

Задания для группы 34

Проверить верность утверждения:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ если } u = x\varphi(x+y) + y\psi(x+y), \text{ где } \varphi \text{ и } \psi —$$

произвольные дифференцируемые функции;

Найти решение задачи Коши:

а) $u''_{xx} - u''_{xy} - 12u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \quad y > 0; \quad u|_{y=0} = e^x + 2, \quad u'_y|_{y=0} = \sin 2x.$

б) $u''_{xx} - u''_{yy} + 4u'_x + 4u'_y = 0, \quad |y| < \infty, \quad x > 0; \quad u|_{x=0} = 2 - y^2, \quad u'_x|_{x=0} = y.$

Решить задачи Коши, используя формулу Д'Аламбера:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + x \sin t, \quad t > 0, \quad |x| < \infty; \quad u|_{t=0} = 3e^{-x}, \quad u'_t|_{t=0} = x^2.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + xe^{-t}, \quad |x| < \infty, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \cos^2 x, \quad u'_t(x, 0) = 1.$