南京邮电大学 2013-2014 学年研究生最优化方法试题

学号____________ 姓名______________ 班级________________

一、（3 分×8）

（1） 线性规划
$$\begin{aligned} &\min\ 3x_1 - x_2 \\ &s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le -2 \\ &\qquad 3x_1 - 5x_2 = -1 \\ &\qquad x_1 \ge 0, \end{aligned}$$
的对偶规划为 ，给定一个点，让我们求其有效集，给定可行方向$(a,-1)^T$,求 a 的取值范围。

（2）在二维空间中，集合$\{(x,y) \mid x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$的极点构成的集合为______________________。

（3）已知 f(x)=$x^2 - 3x + 1$ 用黄金分割法求解某个函数在区间[0,4]上的极小点，则迭代一次后的区间为________________________________。

(4)函数$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + ax_1x_2 - 2x_1 - x_2 + 6$为严格凸函数，则常数$a$的取值范围____________。

（5）求函数 $f(x_1,x_2) = x_1^2 + 2x_2^2$ 的极小点，取 $x^{(0)} = (0,1)^T$，用最速下降法一步得到的下降方向为___________。

（6）用外罚函数法求解 f(x)
$$\begin{aligned} &\min\ x_1^2 + x_2^2 \\ &s.t.\ 1 - x_1 \le 0 \\ &\qquad x_2 \ge 0 \end{aligned}$$
，其增广目标函数为________________________

二、（10 分）证明对于无约束最优化问题 min f(x),采用最速下降法求最优点，两个相邻的方向是正交的。

三、（10 分））设 z^*, s^* 分别是两个线性规划问题（I）
$$\begin{aligned} &\max\ z_1 = c^T x \\ &s.t.\ Ax \le b \\ &\qquad x \ge 0 \end{aligned}$$
与（II）
$$\begin{aligned} &\max\ z_2 = c^T x \\ &s.t.\ Ax \le b + k \\ &\qquad x \ge 0 \end{aligned}$$
的最优值，y_1^* 是（I）的对偶问题的最优解。求证：$s^* \le z^* + y_1^{*T} k$。

四、（18 分）（1）用单纯形方法求解下面的线性规划 $\begin{aligned} &\min -2x_1 - x_2 \\ &s.t.\ 3x_1 + 5x_2 \le 15 \\ &\quad 6x_1 + 2x_2 \le 24 \\ &\quad x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{aligned}$。

（2）若在上面的线性规划中要求变量为整数，在相应的整数规划中，用分枝定界法，对变量x_2写出对应的分支方程。

五、（12 分）用 DFP 算法求解$x^{(0)} = (0,0)^T$，$H_0 = I_2$

$$\min f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_1$$

其中$H_{k+1} = H_k - \frac{H_k y_k y_k^T H_k}{y_k^T H_k y_k} + \frac{s_k s_k^T}{y_k^T s_k}$

六、（10 分）用内罚函数（倒罚函数法）求解 $\min \frac{1}{2}x$

$$\mathrm{s.t.}\, 3 - \mathrm{x} \le 0$$

七、（10 分）检验（2,1）^{T}是否为 K-T 点

$$\begin{aligned} &\min (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ &\mathrm{s.t.}\, x_1^2 + x_2^2 \le 5 \\ &\quad x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ &\quad x_1 \ge 0 \\ &\quad x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

八、（8 分）设 A 为 n 阶对称正定矩阵，非零向量 p1,p2，…Pn 为关于 A 的共轭向量

证明　$A^{-1} = \sum_{k=1}^{n} \frac{p_k p_k^T}{p_k^T A p_k}$