Лабораторная работа

Образец выполнения работы

Задание.

І. Определить, какое равенство точнее.

$$\frac{9}{11}$$
 = 0,818 или $\sqrt{18}$ = 4,24.

II. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле; б) в широком смысле.

Определить абсолютную погрешность результата.

a)
$$72,353(\pm 0,026)$$
; b) $2,3544$; $\delta = 0,2\%$.

III. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.

Решение. I. Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков: $a_1 = 0.81818...$, $a_2 = \sqrt{18} = 4.2426...$. Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком

$$\alpha_{a_1} = |0.81818 - 0.818| \le 0.00019,$$

$$\alpha_{a_2} = |4.2426 - 4.24| \le 0.0027.$$

Предельные относительные погрешности составляют

$$\delta_{a_1} = \frac{\alpha_{a_1}}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%;$$

$$\delta_{a_2} = \frac{\alpha_{a_2}}{a_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как $\delta_{a_1} < \delta_{a_2}$, то равенство $\frac{9}{11} = 0.818$ является более точным чем равенство $\sqrt{18} = 4.24$.

II. **a)** Пусть 72,353(± 0 ,026) = a. Согласно условию, погрешность $\alpha_a = 0,026 < 0,05$. Это означает, что в числе 72,353 верными в узком смысле являются цифры 7, 2, 3. По правилам округления найдем приближенные значение числа, сохранив десятые доли

$$a_1 = 72.4$$
; $\alpha_{a_1} = \alpha_a + \Delta_{\text{okp}} = 0.026 + 0.047$,

где
$$\Delta_{\text{окр}} = 0.5 - 0.026 < 0.5 - 0.03 = 0.047$$
.

Полученная погрешность больше 0,05. Значит, нужно уменьшить число цифр в приближенном числе до двух

$$a_2 = 72$$
; $\alpha_{a_2} = \alpha_a + \Delta_{\text{okp}} = 0.026 + 0.353 = 0.379$.

Так как $\alpha_{a_2} < 0.5$, то обе оставшиеся цифры верны в узком смысле.

б) Пусть $a=2,3544;\ \delta_a=0,2\%.$ Тогда

$$\alpha_a = a \cdot \delta_a = 2,3544 \cdot 0,2\% = 2,3544 \cdot 0,002 = 0,0047088 \approx 0,00471.$$

В данном числе верными в широком смысле являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти три цифры

$$a_1 = 2,35; \ \alpha_{a_1} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01.$$

Значит, и в округленном числе 2,35 все цифры верны в узком смысле.

III. а) Так как все четыре число a=0.4357 верны в узком смысле, то абсолютная погрешность $\alpha_a=0.00005$, а относительная погрешность

$$\delta_a = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 10^3} = 0,000125 = 0,0125\%.$$

б) Так как все пять цифр числа a=12,384 верны в широком смысле, то

$$\alpha_a = 0.001$$
; $\delta_a = \frac{1}{1 \cdot 10^4} = 0.0001 = 0.01\%$.

Варианты индивидуальных заданий

1) Определить, какое равенство точнее.

- 2) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле; б) в широком смысле. Определить абсолютную погрешность результата.
- 3) Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.
- **1.** 1) $\sqrt{44} = 6.63$; 19/41 = 0.463. 2) a) $22.553(\pm 0.016)$;

б) 2.8546; $\delta = 0.3\%$.

3) a) 0.2387; б) 42.884.

2. 1) 7/15 = 0.467; $\sqrt{30} = 5.48$. 2) a) 17.2834; $\delta = 0.3\%$.

6) $6.4257(\pm 0.0024)$;

3) a) 3.751; б) 0.537.

3. 1) $\sqrt{10.5} = 3.24$; 4/17 = 0.235. 2) a) 34.834; $\delta = 0.1\%$.

б) 0.5748(+0.0034);

3) a) 11.445; б) 2.043.

4. 1) 15/7 = 2.14; $\sqrt{10} = 3.16$. 2) a) $2.3485(\pm 0.0042)$;

б) 0.34484; $\delta = 0.4\%$.

3) a) 2.3445; б) 0.745.

5. 1) 6/7 = 0.857; $\sqrt{4.8} = 2.19$; 2) a) $5.435(\pm 0.0028)$;

б) 10.8441; $\delta = 0.5\%$.

3) a) 8.345; б) 0.288.

6. 1)12/11 = 1.091; $\sqrt{6.8}$ = 2.61; 2) a) 8.24163; δ = 0.2%.

б) $0.12356(\pm 0.000368)$;

3) a) 12.45; б) 30.4453.

7. 1)2/21 = 0.095;
$$\sqrt{22}$$
 = 4.69; 2) a) 2.4543(±0.0032);

б) 24.5643;
$$\delta = 0.1\%$$
.

3) a) 0.374; б) 4.348.

8. 1)23/15 = 1.53;
$$\sqrt{9.8}$$
 = 3.13; 2) a) 23.574; δ = 0.2%.

6)
$$8.3445(\pm 0.0022)$$
;

3) a) 20.43; б) 0.576.

9. 1)6/11 = 0.545;
$$\sqrt{83}$$
 = 9.11; 2) a) 21.68563; δ = 0.3%.

6)
$$3.7834(\pm 0.0041)$$
;

3) a) 41.72; б) 0.678.

10.1)17/19 = 0.895;
$$\sqrt{52}$$
 = 7.21; 2) a) 13.537(\pm 0.0026);

б) 7.521; $\delta = 0.12\%$.

3) a) 5.634; б) 0.0748.

11.1)21/29 = 0.723;
$$\sqrt{44}$$
 = 6.63; 2) a) 0.3567; δ = 0.042%.

6) $13.6253(\pm 0.0021)$;

3) a) 18.357; б) 2.16.

12.1)50/19 = 2.63;
$$\sqrt{27}$$
 = 5.19; 2) a) 1.784(\pm 0.0063);

б) 0.85637; $\delta = 0.21\%$.

3) a) 0.5746; б) 236.58.

13.1)13/17 = 0.764;
$$\sqrt{31}$$
 = 5.56; 2) a) 3.6878(\pm 0.0013);

б) 15.873; $\delta = 0.42\%$.

3) a) 14.862; б) 8.73.

14.1)7/22 = 0.318;
$$\sqrt{13}$$
 = 3.60; 2) a) 27.1548(\pm 0.0016);

б) 0.3945;
$$\delta = 0.16\%$$
.

3) a) 0.3648; б) 21.7.

15.1)17/11 = 1.545;
$$\sqrt{18}$$
 = 4.24; 2) a) 0.8647(\pm 0.0013);

б) 24.3618;
$$\delta = 0.22\%$$
.

3) a) 2.4516; б) 0.863.

16.1)5/3 = 1.667;
$$\sqrt{38}$$
 = 6.16; 2) a) 3.7542; δ = 0.32%.

б)
$$0.98351(\pm 0.00042)$$
; 3) a) 62.74 ; б) 0.389 .

17.1)49/13 = 3.77;
$$\sqrt{14}$$
 = 3.74; 2) a) 83.736; δ = 0.085%.

6)
$$5.6483(\pm0.0017)$$
;

3) a) 5.6432; б) 0.00858.

18.1)13/7 = 1.857;
$$\sqrt{7}$$
 = 2.64; 2) a) 2.8867; δ = 0.43%.

б)
$$32.7486(\pm0.0012)$$
;

3) a) 0.0384; б) 63.745.

19.1)19/12 = 1.58;
$$\sqrt{12}$$
 = 3.46;

2) a) $4.88445(\pm 0.00052)$;

б)
$$0.096835$$
; $\delta = 0.32\%$.

3) a) 12.688; б) 4.636.

20.1)51/11 = 4.64;
$$\sqrt{35}$$
 = 5.91; 2) a) 38.4258(\pm 0.0014);

б) 0.66385;
$$\delta = 0.34\%$$
.

3) a) 6.743; б) 0.543.

21.1)18/7 = 2.57;
$$\sqrt{22}$$
 = 4.69; 2) a) 0.39642(±0.00022);

6) 46.453; $\delta = 0.15\%$.

3) a) 15.644; б) 6.125.

22. 1)19/9 = 2.11; $\sqrt{17}$ = 4.12; 2) a) 5.8425; δ = 0.23%.

6) $0.66385(\pm 0.00042)$;

3) a) 0.3825; б) 24.6.

23.1)16/7 = 2.28; $\sqrt{11}$ = 3.32; 2) a) 24.3872; δ = 0.34%.

6) $0.75244(\pm 0.00013)$;

3) a) 16.383; б) 5.734.

24.1)20/13 = 1.54; $\sqrt{63}$ = 7.94; 2) a) 2.3684(\pm 0.0017);

б) 45.7832; $\delta = 0.18\%$.

3) a) 0.573; б) 3.6761.

25.1)12/7 = 1.71; $\sqrt{47}$ = 6.86; 2) a) 72.354; δ = 0.24%.

6) $0.38725(\pm 0.00112)$;

3) a) 18.275; б) 0.00644.

26. 1)6/7 = 0.857; $\sqrt{41}$ = 6.40; 2) a) 0.36127(±0.00034);

б) 46.7843; $\delta = 0.32\%$.

3) a) 3.425; б) 7.38.

27.1)23/9 = 2.56; $\sqrt{87}$ = 9.33; 2) a) 23.7564; δ = 0.44%.

6) $4.57633(\pm0.00042)$;

3) a) 3.75; б) 6.8343.

28. 1)27/31 = 0.872; $\sqrt{42}$ = 6.48; 2) a) 15.8372(\pm 0.0026);

б) 0.088748; $\delta = 0.56\%$.

3) a) 3.643; б) 72.385.

29.1)7/3 = 2.33; $\sqrt{58}$ = 7.61; 2) a) 3.87683; δ = 0.33%.

б) $13.5726(\pm 0.0072)$; 3) a) 26.3; б) 4.8556.

30.1)14/17 = 0.823; $\sqrt{53}$ = 7.28; 2) a) 0.66835(\pm 0.00115);

б) 23.3748; $\delta = 0.27\%$.

3) a) 43.813; б) 0.645.