses tertentu berbeda dengan nilai tertentu (p_o). Berbeda dengan materi sebelumnya, pada modul ini dilakukan uji hipotesis proporsi untuk dua populasi.

Sebagai contoh, terdapat televisi jenis A dan jenis B. Selama satu hari, perusahaan mengetahui terdapat kerusakan mesin produksi kedua televisi yang menyebabkan banyak produk televisi yang mengalami cacat. Kemudian perusahaan ingin mengetahui jenis televisi mana yang lebih banyak terjadi cacat. Untuk mengetahuinya dapat dilakukan dengan melakukan uji hipotesis proporsi dua populasi. Populasi pertama adalah televisi jenis A dan populasi kedua adalah televisi jenis B. Kejadian sukses yang dimaksud dalam proporsi ini adalah jumlah produk yang cacat pada hari tersebut.

Sebelum membahas prosedur uji hipotesis perlu dipahami dulu penduga dan distribusi sampling dari perbedaan atau selisih proporsi dua populasi. Jika terdapat dua populasi dengan masing-masing proporsi p_1 dan p_2 maka penduga titik proporsi masing-masing populasi tersebut adalah $\hat{p}_1$ dan $\hat{p}_2$. Selanjutnya akan didapatkan penduga titik untuk perbedaan proporsi kedua populasi tersebut adalah $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$.

Distribusi sampling $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ dapat didekati dengan distribusi normal, dengan rata-rata

$$\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = p_1 - p_2 \tag{9.14}$$

dan varians

$$\sigma^2_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \frac{p_1 q_1}{n_1} - \frac{p_2 q_2}{n_2} \tag{9.15}$$

Selanjutnya nilai dapat p_1 dan q_1 diduga dengan $\hat{p}_1$ dan $\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$. Begitu juga p_2 dan q_2 diduga dengan $\hat{p}_2$ dan $\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$. Sehingga didapatkan:

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p}_1\hat{q}_1 / n_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2 / n_2}} \tag{9.16}$$

dan

$$P\left(-z_{\alpha/2} < z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p}_1\hat{q}_1 / n_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2 / n_2}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \tag{9.17}$$

yang akan mengarah ke selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi $p_1 - p_2$, yaitu:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} \tag{9.18}$$

dengan $z_{\alpha/2}$ adalah nilai z di bawah kurva normal.

Pengujian hipotesis proporsi dua populasi dapat dilakukan untuk menguji hipotesis nol apakah proporsi populasi pertama dan kedua sama serta apakah proporsi populasi pertama lebih kecil dari populasi kedua. Selain itu juga untuk menguji apakah proporsi populasi pertama lebih besar dari pada populasi kedua.

Misalnya hipotesis dua arah untuk menguji kesamaan proporsi populasi pertama dan kedua adalah:

$H_0 : p_1 = p_2$

$H_1 : p_1 \neq p_2$

Di bawah hipotesis nol, jika $p_1 = p_2 = p$ atau $p_1 - p_2 = 0$ maka didapatkan statistik uji dari persamaan 9.16.

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}} \tag{9.19}$$

Untuk mendapatkan statistik uji tersebut perlu menduga nilai p dan $q=1-p$ terlebih dahulu. Penduga tersebut dinamakan penduga *pooled* untuk p seperti berikut

$$\hat{p}=\frac{x_1+x_2}{n_1+n_2} \tag{9.20}$$

Dengan x_1 dan x_2 masing-masing adalah jumlah kejadian sukses pada sampel pertama dan sampel kedua. Selanjutnya n_1 dan n_2 masing-masing adalah total amatan pada sampel pertama dan sampel kedua. Karena menggunakan nilai penduga p, maka statistik uji menjadi:

$$z=\frac{\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1+1/n_2)}}. \tag{9.22}$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z>z_{\alpha/2}$ atau $z<-z_{\alpha/2}$. Untuk hipotesis *lower tail test* $H_0: p_1 \geq p_2$ dan $H_1: p_1 < p_2$, H_0 ditolak jika $z<-z_\alpha$. Untuk hipotesis *upper tail test* $H_0: p_1 \leq p_2$ dan $H_1: p_1 > p_2$, H_0 ditolak jika $z>z_\alpha$.

Contoh 9.8.

Suatu pemungutan suara hendak dilakukan di antara penduduk kota A dan kota B untuk mengetahui pendapat mereka mengenai pembangunan mall baru. Lokasi mall berada di perbatasan kota A dan B. Sebagian besar penduduk merasa bahwa pembangunan tersebut akan lolos, karena letak mall yang strategis dan besarnya proporsi penduduk yang menyetujuinya. Untuk mengetahui apakah ada selisih yang nyata antara proporsi penduduk kota A dan kota B yang setuju dengan pembangunan mall, dilakukan pengambilan sampel. Di kota A, terdapat 120 penduduk dari total 200 penduduk menyetujui. Sedangkan di kota B, terdapat 240 penduduk dari total 500 penduduk menyetujui. Lakukan pengujian hipotesis untuk membuktikan bahwa proporsi penduduk yang setuju di kota A lebih tinggi dibandingkan kota B. Gunakan $\alpha=5\%$.

Jawab:

1. Hipotesis

   Misalnya proporsi penduduk yang setuju di kota A adalah p_1 dan di kota B adalah p_2, maka:

   $H_0 : p_1 \leq p_2$

   $H_1 : p_1 > p_2$

2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji

   $$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$$

   $$= \frac{(0,6 - 0,48)}{\sqrt{0,51(0,49)(1/200 + 1/500)}}$$

   $$= 2,9$$

   dengan

   $$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{120}{200} = 0,6 \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{200}{500} = 0,48$$

   $$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{120 + 200}{200 + 500} = 0,51$$

   $$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0,51 = 0,49$$

4. Daerah kritis

   H_0 ditolak jika $z > z_\alpha$

   Dengan $z_{0,05} = 1,645$

5. Mengambil kesimpulan

   Karena nilai $z = 2,9$ lebih besar dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah Ho ditolak atau terbukti bahwa proporsi penduduk yang setuju di kota A lebih tinggi dibandingkan kota B.

Contoh 9.9.

Dari *Contoh 9.8* juga dapat dihitung selang kepercayaan 95% untuk selisih proporsi penduduk di kota A dan kota B yang menyatakan setuju.

Jawab:

$$= \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$= \left(0,6 - 0,48\right) - 1,96\sqrt{\frac{(0,6)(0,4)}{200} + \frac{(0,48)(0,52)}{500}} < p_1 - p_2 <$$

$$\left(0,6 - 0,48\right) + 1,96\sqrt{\frac{(0,6)(0,4)}{200} + \frac{(0,48)(0,52)}{500}}$$

$$= 0,059 < p_1 - p_2 < 0,181.$$

Selang kepercayaan tersebut menunjukkan bahwa selisih proporsi penduduk di kota A dan kota B yang menyatakan setuju adalah antara 0,059 hingga 0,181. Dengan kata lain, selisih persentase penduduk di kota A dan kota B yang menyatakan setuju adalah antara 5,9% hingga 18,1%. Angka yang positif menunjukkan bahwa proporsi (atau persentase) penduduk yang menyatakan setuju di kota A lebih tinggi dibandingkan di kota B.

Contoh 9.10.

Sebuah studi menemukan bahwa pada tahun 2005 terdapat 50 dari 300 pekerja US adalah milik serikat. Selanjutnya pada tahun 2006, dari sejumlah 400 sampel terdapat 80 pekerja adalah milik serikat. Buktikan apakah keanggotaan serikat pada tahun 2006 tidak lebih besar 1% bila dibandingkan pada tahun 2005 $\left(\alpha = 2\%\right)$?

Jawab:

1. Hipotesis

   Misalnya proporsi pekerja milik serikat tahun 2006 adalah p_1 dan tahun 2005 adalah p_2, maka:

   $H_0 : p_1 - p_2 = 0,01$ (atau 1%)

   $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0,01$

   Taraf signifikansi $\alpha = 2\%$
2. Statistik uji $z = 0,786$
3. Daerah kritis

   H_0 ditolak jika $z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$

   dengan $z_{0,02/2} = 2,326$

4. Mengambil kesimpulan: H_0 gagal ditolak, artinya selisih persentase tahun 2006 dan 2005 adalah 1%. Dengan kata lain keanggotaan serikat pada tahun 2006 lebih besar 1% bila dibandingkan pada tahun 2005.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Berikut adalah data dua sampel random yang diambil dari dua populasi yang saling bebas.

Sampel 1	Sampel 2
$n_1 = 400$	$n_2 = 300$
$p_1 = 0,48$	$p_2 = 0,36$

a. Dapatkan penduga titik untuk selisih proporsi dua populasi tersebut!
b. Buatlah selang kepercayaan 90% untuk selisih proporsi dua populasi tersebut!
c. Buatlah selang kepercayaan 95% untuk selisih proporsi dua populasi tersebut!

2) Diketahui hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : p_1 \leq p_2$

$H_1 : p_1 > p_2$

Selanjutnya dari pengambilan sampel didapatkan:

Sampel 1	Sampel 2
$n_1 = 200$	$n_2 = 300$
$p_1 = 0,22$	$p_2 = 0,16$

dengan $\alpha = 0,05,$ bagaimana kesimpulan yang Anda dapatkan?

3) Badan transportasi di US mencatat bahwa pada tahun 2001-2002 terdapat 10 perusahaan penerbangan yang terbaik. Dikatakan terbaik jika kedatangan penerbangannya selalu *on time*. Penerbangan yang datang masih dalam rentang 15 menit dari jadwal yang ditentukan dikatakan *on time*. Data pencatatan Badan Transportasi yang dilakukan pada

pengambilan sampel Januari 2001 dan Januari 2002 adalah sebagai berikut:

- Januari 2001:Sejumlah 742 dari 924 penerbangan adalah tepat waktu
- Januari 2002:Sejumlah 714 dari 841 penerbangan adalah tepat waktu
  a. Berapa penduga titik dari jumlah penerbangan yang tepat waktu pada tahun Januari 2001?
  b. Berapa penduga titik dari jumlah penerbangan yang tepat waktu pada Januari 2002?
  c. Misalkan p_1 adalah proporsi penerbangan yang tepat waktu pada Januari 2001 dan p_2 pada Januari 2002. Lakukan pengujian apakah perusahaan-perusahaan telah mampu meningkatkan jumlah penerbangan yang *on time* selama 1 tahun? Gunakan taraf signifikansi 10%.

4) Terdapat dua merek mesin untuk menghasilkan eternit. Kedua mesin menghasilkan 3 macam kualitas produk, yaitu tipe baik sekali, baik, dan buruk. Hasil produk disajikan pada tabel berikut :

Merek mesin	Kualitas produk		
	Baik sekali	Baik	Buruk
Sakura	110	225	10
Yashika	150	200	7

Ujilah bahwa pernyataan merek Yasika lebih baik dari merek Sakura pada tingkat signifikansi 5%.

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Penduga titik dan interval
   a. Penduga titik selisih proporsi dua populasi

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0,48 - 0,36 = 0,12$$

b. Selang kepercayaan 90%

$$= \left(0,48-0,36\right)-1,64\sqrt{\frac{(0,48)(0,52)}{400}+\frac{(0,36)(0,64)}{300}} < p_1 - p_2 <$$

$$\left(0,48-0,36\right)+1,64\sqrt{\frac{(0,48)(0,52)}{400}+\frac{(0,36)(0,64)}{300}}$$

$$= \quad 0,039 < p_1 - p_2 < 0,201$$

c. Selang kepercayaan 95%

$0,047 < p_1 - p_2 < 0,193$

2) a. Uji hipotesis proporsi dua populasi

$H_0 : p_1 \le p_2$

$H_1 : p_1 > p_2$

Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

b. Statistik uji

$$z = \frac{\left(0,22-0,16\right)}{\sqrt{0,184(1-0,184)(1/200+1/n_2 300)}} = 1,696$$

dengan

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{200(0,22)+300(0,16)}{200+300} = 0,184$$

c. Daerah kritis

$z > z_\alpha$ dengan $z_{0,05} = 1,645$

d. Kesimpulan

Karena nilai $z = 1,696$ lebih besar dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak atau $p_1 > p_2$.

3) Penduga dan uji hipotesis proporsi dua populasi:

a. $p_1 = 742/924 = 0,803$

b. $p_2 = 714/841 = 0,849$

c. Hipotesis

$H_1 : p_1 \ge p_2$

$H_1 : p_1 < p_2$

Taraf signifikansi $\alpha = 10\%$

Statistik uji $z = -2,538$

Daerah kritis : $z < -z_{\alpha}$ dengan $z_{0,10} = 1,282$

Kesimpulan: Ho ditolak atau $p_1 < p_2$, artinya jumlah penerbangan yang *on time* pada Januari 2002 lebih tinggi dibandingkan Januari 2001. Dapat dikatakan juga bahwa perusahaan-perusahaan telah mampu meningkatkan jumlah penerbangan yang on time selama 1 tahun

4) Uji hipotesis proporsi dua populasi
   a. Hipotesis : Misalnya populasi pertama mesin Sakura dan populasi kedua merek Yashika. Untuk membuktikan hipotesis bahwa merek Yasika lebih baik dari Sakura, proporsi yang digunakan adalah proporsi kualitas produk baik sekali.

      $H_0 : p_1 \geq p_2$

      $H_1 : p_1 < p_2$

      Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$
   b. Statistik uji

      $$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$$
      $$= -2,779$$
   c. Daerah kritis $z < -z_{\alpha}$ dengan $z_{0,05} = 1,645$
   d. Kesimpulan Karena nilai $z = -2,779$ lebih kecil dari $-z_{0,05} = -1,645$ maka kesimpulannya adalah Ho ditolak atau merek Yasika lebih baik dari merek Sakura.

RANGKUMAN

1. Penduga titik selisih proporsi dari dua populasi adalah $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$.
2. Penduga interval (selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$) selisih proporsi dari dua populasi adalah:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}.$$

3. Pengujian hipotesis proporsi dua populasi dapat dilakukan untuk menguji hipotesis nol apakah proporsi populasi pertama dan kedua sama serta apakah proporsi populasi pertama lebih kecil dari populasi kedua. Selain itu juga untuk menguji apakah proporsi populasi pertama lebih besar dari pada populasi kedua.
4. Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji proporsi dua populasi:

Hipotesis	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0 : p_1 = p_2$ $H_1 : p_1 \neq p_2$	$z = \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$	$z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$
$H_0 : p_1 \geq p_2$ $H_1 : p_1 < p_2$		$z < -z_{\alpha}$
$H_0 : p_1 \leq p_2$ $H_1 : p_1 > p_2$		$z > z_{\alpha}$

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Uji proporsi dua populasi berfungsi untuk ....
   A. menguji perbandingan proporsi dan rata-rata dari dua macam populasi
   B. menguji perbandingan proporsi dua macam populasi atau selisih proporsi dua populasi
   C. mendapatkan selisih proporsi
   D. mengetahui keragaman proporsi

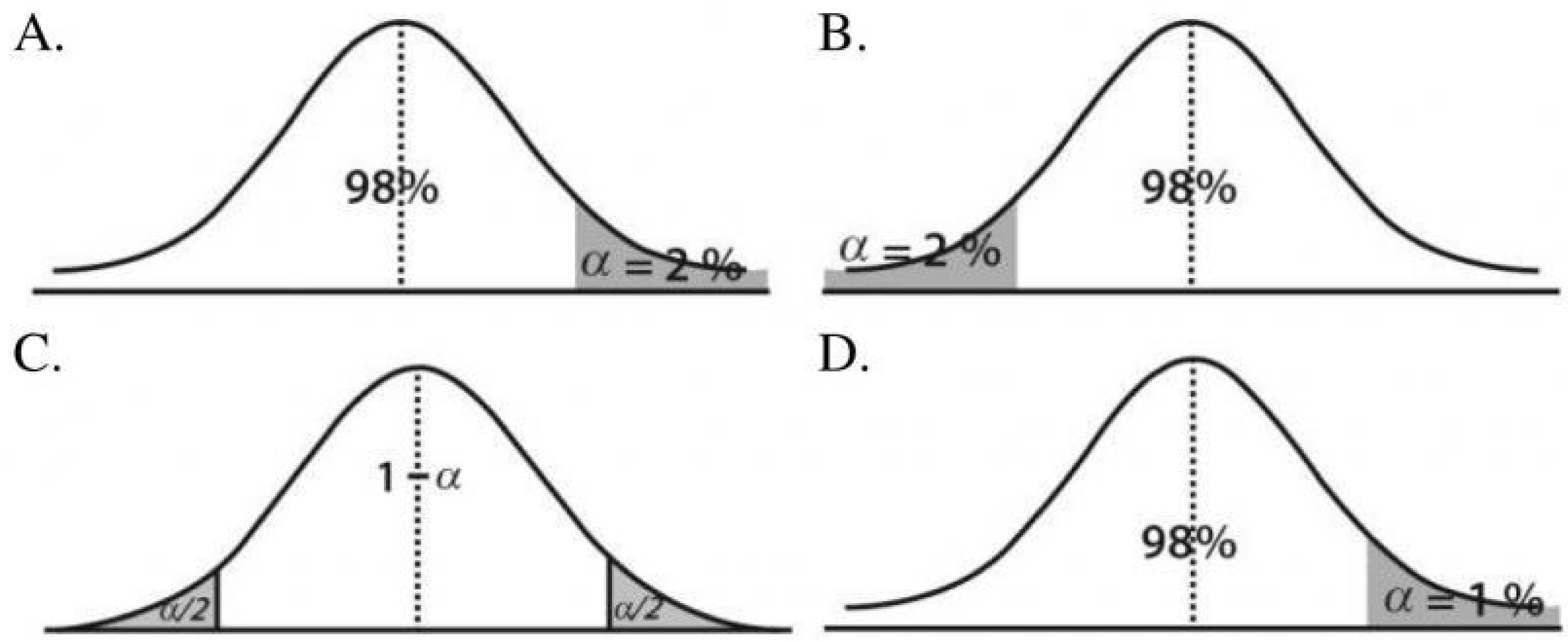
2) Data jumlah kesalahan pencatatan pajak selama satu bulan pada dua kantor tercatat sebagai berikut :
   Kantor 1 : 35 kesalahan dari 250 transaksi
   Kantor 2 : 27 kesalahan dari 300 transaksi
   Nilai penduga selisih proporsi tingkat kesalahan pencatatan di dua kantor adalah….
   A. 0,05
   B. 0,23

C. -0,05
D. -0,23

3) Dari soal no. 3, nilai varians selisih proporsinya adalah….
A. 0,209
B. 0,000209
C. 0,000755
D. 0,000309

4) Dari soal no. 3, 99% selang kepercayaan bagi selisih proporsi adalah….
A. $-0,02 < p_1 - p_2 < 0,12$
B. $0,002 < p_1 - p_2 < 0,098$
C. $0,002 < p_1 - p_2 < 1,098$
D. $-0,004 < p_1 - p_2 < 0,10$

5) Apabila terdapat hipotesis alternatif proporsi $p_1 > p_2$ dengan α=2% maka digunakan daerah kritis ....



6) Pabrik rokok memproduksi dua merek yang berbeda, yaitu merek A dan merek B. Ternyata sejumlah 56 orang di antara 200 perokok menyukai merek A. Sementara itu, sejumlah 29 orang di antara 150 perokok menyukai merek B. Perusahaan menduga bahwa merek A terjual lebih banyak daripada B. Untuk membuktikan dugaan tersebut, hipotesis yang dapat digunakan adalah ....
A. $H_0 \ : p_1 = p_2,\ H_1 : p_1 \neq p_2$
B. $H_0 \ : p_1 \geq p_2,\ H_1 : \ : p_1 < p_2$
C. $H_0 \ : p_1 \leq p_2,\ H_1 : p_1 > p_2$
D. $H_0 \ : p_1 - p_2 = \ 0,\ H_1 : p_1 - p_2 \neq \ 0$

7) Berdasarkan no. 6, dapat dihitung nilai varians *pooled* proporsi sebesar….
   A. 0,5
   B. 0,087
   C. 0
   D. 0,243

8) Berdasarkan no. 6, nilai statistik uji adalah....
   A. 1,87
   B. 0
   C. 0,243
   D. 0,5

9) Berdasarkan no. 6, dengan taraf signifikansi 10% kesimpulan yang dapat di ambil adalah ....
   A. merek A terjual lebih banyak daripada B
   B. merek A terjual lebih sedikit daripada B
   C. jumlah yang terjual di merek A dan B adalah sama
   D. jumlah yang terjual di merek A dan B adalah berbeda

10) Proporsi merupakan karakteristik yang mengikuti distribusi ....
   A. normal standar
   B. Poisson
   C. Binomial
   D. normal

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3

Pengujian Hipotesis: Varians

Pada Kegiatan Belajar 1 dan 2 telah dibahas pengujian hipotesis rata-rata dan proporsi untuk dua populasi. Pada kegiatan belajar ini akan dibahas pengujian hipotesis varians untuk dua populasi. Pada suatu kasus, misalnya pada proses produksi, perusahaan ingin mengetahui perbandingan tingkat kevariansan hasil produksi dari beberapa mesin. Untuk mengetahuinya dilakukan pengambilan sampel hasil produksi di mesin pertama dan kedua selama 30 hari. Mesin pertama disebut populasi pertama dan mesin kedua disebut populasi kedua. Selanjutnya, dihitung varians dari data jumlah produksi di masing-masing mesin tersebut dan dilakukan pengujian. Varians dari mesin pertama dan mesin kedua masing-masing adalah s_1^2 dan s_2^2. Nilai varians tersebut merupakan nilai penduga bagi varians populasi, yaitu σ_1^2 dan σ_2^2.

Perbandingan varians dua populasi ditunjukkan oleh nilai rasio antara kedua varians tersebut, yaitu σ_1^2/σ_2^2. Penduga titik untuk rasio tersebut adalah s_1^2/s_2^2. Jika $x_1, x_2, ..., x_n$ dari n menunjukkan sampel acak dari dua populasi yang berdistribusi normal $N(\mu_1, \sigma_1)$ dan $N(\mu_2, \sigma_2)$, maka didapatkan:

$$\begin{aligned} F &= \frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2} \\ &= \frac{s_1^2 \sigma_2^2}{s_2^2 \sigma_1^2} \end{aligned} \tag{9.23}$$

akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas $v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$.

Sehingga selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi F adalah:

$$P\left(f_{1-\alpha/2(v1,v2)} < F = \frac{s_1^2 \sigma_2^2}{s_2^2 \sigma_1^2} < f_{\alpha/2(v1,v2)} \right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2(v1,v2)}}<\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<\frac{s_1^2}{s_2^2}f_{\alpha/2(v2,v1)}\right)=1-\alpha$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2(v1,v2)}}<\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<\frac{s_1^2}{s_2^2}f_{\alpha/2(v2,v1)} \qquad (9.24)$$

Di mana $f_{\alpha/2(v1,v2)}$ dan $f_{\alpha/2(v2,v1)}$ diperoleh dari tabel distribusi F dengan derajat bebas v_1 dan v_2.

Selanjutnya jika akan di uji kesamaan varians dari populasi pertama dan populasi kedua, digunakan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Statistik uji hipotesis tersebut adalah :

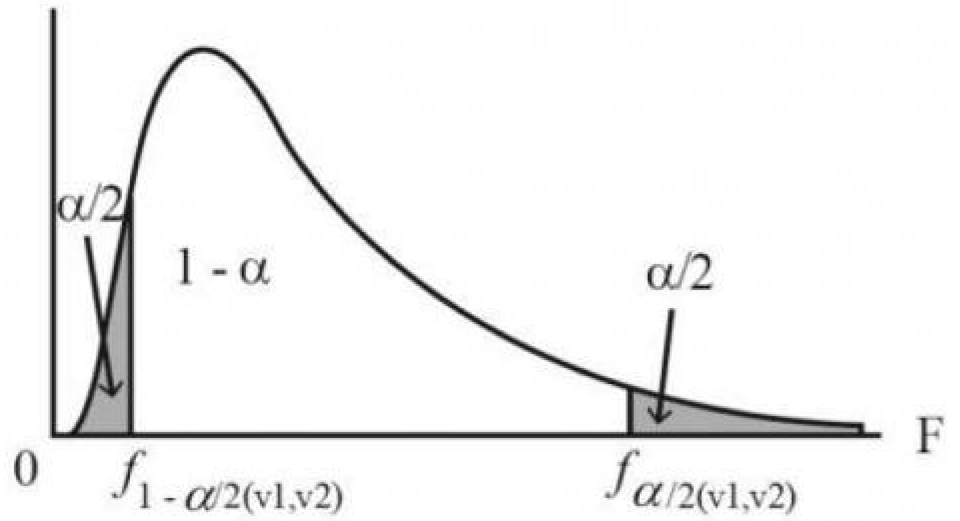
$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2} \qquad (9.25)$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $F \geq f_{\alpha/2(v1,v2)}$ atau $F \leq f_{1-\alpha/2(v1,v2)}$. Untuk hipotesis *lower tail test* $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ dan $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$, H_0 ditolak jika $F \leq f_{1-\alpha(v1,v2)}$. Untuk hipotesis *upper tail test* $Ho : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ dan $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$, H_0 ditolak jika $F \geq f_{\alpha(v1,v2)}$

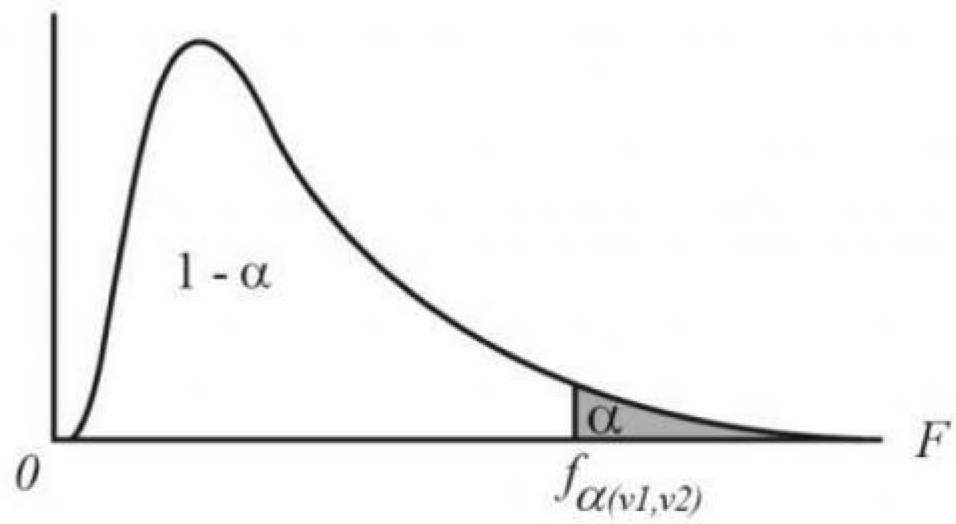
Nilai $f_{1-\alpha/2(v1,v2)}$ dapat dicari juga dengan:

$$f_{1-\alpha/2(v1,v2)}=\frac{1}{f_{\alpha/2(v2,v1)}}$$

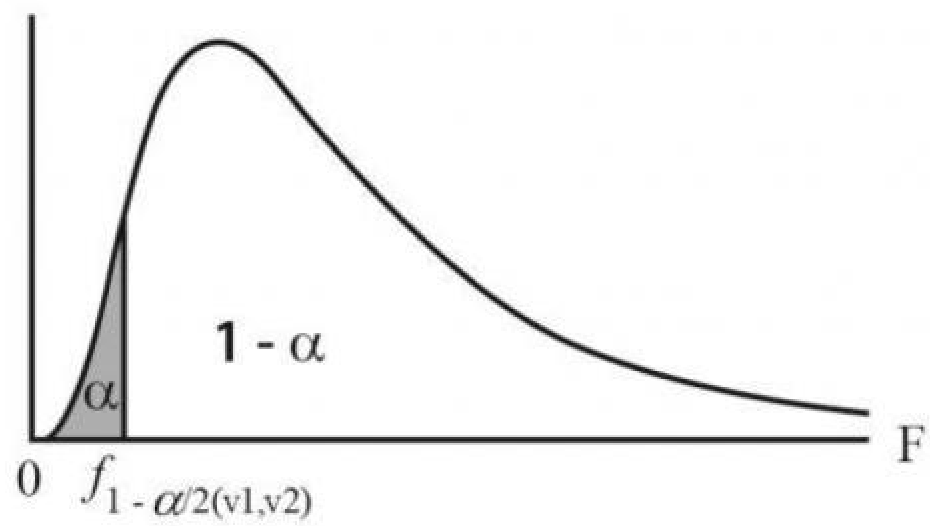
Gambar 9.1 hingga 9.3 berikut menunjukkan daerah kritis untuk uji hipotesis varians pada distribusi F.



Gambar 9.1
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$



Gambar 9.2
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

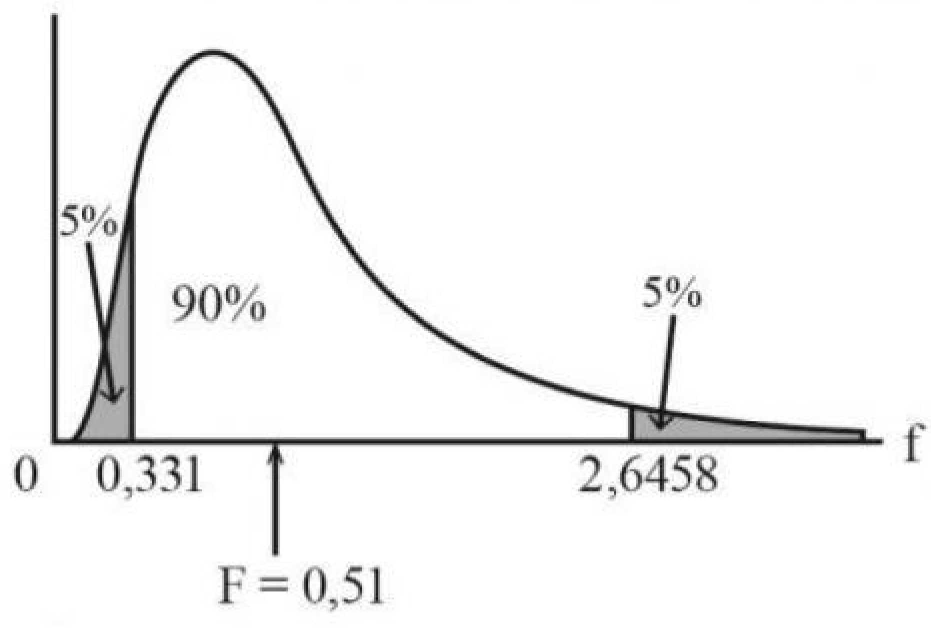


Gambar 9.3
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Contoh 9.11.
Untuk menguji kesevariansan diameter kikir yang dihasilkan dari dua mesin A dan B dilakukan pengambilan beberapa sampel dari masing-masing mesin. Sejumlah 10 buah kikir diambil dari mesin A. Dihasilkan rata-rata 3,5 mm dan simpangan baku 0,05 mm. Sedangkan sejumlah 15 buah kikir diambil dari mesin B. Dihasilkan rata-rata 3,5 mm dan simpangan baku 0,07 mm. Ujilah apakah varians diameter kedua mesin adalah sama.
Gunakan taraf signifikansi 10%.

Jawab:

1. Hipotesis
   Misalkan σ_1^2 adalah varians dari mesin A dan σ_2^2 adalah varians dari mesin B, maka:
   $$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
   $$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$
2. Taraf signifikansi $\alpha = 10\%$
3. Statistik uji
   $$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0,05^2}{0,07^2} = 0,51$$
4. Daerah kritis
   H_0 ditolak jika $F \geq f_{\alpha/2(v1,v2)}$ atau $F \leq f_{1-\alpha/2(v1,v2)}$.
   $f_{\alpha/2(v1,v2)} = f_{0,05(9,14)} = 2,6458$ dan $f_{1-\alpha/2(v1,v2)} = f_{0,95(9,14)} = 0,331$ didapatkan dari nilai tabel distribusi F .



5. Kesimpulan
   Karena nilai $F = 0,51$ berada di antara $f_{0,95(9,14)} = 0,331$ dan $f_{0,05(9,14)} = 2,6458$ maka H_0 gagal ditolak atau varians diameter kikir di mesin A dan B adalah sama.

Contoh 9.12.

Dari *Contoh 9.11* dapat dihitung nilai selang kepercayaan 90% bagi perbandingan varians kedua populasi.

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\left(\frac{1}{f_{\alpha/2(v1,v2)}}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2}\left(f_{\alpha/2(v2,v1)}\right)$$

$$\frac{0,05^2}{0,07^2}\left(\frac{1}{2,6458}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{0,05^2}{0,07^2}(3,03)$$

$$0,193 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1,546$$

Selanjutnya dapat dihitung pula selang kepercayaan 90% bagi perbandingan standard deviasi kedua populasi, yaitu dengan mengakarkan batas bawah dan batas atas.

$$0,439 < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1,243$$

Contoh 9.13.

Pada kasus yang sama dengan *Contoh 9.11.*, dilakukan uji hipotesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

Nilai statistik uji $F = 0,51$. Daerah kritis yang digunakan adalah $F \ge f_{\alpha(v1,v2)}$ dimana $f_{\alpha(v1,v2)} = f_{10\%(9,14)} = 2,12$.

Karena nilai $F = 0,51$ kurang dari $f_{10\%(9,14)} = 2,12$ maka H_0 gagal ditolak, sehingga varians populasi pertama kurang dari atau sama dengan populasi kedua.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Dapatkan nilai distribusi F dari
   a. $F_{0,05}$ dengan derajat bebas 5 dan 10
   b. $F_{0,1}$ dengan derajat bebas 5 dan 10
   c. $F_{0,95}$ dengan derajat bebas 10 dan 5
   d. $F_{0,90}$ dengan derajat bebas 5 dan 10

2) Dua buah sampel yang masing-masing berjumlah 16 dan 21, serta memiliki standard deviasi 5 dan 6
   a. Dapatkan selang kepercayaan 90% bagi varians populasinya!
   b. Dapatkan selang kepercayaan 95% bagi varians populasinya!

3) Sejumlah 11 sampel yang diambil dari populasi pertama memiliki varians 5,8. Selanjutnya sejumlah 21 sampel dari populasi kedua memiliki varians 2,4. Lakukan pengujian hipotesis dengan α =1%,

$$H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

4) Dua alat pengukur kadar sulfur monoksida di udara hendak dibandingkan. Ingin diketahui apakah kedua alat pengukur tersebut memberikan hasil yang kevariansannya sama. Hasil pencatatan kedua alat tersebut adalah

Alat A	0,96	0,82	0,75	0,61	0,89	0,64	0,81	0,68	0,65
Alat B	0,87	0,74	0,63	0,55	0,76	0,70	0,69	0,57	0,53

Dengan taraf signifikansi 1%, ujilah apakah kedua alat tersebut memberikan kevariansan yang sama!.

5) Dari latihan soal Kegiatan Belajar 3, ujilah apakah varians dengan penambahan zat aditif lebih besar dibandingkan dengan tanpa zat aditif.

Petunjuk Jawaban Latihan

1) a. $F_{0,05(5,10)} = 3,33$
   b. $F_{0,1\,(5,10)} = 2,52$
   c. $F_{0,95\,(10,5)} = 1/F_{0,05\,(5;10)} = 1/3,33 = 0,3003$
   d. $F_{0,9\,(5,10)} = 1/F_{0,1\,(10,5)} = 1/3,30 = 0,303$

2) Selang kepercayaan
   a. Selang kepercayaan 90%

$$\frac{5^2}{6^2}\left(\frac{1}{f_{0,05(15,20)}}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{5^2}{6^2}\left(f_{0,05(20,15)}\right)$$

$$\frac{5^2}{6^2}\left(\frac{1}{2,20}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{5^2}{6^2}(2,33)$$

$$0,315 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1,62$$

   b. Selang kepercayaan 95%

$$\frac{5^2}{6^2}\left(\frac{1}{f_{0,025(15,20)}}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{5^2}{6^2}\left(f_{0,025(20,15)}\right)$$

$$\frac{5^2}{6^2}\left(\frac{1}{2,57}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{5^2}{6^2}(2,76)$$

$$0,270 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1,92$$

3) Hipotesis :
   $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$
   $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$
   Taraf signifikansi $\alpha = 1\%$
   Statistik uji : $F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2} = 5,84$
   Daerah kritis : H_0 ditolak jika $F \leq f_{0,99(10,20)} = 0,227.$
   Kesimpulan : H_0 gagal ditolak, varians populasi pertama lebih dari atau sama dengan varians populasi kedua.

4) Misalnya populasi pertama alat A dan populasi kedua alat B.
Hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Taraf signifikansi $\alpha = 1\%$
Statistik uji

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 1{,}1853$$

Daerah kritis H_0 ditolak jika $F \geq f_{\alpha/2(v1,v2)}$ atau $F \leq f_{1-\alpha/2(v1,v2)}$.
$f_{\alpha/2(v1,v2)} = f_{0,01(9,9)} = 0{,}133$ dan $f_{1-\alpha/2(v1,v2)} = f_{0,99(9,9)} = 7{,}496$
Kesimpulan : Karena nilai $F = 1{,}1853$ berada di antara $f_{0,01(9,9)} = 0{,}133$ dan $f_{0,99(9,9)} = 7{,}496$ maka H_0 gagal ditolak.

5) Misalnya populasi pertama adalah dengan penambahan zat aditif dan populasi kedua tanpa zat aditif
Hipotesis:

$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

Taraf signifikansi α=5%
Statistik uji :

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 0{,}5625$$

Daerah kritis: Ho ditolak jika $F \geq f_{\alpha(v1,v2)}$, dengan $f_{\alpha(v1,v2)} = f_{0,05(14,13)} = 2{,}554$
Kesimpulan: Karena nilai $F = 0{,}5625$ kurang dari $f_{0,05(14,13)} = 2{,}554$ maka H_0 gagal ditolak atau varians dengan penambahan zat aditif kurang dari atau sama dengan varians tanpa zat aditif.

RANGKUMAN

1. Selang kepercayaan (1-α)100% bagi perbandingan varians dua populasi adalah

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\alpha/2(v1,v2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\alpha/2(v2,v1)}$$

Dimana $f_{\alpha/2(v1,v2)}$ dan $f_{\alpha/2(v2,v1)}$ diperoleh dari tabel distribusi F dengan derajat bebas v_1 dan v_2.

2. Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji varians dua populasi:

Hipotesis	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		$F \geq f_{\alpha/2(v1,v2)}$ atau $F \geq f_{1-\alpha/2(v1,v2)}$
$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	$F \leq f_{1-\alpha(v1,v2)}$
$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$F \geq f_{\alpha(v1,v2)}$

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Dapatkan nilai perbandingan varians dua populasi berikut:
Varians populasi 1 : 36
Varians populasi 1 : 20
A. 2,00
B. 1,80
C. 1,34
D. 3,24

2) Nilai dari $F_{0,025\,(9,20)}$ adalah ....
   A. 2,84
   B. 1,96
   C. 2,39
   D. 3,46

3) Dapatkan nilai varians dari data berikut :

Populasi 1 :	10	12	14	8	6	4	7
Populasi 2 :	9	11	5	7	10	9	6

   A. Populasi 1 = 3,25 dan populasi 2 = 2,19
   B. Populasi 1 = 10,55 dan populasi 2 = 2,19
   C. Populasi 1 = 3,25 dan populasi 2 = 4,81
   D. Populasi 1 = 10,55 dan populasi 2 = 4,81

4) Dari soal no. 2, selang kepercayaan 98% bagi perbandingan varians kedua populasi adalah….
   A. 0,27 hingga 15,77
   B. 0,20 hingga 15,77
   C. 0,00 hingga 15,77
   D. 0,27 hingga 1,00

5) Pengujian hipotesis varians dua populasi menggunakan pendekatan distribusi….
   A. *t*
   B. *Chi-square*
   C. normal
   D. *F*

6) Perbedaan uji hipotesis varians satu populasi dan dua populasi adalah
   A. Uji satu populasi menggunakan distribusi *Chi-quare,* uji dua populasi menggunakan distribusi *t*
   B. Uji satu populasi untuk membandingkan varians populasi dengan nilai varians tertentu, uji dua populasi menguji selisih varians dua populasi
   C. Uji satu populasi untuk membandingkan rata-rata populasi dengan nilai rata-rata tertentu, uji dua populasi menguji selisih rata-rata dua populasi
   D. Uji satu populasi untuk membandingkan varians populasi dengan nilai varians tertentu, uji dua populasi menguji rasio varians dua populasi

7) Diketahui

$n_1 = 50$ $\quad\quad$ $n_2 = 20$

$s_1 = 3$ $\quad\quad$ $s_2 = 11$

Apabila dilakukan pengujian hipotesis $(\alpha = 2\%)$ dengan hipotesis alternatif $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$, maka akan didapatkan kesimpulan

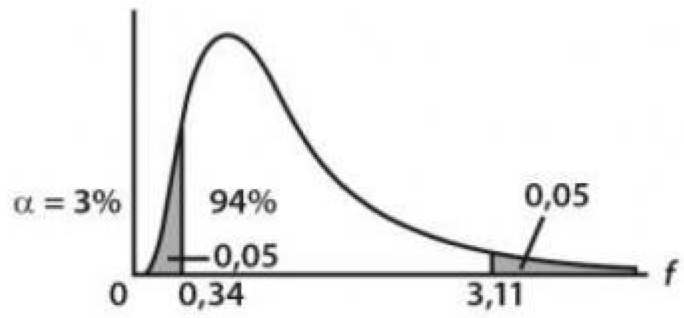
A. Varians populasi pertama lebih besar dari atau sama dengan populasi kedua
B. Varians populasi kedua lebih besar dari atau sama dengan populasi pertama
C. Varians populasi pertama lebih kecil daripada populasi kedua
D. Varians populasi pertama lebih kecil atau sama dengan varians populasi kedua

8) Sebuah penelitian bermaksud membandingkan waktu yang diperlukan oleh karyawan laki-laki dan perempuan untuk merakit sebuah produk tertentu. Pengalaman lalu menunjukkan bahwa sebaran waktu yang diperlukan bagi karyawan laki-laki dan perempuan menghampiri pola distribusi normal, dan varians bagi perempuan (populasi kedua) lebih kecil daripada varians laki-laki (populasi pertama). Hipotesis yang dapat digunakan anggapan berdasarkan pengalaman tersebut adalah

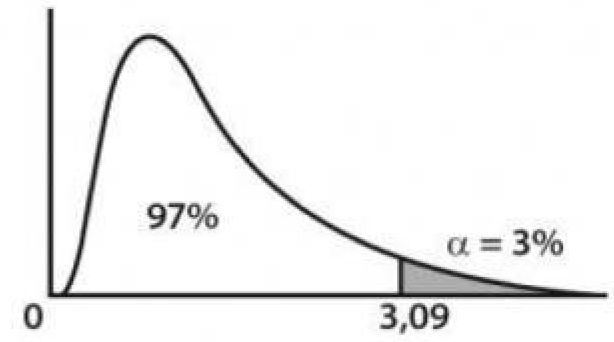
A. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
B. $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$
C. $H_0 : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 \leq 0$
$H_1 : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 > 0$
D. $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

9) Lanjutan no. 8. Sejumlah sampel acak 11 karyawan dan 14 karyawati dikumpulkan dan didapatkan simpangan baku masing-masing adalah 6,1 dan 5,3. Dengan α = 3%, daerah kritis yang digunakan adalah….

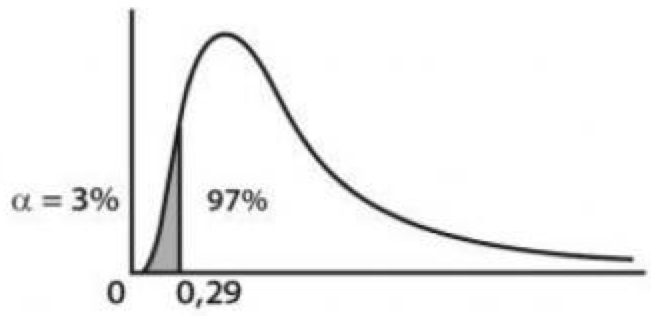
A.



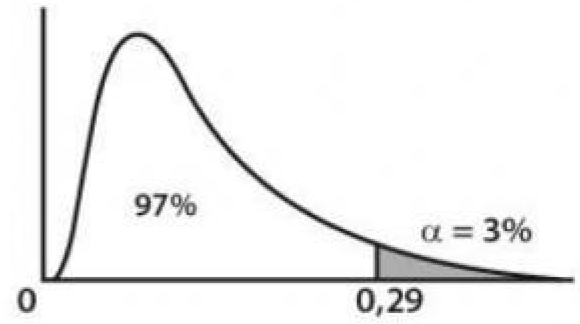
B.



C.



D.



10) Lanjutan no. 8, kesimpulan yang didapatkan adalah ($\alpha = 3\%$)…
   A. Varians waktu perempuan lebih kecil atau sama dengan waktu laki-laki
   B. Varians waktu perempuan lebih besar daripada waktu laki-laki
   C. Varians waktu perempuan adalah dua kali waktu laki-laki
   D. Varians waktu laki-laki lebih kecil dibandingkan waktu perempuan

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) D

   Penyelesaian:

   $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 13.6 - 11,6 = 2$

2) C

   Penyelesaian:

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$\left(13,6 - 11,6\right) - 1,64\sqrt{\frac{2,2^2}{50} + \frac{3^2}{35}} < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < \left(13,6 - 11,6\right) + 1,64\sqrt{\frac{2,2^2}{50} + \frac{3^2}{35}}$$

$$1,021 < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < 2,979$$

3) A

   Penyelesaian:

   Karena kedua populasi independen, standar deviasi populasi tidak diketahui, dan diasumsikan varians sama, maka selang kepercayaannya adalah sebagai berikut:

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\left(9,2 - 6,6\right) - (1,860)\sqrt{4,5}\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < \left(9,2 - 6,6\right) + (1,860)\sqrt{4,5}\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}$$

$$0,105 < \left(\mu_1 - \mu_2\right) < 5,095$$

   Selisih rata-rata bernilai positif, maka rata-rata sampel 1 lebih besar bila dibandingkan dengan sampel 2.

4) B

Penyelesaian :

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}}$$

$$= \frac{(25{,}5 - 22{,}8) - 0}{\sqrt{5.2^2 / 40 + 6^2 / 50}}$$

$$= 2{,}285$$

5) A

Penyelesaian:

Hipotesis :

H_0 : μ_1-$\mu_2 \leq 0$

H_1: μ_1-$\mu_2 > 0$

Taraf signifikansi α=1%

Statistik uji z = 2,285

Daerah kritis :

$z > z_\alpha$ dengan $z_{1\%} = 2{,}326$

Kesimpulan: H_0 gagal ditolak, artinya bahwa Rata-rata populasi pertama kurang dari atau sama dengan populasi kedua

6) B Cukup Jelas

7) B Cukup Jelas

8) A

Penyelesaian:

Uji hipotesis rata-rata dua populasi independen dengan varians σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, asumsi $\sigma_1 = \sigma_2$.

Hipotesis :

H_0 : $\mu_1 \geq \mu_2$

H_1 : $\mu_1 < \mu_2$

Taraf signifikansi α=5%

Statistik uji :

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} = -3{,}045$$

Daerah kritis :

$$t \leq -t_{5\%,18} = -1,703$$

Kesimpulan

Karena nilai $t = -3,045$ kurang dari $-t_{5\%,18} = -1,703$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak.

9) B, Cukup jelas

10) B

Penyelesaian:

Uji hipotesis rata-rata dua populasi dependen. Misalnya populasi pertama adalah sebelum minum obat dan populasi kedua adalah sesudah minum obat.

Hipotesis :

$H_0 : \mu_D \leq 2$

$H_1 : \mu_D > 2$

Taraf signifikansi α=10%

Statistik uji :

$$t = \frac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}} = 1,397$$

Daerah kritis :

$t > t_{\alpha,n-1}$ dengan $t_{\alpha,n-1} = t_{20\%,4} = 0,941$

Kesimpulan

Karena nilai $t = 1,397$ lebih dari $t_{20\%,4} = 0,941$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak.

Tes Formatif 2

1) B Cukup Jelas
2) A Cukup Jelas
3) B

Penyelesaian:

$$\sigma^2_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} - \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2} = \frac{0,14(0,86)}{250} - \frac{0,09(0,91)}{300} = 0,000209$$

4) A

Penyelesaian:

$$=\left(0,14-0,09\right)-2,576\sqrt{\frac{(0,14)(0,86)}{250}+\frac{(0,09)(0,91)}{300}}<p_1-p_2<$$

$$\left(0,14-0,09\right)+2,576\sqrt{\frac{(0,14)(0,86)}{250}+\frac{(0,09)(0,91)}{300}}$$

$$=-0,02<p_1-p_2<0,12$$

5) A Cukup Jelas

6) C Cukup Jelas

7) D

Penyelesaian:

$$\hat{p}=\frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}=\frac{56+29}{200+150}=0,243$$

8) A

Penyelesaian:

$$z=\frac{\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1+1/n_2)}}$$

$$=1,87$$

9) A

Penyelesaian:

Hipotesis : Misalnya populasi pertama adalah merk A dan populasi kedua adalah merk B.

$H_0: p_1 \leq p_2$

$H_1: p_1 > p_2$

Taraf signifikansi α=10%

Statistik uji

$$z=\frac{\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1+1/n_2)}}$$

$$=1,87$$

Daerah kritis : $z > z_\alpha$ dengan $z_{0,05} = 1,645$

Kesimpulan : Karena nilai $z = 1,87$ lebih besar dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak.

10) C Cukup Jelas

Tes Formatif 3

1) B

Penyelesaian

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{36}{20} = 1,8$$

2) A Cukup Jelas
3) D Cukup Jelas

4) A

Penyelesaian : Selang kepercayaan 98%

$$\frac{10,55}{4,81}\left(\frac{1}{8,26}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{10,55}{4,81}(7,19)$$

$$0,27 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 15,77$$

5) D Cukup Jelas
6) D Cukup Jelas

7) A

Penyelesaian:

Hipotesis:

$H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Taraf signifikansi α=2%

Statistik uji : $F = 0,074$

Daerah kritis : H_0 ditolak jika $F \leq f_{0,98(49,19)} = 0,479$

Kesimpulan : H_0 ditolak, varians populasi pertama lebih dari atau sama dengan populasi kedua

8) B Cukup Jelas

9) C

Penyelesaian:

Hipotesis :

$H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Taraf signifikansi α=3%

Statistik uji : $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 1,325$

Daerah kritis : H_0 ditolak jika $F \leq 0,29$

Kesimpulan : H_0 gagal ditolak.

10) A

Penyelesaian:

Sesuai dengan penyelesaian di nomor 9.

Daftar Pustaka

Agresti, A. & Finlay, B. 1997. *Statistical Methods for the Social Sciences*. 3th Edition. Prentice Hall.

Anderson R.A, D.J Sweeney, T. A Williams. 2011. *Statistics for Business and Economics*. [S.N]. United States. ISBN: 13-978-0-538-47188-6.

Bhattacharyya, G.K., and R.A. Johnson. 1997. *Statistical Concepts and Methods*. John Wiley & Sons. New York.

Freund, J.E. 2001. *Modern Elementary Statistics*. Prentice-Hall.

Hahn, G.J. and Meeker, W.Q. 1991. *Statistical Intervals: A Guide for Practitioners*. John Wilwy & Sons. New York.

Mattjik, A.A. & Sumertajaya, I.M. 2013. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab*. IPB Press. Bogor.

Moore, D. & McCabe G. 1998. *Introduction to the Practice of Statistics*. 3th Edition. Freeman.

Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers Sharon L. Myers Keying Ye, Sharon L. Myers, Keying Ye,. 2007. *Probability and statistics for engineers and scientists. 8th edition*. Pearson Prentice Hall. New Jersey. ISBN: 978-0-13-204767-8.

Rosenkrantz, W.A. 1997. *Introduction to Probaility and Statistict for Scientist and Engineers*. McGraw-Hill Internat.

Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika. Terjemahan Edisi ketiga*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Daftar Riwayat Hidup

Dr. Sutikno, S.Si, M.Si. seorang pakar dalam bidang Pemodelan Statistika dan Spasial. Penulis memulai karirnya di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), Surabaya sejak tahun 1997. Penulis meraih gelar Doktor dari Institut Pertanian Bogor (IPB) tahun 2008.

Saat ini jabatan fungsional akademik dosen yang telah diraihnya adalah Lektor dengan pangkat/golongan, Penata Tk I/III-d. Dalam pengelolaan institusi, saat ini penulis menjabat sebagai Ketua Program Studi Sarjana (S1) Statistika FMIPA-ITS. Sebelumnya, penulis menjabat sebagai Kepala Pusat Studi Potensi Daerah dan Pemberdayaan Masyarakat LPPM-ITS serta Kepala Laboratorium Statistika Lingkungan dan Kesehatan Jurusan Statistika ITS.

Penulis aktif melakukan pengajaran pada beberapa bidang statistika seperti: Pemodelan Statistika, Statistika Spasial, Pemodelan Klimatologi, Disain Eksperimen, dan Analisis Data Kualitatif. Karya ilmiah yang telah dihasilkan 8 (delapan) tahun terakhir adalah: *Gaussian Copula Marginal Regression For Modeling Extreme Data With Application*, *Maximum Likelihood Estimation For Spatial Durbin Model*, *Spatial Durbin Model to Identify Influential Factors of Diarrhea*, *Bayes Wavelet Regression Approach to Solve Problems in Multivariable Calibration Modeling*, *Statistical Downscaling Output GCM Modeling with Continuum Regression and Pre-Processing PCA Approach*, Prakiraan Cuaca dengan Metode *Autoregressive Integrated Moving Average*, *Neural Network*, dan *Adaptive Splines Threshold Autoregression* di Stasiun Juanda Surabaya, Model Ramalan Produksi Padi dengan Menggunakan Indeks Hujan Terboboti di Kabupaten Subang, Karawang, dan Indramayu.

Beberapa karya ilmiah tersebut berhasil dipublikasikan pada jurnal internasional dan nasional, yaitu *Journal of Mathematics and Statistics*, Jurnal IPTEK-ITS, Jurnal Sain Dirgantara, Jurnal Tanah dan Iklim. Selain itu, penulis aktif menjadi pembicara pada konferensi internasional, seperti: *International Conference on Mathematics*, *Science*, *and Education*, *International Seminar on Science and Technology*, dan *The IndoMS International Conference on Mathematics and Its Applications*.

Pengalaman profesional lainnya yang terkait dengan Statistika yang pernah penulis geluti adalah penulis aktif sebagai konsultan berbagai instansi baik pemerintah maupun swasta, seperti: Kementrian Informasi dan Komunikasi, Kementrian Lingkungan Hidup, Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Surabaya, Badan Perencanaan Pembangunan Kota Surabaya Pemda Kota Mojokerto, Pemerintah Kota Probolinggo, Pemerintah Kabupaten Probolinggo, Pemerintah Kota Madiun, Pemerintah Kota Pasuruan, Pem-Prov Papua Barat, The Jawa Institute of Pro-Otonomi, PT. Migas, PT. Pelindo III, JOB Pertamina – Talisman Jambi Merang, PT. PGN, PT. Holcim, PPEJ Petro Cina East Java, BPJS, Kangean Energy Indonesia, IUWASH-USAID, dan ILO.

Dewi Juliah Ratnaningsih, S.Si, M.Si lahir di Garut tahun 1974. Sarjana Sains dalam bidang statistika penulis peroleh dari Institut Pertanian Bogor (IPB) pada tahun 1997. Penulis memulai karirnya sebagai dosen statistika pada tahun 1997 di Akademi Manajemen Informatika dan Komputer Bina Sarana Informatika (*AMIK BSI*). Mulai tahun 1999 sampai sekarang, penulis bekerja mengabdikan dirinya sebagai dosen pada Jurusan Statistika FMIPA Universitas Terbuka (UT). Pendidikan S2 ditempuh pada tahun 2005-2008 pada Program Statistika Pascasarjana IPB.

Saat ini, penulis sedang menempuh Program Doktor pada Program Pascasarjana IPB. Jabatan fungsional akademik yang telah diraihnya adalah Lektor Kepala dengan pangkat/golongan, Penata Tingkat I/III-d. Dalam pengelolaan institusi, penulis pernah bekerja sebagai Koordinator Penelitian Kelembagaan pada Pusat Penelitian Kelembagaan dan Pengembangan Sistem Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Universitas Terbuka (Puslitgasis LPPM-UT), Koordinator Penelitian *Tracer Study* Universitas Terbuka, dan Ketua Jurusan Statistika FMIPA-UT.

Penulis aktif melakukan pengajaran dalam bidang statistika, seperti: Pengumpulan dan Penyajian Data, Metode Statistika, Rancangan Percobaan, dan Pengantar Statistika Matematis. Buku Materi Pokok (BMP) Pengumpulan dan Penyajian Data/SATS4213 telah ditulis bersama Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si dan dipublikasikan mulai tahun 2016. BMP lain yang penulis tulis dan susun adalah Pengantar Proses Stokastik, Statistika, dan Metodologi Penelitian. Selain itu, penulis pun aktif melakukan riset pada bidang statistika dan bidang Pendidikan Terbuka dan

Jarak Jauh (PTJJ), seperti: Analisis Data, Pemodelan dalam bidang pendidikan, Analisis Survival, Analisis *Clustering*, Data Mining, dan *Tracer Study*. Dalam beberapa kegiatan Pengabdian kepada Masyarakat penulis aktif memberikan pelatihan sebagai narasumber pada pelatihan: Analisis Data, Pengolahan dan Penyajian Data dengan Excel untuk staf di kelurahan/desa. Penulis pun pernah menjadi pelatih dan narasumber pada kegiatan Pengolahan dan Manajemen Data *Tracer Study* seluruh Perguruan Tinggi yang tergabung dalam *IndoTrace* yang diselenggarakan oleh Universitas Indonesia. Selain itu, penulis juga aktif memberikan pelatihan *R* bagi para dosen dan statistisian di lingkungan Universitas Terbuka.

Karya tulis ilmiah dalam bidang statistika telah penulis publikasikan pada beberapa jurnal internasional dan nasional, seperti: *International Journal of Mathematical Modelling & Computations*, *Journal of Applied Statistics* (terindeks scopus), *The Turkish Online Journal of Distance Education Journal* (terindeks scopus), *STATISTIKA:* Forum Teori dan Aplikasi *Statistika*, dan Jurnal Matematika, Sains, dan Teknologi. Selain itu, publikasi karya tulis ilmiah dalam bidang PTJJ seperti: *AAOU Journal*, *Open Praxis: ICDE Prizes for Innovation and Best Practice*, dan Jurnal Pendidikan Tinggi Jarak Jauh. Beberapa konferensi internasional terakhir yang penulis ikuti baik pada bidang statistika maupun bidang PTJJ adalah: *International Conference on Mathematics and Statistics* di Paris, *Asian Association of Open Universities* (AAOU) melalui *Annual Conference* di Jepang, *International Council for Open and Distance Education* (*ICDE) World Conference* di China, dan *The 5th International Seminar on Sciences* di Institut Pertanian Bogor.

Daftar Lampiran

Lampiran 1. Binomial *Distribution – Probablitiy Function*

							p						
	x	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
n=1	0	.9900	.9500	.9000	.8500	.8000	.7500	.7000	.6500	.6000	.5500	.5000	1
	1	.0100	.0500	.1000	.1500	.2000	.2500	.3000	.3500	.4000	.4500	.5000	0
n=2	0	.9801	.9025	.8100	.7225	.6400	.5625	.4900	.4225	.3600	.3025	.2500	2
	1	.0198	.0950	.1800	.2550	.3200	.3750	.4200	.4550	.4800	.4950	.5000	1
	2	.0001	.0025	.0100	.0225	.0400	.0625	.0900	.1225	.1600	.2025	.2500	0
n=3	0	.9703	.8574	.7290	.6141	.5120	.4219	.3430	.2746	.2160	.1664	.1250	3
	1	.0294	.1354	.2430	.3251	.3840	.4219	.4410	.4436	.4320	.4084	.3750	2
	2	.0003	.0071	.0270	.0574	.0960	.1406	.1890	.2389	.2880	.3341	.3750	1
	3		.0001	.0010	.0034	.0080	.0156	.0270	.0429	.0640	.0911	.1250	0
n=4	0	.9606	.8145	.6561	.5220	.4096	.3164	.2401	.1785	.1296	.0915	.0625	4
	1	.0388	.1715	.2916	.3685	.4096	.4219	.4116	.3845	.3456	.2995	.2500	3
	2	.0006	.0135	.0486	.0975	.1536	.2109	.2646	.3105	.3456	.3675	.3750	2
	3		.0005	.0036	.0115	.0256	.0469	.0756	.1115	.1536	.2005	.2500	1
	4			.0001	.0005	.0016	.0039	.0081	.0150	.0256	.0410	.0625	0
n=5	0	.9510	.7738	.5905	.4437	.3277	.2373	.1681	.1160	.0778	.0503	.0313	5
	1	.0480	.2036	.3281	.3915	.4096	.3955	.3602	.3124	.2592	.2059	.1563	4
	2	.0010	.0214	.0729	.1382	.2048	.2637	.3087	.3364	.3456	.3369	.3125	3
	3		.0011	.0081	.0244	.0512	.0879	.1323	.1811	.2304	.2757	.3125	2
	4			.0005	.0022	.0064	.0146	.0284	.0488	.0768	.1128	.1563	1
	5				.0001	.0003	.0010	.0024	.0053	.0102	.0185	.0313	0
n=6	0	.9415	.7351	.5314	.3771	.2621	.1780	.1176	.0754	.0467	.0277	.0156	6
	1	.0571	.2321	.3543	.3993	.3932	.3560	.3025	.2437	.1866	.1359	.0938	5
	2	.0014	.0305	.0984	.1762	.2458	.2966	.3241	.3280	.3110	.2780	.2344	4
	3		.0021	.0146	.0415	.0819	.1318	.1852	.2355	.2765	.3032	.3125	3
	4		.0001	.0012	.0055	.0154	.0330	.0595	.0951	.1382	.1861	.2344	2
	5			.0001	.0004	.0015	.0044	.0102	.0205	.0369	.0609	.0938	1
	6					.0001	.0002	.0007	.0018	.0041	.0083	.0156	0
n=7	0	.9321	.6983	.4783	.3206	.2097	.1335	.0824	.0490	.0280	.0152	.0078	7
	1	.0659	.2573	.3720	.3960	.3670	.3115	.2471	.1848	.1306	.0872	.0547	6
	2	.0020	.0406	.1240	.2097	.2753	.3115	.3177	.2985	.2613	.2140	.1641	5
	3		.0036	.0230	.0617	.1147	.1730	.2269	.2679	.2903	.2918	.2734	4
	4		.0002	.0026	.0109	.0287	.0577	.0972	.1442	.1935	.2388	.2734	3
	5			.0002	.0012	.0043	.0115	.0250	.0466	.0774	.1172	.1641	2
	6				.0001	.0004	.0013	.0036	.0084	.0172	.0320	.0547	1
	7						.0001	.0002	.0006	.0016	.0037	.0078	0
n=8	0	.9227	.6634	.4305	.2725	.1678	.1001	.0576	.0319	.0168	.0084	.0039	8
	1	.0746	.2793	.3826	.3847	.3355	.2670	.1977	.1373	.0896	.0548	.0313	7
	2	.0026	.0515	.1488	.2376	.2936	.3115	.2965	.2587	.2090	.1569	.1094	6
	3	.0001	.0054	.0331	.0839	.1468	.2076	.2541	.2786	.2787	.2568	.2188	5
	4		.0004	.0046	.0185	.0459	.0865	.1361	.1875	.2322	.2627	.2734	4
	5			.0004	.0026	.0092	.0231	.0467	.0808	.1239	.1719	.2188	3
	6				.0002	.0011	.0038	.0100	.0217	.0413	.0703	.1094	2
	7					.0001	.0004	.0012	.0033	.0079	.0164	.0313	1
	8							.0001	.0002	.0007	.0017	.0039	0
		0.99	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	x
							p						

							p						
	x	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
n=9	0	0.9135	0.6302	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020	9
	1	0.0830	0.2985	0.3874	0.3679	0.3020	0.2253	0.1556	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176	8
	2	0.0034	0.0629	0.1722	0.2597	0.3020	0.3003	0.2668	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703	7
	3	0.0001	0.0077	0.0446	0.1069	0.1762	0.2336	0.2668	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641	6
	4		0.0006	0.0074	0.0283	0.0661	0.1168	0.1715	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461	5
	5			0.0008	0.0050	0.0165	0.0389	0.0735	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461	4
	6			0.0001	0.0006	0.0028	0.0087	0.0210	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641	3
	7					0.0003	0.0012	0.0039	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703	2
	8						0.0001	0.0004	0.0013	0.0035	0.0083	0.0176	1
	9								0.0001	0.0003	0.0008	0.0020	0
n=10	0	0.9044	0.5987	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010	10
	1	0.0914	0.3151	0.3874	0.3474	0.2684	0.1877	0.1211	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098	9
	2	0.0042	0.0746	0.1937	0.2759	0.3020	0.2816	0.2335	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439	8
	3	0.0001	0.0105	0.0574	0.1298	0.2013	0.2503	0.2668	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172	7
	4		0.0010	0.0112	0.0401	0.0881	0.1460	0.2001	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051	6
	5		0.0001	0.0015	0.0085	0.0264	0.0584	0.1029	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461	5
	6			0.0001	0.0012	0.0055	0.0162	0.0368	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051	4
	7				0.0001	0.0008	0.0031	0.0090	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172	3
	8					0.0001	0.0004	0.0014	0.0043	0.0106	0.0229	0.0439	2
	9							0.0001	0.0005	0.0016	0.0042	0.0098	1
	10									0.0001	0.0003	0.0010	0
n=11	0	0.8953	0.5688	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	0.0005	11
	1	0.0995	0.3293	0.3835	0.3248	0.2362	0.1549	0.0932	0.0518	0.0266	0.0125	0.0054	10
	2	0.0050	0.0867	0.2131	0.2866	0.2953	0.2581	0.1998	0.1395	0.0887	0.0513	0.0269	9
	3	0.0002	0.0137	0.0710	0.1517	0.2215	0.2581	0.2568	0.2254	0.1774	0.1259	0.0806	8
	4		0.0014	0.0158	0.0536	0.1107	0.1721	0.2201	0.2428	0.2365	0.2060	0.1611	7
	5		0.0001	0.0025	0.0132	0.0388	0.0803	0.1321	0.1830	0.2207	0.2360	0.2256	6
	6			0.0003	0.0023	0.0097	0.0268	0.0566	0.0985	0.1471	0.1931	0.2256	5
	7				0.0003	0.0017	0.0064	0.0173	0.0379	0.0701	0.1128	0.1611	4
	8					0.0002	0.0011	0.0037	0.0102	0.0234	0.0462	0.0806	3
	9						0.0001	0.0005	0.0018	0.0052	0.0126	0.0269	2
	10								0.0002	0.0007	0.0021	0.0054	1
	11										0.0002	0.0005	0
n=12	0	0.8864	0.5404	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0057	0.0022	0.0008	0.0002	12
	1	0.1074	0.3413	0.3766	0.3012	0.2062	0.1267	0.0712	0.0368	0.0174	0.0075	0.0029	11
	2	0.0060	0.0988	0.2301	0.2924	0.2835	0.2323	0.1678	0.1088	0.0639	0.0339	0.0161	10
	3	0.0002	0.0173	0.0852	0.1720	0.2362	0.2581	0.2397	0.1954	0.1419	0.0923	0.0537	9
	4		0.0021	0.0213	0.0683	0.1329	0.1936	0.2311	0.2367	0.2128	0.1700	0.1208	8
	5		0.0002	0.0038	0.0193	0.0532	0.1032	0.1585	0.2039	0.2270	0.2225	0.1934	7
	6			0.0005	0.0040	0.0155	0.0401	0.0792	0.1281	0.1766	0.2124	0.2256	6
	7				0.0006	0.0033	0.0115	0.0291	0.0591	0.1009	0.1489	0.1934	5
	8				0.0001	0.0005	0.0024	0.0078	0.0199	0.0420	0.0762	0.1208	4
	9					0.0001	0.0004	0.0015	0.0048	0.0125	0.0277	0.0537	3
	10							0.0002	0.0008	0.0025	0.0068	0.0161	2
	11								0.0001	0.0003	0.0010	0.0029	1
	12										0.0001	0.0002	0
n=13	0	0.8775	0.5133	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001	13
	1	0.1152	0.3512	0.3672	0.2774	0.1787	0.1029	0.0540	0.0259	0.0113	0.0045	0.0016	12
	2	0.0070	0.1109	0.2448	0.2937	0.2680	0.2059	0.1388	0.0836	0.0453	0.0220	0.0095	11
	3	0.0003	0.0214	0.0997	0.1900	0.2457	0.2517	0.2181	0.1651	0.1107	0.0660	0.0349	10
	4		0.0028	0.0277	0.0838	0.1535	0.2097	0.2337	0.2222	0.1845	0.1350	0.0873	9
	5		0.0003	0.0055	0.0266	0.0691	0.1258	0.1803	0.2154	0.2214	0.1989	0.1571	8
	6			0.0008	0.0063	0.0230	0.0559	0.1030	0.1546	0.1968	0.2169	0.2095	7
	7			0.0001	0.0011	0.0058	0.0186	0.0442	0.0833	0.1312	0.1775	0.2095	6
	8				0.0001	0.0011	0.0047	0.0142	0.0336	0.0656	0.1089	0.1571	5
	9					0.0001	0.0009	0.0034	0.0101	0.0243	0.0495	0.0873	4
	10						0.0001	0.0006	0.0022	0.0065	0.0162	0.0349	3
	11							0.0001	0.0003	0.0012	0.0036	0.0095	2
	12									0.0001	0.0005	0.0016	1
	13											0.0001	0
		0.99	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	x
							p						

	x	p 0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
n=14	0	0.8687	0.4877	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001	14
	1	0.1229	0.3593	0.3559	0.2539	0.1539	0.0832	0.0407	0.0181	0.0073	0.0027	0.0009	13
	2	0.0081	0.1229	0.2570	0.2912	0.2501	0.1802	0.1134	0.0634	0.0317	0.0141	0.0056	12
	3	0.0003	0.0259	0.1142	0.2056	0.2501	0.2402	0.1943	0.1366	0.0845	0.0462	0.0222	11
	4		0.0037	0.0349	0.0998	0.1720	0.2202	0.2290	0.2022	0.1549	0.1040	0.0611	10
	5		0.0004	0.0078	0.0352	0.0860	0.1468	0.1963	0.2178	0.2066	0.1701	0.1222	9
	6			0.0013	0.0093	0.0322	0.0734	0.1262	0.1759	0.2066	0.2088	0.1833	8
	7			0.0002	0.0019	0.0092	0.0280	0.0618	0.1082	0.1574	0.1952	0.2095	7
	8				0.0003	0.0020	0.0082	0.0232	0.0510	0.0918	0.1398	0.1833	6
	9					0.0003	0.0018	0.0066	0.0183	0.0408	0.0762	0.1222	5
	10						0.0003	0.0014	0.0049	0.0136	0.0312	0.0611	4
	11							0.0002	0.0010	0.0033	0.0093	0.0222	3
	12								0.0001	0.0005	0.0019	0.0056	2
	13									0.0001	0.0002	0.0009	1
	14											0.0001	0
n=15	0	0.8601	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001		15
	1	0.1303	0.3658	0.3432	0.2312	0.1319	0.0668	0.0305	0.0126	0.0047	0.0016	0.0005	14
	2	0.0092	0.1348	0.2669	0.2856	0.2309	0.1559	0.0916	0.0476	0.0219	0.0090	0.0032	13
	3	0.0004	0.0307	0.1285	0.2184	0.2501	0.2252	0.1700	0.1110	0.0634	0.0318	0.0139	12
	4		0.0049	0.0428	0.1156	0.1876	0.2252	0.2186	0.1792	0.1268	0.0780	0.0417	11
	5		0.0006	0.0105	0.0449	0.1032	0.1651	0.2061	0.2123	0.1859	0.1404	0.0916	10
	6			0.0019	0.0132	0.0430	0.0917	0.1472	0.1906	0.2066	0.1914	0.1527	9
	7			0.0003	0.0030	0.0138	0.0393	0.0811	0.1319	0.1771	0.2013	0.1964	8
	8				0.0005	0.0035	0.0131	0.0348	0.0710	0.1181	0.1647	0.1964	7
	9				0.0001	0.0007	0.0034	0.0116	0.0298	0.0612	0.1048	0.1527	6
	10					0.0001	0.0007	0.0030	0.0096	0.0245	0.0515	0.0916	5
	11						0.0001	0.0006	0.0024	0.0074	0.0191	0.0417	4
	12							0.0001	0.0004	0.0016	0.0052	0.0139	3
	13								0.0001	0.0003	0.0010	0.0032	2
	14										0.0001	0.0005	1
	15												0
n=16	0	0.8515	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0010	0.0003	0.0001		16
	1	0.1376	0.3706	0.3294	0.2097	0.1126	0.0535	0.0228	0.0087	0.0030	0.0009	0.0002	15
	2	0.0104	0.1463	0.2745	0.2775	0.2111	0.1336	0.0732	0.0353	0.0150	0.0056	0.0018	14
	3	0.0005	0.0359	0.1423	0.2285	0.2463	0.2079	0.1465	0.0888	0.0468	0.0215	0.0085	13
	4		0.0061	0.0514	0.1311	0.2001	0.2252	0.2040	0.1553	0.1014	0.0572	0.0278	12
	5		0.0008	0.0137	0.0555	0.1201	0.1802	0.2099	0.2008	0.1623	0.1123	0.0667	11
	6		0.0001	0.0028	0.0180	0.0550	0.1101	0.1649	0.1982	0.1983	0.1684	0.1222	10
	7			0.0004	0.0045	0.0197	0.0524	0.1010	0.1524	0.1889	0.1969	0.1746	9
	8			0.0001	0.0009	0.0055	0.0197	0.0487	0.0923	0.1417	0.1812	0.1964	8
	9				0.0001	0.0012	0.0058	0.0185	0.0442	0.0840	0.1318	0.1746	7
	10					0.0002	0.0014	0.0056	0.0167	0.0392	0.0755	0.1222	6
	11						0.0002	0.0013	0.0049	0.0142	0.0337	0.0667	5
	12							0.0002	0.0011	0.0040	0.0115	0.0278	4
	13							0.0000	0.0002	0.0008	0.0029	0.0085	3
	14									0.0001	0.0005	0.0018	2
	15										0.0001	0.0002	1
	16												0
n=17	0	0.8429	0.4181	0.1668	0.0631	0.0225	0.0075	0.0023	0.0007	0.0002			17
	1	0.1447	0.3741	0.3150	0.1893	0.0957	0.0426	0.0169	0.0060	0.0019	0.0005	0.0001	16
	2	0.0117	0.1575	0.2800	0.2673	0.1914	0.1136	0.0581	0.0260	0.0102	0.0035	0.0010	15
	3	0.0006	0.0415	0.1556	0.2359	0.2393	0.1893	0.1245	0.0701	0.0341	0.0144	0.0052	14
	4		0.0076	0.0605	0.1457	0.2093	0.2209	0.1868	0.1320	0.0796	0.0411	0.0182	13
	5		0.0010	0.0175	0.0668	0.1361	0.1914	0.2081	0.1849	0.1379	0.0875	0.0472	12
	6		0.0001	0.0039	0.0236	0.0680	0.1276	0.1784	0.1991	0.1839	0.1432	0.0944	11
	7			0.0007	0.0065	0.0267	0.0668	0.1201	0.1685	0.1927	0.1841	0.1484	10
	8			0.0001	0.0014	0.0084	0.0279	0.0644	0.1134	0.1606	0.1883	0.1855	9
	9				0.0003	0.0021	0.0093	0.0276	0.0611	0.1070	0.1540	0.1855	8
	10					0.0004	0.0025	0.0095	0.0263	0.0571	0.1008	0.1484	7
	11					0.0001	0.0005	0.0026	0.0090	0.0242	0.0525	0.0944	6
	12						0.0001	0.0006	0.0024	0.0081	0.0215	0.0472	5
	13							0.0001	0.0005	0.0021	0.0068	0.0182	4
	14								0.0001	0.0004	0.0016	0.0052	3
	15									0.0001	0.0003	0.0010	2
	16											0.0001	1
	17												0
		0.99	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75 p	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	x

						p						
	x	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
n=18	0	0.8345	0.3972	0.1501	0.0536	0.0180	0.0056	0.0016	0.0004	0.0001			18
	1	0.1517	0.3763	0.3002	0.1704	0.0811	0.0338	0.0126	0.0042	0.0012	0.0003	0.0001	17
	2	0.0130	0.1683	0.2835	0.2556	0.1723	0.0958	0.0458	0.0190	0.0069	0.0022	0.0006	16
	3	0.0007	0.0473	0.1680	0.2406	0.2297	0.1704	0.1046	0.0547	0.0246	0.0095	0.0031	15
	4		0.0093	0.0700	0.1592	0.2153	0.2130	0.1681	0.1104	0.0614	0.0291	0.0117	14
	5		0.0014	0.0218	0.0787	0.1507	0.1988	0.2017	0.1664	0.1146	0.0666	0.0327	13
	6		0.0002	0.0052	0.0301	0.0816	0.1436	0.1873	0.1941	0.1655	0.1181	0.0708	12
	7			0.0010	0.0091	0.0350	0.0820	0.1376	0.1792	0.1892	0.1657	0.1214	11
	8			0.0002	0.0022	0.0120	0.0376	0.0811	0.1327	0.1734	0.1864	0.1669	10
	9				0.0004	0.0033	0.0139	0.0386	0.0794	0.1284	0.1694	0.1855	9
	10				0.0001	0.0008	0.0042	0.0149	0.0385	0.0771	0.1248	0.1669	8
	11					0.0001	0.0010	0.0046	0.0151	0.0374	0.0742	0.1214	7
	12						0.0002	0.0012	0.0047	0.0145	0.0354	0.0708	6
	13							0.0002	0.0012	0.0045	0.0134	0.0327	5
	14								0.0002	0.0011	0.0039	0.0117	4
	15									0.0002	0.0009	0.0031	3
	16										0.0001	0.0006	2
	17											0.0001	1
	18												0
n=19	0	0.8262	0.3774	0.1351	0.0456	0.0144	0.0042	0.0011	0.0003	0.0001			19
	1	0.1586	0.3774	0.2852	0.1529	0.0685	0.0268	0.0093	0.0029	0.0008	0.0002		18
	2	0.0144	0.1787	0.2852	0.2428	0.1540	0.0803	0.0358	0.0138	0.0046	0.0013	0.0003	17
	3	0.0008	0.0533	0.1796	0.2428	0.2182	0.1517	0.0869	0.0422	0.0175	0.0062	0.0018	16
	4		0.0112	0.0798	0.1714	0.2182	0.2023	0.1491	0.0909	0.0467	0.0203	0.0074	15
	5		0.0018	0.0266	0.0907	0.1636	0.2023	0.1916	0.1468	0.0933	0.0497	0.0222	14
	6		0.0002	0.0069	0.0374	0.0955	0.1574	0.1916	0.1844	0.1451	0.0949	0.0518	13
	7			0.0014	0.0122	0.0443	0.0974	0.1525	0.1844	0.1797	0.1443	0.0961	12
	8			0.0002	0.0032	0.0166	0.0487	0.0981	0.1489	0.1797	0.1771	0.1442	11
	9				0.0007	0.0051	0.0198	0.0514	0.0980	0.1464	0.1771	0.1762	10
	10				0.0001	0.0013	0.0066	0.0220	0.0528	0.0976	0.1449	0.1762	9
	11					0.0003	0.0018	0.0077	0.0233	0.0532	0.0970	0.1442	8
	12						0.0004	0.0022	0.0083	0.0237	0.0529	0.0961	7
	13						0.0001	0.0005	0.0024	0.0085	0.0233	0.0518	6
	14							0.0001	0.0006	0.0024	0.0082	0.0222	5
	15								0.0001	0.0005	0.0022	0.0074	4
	16									0.0001	0.0005	0.0018	3
	17										0.0001	0.0003	2
	18												1
	19												0
n=20	0	0.8179	0.3585	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0002				20
	1	0.1652	0.3774	0.2702	0.1368	0.0576	0.0211	0.0068	0.0020	0.0005	0.0001		19
	2	0.0159	0.1887	0.2852	0.2293	0.1369	0.0669	0.0278	0.0100	0.0031	0.0008	0.0002	18
	3	0.0010	0.0596	0.1901	0.2428	0.2054	0.1339	0.0716	0.0323	0.0123	0.0040	0.0011	17
	4		0.0133	0.0898	0.1821	0.2182	0.1897	0.1304	0.0738	0.0350	0.0139	0.0046	16
	5		0.0022	0.0319	0.1028	0.1746	0.2023	0.1789	0.1272	0.0746	0.0365	0.0148	15
	6		0.0003	0.0089	0.0454	0.1091	0.1686	0.1916	0.1712	0.1244	0.0746	0.0370	14
	7			0.0020	0.0160	0.0545	0.1124	0.1643	0.1844	0.1659	0.1221	0.0739	13
	8			0.0004	0.0046	0.0222	0.0609	0.1144	0.1614	0.1797	0.1623	0.1201	12
	9			0.0001	0.0011	0.0074	0.0271	0.0654	0.1158	0.1597	0.1771	0.1602	11
	10				0.0002	0.0020	0.0099	0.0308	0.0686	0.1171	0.1593	0.1762	10
	11					0.0005	0.0030	0.0120	0.0336	0.0710	0.1185	0.1602	9
	12					0.0001	0.0008	0.0039	0.0136	0.0355	0.0727	0.1201	8
	13						0.0002	0.0010	0.0045	0.0146	0.0366	0.0739	7
	14							0.0002	0.0012	0.0049	0.0150	0.0370	6
	15								0.0003	0.0013	0.0049	0.0148	5
	16									0.0003	0.0013	0.0046	4
	17										0.0002	0.0011	3
	18											0.0002	2
	19												1
	20												0
		0.99	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	x
							p						

Lampiran 2: *Tables of the Poisson Cumulative Distribution*

The table below gives the probalitiy of that a Poisson random variable X with mean = 1 is less than or equal to x. That is, the table give.

$$P(X \le x) = \sum_{r=0}^{x} \lambda^{r} \frac{e^{-\lambda}}{r!}$$

λ=	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
x= 0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

λ=	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.5	5.0	5.5
x= 0	0.1353	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	0.0111	0.0067	0.0041
1	0.4060	0.3546	0.3084	0.2674	0.2311	0.1991	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074	0.0916	0.0611	0.0404	0.0266
2	0.6767	0.6227	0.5697	0.5184	0.4695	0.4232	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689	0.2381	0.1736	0.1247	0.0884
3	0.8571	0.8194	0.7787	0.7360	0.6919	0.6472	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735	0.4335	0.3423	0.2650	0.2017
4	0.9473	0.9275	0.9041	0.8774	0.8477	0.8153	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678	0.6288	0.5321	0.4405	0.3575
5	0.9834	0.9751	0.9643	0.9510	0.9349	0.9161	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156	0.7851	0.7029	0.6160	0.5289
6	0.9955	0.9925	0.9884	0.9828	0.9756	0.9665	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091	0.8893	0.8311	0.7622	0.6860
7	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9881	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599	0.9489	0.9134	0.8666	0.8095
8	0.9998	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840	0.9786	0.9597	0.9319	0.8944
9	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942	0.9919	0.9829	0.9682	0.9462
10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9972	0.9933	0.9863	0.9747
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9976	0.9945	0.9890
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9992	0.9980	0.9955
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9983
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

λ=	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	11.0	10.0	12.0	14.0	15.0
x= 0	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	0.0008	0.0005	0.0002	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000
2	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042	0.0028	0.0012	0.0028	0.0005	0.0001	0.0000
3	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149	0.0103	0.0049	0.0103	0.0023	0.0005	0.0002
4	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403	0.0293	0.0151	0.0293	0.0076	0.0018	0.0009
5	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885	0.0671	0.0375	0.0671	0.0203	0.0055	0.0028
6	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649	0.1301	0.0786	0.1301	0.0458	0.0142	0.0076
7	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687	0.2202	0.1432	0.2202	0.0895	0.0316	0.0180
8	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918	0.3328	0.2320	0.3328	0.1550	0.0621	0.0374
9	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218	0.4579	0.3405	0.4579	0.2424	0.1094	0.0699
10	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.7060	0.6453	0.5830	0.4599	0.5830	0.3472	0.1757	0.1185
11	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.8030	0.7520	0.6968	0.5793	0.6968	0.4616	0.2600	0.1848
12	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364	0.7916	0.6887	0.7916	0.5760	0.3585	0.2676
13	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981	0.8645	0.7813	0.8645	0.6815	0.4644	0.3632
14	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400	0.9165	0.8540	0.9165	0.7720	0.5704	0.4657
15	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665	0.9513	0.9074	0.9513	0.8444	0.6694	0.5681
16	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823	0.9730	0.9441	0.9730	0.8987	0.7559	0.6641
17	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911	0.9857	0.9678	0.9857	0.9370	0.8272	0.7489
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9957	0.9928	0.9823	0.9928	0.9626	0.8826	0.8195
19	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9989	0.9980	0.9965	0.9907	0.9965	0.9787	0.9235	0.8752
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984	0.9953	0.9984	0.9884	0.9521	0.9170
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9977	0.9993	0.9939	0.9712	0.9469
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9990	0.9997	0.9970	0.9833	0.9673
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9999	0.9985	0.9907	0.9805
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	1.0000	0.9993	0.9950	0.9888
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	1.0000	0.9997	0.9974	0.9938
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9967
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9983
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9991
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

TABEL-TABEL STATISTIK

Lampiran 3: Tabel *Z* (*Normal Standar*)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.000	0.004	0.008	0.012	0.016	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036
0.1	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056	0.060	0.064	0.068	0.071	0.075
0.2	0.079	0.083	0.087	0.091	0.095	0.099	0.103	0.106	0.110	0.114
0.3	0.118	0.122	0.126	0.129	0.133	0.137	0.141	0.144	0.148	0.152
0.4	0.155	0.159	0.163	0.166	0.170	0.174	0.177	0.181	0.184	0.188
0.5	0.192	0.195	0.199	0.202	0.205	0.209	0.212	0.216	0.219	0.222
0.6	0.226	0.229	0.232	0.236	0.239	0.242	0.245	0.249	0.252	0.255
0.7	0.258	0.261	0.264	0.267	0.270	0.273	0.276	0.279	0.282	0.285
0.8	0.288	0.291	0.294	0.297	0.300	0.302	0.305	0.308	0.311	0.313
0.9	0.316	0.319	0.321	0.324	0.326	0.329	0.332	0.334	0.337	0.339
1.0	0.341	0.344	0.346	0.349	0.351	0.353	0.355	0.358	0.360	0.362
1.1	0.364	0.367	0.369	0.371	0.373	0.375	0.377	0.379	0.381	0.383
1.2	0.385	0.387	0.389	0.391	0.393	0.394	0.396	0.398	0.400	0.402
1.3	0.403	0.405	0.407	0.408	0.410	0.412	0.413	0.415	0.416	0.418
1.4	0.419	0.421	0.422	0.424	0.425	0.427	0.428	0.429	0.431	0.432
1.5	0.433	0.435	0.436	0.437	0.438	0.439	0.441	0.442	0.443	0.444
1.6	0.445	0.446	0.447	0.448	0.450	0.451	0.452	0.453	0.454	0.455
1.7	0.455	0.456	0.457	0.458	0.459	0.460	0.461	0.462	0.463	0.463
1.8	0.464	0.465	0.466	0.466	0.467	0.468	0.469	0.469	0.470	0.471
1.9	0.471	0.472	0.473	0.473	0.474	0.474	0.475	0.476	0.476	0.477
2.0	0.477	0.478	0.478	0.479	0.479	0.480	0.480	0.481	0.481	0.482
2.1	0.482	0.483	0.483	0.483	0.484	0.484	0.485	0.485	0.485	0.486
2.2	0.486	0.486	0.487	0.487	0.488	0.488	0.488	0.488	0.489	0.489
2.3	0.489	0.490	0.490	0.490	0.490	0.491	0.491	0.491	0.491	0.492
2.4	0.492	0.492	0.492	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.494
2.5	0.494	0.494	0.494	0.494	0.495	0.495	0.495	0.495	0.495	0.495
2.6	0.495	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496
2.7	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497
2.8	0.497	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498
2.9	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.499	0.499	0.499	0.499
3.0	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499

Sumber: StatSoft (2013)

Dikutip dari: Azuar Juliandi; Irfan; Saprinal Manurung. (2014). *Metodologi penelitian bisnis.* Medan: UMSU Press, hlm. 224.

Lampiran 4: Tabel *t*

Uji 2 Pihak, $\alpha = 0,05$

dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$
-	-	49	2.010	99	1.984	149	1.976	199	1.972	249	1.970
-	-	50	2.009	100	1.984	150	1.976	200	1.972	250	1.969
1	12.706	51	2.008	101	1.984	151	1.976	201	1.972	251	1.969
2	4.303	52	2.007	102	1.983	152	1.976	202	1.972	252	1.969
3	3.182	53	2.006	103	1.983	153	1.976	203	1.972	253	1.969
4	2.776	54	2.005	104	1.983	154	1.975	204	1.972	254	1.969
5	2.571	55	2.004	105	1.983	155	1.975	205	1.972	255	1.969
6	2.447	56	2.003	106	1.983	156	1.975	206	1.972	256	1.969
7	2.365	57	2.002	107	1.982	157	1.975	207	1.971	257	1.969
8	2.306	58	2.002	108	1.982	158	1.975	208	1.971	258	1.969
9	2.262	59	2.001	109	1.982	159	1.975	209	1.971	259	1.969
10	2.228	60	2.000	110	1.982	160	1.975	210	1.971	260	1.969
11	2.201	61	2.000	111	1.982	161	1.975	211	1.971	261	1.969
12	2.179	62	1.999	112	1.981	162	1.975	212	1.971	262	1.969
13	2.160	63	1.998	113	1.981	163	1.975	213	1.971	263	1.969
14	2.145	64	1.998	114	1.981	164	1.975	214	1.971	264	1.969
15	2.131	65	1.997	115	1.981	165	1.974	215	1.971	265	1.969
16	2.120	66	1.997	116	1.981	166	1.974	216	1.971	266	1.969
17	2.110	67	1.996	117	1.980	167	1.974	217	1.971	267	1.969
18	2.101	68	1.995	118	1.980	168	1.974	218	1.971	268	1.969
19	2.093	69	1.995	119	1.980	169	1.974	219	1.971	269	1.969
20	2.086	70	1.994	120	1.980	170	1.974	220	1.971	270	1.969
21	2.080	71	1.994	121	1.980	171	1.974	221	1.971	271	1.969
22	2.074	72	1.993	122	1.980	172	1.974	222	1.971	272	1.969
23	2.069	73	1.993	123	1.979	173	1.974	223	1.971	273	1.969
24	2.064	74	1.993	124	1.979	174	1.974	224	1.971	274	1.969
25	2.060	75	1.992	125	1.979	175	1.974	225	1.971	275	1.969
26	2.056	76	1.992	126	1.979	176	1.974	226	1.971	276	1.969
27	2.052	77	1.991	127	1.979	177	1.973	227	1.970	277	1.969
28	2.048	78	1.991	128	1.979	178	1.973	228	1.970	278	1.969
29	2.045	79	1.990	129	1.979	179	1.973	229	1.970	279	1.969
30	2.042	80	1.990	130	1.978	180	1.973	230	1.970	280	1.968
31	2.040	81	1.990	131	1.978	181	1.973	231	1.970	281	1.968
32	2.037	82	1.989	132	1.978	182	1.973	232	1.970	282	1.968

dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$
33	2.035	83	1.989	133	1.978	183	1.973	233	1.970	283	1.968
34	2.032	84	1.989	134	1.978	184	1.973	234	1.970	284	1.968
35	2.030	85	1.988	135	1.978	185	1.973	235	1.970	285	1.968
36	2.028	86	1.988	136	1.978	186	1.973	236	1.970	286	1.968
37	2.026	87	1.988	137	1.977	187	1.973	237	1.970	287	1.968
38	2.024	88	1.987	138	1.977	188	1.973	238	1.970	288	1.968
39	2.023	89	1.987	139	1.977	189	1.973	239	1.970	289	1.968
40	2.021	90	1.987	140	1.977	190	1.973	240	1.970	290	1.968
41	2.020	91	1.986	141	1.977	191	1.972	241	1.970	291	1.968
42	2.018	92	1.986	142	1.977	192	1.972	242	1.970	292	1.968
43	2.017	93	1.986	143	1.977	193	1.972	243	1.970	293	1.968
44	2.015	94	1.986	144	1.977	194	1.972	244	1.970	294	1.968
45	2.014	95	1.985	145	1.976	195	1.972	245	1.970	295	1.968
46	2.013	96	1.985	146	1.976	196	1.972	246	1.970	296	1.968
47	2.012	97	1.985	147	1.976	197	1.972	247	1.970	297	1.968
48	2.011	98	1.984	148	1.976	198	1.972	248	1.970	298	1.968

Sumber: Diolah dengan Excel, Formula: =TINV(probability,deg_freedom)

Contoh:

Probability = tingkat kesalahan (α) = 0.05 Jumlah sampel = $n = 3$

deg_freedom (df) = derajat kebebasan (dk) = $n - 2 = 3 - 2 = 1$. Maka formulanya adalah = TINV(0.05,1)

Nilai t tabel yang diperoleh = 12,706

Nilai tabel *t* untuk dk yang lain dapat digunakan cara seperti di atas.

Dikutip dari: Azuar Juliandi; Irfan; Saprinal Manurung. (2014). *Metodologi penelitian bisnis.* Medan: UMSU Press, hlm. 225-226

Tabel *r Product Moment*

$\alpha = 0,05$

n	dk=n-2	t-tabel$_{0,05}$	r-tabel$_{0,05}$	n	dk=n-2	t-tabel$_{0,05}$	r-tabel$_{0,05}$
1	-	-	-	**26**	24	2.064	0.388
2	-	-	-	**27**	25	2.060	0.381
3	1	12.706	0.997	**28**	26	2.056	0.374
4	2	4.303	0.950	**29**	27	2.052	0.367
5	3	3.182	0.878	**30**	28	2.048	0.361
6	4	2.776	0.811	**31**	29	2.045	0.355
7	5	2.571	0.754	**32**	30	2.042	0.349
8	6	2.447	0.707	**33**	31	2.040	0.344
9	7	2.365	0.666	**34**	32	2.037	0.339
10	8	2.306	0.632	**35**	33	2.035	0.334
11	9	2.262	0.602	**36**	34	2.032	0.329
12	10	2.228	0.576	**37**	35	2.030	0.325
13	11	2.201	0.553	**38**	36	2.028	0.320
14	12	2.179	0.532	**39**	37	2.026	0.316
15	13	2.160	0.514	**40**	38	2.024	0.312
16	14	2.145	0.497	**41**	39	2.023	0.308
17	15	2.131	0.482	**42**	40	2.021	0.304
18	16	2.120	0.468	**43**	41	2.020	0.301
19	17	2.110	0.456	**44**	42	2.018	0.297
20	18	2.101	0.444	**45**	43	2.017	0.294
21	19	2.093	0.433	**46**	44	2.015	0.291
22	20	2.086	0.423	**47**	45	2.014	0.288
23	21	2.080	0.413	**48**	46	2.013	0.285
24	22	2.074	0.404	**49**	47	2.012	0.282
25	23	2.069	0.396	**50**	48	2.011	0.279

Diolah dengan Excel :

$$r_{tabel} = \frac{t}{\sqrt{\left[\left(n-2\right)+t^2\right)\right]}}$$

Nilai tabel *r* untuk *n* yang lain dapat digunakan cara seperti di atas.

Dikutip dari: Azuar Juliandi; Irfan; Saprinal Manurung. (2014). Metodologi penelitian bisnis. Medan: UMSU Press, hlm. 229.

Lampiran 5: Tabel *Chi-square* $\left(\chi^2\right)$

$\alpha = 0{,}05$

n	dk	$\chi^2_{0,05}$	n	dk	$\chi^2_{0,05}$	n	dk	$\chi^2_{0,05}$
1	-	-	**35**	34	48.602	**69**	68	88.250
2	1	3.841	**36**	35	49.802	**70**	69	89.391
3	2	5.991	**37**	36	50.998	**71**	70	90.531
4	3	7.815	**38**	37	52.192	**72**	71	91.670
5	4	9.488	**39**	38	53.384	**73**	72	92.808
6	5	11.070	**40**	39	54.572	**74**	73	93.945
7	6	12.592	**41**	40	55.758	**75**	74	95.081
8	7	14.067	**42**	41	56.942	**76**	75	96.217
9	8	15.507	**43**	42	58.124	**77**	76	97.351
10	9	16.919	**44**	43	59.304	**78**	77	98.484
11	10	18.307	**45**	44	60.481	**79**	78	99.617
12	11	19.675	**46**	45	61.656	**80**	79	100.749
13	12	21.026	**47**	46	62.830	**81**	80	101.879
14	13	22.362	**48**	47	64.001	**82**	81	103.010
15	14	23.685	**49**	48	65.171	**83**	82	104.139
16	15	24.996	**50**	49	66.339	**84**	83	105.267
17	16	26.296	**51**	50	67.505	**85**	84	106.395
18	17	27.587	**52**	51	68.669	**86**	85	107.522
19	18	28.869	**53**	52	69.832	**87**	86	108.648
20	19	30.144	**54**	53	70.993	**88**	87	109.773
21	20	31.410	**55**	54	72.153	**89**	88	110.898
22	21	32.671	**56**	55	73.311	**90**	89	112.022
23	22	33.924	**57**	56	74.468	**91**	90	113.145
24	23	35.172	**58**	57	75.624	**92**	91	114.268
25	24	36.415	**59**	58	76.778	**93**	92	115.390
26	25	37.652	**60**	59	77.931	**94**	93	116.511
27	26	38.885	**61**	60	79.082	**95**	94	117.632
28	27	40.113	**62**	61	80.232	**96**	95	118.752
29	28	41.337	**63**	62	81.381	**97**	96	119.871
30	29	42.557	**64**	63	82.529	**98**	97	120.990
31	30	43.773	**65**	64	83.675	**99**	98	122.108
32	31	44.985	**66**	65	84.821	**100**	99	123.225
33	32	46.194	**67**	66	85.965			
34	33	47.400	**68**	67	87.108			

Sumber: Diolah dengan Excel dengan formula: = CHIINV(probability, deg_freedom)
Dengan deg_freedom = dk = n – 1
Nilai tabel *Chi-square* untuk dk yang lain dapat digunakan cara seperti di atas.
Dikutip dari: Azuar Juliandi; Irfan; Saprinal Manurung. (2014). *Metodologi penelitian bisnis.* Medan: UMSU Press, hlm. 230.

Lampiran 6: Tabel *F*

$\alpha = 0$

	dk Pembilang (*k*)									
Dk *Penyebut* (*n-k-1*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
31	4.16	3.30	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.25	2.20	2.15
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14
33	4.14	3.28	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.23	2.18	2.13
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11
37	4.11	3.25	2.86	2.63	2.47	2.36	2.27	2.20	2.14	2.10
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09
39	4.09	3.24	2.85	2.61	2.46	2.34	2.26	2.19	2.13	2.08
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
41	4.08	3.23	2.83	2.60	2.44	2.33	2.24	2.17	2.12	2.07
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06
43	4.07	3.21	2.82	2.59	2.43	2.32	2.23	2.16	2.11	2.06

	dk Pembilang (*k*)									
Dk *Penyebut* (*n-k-1*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04
47	4.05	3.20	2.80	2.57	2.41	2.30	2.21	2.14	2.09	2.04
48	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03
49	4.04	3.19	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.08	2.03
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
51	4.03	3.18	2.79	2.55	2.40	2.28	2.20	2.13	2.07	2.02
52	4.03	3.18	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.07	2.02
53	4.02	3.17	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.06	2.01
54	4.02	3.17	2.78	2.54	2.39	2.27	2.18	2.12	2.06	2.01
55	4.02	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.06	2.01
56	4.01	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00
57	4.01	3.16	2.77	2.53	2.38	2.26	2.18	2.11	2.05	2.00
58	4.01	3.16	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.05	2.00
59	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.04	2.00
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99

Diolah dengan Excel dengan formula:
= FINV (probability, deg_freedom1,deg_freedom2) Contoh:

- Probability = tingkat kesalahan (α) = 0.05
- Jumlah variabel bebas = 1
- Jumlah sampel (n) = 3
- deg_freedom1=*dk* pembilang=Jumlah variabel bebas=*k*=1
- deg_freedom2=*dk* penyebut (*n*-*k*-1) = 3-1-1=1

Maka formulanya adalah = FINV (0.05,1,1)
Nilai F tabel yang diperoleh=161,45

Nilai tabel *F* untuk dk yang lain dapat digunakan cara seperti di atas.

Dikutip dari: Azuar Juliandi; Irfan; Saprinal Manurung. (2014). *Metodologi penelitian bisnis.* Medan: UMSU Press, hlm. 227-226.