多目的マルチタスクナップサック問題の提案

大阪府立大学　工学域
電気電子系学類　情報工学課程　計算知能工学研究グループ
1161201192　瓜田　俊貴

1. はじめに

複数の評価基準を同時に考慮して最適化する問題は，多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization Problem: MOP) と呼ばれる [1]. 加えて, MOP では，ある評価基準を改善すると，他の評価基準が改悪されるトレードオフの関係が成り立つことがある．この場合，すべての評価基準を同時に最適化する単一の最適解は存在せず，実行可能なすべての解に優越されないパレート最適解が複数存在することが多い．しかし，すべてのパレート最適解集合を獲得することは計算コストの観点から非効率的である．そのため, MOP における解法の目標はパレート最適解の集合を近似する解の獲得となる．

近年, 複数の異なる MOP (以下, タスクと呼ぶ)を，進化計算を利用して一度の試行で同時に最適化する，進化型多目的マルチタスク最適化手法 (Evolutionary Multiobjective Multitasking: EMOMT) が盛んに研究されている [2]-[5]．EMOMT の特徴は，明示的あるいは黙示的に関連性のあるタスクで情報共有を行い，探索の効率化を図ることである．EMOMT では，一つの個体群の中に異なるタスクを解く個体を共存することにより，タスク間での情報共有を可能にしている．情報共有を適切に行うことで，EMOMT が独立探索手法より優れた探索性能を示すことが明らかにされている [2]-[4].

一般に，EMOMT の探索性能はベンチマーク問題によって調査される．そこで，適切に EMOMT の探索性能を調査するためには，問題の性質が調査された様々なベンチマーク問題が必要である．そのようなベンチマーク問題として，Yuan らによって，決定変数が実数値であるベンチマーク問題が提案されている [5]．しかし，問題の性質が調査された，決定変数が離散値であるベンチマーク問題は著者の知る限り提案されていない．決定変数が離散値の問題では，決定変数が連続値の問題で用いられる交叉操作や突然変異操作を適用することができない．したがって，決定変数が離散値の問題では，EMOMT の挙動は決定変数が連続値の問題と異なる．以上より，決定変数が離散値の問題に対する EMOMT の性能を調査する必要性があると考えられる．

そこで本研究では, 決定変数が離散値である MOP の多目的ナップサック問題 (Multiobjective Knapsack Problem: MOKP) を各タスクに設定した，新たなマルチタスクベンチマーク問題を提案する．そして，提案問題の各タスクの最適解の類似度を調査した後，提案問題を用いた数値実験より，EMOMT の探索性能を調査する．

本論文の構成は以下の通りである．まず 2 章で多目的最適化問題を説明する．次に，3 章で MOKP を説明する．4 章では，提案するベンチマーク問題を定義し，5 章でベンチマーク問題の最適解の類似性を調査する．そして，6 章で数値実験により提案問題に対する EMOMT の探索性能を調査する．最後に，7 章で本論文の結論および今後の課題について述べる．

2. 多目的最適化問題

k 個の目的からなる MOP は，以下の式で表される．

$$\text{Maximize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}),\ f_2(\boldsymbol{x}),\ \ldots,\ f_k(\boldsymbol{x})), \tag{1}$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ は k 次元目的ベクトル，$f_i(\boldsymbol{x})$ は最大化されるべき i 番目の目的関数，$\boldsymbol{x}$ は決定変数ベクトル，$\boldsymbol{X}$ は決定変数空間内の実行可能領域を表す．

MOP では複数の目的関数が存在するため, 二つの解を比較した際にどちらの解が優れているか判断できない場合が存在する．たとえば，解 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ の任意の目的関数 i, j が式 (3) の関係にある場合，一般にどちらの解が優れているという優劣をつけることはできない．このような関係を非劣と呼ぶ．

$$f_i(\boldsymbol{x}) < f_i(\boldsymbol{y}) \text{ and } f_j(\boldsymbol{x}) > f_j(\boldsymbol{y}). \tag{3}$$

一方，二つの解が式 (4) の関係を満たす場合，解 $\boldsymbol{y}$ は解 $\boldsymbol{x}$ よりも優れた解とみなすことができる．このような関係を $\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ を優越すると呼ぶ．

$$\forall i,\ f_i(\boldsymbol{x}) \le f_i(\boldsymbol{y}) \text{ and } \exists j,\ f_j(\boldsymbol{x}) < f_j(\boldsymbol{y}). \tag{4}$$

また，解 $\boldsymbol{x}$ が他のすべての実行可能解に優越されないとき，解 $\boldsymbol{x}$ をパレート最適解と呼ぶ．

3. 多目的ナップサック問題

MOKP は，Zitzler らによって提案された決定変数が 0 または 1 の離散値で表現される MOP である [6]．多目的ナップサック問題の定義式を式 (5)-(7) に示す．

$$\text{Maximize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}),\ f_2(\boldsymbol{x}),\ \ldots,\ f_m(\boldsymbol{x})), \tag{5}$$

$$\text{subject to} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j \le c_i, i = 1, 2, \dots m, \quad (6)$$

$$\text{where } f_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} p_{ij} x_j, i = 1, 2, \dots m, \quad (7)$$

ここで，m は目的数，n はアイテム数，$\boldsymbol{x}$ は決定変数ベクトル，c_i は i 番目のナップサックの容量である．また，w_{ij}，p_{ij} はそれぞれ i 番目のナップサックに対応する i 番目のアイテム集合 (以下，アイテム集合 i と表記) における j 番目のアイテムの重さおよび価値である．

文献 [3] では，式 (6) の制約を満たさない実行不可能解は，利得率の低いアイテムから順番に取り除く Greedy Repair により実行可能解に修復される．j 番目のアイテムの利得率 q_j を式 (8) に示す．

$$q_j = \max_{i=1}^{m} \left(\frac{p_{ij}}{w_{ij}}\right). \quad (8)$$

本問題の目標は，すべてのナップサックの容量を超えず，各ナップサック内のアイテムの価値の総和を最大化することである．

MOKP は，アイテムの価値・重さ・ナップサックの容量の値のみで問題が定義される．加えて，MOKP の評価関数は，式 (7) より各決定変数の線形和で表される．そのため，MOKP は単純な最適化問題であるといえる．しかし MOKP の各目的は，計算量理論において，NP-hard と呼ばれる問題のクラスに属するため，最適解を求めるのが非常に困難とされている．したがって，MOKP のパレート最適解の獲得も非常に困難であると考えられる．

4. 提案するベンチマーク問題

本研究では，実装および問題の解析の容易さを考慮して，各タスクに MOKP を設定したマルチタスクベンチマーク問題を提案する．さらに，タスク間に明示的な関係を与えて問題を特徴づけるため，一方の MOKP は他方の MOKP に対し変更を加えた MOKP とする．具体的には，3 章で述べた文献 [6] の MOKP をタスク 1 とし，タスク 1 のナップサックの容量やアイテム集合に変更を加えた問題をタスク 2 として設定する．

本章では，タスク 1 のナップサックの容量を変更してタスク 2 を作成する Scaling Knapsack 問題，タスク 1 の一部のアイテムの価値を変更してタスク 2 を作成する Inversion Profit 問題を提案する．

4.1 Scaling Knapsack 問題

Scaling Knapsack 問題は，ナップサックの最大容量が異なる MOKP を同時に解くマルチタスク問題である．タスク 1 のナップサックの最大容量を $c_i^{\mathrm{T}_1}$ として，タスク2の各ナップサックの最大容量 $c_i^{\mathrm{T}_2}$ を式 (9) で定義する．

$$c_i^{\mathrm{T}_2} = \alpha c_i^{\mathrm{T}_1}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

なお，αはナップサックの容量の変更率を決定するハイパーパラメータである．

ナップサックの最大容量が異なる場合，各タスクで選択されるアイテム数が大きく異なる．したがって，本問題はαが 1 に近い値であっても，タスク間で最適解が大きく異なると考えられる．そのため，他タスクの解の情報を利用することが難しいことが予想される．

4.2 Inversion Profit 問題

Inversion Profit 問題は，アイテムの価値が異なる MOKP を同時に解くマルチタスク問題である．本問題では，タスク 1 の特定のアイテム集合に対して，一部のアイテムに価値反転操作を適用した問題をタスク 2 とする．価値反転操作の概略図を図 1 に示す．ただし，p_{ij}^{old} は変更前のアイテム j の価値，p_{ij}^{new} は変更後のアイテム j の価値，$p_{\max}$ および $p_{\min}$ はそれぞれ価値の取り得る最大値，最小値である．この操作によって，価値の高い (低い) アイテムが，価値の低い (高い) アイテムになる．

タスク 1 のアイテム集合 i に価値反転操作を適用してタスク 2 を作成するとき，タスク 1 のアイテム集合 i のアイテム j の価値を $p_{ij}^{\mathrm{T}_1}$ として，タスク2のアイテム集合 i のアイテム j の価値 $p_{ij}^{\mathrm{T}_2}$ を式 (10) で定義する．

$$p_{ij}^{\mathrm{T}_2} = \begin{cases} (p_{\max} + p_{\min}) - p_{ij}^{\mathrm{T}_1}, & \text{if } j = 1, 2, \dots, \lfloor n\beta \rfloor \\ p_{ij}^{\mathrm{T}_1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

ここで，βはタスク間で価値の異なるアイテムの割合を決定する (0.0, 1.0]のハイパーパラメータである．

本問題は，すべてのアイテム集合に価値反転操作を適用する場合やβが極端に大きい場合を除き，多くのアイテムは各タスクで共通である．そのため，本問題では解の情報を共有する際，各タスクで共通するアイテムの情報のみを共有する必要があると考えられる．

図 1: アイテムの価値反転操作の概略図

5. ベンチマーク問題の性質調査

EMOMT の探索性能は，各タスクの最適解の類似度に大きく影響を受けることが報告されている [4]．したがって，提案問題が EMOMT の探索性能に与える影響を明確にするため，各タスクの最適解の類似度を明らかにする必要がある．

そこで，本章では提案するベンチマーク問題にお

ける，各タスクの最適解の類似性を調査する．また，パラメータの変更によって，最適解の類似性がどのように変化するか調査する．

5.1 最適解の類似性の調査方法

本節では，各タスクの最適解の類似性として，タスク 1 およびタスク 2 の最適解が選択するアイテムの差異を調査する．すなわち，最適解が選択するアイテムの差異を，各タスクの最適解の類似度として考える．

本調査は，独立探索手法の MOEA/D [7] により得られた近似最適解 (以降，近似解と表記) を用いて行う．選択するアイテムの差異は，タスク 2 の各近似解と最近傍であるタスク 1 の近似解 (以下，タスク 1 の最近傍解と呼ぶ) で調査する．具体的には，タスク 2 の近似解が選択しておりタスク 1 の最近傍解が選択していないアイテムの数，タスク 1 の最近傍解が選択しておりタスク 2 の近似解が選択していないアイテムの数を調査する．なお，近似解間の距離を計算する距離関数はハミング距離を用いる．

本節で調査するベンチマーク問題の設定を表 1，独立探索手法の設定を表 2 に示す．Inversion Profit 問題では，価値反転操作をタスク 1 のアイテム集合 2 に適用してタスク 2 を作成する．なお，各タスクの MOKP のアイテム集合およびナップサックの容量の設定は，MOKP の提案論文 [6] に準拠して，アイテムの価値・重さは [10, 100] のランダムな整数値に，各ナップサックの容量は対応するアイテム集合の重さの総和の 1/2 に設定する．また，式 (6) の制約を満たさない実行不可能解は，式 (8) の利得率に基づく Greedy Repair によって実行可能解に修復する．

表 1: ベンチマーク問題設定

目的数 m	2
アイテム数 n	500
容量倍率 α	1.05, 1.10, 1.15, 1.20, 1.25
価値変更割合 β	0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25

表 2: 独立探索手法設定

スカラー化関数	Tchebycheff 関数
個体群サイズ	200
近傍サイズ	(個体群サイズ) /10
交叉手法	Uniform Crossover (適用確率: 0.9)
突然変異手法	Bitflip Mutation (適用確率: $1/n$)
評価回数	100,000 回

5.2 Scaling Knapsack 問題の最適解の類似性

Scaling Knapsack 問題における，タスク 2 の近似解とタスク 1 の最近傍解との差異を図 2 に示す．図 2 では，タスク 2 の各近似解がタスク 1 の最近傍解と異なるアイテム数をプロットしている．つまり，原点から離れた点はタスク 2 の近似解とタスク 1 の最近傍解の類似性が低いことを示す．さらに，横軸から離れた点ほどタスク 2 の近似解でのみ選択されるアイテムが増加，縦軸から離れた点ほどタスク 1 の最近傍解でのみ選択されるアイテムが増加することを示す．

図 2 より，Scaling Knapsack 問題では，タスク 2 の近似解は，タスク 1 の最近傍解が選択するアイテムをほとんど選択しており，タスク 2 の近似解のみが選択するアイテムがあることがわかる．加えて，同じパラメータにおけるタスク 2 の各近似解は，原点からほぼ等距離に分布しているため，タスク 1 の最近傍解に対して同様の類似度であることがわかる．また，αの値の増加に伴い，タスク 2 の近似解でのみ選択されるアイテム数が増加することがわかる．

以上より，Scaling Knapsack 問題では，各タスクの近似解で選択されるアイテムの個数が異なることが明らかとなった．また，ナップサックの容量が大きいタスクの近似解は，ナップサックの容量が小さいタスクの近似解で選択するアイテムをすべて選択している．これは，ナップサックの容量の変更により選択されるアイテムの数は増加するが，各アイテムの価値と重さは各タスクで共通であり，選好されるアイテムは変わらないためと考えられる．

また，Scaling Knapsack 問題では，パラメータ αによってタスク 2 の近似解でのみ選択されるアイテム数が変化した．ゆえに，αの値を調整することで近似解の類似度が調整可能である．

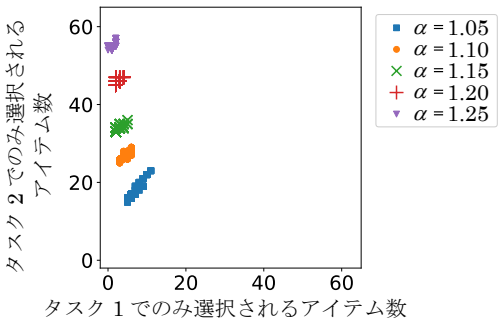


図 2: Scaling Knapsack 問題におけるタスク 2 の最適解の類似度

5.3 Inversion Profit 問題の最適解の類似性

Inversion Profit 問題における，タスク 2 の近似解とタスク 1 の最近傍解との差異を図 3 に示す．

図 3 より，Inversion Profit 問題では，タスク 2 の近似解のみが選択するアイテムがあることがわかる．また，Scaling Knapsack 問題とは異なり，タスク 1 の最近傍解のみが選択するアイテムもあることがわかる．加えて，同じパラメータにおけるタスク 2 の各近似解は，原点からの距離が異なる位置に分布している．したがって，タスク 2 の各近似解のタスク 1 の最近傍解に対する類似度は，各近似解で異な

っていることがわかる．また，βの値の増加に伴い，タスク 1 の最近傍解でのみ選択されるアイテム数および，タスク 2 の近似解でのみ選択されるアイテム数が増加する．

以上より，Inversion Profit 問題では，各タスクの近似解で選択されるアイテムの種類が一部異なることが明らかとなった．これは，価値反転操作の適用により，選好されるアイテムが変化したことが理由として挙げられる．価値反転操作の適用により，タスク間で価値の異なるアイテムが生成される．しかし，ナップサックの容量は各タスクで同一なため，選択されるアイテムの個数は各タスクで変わらない．そのため，各タスクで選択されるアイテムの個数は変わらず，選択されるアイテムの種類が一部異なったと考えられる．

また，Inversion Profit 問題では，パラメータβによって各タスクの近似解で異なるアイテム数が変化した．ゆえに，βの値を調整することで近似解の類似度が調整可能である．

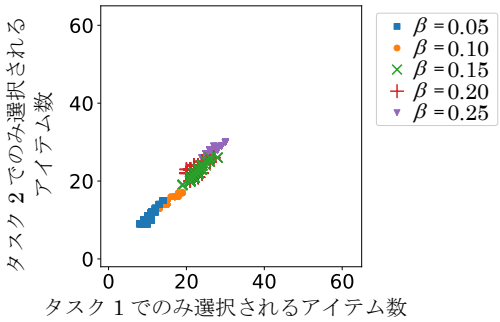


図 3: Inversion Profit 問題におけるタスク 2 の最適解の類似度

6. 数値実験

6.1 数値実験設定

数値実験では，提案したベンチマーク問題を用いて EMOMT の探索性能を評価する．EMOMT には情報共有操作としてタスク間交叉を利用する MO-MFEA [2]，情報共有操作として移住操作を利用する島モデル [3] を用いる．また，独立探索手法には NSGA-II [1] を用いて EMOMT と比較する．各アルゴリズムの設定を表 3 に示す．ベンチマーク問題の設定は，αは $\{1.10, 1.20\}$ に，βは $\{0.10, 0.20\}$ に設定する．目的数およびアイテム数は，5 章と同様の設定とする．実験の試行回数は 31 回に設定し，アルゴリズムの性能は，(0.0, 0.0) を参照点とする Hypervolume [6] で評価する．なお Hypervolume は，目的関数空間における獲得した解の最適解への収束性，獲得した解の多様性を同時に評価できる評価指標である．Hypervolume が大きいほど，獲得した解が最適解に収束しており，多様であることを示す．

6.2 数値実験結果

Scaling Knapsack 問題において，各アルゴリズム

表 3: 数値実験設定

共通実験設定	
個体群サイズ	100 (各タスク)
交叉手法	Uniform Crossover (適用確率: 0.9)
突然変異手法	Bitflip Mutation (適用確率: $1/n$)
試行回数	31 回
評価回数	100,000 回 (各タスク)
容量倍率α	1.1
価値変更割合β	0.1
MO-MFEA のパラメータ設定	
rmp	0.9
島モデルのパラメータ設定	
移住個体数	10 個体
移住間隔	5 世代

で得られた個体群の Hypervolume 値の中央値を表 4 に，Inversion Profit 問題において，各アルゴリズムで得られた個体群の Hypervolume 値の中央値を表 5 に示す．有意水準 0.05 の Wilcoxon の順位和検定を行い，NSGA-II に対して統計的有意差があり優れている結果を赤字，統計的有意差があり劣っている結果を青字で示す．

表 4 より，Scaling Knapsack 問題では独立探索手法である NSGA-II が EMOMT より探索性能が優れていることがわかる．一方 Inversion Profit 問題では，表 5 より EMOMT が NSGA-II より探索性能が優れている．特に，MO-MFEA が島モデルよりも優れた探索性能を示した．また，パラメータを変更した場合においても，上記の傾向に変化はなかった．したがって，Scaling Knapsack 問題では情報共有操作によって探索性能が低下，Inversion Profit 問題では情報共有操作によって探索性能が向上することが示された．

表 4: Scaling Knapsack 問題における獲得した個体群の Hypervolume 値の中央値

アルゴリズム名	$\alpha = 1.10$		$\alpha = 1.20$	
	タスク 1	タスク 2	タスク 1	タスク 2
NSGA-II	3.75E+8	4.22E+8	3.75E+8	4.70E+8
MO-MFEA	3.72E+8	4.17E+8	3.70E+8	4.63E+8
島モデル	3.71E+8	4.10E+8	3.71E+8	4.58E+8

表 5: Inversion Profit 問題における獲得した個体群の Hypervolume 値の中央値

アルゴリズム名	$\beta = 0.10$		$\beta = 0.20$	
	タスク 1	タスク 2	タスク 1	タスク 2
NSGA-II	3.75E+8	3.77E+8	3.75E+8	3.76E+8
MO-MFEA	3.81E+8	3.82E+8	3.80E+8	3.81E+8
島モデル	3.77E+8	3.78E+8	3.75E+8	3.78E+8

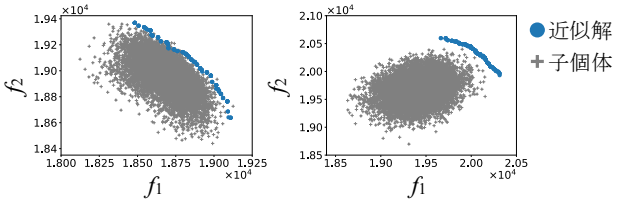
6.3 考察

本節では，提案問題において情報共有操作により EMOMT の探索性能が向上・低下した要因を考察する．そこで，αが 1.10 の Scaling Knapsack 問題，βが 0.10 の Inversion Profit 問題において，5 章で獲得した近似解に対してタスク間交叉および移住操作を行った際の影響を調査する．タスク間交叉による影響は，各タスクで得られた近似解を利用して子個体を 10,000 個体生成し，生成した子個体を各タスクで評価して調査する．移住操作による影響は，各タスクで得られた近似解を別タスクに移住した際の，移住先の目的関数空間の分布により調査する．

・Scaling Knapsack 問題でのタスク間交叉の影響

αが 1.10 の Scaling Knapsack 問題において，タスク間交叉により生成された子個体の分布を図 4 (a), (b) に示す，図 4 (a) より，タスク 1 で子個体を評価した場合，近似解と非劣あるいは近似解を優越するような解がわずかに存在することがわかる．しかし，図 4 (b) より，タスク2で子個体を評価した場合，生成されたすべて子個体は近似解に優越されることがわかる．

したがって，Scaling Knapsack 問題ではタスク間交叉によって優れた子個体がほとんど生成されない．そのため，MO-MFEA の探索性能が NSGA-II より劣るという結果が得られたと考えられる．



(a) 子個体を
タスク 1 で評価

(b) 子個体を
タスク 2 で評価

図 4: Scaling Knapsack 問題で，タスク間交叉で生成された子個体の目的関数空間の分布

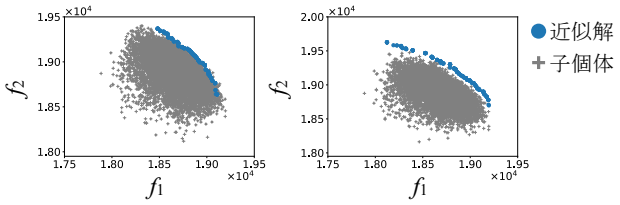
・Inversion Profit 問題でのタスク間交叉の影響

βが 0.10 の Inversion Profit 問題において，タスク間交叉により生成された子個体の分布を図 5 (a), (b) に示す．図 5 (a) より，Inversion Profit 問題ではタスク 1 で子個体を評価した場合，近似解に優越されない個体が存在することがわかる．また，図 5 (b) よりタスク 2 で子個体を評価した場合，ごく一部の個体を除き近似解に優越されることがわかる．また，タスク間交叉よって f_1 の値が高く，f_2 の値が低い子個体が多く生成されることがわかる．

したがって，Inversion Profit 問題ではタスク間交叉によって優れた子個体が生成されることがある．そのため，MO-MFEA の探索性能が NSGA-II より優れるという結果が得られたと考えられる．

・Scaling Knapsack 問題での移住操作の影響

αが 1.10 の Scaling Knapsack 問題において，異なるタスクに近似解を移住した際の目的関数空間における分布を図 6 (a), (b) に示す．図 6 より，両方のタスクにおいて，移住したすべての近似解は移住先のいずれかの近似解に優越されることがわかる．

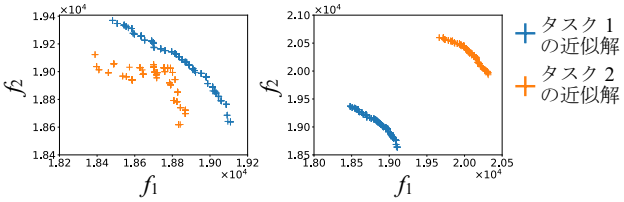


(a) 子個体を
タスク 1 で評価

(b) 子個体を
タスク 2 で評価

図 5: Inversion Profit 問題で，タスク間交叉で生成された子個体の目的関数空間の分布

したがって，Scaling Knapsack 問題では移住操作によって優れた解が獲得できない．そのため，島モデルの探索性能が NSGA-II より劣るという結果が得られたと考えられる．



(a) タスク 2 の解を
タスク 1 に移住

(b) タスク 1 の解を
タスク 2 に移住

図 6: Scaling Knapsack 問題で，異なるタスクに最適解を移住した際の目的関数空間の分布

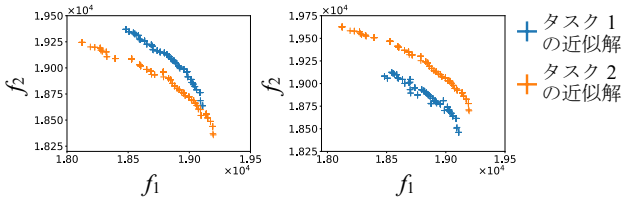
・Inversion Profit 問題での移住操作の影響

βが 0.10 の Inversion Profit 問題において，異なるタスクに近似解を移住した際の目的関数空間における分布を図 7 (a), (b) に示す．図 7 (a) より，タスク 2 の近似解をタスク 1 に移住した場合，タスク 1 の近似解に優越されない解が存在することがわかる．一方，図 7 (b) よりタスク 1 の近似解をタスク 2 に移住した場合，移住した解はタスク 2 のいずれかの近似解に優越されることがわかる．

したがって，Inversion Profit 問題では移住操作によって優れた解が獲得できることがある．そのため，島モデルの探索性能が NSGA-II より優れるという結果が得られたと考えられる．

7. おわりに

本研究では，EMOMT に対して，決定変数が離散値である新たなマルチタスクベンチマーク問題を提案した．ベンチマーク問題として，異なる設定の MOKP を組み合わせた 2 種類の問題を提案した．また，提案問題における各タスクの最適解の類似度を調査した．数値実験では，提案問題に対する EMOMT の探索性能が，情報共有の有効性にしたがって変化



(a) タスク 2 の解を
タスク 1 に移住

(b) タスク 1 の解を
タスク 2 に移住

図 7: Inversion Profit 問題で，異なるタスクに最適解を移住した際の目的関数空間の分布

することを示した．

今後の課題として，タスク間で探索難易度が大きく異なる問題や，特定のタスクにのみ情報共有が有効な問題の提案が挙げられる．また，提案問題の性質を利用して最適化を行う EMOMT の提案が求められる．

8. 謝辞

本研究ならびに卒業論文の作成にあたって，熱心なご指導およびご支援を頂いた本学大学院工学研究科 電気・情報系専攻 知能情報工学分野の能島裕介准教授，増山直輝助教ならびに Yiping Liu 特認助教に深く感謝の意を表します．

また，平素より有益な助言を頂いた南方科技大学の石渕久生教授ならびに計算知能工学研究室の皆様に厚くお礼を申し上げます．

参考文献

[1] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no 2, pp. 182–197, 2002.

[2] A. Gupta, Y. S. Ong, L. Feng, and K. C. Tan, “Multiobjective multifactorial optimization in evolutionary multitasking,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 47, no. 7, pp. 1652–1665, 2017.

[3] R. Hashimoto, H. Ishibuchi, N. Masuyama, and Y. Nojima, “Analysis of evolutionary multi-tasking as an island model,” *in Proc. of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*, July 15-19, 2018, Kyoto Japan, pp. 1894–1897, 2018.

[4] R. Hashimoto, N. Masuyama, Y. Nojima, and H. Ishibuchi, “Effect of solution information sharing between tasks on the search ability of evolutionary multiobjective multitasking algorithms”, *in Proc. of IEEE Symposium Series on Computational Intelligence*, pp. 2671–2678, 2019.

[5] Y. Yuan, Y. S. Ong, L. Feng, A. K. Qin, A. Gupta, B. Da, Q. Zhang, K.C. Chen, Y. Jin, and H. Ishibuchi, “Evolutionary multitasking for multiobjective continuous optimization : Benchmark problems, performance metrics and baseline results,” arXiv: 1706.02766v1[cs.NE], 2017.

[6] E. Zitzler and L. Thiele, “Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, pp. 257–271, 1999.

[7] Q. Zhang and H. Li, “MOEA/D: A Multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 11, no. 6, pp. 712–731, 2007.