Le 16 Février 2016

Examen

Physique 5 (Filières SMA – S3)

Session de Rattrapage – Durée 1h30

Exercice I

Soit un circuit conducteur (*C*) de constitué d'une spire circulaire de section *S* et de rayon *a* (fig. 1), disposé perpendiculairement à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Par convention on orientera le circuit dans le sens trigonométrique.

A l 'instant *t=0*, on diminue la valeur de la norme *B* du champ magnétique jusqu'au cinquième de sa valeur initiale, de façon linéaire et en une durée de t_1.

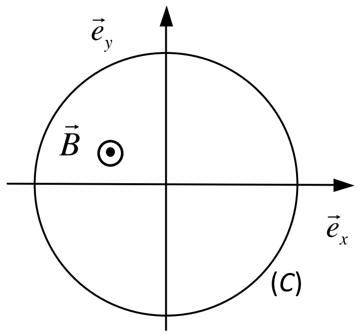

figure 1

1. Montrer que la norme du champ $\vec{B}$ est de la forme *B = at+b*. Donner les expressions de *a* et *b*.

$$à \quad t=0 \quad , \quad B=B_0=b$$

$$à \quad t=t_1 \quad , \quad B=\frac{B_0}{5}=at_1+B_0 \quad d'où \quad a=-\frac{B_0}{4t_1}$$

2. Calculer le flux initial Φ_0 du champ magnétique *B* à travers le circuit.

$$\Phi_0=\iint_C \vec{B}.d\vec{S}=\iint_C B\vec{e}_z.dS\vec{e}_z=\iint_C B.dS=B(t).S$$

3. Calculer la force électromagnétique e induite dans ce circuit pendant l'opération de réduction du champ magnétique.

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d(B(t).S)}{dt}=\frac{B_0.S}{4t_1}$$

4. Déterminer les plans de symétrie et d'antisymétrie du système. En déduire la direction du champ électromoteur $\vec{E}_{em}$, le sens du courant I induit dans le circuit, ainsi que la (ou les) variables dont ils dépendent.

- Le plan de la spire est plan de symétrie : le champ électromoteur appartient à ce plan $\vec{E}_{em}\perp\vec{e}_z$
- Les plans perpendiculaires au plan de la spire sont plans d'antisymétrie : $\vec{E}_{em}=E_{em}.\vec{e}_\varphi$

- Le sens du courant est celui du champ électromoteur conformément à l'orientation choisie.
- Le champ électromoteur $\vec{E}_{em}$ ne dépend que de la variable φ.

5. Déterminer la norme du champ électromoteur $\vec{E}_{em}$.

$$e = \oint_C \vec{E}_{em}.d\vec{l} = \oint_C E_{em}.a\,d\varphi = 2\pi a E_{em} \qquad \text{et} \qquad E_{em} = \frac{e}{2\pi a} = \frac{B_0.a}{8t_1}$$

6. Calculer le courant induit I, sachant que le circuit à une résistance R.

$$e = RI \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{B_0.\pi a^2}{4Rt_1}$$

Exercice II

On considère une portion de circuit *AD* (fig. 2) comportant entre *AB* une self pure *L* et entre *BD* une résistance *R* montée en dérivation avec une capacité *C*.

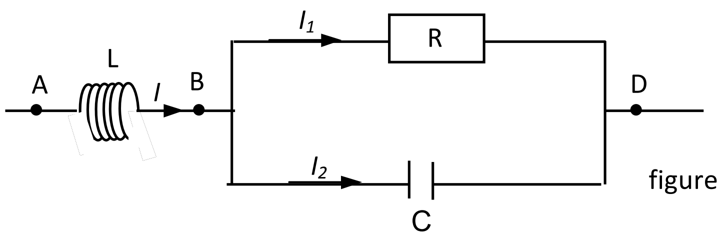

figure 2

On applique entre *A* et *D* une tension sinusoïdale $v_{AD}(t)$ de pulsation ω et de valeur efficace V_{AD}.

Soient les courant I, I_1 et I_2 les valeurs efficaces respectives des intensités $i(t)$, $i_1(t)$ et $i_2(t)$ dans les trois branches.

1. Donner l'expression des impédances complexes $\overline{Z}_{AB}$ entre *A* et *B*, $\overline{Z}_{BD}$ entre *B* et *D*.

$$\overline{Z}_{AB} = jL\omega \qquad \text{et} \qquad \overline{Z}_{BD} = \frac{\overline{Z}_R \cdot \overline{Z}_C}{\overline{Z}_R + \overline{Z}_C} = \frac{R \cdot \frac{-j}{C\omega}}{R - \frac{j}{C\omega}} = \frac{R - jR^2C\omega}{(RC\omega)^2 + 1}$$

2. Quelle doit-être la relation entre *L*, *R*, *C* et ω pour que l'impédance entre *A* et *D* soit équivalente à une résistance pure.

$$\overline{Z}_{AD} = \overline{Z}_{AB} + \overline{Z}_{BD} = jL\omega + \frac{R - jR^2C\omega}{(RC\omega)^2 + 1} \qquad \text{et} \qquad \overline{Z}_{AD} = \frac{R + j\omega\left\{L\left((RC\omega)^2 + 1\right) - R^2C\right\}}{(RC\omega)^2 + 1}$$

L'impédance équivalente sera une résistance pure si la partie imaginaire est nulle :

$$L\left((RC\omega)^2 + 1\right) - R^2C = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{RC^2 - L}{LR^2C^2}$$

3. Montrer que dans ce cas, $\overline{Z}_{AD} = \dfrac{R}{1+R^2C^2\omega^2}$

Application numérique, dans les conditions de la question 2.

$R=100\Omega$ $V_{AD}=180V$ $C=100/3\mu F$ $\omega=400rd/s$

4. Calculer l'intensité du courant total *I* dans la branche *AD*.

5. Calculer I_1 si $I_2 = 3A$.

Exercice III

Soit un fil conducteur semi-infini (*0*, ∞)selon Oz, parcouru par un courant d'intensité constante *I*.

1. Etudier les symétries du système
2. Décrire les invariances du système
3. En utilisant la loi de Biot et Savart, donner l'expression du champ magnétique *B*, produit par cette distribution de courant au niveau d'un point *M* quelconque, repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ, φ, z).

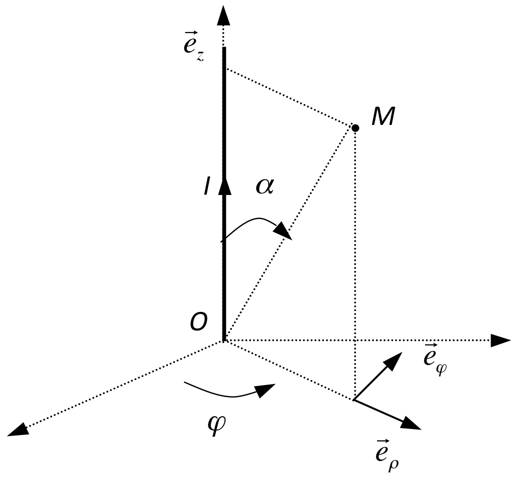

figure 3