CHAPITRE II

Le Prisme.

1- Introduction :

Le prisme est un instrument d'optique très simple qui a ouvert une grande voie à la science moderne à travers la spectroscopie optique. C'est un bloque poli avec grande précision dans un cristal de quartz en général, il a la forme particulière donnée dans la figure 12. Sa propriété principale est la dispersion de la lumière, ou décomposition en différentes longueurs d'onde.

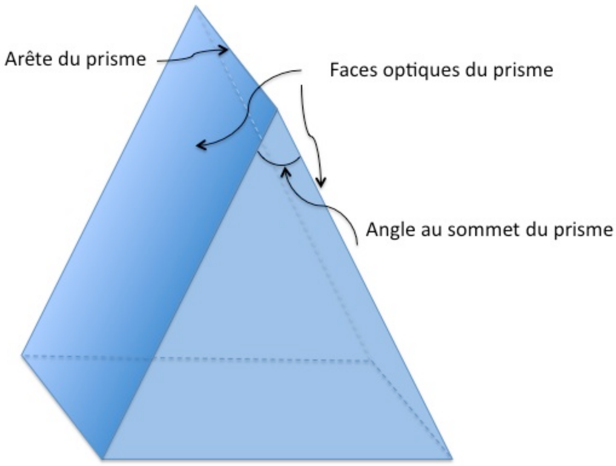

Fig. 12. Le prisme.

Le prisme et ses propriétés optiques étaient connus dès l'antiquité. Le premier à en avoir donné un sens scientifique fut Newton où il décrivit le phénomène de dispersion de la lumière solaire et d'une bougie par un prisme. Vers les débuts du 19 ème siècle naquit la spectroscopie optique qui utilisa le prisme pour observer des raies spectrales émises par des éléments chimiques en incandescence. Plus tard on établit une relation entre les éléments chimiques et les raies produites par ces derniers.

2- Formules du prisme, ou « équations du prisme » :

Dans notre étude nous ne nous intéressons pas au phénomène de dispersion mais aux déviations successives produites par le prisme sur une seule longueur d'onde. Pour ceci, nous considérons un prisme d'indice de réfraction n et d'angle au sommet A (fig. 13). Un rayon lumineux monochromatique frappe la face 1 avec un angle d'incidence i_1. Une partie de ce rayon sera réfléchie, cette partie ne nous intéresse pas. Une autre partie sera réfractée, c'est le premier rayon réfracté ou « rayon intermédiaire » (angle de réfraction r_1). Ce dernier va tomber sur la face (2) et une partie de lui sera réfractée vers l'extérieur du prisme, c'est le second rayon réfracté qu'on appelle « rayon émergent ». Par convention, nous appelons r_2, l'angle d'incidence du rayon intermédiaire sur la face 2, et i_2 l'angle de sa réfraction sur cette face. Nous avons donc deux réfractions dont les lois sont les suivantes :

Sur la face 1 :

$$\boxed{\sin(i_1) = n\sin(r_1)} \qquad (8)$$

Sur la face 2 :

$$\boxed{n\sin(r_2) = \sin(i_2)} \qquad (9)$$

Dans ces deux équations il y a trois inconnues, r_1, r_2, et i_2, pour une valeur de i_1 donnée. Il manque une équation pour avoir une solution unique, cette équation vient de la géométrie de la figure. Dans le quadrilatère de la figure 13, la somme des quatre angles internes vaut $360°$, soit :

$$A + \beta + 90° + 90° = 360°$$

ce qui donne :

$$A + \beta = 180° \tag{10}$$

D'autre part, si nous faisons la somme des angle du triangle :

$$r_1 + r_2 + \beta = 180° \tag{11}$$

En comparant (10) et (11) nous obtenons :

$$\boxed{r_1 + r_2 = A} \tag{12}$$

Les équations (8, 9, 12) constituent les équations du prisme.

Remarque :

Les rayons dessinés dans la figure 13, leurs angles par rapport à la normale ont tous des valeurs positives. Or, les équations précédentes restent valables lorsque les angles sont considérés algébriquement, pouvant prendre des valeurs positives ou négatives. Dans la figure 13, le rayon incident vient au dessous de la normale. S'il vient au dessus de sa normale, son angle i_1 est pris négatif, et d'après (8), r_1 sera négatif également et le rayon intermédiaire sera au dessous de la normale à la face 1. Donc, le domaine de variation de l'angle d'incidence est de -90° à +90° et les équations du prisme sont valables dans cet intervalle.

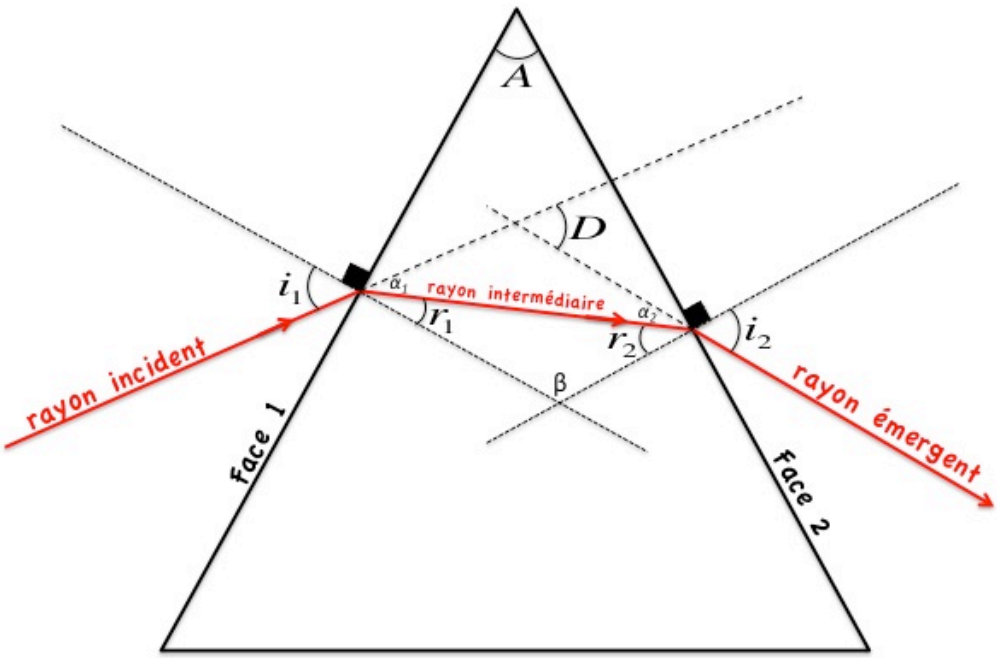

Fig. 13. Géométrie du prisme, le parcours d'un rayon monochromatique.

3- Déviation produite par le prisme :

Dans la pratique, au lieu de mesurer les angles r_1, r_2, i_2, on mesure un seul angle qui est l'angle de déviation du rayon émergent par rapport au rayon incident, c'est à dire, l'angle D formé entre le rayon incident et le rayon émergent, voir la figure 13.

D'après la figure 13 :

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 \qquad (13)$$

D'autre part :

$$i_1 = r_1 + \alpha_1 \qquad (14)$$

et

$$i_2 = r_2 + \alpha_2 \qquad (15)$$

En additionnant (14) et (15) et en tenant compte de (13) on obtient :

$$\boxed{D = i_1 + i_2 - A} \qquad (16)$$

4- Tracé de la déviation par manipulation numérique :

On se propose de calculer la déviation pour plusieurs valeurs de i_1 et de tracer le graphe de D en fonction de i_1. Pour ceci nous utilisons le logiciel EXCEL. Ce logiciel se présente comme un tableau avec des lignes repérées par des chiffres et des colonnes repérées par des lettres. Chaque case du tableau appelée « cellule » se comporte comme une calculatrice lorsqu'on commence l'écriture par = , la cellule exécute l'opération écrite après le signe =. Si l'écriture dans une cellule ne commence pas par =, la cellule considère ce qui est écrit comme du texte et le reproduit tel qu'il est écrit.

Nous allons donner les instructions à introduire dans chaque cellule. Le domaine il va de la ligne 1 jusqu'à la ligne 182 et de la colonne A jusqu'à la colonne M. La première ligne de cellules est réservée pour les noms des variables, les autres pour les calculs. Les instructions à écrire dans la première et la seconde ligne sont les suivantes :

	A	B	C	D	E	F	G
1	i1(degré)	D(degré)	A(degré)	N	i1(radian)	sin(r1)	r1(radian)
2	-90	=A2+M2-C2	60	1,34	=RADIANS(A2)	=SIN(E2)/D2	=ASIN(F2)

	H	I	J	K	L	M
1	r1(degré)	r2(degré)	r2(radian)	sin(i2)	i2(radian)	i2(degré)
2	=DEGRES(G2)	=C2-H2	=RADIANS(I2)	=D2*SIN(J2)	=ASIN(K2)	=DEGRES(L2)

Les instructions dans les cellules F2, K2, I2 et B2 correspondent aux relations (8, 9, 12, 16) respectivement.

Après, on remplit la colonne A par les valeurs de l'angle i_1 allant de -90° à 90° incrémentées d'une unité. Pour ceci on écrit dans la cellule A3 (=A2+1) et la valeur -89 s'affiche en cette cellule après validation.

Puis on copie la cellule A3 et on la colle dans toutes les cellules entre A4 et A182 (on sélectionne avec le curseur les cellules de A4 à A182 et on colle).

On fera de même pour les colonnes C et D, on écrit dans la cellule C3 (=C2), on valide, puis on copie C3 sur le reste des cellules. De même, on écrit dans D3 (=D2) et on suit le même procédé.

Pour le reste, il suffit de faire l'opération suivante : Pour chaque colonne, on copie la cellule 2 et on la colle dans les cellules allant de 3 à 182 sur la même colonne (on sélectionne avec le curseur les cellules de 3 à 182 et on colle).

On aura ainsi toutes les valeurs affichées sauf dans le cas où on a affaire à un sinus supérieur à un, dans ce cas la cellule affiche un message de valeur indéterminée, ce qui revient à dire qu'on est dans le cas d'une émergence impossible.

Pour le tracé du graphe, il suffi de sélectionner avec le curseur les colonnes A et B et de pointer ensuite sur « Insertion » puis « graphique ». Un ensemble de graphe va s'afficher, on pointe sur le dernier graphe qui correspond au graphe cartésien. On obtient ainsi le graphe de la figure 14. La courbe est limitée à gauche par i_0, à droite par 90° et elle possède un minimum correspondant à i_m et D_m.

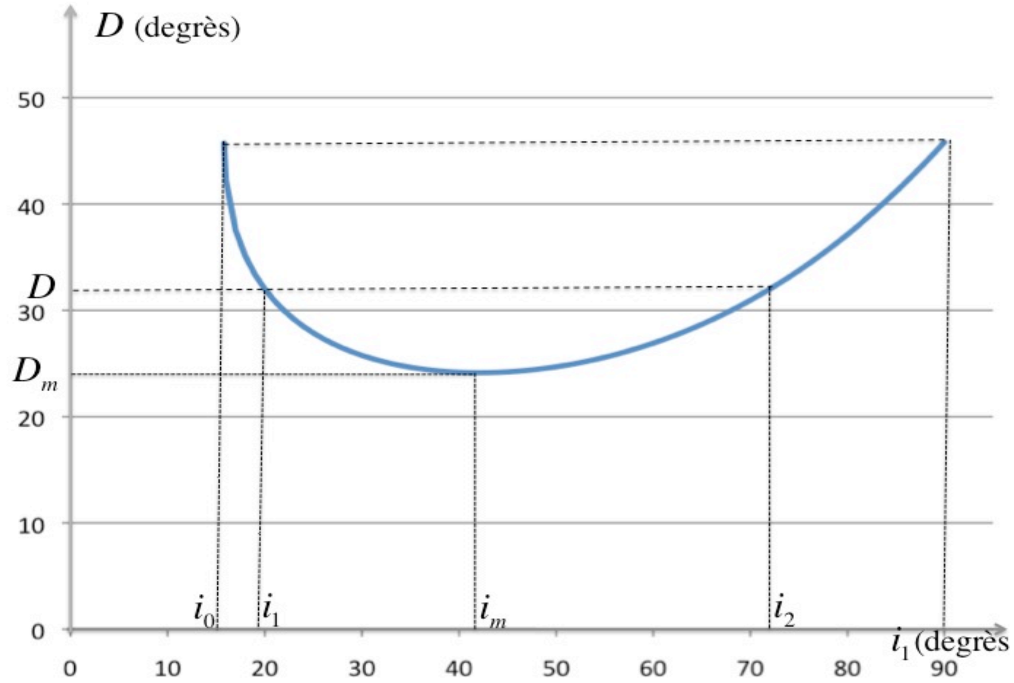

Fig. 14. Déviation en fonction de l'angle d'incidence. Prisme d'indice n=1,34 et d'angle A=60°.

Remarques :

1- Les calculs donnent des valeurs de D indéterminées entre la ligne 2 jusqu'à une certaine ligne, disons 74. De la ligne 75 à 182 les valeurs de D sont bien déterminées. Ce que fait le logiciel dans le tracé de la courbe, il prend les valeurs indéterminées pour des zéros et il les trace en conséquence. On aura donc une ligne horizontale sur l'axe des abscisses suivie d'une ligne verticale puis la courbe. Pour se débarrasser des deux lignes, on doit désélectionner (enlever) les valeurs indéterminées du tracé du graphe. Pour ceci, il suffit de sélectionner au départ uniquement les valeurs déterminées parmi les colonnes A et B, c'est à dire les cellules de A et B entre les lignes 75 et 182 puis cliquer sur graphe.

Il y a aussi une autre méthode. Si vous avez déjà tracé la courbe avec le défaut des deux lignes, vous cliquez sur la courbe de façon à faire apparaître deux rectangles encadrant les valeurs numériques qui sont tracés. Là, vous pouvez réduire avec le curseur les deux rectangles de façon à exclure les valeurs indéterminées.

2- Pour avoir une courbe complète, il faudrait que la courbe ait le même niveau à gauche et à droite. Autrement dit, la valeur de D qui correspond à la limite gauche (i_0 sur la figure) doit être égale à la valeur de D à la limite droite (i_1=90°). Or, la méthode décrite ci-dessous donne une courbe incomplète, la valeur de i_1 à la limite gauche n'est pas égale à i_0 ce qui fait que la courbe à la limite à gauche sera plus basse qu'à la limite à droite. Pour remédier à ce problème, on ajoute manuellement la valeur de i_0 avec tous les autres angles qui lui correspondent. Pour ceci nous suivons la méthode suivante :

- La valeur de i_0 est déduite par le principe du retour inverse (voir paragraphe suivant). Elle correspond à la valeur de i_2 lorsque i_1=90°. Donc aller à la dernière ligne et relever la valeur de i_2.

- Supposons que les valeurs indéterminées de *D* vont de la ligne 2 à la ligne 74. Poser le curseur sur la ligne 75 et insérer une ligne vierge (insertion puis ligne).

- Ecrire dans la cellule A75 la valeur de i_0 que vous avez relevé, arrondie à la valeur supérieure (sinon les calculs donneront une valeur indéterminée pour *D*).

- Pour chaque colonne de B à M, copier la cellule 74 et la coller à 75. La courbe changera automatiquement et deviendra complète.

5- Déviation minimum :

On montre d'une façon analytique que la déviation passe par une valeur minimum lorsque on fait varier l'angle d'incidence i_1. Nous n'allons pas donner la démonstration analytique mais nous allons utiliser les graphes pour montrer l'existence de ce minimum et le déterminer.

Dans la manipulation numérique ci-dessus, on a tracé la variation de la déviation *D* en fonction de l'angle d'incidence i_1, figure 14. Nous avons vu que la déviation possède une valeur minimum D_m. Pour la déterminer, nous suivons le raisonnement suivant :

On remarque sur la figure 14, lorsque *D* existe, qu'il y a deux valeurs possibles de i_1 qui donnent cette déviation (sauf pour le minimum où il y a une). D'autre part, le principe du retour inverse nous dit que « si l'incidence i_1 donne l'émergence i_2 avec une déviation *D* alors l'incidence de valeur i_2 va donner une émergence égale à i_1 avec la même déviation *D* ». On conclue pour les deux valeurs de i_1 qui donnent la déviation *D*, que si l'on prend une comme incidence, la seconde sera forcément une émergence.

En conclusion, toute incidence i_1 va donner une émergence i_2 par prolongement de la droite horizontale (voir figure). i_2 sera différent de i_1 sauf pour D_m où on a l'égalité :

$$\boxed{i_1 = i_2 = i_m} \tag{17}$$

et d'après (8) et (9) on aura aussi :

$$r_1 = r_2 = r_m$$

L'équation (12) nous donne :

$$\boxed{r_1 = r_2 = \frac{A}{2}} \tag{18}$$

La déviation minimum est obtenue en utilisant (16) et (17) :

$$\boxed{D_m = 2\,i_m - A} \tag{19}$$

On peut condenser les équations (8), (18) et (19) en une seule équation qui contient une seule inconnue :