MODUL 8

Teori Keputusan: Analisis Prior

Prof. Dr. Zanzawi Soejoeti

PENDAHULUAN

Istilah "keputusan" mempunyai beberapa arti yang harus dipahami secara jelas. *Pertama*, suatu keputusan diperlukan dalam suatu masalah yang mempunyai dua alternatif pilihan tindakan atau lebih, di mana hanya ada satu tindakan yang dapat diambil. Tentu saja, suatu *keputusan* dapat didefinisikan sebagai pemilihan suatu tindakan yang dilakukan oleh pembuat keputusan, yang dinilai terbaik menurut suatu standar yang telah ditentukan. *Kedua*, pengambilan keputusan bersifat perkiraan, yakni untuk membuat suatu keputusan seorang pengambil keputusan harus memperkirakan hasil untuk setiap tindakan alternatif. Suatu keadaan alam (*state of nature*) adalah kombinasi faktor-faktor sebagai hasil dari kekuatan luar, seperti kondisi sosial ekonomi, cuaca, selera konsumen, perubahan teknologi. Keadaan alam biasanya di luar jangkauan kendali pengambil keputusan.

Pengambil keputusan dalam ketidakpastian diartikan sebagai pengambil keputusan yang dilakukan dalam keadaan alam yang tidak diketahui dengan pasti. Jika kita tahu keadaan alam yang sebenarnya yang berkaitan dengan suatu keputusan maka dikatakan keputusan itu diambil dalam keadaan yang pasti. Sebagai contoh jika Anda ingin membeli sebuah mobil dari salah satu agen yang ada di kota, dan Anda mendapatkan bahwa agen-agen itu menawarkan mobil yang serupa dengan harga berkisar dari 49 juta sampai dengan 52 juta maka keputusan Anda untuk membeli mobil dari agen yang menawarkan mobilnya dengan harga 49 juta rupiah adalah keputusan yang Anda lakukan di bawah keadaan pasti karena semua fakta diketahui dengan baik. Selanjutnya, andaikata Anda memutuskan akan membeli tanah di suatu kota untuk mendirikan gedung. Andaikan pula Anda memilih mendirikan gedung apartment bukan gedung komersial yang lain dengan harapan akan memperoleh keuntungan lebih banyak di kemudian hari. Jika Anda tidak benar-benar yakin bahwa hal itu akan terjadi maka putusan Anda itu termasuk putusan yang dibuat dalam ketidakpastian.

Jadi, pengambilan keputusan dapat diklasifikasikan menjadi pengambilan keputusan dalam *kepastian* dan dalam *ketidakpastian*, bergantung pengetahuan kita tentang keadaan alam yang akan (mungkin) terjadi. Dalam menghadapi ketidakpastian, kita hanya dapat membuat perkiraan tentang keadaan alam yang mungkin terjadi dalam bentuk peluang. Peluang semacam itu dapat benar-benar subjektif atau ditaksir dari informasi sampel yang diperoleh. Dalam modul kita akan menggunakan peluang jenis pertama, dengan anggapan bahwa pengambil keputusan tidak bebas menunda pilihan tindakannya sampai dia memperoleh informasi lebih lanjut.

Implikasi *ketiga* dari istilah "keputusan" adalah dalam keadaan ketidakpastian, untuk setiap pilihan tindakan terdapat berbagai akibat yang dinamakan *konsekuensi, hasil* atau *pendapatan*. Guna menilai konsekuensi dari setiap tindakan, kita memerlukan ukuran. Dalam pengambilan keputusan masalah-masalah bisnis dan ekonomi kita mempunyai dua standar (unit) ukuran, yakni uang dan kegunaan (utilities).

KEGIATAN BELAJAR 1

Tabel Pendapatan dan Kesempatan Rugi

Uang tidak hanya dapat digunakan untuk mengukur biaya atau perolehan suatu hasil, tetapi juga hasil-hasil yang abstrak, seperti keenakan, jasa baik, kepuasan, dan ketenteraman. Satu cara untuk mengukur variabel abstrak adalah dengan memberikan nilai uang berdasarkan penilaian faktor-faktor abstrak lain yang mendukungnya. Jadi, dengan memperhatikan reputasi suatu perusahaan, kesetiaan langganan-langganannya, posisi pesaing produknya, dan faktor-faktor abstrak yang lain maka seorang ahli ekonomi mungkin akan memberi nilai Rp100.000,00 bagi jasa baik perusahaan itu.

Cara lain untuk mengubah variabel abstrak menjadi nilai uang abstrak adalah dengan menanyakan yang bersangkutan, misalnya "Apakah Anda mau berdiri dalam antrian 50 meter panjangnya untuk membeli tiket pertunjukan musik tertentu atau Anda rela membayar orang sebesar Rp1.000,00 atau Rp5.000,00 atau Rp10.000,00 guna mengganti Anda dalam antrian itu?" Dalam menjawab pertanyaan semacam itu kita dapat menentukan nilai uang dari berdiri dalam antrian.

Seperti Tabel 8.1, yang memuat semua hasil untuk semua pilihan tindakan yang berkaitan dengan keadaan alam dinamakan *tabel pendapatan* atau *matriks pendapatan*. Dari tabel itu kita melihat bahwa suatu hasil adalah apa yang kita peroleh karena tindakan tertentu dalam keadaan alam tertentu. Hasil yang kita nyatakan dalam bentuk uang dapat kita ubah menjadi unit kegunaan. Mekanisme pengambilan keputusan akan sama saja, baik hasil itu dinyatakan dalam uang atau dalam unit kegunaan.

Akhirnya, kita mempunyai matriks pendapatan kita harus menetapkan suatu strategi atau kriterium pengambilan keputusan atau aturan pengambilan keputusan guna memilih satu tindakan di antara alternatif-alternatif yang ada. Tujuan pengambilan keputusan adalah pemilihan suatu tindakan yang akan memenuhi tujuan yang telah ditentukan. Pembuat keputusan yang berbeda jika dihadapkan masalah keputusan yang sama, dapat mencari atau menentukan tujuan yang berbeda karena berbeda situasi dan personalitasnya. Jadi, kita akan mengidentifikasi strategi yang berbeda dan menilai masing-masing dengan melihat tingkat kedekatannya dalam mencapai tujuan yang dipunyai seseorang pembuat keputusan.

A. PENGAMBILAN KEPUTUSAN SUBJEKTIF

Suatu contoh akan membantu mengenalkan beberapa strategi pengambilan keputusan. Misalkan, manajer suatu perusahaan mempertimbangkan akan memperluas (atau tidak) kapasitas pabriknya dengan membeli satu dari dua mesin, satu di antaranya mempunyai kapasitas dua kali yang lain dan harganya lebih tinggi 50%. Kapasitas pabrik yang sekarang ada tidak cukup untuk memenuhi permintaan hasil produksinya pada saat ini. Penjualan perusahaan itu, menurut pengalaman yang lalu, mempunyai korelasi yang sangat tinggi dengan kondisi ekonomi pada umumnya. Jika kondisi ekonomi meningkat di waktu mendatang maka diperlukan mesin berkapasitas tinggi. Jika kondisinya tetap stabil maka mesin berkapasitas rendah yang akan diperlukan. Jika terjadi resesi (kemunduran) maka kapasitas yang sekarang ada sudah mencukupi. Jadi, pada saat ini, ada tiga pilihan alternatif tindakan yang tersedia bagi manajer, yaitu:

a_1 : membeli mesin berkapasitas tinggi;

a_2 : membeli mesin berkapasitas rendah;

a_3 : tidak membeli mesin.

Umumnya, *himpunan tindakan* dapat ditulis sebagai:

$$A = \{a_i\}, i = 1, 2, ...$$

Ada tiga "*keadaan alam*" untuk situasi pengambilan keputusan yang sederhana in, yaitu:

θ_1 : kemakmuran (kemajuan ekonomi);

θ_2 : stabil saja;

θ_3 : kemunduran (ekonomi).

Himpunan keadaan alam dapat ditulis sebagai

$$S = \{\theta_j\}, j = 1, 2, ...$$

Dengan himpunan tindakan dan keadaan alam yang diketahui, pengambil keputusan sekarang dapat memperkirakan atau menaksir himpunan pendapat yang berkaitan dengan tiap tindakan berdasarkan informasi yang ada tentang kemungkinan pendapatan atau kerugian. Pendapatan itu adalah variabel random yang nilainya merupakan bilangan real (menunjukkan uang atau kegunaan) yang ditetapkan oleh pengambil keputusan, nilai ini dapat ditulis dalam banyak cara, tetapi kita akan menulis pendapatan (uang) untuk hasil jika pengambil keputusan memilih tindakan a_i dan keadaan alam yang timbul θ_j dengan $M\left(a_i;\theta_j\right)$ atau sebagai m_{ij} saja.

Penentuan hasil kadang-kadang memerlukan berbagai alasan aljabar, tetapi untuk saat ini, marilah kita anggap bahwa manajer, dalam pandangan kemungkinan keuntungan dan biaya pada berbagai kombinasi tindakan dan keadaan, telah menaksir hasil pendapatan (dalam jutaan dolar) sebagai tertuang dalam Tabel 8.1

Tabel 8.1
Tabel Pendapatan untuk Contoh
Mesin Baru (Dalam Jutaan Rupiah)

Tindakan	**Keadaan Alam**		
	θ_1	θ_2	θ_3
a_1	2,5	1,5	-1,0
a_2	1,6	2,0	0,0
a_3	1,2	1,2	0,8

Perhatikan bahwa tabel pendapatan ini adalah format yang efisien untuk menyusun dan memperlihatkan hasil yang merupakan akibat bersama oleh berbagai alternatif tindakan dan keadaan alam. Penyajian itu dengan segera memperlihatkan perbandingan antara pendapatan-pendapatan itu. Sebagai contoh, dalam Tabel 8.1 terlihat jelas jasa relatif ketiga alternatif tindakan terhadap berbagai keadaan alam. Jadi, misalkan a_1 (membeli mesin kapasitas tinggi) yang diambil maka jika θ_1 (kemakmuran) yang terjadi, perusahaan itu akan memperoleh keuntungan bersih \$2,5 juta. Jika θ_2 (stabil) yang terjadi, perusahaan akan memperoleh keuntungan bersih \$1,5 juta, sedangkan jika yang terjadi θ_3 (kemunduran) perusahaan akan menanggung rugi \$1 juta. Baris-baris yang lain dapat diinterpretasikan dengan cara yang sama.

Matriks pendapatan juga memungkinkan kita untuk menyidik apakah semua tindakan dalam situasi pengambilan keputusan itu dibolehkan.

Suatu tindakan dikatakan *dibolehkan* jika tidak diungguli (didominasi) oleh setiap tindakan yang lain. Suatu tindakan a_k dikatakan *mengungguli* tindakan yang lain a_r jika untuk setiap keadaan alam yang mungkin terjadi, a_k memberikan pendapatan yang lebih besar atau sama dengan pendapatan yang diberikan oleh a_r dan paling tidak untuk satu keadaan alam pendapatan untuk a_k lebih besar dari pendapatan untuk a_r.

Matriks pendapatan kita dalam Tabel 8.1 jelas menunjukkan bahwa semua ketiga tindakan itu dibolehkan karena tidak ada satu tindakan yang mengungguli tindakan yang lain, tetapi jika sekiranya $m_{33} \le -1$, bukan 0,8, tentulah a_3 akan diungguli oleh a_1 dan a_2. Jadi, a_3 harus dihilangkan dari tabel. Akhirnya, dipunyai tabel pendapatan, manajer (pengambil keputusan) dapat mengikuti salah satu dari strategi yang akan kita pelajari berikut bergantung pada tujuan yang akan dicapainya.

1. Kriteria Maximin

Strategi ini, yang dianjurkan oleh Wold, berupaya mencari maksimum dari pendapatan yang minimum semua tindakan. Yakni, pengambil keputusan menentukan hasil yang mungkin yang terjelek dari setiap tindakan dan selanjutnya memilih tindakan yang paling kecil kerugiannya. Menurut aturan ini, manajer harus memilih a_3 sebagai tindakan yang optimal karena $m(a_3;\theta_3) = \$\ 0{,}8$ juta adalah maksimum dari pendapatan yang minimum yang termuat dalam Tabel 8.1.

Kriterium maximin akan menarik bagi orang yang pesimistis dengan aspirasi yang tertinggi adalah untuk memperoleh yang terbaik di antara semua yang terjelek. Pesimisme tidak harus tak rasional, tetapi banyak yang dapat dikatakan tentang hal ini, khususnya dalam keadaan dengan keselamatan diri lebih penting daripada keuntungan yang tak terduga. Satu kelemahan aturan ini bahwa aturan ini tidak mengindahkan sebagian besar informasi dalam matriks pendapatan karena aturan ini hanya memandang hasil yang terjelek untuk tiap tindakan, tetapi kritik ini berlaku bagi banyak kriteria keputusan yang lain.

2. Kriteria Maximax

Sebagai kebalikan langsung dari kriterium maximin, aturan maximax akan memilih tindakan yang memaksimumkan pendapatan yang maksimum. Menurut aturan ini, pengambilan keputusan harus memilih tindakan a_1 yang pendapatan tertingginya \$2,5 juta melebihi pendapatan tertinggi semua tindakan yang lain.

Aturan maximax, cukup cocok dengan orang-orang yang optimis yang selalu melihat melalui kacamata berwarna jambon, hanya memandang hasil yang paling indah, dan melupakan semua kemungkinan yang lain. Aturan ini sangat cocok dengan pengambil keputusan yang dapat memelihara dengan baik hukuman terjelek. Seperti aturan maximin, aturan maximax mengabaikan rumus pendapatan di tengah meskipun beberapa di antaranya hanya sedikit lebih rendah.

3. Kriteria Koefisien Optimisme

Sering kali pengambil keputusan tidak sangat pesimistis, juga tidak sangat optimistis, tetapi bersikap di antara kedua ekstrim itu. Guna menampung kemungkinan ini, Hurwitz mengusulkan suatu ukuran yang dinamakan koefisien optimisme, c, yang nilainya merentang dari 0, untuk sangat pesimis sampai dengan 1, sangat optimis. Jika c = 0, aturan ini sama dengan maximin. Jika c = 1 sama dengan aturan maximax. Jika seseorang agak optimis, dia harus menentukan bobot yang sesuai untuk pendapatan yang maksimum dan yang minimum bagi setiap tindakan atau dengan perkataan lain dia harus menghitung suatu kuantitas yang dinamakan *nilai Hurwitz* bagi tiap tindakan dan memilih tindakan yang optimal, yakni tindakan yang mempunyai nilai Hurwitz yang tertinggi. Kuantitas ini, yang ditulis $H(a_i)$, didefinisikan sebagai

$$H(a_i) = c(\max .m_{ij}) + (1-c)(\min .m_{ij})$$

Sekarang, andaikan pengambil keputusan dalam contoh kita adalah seseorang yang agak hati-hati dan agak pesimis, dan dia menentukan koefisien optimismenya c = 0,25 maka tindakannya yang optimal adalah a_3 tidak membeli mesin karena seperti terlihat di bawah $H(a_3)$ adalah tertinggi.

$$H(a_1) = (2,5)(0,25) + (-1,0)(0,75) = -0,125$$
$$H(a_2) = (2,0)(0,25) + (0,0)(0,75) = 0,500$$
$$H(a_3) = (1,2)(0,25) + (0,8)(0,75) = 0,900$$

Kriterium Hurwitz tidak lain adalah rata-rata tertimbang aturan maximin dan maximax, dengan nilai tertimbang (bobot) dipandang sebagai mencerminkan tingkat optimisme pengambil keputusan. Seperti dua aturan yang lain, kriterium ini mengabaikan pendapatan yang kurang ekstrem, dalam perhitungannya.

4. Kriteria Minimax Penyelesaian (atau Kesempatan Rugi)

Tiga aturan keputusan yang telah kita pelajari di atas semuanya berdasarkan pada pendapatan yang sebenarnya. Suatu strategi dapat ditetapkan berdasarkan manfaat relatif dalam bentuk *penyesalan* atau *kesempatan rugi*. Tepatnya, penyesalan atau kesempatan rugi untuk sesuatu hasil adalah selisih antara pendapatan yang sebenarnya dan yang seharusnya terjadi jika tindakan optimal yang dipilih untuk keadaan alam yang berlaku. Dapat kita tulis dengan lambang sebagai berikut. Kesempatan rugi untuk suatu tindakan tertentu i dan keadaan tertentu j, ditulis $L(a_i;\theta_j)$ atau l_{ij} diberikan oleh

$$L(a_i;\theta_j) = \mathrm{M}(a^*;\theta_j) - \mathrm{M}(a_i;\theta_j)$$

dengan a^* adalah tindakan optimal untuk keadaan j yang kita pandang dan $M(a^*;\theta_j)$ adalah nilai fungsi pendapatan untuk tindakan optimal bagi keadaan alam θ_j.

Jadi, *ukuran penyesalan* adalah selisih antara pendapatan yang sebenarnya diterima dan pendapatan yang seharusnya diterima oleh pengambil keputusan jika sekiranya dia tahu sebelumnya keadaan alam mana yang akan terjadi. Sebagai contoh, dengan memperhatikan Tabel 8.1 jika manajer mengetahui bahwa θ_3 yang akan terjadi maka tindakan optimalnya adalah $a^* = a_3$, dengan demikian pendapatannya adalah 0,8 dengan penyesalan θ_o = 0,8 – 0,8, tetapi dia mungkin tidak tahu hal ini dan mungkin memilih misalnya, a_1 dengan pendapatan –1,0 maka penyesalannya adalah 1,8= [0,8-(-1,0)], yang merupakan pendapatan yang terlepas karena gagal mengambil tindakan yang optimal, jika yang terjadi θ_3. Tabel 8.2

memberikan nilai penyesalan yang berkaitan dengan pendapatan dalam Tabel 8.1.

Tabel 8.2
Tabel Penjelasan atau Kesempatan Rugi
(Berkaitan dengan Tabel 8.1)

Tindakan	**Keadaan Alam**		
	θ_1	θ_2	θ_3
a_1	0,0	0,5	1,8
a_2	0,9	0,0	0,8
a_3	1,3	0,8	0,0

Satu strategi yang digunakan untuk penyesalan dinamakan *asas minimax.* Dengan asas itu kita harus berharap yang terjelek dan siap untuk itu, yakni untuk setiap tindakan, kita tentukan kehilangan atau kerugian yang terbesar yang mungkin terjadi untuk berbagai keadaan alam dan kita pilih satu kerugian maksimum yang terkecil (minimum) sebagai tindakan yang optimal. Untuk contoh kita, dengan asas *minimax* kita akan sampai pada pemilihan tindakan a_3 dengan penyesalan minimum: 0,9 di antara semua penyesalan maksimum: 1,8;0,9 dan 1,3.

Strategi-strategi yang melibatkan penyesalan terpusat pada kesempatan rugi karena tindakan yang salah. Strategi itu dirancang untuk melindungi pengambil keputusan terhadap biaya kesalahan yang berlebihan. Aturan ini juga mempunyai keterbatasan karena memandang angka-angka ekstrem dalam tiap baris dan mengabaikan informasi lain yang terkandung dalam tabel penyesalan.

B. PENGAMBILAN KEPUTUSAN BERDASARKAN PENDAPATAN HARAPAN

Dalam semua kriteria pengambilan keputusan yang telah kita pelajari di atas, pembuat keputusan dianggap tidak tahu apa pun tentang distribusi peluang variabel keadaan alam. Lagi pula, tiap-tiap aturan ini hanya memandang pendapatan yang ekstrem saja. Asalkan peluang tiap keadaan alam dapat diperkirakan ada satu strategi, yang dinamakan *nilai harapan* atau *kriterium Bayesian*, yang sebenarnya memanfaatkan semua informasi yang disajikan oleh matriks pendapatan.

Pertama-tama pembuat keputusan dianjurkan untuk menentukan dahulu atau *apriory*, peluang untuk berbagai keadaan alam yang mungkin terjadi, dengan menggunakan data yang lalu, informasi lain yang ada atau semata-mata dengan pertimbangan subjektifnya. Dalam keadaan terpaksa jika kemungkinan untuk keadaan alam tidak dapat dinilai secara subjektif pun, semua keadaan alam dipandang berkemungkinan sama akan terjadinya. Selanjutnya, pendapatan harapan juga dinamakan *ukuran Bayesian*, untuk setiap tindakan dihitung. Ukuran ini kita tulis $EP_0(a_i)$, maka:

$$EP_0(a_i) = E_0\left[M(a_i;\theta_j)\right] = \sum_j m_{ij} f_0(\theta_j)$$

Akhirnya, kriterium nilai harapan akan mengarahkan pembuat keputusan untuk memilih sebagai tindakan yang optimal adalah tindakan dengan $EP_0(a_i)$ yang tertinggi.

Sekarang, misalkan dalam contoh kita di atas pembuat keputusan percaya, berdasarkan informasi apa pun yang dia miliki, bahwa keadaan alam θ_1 (kemakmuran) dua kali kemungkinannya akan terjadi keadaan θ_2 (stabilitas) dan juga θ_2 dua kali kemungkinannya akan terjadi keadaan θ_3 (kemunduran). Yakni, dia menyimpulkan suatu distribusi peluang tertentu untuk S sehingga jika $P_0(\theta_3) = p$, maka $P_0(\theta_2) = 2p$, dan $P_0(\theta_1) = 4p$, Oleh karena jumlah peluang ini harus sama dengan satu maka nilai p dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut.

$$\begin{aligned} p + 2p + 4p &= 1 \\ 7p &= 1 \\ p &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Dengan p tertentu, fungsi peluang untuk variabel keadaan alam menjadi:

$$f_0(\theta_j) = \begin{cases} 4/7, \text{ untuk } \theta_j = 1 \\ 2/7, \text{ untuk } \theta_j = 2 \\ 1/7, \text{ untuk } \theta_j = 3 \end{cases}$$

Dengan peluang itu, kita sekarang dapat menghitung pendapatan harapan untuk setiap tindakan sebagai berikut.

$$EP_0(a_1) = 2,5\left(\frac{4}{7}\right) + 1,5\left(\frac{2}{7}\right) + (-1,0)\left(\frac{1}{7}\right) = 1,7143$$

$$EP_0(a_2) = 1,6\left(\frac{4}{7}\right) + 2,0\left(\frac{2}{7}\right) + 0,0\left(\frac{1}{7}\right) = 1,4857$$

$$EP_0(a_3) = 1,2\left(\frac{4}{7}\right) + 1,2\left(\frac{2}{7}\right) + 0,8\left(\frac{1}{7}\right) = 1,1429$$

Jadi, tindakan optimal Bayesian adalah a_1, dengan pendapatan harapan terbesar, yakni \$ 1,7143 juta.

Kriterium nilai harapan dapat juga digunakan untuk penyesalan dengan cara yang sama. Dalam bentuk penyesalan, ukuran Bayesian didefinisikan sebagai:

$$EL_0(a_i) = E_0\left[L\left(a_i;\theta_j\right)\right] = \sum_j \ell_{ij} f_0\left(\theta_j\right)$$

Ukuran ini juga dinamakan *(kesempatan) rugi harapan* dan sebarang tindakan Bayesian yang optimal menjadi tindakan dengan $EL_0(a_i)$ yang minimum. Apakah nilai harapan digunakan untuk pendapatan atau penyesalan, strategi Bayesian akan menuju pada tindakan optimal yang sama karena tindakan yang mempunyai pendapatan harapan yang terbesar harus juga mempunyai penyesalan harapan yang terkecil. Dengan mudah dapat diperiksa bahwa dengan melihat Tabel 8.2, tindakan optimal Bayesian tetap a_1 dengan kerugian harapan minimum sebagai berikut.

$$EL_0(a_1) = 0,0\left(\frac{4}{7}\right) + 0,5\left(\frac{2}{7}\right) + 1,8\left(\frac{1}{7}\right) = 0,4$$

Strategi Bayesian adalah kriterium pengambilan keputusan yang paling sering digunakan dalam teori keputusan statistik. Banyak alasan yang menyebabkan popularitas ini. Satu di antaranya adalah strategi itu memberi ciri sikap banyak pembuat keputusan dalam kelas situasi pengambilan keputusan yang luas, dengan tujuan utama pembuat keputusan itu adalah memaksimumkan pendapatan harapan atau meminimalkan kerugian harapan dalam jangka panjang. Alasan lain adalah dibanding dengan strategi yang lain yang telah kita bicarakan terdahulu, kriterium Bayesian adalah satu-

satunya yang memperhitungkan semua informasi dalam tabel pendapatan atau penyesalan.

Mulai saat ini dan seterusnya kita akan menggunakan ukuran Bayesian, pendapatan harapan atau kesempatan rugi harapan semua tindakan, sebagai kriterium pengambilan keputusan dalam pengembangan kita tentang teori keputusan statistik. Di sini akan kita sajikan dua contoh model pengambilan keputusan yang sederhana, tetapi sangat penting guna melukiskan penggunaan strategi Bayesian.

1. Model Inventori

Satu situasi pengambilan keputusan yang penting dalam bisnis adalah menentukan tingkat inventori yang "terbaik". Pengambilan keputusan dalam hubungannya dengan tingkat inventori bergantung pada jenis model inventori yang ada. Di sini kita tertarik dengan model probabilistik, yakni manajemen harus memutuskan banyak unit inventori yang optimal untuk persediaan dalam keadaan bahwa banyak unit yang dapat dijual atau diminta adalah variabel random (bukan kuantitas tertentu).

Sebagai contoh, misalnya manajer suatu toko pakaian laki-laki harus memutuskan berapa banyak pakaian (setelan jas) dengan jenis dan ukuran tertentu untuk persediaan tahun depan. Misalkan, pakaian dengan ukuran dan jenis tertentu yang dibuat oleh perusahaan tertentu dapat dibeli dalam kotak satu losin dengan harga \$600. Harga eceran untuk pakaian jenis ini adalah \$1.000 untuk tiap kotak pada tahun itu. Pakaian yang tidak terjual pada akhir tahun dapat dijual obral seluruhnya dengan harga \$300 tiap kotaknya. Guna menyederhanakan masalahnya, kita akan menganggap bahwa permintaan yang tidak terpenuhi karena kurangnya persediaan tidak akan mempengaruhi penjualan di masa mendatang dan kita juga mengabaikan besar biaya tetap yang diperlukan. Dalam keadaan ini, kita melihat bahwa akan diperoleh keuntungan \$400 untuk kotak yang terjual dan kerugian \$300 untuk persediaan yang tidak terjual sampai akhir tahun. Jadi, fungsi pendapatan dalam hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$M\left(a_i;d_j\right)=\begin{cases}400d_j-300\left(a_i'-d_j\right), & \text{jika } a_i'>d_j\\ 400a_i' & \text{, jika } a_i'\le d_j\end{cases}$$

di sini a_i' adalah nilai numerik (banyak kotak tersedia) yang berkaitan dengan tindak penyediaan a_i dan d_j adalah tingkat permintaan.

Juga, jika persediaan lebih sedikit dari permintaan, akan ada kehilangan keuntungan sebesar \$400 tiap kotak jika persediaan lebih besar dari permintaan, akan ada kerugian \$300 tiap kotak. Jadi, fungsi kerugian untuk kasus ini adalah.

$$L\left(a_i;d_j\right)=\begin{cases}300(a_i'-d_j) & \text{, jika } a_i'\geq d_j\\ 400(d_j-a_i') & \text{, jika } a_i'<d_j\end{cases}$$

Sekarang, misalkan menurut pengalaman yang lalu, permintaan berkisar dari tiga sampai dengan delapan kotak per tahun maka variabel random keadaan permintaan D berkisar nilainya 3 sampai dengan 8 kotak. Kita anggap D tidak dapat bernilai pecahan, semata-mata untuk menyederhanakan aritmatikanya. Jika diinginkan yang lebih realistis, model dapat dibuat dengan D dapat bernilai $3, 3\frac{1}{12}, 3\frac{1}{6},..., 7\frac{11}{12}, 8$ kotak. Dengan himpunan-himpunan tindakan dan keadaan alam ini dan fungsi pendapatan dan fungsi kerugian telah kita tentukan terdahulu, matriks pendapatan dan matriks kerugian untuk contoh kita ini, seperti disajikan dalam Tabel 8.3 dan Tabel 8.4.

Tabel 8.3
Matriks Pendapatan untuk Contoh Inventori
(Dalam Ratusan Dolar)

Tindakan a_1	Keadaan Alam (Permintaan): d_j					
	3	4	5	6	7	8
3	12	12	12	12	12	12
4	9	16	16	16	16	16
5	6	13	20	20	20	20
6	3	10	17	24	24	24
7	0	7	14	21	28	28
8	-3	4	11	18	25	32

Tabel 8.4
Matriks Kesempatan Rugi untuk Contoh Inventori
(Dalam Ratusan Dolar)

Tindakan a_2	**Keadaan Alam (Permintaan) :** d_j					
	3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	0	4	8	12	16	20
4	3	0	4	8	12	16
5	6	3	0	4	8	12
6	9	6	3	0	4	8
7	12	9	6	3	0	4
8	15	12	9	6	3	0

Akhirnya, untuk menerapkan ukuran Bayesian bagi pendapatan atau kerugian, harus ditentukan distribusi peluang prior bagi variabel random keadaan alam. Misalkan, menurut catatan penjualan selama beberapa tahun terakhir dan pengetahuan tentang penjualan pakaian sejenis ini ditoko-toko yang lain di kota itu, manajer mampu menentukan peluang prior bagi berbagai tingkat permintaan sebagai berikut.

Permintaan (d_j **)**	**Peluang,** $f_0(d_j)$
$d_1 = 3$	0,05
$d_2 = 4$	0,10
$d_3 = 5$	0,30
$d_4 = 6$	0,40
$d_5 = 7$	0,10
$d_6 = 8$	0,05
	1,00

Dengan distribusi peluang prior ini, pendapatan harapan dan kesempatan rugi harapan bagi tiap-tiap tindakan dapat dihitung, misalnya:

$$EP_0(a_1) = \sum_j m_{ij} f_0(d_j)$$
$$= 12(0,05) + 12(0,10) + .. + 12(0,05)$$
$$= 12 \text{ atau } \$1.200$$

$$EL_0(a_i) = \sum_j L_{ij} f_0(d_j)$$
$$= 0(0,05) + 4(0,10) + ... + 20(0,05)$$
$$= 10,2 \text{ atau } \$1.020$$

Nilai-nilai $EP_0(a_i)$ dan $EL_0(a_i)$ yang lain-lain dihitung dengan cara yang sama dan disajikan dalam Tabel 8.5.

Kita lihat bahwa kriterium pengambilan keputusan Bayesian membawa kita untuk memilih a_4 (persediaan enam kotak pakaian) sebagai tindakan yang optimal, dengan pendapatan harapan yang maksimum $1.945 atau kesempatan rugi harapan yang minimum $275.

Tabel 8.5
Pendapatan Harapan dan Kesempatan Rugi Harapan
Contoh Inventori (Dalam dolar)

Tindakan	$EP_0(a_i)$	$EL_0(a_i)$
$a_1 = 3$	$1.200	$1.020
$a_2 = 4$	1.565	655
$a_3 = 5$	1.860	360
$a_4 = 6$	1.945*	275*
$a_5 = 7$	1.750	470
$a_6 = 8$	1.485	735

Perhatikan bahwa dalam praktik kita harus perlu menentukan pendapatan harapan maksimum atau kesempatan rugi harapan minimum, tidak keduanya. Kedua kuantitas itu dihitung dalam contoh ini semata-mata hanya untuk menunjukkan bahwa kriterium Bayesian akan membawa ke tindakan optimal yang sama apakah menggunakan pendapatan atau kesempatan rugi.

2. Model Investasi

Satu contoh model investasi adalah masalah pengeboran minyak. Investasi dalam suatu sumber minyak dapat berkisar dari beberapa ribu sampai satu juta dolar, bergantung pada kedalaman dan kesulitan yang dihadapi selama pengeboran. Pendapatannya mungkin hanya lubang kering di tanah atau mungkin satu keuntungan berjuta-juta dolar. Keputusan mengebor sumber minyak mungkin dibuat oleh perusahaan minyak raksasa yang pengambilan keputusannya sangat melembaga atau dilakukan oleh operator independen yang keputusan utamanya jatuh dipundak seseorang. Kita akan membatasi pembicaraan kita pada operator individu.

Misalkan, operator telah memutuskan untuk mengebor suatu sumber pada sebidang tanah yang kelihatannya menjanjikan. Namun demikian, dia mungkin masih dihadapkan dengan banyak pilihan mengenai keputusan pengeboran itu. Untuk menyederhanakan masalahnya, marilah kita misalkan himpunan tindakan memuat empat alternatif sebagai berikut.

a_1 : mengebor dengan 100% hak (bagian).

a_2 : mengebor dengan 50% hak (bagian).

a_3 : menyewakan dan memegang 15% bagian.

a_4 : menyewakan kembali untuk 45% bagian setelah berhasil.

Dalam himpunan tindakan ini, jelaslah bahwa a_1 merupakan operator yang mengeluarkan semua biaya dan memperoleh semua hasil dari investasinya. Jelas ini merupakan rencana yang penuh risiko, khususnya jika dia tidak kuat keuangannya. Tindakan kedua, a_2, merupakan persekutuan 50-50 dengan pihak lain dengan biaya dan hasil dibagi dua. Tindakan a_3 sangat konservatif karena hak pengeboran diberikan kepada pihak lain dengan imbalan 15% hasil minyak, jika sumber itu menghasilkan minyak maka operator tidak kehilangan sesuatu, kecuali dalam kemungkinan penghasilan yang akan hilang jika sekiranya sumber itu akan menghasilkan minyak yang berlimpah. Tindakan terakhir a_4 merupakan transaksi dengan hak pengeboran disewakan tetapi jika hasilnya banyak, operator menerima 45% dari hasil minyak setelah pengebor memperoleh kembali seluruh investasinya.

Variabel random keadaan alam dalam kasus ini adalah banyak minyak yang diproduksi, dan seterusnya yang berkisar dari nol sampai suatu nilai yang sangat besar, tetapi kenyataannya pengebor minyak cenderung berpikir dalam bentuk yang jelas, misalnya "Kelihatannya sumber ini akan menghasilkan 500.000 barel". Dengan memperhatikan kenyataan ini dan juga keinginan kita untuk menyederhanakan keadaan, marilah kita menganggap bahwa operator menetapkan enam nilai yang mungkin, bagi variabel keadaan alam, dengan menentukan nilai peluang yang berkaitan menurut pertimbangannya sebagai berikut:

Keadaan Alam : (θ_j)	$f_0(\theta_j)$
θ_1 : sumber kering	0,55
θ_2 : 50.000 barrels	0,15
θ_3 : 100.000 barrels	0,10
θ_4 : 300.000 barrels	0,10
θ_6 : 500.000 barrels	0,05
θ_6 : 1.000.000 barrels	0,05

Guna menentukan pendapatan bagi berbagai kombinasi tindakan-keadaan alam, marilah kita anggap bahwa biaya sumber yang kering adalah \$100.000 dan biaya untuk sumber yang berproduksi adalah \$130.000. Kita juga akan menganggap bahwa harga minyak di pasaran adalah \$1,50 per barel. Dengan anggapan-anggapan ini maka matriks pendapatan untuk masalah ini dituangkan dalam Tabel 8.6.

Tabel 8.6
Matriks Pendapatan Contoh Pengeboran Minyak
(Dalam Ratusan Dolar)

Tindakan	**Keadaan Alam**					
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
a_1	-1.000	-550	200	3.200	6.200	13.700
a_2	-500	-275	100	1.600	3.100	6.850
a_3	0	112,5	225	675	1.125	2.250
a_4	0	0	90	1.440	2.790	6.165

Dari matriks pendapatan dapat kita hitung pendapatan harapan dan terlihat bahwa a_1 adalah tindakan optimal prior karena:

$$EP_0\left(a_1\right)=\sum_j m_{1j}\, f_0(\theta_j)=70.250$$

$$EP_0\left(a_2\right)=\sum_j m_{2j}\, f_0(\theta_j)=35.125$$

$$EP_0\left(a_3\right)=\sum_j m_{3j}\, f_0(\theta_j)=27.562,50$$

$$EP_0\left(a_4\right)=\sum_j m_{4j}\, f_0(\theta_j)=60.075$$

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Suatu bakery membuat jenis cake tertentu dengan biaya rata-rata \$10 dan menjualnya dengan harga \$15. Cake itu dibuat pada tiap akhir minggu dan dijualnya pada awal minggu berikutnya. Cake yang tidak terjual pada minggu itu menjadi tak berharga dan dibuang begitu saja. Bakery itu telah beroperasi selama 200 minggu. Catatan penjualan yang berlaku memberikan himpunan data sebagai berikut:

Banyak Cake Terjual	10	11	12	13	14	15
Banyak Minggu	20	30	50	70	20	10

a. Nyatakanlah fungsi pendapatan dan fungsi kerugian masalah pengambilan keputusan ini. Tuliskan matriks pendapatan dan matriks kesempatan rugi!
b. Carilah tindakan yang optimal untuk masalah ini dengan berbagai strategi (kriteria) yang telah kita pelajari!
c. Jika *bakery* itu menggunakan frekuensi relatif penjualan yang lalu sebagai peluang prior untuk berbagai keadaan alam tingkat permintaan *cake*, tunjukkan bahwa tindakan yang optimal adalah a_3^*, yakni membuat 12 *cake* tiap minggu, dengan:

$EP_0\left(a_3^*\right) = 54,75$ dan $EL_0\left(a_3^*\right) = 7,00$.

2) Suatu perusahaan membeli suatu jenis suku cadang mesin yang diproduksi pabrik Hebat. Di waktu yang lalu, kiriman yang datang dari pabrik itu memuat 10% atau 15% atau 20% benda yang rusak. Dalam bentuk frekuensi relatif, kiriman dengan persentase kerusakan, seperti tersebut di atas masing-masing terjadi 45, 35, dan 20 persen kali. Berdasarkan pengalaman yang lalu, perusahaan itu telah membuat matriks kesempatan rugi (tabel di bawah), untuk dua tindakan yang mungkin a_1 menolak kiriman yang datang dan a_2 menerima kiriman yang datang. Yang manakah tindakan optimal untuk situasi pengambilan keputusan ini dengan informasi prior saja? Berapakah nilai $EL_0\left(a_i^*\right)$?

Tabel Matriks Kesempatan Rugi (soal no. 2)

Tindakan	**Keadaan Alam**		
	0,10	**0,15**	**0,20**
a_1 = menolak	250	0	0
a_2 = menerima	0	150	200

RANGKUMAN

Telah kita pelajari bagaimana menyusun tabel (matriks) pendapatan; bagaimana mengubah matriks ini menjadi matriks kesempatan rugi. Berdasarkan matriks pendapatan, telah dirumuskan strategi pengambilan keputusan berdasarkan sikap pembuat keputusan, yakni maximin untuk pesimistis dan maximax bagi pembuat keputusan yang optimistis. Telah dirumuskan juga suatu kriterium pengambilan keputusan berdasarkan koefisien optimisme seseorang.

Koefisien optimisme c adalah bilangan antara nol dan satu; $o < c < 1$. Untuk tiap tindakan dihitung nilai Hurwitz, $H\left(a_i\right)$. Berdasarkan matriks kesempatan rugi dirumuskan kriterium minimax.

Pembuat keputusan dianjurkan untuk memberikan nilai peluang prior bagi setiap keadaan alam yang mungkin $f_0(\theta_j)$. Pemberian nilai peluang ini didasarkan atas informasi yang telah dipunyai oleh pembuat keputusan. Berdasarkan peluang prior itu dikembangkan kriterium pengambilan keputusan berdasarkan nilai harapan

$$EP_0\left(a_i\right) = E\left[M\left(a_i;\theta_j\right)\right] = \sum_j m_{ij}\, f_0\left(\theta_j\right)$$

Dua contoh situasi pengambilan keputusan kita bicarakan, yakni model inventori dan model investasi.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

I Seorang pembuat keputusan dihadapkan pada masalah pemilihan salah satu dari empat stok yang sama mahalnya, yaitu a_i. Tiap-tiap stok menjanjikan hasil yang berbeda pada tahun-tahun mendatang. Hasil ini, diberikan dalam ratusan dolar dituangkan dalam tabel berikut ini, yang bergantung pada keadaan perekonomian di masa-masa mendatang; kemunduran θ_1, kemuraman (depresi) θ_2; kesembuhan θ_3; kemakmuran θ_4.

Tindakan	**Keadaan Alam**			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	1	-3	7	6
a_2	2	4	0	8
a_3	-2	5	7	7
a_4	9	6	-1	-1

1) Dengan kriterium maximax tindakan yang optimal adalah ....
   A. a_1
   B. a_2
   C. a_3
   D. a_4

2) Dengan kriterium maximin tindakan yang optimal adalah ....
   A. a_1
   B. a_2
   C. a_3
   D. a_4

3) Dengan koefisien optimisme Hurwitz c = 0,6 tindakan yang optimal adalah ....
   A. a_1
   B. a_2
   C. a_3
   D. a_4

4) Tabel pendapatan di atas dapat kita ubah menjadi tabel kesempatan rugi, kita peroleh ....

A.

Tindakan	Keadaan Alam			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	0	3	3	3
a_2	5	0	2	5
a_3	8	4	0	7
a_4	7	5	6	0

B.

Tindakan	Keadaan Alam			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	8	9	0	2
a_2	7	2	7	0
a_3	11	1	0	1
a_4	0	0	8	9

C.

Tindakan	Keadaan Alam			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	4	2	2	0
a_2	5	8	0	3
a_3	7	0	1	6
a_4	0	3	4	7

D.

Tindakan	Keadaan Alam			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	0	0	9	5
a_2	3	12	0	7
a_3	4	11	7	0
a_4	8	4	6	3

5) Dengan kriterium minimax tindakan yang optimal adalah ....
   A. a_1
   B. a_2
   C. a_3
   D. a_4

6) Jika diperkirakan peluang prior $P(\theta_1) = 0,2$, $P(\theta_2) = 0,3$, $P(\theta_3) = 0,1$ dan $P(\theta_4) = 0,4$. Maka, pendapatan harapan $EP_0(a_i\,*)$ = ...
   A. 4,2
   B. 4,8
   C. 5,0
   D. 5,6

7) Mengingat peluang prior dalam (5) maka kesempatan rugi harapan $EL_0\left(a_i^*\right)$ sama dengan ....
   A. 0,7
   B. 1,7
   C. 2,7
   D. 3,7

II. Penjual surat kabar harian dan majalah di bunderan kota menjual surat kabar suara umat dengan harga Rp150,00 yang dia harus membayar ke agen suara umat itu Rp100,00 per eksemplar. Surat kabar yang tidak terjual hari itu dapat dikembalikan ke agen tersebut dengan imbalan uang Rp50,00 Menurut pengalaman dapat diperkirakan jumlah penjualan harian dan peluang prior yang bersangkutan sebagai berikut.

Penjualan Harian	1000	2000	3000	4000
$f_0(\theta_j)$	0,4	0,3	0,2	0,1

8) Maka, fungsi pendapatan dapat ditulis sebagai ....

   A. $M\left(a_i;d_j\right) = \begin{cases} 50\,d_j - 50(a_i' - d_j), & a_i' > d_j \\ 50\,a_i' & , a_i' \le d_j \end{cases}$

   B. $M\left(a_i;d_j\right) = \begin{cases} 50\,a_i' - d_j, & a_i' \le d_j \\ 50\,d_j & , a_i' > d_j \end{cases}$

C. $M\left(a_i;d_j\right)=50\,d_j+10(a_i'+d_j);\ a_i'\neq d_j$

D. $M\left(a_i;d_j\right)=50a_i'+10d_j;\ a_i'\neq d_j$

9) Maka, fungsi kesempatan rugi dapat ditulis sebagai ....

A. $L\left(a_i;d_j\right)=\begin{cases}50\ \mathrm{a'}_i-50\ \mathrm{d}_j;\ a_i'\neq d_j\\ 50\ \mathrm{d}_j\qquad\qquad ;\ a_i'=d_j\end{cases}$

B. $L\left(a_i';d_j\right)=\begin{cases}50\ d_j-50\ a_i';\ a_i'\neq d_j\\ 50\ a_i\qquad\qquad ;\ a_i'=d_j\end{cases}$

C. $L\left(a_i';d_j\right)=\begin{cases}50\ (a_i'-d_j);\ a_i'\geq d_j\\ 50\ (d_j-a_i');\ d_j>a_i'\end{cases}$

D. $L\left(a_i;d_j\right)=50d_j+50a_i';\ a_i'\neq d_j$

10) Matriks pendapatannya adalah ....

A.

		d_j			
		1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i	1.000	50.000	50.000	50.000	50.000
	2.000	0	100.000	100.000	100.000
	3.000	-50.000	50.000	150.000	150.000
	4.000	-100.000	0	-100.000	200.000

B.

		d_j			
		1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i	1.000	50.000	40.000	30.000	20.000
	2.000	40.000	30.000	20.000	10.000
	3.000	30.000	20.000	10.000	0
	4.000	20.000	10.000	0	0

C.

		d_j		
	1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i 1000	50.000	50.000	50.000	50.000
2000	0	100.000	100.000	100.000
3000	-50.000	50.000	150.000	150.000
4000	-150.000	-100000	-50.000	200.000

D.

		d_j		
	1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i 1000	50.000	50.000	50.000	50.000
2000	0	100.000	100.000	100.000
3000	-50.000	50.000	150.000	150.000
4000	-150.000	-100000	-50.000	200.000

11) Maka, matriks kesempatan rugi adalah ....

A.

		d_j		
	1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i 1.000	0	50.000	30.000	40.000
2.000	20.000	0	0	30.000
3.000	30.000	40.000	20.000	20.000
4.000	40.000	30.000	10.000	0

B.

		d_j		
	1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i 1.000	10.000	40.000	30.000	0
2.000	0	10.000	20.000	20.000
3.000	20.000	30.000	0	50.000
4.000	30.000	0	10.000	60.000

C.

		d_j		
	1.000	2.000	3.000	4.000

a'_i	1.000	40.000	30.000	20.000	0
	2.000	30.000	20.000	0	10.000
	3.000	20.000	0	10.000	20.000
	4.000	0	10.000	30.000	30.000

D.

		d_j			
		1.000	2.000	3.000	4.000
a'_i	1.000	0	50.000	100.000	150.000
	2.000	50.000	0	50.000	100.000
	3.000	100.000	50.000	0	50.000
	4.000	150.000	100.000	50.000	0

12) Maka, pendapatan harapan $EP_0\left(a_i^*\right)$ adalah ....
   A. 20.000
   B. 40.000
   C. 60.000
   D. 80.000

13) Maka, kesempatan rugi harapan $EL_0\left(a_i^*\right)$ adalah ....
   A. 40.000
   B. 30.000
   C. 20.000
   D. 10.000

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
$< 70\%$ = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Pengambilan Keputusan dengan Informasi dan Kegunaan (*Utilities*)

A. NILAI HARAPAN INFORMASI SEMPURNA DAN BEBERAPA MODEL FUNGSI KERUGIAN

1. Nilai Harapan Informasi Sempurna

Untuk masalah pengeboran minyak yang kita bicarakan di depan, harapan untung dan rugi keduanya sangat besar. Dalam kasus seperti itu wajar jika kita bertanya: Haruskah operator puas dengan keputusan yang dibuat atas dasar informasi prior (awal) saja atau haruskah operator mencari lebih banyak dari percobaan, pengambilan sampel atau uji semacam itu? Jika dia memilih cara kedua, yakni mencari informasi lebih banyak, berapa banyak dia harus mengeluarkan uang untuk informasi tambahan itu? Guna mencoba menjawab pertanyaan-pertanyaan ini, kita akan mempelajari pada konsep penting yang dinamakan "*nilai harapan informasi sempurna*".

Pengertian nilai harapan informasi sempurna, $EVPI_0$, berhubungan dengan suatu ukuran "*pendapatan harapan dengan informasi sempurna*", $EPPI_0$. Perhitungan $EPPI_0$ didasarkan atas pendapatan harapan yang diperoleh dengan anggapan bahwa pembuat keputusan mempunyai jalan untuk memperoleh *prediktor yang sempurna*. Dianggap jika prediktor sempurna meramalkan nilai keadaan alam tertentu akan terjadi maka sungguh-sungguh keadaan alam itu akan terjadi. Ini berarti bahwa pembuat keputusan dapat memperoleh informasi sempurna pada variabel random keadaan alam setiap kali dia memilih tindakan yang akan menghasilkan pendapatan tertinggi bagi nilai keadaan alam yang diramalkan oleh prediktor yang sempurna. Jadi, misalnya operator tahu bahwa θ_1 adalah keadaan alam yang sebenarnya, dia akan memilih a_3 atau a_4. Ini akan menghasilkannya pendapatan \$0 setiap kali θ_1 terjadi, dan θ_1 terjadi 55 persen kali, yakni $f_0(\theta_1) = 0{,}55$. Jika dia tahu bahwa θ_2 akan terjadi, dia akan memilih a_2, Jadi, dia menghasilkan pendapatan \$11.250 dan θ_2 akan terjadi 15 persen kali dan selanjutnya dengan alasan seperti ini, operator dengan informasi sempurna mengharapkan akan memperoleh

$$\begin{aligned} EPPI_0 &= \sum_j m_{ij} * f_0(\theta_j) \\ &= 0(0,55) + 11.250(0,15) + 22.500 + (0,10) \\ &\quad + 320.000(0,10) + \\ &\quad 620.000(0,05) + 1.370.000(0,05) \\ &= \$135.437,50 \end{aligned}$$

dengan m_{ij} * menunjukkan pendapatan tertinggi untuk θ_j.

Sekarang, kita ingat kembali bahwa tindakan optimal prior dalam ketidakpastian atau tanpa informasi sempurna adalah a_1 yang pendapatan harapannya adalah $EP_0\left(a_1^*\right) = \$70.250$. Tetapi, baru saja kita perlihatkan jika operator bertindak dengan informasi sempurna pendapatan harapannya adalah $135.437,50. Selisihnya sebesar $65.187,50 merupakan kenaikan dalam pendapatan harapan yang diakibatkan oleh penggunaan prediktor sempurna. Jadi, kita mempunyai:

$$EVPI_0 = EPPI_0 - EP_0\left(a_i^*\right)$$

dengan $EVPI_0$ adalah *nilai harapan informasi sempurna* (*expected value of perfect information*).

Untuk contoh inventori yang kita pelajari di atas kita mempunyai:

$$\begin{aligned} EVPI_0 &= EPPI_0 - EP_0\left(a_4^*\right) \\ &= 1.200(0,05) + 1.600(0,10) + 2.000(0,30) + 2.400(0,40) \\ &\quad + 2.800(0,10) + 3.200(0,05) - 1.945 \\ &= \$275 \end{aligned}$$

Nilai EVPI_0 ini ternyata sama dengan kesempatan rugi harapan untuk tindakan yang kita hitung terdahulu (lihat table 8.5). Tentu saja, dapat kita tunjukkan bahwa secara matematika terdapat hubungan

$$EVPI_0 = EL_0\left(a_i^*\right)$$

Kesamaan antara nilai harapan informasi sempurna dan kesempatan rugi harapan bagi tindakan optimal dalam ketidakpastian tidak sulit untuk menjelaskannya. Pada umumnya, kerugian harapan untuk tindakan optimal dapat dipandang sebagai biaya ketidakpastian bagi pembuat keputusan. Sebagai contoh, dalam ilustrasi inventori pakaian, berapakah kerugian terkecil yang akan diderita manajer jika dia bertindak dalam cara optimal tanpa informasi sempurna? Dengan mengambil a_4 atau dengan menyediakan 6 kotak, dia dapat mempertahankan kesempatan rugi harapannya sebesar \$275. Jelas, dia tidak punya alasan untuk membayar lebih dari \$275 untuk prediktor sempurna. Misalkan, manajer dapat memesan cukup kotak guna menutupi setiap tingkat permintaan, kemudian mengembalikan kotak yang tak terjual ke pabrik tanpa biaya tambahan maka tindakan ini akan berharga \$275 kepadanya. Jadi, nilai harapan informasi sempurna harus sama dengan kerugian harapan tindakan yang optimal.

Kenyataan bahwa $EVPI_0$ sama dengan $EL_0\left(a_i^*\right)$ memberikan interpretasi yang jelas tentang nilai $EVPI_0$ dan menunjukkan pentingnya dalam pengambilan keputusan. Proses untuk memperoleh informasi tambahan dari sampling, eksperimen atau berbagai uji selalu melibatkan biaya. Jika biaya informasi tambahan lebih besar $EVPI_0$ maka itu tidak akan berarti untuk memperoleh informasi tambahan. Lagi pula informasi tambahan meskipun diperoleh jarang sempurna. Jadi, $EVPI_0$ bertindak sebagai batas atas terhadap nilai harapan sampling atau informasi eksperimental, yaitu suatu konsep yang akan dikembangkan dalam modul mendatang. Itu juga memungkinkan untuk pembuat keputusan segera menerima tindakan pengambilan keputusan pada informasi prior saja, jika biaya sampling melebihi nilai harapan informasi itu.

2. Analisis Sensitivitas

Penerapan ukuran Bayesian sebagai kriterium pengambilan keputusan memerlukan suatu distribusi peluang prior yang kadang-kadang cukup sukar untuk menentukannya. Pada taraf ini akan menarik untuk memperhatikan bahwa dalam banyak keadaan cukup jika hanya mengetahui peluang prior pendekatan supaya sampai pada keputusan yang memadai. Dalam keadaan-keadaan ini, pendapatan atau kerugian yang ditentukan adalah sedemikian sehingga keputusan akhirnya mungkin "tidak sensitif" terhadap peluang prior dan tindakan optimal yang sama akan dicapai dengan distribusi prior yang berbeda. Jadi, diperlukan sekali untuk menguji seberapa sensitif pemilihan tindakan optimal terhadap penentuan peluang prior yang berbeda pada nilai-nilai variabel keadaan alam. Studi yang menguji seberapa sensitif penyelesaian masalah pengambilan keputusan terhadap perubahan dalam data dinamakan *analisis sensitivitas*. Kita akan menunjukkan makna analisis ini melalui suatu contoh sederhana berikut ini.

Dihadapkan dengan suatu keputusan akan mengenalkan (memproduksi) produk baru seorang pengusaha mempertimbangkan akan membangun pabrik kecil (a_1) atau pabrik besar (a_2). Ukuran pabrik yang sesuai akan bergantung pada prospek permintaan akan produk baru itu, lemah (θ_1) atau kuat (θ_2). Menurut staf penelitian pasar perusahaan itu keuntungan atau pendapatan dalam jutaan dolar untuk lima tahun pertama, bersyarat pada lemah atau kuatnya permintaan yang tertuang dalam Tabel 8.7.

Tabel 8.7
Matriks Pendapatan untuk Contoh Produk Baru
(Dalam Jutaan Dolar)

Tindakan	Keadaan alam: Permintaan	
	θ_1 : lemah	θ_2 : kuat
a_1 : Pabrik kecil	1	3
a_2 : Pabrik besar	0	4

Misalkan, setelah memperhatikan secara cermat keadaan ekonomi yang akan datang, manfaat produk yang kita pelajari, perusahaan itu menyimpulkan bahwa perbandingan akan terjadinya permintaan lemah dan kuat adalah 3:5. Ini berarti perusahaan percaya bahwa $f_0(\theta_1) = \dfrac{3}{8} = 0,375$ dan $f_0(\theta_2) = \dfrac{5}{8} = 0,625$. Dengan peluang prior ini kita mempunyai:

$$EP_0\left(a_1\right) = 1(0,375) + 3(0,625) = 2,25$$
$$EP_0\left(a_2^*\right) = 0(0,375) + 4(0,625) = 2,50$$

Jadi, dengan peluang prior ini, a_2 (membangun pabrik besar) adalah tindakan yang optimal. Sekarang, kita dapat menanyakan: seberapa besar $f_0(\theta_1)$ harus berubah sebelum keputusan optimal berubah? Pertanyaan ini memerlukan analisis sensitivitas yang untuk contoh kita ini dapat diselesaikan dengan mencari nilai pembagi bagi peluang prior untuk salah satu dari dua keadaan alam sehingga pendapatan harapan kedua tindakan itu sama. Untuk ini kita tulis $\text{p} = f_0(\theta_1)$ dan $(1\text{-p}) = f_0(\theta_2)$ dan kita selesaikan persamaan $EP_0\left(a_1\right) = EP_0\left(a_2\right)$ untuk menghitung nilai p.

$$
\begin{aligned}
1(p) + 3(1-p) &= 0(p) + 4(1-p) \\
p + 3 - 3p &= 4 - 4p \\
p &= \frac{1}{2} = 0,5
\end{aligned}
$$

Hasil ini menunjukkan bahwa jika $\text{p} = f_0(\theta_1) = 0,5$ maka kita tidak membedakan antara a_1 dan a_2. Yakni, peluang prior subjektif yang awal 0,375 untuk θ_1 dapat berubah sampai nilai 0,5 dan a_2 masih merupakan tindakan yang lebih baik dari a_1. Jelas, untuk nilai p yang lebih besar dari 0,5, a_1 akan mempunyai pendapatan harapan yang lebih besar dan dengan demikian a_1 menjadi tindakan yang lebih baik.

Contoh kita di atas telah kita gunakan untuk melukiskan kegunaan analisis sensitivitas untuk pengaruh berubah-ubahnya peluang prior pada pemilihan tindakan yang optimal. Pada umumnya, semakin besar seseorang dapat mengubah peluang prior tanpa mengakibatkan berubahnya tindakan yang optimal maka makin kurang sensitif model pengambilan keputusan itu. Analisis sensitivitas dapat diperluas ke model-model pengambilan keputusan dengan sebarang banyak tindakan dan sebarang banyak keadaan alam. Jika banyak tindakan bertambah, bertambah pula sensitivitas model itu, tetapi bertambahnya sensitivitas pemilihan tindakan terhadap nilai peluang, minimal dapat diatasi dengan makin kecilnya perbedaan di antara pendapatan harapan atau di antara kerugian harapan.

Analisis sensitivitas dapat juga digunakan untuk menentukan pengaruh variasi dalam pendapatan atau kerugian pada pemilihan tindakan yang optimal. Pada umumnya, kita ingin menguji seberapa sensitif penyelesaian suatu masalah pengambilan keputusan terhadap perubahan dalam nilai semua variabel yang berkaitan. Untuk masalah dengan jumlah tindakan dan keadaan alam yang besar, banyak operasi matematik yang diperlukan untuk melakukan analisis sensitivitas. Jadi, penggunaan komputer menjadi suatu keharusan. Pelajaran penting yang kita peroleh dari konsep analisis sensitivitas adalah sering kali berbahaya untuk mengambil keputusan berdasarkan informasi tentang prior yang sangat terbatas.

B. PENGAMBILAN KEPUTUSAN DENGAN KEGUNAAN HARAPAN

Penggunaan uang sebagai ukuran akibat suatu tindakan dapat dipertanyakan atas dasar pembuat keputusan yang berbeda dapat memberikan penilaian yang berbeda pada jumlah yang sama yang disebabkan karena perbedaan keuangan mereka yang berbeda dan reaksi yang berbeda terhadap risiko. Contohnya, pandanglah 3 situasi pengambilan keputusan yang berbeda.

I	a_1	:	memperoleh \$ 1.000 dengan pasti
	a_2	:	Memperoleh \$3.200 atau kehilangan \$1.000 dengan peluang sama
II	a_1	:	Mengalami kerugian \$100 dengan pasti
	a_2	:	Memperoleh nilai nol dengan peluang 0,995 atau kehilangan \$10.000 dengan peluang 0,005
III	a_1	:	Memperoleh \$100.000 dengan pasti
	a_2	:	Memperoleh \$2.000.000 jika lemparan dadu mendapatkan 5 atau lebih kecil atau kehilangan \$800.000 jika dadu itu menghasilkan 6.

Dalam masing-masing dari ketiga situasi di atas jika nilai harapan moneter yang digunakan maka a_2 harus lebih disenangi daripada a_1. Namun demikian, banyak orang yang akan memilih a_1. Mengapa?

Dalam *Kasus I* jika kita dapat memperoleh \$1.000 dengan pasti, mengapa kita harus mengambil risiko kehilangan \$1.000 hanya untuk mendapatkan kelebihan \$100 dalam nilai harapan (nilai harapan a_2 adalah \$1.100)?

Dalam *Kasus II*, selagi kehilangan \$100 dengan pasti adalah menyakitkan. Itu adalah harga yang pantas untuk dibayarkan guna menghindari risiko kehilangan yang sangat besar \$10.000, meskipun peluang kecil. Tentu saja ini merupakan alasan mengapa seseorang yang berhati-hati mau membeli asuransi kebakaran rumahnya meskipun nilai harapan moneter tindakan seperti itu adalah negatif.

Dalam Kasus III, nilai harapan a_1 kurang dari sepertiga nilai harapan a_2 jika pembuat keputusan keuangannya kuat dan ambisius, mungkin dia memilih a_2, tetapi untuk kebanyakan yang lain, memperoleh \$100.000

dengan pasti akan lebih menarik daripada kemungkinan akan memperoleh limpahan \$2.000.000 dengan risiko kehilangan besar-besaran \$8.000.000 yang mereka tidak akan mampu menanggungnya. Ini melukiskan dengan jelas *paradoks St. Petersburg*, di mana orang yang rasional sering menghentikan permainan dengan kemungkinan yang menguntungkan jika taruhannya terlalu tinggi.

Paradoks St. Petersburg membawa Daniel Bernoulli, lebih dari satu abad yang lalu untuk menyelidiki kegunaan (utilities) sebagai dasar pemilihan yang rasional di antara berbagai alternatif, bukannya nilai uang. Teori kegunaan telah dikembangkan dan digunakan secara penuh oleh Von Neumann dan Morgenstern dalam tahun empat puluhan (1940).

Dalam penggunaannya sekarang, indeks kegunaan adalah bilangan real yang memberikan ukuran pilihan yang subjektif bagi pembuat keputusan terhadap suatu hasil atau pendapatan dari suatu tindakan. Di sini, suatu hasil dapat diberikan dalam bentuk berbagai benda yang berbeda, misalnya batu pualam, uang atau bahkan kematian atau kehidupan. Kegunaan suatu pendapatan O_i dapat ditulis sebagai $U(O_i)$, yang biasanya diberikan suatu unit sebarang.

Fungsi kegunaan seorang pembuat keputusan dapat dipikirkan sebagai hubungan pilihan yang didasarkan atas sekumpulan aksioma psikologis. Aksioma yang dibuat untuk menguji konsistensi reaksi pembuat keputusan terhadap berbagai tingkat risiko. Di antara aksioma-aksioma ini, dua yang disebutkan berikut ini sangat penting.

Aksioma 1

Jika seseorang memandang pendapatan O_1 lebih disenangi dari pendapatan O_2 maka $U(O_1) > U(O_2)$. Dalam hubungan ini kita melihat bahwa dia lebih senang O_1 daripada O_2 dan jika dia juga lebih senang O_2 daripada O_3 maka dia harus lebih senang O_1 daripada O_3, dan $U(O_1) > U(O_3)$.

Ini adalah aksioma transitif, suatu asas yang juga dapat diperluas untuk mencakup hubungan tak membedakan. Jadi, jika pembuat keputusan tidak membedakan antara O_1 dan O_2 dan jika dia juga tidak membedakan antara O_2 dan O_3 maka dia harus tidak membedakan antara O_1 dan O_3. Ini mengatakan jika pembuat keputusan mendapatkan $U(\mathrm{O}_1) = U(\mathrm{O}_2)$ dan $U(\mathrm{O}_2) = U(\mathrm{O}_3)$ maka dia harus juga mendapatkan $(\mathrm{O}_1) = U(\mathrm{O}_3)$.

Aksioma 2

Jika pembuat keputusan tidak membedakan antara dua alternatif a_1 menerima pendapatan O_1 dengan pasti, a_2 mengambil undian atau lotere yang dia dapat menerima pendapatan O_2 dengan peluang p dan pendapatan O_3 dengan peluang (1-p) maka $U(\mathrm{O}_1) = pU(\mathrm{O}_2) + (1\text{-p})\mathrm{U}(\mathrm{O}_3)$.

Sekarang jika kita mempunyai matriks pendapatan untuk suatu situasi pengambilan keputusan, kita dapat memilih pendapatan yang paling disenangi O^* dan paling tidak disenangi O_*, dan secara sebarang kita ambil $U(\mathrm{O}^*) = 1$ dan $U(\mathrm{O}_*) = 0$. Pemilihan 1 dan 0 seluruhnya sebarang; sebarang skala numerik yang lain dapat digunakan asalkan $U(\mathrm{O}^*) > U(\mathrm{O}_*)$. Dengan telah ditentukannya indeks kegunaan untuk O^* dan O_*, indeks kegunaan untuk setiap pendapatan di antaranya O harus memenuhi:

$$U(\mathrm{O}_*) \leq U(\mathrm{O}) \leq U(\mathrm{O}^*)$$

atau

$$\mathrm{O} \leq \mathrm{U(O)} \leq 1$$

Nilai U(O) dapat ditentukan dengan cara lebih tepat dengan memanfaatkan aksioma 2; yakni U(O) dapat ditentukan dengan memandang pasangan undian sebagai berikut.

Undian a_1 : menerima O dengan pasti.

Undian a_2: menerima O^* dengan peluang p dan menerima O_* dengan peluang (1-p).

Selanjutnya, kita mempunyai:

$$E_0 = [U(a_1)] = [U(\mathrm{O})](1) = U(\mathrm{O})$$

$$\begin{aligned} E_0 &= [U(a_2)] = \left[U(\mathrm{O}^*)\right](p) + [U(\mathrm{O}_*)](1-p) \\ &= 1(p) + 0(1-p) \\ &= p \end{aligned}$$

Jelas, jika $\mathrm{U(O)} > p$ maka undian a_1 lebih disenangi, jika $\mathrm{U(O)} < p$ maka a_2 yang lebih disenangi. Jika $\mathrm{U(O)} = p$ maka kita harus merasa tidak ada perbedaan antara a_1 dan a_2. Jika yang terakhir ini yang terjadi untuk suatu p tertentu bagi pembuat keputusan itu maka kegunaannya untuk O adalah p, yakni $\mathrm{U(O)} = p$. Jika pembuat keputusan lebih senang a_1 daripada a_2 atau lebih senang a_2 daripada a_1 maka dia mengubah nilai numerik p dalam a_2 dan menanyakan dirinya lagi apakah dia senang a_1 dan a_2 sama baiknya atau tidak. Dia terus-menerus mengerjakan hal ini sampai dia memperoleh nilai yang membuat senang a_1 dan a_2 sama baiknya. Pada langkah ini kegunaannya untuk O telah diukur dan sama dengan p. Di sini p sering kali dinamakan *peluang tak membedakan*. Maka ternyata penentuan U(O) sama dengan penentuan p, peluang bahwa pembuat keputusan akan tidak membedakan antara dua undian itu. Sebagai alternatif kita boleh mengatakan jika ambil $U(\mathrm{O}^*) = 1$ dan $U(\mathrm{O}_*) = 0$, kita menginterpretasi kegunaan pendapatan di antaranya sebagai peluang tak membedakan suatu peluang subjektif yang ditetapkan sehingga pembuat keputusan akan sama puasnya dengan salah satu, yaitu a_1 atau a_2 seperti ditunjukkan di atas.

Selagi indeks kegunaan dapat dibuat untuk pendapatan yang dinyatakan dengan apa saja, perhatian utama kita adalah dengan fungsi kegunaan untuk uang. Umumnya dalam situasi pengambilan keputusan bisnis dan ekonomi, pendapatan pertama-tama ditentukan dalam bentuk unit uang; kemudian pendapatan moneter itu diubah menjadi indeks kegunaan jika keputusan harus dibuat berdasarkan kegunaan. Fungsi kegunaan untuk uang, juga dinamakan fungsi ekuivalen uang yang masih dapat didasarkan atas peluang tak membedakan dalam berbagai rencana undian. Guna menyederhanakan pembicaraan kita lebih lanjut, kita akan mengenalkan pengertian "*kontrak referensi*", yaitu alat untuk memperhitungkan nilai uang khusus yang seorang pembuat keputusan menempatkannya pada undian yang berbeda atau kontrak.

Untuk menentukan kontrak referensi dalam suatu keadaan pengambilan keputusan tertentu, pembuat keputusan harus menentukan banyak uang yang dia mau menerima untuk melepaskan keuntungan suatu kontrak atau banyak uang yang dia mau membayar untuk dibebaskan dari kontrak. Sebagai contoh, pada suatu situasi pengambilan keputusan yang pendapatannya dalam satuan uang, seperti diberikan dalam Tabel 8.7 suatu kontrak referensi selalu hanya memuat dua pendapatan, pendapatan maksimum yang terjadi dalam matriks pendapatan dan pendapatan minimum yang terjadi dalam matriks pendapatan. Di sini kontrak referensi akan mempunyai pendapatan \$1.000 dan -\$1000. Kontrak referensi menyebutkan peluang p untuk menerima pendapatan maksimum dan peluang (1-p) akan menerima pendapatan minimum. Nilai p berubah-ubah menurut keadaan, yang akan dijelaskan berikut ini. Pembayaran seseorang mau melakukan untuk kontrak ini bergantung pada dua hal, yaitu (1) peluang akan menang p dan (2) akibat psikologis pada seseorang akan menang atau kalah.

Tabel 8.7
Matriks Pendapatan dalam Dolar untuk Contoh Kontrak Referensi

θ_i	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
$f_0(\theta_i)$	0,3	0,4	0,2	0,1

Tindakan	Keadaan Alam			
a_1	600	600	300	-300
a_2	750	900	-600	350
a_3	1.000	1.000	-1.000	0

Kita perhatikan bahwa keuntungan harapan untuk kontrak referensi yang kita bicarakan ini adalah:

$$\begin{aligned} E(G) &= 1.000p + (-1.000)(1-p) \\ &= 2.000p - 1.000 \end{aligned}$$

Sekarang, jika p = 1, yakni akan menang \$1.000 dengan pasti dan tidak ada kemungkinan kalah \$1.000 maka E(G) = 1.000. Jelas setiap orang yang berpikir rasional akan sama saja antara \$1.000 dan kontrak itu karena keuntungan akan sama apakah dia mempunyai uang ataukah kontrak di tangan. Dengan demikian, akan beralasan jika kita memberi indeks kegunaan 1 untuk pendapatan maksimum situasi pengambilan keputusan itu, dalam contoh kita, U(\$1.000) = 1. Dengan alas an yang sama, kita melihat bahwa jika p = 0, setiap orang yang berpikir rasional akan sanggup membayar sampai \$1.000 supaya terbebas dari kontrak akan rugi \$1.000 dengan pasti. Jadi U(-\$1.000) = 0.

Tetapi, berapa banyak seseorang mau menerima untuk melepaskan keuntungan (atau membayar untuk menghindari kontrak) kontrak itu yang kita perbincangkan jika p, misalnya sama dengan 0,7? Pertama-tama kita catat bahwa nilai harapan uang untuk kontrak itu menjadi

$$\begin{aligned} E(G) &= 2000(0,7) - 1.000 \\ &= 400 \end{aligned}$$

Jawabannya sekarang bergantung pada akibat psikologis kemungkinan memperoleh \$1.000 dan kemungkinan kehilangan \$1.000. Dalam kaitan ini kita mengklasifikasi pembuat keputusan menurut reaksi psikologis mereka terhadap risiko ke dalam 3 kategori, pengambil risiko, penghindar risiko, dan netral terhadap risiko. *Pengambil risiko* adalah seseorang yang menuntut sejumlah uang dengan pasti lebih dari pendapatan uang harapan sebelum penghasilan kontrak. Jadi, X pengambil risiko, dia akan memperoleh kepuasan lebih dari kemenangan \$1.000 (dan di sana kemungkinan 70% akan memenangkannya) daripada dia akan kalah dengan menderita kehilangan \$1.000 (dan di sana kemungkinan 30% akan kehilangan). Mungkin dia menuntut, misalnya \$650 dalam uang dengan pasti sebelum melepaskan kontrak dengan perbandingan 7:3 akan memperoleh \$1.000. Untuk X, pengambil risiko, U(\$650) = 0,7 karena dia tidak membedakan antara memperoleh \$650 dengan pasti dan kemungkinan 70% akan memperoleh \$1.000 dan kemungkinan 30% akan kehilangan \$1.000. Pada umumnya pengambil risiko akan sanggup untuk membayar sesuatu guna mengikuti permainan yang adil, yakni permainan yang mempunyai nilai uang harapan sama dengan nol.

Penghindaran risiko adalah seseorang yang akan menghasilkan kontrak untuk sejumlah uang dengan pasti yang lebih kecil dari pendapatan uang harapan kontrak itu. Jika Y seorang penghindar risiko, penderitaannya kehilangan \$1.000 (dengan peluang 0,3 akan terjadinya) akan lebih berat kesenangan memperoleh \$1.000 (dengan peluang 0,7 akan terjadinya). Maka mungkin dia mau tidak menerima apa pun (\$0 uang dengan pasti), untuk terbebas dari kemungkinan kehilangan \$1.000 meskipun nilai harapan kontrak itu \$400. Untuk Y dalam contoh kita U(\$0)=0,7.

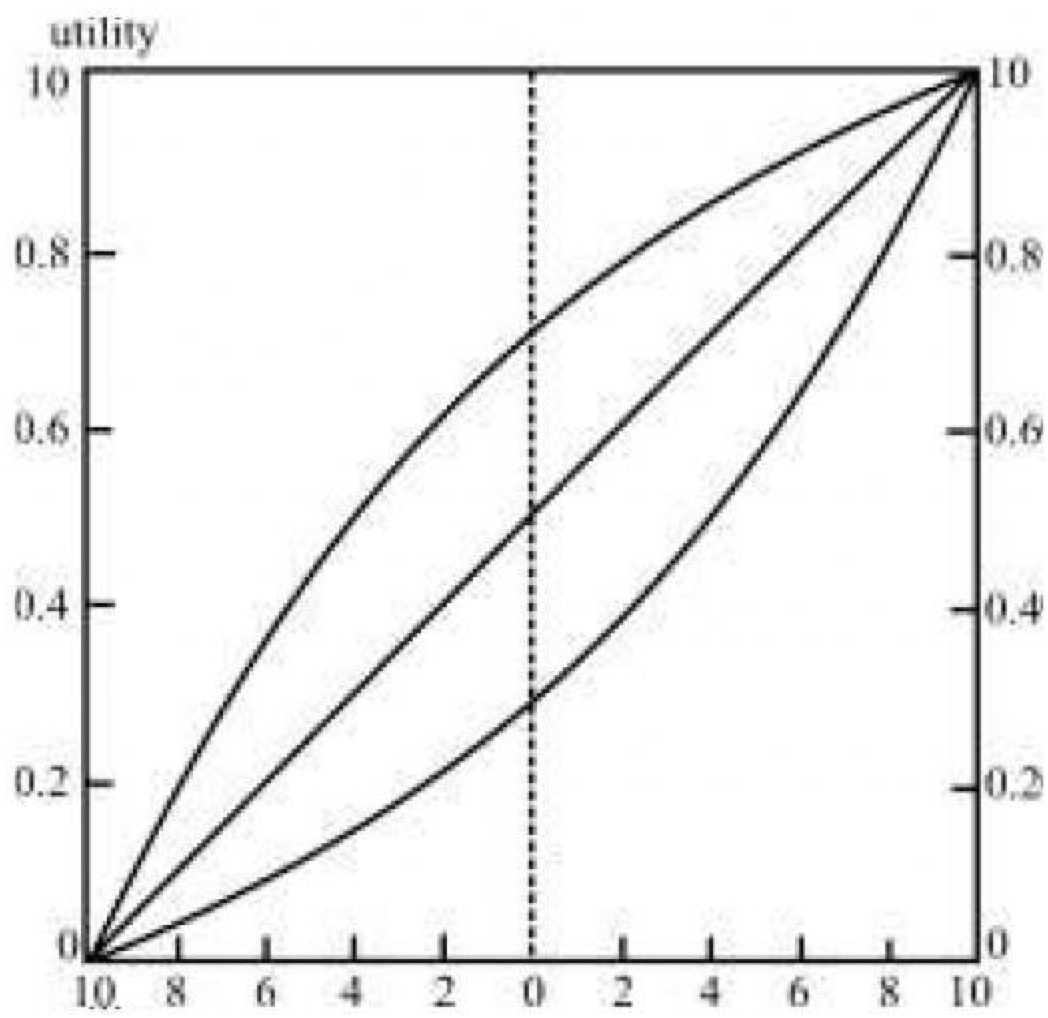
Seseorang dikatakan *netral terhadap risiko* jika dia tidak membedakan antara kontrak dengan banyak uang yang sama dengan nilai harapannya. Jadi, jika Z netral terhadap risiko, dia tidak mencari ataupun menghindari risiko. Untuk Z, U($400)=0,7.

Banyak uang dengan pasti maksimum yang seseorang mau menukarkan untuk kontrak referensi tertentu pada tiap tingkat peluang p adalah fungsi ekuivalensi uang orang itu atau *fungsi kegunaan untuk uang*. Oleh karena p dapat mengambil setiap nilai antara 0 dan 1 maka tidak mungkin menentukan ekuivalen uang yang pasti untuk setiap nilai p yang mungkin. Dalam praktek fungsi ini diturunkan dengan memilih kira-kira sepuluh nilai p, menentukan ekuivalen uang untuk kontrak referensi pada nilai-nilai ini, dan menginterpretasikan nilai-nilai di antaranya. Ini meliputi pemetaan nilai-nilai yang diperoleh melalui pemeriksaan langsung dan menggambarkan kurva bebas melalui titik-titik ini. Jika seseorang konsisten dalam preferensinya, kurva itu akan monoton dan kira-kira merupakan kurva yang halus.

Dalam Tabel 8.8 kita sajikan fungsi kegunaan tiga orang yang diturunkan dari permintaan yang diajukan kepada mereka untuk menentukan ekuivalen uang Suatu kontrak yang menjanjikan perolehan $1.000 dengan peluang p dan kehilangan $1.000 dengan peluang (1-p). Data dalam tabel ini menggambarkan (dan dihubungkan) tertuang dalam Gambar 8.1. Baik dari Tabel 8.8 ataupun dari grafiknya, kita melihat bahwa X adalah pengambil risiko yang lebih senang berunding dan selalu menginginkan uang dengan pasti yang jumlahnya lebih besar dari nilai harapan kontrak. Orang Y adalah penghindar risiko yang selalu ingin menerima uang dengan pasti yang jumlahnya lebih kecil dari nilai harapan kontrak itu. Dalam hal orang Z, fungsi kegunaan uang itu linear, yang mencerminkan bahwa dia tidak membedakan antara kontrak dan nilai harapannya. Dia netral terhadap risiko. Penting untuk mengamati bahwa selagi pembuat keputusan yang netral terhadap risiko akan selalu mempunyai fungsi kegunaan untuk uang yang linear dan sama maka fungsi ekuivalen uang untuk pengambil risiko maupun penghindar risiko dapat berbeda dalam kelengkungannya dari satu pembuat keputusan dengan pembuat keputusan yang lain.

Tabel 8.8
Fungsi Kegunaan untuk Uang

Peluang untuk Memperoleh $1.000	Kontrak Referensi		
	X	Y	Z
1,0	$1.000	$1.000	$1.000
0,9	850	500	800
0,8	750	250	600
0,7	650	0	400
0,6	500	-200	200
0,5	350	-325	0
0,4	200	-450	-200
0,3	0	-600	-400
0,2	-250	-750	-600
0,1	-600	-875	-800
0,0	-1.000	1.000	-1.000



Gambar 8.1
Fungsi Kegunaan untuk Contoh dalam Tabel 8.8

Marilah kita kembali ke fungsi pendapatan dalam Tabel 8.7, kita perhatikan bahwa $EP_0\left(a_1\right)=450$ dan $EP_0\left(a_2\right)=EP_0\left(a_3\right)=500.$ Jika kriterium nilai uang harapan yang kita gunakan maka setiap pembuat keputusan akan tidak membedakan antara a_2 dan a_3, yang masing-masing lebih disenangi dari pada a_1. Tetapi, apabila kita memperhatikan reaksi pembuat keputusan terhadap risiko, yakni digunakan indeks kegunaan maka mungkin akan menghasilkan tindakan optimal yang berbeda bagi pembuat keputusan yang berbeda. Sekarang, misalkan X dan Y keduanya akan membuat keputusan mereka berdasarkan kegunaan harapan yang didefinisikan sebagai:

$$EU_0(a_i) = \sum_j u_{ij} f_0(\theta_j)$$

dengan U_{ij} adalah indeks kegunaan untuk tindakan ke i dan keadaan alam ke-*j*, dan $f_0(\theta_j)$ adalah peluang prior bahwa $\theta = \theta_j$. Pertama-tama pendapatan uang dalam Tabel 8.7 kita ubah menjadi pendapatan kegunaan dengan interpolasi dari grafik fungsi kegunaan masing-masing dalam Gambar 8.1. Hasilnya kita tuangkan dalam Tabel 8.9.

Tabel 8.9
Tabel Pendapatan Kegunaan bagi X dan Y

Tindakan	X				Y			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	0,60	0,66	0,46	0,19	0,92	0,92	0,82	0,52
a_2	0,80	0,92	0,10	0,50	0,95	0,98	0,30	0,80
a_3	1,00	1,00	0,00	0,30	1,00	1,00	0,00	0,70

Sekarang, dengan menggunakan kriterium keputusan Bayesian untuk pendapatan kegunaan, bagi X diperoleh:

$$EU_0(a_1) = \sum_j u_{ij} f_0(\theta_j)$$

$$= 0,66(0,3) + 0,66(0,4) + 0,46(0,2) + 0,19(0,10)$$

$$= 0,573$$

$$EU_0(a_2) = \sum_j u_{2j} f_0(\theta_j) = 0,678$$

$$EU_0(a_3{}^*) = \sum_j u_{3j} f_0(\theta_j) = 0,730$$

Bagi Y kita mempunyai:

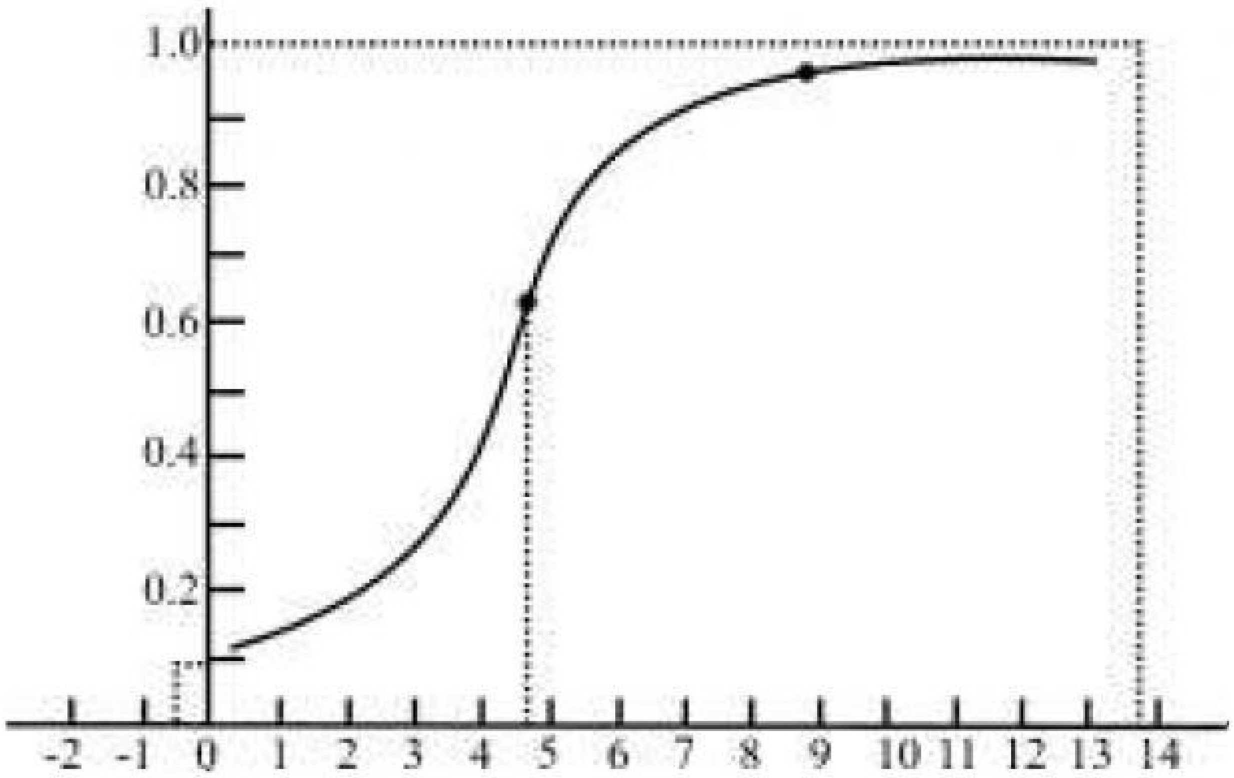
$$EU_0(a_1 *) = 0,860$$

$$EU_0(a_2) = 0,821$$

$$EU_0(a_3) = 0,770$$

Jadi, dalam bentuk indeks kegunaan, a_3 adalah tindakan yang optimal bagi X dan a_1 tindakan yang optimal bagi Y karena masing-masing tindakan itu mempunyai kegunaan harapan tertinggi bagi masing-masing pembuat keputusan.

Kita dapat memperoleh tambahan pengertian dalam sifat-sifat fungsi kegunaan dengan mempelajari grafik-grafiknya, seperti Gambar 8.2. dalam gambar ini kita melihat bahwa bentuk kurva bagi pengambil risiko menunjukkan kenaikan kegunaan marginal untuk uang. Ini berarti jika posisi keuangannya naik, dia menempatkan nilai yang lebih banyak pada tiap tambahan dolar yang diperoleh. Tetapi kurva bagi penghindar risiko Y menunjukkan sebaliknya, penurunan kegunaan marginal uang. Jika fungsi kegunaan seseorang itu linear dalam seluruh rentangnya, tampak seperti garis lurus diagonal dalam Gambar 8.2. Fungsi seperti itu, menunjukkan bahwa kegunaan proporsional dengan nilai uang. Dalam hal ini nilai harapan yang dihitung langsung dari pendapatan uang akan menunjukkan kegunaan harapan bagi tiap alternatif.



Gambar 8.2
Fungsi Kegunaan tipikal untuk uang

Tentu saja tidak satu pun dari 3 jenis fungsi kegunaan ini yang sangat realistis. Banyak literatur menganjurkan bahwa biasanya fungsi kegunaan seseorang atau suatu organisasi dapat mengikuti pola, seperti ditunjukkan oleh Gambar 8.2. Di sini, fungsi kegunaan mempunyai titik belok berkaitan dengan suatu posisi keuangan tertentu C_0, yang dinamakan tingkat aspirasi. Dengan posisi keuangan yang lebih rendah, pembuat keputusan akan mencari kesempatan untuk menaikkan penghasilannya dan mau menjadi pengambil risiko. Jika tersedia undian baginya dalam rentang ini dia akan mengambilnya meskipun dia harus membayar premi, tetapi dengan posisi keuangan sama atau lebih besar dari C_0, dia menjadi penghindar risiko dan akan sanggup mengorbankan sesuatu penghasilan untuk melepaskan obligasi (kewajiban) beberapa alternatif risiko.

Indeks kegunaan yang diberikan pada pendapatan atau hasil adalah sedemikian rupa sehingga urutan peringkat kegunaan harapan mencerminkan pilihan tindakan pembuat keputusan. Indeks kegunaan menarik dan mudah menanganinya, tetapi sangat sulit dan memerlukan waktu untuk membentuknya. Masalah lain yang dapat timbul bahwa seseorang sering tidak konsisten dalam menyatakan keinginannya untuk kombinasi tertentu dari risiko dan konsekuensinya (akibatnya) yang terkait. Jadi, senantiasa dapat dipertanyakan seberapa akuratnya fungsi kegunaan yang diperoleh yang menunjukkan keinginan pembuat keputusan sebenarnya. Mungkin saja, jawaban yang berbeda akan diperoleh pada waktu yang berbeda karena perubahan pandangan atau perasaan pembuat keputusan. Sama juga keadaannya bahwa fungsi kegunaan seseorang dapat berubah dari satu keadaan pengambilan keputusan dengan keadaan yang lain. Orang yang sama mungkin tidak mempunyai risiko yang sama terhadap risiko dalam pasar modal atau dalam bisnis yang lain. Jika kita mencoba menentukan fungsi kegunaan yang mencerminkan kebijakan organisasi, kesulitannya dapat bersusun dengan banyaknya tujuan organisasi. Jadi, indeks kegunaan harus selalu digunakan dengan sangat hati-hati.

Kita amati juga jika rentang pendapatan relatif kecil maka nilai uang harapan dapat digunakan langsung tanpa menyebabkan kesalahan yang serius. Tetapi timbul pertanyaan “seberapakah yang dinamakan kecil itu?” Jawabannya tentu saja sesuatu yang subjektif. Rentang \$1.000 mungkin sudah cukup besar untuk saya, tetapi tentu saja tidak demikian bagi konglomerat.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Lihat soal latihan pada Kegiatan Belajar 1, nomor 1, hitunglah nilai harapan informasi sempurna. Lakukan juga analisis sensitivitas!
2) Lihat soal latihan pada Kegiatan Belajar 1, nomor 2, hitunglah nilai harapan informasi sempurna. Lakukan juga analisis sensitivitas!
3) Bayangkan kemungkinan Anda akan menang atau kalah sejumlah uang sampai dengan \$1.000 Dengan menggunakan teknik yang telah Anda pelajari tentukan beberapa titik yang berbeda pada fungsi kegunaan Anda dan sket fungsi itu sebagai suatu kurva meliputi interval dari – 1.000 sampai dengan 1.000.
4) Untuk setiap bilangan real k_1 dan k_2 dan untuk setiap peluang $p(0 \le p \le 1)$, kita tulis $(k_1, p; k_2, 1-p)$ untuk menunjukkan lotere yang menghasilkan hadiah k_1 dolar dengan peluang p dan hadiah k_2 dolar dengan peluang (1-p). Tanpa mengingat fungsi kegunaan Anda yang telah Anda sket (gambar) dalam soal nomor 3 di atas, putuskan lotere yang mana yang Anda lebih senangi dalam tiap pasang berikut.
   a. $(250, \frac{1}{4}; 0, \frac{3}{4})$ atau $(40, \frac{1}{2}; 70, \frac{1}{2})$
   b. $(400, \frac{1}{2}; -100, \frac{1}{2})$ atau $(150, \frac{2}{3}; 0, \frac{1}{3})$
   c. $(1000, \frac{1}{2}; -1000, \frac{1}{2})$ atau $50, \frac{1}{2}; -50, \frac{1}{2})$

   Sekarang carilah lotere yang mana yang akan Anda lebih senangi dalam soal a), b), dan c) itu seperti yang ditentukan oleh fungsi kegunaan yang Anda sket dalam soal nomor 3 di atas. Jika preferensi ini tidak sesuai dengan keputusan Anda yang baru saja Anda buat, ubahlah (sesuaikanlah) sket Anda.

RANGKUMAN

Kita pelajari nilai harapan informasi sempurna $(EVPI_0)$ sebagai selisih, yaitu $EVPI_0 = EPPI_0 - EP_0\left(a_i^*\right)$ dengan $EPPI_0$ adalah pendapatan harapan yang dihitung dengan anggapan bahwa pembuat keputusan mempunyai alat prediktor sempurna dan $EP_0\left(a_i^*\right)$ adalah pendapatan harapan tindakan optimal.

Nilai harapan informasi sempurna ini sama dengan kesempatan rugi harapan tindakan optimal, yaitu $EVPI_0 = EL_0\left(a_i^*\right)$.

Kita pelajari juga analisis sensitivitas yang merupakan uji seberapa sensitif (peka) pemilihan tindakan optimal terhadap penentuan peluang prior variabel keadaan alam.

Dalam pengambilan keputusan sering kali nilai uang diubah menjadi indeks kegunaan. Hal ini penting karena nilai uang yang sama belum tentu mempunyai arti (kegunaan) yang sama bagi dua individu yang berbeda. Kita pelajari bagaimana mengubah nilai uang menjadi indeks kegunaan, yang harus memenuhi dua aksioma.

Berdasarkan fungsi kegunaan dibedakan 3 sifat pengambil keputusan, yaitu pengambil risiko, penghindar risiko, dan netral terhadap risiko. Selanjutnya, pengambilan keputusan didasarkan atas nilai harapan indeks kegunaan.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

I. Misalkan, fungsi kegunaan untuk individual operator minyak yang kita bicarakan di Kegiatan Belajar 1 direpresentasikan dengan Gambar 8.2. Maka, indeks kegunaan untuk pendapatan dalam Tabel 8.6 adalah ....

1) A.

	θ_1
a_1	0,070
a_2	0,140
a_3	0,140
a_4	0,150

B.

	θ_1
a_1	0,000
a_2	0,080
a_3	0,120
a_4	0,120

C.

	θ_2
a_1	0,000
a_2	0,090
a_3	0,130
a_4	0,140

D.

	θ_2
a_1	0,070
a_2	0,120
a_3	0,140
a_4	0,160

2) A.

	θ_2
a_1	0,080
a_2	0,090
a_3	0,120
a_4	0,140

B.

	θ_2
a_1	0,090
a_2	0,120
a_3	0,130
a_4	0,140

C.

	θ_3
a_1	0,090
a_2	0,125
a_3	0,145
a_4	0,135

D.

	θ_3
a_1	0,130
a_2	0,121
a_3	0,135
a_4	0,121

3) A.

	θ_3
a_1	0,000
a_2	0,010
a_3	0,090
a_4	0,125

B.

	θ_3
a_1	0,075
a_2	0,115
a_3	0,120
a_4	0,130

C.

	θ_4
a_1	0,330
a_2	0,185
a_3	0,145
a_4	0,180

D.

	θ_4
a_1	0,200
a_2	0,145
a_3	0,125
a_4	0,160

4) A.

	θ_4
a_1	0,060
a_2	0,120
a_3	0,135
a_4	0,155

B.

	θ_4
a_1	0,095
a_2	0,115
a_3	0,165
a_4	0,150

C.

	θ_5
a_1	0,890
a_2	0,320
a_3	0,165
a_4	0,275

D.

	θ_5
a_1	0,760
a_2	0,520
a_3	0,225
a_4	0,135

5) A.

	θ_5
a_1	0,600
a_2	0,555
a_3	0,275
a_4	0,165

B.

	θ_5
a_1	0,925
a_2	0,875
a_3	0,560
a_4	0,930

C.

	θ_6
a_1	0,885
a_2	0,745
a_3	0,660
a_4	0,550

D.

	θ_6
a_1	1,000
a_2	0,925
a_3	0,231
a_4	0,890

6) Berdasarkan kegunaan harapan terbesar $EU_0(a_i^*)$ maka tindakan yang optimal adalah
A. a_1
B. a_2
C. a_3
D. a_4

7) $EU_0(a_i^*)$ sama dengan ....
   A. 0,17235
   B. 0,19725
   C. 0,21005
   D. 0,21995

II. Lihat kembali masalah pengambilan keputusan Tes Formatif 1 no. 1.

8) Ubahlah matriks pendapatan menjadi matriks kegunaan dengan menggunakan U(M) untuk Y dalam Gambar 8.1. Kita peroleh ....

A.

	θ_1
a_1	0,65
a_2	0,75
a_3	0,55
a_4	0,95

B.

	θ_1
a_1	0,75
a_2	0,78
a_3	0,54
a_4	0,99

C.

	θ_2
a_1	0,55
a_2	0,65
a_3	0,75
a_4	0,85

D.

	θ_2
a_1	0,48
a_2	0,72
a_3	0,84
a_4	0,97

9) Lihat kembali soal sola nomor 8 di atas. Maka ....

A.

	θ_3
a_1	0,63
a_2	0,86
a_3	0,72
a_4	0,94

	θ_3
a_1	0,96
a_2	0,70
a_3	0,96
a_4	0,62

B.

	θ_4
a_1	0,330
a_2	0,185
a_3	0,145
a_4	0,180

C.

	θ_4
a_1	0,210
a_2	0,335
a_3	0,125
a_4	0,165

D.

10) Jika dianggap $f_0(\theta_1) = 0,1$; $f_0(\theta_2) = 0,2$; dan $f_0(\theta_3) = 0,3$ maka $EU_0(a_1)$ dan $EU_0(a_2)$ sama dengan ....
   A. $EU_0(a_1) = 0,841$
   B. $EU_0(a_1) = 0,734$
   C. $EU_0(a_2) = 0,626$
   D. $EU_0(a_2) = 0,699$

11) Pandang kembali soal 10) di atas. Maka ....

A. $EU_0(a_3) = 0,624$

B. $EU_0(a_3) = 0,573$

C. $EU_0(a_4) = 0,721$

D. $EU_0(a_4) = 0,812$

12) Maka, tindakan yang optimal adalah ....

A. a_1

B. a_2

C. a_3

D. a_4

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1	*Tes Formatif 2*
I.	I.
1) D	1) B
2) B	2) D
3) D	3) C
4) B	4) C
5) B	5) D
6) B	6) D
7) C	7) A
II.	II.
8) A	8) B
9) C	9) B
10) A	10) A
11) D	11) C
12) C	12) C
13) A	

Daftar Pustaka

Chao, L.L. (1981). *Statistics for Management*. Belmont, California: Wadsworth Asian Student Edition, Inc.

DeGroot, M.H. (1970). *Optimal Statistical Decisions*. USA: McGraw-Hill Book Company.

Pfeffenberger, R.C. and J.H. Peterson (1977). *Statistical Methods for Business and Economics*. Illinois: Richard D. Irwin.