Le 01 Juillet 2019

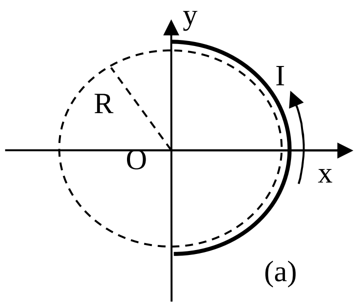
Examen

Electromagnétisme (Filière SMI – S4)

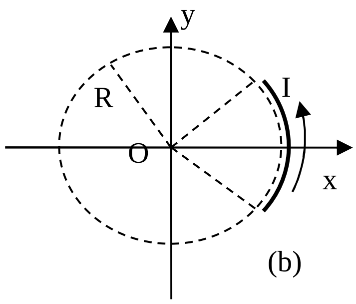
Session de rattrapage – Durée 1h30

Exercice I

Soit un arc d'anneau conducteur, inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R, parcouru par un courant d'intensité I.



(a)



(b)

1. En utilisant les règles de symétries de distribution du courant, indiquer l'orientation du champ magnétique en O.

Le plan de la feuille est plan de symétrie. B est alors perpendiculaire à ce plan (le long de z'z). En raison de l'orientation du courant, le champ sera orienté sortant selon Oz.

2. Calculer le champ magnétique B créé par cette distribution de courant en O (centre du cercle) dans le cas où la longueur de l'arc d'anneau est égale au :

Considérons un élément de conducteur dl, selon la loi de Biot et Savart, il produit en O un champ magnétique élémentaire :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

où $\quad d\vec{l} = dl \cdot \vec{e}_\varphi \quad ; \quad \vec{u} = -\vec{e}_r$

d'où $\quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left\{\frac{dl\ \vec{e}_k}{R^2}\right\}$ or $\quad dl = R.d\varphi \qquad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R\pi} dl\ \vec{e}_k$

1. demi-cercle.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \cdot \vec{e}_k = \frac{\mu_0 I}{4R} \cdot \vec{e}_k$$

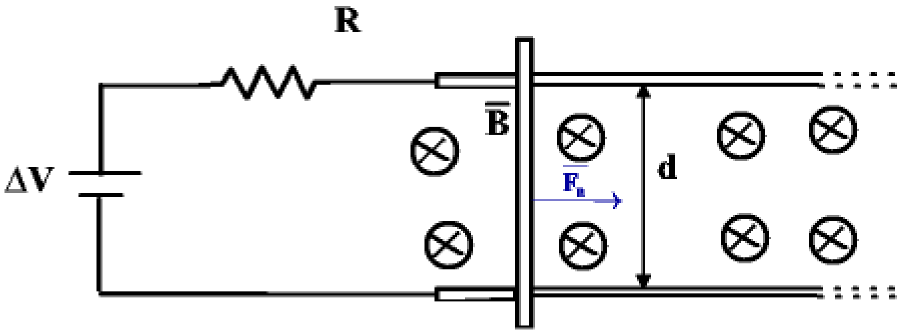
2. quart de cercle

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R\pi} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \cdot \vec{e}_k = \frac{\mu_0 I}{8R} \cdot \vec{e}_k$$

Exercice II

Exercice 3:

Une tige conductrice mobile, de résistance électrique négligeable, prend appui sur deux rails parallèles fixes, eux aussi de résistance négligeable. Ces rails sont reliés à une pile par l'intermédiaire d'une résistance. Les deux rails et la tige sont plongés dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan des rails (voir figure).



d = 1 m   B = 0,5 T   ΔV = 10 V   R = 2 Ω

a) Quel est le courant qui circule dans le circuit lorsque la tige mobile est maintenue fixe ?

I = ΔV/R = 10/2 = 5A

b) Que vaut la force magnétique qui s'exerce sur la tige lorsque celle-ci est maintenue fixe ?

F_B = I d B = 5A × 1m × 0,5T = 2,5 N

c) Lorsque la tige est laissée libre de se déplacer, la force magnétique la met en mouvement, ce qui provoque une f.c.é.m. qui a pour effet de diminuer la force magnétique résultante, jusqu'à l'annuler. La vitesse de la tige est alors constante. Que vaut-elle (négliger les frottements) ?

La variation de la surface du circuit, lorsque la tige bouge, entraîne une variation du flux magnétique, qui entraîne une f.c.é.m. et donc un courant induit I', qui s'oppose au courant I calculé en a), jusqu'à finalement l'annuler. F_B, calculé en b) s'annule alors.

$$|\xi_{f.c.é.m}| = \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(B.d.x) = B.d.\frac{dx}{dt} = Bdv = R|I'|$$

v constant lorsque $|I| = |I'|$ ou $B\,d\,v = \Delta V$.

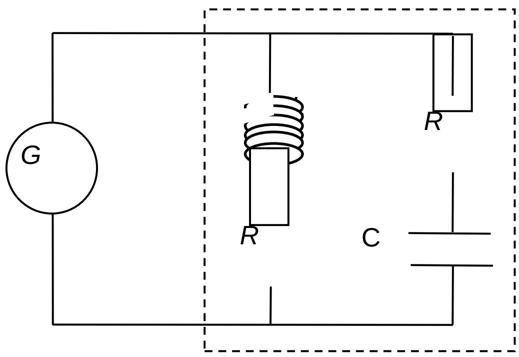
Donc $$v = \frac{\Delta V}{Bd} = \frac{10V}{0,5T \times 1m} = 20m/s$$

Exercice III

On considère le montage suivant en régime alternatif sinusoïdal de pulsation ω

Première partie:

1. Exprimer l'impédance complexe Z_{RL}, de la branche (R,L) du circuit en fonction de R,L et ω.
2. Exprimer l'impédance complexe Z_{RC}, de la branche (R,C) du circuit en fonction de R,C et ω.
3. En déduire l'impédance Z_{tot} de la portion de circuit en pointillé. On exprimera Z_{tot} sous la forme : $Z = \dfrac{A + jRB}{2R + jB}$



où A et B sont des nombres réels qu'on exprimera en fonction de R,L, C et ω.

4. Montrer que si $LC\,\omega^2=1$, Z_{tot} est réelle et donner sa valeur en fonction de R,L et ω uniquement.

Pour toute la suite de l'exercice, on suppose $LC\,\omega^2=1$

Deuxième partie: le générateur est parfait et délivre une tension, $E_0 = \cos(\omega t)$ soit en notation complexe: $E_0\, e^{j\omega t}$

4. Donner le courant qui circule dans la branche *RL* du circuit. On mettra i_{RL} sous la forme :

$$i_{RL} = I_{01} \cos(\omega t + \Phi_1)$$

exprimer I_{01} et Φ_1 en fonction de E_0, R, L et 7.

5. Donner le courant qui circule dans la branche RC du circuit. On mettra i_{RC} sous la forme :

$$i_{RC} = I_{02} \cos(\omega t + \Phi_2)$$

exprimer I_{02} et Φ_2 en fonction de E_0, R, L et 7.

6. Quel est le courant total i_{tot} délivré par le générateur. Montrer que ce courant est en phase avec la tension délivrée par le générateur.