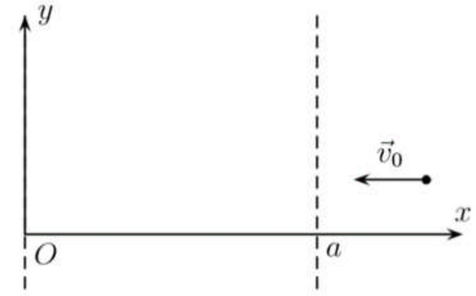
TD Electromagnétisme

Exercice 1 : **Barrière électromagnétique**

Barrière électrique :

il règne un champ électrique uniforme $\vec{E} = E_0\vec{e}_x$ entre les plans *x = 0* et *x = a* et un champ nul partout ailleurs. Des particules de charge *q* > 0, de masse *m* arrivent de l'infini du côté des x > 0 avec des vitesses identiques $\vec{v}_0$ portées par l'axe *Ox*.



a) Ecrire les équations horaires du mouvement des particules *v(t)* et *x(t)* en fonction de E_0 ; v_0 ; q ; m et a
b) On suppose que la particule arrive au plan *x = 0* avec une vitesse nulle, calculer le temps nécessaire t_0 pour parcourir la largeur de la barrière de potentiel
c) Quelle est alors la condition sur v_0 pour que les particules ne puissent pas franchir cette barrière?
d) Exprimer la condition en fonction de la différence de potentiel *U* entre les deux plans.

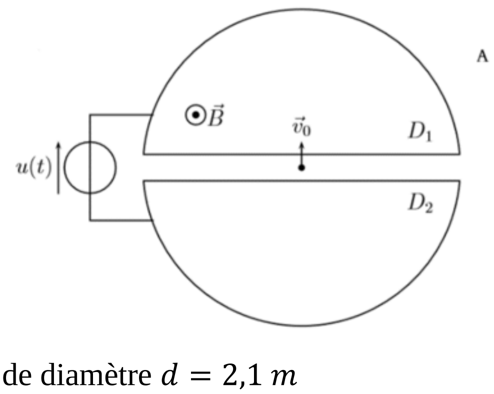
Barrière magnétique :

entre les plans x = 0 et $x = a$, il règne maintenant un champ magnétique uniforme $\vec{B} = -B_0\vec{e}_z$

a) Quel est le rayon de courbure de la trajectoire des particules ?
b) Quelle est la condition sur v_0 pour que les particules ne puissent pas franchir cette barrière?

Exercice 2 : **Cyclotron**

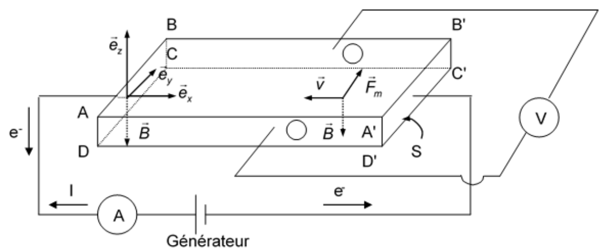
Un cyclotron comporte deux demi-boîtes cylindriques métalliques creuses ou "D", séparées par intervalle, entre lesquelles on établit une tension *u(t)* sinusoïdales de fréquence convenable f.
Les "D" sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique B uniforme parallèle aux génératrices des "D".
On injecte des protons ($m = 1{,}66.10^{-27}\ kg,\ q = 1{,}6.10^{-19}\ C$) dans une direction perpendiculaire à $\vec{B}$, avec une vitesse initiale négligeable. On donne *B = 0,5 T* la norme de $\vec{B}$

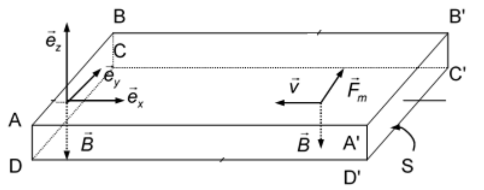


a) Montrer que dans les "D" (action de $\vec{B}$seul) la vitesse numérique *v* des protons est constante
b) En déduire *R* le rayon de courbure de la trajectoire des protons ayant une vitesse *v*
c) Quel est le temps de passage d'un proton dans un "D".
d) En déduire la fréquence et la pulsation cyclotron
e) Quelle doit être la fréquence *f* de la tension u(t) pour que le proton soit accéléré de façon optimale (pendant un temps très court) à chaque passage entre les "D".
f) Calculer la vitesse maximale atteinte pour un cyclotron de diamètre $d = 2{,}1\ m$

<u>Exercice 3</u> **Effet Hall**

Un fil conducteur à section rectangulaire *(ABCD)* d'aire *S* est parcouru dans sa longueur par un courant d'intensité *I*. On place le fil dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire au fil $\vec{B} = -B\vec{e}_z \quad B > 0$.





a) Expliquer et interpréter qualitativement le phénomène effet Hall.

b) Donner l'expression de la vitesse de déplacement des charges q en fonction *de I, S, n* et *q* où *n* est le nombre de charges par unité de volume.

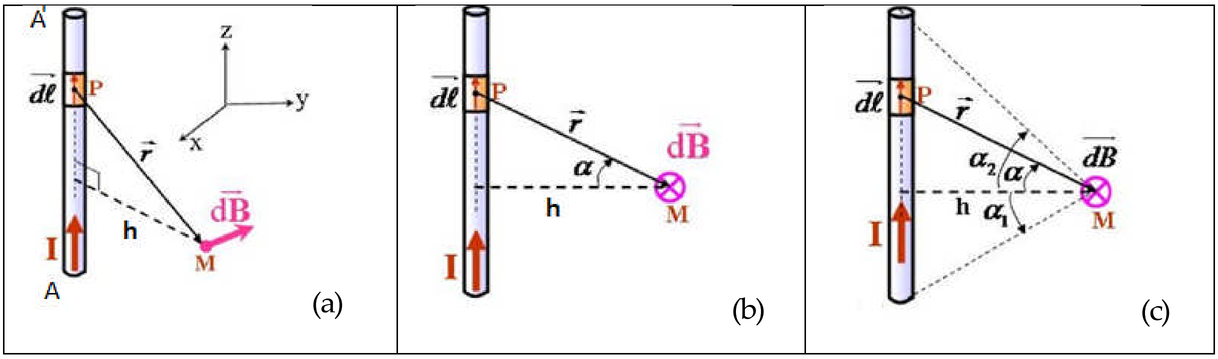
c) Montrer que $\vec{E}_H = \dfrac{I}{Snq} B.\vec{e}_y$

d) Donner l'expression de $(V_A - V_B)$ en fonction de *I, n, q, B* et l'épaisseur *AD* du fil.

Exercice 4 **loi de Biot et Savart**

Soit un segment AA' considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'une intensité I.

En utilisant la loi de Biot et Savart, calculez le champ magnétique créé en un point M situé à une distance a d'un fil infini parcouru par un courant d'intensité I.



a) Donner l'expression du champ élémentaire $\overrightarrow{dB}\ (M)$ crée en un point M par l'élément de circuit $\overrightarrow{dl}$ traversé par le courant I, le point M est situé à la distance **h** du tronçon AA'

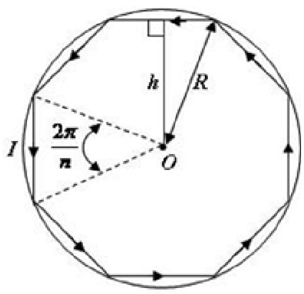
b) En déduire l'expression du champ magnétique total $\vec{B}(M)$créé en M, point, le tronçon étant vu depuis M sous les angles $\alpha_1 et\ \alpha_2$(figure (c) ci-dessus).

c) Que devient ce champ si le tronçon est de longueur infinie?

d) Calculer le champ magnétique crée au centre O d'un triangle équilatéral ABC de coté a, parcouru par un courant I.

e) Calculer le champ magnétique crée au centre O d'un carré ABCD de coté a, parcouru par un courant I.

f) En déduire que le module du champ créé, en son centre, par un polygone régulier de n côtés inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon R parcouru par un courant I est donné par

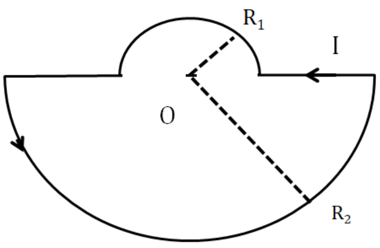


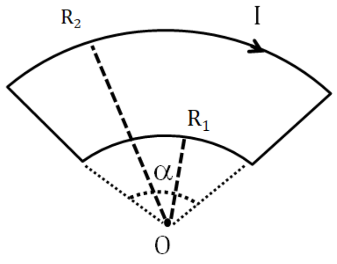
$$B(O) = \frac{n\mu_0 I}{2\pi R} tg(\frac{\pi}{n})$$

Exercice 5

Un fil conducteur est formé de deux arcs de cercle de rayons R_1 et R_2 de même centre O réunis par deux segments. Il circule un courant I dans le fil.

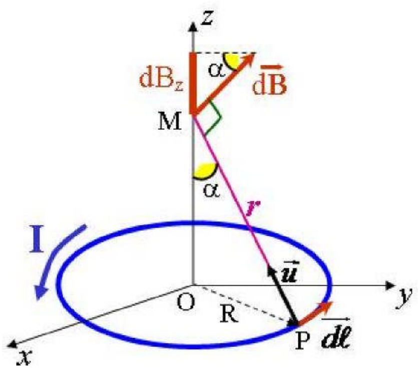
Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ crée par ce courant au point $\boldsymbol{O}$, pour les deux configurations suivantes.





Exercice 6

On considère une spire circulaire de rayon R, de centre $\boldsymbol{O}$, d'axe ***(Oz)***, parcourue par un courant d'intensité $\boldsymbol{I}$. Soit un point $\boldsymbol{M}$ de son axe ***(Oz)*** (figure ci-contre).

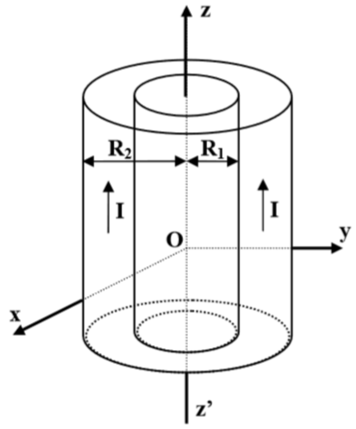


a) A l'aide des symétries et antisymétries, Montrez que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la spire est porté par l'axe ***(Oz)***.

b) Calculez $\vec{B}(M)$à l'aide de la loi de Biot Savart. Donnez, l'expression du champ en fonction de z (abscisse de M) et du rayon R.

c) Déduire le champ crée au centre O de la spire.

Exercice 7

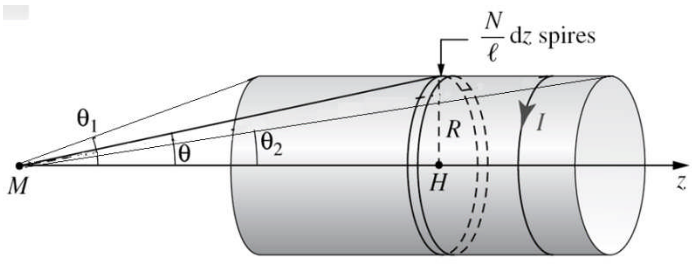


Soit un fil conducteur cylindrique creux dont les parois intérieures et extérieures forment deux cylindres coaxiaux de rayons respectifs R_1 et R_2 (figure ci-contre). Ce conducteur est parcouru par un courant d'intensité totale constante I dans le sens de l'axe (OZ) On supposera ce courant homogène, sa densité de courant est donc constante $(\vec{j} = j\vec{e}_z)$

a) Quel type de coordonnées choisissez-vous pour analyser les propriétés de la distribution de courant?
b) On considère un point M situé à la distance r de l'axe (Oz). Analyser la symétrie et les invariances de cette distribution de courant et en déduire la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par cette distribution. De quelles coordonnées dépend le module $\vec{B}(M)$ du champ ?
c) Donner l'expression de la norme de la densité de courant dans le conducteur en fonction de I, R_1 et R_2.
d) A l'aide du théorème d'Ampère, calculez la norme du champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par cette distribution de courant en tout point de l'espace. Tracer le graphe de $B(r)$ lorsque r varie de zéro à l'infini.
e) On fait tendre R_1 vers R_2, de telle sorte que l'épaisseur de la paroi du conducteur tende vers zéro en gardant I constant. On obtient alors une nappe de courant cylindrique. Définir le vecteur densité de courant surfacique j_s en fonction de I et R_2. et des vecteurs unitaires de la base de coordonnées choisie.

Exercice 8

Soit une bobine de longueur l, formée de N spires, parcourue par un courant I



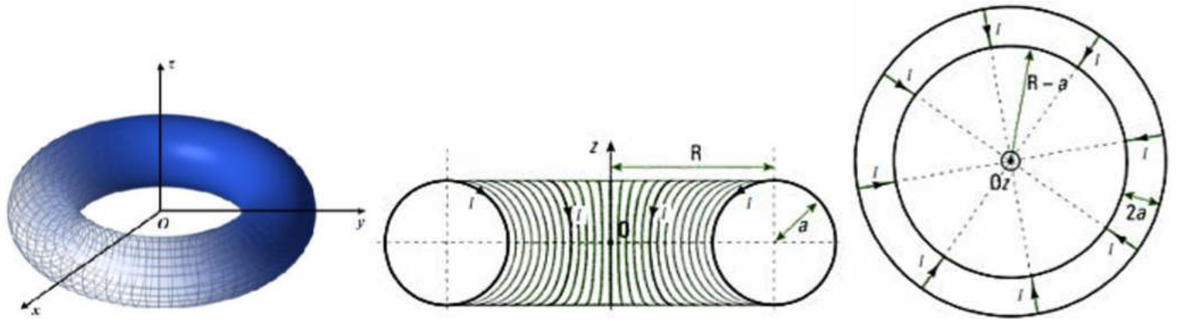
a) Calculer le champ $\vec{B}$ en un point quelconque M situé sur l'axe de la bobine Oz, en prenant ce point pour origine et en utilisant le résultat obtenu dans l'exercice 6
b) Trouver le champ au centre du solénoïde
c) Quel est le champ crée par un solénoïde de très grande longueur ?
d) En utilisant le théorème d'Ampère, dans ce dernier cas, calculer le champ magnétique crée par en tout point de l'espace.

<u>Exercice 9</u>

On veut étudier le champ magnétique crée par une distribution de courants présente sur un tore circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ à section circulaire de rayon $\boldsymbol{a}$. On note $\boldsymbol{O}$ le centre du tore et ($\boldsymbol{Oz}$) son axe de révolution. Une chambre à air gonflée, de vélo par exemple, constitue un tel tore.

La distribution de courants est constituée par un enroulement d'un grand nombre de $\boldsymbol{N}$ spires jointives circulaires de rayon $\boldsymbol{a}$ enroulées sur toute la surface du tore, dans lesquelles circule un courant $\boldsymbol{I}$. Soit $\boldsymbol{M}$ un point quelconque de l'espace où l'on cherche le champ magnétique $\vec{\boldsymbol{B}}(M)$ crée par cette distribution

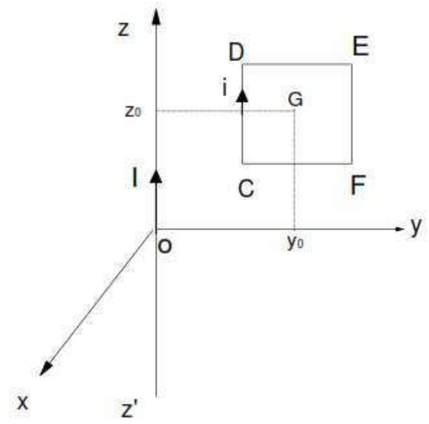
Expliquer le choix du système de coordonnées cylindriques d'axe (Oz). Quelle est la direction de $\vec{\boldsymbol{B}}(M)$? Justifier la réponse.



a) De quelles coordonnées dépend le module $\vec{\boldsymbol{B}}(M)$ du champ?
b) Montrer qu'au centre O, le champ magnétique est nul.
c) Montrer qu'à extérieur du tore, le champ magnétique est nul.
d) Quel est le champ magnétique à l'intérieur du tore ?

Exercice 10

Une spire carrée indéformable de côté a et de centre $G(y_0, z_0)$ appartient au plan yOz (figure 1). Elle est parcourue par un courant i constant dont le sens est indiqué sur la figure 1. Les côtés CD et EF sont parallèles à $z'z$. Un fil rectiligne infiniment long, parcouru par un courant I est confondu avec l'axe $z'z$ comme l'indique la figure 1. On prend $y_0 > a/2$.



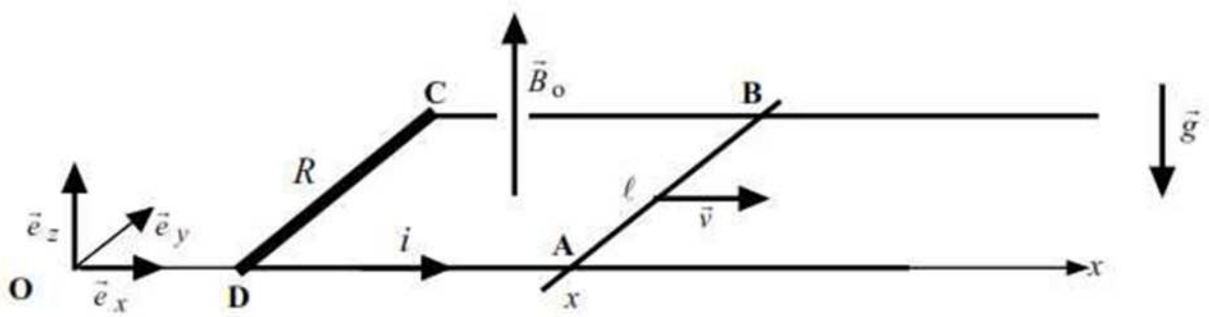
a) En utilisant les éléments de symétrie, déterminer la direction, le sens et l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ résultant du courant I pour les points du plan yOz.
b) Calculer le flux ϕ de $\vec{B}$ à travers la spire.
c) Calculer les forces de Laplace s'exerçant sur chacun des quatre côtés en utilisant les vecteurs unitaires $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$. En déduire la force résultante F_L .

Exercice 11

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (O,x,y,z) de base $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$.

Deux rails métalliques parallèles et distants de ℓ, parfaitement conducteurs, sont reliés par une tige conductrice CD rectiligne, de résistance R. Ces conducteurs constituent un ensemble rigide et immobile.

Afin de fermer le circuit, une barre métallique, parfaitement conductrice, est posée sur les rails, orthogonalement à ceux-ci. Soient A et B les points de contact entre la barre et les rails. Cette barre peut effectuer un mouvement de translation sans frottement sur les rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$, avec $B_0 > 0$



Le circuit ABCD est situé dans un plan horizontal et les rails sont maintenus parallèles à l'axe Ox. La barre est animée d'un mouvement de translation de vitesse $\vec{v} = \boldsymbol{v}\overrightarrow{\boldsymbol{e}_{zx}}$v avec $v>$ **0**

a) La position de la barre est repérée par son abscisse ***DA* = *x***. Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, le flux ϕ du champ magnétique à travers le cadre ***ABCD***.

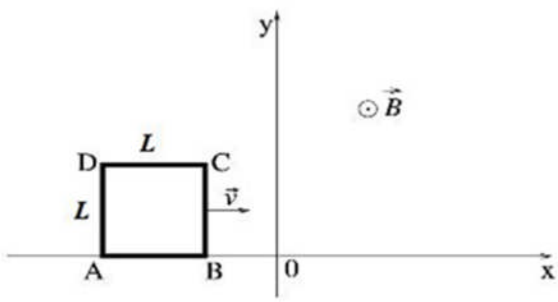
Montrer que, dans la barre, les porteurs de charge sont soumis à l'action d'un champ électromoteur $\vec{\boldsymbol{E}}_m$. Donner son expression vectorielle.

b) Prendre en compte l'orientation indiquée sur la figure et préciser le signe du courant ***i*** induit dans le circuit ***ABCD***.
c) Exprimer, en fonction ***de R, v, B_0*** et l'intensité du courant ***i.***
d) Ce courant induit s'accompagne de forces dites « de Laplace » appliquées à toutes les portions du circuit. Préciser sur un schéma la direction et le sens de la résultante F des forces d'induction appliquées à la barre AB.

Exercice 12

Un carré conducteur indéformable, de coté ***L***, de résistance ***R***, se déplace à vitesse, $\vec{v}\,(t) = \, v(t)\vec{e}_x$, le long de l'axe ***(Ox)***. Le carré reste dans le plan ***(O,x,y)***. Dans l'exercice, on ne cherchera pas à calculer $\vec{v}\,(t)$ mais on supposera $\vec{v}\,(t) = \vec{0}$ à chaque instant.

Un champ magnétique $\vec{B}$ règne dans l'espace comme suit :



- B = 0 dans le demi-espace ***x < 0***,
- $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ dans le demi-espace ***x > 0***, avec B_0 une constante.

On considère les trois situations suivantes :

(i) le carré conducteur est entièrement dans le demi-espace x< 0 ,

(ii) le carré conducteur en train de passer du demi-espace x>0 au demi-espace x<0

(iii) le carré conducteur est entièrement dans le demi-espace x>0.

Dans les trois situations (i), (ii) et (iii), répondre aux questions suivantes (on ne cherche pas à calculer v(t)) :

a) Écrire le flux de $\vec{B}$ à travers le circuit en fonction de l'abscisse ***x_B(t)*** du point ***B***.

b) Déterminer le courant induit $I(t)$ dans le carré conducteur en fonction de $v(t)$, B_0 et la résistance R du conducteur. Faire un schéma indiquant le sens de I.

c) Calculer la force magnétique sur chaque coté du conducteur. Représenter ces forces sur le schéma. Quelle est la force totale sur le conducteur ? Cette force est-elle motrice ou de freinage ?

Exercice 13

Un générateur basses fréquences maintient une tension sinusoïdale de valeur maximale $V_m = 1\ V$ et de pulsation $\omega = 1000\ rd.s^{-1}$ entre les bornes ***A*** et ***B*** d'un circuit comprenant en parallèle :

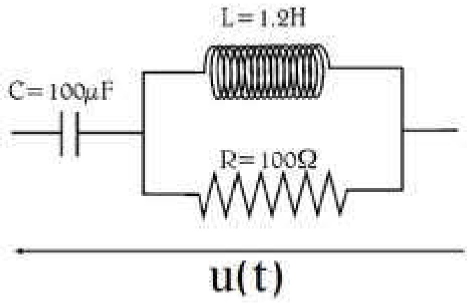
- une résistance $R = 10\ \Omega$
- un inducteur pure $L = 10\, mH$
- un condensateur $C = 50\ \mu F$

a) Donner les expressions des courants $i_R(t)$, $i_L(t)$ et $i_C(t)$ dans les diverses branches ainsi que celle du courant $i(t)$ débité par le générateur.

b) Que se passe-t-il lorsque $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Exercice 14

En utilisant la notation complexe, établir les expressions du



- courant $i_c(t)$, courant traversant le condensateur (on déterminera d'abord l'impédance complexe équivalente du circuit)
- tensions $u_R(t)$ et $u_L(t)$ aux bornes de la résistance et de la bobine
- courant $i_L(t)$ qui traverse la bobine
- courant $i_R(t)$ qui traverse la résistance
- tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur

On donne: $u(t) = 220\sqrt{2}\sin 314t$

(NB remplacer par les valeurs numérique avant de commencer vos calculs)