

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Образец выполнения работы

1. Вычислить и определить погрешности результата вычисления функции, которая задана по формуле

$$X = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}},$$

где $m = 28,3 (\pm 0,02)$, $n = 7,45 (\pm 0,01)$, $k = 0,678 (\pm 0,003)$.

Решение. Так как

$$m^2 = 28,3^2 = 800,89 \approx 800,9, n^3 = 7,45^3 = 413,5, \sqrt{k} = \sqrt{0,678} = 0,8234,$$

То подставляя эти значения в формулу, будем иметь

$$X = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}} = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402200 = 4,2 \cdot 10^5.$$

Далее, имеем

$$\delta_m = \frac{0,02}{28,3} = 0,00071; \quad \delta_n = \frac{0,01}{7,45} = 0,00135; \quad \delta_k = \frac{0,003}{0,678} = 0,00443.$$

Отсюда

$$\delta_X = 2\delta_m + 3\delta_n + 0,5\delta_k = 0,00142 + 0,00405 + 0,00222 = 0,00769,$$

или $\delta_X = 0,77\%$.

$$\alpha_X = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3.$$

Ответ: $X = 4,2 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3)$; $\delta_X = 0,77\%$.

2. Вычислить и определить погрешности результата вычисления функции, которая задана по формуле

$$N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2},$$

где $n = 3,0567 (\pm 0,0001)$, $m = 5,72 (\pm 0,02)$.

Решение. Находим

$$n - 1 = 3,0567 (\pm 0,0001) - 1 = 2,0567 (\pm 0,0001);$$

$$m + n = 5,72 (\pm 0,02) + 3,0567 (\pm 0,0001) = 8,777 (\pm 0,0204);$$

$$m - n = 5,72 (\pm 0,02) - 3,0567 (\pm 0,0001) = 2,663 (\pm 0,0204).$$

Тогда

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{76092} = 26545 \approx 2,55.$$

$$\delta_N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0204}{8,777} + 2 \frac{0,0204}{2,663} = 0,0177 = 1,77\%.$$

$$\alpha_N = 2,55 \cdot 0,0177 = 0,046.$$

Ответ: $N \approx 2,55(\pm 0,046)$; $\delta_N = 1,77\%$.

3. Вычислить функцию, пользуясь правилами подсчета цифр

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right), \quad (h = 11,8; R = 23,67).$$

Решение. Имеем

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = 3,14 \cdot 11,8^2 \left(23,67 - \frac{11,8}{3} \right) = 8630 \approx 8,63 \cdot 10^3.$$

Ответ: $V \approx 8,63 \cdot 10^3$.

Варианты индивидуальных заданий

1. Вычислить и определить погрешности результата вычисления функции.

2. Вычислить и определить погрешности результата вычисления функции.

3. Вычислить функцию, пользуясь правилами подсчета цифр.

№1-3. 1) $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$

	№1	№2	№3
a	3,85(±0,01)	4,16(±0,005)	7,27(±0,01)
b	2,0435(±0,0004)	12,163(±0,002)	5,205(±0,002)
c	9,226(±0,1)	55,18(±0,01)	87,32(±0,03)

№1-3. 2) $X = \left(\frac{(a+b)c}{m-n} \right)$

	№1	№2	№3
--	-----------	-----------	-----------

a	4,3(±0,05)	5,2(±0,04)	2,13(±0,01)
b	17,21(±0,02)	15,32(±0,01)	22,16(±0,03)
c	8,2(±0,05)	7,5(±0,05)	6,3(±0,04)
m	12,417(±0,003)	21,823(±0,002)	16,825(±0,004)
n	8,37(±0,005)	7,56(±0,003)	8,13(±0,002)

№1-3. 3) $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)^2}$

	№1	№2	№3
a	1,141	2,234	5,813
b	3,156	4,518	1,315
h	1,14	4,48	2,56

№4-6. 1) $X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}$

	№4	№5	№6
a	228,6(±0,06)	315,6(±0,05)	186,7(±0,04)
b	86,4(±0,02)	72,5(±0,03)	66,6(±0,02)
c	68,7(±0,05)	53,8(±0,04)	72,3(±0,03)

№4-6. 2) $X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$

	№4	№5	№6
a	13,5(±0,02)	18,5(±0,03)	11,8(±0,02)
b	3,7(±0,02)	5,6(±0,02)	7,4(±0,03)
m	4,22(±0,004)	3,42(±0,003)	5,82(±0,005)
c	34,5(±0,02)	26,3(±0,01)	26,7(±0,03)
d	23,725(±0,005)	14,782(±0,006)	11,234(±0,004)

№4-6. 3) $M = \frac{(a+b)h^3}{4} + \frac{(a+b)h}{12}$

	№4	№5	№6
--	-----------	-----------	-----------

a	8,53	6,44	9,05
b	6,271	5,323	3,244
h	12,48	15,44	20,18

№7-9. 1) $X = \frac{\sqrt{ab}}{c}$

	№7	№8	№9
a	3,845(±0,004)	4,632(±0,003)	7,312(±0,004)
b	16,2(±0,05)	23,3(±0,04)	18,4(±0,03)
c	10,8(±0,1)	11,3(±0,06)	20,2(±0,08)

№7-9. 2) $X = \frac{(a+b)m}{(c-d)^2}$

	№7	№8	№
a	2,754(±0,001)	3,236(±0,002)	4,523(±0,003)
b	11,7(±0,04)	15,8(±0,03)	10,8(±0,02)
m	0,56(±0,005)	0,64(±0,004)	0,85(±0,003)
c	10,536(±0,002)	12,415(±0,003)	9,318(±0,002)
d	6,32(±0,008)	7,18(±0,006)	4,17(±0,004)

№7-9. 3) $M = \frac{(a+b)^2}{2h} + \frac{(a^2+b^2)h}{5}$

	№7	№8	№9
a	0,562	0,834	0,445
b	0,2518	0,3523	0,4834
h	0,68	0,74	0,87

№10-12. 1) $X = \frac{a^2b}{c}$

	№10	№11	№12
a	3,456(±0,002)	1,245(±0,001)	0,327(±0,005)
b	0,642(±0,0005)	0,121(±0,0002)	3,147(±0,0001)

c	7,12(±0,004)	2,34(±0,003)	1,78(±0,001)
---	--------------	--------------	--------------

№10-12. 2) $X = \frac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$

	№10	№11	№12
a	23,16(±0,02)	17,41(±0,01)	32,37(±0,03)
b	8,23(±0,005)	1,27(±0,002)	2,35(±0,001)
c	145,5(±0,08)	342,3(±0,04)	128,7(±0,02)
d	28,6(±0,1)	11,17(±0,1)	27,3(±0,04)
m	0,28(±0,006)	0,71(±0,003)	0,93(±0,001)

№10-12. 3) $V = \frac{h}{3} \cdot S \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right)$

	№10	№11	№12
a	8,51	5,71	7,28
b	23,42	32,17	11,71
S	45,8	51,7	21,8
h	3,81	2,42	5,31

№13-15. 1) $X = \frac{ab^3}{c}$

	№13	№14	№15
a	0,643(±0,0005)	0,142(±0,0003)	0,258(±0,0002)
b	2,17(±0,002)	1,71(±0,002)	3,45(±0,001)
c	5,843(±0,001)	3,727(±0,001)	7,221(±0,003)

№13-15. 2) $X = \frac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$

	№13	№14	№15
a	27,16(±0,006)	15,71(±0,005)	12,31(±0,004)
b	5,03(±0,01)	3,28(±0,02)	1,73(±0,03)
c	3,6(±0,02)	7,2(±0,01)	3,7(±0,02)

m	12,375(±0,004)	13,752(±0,001)	17,428(±0,003)
n	86,2(±0,05)	33,7(±0,03)	41,7(±0,01)

№13-15. 3) $V = \frac{h^2}{18} \cdot \frac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)^2}$

	№13	№14	№15
h	21,1	17,8	32,5
a	22,08	32,47	27,51
b	31,11	11,42	21,78

№16-18. 1) $X = \frac{ab}{c^3}$

	№16	№17	№18
a	0,3575(±0,0002)	0,1756(±0,0001)	0,2731(±0,0003)
b	2,63(±0,01)	3,71(±0,03)	5,12(±0,02)
c	0,854(±0,0005)	0,285(±0,0002)	0,374(±0,0001)

№16-18. 2) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$

	№16	№17	№18
a	16,342(±0,001)	12,751(±0,001)	31,456(±0,002)
b	2,5(±0,03)	3,7(±0,02)	7,3(±0,01)
c	38,17(±0,002)	23,76(±0,003)	33,28(±0,003)
d	9,14(±0,005)	8,12(±0,004)	6,71(±0,001)
m	3,6(±0,04)	1,7(±0,01)	5,8(±0,02)

№16-18. 3) $V = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$

	№16	№17	№18
a	2,456	7,751	5,441
h	1,76	3,35	6,17

№19-21. 1) $V = \frac{\pi^3}{4} D d^2$

	№19	№20	№21
π	3,14	3,14	3,14
D	54(±0,5)	72(±0,3)	31(±0,01)
d	8,235(±0,001)	3,274(±0,002)	7,345(±0,001)

№19-21. 2) $S = \frac{1}{64} \sqrt{D^2 - d^2}$

	№19	№20	№21
D	36,5(±0,1)	41,4(±0,2)	52,6(±0,01)
d	26,35(±0,005)	31,75(±0,003)	48,39(±0,001)
π	3,14	3,14	3,14

№19-21. 3) $V = a^2 \left(1 + \frac{2b}{a} + \frac{c^2}{a^2} \right)$

	№19	№20	№21
a	2,435	7,834	4,539
b	0,15	0,21	0,34
c	1,27	3,71	5,93

№22-24. 1) $X = \frac{m^2 n}{c^3}$

	№22	№23	№24
m	1,6531(±0,0003)	2,348(±0,002)	3,804(±0,003)
n	3,78(±0,002)	4,37(±0,004)	4,05(±0,003)
c	0,158(±0,0005)	0,235(±0,0003)	0,318(±0,0002)

№22-24. 2) $X = \frac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$

	№22	№23	№24
a	9,542(±0,001)	8,357(±0,003)	4,218(±0,001)
b	3,128(±0,002)	2,48(±0,004)	1,57(±0,006)

m	2,8(±0,001)	3,17(±0,0004)	2,32(±0,02)
c	0,172(±0,001)	2,4(±0,02)	2,418(±0,004)
d	5,4(±0,02)	2,4(±0,02)	1,8(±0,01)

№22-24. 3) $V = \frac{1}{15} \pi h (2D^2 + Dd + 0,75d^2)$

	№22	№23	№24
h	84,2	76	45
D	28,3	17,2	48,3
d	42,08	9,344	32,14

№25-27. 1) $X = \sqrt{\frac{cd}{b}}$

	№25	№26	№27
c	0,7568(±0,0002)	0,8345(±0,0004)	0,6384(±0,0002)
d	21,17(±0,02)	13,8(±0,03)	32,7(±0,04)
b	2,65(±0,01)	1,84(±0,006)	4,88(±0,03)

№25-27. 2) $X = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$

	№25	№26	№27
a	10,82(±0,03)	9,37(±0,004)	11,45(±0,01)
b	2,786(±0,0006)	3,08(±0,0003)	4,431(±0,002)
m	0,28(±0,006)	0,46(±0,002)	0,75(±0,003)
n	14,7(±0,06)	15,2(±0,04)	16,7(±0,05)

№25-27. 3) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$

	№25	№26	№27
a	46,3	10,5	2,48
b	29,72	34,18	5,344
c	37,654	27,327	6,0218

№28-30. 1) $X = \frac{ab^2}{48c}$

	№28	№29	№30
a	54,8(±0,02)	38,5(±0,01)	17,3(±0,03)
b	2,45(±0,01)	3,35(±0,02)	5,73(±0,01)
c	0,863(±0,004)	0,734(±0,001)	0,965(±0,004)

№28-30. 2) $X = \frac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$

	№28	№29	№30
n	2,0435(±0,0001)	1,1753(±0,0002)	4,5681(±0,01)
x	4,2(±0,05)	5,8(±0,01)	6,3(±0,02)
y	0,82(±0,01)	0,65(±0,02)	0,42(±0,03)

№28-30. 3) $S = \frac{ab-cd}{b^2} - \frac{c(bd-ac)}{b^2(b+c)}$

	№28	№29	№30
a	5,27,3	7,31	3,28
b	61,21	81,26	52,34
c	0,0562	0,0761	0,0545
d	158,35	234,36	341,17

Вопросы для самопроверки

1. Для чего предназначена оценка степени точности получаемого решения?
2. Что такое величина погрешности?
3. Назовите источников возникновения погрешностей.
4. Как возникает погрешность математической модели?
5. Как возникает погрешность численного метода?
6. Как возникает вычислительная погрешность?
7. От чего зависит вычислительная погрешность?

8. Изложите технологию округления чисел.
9. Что такое округлить число с соответствующим количеством знаков?
10. Что такое приближенное число?
11. Что такое ошибка или погрешностью Δa приближенного числа a ?
12. Что такое абсолютная погрешность?
13. Что такое предельная ошибка абсолютной погрешности?
14. Что такое относительная погрешность?
15. Что такое предельная относительная погрешность?
16. Что такое значащая цифра?
17. Что такое верной цифрой числа?
18. Как понимать верные цифры в узком смысле?
19. Как понимать верные цифры в широком смысле?
20. С помощью какой формулы вычисляется значение \sqrt{x} ?
21. С помощью какой формулы вычисляется значение $\sqrt[3]{x}$?