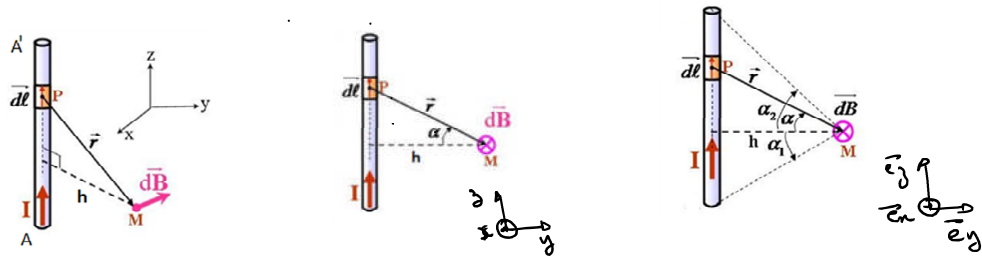


#### Exercice 4 loi de Biot et Savart

Soit un segment  $AA'$  considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'une intensité  $I$ .

En utilisant la loi de Biot et Savart, calculez le champ magnétique créé en un point  $M$  situé à une distance  $a$  d'un fil infini parcouru par un courant d'intensité  $I$ .



1. Donner l'expression du champ élémentaire  $\vec{dB}(M)$  créée en un point  $M$  par l'élément de circuit  $\vec{dl}$  traversé par le courant  $I$ , le point  $M$  est situé à la distance  $h$  du tronçon  $AA'$

Une portion du fil  $\vec{dl}$  parcouru par un courant  $I$  crée :

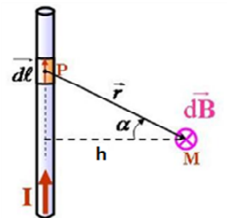
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad \text{①} \quad ; \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

2. En déduire l'expression du champ magnétique total  $\vec{B}(M)$  créé en  $M$ , point, le tronçon étant vu depuis  $M$  sous les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  (figure (c) ci-dessus).

$$\begin{aligned} \vec{dl} \wedge \vec{u} &= |\vec{dl}| \cdot |\vec{u}| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot (-\vec{e}_3) ; \quad |\vec{dl}| = dz ; \quad |\vec{u}| = 1, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha \\ &= -dz \cos\alpha \cdot \vec{e}_3 \end{aligned}$$

$$\cos\alpha = \frac{h}{r} \quad \rightarrow \quad r = \frac{h}{\cos\alpha}$$

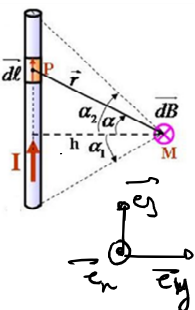
$$\text{d'où} \quad \vec{dB} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} dz \cos\alpha \cdot \frac{\cos^2\alpha}{h^2} \quad \text{②}$$



$$\begin{aligned} z \text{ et } \alpha \text{ ne sont pas indépendants : } \quad \tan\alpha = \frac{z}{h} \quad \rightarrow \quad z = h \tan\alpha \quad \rightarrow \quad dz = \frac{h}{\cos^2\alpha} d\alpha \\ \text{remplaçons } dz \text{ dans ②} \quad \rightarrow \quad \vec{dB} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\cos\alpha}{h} d\alpha \vec{e}_3 \quad \text{③} \end{aligned}$$

le champ créé par le tronçon du fil

$$\vec{B}_M = -\frac{\mu_0 I}{4\pi h} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\alpha d\alpha \vec{e}_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) \vec{e}_3$$



$$\vec{B}_M = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) \vec{e}_3$$

3. Que devient ce champ si le tronçon est de longueur infinie?

le champ créé par un fil infini  $\alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$  ;  $\alpha_2 = +\frac{\pi}{2}$

$$\vec{B}_M = -\frac{\mu_0 I}{2\pi h} \vec{e}_3$$

le champ crée par un dipôle magnétique

$$\vec{B}_m = -\frac{\mu_0}{2\pi h} \vec{e}_z$$

le champ  $\vec{B}$  en un point  $P$  quel est le plan formé par le  $\vec{B}$  et le point  $P$