Le 08 Janvier 2019

Examen

Physique 5 (Filières SMA – S3)

Session Normale – Durée 1h30

Exercice 1: (8pts)

Un circuit électrique (fig. 1) comprend une source alternative sinusoïdale de force électromotrice efficace E_0, de fréquence f, d'impédance interne négligeable, une résistance R, une inductance L, un condensateur variable de capacité C.

1. Établir l'expression de l'impédance complexe du circuit.

$$\bar{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right) \quad \text{et} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right)^2}$$

2. En déduire l'expression de l'expression complexe de l'intensité du courant qui circule dans le circuit. Préciser le module de l'intensité et la phase φ à l'origine.

$$\bar{I} = \frac{E_0}{\bar{Z}} = \frac{E_0}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = E_0 \frac{R - j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad \text{et} \quad I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

3. Donner la relation qui lie L, C et ω pour laquelle l'intensité du courant est maximale.

l'intensité du courant sera maximale pour : $LC\omega^2 = 1$ et $I_m = \frac{E_0}{R}$ et $tg\phi = -\frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$

En faisant varier la capacité du condensateur, à fréquence constante, on mesure une intensité de courant de $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ pour deux valeurs C_1 et C_2 de la capacité :

4. Trouver les expressions de la résistance R et de l'inductance L en fonction de C_1, C_2 et ω.

$$\sqrt{2}R = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \quad ; \quad \pm R = (L\omega - 1/C\omega)$$

$$\frac{1}{C_1} = L\omega^2 + R\omega \quad \textit{et} \quad \frac{1}{C_2} = L\omega^2 - R\omega$$

$$L = \frac{1}{2\omega^2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \quad \textit{et} \quad R = \frac{1}{2\omega}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right)$$

Exercice 2: (8pts)

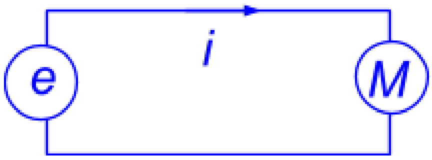
Une barre conductrice de longueur d, tourne avec une vitesse angulaire ω autour de l'axe passant par O (voir figure 2). L'autre bout de la barre glisse sur un rail conducteur rigide de forme circulaire. Le circuit est ainsi fermé par une résistance R. Nous négligerons la résistance de la barre et du fil conducteur devant R.

L'ensemble de ce dispositif est baigné dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, orienté perpendiculairement au plan de la boucle (voir figure).

1. expliquer brièvement le phénomène physique qui a lieu au niveau de la barre.

Les charges libres dans le conducteur sont animées d'une certaine vitesse *v*. Sous l'action du champ magnétique, ces charges subiront une force de lorentz qui les poussera vers l'extrémité de la barre. Le circuit étant fermé, il circulera un courant induit *i*. La barre conductrice dans laquelle ce courant prend naissance sera le siège d'une f.e.m. induite *e*.

2. Proposer un circuit électrique équivalent



3. calculer la f.e.m qui s'établit entre les extrémités de la barre conductrice à partir de:

a. la circulation du champ électromoteur

$$e = \oint \vec{E}_m . d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) . d\vec{l}$$

$$= \oint \left(\rho\omega\vec{e}_\varphi \times -B\vec{e}_z \right) . d\rho\vec{e}_\rho$$

$$= -\omega B \int_0^d \rho d\rho = -\omega B \frac{d^2}{2}$$

b. la variation du flux du champ $\vec{B}$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} . d\vec{S}$$

$$\vec{B} = -B\vec{e}_z \quad \text{et} \quad d\vec{S} = dS\vec{e}_z$$

$$e = \frac{d}{dt}\left(B \iint \rho d\rho d\varphi \right) = B \frac{d^2}{2} \frac{d\varphi}{dt}$$

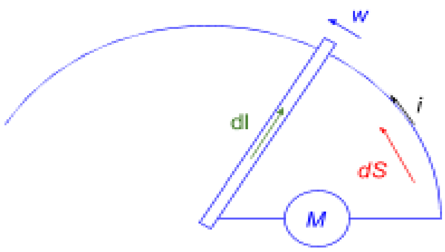
$$e = B\omega \frac{d^2}{2}$$

la différence de signe entre les 2 méthode est dû aux choix d'orientations opposées (en vert et en rouge sur la figure suivante.

4. calculer l'intensité du courant induit dans le circuit

$$i = \frac{e}{R} = \frac{B\omega d^2}{2R}$$

5. représenter son sens sur une figure



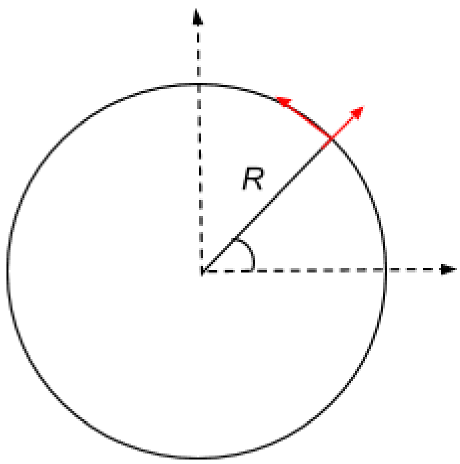
Exercice 3: (7pts)

Une spire conductrice de centre *O* et de rayon *R* est parcourue par un courant *I*. On souhaite déterminer le champ magnétique *B* produit par cette distribution de courant ; pour cela :

1. déterminer à partir des règles de symétries, l'orientation du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ produit au niveau du point *O*

   le plan de la spire est plan de symétrie, alors B est perpendiculaire à ce plan. $\vec{B} = B\,\vec{e}_z$

2. en utilisant la loi de *Biot et Savart*, donner l'expression de ce champ.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\ x\ \vec{u}}{\rho^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\rho d\varphi \vec{e}_\varphi x(-\vec{e}_\rho)}{\rho^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\varphi \vec{e}_z}{\rho}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\vec{e}_z$$

Soit un fil conducteur formé de deux arcs de cercle, de rayons *a* et *b* (*a*<*b*), de même centre *O*, réunis par deux segments (voir figure 3). Le même courant *I* circule dans le fil.

3. Déterminer le champ magnétique créé par le courant *I* au point *O*.

$$\vec{B} = -\int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\varphi \vec{e}_z}{a} + \int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\varphi \vec{e}_z}{b}$$

$$= \left(-\frac{\mu_0 I}{4a} + \frac{\mu_0 I}{4b}\right)\vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\vec{e}_z$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4ab}(a-b)\vec{e}_z$$

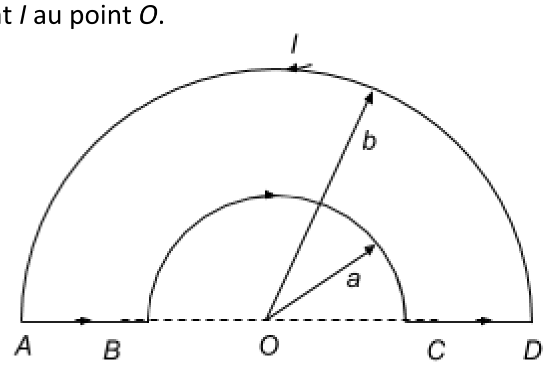


figure 3