

Pengujian Hipotesis Satu Populasi

Dr. Sutikno, M.Si.
Dewi Juliah Ratnaningsih, S.Si., M.Si.



PENDAHULUAN

Saudara, saat ini Anda mulai masuk pada ranah statistika yang sangat penting dan menarik, yaitu pengujian hipotesis. Di sini, Anda bukan lagi melakukan pendugaan, tetapi melakukan pengambilan kesimpulan. Hipotesis dapat berarti dugaan sementara, yang akan dibuktikan melalui kegiatan pengumpulan dan analisis data. Sama halnya dengan pendugaan parameter yang telah Anda pelajari di Modul 7, materi mengenai pengujian hipotesis ini meliputi pengujian hipotesis rata-rata, proporsi, dan varians untuk satu populasi. Sebelumnya, Anda diperkenalkan terlebih dahulu tentang konsep dasar pengujian hipotesis.

Agar bahasan materi dalam modul ini lebih sistematis, maka penyajiannya dibagi dalam 4 subpokok bahasan, yaitu:

1. Konsep dasar pengujian hipotesis.
2. Pengujian hipotesis terhadap rata-rata.
3. Pengujian hipotesis terhadap proporsi.
4. Pengujian hipotesis terhadap varians.

Setelah mempelajari modul ini, secara khusus mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan konsep dasar pengujian hipotesis.
2. Menganalisis hasil uji hipotesis rata-rata satu populasi untuk sampel besar.
3. Menganalisis hasil uji hipotesis rata-rata satu populasi untuk sampel kecil.
4. Menganalisis hasil uji hipotesis proporsi satu populasi.
5. Menganalisis hasil uji hipotesis varian satu populasi.

Selamat Belajar.

KEGIATAN BELAJAR 1

Konsep Dasar Pengujian Hipotesis

A. PENGERTIAN HIPOTESIS

Setelah dilakukan pendugaan, perlu dilakukan pengujian apakah pendugaan yang kita dapatkan tersebut benar-benar menggambarkan karakteristik populasi. Atau bertujuan untuk mengetahui apakah nilai pendugaan sesuai dengan yang diharapkan. Sebagai contoh perusahaan daging ayam sedang berupaya untuk meningkatkan produksi daging ayamnya. Untuk mencapainya dilakukan pemberian vitamin atau obat tambahan. Dengan pemberian tersebut, perusahaan beranggapan bahwa rata-rata berat badan ayam akan naik atau dengan kata lain akan menjadi lebih dari 2,5 kg. Untuk memastikan anggapan tersebut, perlu dilakukan pengujian "Apakah pemberian vitamin atau obat akan meningkatkan rata-rata berat badan menjadi lebih dari 2,5 kg?" Pengujian juga dapat dilakukan pada proporsi, misalnya apakah terdapat 75% peristiwa pencurian dilatarbelakangi oleh keperluan uang untuk membeli ganja atau sejenisnya.

Untuk menjawab hal-hal tersebut perlu dilakukan suatu pengujian hipotesis. Jadi, pengujian hipotesis adalah suatu usaha menguji parameter populasi melalui pengambilan sampel. Hipotesis yang digunakan adalah hipotesis statistik, yaitu suatu anggapan atau pernyataan tentang satu atau lebih populasi yang dapat benar atau salah.

Hipotesis statistik terdiri dari dua jenis, yaitu:

1. Hipotesis nol (H_0), adalah suatu dugaan awal terhadap pernyataan tertentu yang dapat diterima atau ditolak. Penolakan atau penerimaan tergantung pada hasil eksperimen dan pemilihan sampel.
2. Hipotesis alternatif (H_1), adalah lawan dari hipotesis nol dan merupakan hipotesis yang ingin dicari (dibuktikan) oleh peneliti.

Dari contoh sebelumnya dapat dituliskan ke dalam hipotesis :

$$H_0 : \mu \leq 2,5$$

$$H_1 : \mu > 2,5$$

$$H_0 : p = 0,75$$

$$H_1 : p \neq 0,75$$

Pengujian Hipotesis

Pengujian hipotesis adalah suatu usaha menguji parameter populasi melalui pengambilan sampel.

Jenis pengujian hipotesis ada dua jenis, yaitu :

1. Satu arah (*one way*), ditunjukkan oleh tanda pada hipotesis alternatif lebih dari ($>$) atau kurang dari ($<$).

Sebagai contoh :

Lower tail test

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

Upper tail test

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

2. Dua arah (*two way*), ditunjukkan oleh tanda pada hipotesis alternatif \neq

Sebagai contoh :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Pemilihan satu arah atau dua arah tentu saja tergantung pada dugaan yang dikemukakan peneliti.

B. KESALAHAN JENIS I DAN II

Hipotesis nol dan alternatif merupakan pernyataan penting tentang suatu karakteristik populasi. Beberapa alternatif kesimpulan dari pernyataan tersebut adalah apakah H_0 benar, apakah H_1 benar, atau kah bukan keduanya?. Misalnya, apakah benar bahwa $H_0 : \mu = 2,5$ atau benar bahwa $H_1 : \mu \neq 2,5$? . Secara umum, prosedur hipotesis akan melakukan pengambilan kesimpulan menolak H_0 jika H_1 benar dan menerima H_0 jika H_0 benar.

Uji hipotesis dilakukan dengan mengambil sampel, kemudian mengambil kesimpulan dari pengambilan sampel tersebut. Dengan demikian uji hipotesis mengikuti pola berbagai kemungkinan kesalahan. Tabel berikut menunjukkan dua jenis kesalahan dalam uji hipotesis:

Tabel 8.1
Jenis Kesalahan I dan II

Hipotesis Kesimpulan	H_0 benar	H_0 salah
Terima H_0	Kesimpulan benar Peluang $1-\alpha$	Kesalahan jenis II Peluang β
Tolak H_0	Kesalahan jenis I Peluang α	Kesimpulan benar Peluang $1-\beta$

Dalam setiap pengambilan keputusan selalu dihadapkan pada jenis kesalahan tersebut, yaitu:

1. Kesalahan jenis I, merupakan kesalahan menolak hipotesis nol padahal hipotesis nol benar.
2. Kesalahan jenis II, merupakan kesalahan tidak menolak (menerima) hipotesis nol padahal hipotesis nol salah.

Secara teoritis, kedua kesalahan tersebut diharapkan sekecil mungkin melalui pemilihan daerah kritis yang setepat mungkin.

Sebagai contoh pada peningkatan produksi daging ayam. Hipotesis $H_1 : \mu > 2,5$ menunjukkan bahwa perusahaan beranggapan rata-rata berat badan ayam akan menjadi lebih besar dari 2,5 kg jika dilakukan pemberian vitamin atau obat. Berarti, kesalahan jenis I memberikan arti bahwa rata-rata berat badan ayam akan menjadi lebih besar dari 2,5 kg. Padahal kenyataannya tidak lebih besar dari 2,5 kg. Dengan kata lain, pemberian vitamin atau obat kurang efektif meningkatkan berat badan. Sebaliknya, kesalahan jenis II akan memberikan arti bahwa perusahaan menyimpulkan rata-rata berat badan ayam tetap kurang atau sama dengan 2,5 kg. Padahal kenyataannya lebih besar dari 2,5 kg. Dengan kata lain pemberian vitamin atau obat efektif meningkatkan berat badan ayam.

Pengambilan keputusan atau kesimpulan dari pengujian hipotesis dilakukan dengan menggunakan suatu taraf signifikansi, yaitu peluang menggunakan kesalahan jenis I. Taraf signifikansi dilambangkan dengan α . Secara umum nilainya adalah 2,5% (0,025), 5% (0,05), 10% (0,1), dan lain sebagainya.

Taraf Signifikansi

Taraf signifikansi merupakan peluang menggunakan kesalahan jenis I.

C. STATISTIK UJI

Seperti yang telah dibahas sebelumnya bahwa pengujian hipotesis memiliki berbagai macam alternatif jawaban. Oleh karena itu, diperlukan suatu batas untuk mengambil kesimpulan. Batas tersebut dinamakan daerah kritis dan titik kritis.

Untuk *lower tail test*, titik kritis digunakan untuk menentukan apakah nilai statistik uji lebih kecil sehingga disimpulkan menolak H_0 . Sebaliknya, untuk *upper tail test*, titik kritis digunakan untuk menentukan apakah nilai statistik uji lebih besar sehingga disimpulkan menolak H_0 . Dengan kata lain, titik kritis merupakan nilai terbesar atau terkecil dari statistik uji untuk menolak H_0 .

D. PROSEDUR PENGUJIAN HIPOTESIS

Langkah-langkah pengujian Hipotesis adalah sebagai berikut.

1. Menentukan hipotesis, yaitu hipotesis nol dan alternatif.
Penentuannya berdasarkan dugaan awal oleh peneliti.
2. Menentukan taraf signifikansi (α).
Statistik uji dipilih berdasarkan karakteristik yang akan di uji, jenis hipotesis, asumsi pembentuk distribusi, dan jumlah sampel.
3. Menentukan statistik uji.
Daerah kritis bergantung pada jenis hipotesis.
4. Menentukan daerah kritis.
Kesimpulan dilakukan dengan membandingkan nilai statistik uji dengan daerah kritis. Apabila statistik uji berada di daerah kritis maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak. Sebaliknya apabila statistik uji berada di luar kritis maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Jelaskan apakah yang dimaksud dengan uji hipotesis! Sebutkan juga langkah-langkahnya!
- 2) Suatu populasi siswa kelas IV sekolah dasar memiliki rata-rata berat badan 30 kg dan standar deviasi 50. Sejumlah sampel di ambil dan akan diuji apakah rata-rata berat badan siswa tersebut benar-benar 30 kg. Jelaskan apa yang perlu dilakukan untuk membuktikannya!
- 3) Sebutkan jenis-jenis hipotesis nol dan hipotesis alternatif!
- 4) Jelaskan bagaimana seorang peneliti melakukan pengambilan keputusan dari pengujian hipotesis yang dilakukan!
- 5) Nyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif dari pernyataan peneliti berikut.
 - a. Rata-rata curah-salju di Danau George selama Bulan Februari adalah 21,8 cm.
 - b. Banyaknya staf dosen suatu perguruan tinggi yang menyumbang dalam suatu kegiatan pengumpulan dana sosial tidak lebih dari 20%
 - c. Pada tahun mendatang, sekurang-kurangnya 70% dari mobil baru termasuk dalam kategori kelompok dan sub kelompok
 - d. Rata-rata steak yang dihidangkan di suatu restoran adalah 340 gram

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Pengujian hipotesis adalah suatu usaha menguji parameter populasi melalui pengambilan sampel.
Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut.
 - a. Menentukan hipotesis, yaitu hipotesis nol dan alternatif. Penentuannya berdasarkan dugaan awal oleh peneliti.
 - b. Menentukan taraf signifikansi (α).
 - c. Menentukan statistik uji.
 - d. Statistik uji dipilih berdasarkan karakteristik yang akan di uji, jenis hipotesis, asumsi pembentuk distribusi, dan jumlah sampel.
 - e. Menentukan daerah kritis. Daerah kritis bergantung pada jenis hipotesis.
 - f. Mengambil kesimpulan.

- 2) Langkah-langkah yang harus dilakukan:
- Menetapkan hipotesisnya, apakah satu arah atau dua arah.
 - Menetapkan taraf signifikansi.
 - Menghitung rata-rata berat badan dari sampel siswa yang terpilih (\bar{x}).
 - Menentukan statistik uji, yaitu:

$$z = \frac{\bar{x} - 30}{\sqrt{50/n}}.$$

- Menentukan daerah kritisnya.
 - Mengambil kesimpulannya.
- 3) Jenis-jenis hipotesis : hipotesis satu arah dan dua arah.
- 4) Membandingkan statistik uji dengan statistik tabel, dengan melihat posisi statistik uji dalam daerah kritis.
- 5) Hipotesis untuk:
- Rata-rata curah-salju di Danau George selama Bulan Februari adalah 21,8 cm

$$H_0 : \mu = 21,8$$

$$H_1 : \mu \neq 21,8$$

- Banyaknya staf dosen suatu perguruan tinggi yang menyumbang dalam suatu kegiatan pengumpulan dana sosial tidak lebih dari 20%

$$H_0 : p \leq 20\%$$

$$H_1 : p > 20\%$$

- Pada tahun mendatang, sekurang-kurangnya 70% dari mobil baru termasuk dalam kategori kelompok dan sub kelompok

$$H_0 : p \leq 70\%$$

$$H_1 : p > 70\%$$

- Rata-rata steak yang dihidangkan di suatu restoran adalah 340 gram

$$H_0 : \mu = 340$$

$$H_1 : \mu \neq 340$$



RANGKUMAN

Pengujian hipotesis adalah suatu usaha menguji parameter populasi melalui pengambilan sampel. Langkah-langkah pengujian Hipotesis adalah sebagai berikut.

1. Menentukan hipotesis, yaitu hipotesis nol dan alternatif.
2. Menentukan taraf signifikansi (α).
3. Menentukan statistik uji.
4. Menentukan daerah kritis.
5. Mengambil kesimpulan.



TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Sejumlah 80 orang pemilik mobil menyatakan bahwa rata-rata waktu tempuh mobil mereka adalah 23.500. Untuk membuktikannya mereka melakukan pengambilan sampel 30 mobil dan mencatat waktu tempuhnya. Rata-rata waktu tempuh sampel tersebut adalah 24.000. Untuk menguji pernyataan para pemilik tersebut digunakan hipotesis
 - A. $H_0 : \mu \geq 23.500$
 $H_1 : \mu < 23.500$
 - B. $H_0 : \mu \leq 23.500$
 $H_1 : \mu > 23.500$
 - C. $H_0 : \mu = 23.500$
 $H_1 : \mu \neq 23.500$
 - D. $H_0 : \mu = 24.000$
 $H_1 : \mu \neq 24.000$
- 2) Hipotesis yang ingin dicari (dibuktikan) oleh peneliti dinamakan
 - A. Hipotesis nol
 - B. Hipotesis alternatif
 - C. Uji hipotesis
 - D. Hipotesis nol dan alternatif
- 3) Kesalahan ini menolak hipotesis nol padahal hipotesis nol benar dinamakan kesalahan....
 - A. jenis I
 - B. jenis II

- C. *error*
D. jenis I dan II
- 4) Suatu hipotesis proporsi dinyatakan sebagai berikut :
 $H_0 : p \geq 0,6$
 $H_1 : p < 0,6$
Pengujian tersebut termasuk jenis
A. *lower tail test*
B. *upper tail test*
C. *two way*
D. hipotesis nol dan alternatif
- 5) Uji hipotesis dengan membagi daerah kritis menjadi dua bagian dinamakan
A. *lower tail test*
B. *upper tail test*
C. *two way*
D. hipotesis nol dan alternatif
- 6) Dalam suatu pengujian hipotesis, taraf signifikansi yang digunakan adalah 5%. Jika dibuat selang kepercayaan, yang terbentuk adalah selang kepercayaan
A. yang memiliki tingkat kepercayaan 90%
B. yang memiliki tingkat kepercayaan 95%
C. yang memiliki tingkat keyakinan 5%
D. yang memiliki tingkat kesalahan 95%
- 7) Dalam pengujian hipotesis dua arah, aturan penolakan H_0 adalah jika
A. statistik uji jatuh di antara statistik tabel
B. statistik uji bernilai lebih kecil dari statistik tabel
C. statistik uji bernilai lebih besar dari statistik tabel
D. harga mutlak dari nilai statistik uji lebih besar dari statistik tabel
- 8) Dalam pengujian hipotesis satu arah kanan, aturan penolakan H_0 adalah jika statistik uji
A. jatuh di antara statistik tabel
B. bernilai lebih kecil dari statistik tabel
C. bernilai lebih besar dari statistik tabel
D. bernilai lebih kecil atau lebih besar dari statistik tabel

- 9) Dalam pengujian hipotesis satu arah kiri, aturan penolakan H_0 adalah jika statistik uji
- jatuh di antara statistik tabel
 - bernilai lebih kecil dari statistik tabel
 - bernilai lebih besar dari statistik tabel
 - bernilai lebih kecil atau lebih besar dari statistik tabel
- 10) Manakah di antara pernyataan berikut yang benar?
- Kesalahan menolak H_1 padahal H_1 benar disebut taraf signifikansi
 - Pengujian hipotesis bertujuan untuk membuktikan kebenaran dugaan dari parameter populasi
 - Penggunaan statistik z atau t didasarkan atas ukuran sampel semata-mata
 - Ketiga pernyataan tersebut salah semua

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2**Pengujian Hipotesis: Rata-Rata**

Pengujian hipotesis rata-rata dimaksudkan untuk mengetahui apakah rata-rata populasi berbeda dengan suatu nilai rata-rata tertentu (μ_o). Uji hipotesis ini terdiri dari dua jenis, yaitu ketika jumlah sampel besar ($n \geq 30$) dan sampel kecil. Ketika jumlah sampel besar, dibedakan lagi menjadi ketika varians (σ^2) diketahui dan varians tidak diketahui.

Hipotesis dinyatakan dalam satu arah dan dua arah.

1. Satu arah

$$H_0 : \mu \geq \mu_o$$

$$H_1 : \mu < \mu_o$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_o$$

$$H_1 : \mu > \mu_o$$

2. Dua arah

$$H_0 : \mu = \mu_o$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

B. SAMPEL BESAR

Suatu sampel acak x_1, x_2, \dots, x_n dari n menunjukkan sampel acak dari suatu distribusi dengan rata-rata μ dan varians σ^2 diketahui. Misalnya hipotesis pertama adalah:

$$H_0 : \mu = \mu_o$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

Statistik uji diperoleh berdasarkan variabel random \bar{x} . Pada materi teorema limit pusat, diketahui bahwa random variabel \bar{x} dapat didekati dengan distribusi $N(\mu, \sigma^2/n)$. Sehingga didapatkan:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}.$$

Diketahui bahwa di bawah H_0 , jika $\mu = \mu_o$ maka $\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_o)/\sigma$ mengikuti distribusi normal standard $N(x; 0,1)$. Sehingga dapat dituliskan menjadi suatu statistik uji.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (8.1)$$

dan

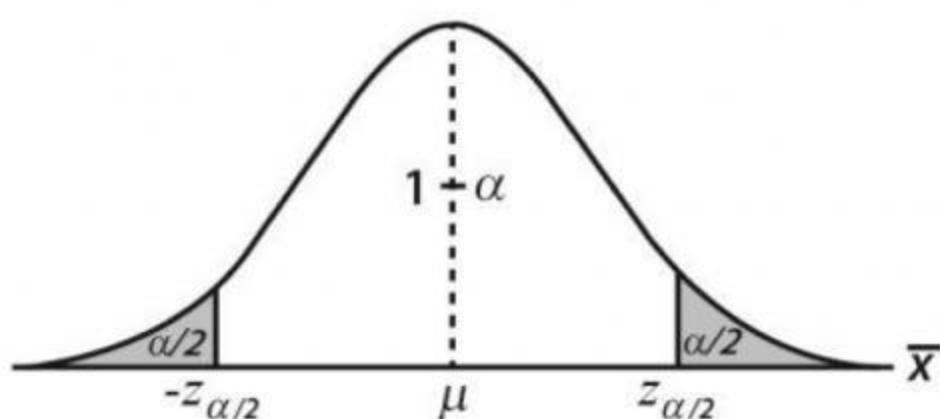
$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha. \quad (8.2)$$

Dimana α adalah peluang kesalahan jenis I, yaitu menolak H_0 padahal H_0 benar.

Persamaan tersebut dapat digunakan untuk daerah penerimaan. Sementara itu, daerah penolakannya adalah:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > z_{\alpha/2} \text{ atau } z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha/2}. \quad (8.3)$$

Persamaan 8.3 menunjukkan dua daerah kritis. Apabila menolak H_0 berarti digunakan $H_1: \mu \neq \mu_0$. Sebaliknya, gagal tolak H_0 berarti digunakan $H_0: \mu = \mu_0$. Daerah kritis penolakan H_0 dengan tingkat signifikansi α digambarkan pada kurva normal sebagai berikut:



Gambar 8.1
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\mu \neq \mu_0$

Pengujian hipotesis satu arah juga mengikuti prosedur hipotesis dua arah. Perbedaanya adalah pada daerah kritis.

Untuk hipotesis *lower tail test*:

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_1: \mu < \mu_0$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z < -z_\alpha$

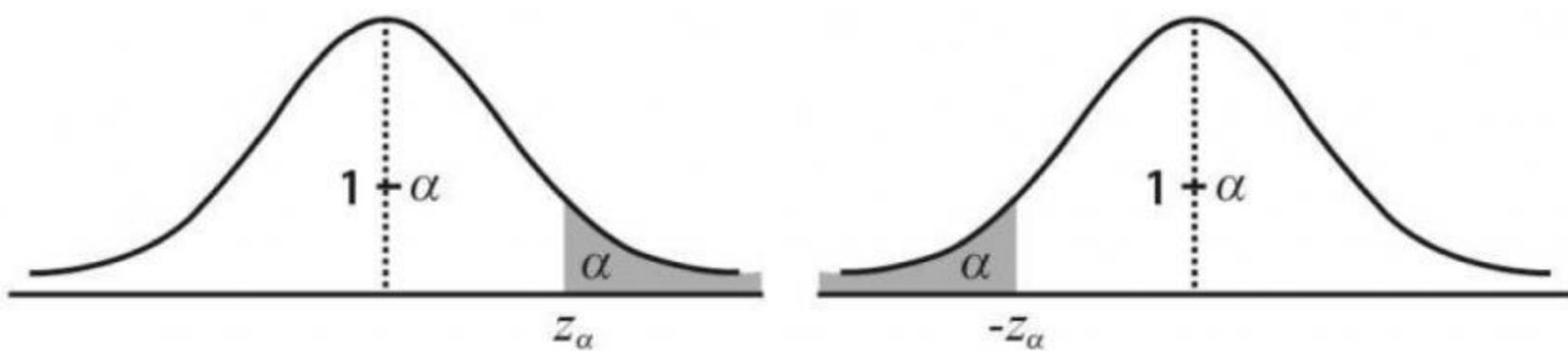
Untuk hipotesis *upper tail test*:

$$H_0: \mu \leq \mu_o$$

$$H_1: \mu > \mu_o$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z > z_\alpha$.

Gambar daerah kritis dapat dilihat pada Gambar 8.2.



Gambar 8.2

Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\mu > \mu_o$ dan $\mu < \mu_o$

Contoh 8.1.

Perusahaan industri besi baja mencatat bahwa pelat baja yang diproduksi memiliki rata-rata panjang 80 cm dan simpangan baku 7 cm. Setelah tiga tahun, teknisi perusahaan meragukan keabsahan rata-rata panjang tersebut. Teknisi tersebut menduga bahwa rata-ratanya sudah tidak sama dengan 80 cm. Untuk meyakinkan hipotesisnya tersebut, dilakukan pengambilan sampel 100 pelat baja yang dipilih secara random dari populasi. Rata-rata panjang sampel tersebut adalah 83 cm. Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata-rata panjang pelat baja tidak sama dengan 80 cm? Gunakan $\alpha = 5\%$.

Jawab:

Untuk menjawab pertanyaan ini dilakukan pengujian hipotesis dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis

Karena yang dihipotesiskan teknisi (peneliti) adalah rata-ratanya sudah tidak sama dengan 80 cm, maka hipotesis yang digunakan dua arah:

$$H_0: \mu = 80.$$

$$H_1: \mu \neq 80$$

2. Menentukan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$.

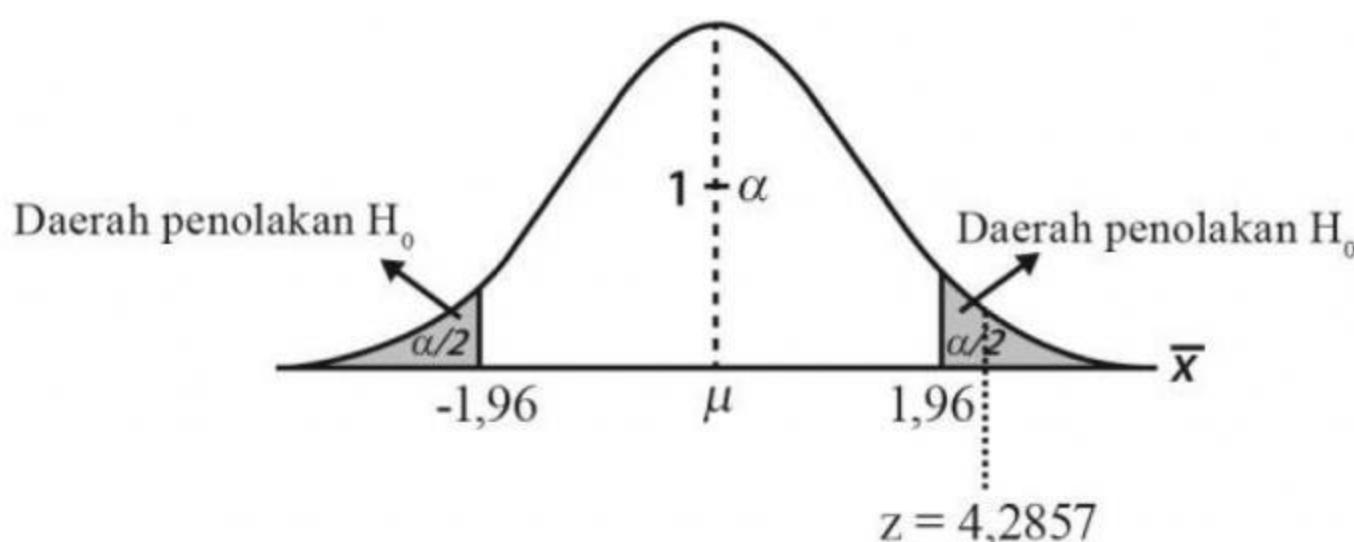
3. Menentukan statistik uji

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{83 - 80}{7 / \sqrt{100}} = 4,2857.$$

4. Menentukan daerah kritis

H_0 ditolak jika $z > z_{0,05/2}$ atau $z < -z_{0,05/2}$

$z_{0,05/2} = 1,96$ didapatkan dari nilai peluang di bawah kurva normal.



5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $z = 4,2857$ lebih besar dari $z_{0,05/2} = 1,96$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak. Dengan kata lain digunakan hipotesis alternatif, yaitu rata-rata panjang pelat baja tidak sama dengan 80 cm. Rata-rata tidak sama dengan 80 cm berarti ada kemungkinan kurang dari 80 cm atau lebih dari 80 cm. Untuk membuktikannya dapat digunakan uji hipotesis satu arah seperti pada *Contoh 8.2* dan *Contoh 8.3*.

Contoh 8.2.

Seperti pada Contoh 8.1, teknisi dapat menguji juga apakah rata-rata panjang pelat baja kurang dari 80 cm.

Jawab:

Langkah-langkah hipotesis :

1. Menentukan hipotesis

$$H_0 : \mu \geq \mu_o$$

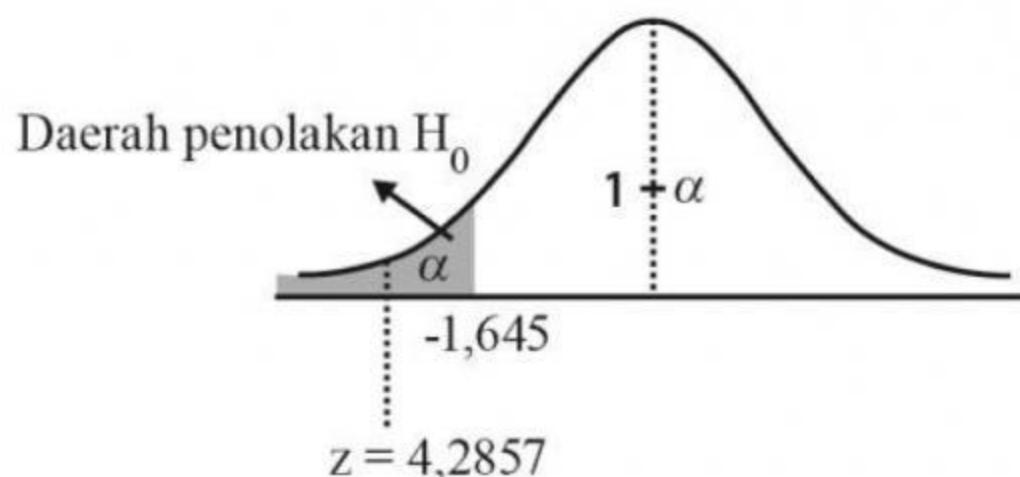
$$H_1 : \mu < \mu_o$$

2. Menentukan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Menentukan statistik uji $z = 4,2857$

4. Menentukan daerah kritis

H_0 ditolak jika $z < -z_{0,05}$, di mana $z_{0,05} = 1,645$



5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $z = 4,2857$ lebih besar dari $-z_{0,05} = -1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak. Dengan kata lain digunakan hipotesis nol, yaitu rata-rata panjang pelat baja lebih dari atau sama dengan 80 cm.

Contoh 8.3.

Seperti pada *Contoh 8.1*, teknisi dapat menguji juga apakah rata-rata panjang pelat baja lebih dari 80 cm.

Jawab:

Langkah-langkah hipotesis :

1. Menentukan hipotesis

$$H_0 : \mu \leq \mu_o$$

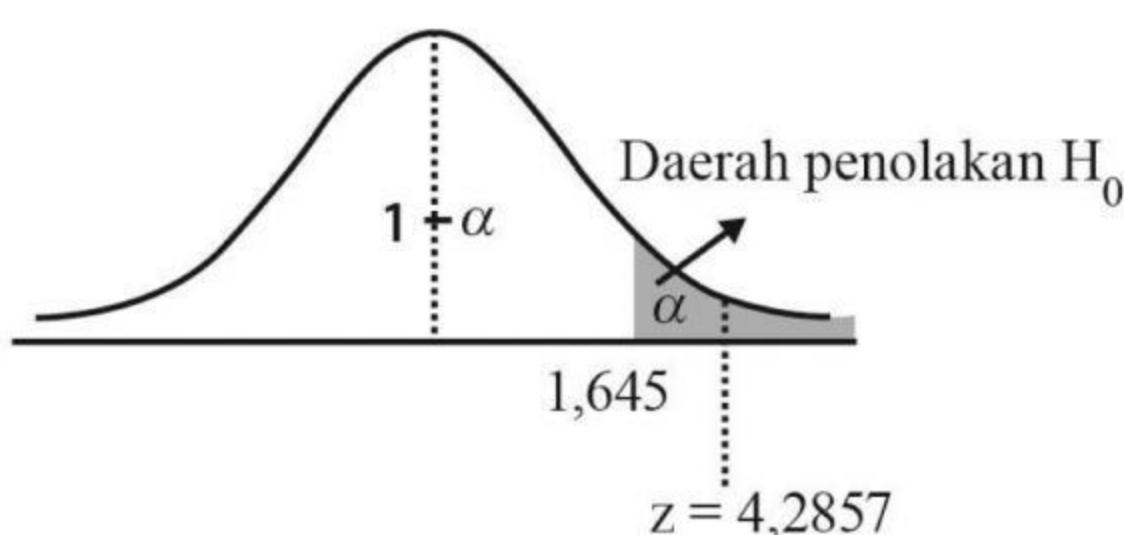
$$H_1 : \mu > \mu_o$$

2. Menentukan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Menentukan statistik uji $z = 4,2857$

4. Menentukan daerah kritis

H_0 ditolak jika $z > z_\alpha$, di mana $z_{0,05} = 1,645$



5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $z = 4,2857$ lebih besar dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak. Dengan kata lain digunakan hipotesis alternatif, yaitu rata-rata panjang pelat baja lebih dari 80 cm.

Pembahasan sebelumnya adalah uji hipotesis rata-rata ketika varians (σ^2) diketahui. Apabila varians (σ^2) tidak diketahui maka diduga dengan varians sampel (s^2) . Distribusi yang digunakan adalah distribusi *t-student* dengan derajat bebas $n-1$.

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Sehingga statistik ujinya adalah sama dengan ketika varians (σ^2) diketahui dengan mengganti σ dengan s

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}. \quad (8.4)$$

Sementara itu, daerah penolakannya adalah:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} > t_{\alpha/2, n-1} \text{ atau } t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} < -t_{\alpha/2, n-1} \quad (8.5)$$

Untuk hipotesis *lower tail test*:

$$H_0 : \mu \geq \mu_o$$

$$H_1 : \mu < \mu_o$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $t < -t_{\alpha, n-1}$.

Untuk hipotesis *upper tail test*:

$$H_0 : \mu \leq \mu_o$$

$$H_1 : \mu > \mu_o$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $t > t_{\alpha, n-1}$.

Contoh 8.4.

Dalam proses pengisian cairan botol di industri kosmetik, dicatat bahwa rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk pengisian susu pembersih adalah 10 detik. Industri ini ingin meningkatkan produktivitas dengan melakukan perbaikan proses yang dapat memperpendek proses pengisian. Sejumlah 20 sampel telah diambil, dan hasil pencatatan waktu pengisian adalah sebagai berikut.

9	8,5	7,6	9,8	10,5	11,8	10,9	9,5
7,6	7,8	8,7	9,2	10,6	10	11	11,5
7,5	8,6	7,8	8,5				

Ujilah apakah perbaikan proses tersebut mampu memperpendek pengisian? Dengan kata lain, apakah rata-rata waktu pengisian sama dengan 10 detik seperti pada data sebelumnya? Gunakan $\alpha = 5\%$.

Jawab:

Langkah-langkah pengujian:

1. Hipotesis

$$H_0 : \mu = 10$$

$$H_1 : \mu \neq 10$$

2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{9,310 - 10}{1,362 / \sqrt{20}} = -2,27.$$

dengan:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 9,310$$

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 1,362.$$

4. Daerah kritis

H_0 ditolak jika $t > t_{0,05/2,19}$ atau $t < -t_{0,05/2,19}$

$t_{0,05/2,19} = 2,093$ didapatkan dari nilai tabel *t-student*

5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $t = -2,27$ lebih kecil dari $-t_{0,05/2,19} = -2,093$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak. Dengan kata lain digunakan hipotesis

alternatif $H_1 : \mu \neq 10$, yaitu proses memperpendek pengisian. Hal ini juga ditunjukkan oleh nilai rata-rata waktu pengisian sampel 9,310 yang lebih kecil dari 10 detik.

Contoh 8.5.

Dari contoh 8.4, dilakukan pengujian apakah rata-rata waktu pengisian lebih pendek dari 10 detik?

Jawab:

Langkah-langkah pengujian :

1. Hipotesis

$$H_0 : \mu \geq 10$$

$$H_1 : \mu < 10$$

2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji $t = -2,27$

4. Daerah kritis

H_0 ditolak jika $t < -t_{0,05,19}$

$t_{0,05,19} = 1,729$ didapatkan dari nilai tabel Student t

5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $t = -2,27$ lebih kecil dari $-t_{0,05,19} = -1,729$ maka kesimpulannya adalah H_0 ditolak atau rata-rata waktu pengisian lebih kecil dari 10 detik.

B. SAMPEL KECIL

Pada kasus ukuran sampel besar maka digunakan statistik uji z yang mengikuti distribusi normal. Ketika varians tidak diketahui, maka simpangan baku σ di estimasi dengan simpangan baku sampel s . Begitu juga ketika sampel kecil, yaitu ketika $n < 30$. Sehingga statistik ujinya adalah sama dengan ketika varians (σ^2) diketahui dengan mengganti σ dengan s .

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}. \quad (8.6)$$

**LATIHAN**

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Diketahui bahwa konsumsi alkohol oleh wanita usia muda di US terus mengalami peningkatan. Untuk mengetahui rata-rata volume minum alkohol (dalam liter), dilakukan survei terhadap 20 wanita. Hasil pencatatan adalah sebagai berikut.

266	82	199	174	97
170	222	115	130	169
164	102	113	171	0
93	0	93	110	130

Dengan menggunakan taraf signifikansi 10%, ujilah apakah rata-rata volume alkohol tersebut lebih dari 100 liter!

- 2) Produk lampu listrik di perusahaan A memiliki rata-rata usia pakai 800 jam dan simpangan baku 40. Ujilah hipotesis bahwa $\mu = 800$ jam dan hipotesis alternatifnya $\mu \neq 800$, bila suatu sampel acak 35 lampu menghasilkan rata-rata usia pakai 788 jam ($\alpha = 5\%$)!
- 3) Tinggi rata-rata mahasiswa semester tingkat akhir di suatu perguruan tinggi adalah 162,5 cm dengan simpangan baku 6,9 cm. Ada anggapan bahwa saat ini ada kenaikan tinggi badan. Untuk membuktikannya dilakukan pengambilan sampel sejumlah 50 mahasiswa dan didapatkan rata-rata berat badan 165,2 cm. Dengan taraf signifikansi 1%, buktikan bahwa anggapan tersebut benar!
- 4) Ujilah hipotesis bahwa rata-rata isi kaleng suatu jenis minyak pelumas adalah 10 liter ($\alpha = 1\%$). Sejumlah 10 sampel yang dikumpulkan adalah sebagai berikut.

10,2	9,7	10,1	10,3	10,1	9,8	9,9	10,4	10,3	9,8
------	-----	------	------	------	-----	-----	------	------	-----

- 5) Salah satu produk industri konstruksi adalah tiang pancang. Pihak manajemen menyatakan bahwa kekuatan luncur tiang pancang yang dihasilkan adalah 5,6 ksi. Untuk membenarkan pernyataan ini, seorang

pemasok bahan bangunan melakukan pengujian terhadap tiang pancang. Hasil pengumpulan data adalah sebagai berikut.

5,6 5,3 4 4,4 5,5 5,7 6 4,77,1 4,7
 5,6

Berdasarkan data tersebut, lakukan pengujian apakah pernyataan manajemen tersebut benar ($\alpha=1\%$)!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Diketahui:

$$n = 20$$

$$\mu_0 = 100$$

$$\alpha = 10\%$$

Apakah rata-rata volume alkohol tersebut lebih dari 100 liter?

- Hipotesis

$$H_0 : \mu \leq 100$$

$$H_1 : \mu > 100$$

- Statistik uji

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{s/\sqrt{n}}}$$

Dari data diperoleh:

$$\bar{x} = 130$$

$$s = 65,4$$

Sehingga, $t = 2,05$

- Daerah kritis

$$t_{\alpha;db} = t_{0,1;19} = 1,328$$

- Tolak H_0 , jika $t > t_{(0,1;19)}$

- Kesimpulan

Tolak H_0 , karena

$$t = 2,05 > t_{(0,1;19)} = 1,328$$

2) Diketahui:

$$n = 35$$

$$\mu_0 = 800$$

$$\sigma = 40$$

$$\bar{x} = 788$$

$$\alpha = 5\%$$

Apakah rata-rata volume alkohol tersebut lebih dari 100 liter?

- Hipotesis

$$H_0 : \mu = 800$$

$$H_1 : \mu \neq 800$$

- Statistik Uji

Gunakan Z karena σ diketahui

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{788 - 800}{40 / \sqrt{35}} = -1,77$$

- Daerah Kritis

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$$

Tolak H_0 , jika $Z_{hit} < -Z_{0,025}$ atau $Z_{hit} > Z_{0,025}$

- Kesimpulan

Terima H_0 , karena

$$-1,96 < Z = -1,77 < 1,96$$

3) Diketahui:

$$n = 50$$

$$\mu_0 = 162,5$$

$$\sigma = 6,9$$

$$\bar{x} = 165,2$$

$$\alpha = 1\%$$

Apakah rata-rata volume alkohol tersebut lebih dari 100 liter?

- Hipotesis

$$H_0 : \mu = 162,5$$

$$H_1 : \mu \neq 162,5$$

Dengan cara yang sama dengan no 2, diperoleh $Z = 2,77$

Kesimpulan, Tolak H_0 .

4) Diketahui:

$$n = 10$$

$$\mu_0 = 10$$

$$\alpha = 1\%$$

Apakah rata-rata volume alkohol tersebut lebih dari 100 liter?

Hipotesis

$$H_0 : \mu = 10$$

$$H_1 : \mu \neq 10$$

Dari data diperoleh:

$$\bar{x} = 10,06$$

$$s = 0,2459$$

$$t = 0,77$$

$$db = 10 - 1 = 9$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}; db} = 0,005; g = 3,25$$

Daerah Kritis H_0 , karena $-3,25 < t = 0,77 < 3,25$

5) Sama caranya dengan no. 4.



RANGKUMAN

Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji rata-rata :

Hipotesis	Varians diketahui		Varians tidak diketahui n kecil	
	Statistik uji	Daerah kritis	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$		$z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$		$t > t_{\alpha/2, n-1}$ atau $t < -t_{\alpha/2, n-1}$
$H_0 : \mu \geq \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$z < -z_\alpha$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$t < -t_{\alpha, n-1}$
$H_0 : \mu \leq \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$		$z > z_\alpha$		$t > t_{\alpha, n-1}$


TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Pada Januari 2003, sejumlah 30 pekerja di Amerika menghabiskan waktu rata-rata 77 jam untuk memanfaatkan internet ketika bekerja. Sementara itu standar deviasinya adalah 20 jam. Nilai rata-rata waktu berinternet sama dengan 70 jam dengan $\alpha=5\%$ adalah....
 - A. $\mu \neq 70$
 - B. $\mu \geq 70$
 - C. $\mu \leq 70$
 - D. $\mu = 70$

- 2) Dari nomor 1, bagaimana kesimpulan yang dapat diambil jika dilakukan pengujian apakah nilai rata-rata waktu berinternet lebih besar 70 jam?
 - A. $\mu \neq 70$
 - B. $\mu > 70$
 - C. $\mu \leq 70$
 - D. $\mu = 70$

- 3) Dari nomor 1, kesimpulan yang dapat diambil jika dilakukan pengujian terhadap nilai rata-rata waktu berinternet kurang dari 70 jam adalah....
 - A. $\mu \neq 70$
 - B. $\mu \geq 70$
 - C. $\mu \leq 70$
 - D. $\mu = 70$

- 4) Diketahui data *Opening Gross Sales* dari 10 *motion picture* sebagai berikut.

Motion Picture	Opening Gross Sales
Coach Carter	29,17
Ladies in Lavender	0,15
Batman Begins	48,75
Unleashed	10,9
Pretty P	0,06
Fever P	12,4
Harry P & the Goblet of Fire	102,69
Monster in Law	23,11
White Noise	24,11
Mr. & Mrs. Smith	50,34

Ujilah apakah rata-rata *Opening Gross Sales* tersebut tidak sama dengan 35 ($\alpha=5\%$)?

- A. $\mu \neq 35$
 - B. $\mu \geq 35$
 - C. $\mu \leq 35$
 - D. $\mu = 35$
- 5) Suatu perusahaan alat listrik menghasilkan bola lampu yang umurnya berdistribusi hampir normal dengan rataan 800 jam dan simpangan baku 40 jam. Uji hipotesis bahwa $\mu = 800$ jam lawan tandingan $\mu \neq 800$ jam bila sampel acak 30 bola lampu mempunyai rata-rata umur 788 jam menghasilkan nilai z dan kesimpulan. (Gunakan taraf nyata 0,04).
- A. $z = -1,64$; terima $\mu = 800$ jam
 - B. $t = -1,64$; terima $\mu = 800$ jam
 - C. $z = 2,39$; tolak $\mu = 800$ jam
 - D. $t = 2,39$; tolak $\mu = 800$ jam
- 6) Suatu sampel acak 36 cangkir minuman yang diambil dari suatu mesin minuman berisi rata-rata 21,9 desiliter, dengan simpangan baku 1,42 desiliter. Uji hipotesis bahwa $\mu = 22,2$ desiliter lawan hipotesis tandingan bahwa $\mu = 22,2$ pada taraf nyata 0,05 menghasilkan nilai Z dan kesimpulan.
- A. $t = -1,27$; terima $\mu = 22,2$ desiliter
 - B. $t = -1,27$; terima $\mu = 22,2$ desiliter
 - C. $t = 0,039$; tolak $\mu = 22,2$ desiliter
 - D. $z = 1,085$; tolak $\mu = 22,2$ desiliter
- 7) Dalam laporan penelitian oleh Richard H. Weindruch dari UCLA *Medical School*, dikemukakan bahwa tikus yang umur rata-ratanya 32 bulan akan hidup mencapai sekitar 40 bulan bila 40% dari kalori dalam makanannya diganti dengan vitamin dan protein. Apakah ada alasan untuk mempercayai bahwa $\mu < 40$ bila 64 tikus yang diberi diet seperti ini tadi mempunyai umur rata-rata 38 bulan dengan simpangan baku 5,8 bulan? Gunakan taraf nyata 0,025. Nilai t dan kesimpulannya adalah statistik uji.
- A. $t = 1,27$; ya $\mu = 40$ bulan
 - B. $z = 1,27$; ya $\mu = 40$ bulan

- C. $t = -2,76$; ya $\mu < 40$ bulan
D. $z = -2,76$; ya $\mu < 40$ bulan
- 8) Ujilah hipotesis bahwa rata-rata isi kaleng sejenis minyak pelumas 10 liter bila isi sampel acak 10 kaleng adalah 10,2; 9,7; 10,1; 10,3; 10,1; 9,8; 9,9; 10,4; 10,3 dan 9,8 liter. Gunakan taraf nyata 0,01 dan anggap bahwa distribusi isi kaleng normal.
A. $t = -1,77$; tolak $\mu = 10$ liter
B. $z = -1,77$; terima $\mu = 10$ liter
C. $t = 0,77$; terima $\mu = 10$ liter
D. $z = 0,77$; tolak $\mu = 10$ liter
- 9) Menurut Dietary Goals for the United States (1977) pemakaian natrium yang tinggi mungkin menyebabkan bisul, kanker perut, dan sakit kepala migrain. Kebutuhan manusia akan garam hanyalah 220 mg per hari, yang umumnya telah dilampaui dengan sekali sarapan sereal kemasan (sejenis sarapan dari gandum atau beras). Bila sampel acak 20 sereal merek Special K mengandung rataan kadar natrium 244 mg dengan simpangan baku 24,5 mg, apakah ini mendukung pernyataan pada taraf nyata 0,05 bahwa rata-rata kadar natrium pada satu kemasan spesial K melebihi 220 mg? Anggap distribusi kadar natrium normal. Tuliskan nilai statistik ujinya.
A. $z = 1,27$; ya $\mu > 220$ mg
B. $t = 4,38$; ya $\mu > 220$ mg
C. $t = -2,76$; ya $\mu = 220$ mg
D. $z = -2,76$; ya $\mu = 220$ mg
- 10) Di antara pernyataan berikut yang benar adalah
A. Statistik uji t digunakan apabila varians populasi diketahui
B. Statistik uji z digunakan apabila ukuran sampelnya kecil
C. Statistik uji z dan uji t dapat digunakan bergantian
D. Untuk ukuran sampel yang besar, nilai peluang dari distribusi t hampir sama dengan nilai peluang distribusi normal baku z

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3**Pengujian Hipotesis: Proporsi**

P roporsi merupakan karakteristik yang mengikuti kejadian distribusi binomial dan identik dengan kejadian sukses dan gagal. Dalam proporsi pun dapat dilakukan pengujian hipotesis, yaitu untuk mengetahui apakah proporsi kejadian sukses tertentu berbeda dengan dengan nilai tertentu (p_o).

Hipotesis dinyatakan dalam satu arah dan dua arah.

1. Satu arah

$$H_0 : p \geq p_o$$

$$H_0 : p \leq p_o$$

$$H_1 : p < p_o$$

$$H_1 : p > p_o$$

2. Dua arah

$$H_0 : p = p_o$$

$$H_1 : p \neq p_o$$

Menurut dalil/teorema limit pusat (*central limit theorem*), distribusi sampling proporsi \hat{p} dapat mendekati distribusi normal dengan rata-rata p dan simpangan baku $\sqrt{p(1-p)/n}$. Sehingga didapatkan:

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}}.$$

Di bawah hipotesis nol, jika $p = p_o$ maka didapatkan statistik uji:

$$z = \frac{\hat{p} - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}}$$

dan

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\hat{p} - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \quad (8.6)$$

Dimana α adalah peluang kesalahan jenis I, yaitu menolak H_0 padahal H_0 benar. Persamaan tersebut dapat digunakan untuk daerah penerimaan. Sementara itu, daerah penolakannya adalah:

$$z > z_{\alpha/2} \text{ atau } z < -z_{\alpha/2} \quad (8.7)$$

Untuk hipotesis *lower tail test*:

$$H_0 : p \geq p_o$$

$$H_1 : p < p_o$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z < -z_\alpha$

Untuk hipotesis *upper tail test*:

$$H_0 : p \leq p_o$$

$$H_1 : p > p_o$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $z > z_\alpha$

Contoh 8.6.

Sejumlah 400 unit sampel tube televisi telah dipilih secara random. Setelah diteliti ternyata terdapat 12 tube televisi yang rusak atau tidak memenuhi kualitas standar. Dari sampel tersebut, apakah ada bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa persentase tube yang rusak lebih dari 2%. Gunakan $\alpha = 5\%$. Jika persentase kerusakan memang lebih dari 2% maka proses produksi harus diperbaiki.

Jawab:

1. Hipotesis

$$H_0 : p \leq 0,02$$

$$H_1 : p > 0,02$$

2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$.

3. Statistik uji

$$z = \frac{\hat{p} - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}} = \frac{(12/400) - 0,02}{\sqrt{0,02(1-0,02)/400}} = 1,4285$$

4. Daerah kritis

$$H_0 \text{ ditolak jika } z > z_\alpha$$

$$\text{Dengan } z_{0,05} = 1,645$$

5. Mengambil kesimpulan

Karena nilai $z = 1,4285$ lebih kecil dari $z_{0,05} = 1,645$ maka kesimpulannya adalah H_0 gagal ditolak atau persentase tube yang rusak kurang dari 2%. Sehingga tidak diperlukan perbaikan proses.

**LATIHAN**

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Seorang agen *real estate* menyatakan bahwa 60% di antara semua rumah pribadi yang baru selesai dibangun merupakan rumah dengan tiga kamar tidur. Untuk menguji pernyataan ini diperiksa salah sejumlah besar rumah. Proporsi rumah yang mempunyai tiga kamar tidur dicatat dan digunakan sebagai statistik uji. Nyatakan hipotesis nol dan alternatif yang digunakan dalam uji ini. Selanjutnya tentukan lokasi daerah kritisnya!
- 2) Dari soal latihan kegiatan belajar 2 nomor 1, ujilah apakah proporsi volume alkohol yang lebih dari 100 liter adalah 65%! Gunakan taraf signifikansi 10%.
- 3) Seorang pemborong menyatakan bahwa di 70% rumah-rumah yang baru dibangun di kota Jakarta dipasang suatu alat pemompa udara panas. Apakah Anda setuju dengan pernyataan tersebut bila di antara 15 rumah yang diambil secara acak terdapat 8 rumah yang menggunakan pompa udara panas. Gunakan taraf signifikansi 10%.
- 4) Suatu obat yang biasa dijual untuk mengurangi ketegangan syaraf diyakini manjur hanya 60%. Hasil percobaan dengan obat baru yang dicobakan pada sampel acak 100 orang dewasa yang menderita ketegangan syaraf menunjukkan bahwa 70 merasa tertolong. Apakah kenyataan ini cukup untuk menyimpulkan bahwa obat baru tadi lebih unggul dari yang biasa? (Gunakan taraf nyata 0,05).

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Diketahui:

$$P_0 = 60\% = 0,6$$

Hipotesis

$$H_0 : P = 0,6$$

$$H_1 : P \neq 0,6$$

Daerah kritis:

Tolak H_0 , jika

$$Z < -Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ atau } Z > Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

2) Diketahui:

$$n = 20$$

$$\hat{p} = \frac{14}{20} = 0,7$$

$$P_0 = 0,65$$

Hipotesis

$$H_0 : P = 0,65$$

$$H_1 : P \neq 0,65$$

Statistik uji

$$Z = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = 0,47$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0,10}{2}} Z_{0,05} = 1,645$$

Daerah kritis

Tolak H_0 , jika

$$Z < -1,645 \text{ atau } Z > 1,645$$

Kesimpulan

Tolak H_0 , karena

$$-1,645 < Z < 1,645$$

3) Diketahui:

$$P_0 = 0,7$$

$$n = 15$$

$$x = 8$$

$$\hat{p} = \frac{8}{15} = 0,533$$

Hipotesis

$$H_0 : P \geq 0,7$$

$$H_1 : P < 0,7$$

Statistik uji

$$Z = -1,41$$

$$Z_{\alpha} = Z_{0,05} = 1,645$$

Kesimpulan

Tolak H_0 , karena

$$-1,645 < Z = -1,41 < 1,645$$

4) Hipotesis :

$$H_0 : p = 0,6$$

$$H_1 : p > 0,6$$

$$\alpha = 0,05$$

Daerah kritis: $z > 1,645$

Perhitungan: $x = 70, n = 100, np_0 = (100)(0,6) = 60$

dan

$$z = \frac{70 - 60}{\sqrt{(100)(0,6)(0,4)}} = 2,04$$

$$P = P(Z > 2,04) < 0,025$$

Keputusan: Tolak H_0 dan simpulkan bahwa obat baru lebih unggul.



RANGKUMAN

Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji proporsi:

Hipotesis	Varians diketahui	
	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0 : p = p_o$ $H_1 : p \neq p_o$		$z > z_{\alpha/2}$ atau $z < -z_{\alpha/2}$
$H_0 : p \geq p_o$ $H_1 : p < p_o$	$z = \frac{\hat{p} - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)/n}}$	$z < -z_{\alpha}$
$H_0 : p \leq \mu p_o$ $H_1 : p > p_o$		$z > z_{\alpha}$

**TES FORMATIF 3**

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Statistik uji dalam pengujian hipotesis proporsi menggunakan pendekatan distribusi
 - A. Binomial
 - B. normal
 - C. log normal
 - D. eksponensial
- 2) Dari 60 mahasiswa, terdapat 10 mahasiswa yang mendapatkan nilai IPK $>3,5$. Uji proporsi bahwa mahasiswa yang mendapatkan IPK $>3,5$ adalah 0,5 ($\alpha=5\%$) ditulis....
 - A. $p = 0,5$
 - B. $p \neq 0,5$
 - C. $p \geq 0,5$
 - D. $p < 0,5$
- 3) Sebuah pabrik rokok menyatakan bahwa 20% perokok lebih menyenangi merek X. Untuk menguji pertanyaan ini, sampel acak 20 perokok diambil dan ditanya merek rokok kesukaan mereka. Bila 6 dari dua puluh perokok itu lebih menyenangi merek X, kesimpulan apakah yang dapat ditarik? Gunakan taraf nyata 0,05.
 - A. $P = 0,2916$; terima $p = 0,2$
 - B. $P = 0,3916$; terima $p = 0,2$
 - C. $P = 0,4916$; tolak $p > 0,2$
 - D. $P = 0,5916$; tolak $p > 0,2$
- 4) Misalkan bahwa dulu 40% dari semua orang dewasa menyetujui hukuman mati. Apakah cukup ada kenyataan untuk mendukung bahwa proporsi orang dewasa sekarang yang menyetujui hukuman mati telah naik bila dalam suatu sampel acak 15 orang dewasa, 8 yang menyetujui hukuman mati? Gunakan taraf nyata 0,05.
 - A. $P = 0,6131$; ya, $p > 0,4$
 - B. $P = 0,5131$; ya, $p > 0,4$
 - C. $P = 0,2131$; tidak, $p = 0,4$
 - D. $P = 0,3131$; tidak, $p = 0,4$

- 5) Diduga paling sedikit 60% rumah tangga di suatu daerah memiliki pesawat televisi. Kesimpulan yang dapat Anda ambil bila hanya 110 dalam sampel 200 keluarga yang memiliki televisi? Gunakan taraf nyata 0,04.
- $z = -1,44; p = 0,6$
 - $z = -1,39; p = 0,6$
 - $z = 0,49; p > 0,6$
 - $z = 0,59; p > 0,6$
- 6) Suatu perusahaan gas menyatakan bahwa $1/5$ rumah tangga di kota B menggunakan kompor gas. Apakah ada alasan meragukan pernyataan ini bila, dalam sampel acak 1000 rumah di kota B, ditemukan 236 menggunakan kompor gas? Gunakan taraf nyata 0,01.
- $z = 0,44$; terima $H_0, p = 1/5$
 - $z = 0,39$; terima $H_0, p = 1/5$
 - $z = 1,99$; tolak $H_0, p > 1/5$
 - $z = 2,85$; tolak $H_0, p > 1/5$
- 7) Di suatu perguruan tinggi diduga kurang dari 25% mahasiswa memiliki motor. Apakah dugaan ini tepat? Gunakan taraf nyata 0,05.
- $z = 1,34$; dugaan tepat
 - $z = 1,09$; dugaan tepat
 - $z = 5,07$; dugaan tepat
 - $z = 2,05$; dugaan tepat
- 8) Suatu peralatan radar baru sedang dipertimbangkan untuk dipakai dalam suatu sistem pertahanan rudal. Sistem itu diuji dengan mencobanya dengan pesawat terbang sungguhan dan mensimulasikan penembakan. Bila dalam 300 kali usaha penembakan, 250 mengenai sasaran, dengan taraf nyata 0,04, diterima atau ditolakkah pertanyaan bahwa peluang mengenai sasaran dengan sistem baru tersebut tidak melebihi peluang 0,8 dari sistem yang lama?
- $z = 0,44$; pernyataan yang sah
 - $z = 1,44$; pernyataan yang sah
 - $z = 2,44$; pernyataan yang sah
 - $z = 3,44$; pernyataan yang sah

- 9) Dalam suatu percobaan laboratorium yang terkontrol para peneliti di *University of Minnesota* menemukan bahwa 25% dari suatu jenis tikus yang makanannya terdiri atas 20% biji kopi dan kemudian diberi zat kimia penimbul kanker kemudian berkembang menjadi kanker. Apakah cukup alasan untuk mempercayai bahwa proporsi tikus yang kena kanker bila diberi diet tadi meningkat bila percobaan diulangi dan ternyata 16 dari 48 tikus kena kanker? Gunakan taraf nyata 0,05.
- A. $z = 0,44$; terjadi kenaikan
 - B. $z = 0,39$; terjadi kenaikan
 - C. $z = 1,99$; tidak ada kenaikan
 - D. $z = 1,33$; tidak ada kenaikan

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 4. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 4**Pengujian Hipotesis: Varians**

Satu sampel acak x_1, x_2, \dots, x_n dari n menunjukkan sampel acak dari suatu distribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2 , maka

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \quad (8.8)$$

akan mengikuti distribusi X^2 dengan derajat bebas $n-1$.

Uji hipotesis kesamaan varians σ^2 dengan σ_0^2 dua arah :

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

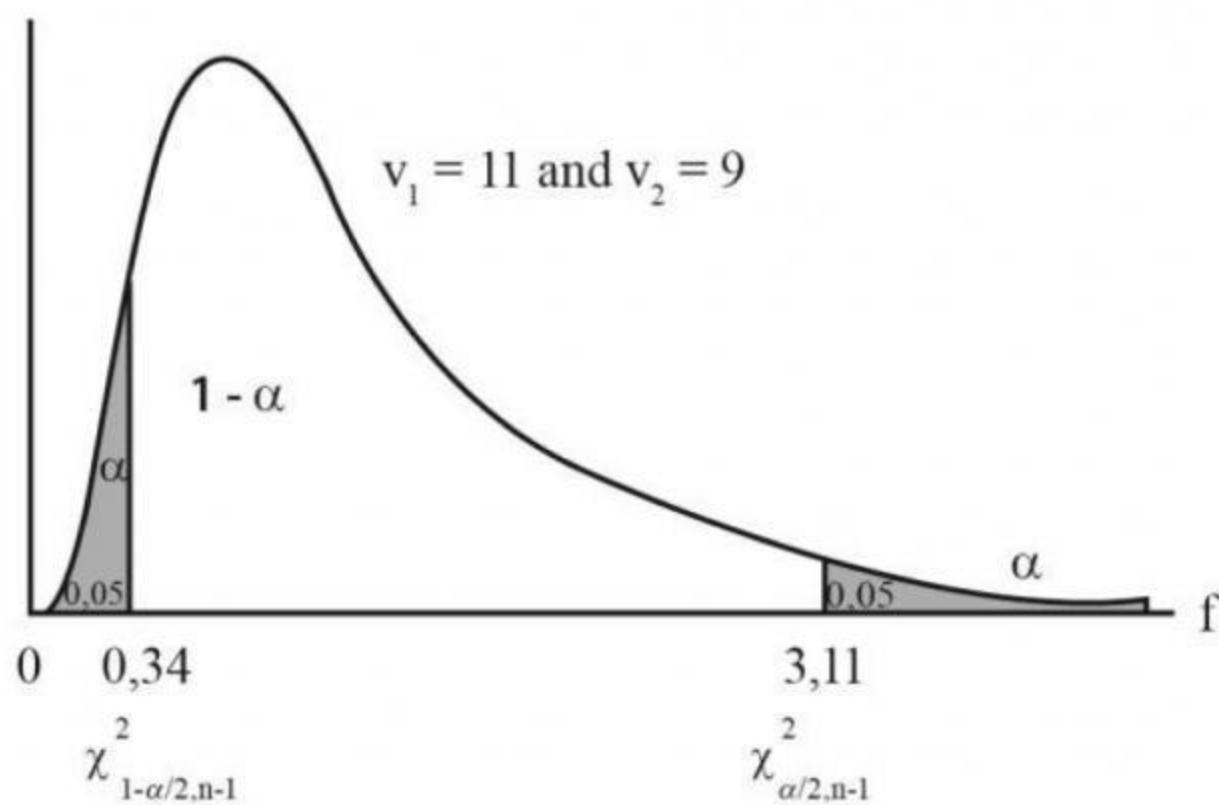
$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

Statistik uji hipotesis tersebut adalah :

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Karena X^2 mengikuti distribusi *Chi-square*, maka daerah penolakannya dibandingkan dengan nilai *Chi-square* pada tingkat derajat tertentu. Dengan demikian, H_0 ditolak jika

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha/2, n-1}^2 \text{ atau } \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2.$$



Gambar 8.3
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

Untuk hipotesis *lower tail test*:

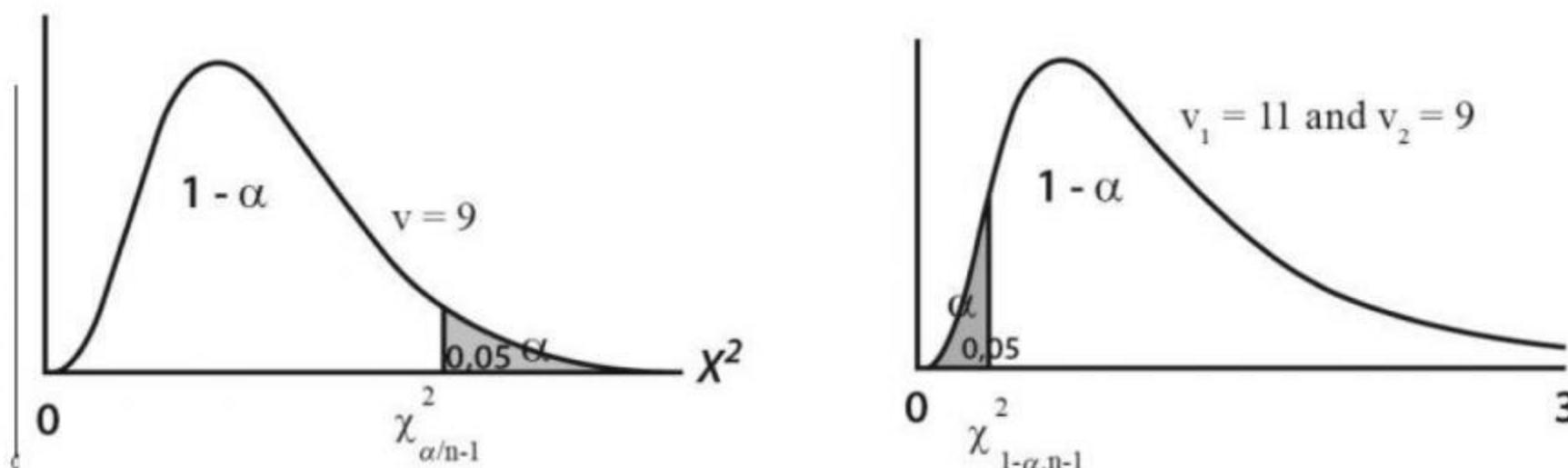
$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \\ H_1 &: \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{aligned}$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha, n-1}$

Untuk hipotesis *upper tail test*:

$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \\ H_1 &: \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{aligned}$$

Daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha, n-1}$



Gambar 8.4
Daerah Kritis untuk Hipotesis Alternatif $\sigma^2 > \sigma_0^2$ dan $\sigma^2 < \sigma_0^2$

Contoh 8.7.

Dari *Contoh 8.4.* ujilah apakah varians waktu pengisian sama dengan 3?

1. Hipotesis

$$H_0 : \sigma^2 = 3$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq 3$$

2. Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{19(1,855)}{3} = 11,748$$

dengan:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 1,855$$

4. Daerah kritis

H_0 ditolak jika $\chi^2 \geq \chi^2_{0,05/2,19}$ atau $\chi^2 \leq \chi^2_{1-0,05/2,19}$

$\chi^2_{0,05/2,19} = 32,852$ dan $\chi^2_{1-0,05/2,19} = 8,907$ didapatkan dari nilai tabel *Chi-square*

5. Kesimpulan

Karena nilai $\chi^2 = 11,748$ berada diantara $\chi^2_{0,05/2,19} = 32,852$ dan $\chi^2_{1-0,05/2,19} = 8,907$ maka H_0 gagal ditolak atau varians sama dengan 3.

**LATIHAN**

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Isi suatu kaleng minyak pelumas tertentu berdistribusi normal dengan varians 0,03 liter. Dengan taraf signifikansi 10%, ujilah hipotesis bahwa $\sigma^2 = 3$, lawan alternatifnya $\sigma^2 \neq 3$. Data hasil pengambilan sampel untuk mendukung pengujian adalah sebagai berikut.
10,2 9,7 10,1 10,3 10,1 9,8 9,9 10,4 10,3 9,8
- 2) Sebuah mesin minuman ringan perlu diperbaiki bila varians minuman yang dikeluarkan melebihi 1,15 dl. Sejumlah 25 sampel minuman dari mesin menghasilkan ragam 2,03 dl. Pada taraf signifikansi 5% apakah ini menunjukkan bahwa mesin tersebut perlu diperbaiki?

- 3) Suatu perusahaan baterai mobil menyatakan bahwa umur baterainya berdistribusi hampir normal dengan simpangan baku 0,9 tahun. Bila sampel acak 10 baterai tersebut menghasilkan simpangan baku 1,2 tahun, apakah anda setuju bahwa $\sigma > 0,9$ tahun? Gunakan taraf nyata 0,05.

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) a. Hipotesis

$$H_0 : \sigma^2 = 3$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq 3$$

Taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

- b. Statistik uji

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9(0,246)}{3} = 0,18$$

dengan

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 0,246$$

- c. Daerah kritis

H_0 ditolak jika $\chi^2 \geq \chi^2_{0,05/2;9}$ atau $\chi^2 \leq \chi^2_{(1-0,05)/2;9}$

$\chi^2_{0,05/2;9} = 19,023$ dan $\chi^2_{(1-0,05)/2;9} = 3,325$ didapatkan dari nilai tabel

Chi-square

- d. Kesimpulan

Karena nilai $\chi^2 = 0,738$ berada lebih kecil dari $\chi^2_{(1-0,05)/2;9} = 3,325$ maka H_0 ditolak, artinya varians tidak sama dengan 3.

- 2) Diketahui

$$n = 25$$

$$s^2 = 2,03$$

$$\alpha = 0,05$$

- a. Hipotesis

$$H_0 : \sigma^2 \leq 1,15$$

$$H_1 : \sigma^2 > 1,15$$

b. Statistik uji

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(24)(2,03)}{1,15} = 42,365$$

c. Daerah kritis

$$H_0 \text{ ditolak jika } \chi^2 \geq \chi_{0,05/2;24}^2 \text{ atau } \chi^2 \leq \chi_{(1-0,05)/2;24}^2$$

$$\chi_{(1-0,05)/2;24}^2 = 13,848$$

d. Kesimpulan

$$H_0 \text{ ditolak, karena } \chi^2 = 42,365 > \chi_{0,05/2;24}^2 = 39,364$$

3) a. Hipotesis :

$$H_0 : \sigma^2 = 0,9$$

$$H_1 : \sigma^2 > 0,9$$

$$\alpha = 0,05$$

b. Statistik uji

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

c. Hipotesis nol ditolak bila $\chi^2 > 16,919$

dengan derajat bebas $v = 9$.

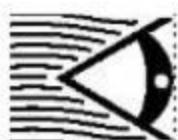
Perhitungan: $s^2 = 1,44, n = 10$ dan

$$\chi^2 = \frac{(9)(1,44)}{0,81} = 16,0$$

$$p = 0,07$$

d. Keputusan:

Terima H_0 , karena $\chi^2 < 16,919$.

**RANGKUMAN**

Hipotesis, statistik uji, dan daerah kritis untuk uji varians:

Hipotesis	Varians diketahui	
	Statistik uji	Daerah kritis
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2, n-1}^2$ atau $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$

**TES FORMATIF 4**

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Daerah kritis pengujian hipotesis varians menggunakan pendekatan distribusi
 - A. Binomial
 - B. normal
 - C. log normal
 - D. *Chi-square*
- 2) Sebuah perusahaan aki mobil mengatakan bahwa umur aki yang diproduksi memiliki simpangan baku lebih dari 0,9 tahun. Bila 10 sampel aki menghasilkan simpangan baku 1,2 tahun. Kesimpulan apa yang dapat diambil dari pengujian hipotesis tersebut ($\alpha = 5\%$).
 - A. $\sigma^2 \leq 0,9$
 - B. $\sigma^2 > 0,9$
 - C. $\sigma^2 = 0,9$
 - D. $\sigma^2 \leq 0,9$

- 3) Sekolah A mencatat bahwa waktu yang diperlukan oleh siswa untuk menyelesaikan ujian akhir memiliki simpangan baku 6 menit. Selanjutnya dilakukan pengambilan sampel 20 siswa untuk membuktikannya dan didapatkan simpangan baku 4,51. Dengan menggunakan hipotesis alternatif $\sigma^2 < 6$, kesimpulan apa yang dapat diambil? ($\alpha=5\%$).
- $\sigma^2 < 6$
 - $\sigma^2 \geq 6$
 - $\sigma^2 = 4,51$
 - $\sigma^2 \leq 4,51$
- 4) Kadar nikotin rokok merek tertentu diketahui berdistribusi normal dengan varians 1,3 mg. Ujilah hipotesis bahwa $\sigma^2 = 1,3$ lawan tandingan bahwa $\sigma^2 \neq 1,3$ bila sampel acak 8 dari rokok tersebut mempunyai simpangan baku $s = 1,8$. Gunakan taraf nyata 0,05.
- $\chi^2 = 17,4$; tolak H_0 , $\sigma^2 > 1,3$
 - $\chi^2 = 18,4$; tolak H_0 , $\sigma^2 > 1,3$
 - $\chi^2 = 14,4$; jangan terima H_0 , $\sigma^2 > 1,3$
 - $\chi^2 = 13,4$; jangan terima H_0 , $\sigma^2 > 1,3$
- 5) Data masa lalu menunjukkan bahwa uang yang disumbangkan oleh karyawan di suatu kota pada PMI berdistribusi normal dengan simpangan baku 1,40 ribu rupiah. Ada dugaan bahwa sumbangan dari para pedagang pada PMI lebih beragam. Bila sumbangan sampel acak 12 pedagang pada PMI mempunyai simpangan baku 1,75 ribu rupiah, dapatkah disimpulkan, pada tahap keberartian 0,01, bahwa simpangan baku sumbangan dari para pedagang lebih besar daripada para karyawan di kota tersebut?
- $\chi^2 = 16,19$; terima H_0 , $\sigma = 1,4$
 - $\chi^2 = 17,19$; terima H_0 , $\sigma = 1,4$
 - $\chi^2 = 14,19$; tolak H_0 , $\sigma^2 > 1,3$
 - $\chi^2 = 13,19$; tolak H_0 , $\sigma^2 > 1,3$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 4 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 4.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 4, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) C
- 2) B
- 3) A
- 4) A
- 5) C
- 6) B
- 7) D
- 8) C
- 9) B
- 10) B

Tes Formatif 2

- 1) D
- 2) B
- 3) B
- 4) D
- 5) A
- 6) B
- 7) D
- 8) C
- 9) B

Tes Formatif 3

- 1) B
- 2) B
- 3) B
- 4) C
- 5) A
- 6) D
- 7) A
- 8) B
- 9) D

Tes Formatif 4

- 1) D
- 2) B
- 3) B
- 4) A
- 5) B

Daftar Pustaka

- Agresti, A. & Finlay, B. 1997. *Statistical Methods for the Social Sciences*. 3th Edition. Prentice Hall.
- Anderson R.A, D.J Sweeney, T. A Williams. 2011. *Statistics for Business and Economics*. [S.N]. United States. ISBN: 13-978-0-538-47188-6.
- Bhattacharyya, G.K., and R.A. Johnson. 1997. *Statistical Concepts and Methods*. John Wiley & Sons. New York.
- Freund, J.E. 2001. *Modern Elementary Statistics*. Prentice-Hall.
- Hahn, G.J. and Meeker, W.Q. 1991. *Statistical Intervals: A Guide for Practitioners*. John Wilwy & Sons. New York.
- Mattjik, A.A. & Sumertajaya, I.M. 2013. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab*. IPB Press. Bogor.
- Moore, D. & McCabe G. 1998. *Introduction to the Practice of Statistics*. 3th Edition. Freeman.
- Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers Sharon L. Myers Keying Ye, Sharon L. Myers, Keying Ye,. 2007. *Probability and statistics for engineers and scientists*. 8th edition. Pearson Prentice Hall. New Jersey. ISBN: 978-0-13-204767-8.
- Rosenkrantz, W.A. 1997. *Introduction to Probaility and Statistict for Scientist and Engineers*. McGraw-Hill Internat.
- Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika*. Terjemahan Edisi ketiga. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.