

# HW: Conjoint Measurement analysis

高嘉好、柯堯城、趙友誠、吳承恩

11/10/24

## Table of contents

問題敘述	1
Ranked by levels 1 to 6	1
線性轉換	2
Ranked by original levels +5 . . . . .	2
Ranked by original levels times 10 . . . . .	2
Ranked by original levels $\times 10$ and then +5 . . . . .	2
非線性轉換 (Exponential)	3
結論	3

## 問題敘述

針對 slides page 129 中的例子，評估對排序值進行線性轉換的影響。

## Ranked by levels 1 to 6

```
rank <- matrix(c(1,3,2,6,4,5),nrow = 3,ncol = 2,byrow = TRUE)

rownames(rank) <- c('50kW','70kW','90kW')
colnames(rank) <- c('No','Yes')

p1bar <- rowMeans(rank); p2bar <- colMeans(rank)
mu1 <- mean(c(rank))
beta1 <- p1bar - mu1; beta2 <- p2bar - mu1

fitted <- outer(beta1, beta2, function(x,y) x+y+mu1)
round(fitted, 3)
```

	No	Yes
50kW	0.833	3.167
70kW	2.833	5.167
90kW	3.333	5.667

## 線性轉換

### Ranked by original levels +5

```
rank2 <- matrix(c(6,8,7,11,9,10),nrow = 3,ncol = 2,byrow = TRUE)

rownames(rank2) <- c('50kW','70kW','90kW')
colnames(rank2) <- c('No','Yes')

p1bar2 <- rowMeans(rank2); p2bar2 <- colMeans(rank2)
mu2 <- mean(c(rank2))
beta12 <- p1bar2 - mu2; beta22 <- p2bar2 - mu2

fitted2 <- outer(beta12, beta22, function(x,y) x+y+mu2)
round(fitted2, 3)
```

	No	Yes
50kW	5.833	8.167
70kW	7.833	10.167
90kW	8.333	10.667

### Ranked by original levels times 10

```
rank3 <- matrix(c(10,30,20,60,40,50),nrow = 3,ncol = 2,byrow = TRUE)

rownames(rank3) <- c('50kW','70kW','90kW')
colnames(rank3) <- c('No','Yes')

p1bar3 <- rowMeans(rank3); p2bar3 <- colMeans(rank3)
mu3 <- mean(c(rank3))
beta13 <- p1bar3 - mu3; beta23 <- p2bar3 - mu3

fitted3 <- outer(beta13, beta23, function(x,y) x+y+mu3)
round(fitted3, 3)
```

	No	Yes
50kW	8.333	31.667
70kW	28.333	51.667
90kW	33.333	56.667

### Ranked by original levels $\times 10$ and then +5

```
rank4 <- matrix(c(15,35,25,65,45,55),nrow = 3,ncol = 2,byrow = TRUE)

rownames(rank4) <- c('50kW','70kW','90kW')
colnames(rank4) <- c('No','Yes')

p1bar4 <- rowMeans(rank4); p2bar4 <- colMeans(rank4)
mu4 <- mean(c(rank4))
beta14 <- p1bar4 - mu4; beta24 <- p2bar4 - mu4

fitted4 <- outer(beta14, beta24, function(x,y) x+y+mu4)
```

```
round(fitted4, 3)
```

	No	Yes
50kW	13.333	36.667
70kW	33.333	56.667
90kW	38.333	61.667

## 非線性轉換 (Exponential)

```
#Exponential
rank5 <- matrix(c(exp(1),exp(3),exp(2),exp(6),exp(4),exp(5)),nrow = 3,ncol = 2,byrow = TRUE)

rownames(rank5) <- c('50kW','70kW','90kW')
colnames(rank5) <- c('No','Yes')

p1bar5 <- rowMeans(rank5)
p2bar5 <- colMeans(rank5)

mu5 <- mean(c(rank5))

beta15 <- p1bar5 - mu5
beta25 <- p2bar5 - mu5

fitted5 <- outer(beta15, beta25, function(x,y) x+y+mu5)
round(fitted5, 3)
```

	No	Yes
50kW	-73.135	95.939
70kW	120.872	289.946
90kW	16.969	186.043

## 結論

由上述的資料可以看出，對一開始的排序值進行了線性轉換並不會影響最後排序的結果。

這是由於在排序新 rank 的算法是以“mean 的 row”+“mean 的 col”去扣掉整體的 mean (因為  $\beta_1 + \beta_2 + \mu = \bar{p}_1 + \bar{p}_2 - 2\mu + \mu = \bar{p}_1 + \bar{p}_2 - \mu$ )。

也因此如果同時對整筆資料進行線性轉換相當於是將最後的結果去做一個尺度上的轉換，唯一改變的可能只有差值 (difference)，而他們之間的排序是不會改變的。舉例來說，rank4 是將 rank 去乘上 10 再加上 5，由最後 rank4 的結果可以看出來他就是將 rank 的結果乘上 10 再加上 5。

然而對於非線性轉換的結果就可能會差很多了，因為轉換過後的值之間差距並不一致，例如：

加上 exponential 後，我們可以發現最後結果的 rank 與原本的結果不一致。