LES CONDENSATEURS

Un condensateur est un assemblage de deux conducteurs capable d'emmagasiner des charges électriques. Des charges positives sont condensées sur un conducteur et des charges négatives sur l'autre. Les deux charges en quantités égales.

Un exemple de condensateur, est celui de deux conducteurs plans parallèles.

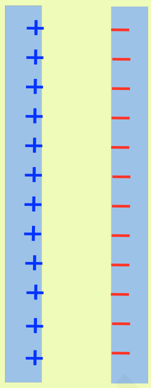
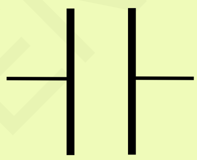


Figure 1. Deux conducteurs plans formant un condensateur.

Le symbole électrique du condensateur est celui-ci :



C

Figure 2. Symbole électrique du condensateur.

1- Capacité d'un condensateur :

On charge un condensateur en appliquant une « différence de potentiel » (ddp) = ΔV entre ses armatures A et B (ΔV = potentiel de A – potentiel de B). Cette différence de potentiel est réalisée par exemple en branchant directement un générateur sur ses armatures A et B, voir la figure 3. Le condensateur va acquérir une charge +Q sur l'armature A et une charge opposée, -Q, sur l'armature B. On montre que la charge acquise est proportionnelle à la ddp ΔV qu'on a appliqué.

$$\boxed{Q = C\,\Delta V}$$

C est appelée « capacité du condensateur ». Son unité est le **Farad**.

2- Capacité d'un condensateur plan :

Un condensateur plan est constitué de deux conducteurs plans parallèles, séparés par une matière isolante qu'on appelle « diélectrique ». Les conducteurs plans ont une surface S et sont séparés par une distance e comme on le voit sur la figure 3. Ces deux conducteurs constituent un condensateur plan de capacité donnée par :

$$\boxed{C = \frac{S\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r}{e}}$$

ε_0 est la constante diélectrique qu'on avait définit dans le cours du conducteur, ε_r est la constante diélectrique relative de la matière isolante (diélectrique) qui sépare les deux conducteurs.

ε_r est définit comme suivant : $\varepsilon_r = \dfrac{\text{constante diélectrique du milieu isolant}}{\text{constante diélectrique du vide}} = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

Le milieu isolant augmente l'influence entre les deux conducteurs et augmente ainsi la capacité du condensateur.

Dans le cas où il n'y a pas d'isolant entre les deux conducteurs, c'est à dire il n'y a que du vide, on remplace dans la formule précédent ε_r par 1.

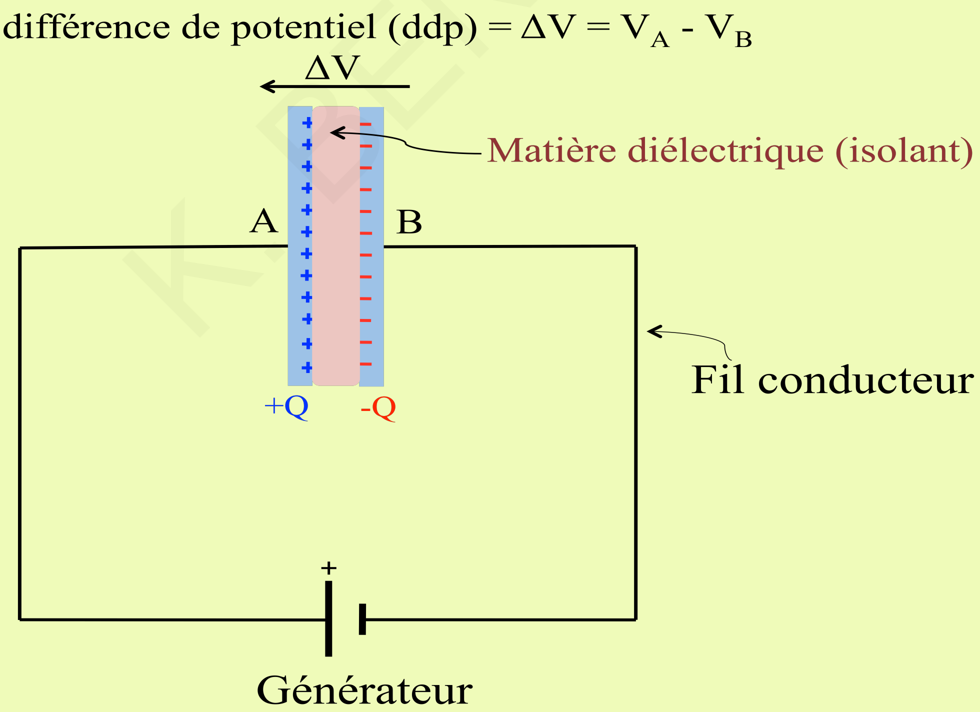


Figure 3.

Démonstration de la capacité du condensateur plan :

On montre par le théorème de Gauss que le champ électrique entre les armatures A et B est constant. Sa valeur est donnée dans le cours 5 par :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

σ est la densité surfacique de charges. Elle est donnée par la charge Q divisé par la surface S de l'armature. Soit :

$$E = \frac{Q}{S\,\varepsilon_0}$$

D'autre part, la ddp entre les armatures est en relation avec le champ électrique par :

$$E = \frac{\Delta V}{e}$$

On combine les deux équations et on obtient :

$$Q = \frac{S\,\varepsilon_0}{e}\,\Delta V$$

On reconnaît la capacité $C = \frac{S\,\varepsilon_0}{e}$. Cette relation est obtenue dans le cas où les deux armatures sont séparées par du vide. Dans le cas où elle sont séparés par un diélectrique, on remplace ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$.

3- Association de condensateurs

3- a- Association en série :

L'association en série de plusieurs condensateurs est équivalent à un seul condensateur dont l'inverse de la capacité est égal à la somme des inverses de toutes les capacités des condensateurs de l'association. Soit :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{C_N}}$$

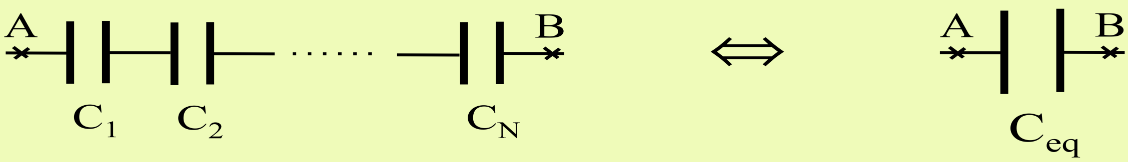


Figure 4. Association de condensateurs en série.

3- b- Association en parallèle :

L'association de plusieurs condensateurs en parallèle est équivalent à un seul condensateur dont la capacité est égale à la somme des capacités de tous les condensateurs de l'association :

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + ... + C_N}$$

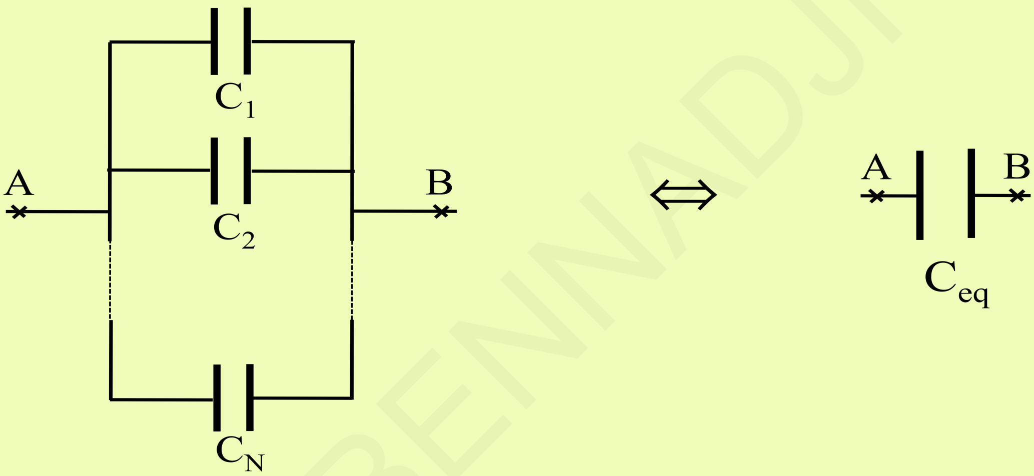


Figure 5. Association de condensateurs en parallèle.

Règles :

On applique pour les associations les règles suivantes :

Règle 1 : En association en série, chaque condensateur prendra la même charge Q, et c'est la même charge que prendra le condensateur équivalent.

Règle 2 : En association en série, la ddp aux bornes du condensateur équivalent est égale à la somme des ddp de chaque condensateur.

Règle 3 : En association en parallèle, tous les condensateur on la même ddp ΔV, qui est aussi la ddp aux bornes du condensateur équivalent.

Règle 4 : En association en parallèle, la charge que va prendre le condensateur équivalent est égale à la somme des charges de chaque condensateur.

Démonstration de la capacité de l'association série et parallèle :

Appliquons ces règles pour déterminer la capacité équivalente. Dans le cas de l'association en série, la règle 2 donne :

$$V_A - V_B = \Delta V_1 + \Delta V_2 + ...+ \Delta V_N$$

On remplace : $\Delta V_1 = \dfrac{Q}{C_1}$, $\Delta V_2 = \dfrac{Q}{C_2}$,....... $\Delta V_N = \dfrac{Q}{C_N}$, $\Delta V = \dfrac{Q}{C_{eq}}$, puisque ils ont la même charge Q d'après la règle 1. On obtient après simplification de Q :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...+ \frac{1}{C_N}$$

Dans le cas de l'association en parallèle, la règle 4 s'écrit :

$$Q = Q_1 + Q_2 + ...+ Q_N$$

On remplace : $Q = C_{eq}\,\Delta V$, $Q_1 = C_1\,\Delta V$, $Q_2 = C_2\,\Delta V$,.......... $Q_N = C_N\,\Delta V$, puisque tous les condensateur ont la même ddp d'après la règle 3. On obtient après simplification de ΔV :

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + ...+ C_N$$

4- Energie interne d'un condensateur :

Un condensateur chargé va posséder une énergie interne égale à :

$$\boxed{\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} Q\,\Delta V \\ &= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \\ &= \frac{1}{2} C\,\Delta V^2 \end{aligned}}$$

Démonstration :

Par définition, l'énergie interne d'un système de charge est égale au travail que doit effectuer un opérateur pour former le système. Ici, l'opérateur arrache des charges positives de l'armature B et les réinjecte dans l'armature A. Considérons le potentiel de B=0 et le potentiel de A= v. Lorsque l'opérateur ramène une charge dq de B vers A, il effectue un travail élémentaire dW = v dq Le travail total revient à additionner tous les travaux, c'est à dire, faire l'intégrale de dW :

$$
\begin{aligned}
W &= \int_{q=0}^{q=Q} dW \\
&= \int_{q=0}^{q=Q} V\,dq \\
&= \frac{1}{C}\int_{q=0}^{q=Q} q\,dq \\
&= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}
\end{aligned}
$$

Exercice résolu :

On possède 3 condensateurs identiques, chacun a une capacité C=15 nf, (1 nf = 1 nano Farad = 10^{-9} Farad).

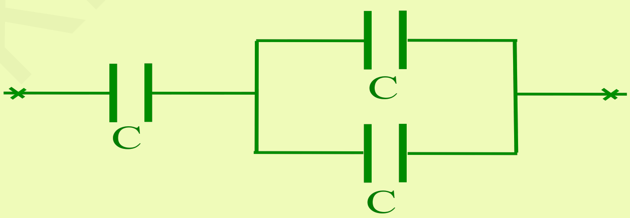
I- On les associe en série.et on applique au condensateur équivalent une ddp de 10 Volt à l'aide d'un générateur.

I- 1- Déterminer la capacité du condensateur équivalent

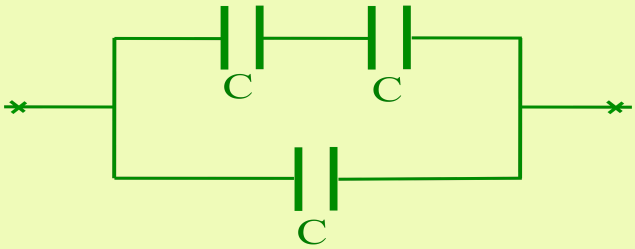
I- 2- Déterminer la ddp et la charge que prendra chaque condensateur.

II- Répondre aux mêmes questions lorsqu'on associe les 3 condensateurs en parallèle.

III- Répondre aux mêmes questions lorsqu'on réalise avec les 3 condensateurs l'association suivante :



IV- Répondre aux mêmes questions lorsqu'on réalise avec les 3 condensateurs l'association suivante :



Solution :

I- 1- On applique la formule de l'association en série :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C}+\frac{1}{C}+\frac{1}{C} = \frac{3}{C}$$

Soit : $$C_{eq} = \frac{C}{3} = 5 \text{ nF.}$$

I- 2- La charge que va prendre chaque condensateur est la même, elle est égale à la charge que prendra le condensateur équivalent (règle 1). La charge que prendra le condensateur équivalent est donnée par la relation du condensateur :

$$\begin{aligned} Q &= C_{eq}\,\Delta V \\ &= 5\times10^{-9}\times10 \\ &= 5\times10^{-8} \text{ Coulomb.} \end{aligned}$$

La ddp au borne de chaque condensateur est donnée par la relation de la charge du condensateur appliquée à chaque condensateur. On a pour le condensateur 1 :

$$Q = C\,\Delta V_1 \;\Rightarrow\; \Delta V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{5\times10^{-8}}{15\times10^{-9}} = 3{,}33 \text{ Volt.}$$

C'est la même valeur pour les condensateurs 2 et 3.

II- 1- La formule de l'association en parallèle donne :

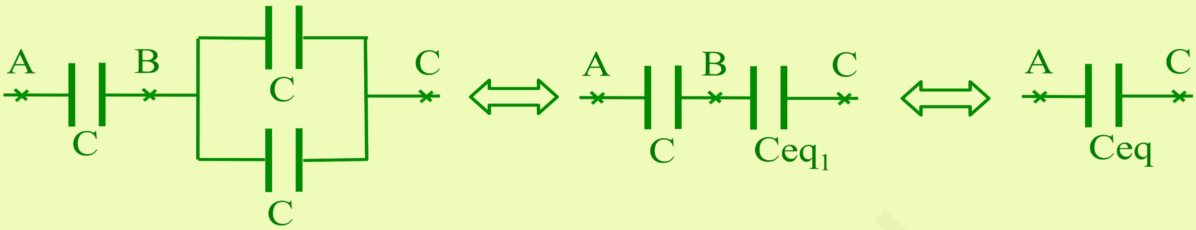
$$C_{eq} = C + C + C = 45 \text{ nF.}$$

II- 2- On applique la règle 3. La ddp au borne de chaque condensateur est de 10 Volt puisqu'elle est la même aux bornes du condensateur équivalent. On déduit la charge que va prendre chaque condensateur. On applique la formule de la charge pour le condensateur 1 :

$$Q_1 = C\,\Delta V = 15\times10^{-9}\times10 = 15\times10^{-8}\ \text{Coulomb.}$$

La même valeur pour les deux autres condensateurs puisqu'ils ont la même capacité et la même ddp que le premier.

III- 1-



Comme le montre la figure, on fait d'abord l'équivalent des deux condensateurs entre B et C, ensuite l'équivalent des deux condensateurs (figure du milieu) qui sont en série. L'association des deux condensateurs parallèles entre B et C (figure de gauche) nous donne Ceq_1 = 30 nF. Et l'association de C et Ceq_1 en série (figure du milieu) nous donne Ceq = 10 nF.

III- 2- Pour déterminer les charges et les ddp, on doit démarrer à partir de la figure de droite, celle qui contient le condensateur équivalent seul, on lui applique la loi de la charge du condensateur et on trouve sa charge Q = 100 nC (nano Coulomb).

Ensuite, on applique la règle 1 à la figure du milieu. Les condensateurs C et Ceq_1 ont des charges égales à celle de Ceq, c'est à dire 100 nC. La ddp au bornes de C est donnée par la loi de la charge Q=C ΔV, on déduit ΔV = 6,66 Volt et ΔV(de Ceq_1) = 3,33 Volt.

Pour la figure de droite, il reste à déterminer la charge et la ddp des deux condensateurs en parallèle. Pour cela, on applique la règle 3. La ddp aux bornes de ces deux condensateurs est la même, elle est la même que celle de leur condensateur équivalent, c'est à dire Ceq_1. Donc, la valeur de leur ddp est 3,33 Volt. Leurs charges sont déterminées par la formule de la charge Q=C ΔV, ça donne une charge 50 nC pour chacun.