Cours d’électromagnétisme

Filière SMI S4

Jaouad DIYADI
Département de physique
Faculté des sciences
Université Ibn Tofail

Chapitre III

Régimes Variables et Induction Magnétique

1. Loi d'induction de Faraday

Les phénomènes d'induction ont lieu lorsque:

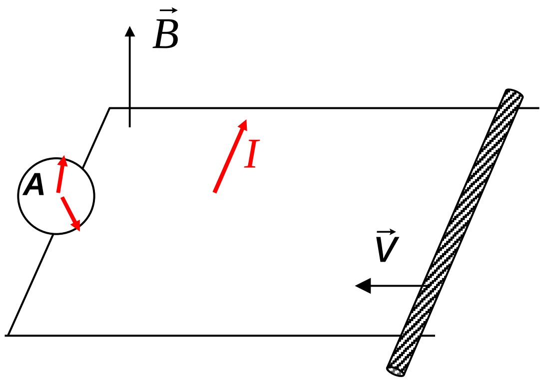
à $\vec{B}$ constant: -le circuit placé dans $\vec{B}$ se déforme dans le temps

(*Déformation de la surface)*

à $\vec{B}$ Variable : variation causée
- -par déplacement des sources
- - ou par variation du courant

a. Circuit se déplaçant dans un champ magnétique constant

Soit le circuit en U: la barre conductrice est animée d'une vitesse $\vec{V}$



Observations :

L'Ampèremètre indique le passage d'un courant I

I (courant induit) ⟶ Existence d'une f.é.m. induite e

Interprétation :

Les e^- sont soumis à la force de *Lorentz*: $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

Tout se passe comme si les e^- étaient soumis à l'action d'un champ électrique $\vec{E}_m$

$$\vec{F}_m = q\,\vec{E}_m \longrightarrow \vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\vec{E}_m$: champ électromoteur ou champ induit

La barre est alors le siège d'une *f.é.m.* "*e*" définie par: $e = \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$

(or en 1ère année $\longrightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ $\vec{E}$ est d'origine électrostatique)

Dans notre cas $\vec{E}_m$ est d'origine magnétique

$$\oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \longrightarrow \boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Loi de *Faraday*

Loi de Lenz-Faraday

Le signe **(–)** dans la loi de *Faraday* a une signification bien précise donnée explicitement par la loi de *Lenz*.

C’est une loi qualitative :

Enoncé : Le sens du courant induit lors d’un phénomène d’induction électromagnétique dans un circuit électrique est tel qu’il **s’oppose** à la variation du flux initial. Donc la force électromotrice induite ‘’e’’ **s’oppose** à la cause qui l’engendre.

b. *Circuit fixe dans un champ magnétique variable*

La loi de *Faraday* reste toujours vérifiée:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Dans ce cas, la force magnétique ne peut pas rendre compte du passage du courant, puisqu'elle est nulle. Pour justifier de l'existence d'un courant induit, il faut admettre que la variation du champ magnétique entraine l'existence d'un champ électrique agissant sur des charges initialement au repos, les déplace dans le conducteur.

2. Expression du champ électrique:

$$e = \oint \vec{E}_m \, . \, d\vec{l}$$ et $$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \iint \vec{B} . \overrightarrow{ds}$$ et $$\vec{B} = \overrightarrow{rot\, \vec{A}}$$

En utilisant le théorème de *Stockes*:

$$\vec{E}_m = -\frac{d\vec{A}}{dt}$$

3. Propriétés du champ électrique

Dans le cas général: $$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V - \frac{d\vec{A}}{dt} \qquad (1)$$

$-\overrightarrow{grad}\,V$ → Champ électrostatique

$-\frac{d\vec{A}}{dt}$ → Pptés différentes de champ électrostatique, sa <u>circulation le long d'un contour fermé est non nulle</u>

→ Existence d'une *f.é.m.* induite

Récrivons l'équation (1) différemment:

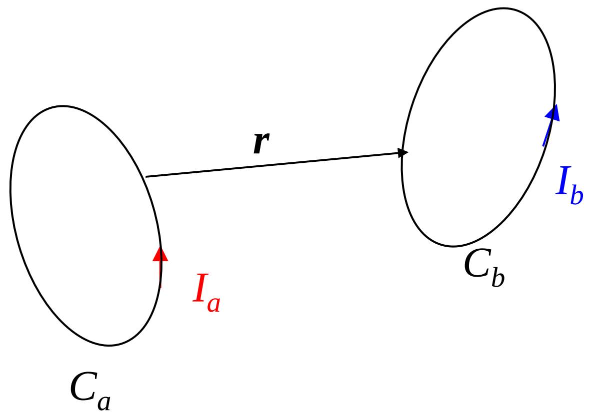
$$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\overrightarrow{rot}\,(\overrightarrow{grad}\,V) - \overrightarrow{rot}\,\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \longrightarrow \overrightarrow{rot}\,\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

Relation entre les champs électrique et magnétique dans les phénomènes dépendants du temps.

Il s'agit d'une relation générale et importante de l'électromagnétisme et constitue une des 4 équations de *Maxwell*.

Considérons deux circuits filiformes C_a et C_b parcourus par les courants stationnaires I_a et I_b.

Le courant $\boldsymbol{I_a}$ dans le circuit $\boldsymbol{a}$ produit un flux magnétique $\boldsymbol{\Phi_{ab}}$ à travers le circuit $\boldsymbol{b}$



$$\Phi_{ab} = \iint_{S_b} \vec{B}_a \,.\, d\vec{S}$$

$$\Phi_{ab} = \iint_{S_b} \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{A}_a\right) .\, d\vec{S}_b = \oint_b \boxed{\vec{A}_a} \,.\, d\vec{l}_b$$

$$\Phi_{ab} = \oint_b \boxed{\left(\frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \oint_a \frac{dl_a}{r}\right)} dl_b \qquad = \boxed{\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_a \oint_b \frac{dl_a \,.\, dl_b}{r}} I_a$$

$$\Phi_{ab} = M_{ab} I_a$$

$$\boxed{M_{ab} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_a \oint_b \frac{dl_a \,.\, dl_b}{r}}$$

M est le facteur d'induction mutuelle entre les deux circuits

formule de Neumann.

4. Inductance Mutuelle entre 2 Circuits

Le coefficient $\boldsymbol{M}$ ne dépend que de la géométrie des deux circuits. Son unité dans le SI est le *henry* (H).

La ***f.e.m.*** induite dans le circuit $\boldsymbol{b}$ par la variation de I_a vaut

$$\oint_b \vec{E}.\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_{ab}}{dt} = -M_{ab}\frac{dI_a}{dt}$$

de même la ***f.e.m.*** induite dans le circuit $\boldsymbol{a}$ par une variation du courant dans $\boldsymbol{b}$ vaut

$$\oint_a \vec{E}.\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_{ba}}{dt} = -M_{ba}\frac{dI_b}{dt}$$

a. Auto-Induction

Un circuit isolé est traversé par son flux propre

$$\Phi = LI$$

Une variation de courant dans le circuit y produit une ***f.e.m.*** d'induction

$$\oint \vec{E}.\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

b. *Coefficient de couplage*

Considérons un bobinage a d'une seule spire, à travers lequel un courant I_a crée un flux Φ_{aa} et un autre bobinage d'une seule spire b placé de telle façon qu'une fraction k_a de Φ_{aa} le traverse

$\Phi_{ab} = k_a \Phi_{aa}$ et $\Phi_{aa} = L_a I_a$ $\longrightarrow$ $M_{ab} = k_a L_a$

$M_{ba} = k_b L_b$ or $M_{ba} = M_{ab} = M$ alors $M^2 = k_a k_b L_a L_b$

$M = k(L_a L_b)^{1/2}$ avec $k = \pm(k_a k_b)^{1/2}$

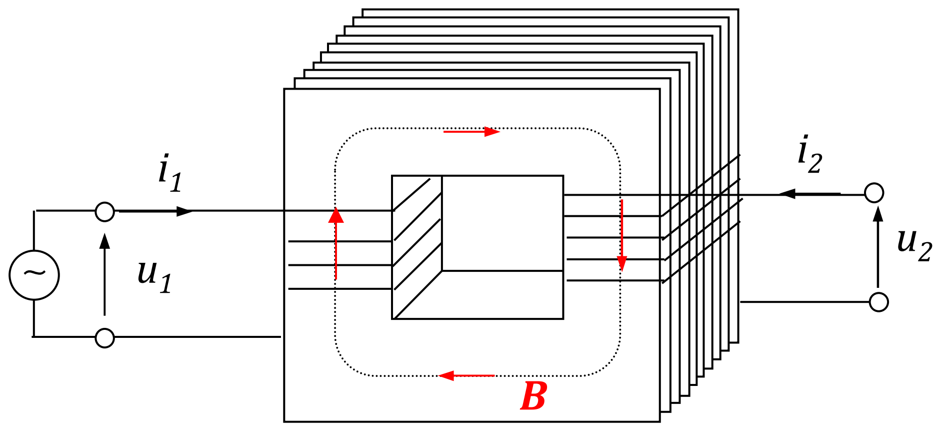
k : coefficient de couplage entre 2 bobines ($-1 \leq k \leq 1$)

En conséquence: $M^2 \leq L_a L_b$ et $|M| \leq L_b$; $|M| \leq L_a$

Cas particulier: $M = L_a = L_b$ a lieu quand toues les lignes du champ <u>du circuit a traversent le circuit b</u> (cas de solénoïde à noyau magnétique)

5. Transformateurs

Dans un transformateur, deux circuits sont bobinés sur un même matériau ferromagnétique de façon à réaliser un couplage magnétique maximal ($k \simeq 1$).



Le primaire, est alimenté par une source de tension : $u_1(t)$.

Soient i_1 le courant qui le parcourt, r_1 sa résistance interne et Φ_1 le flux total qui le traverse; on a:

$$u_1(t) = r_1 i_1(t) + \frac{d\Phi_1}{dt}$$

pour le deuxième enroulement, le secondaire:

$$u_2(t) = r_2 i_2(t) + \frac{d\Phi_2}{dt}$$

en général, les enroulements ont une résistance très faible

$$u_1(t) = \frac{d\Phi_1}{dt} = M\frac{di_2}{dt} + L_1\frac{di_1}{dt}$$

et

$$u_2(t) = \frac{d\Phi_2}{dt} = M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}$$

On en tire: $$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1}\left[u_1(t) - M\frac{di_2}{dt}\right] = \frac{1}{M}\left[u_2(t) - L_2\frac{di_2}{dt}\right]$$

d'où $$u_2(t) = \frac{M}{L_1}u_1(t) + \left[\frac{L_2L_1 - M^2}{L_1}\right]\frac{di_2}{dt}$$

Nous sommes en présence d'un couplage total ($k = 1$); c.à.d. $M^2 = L_1L_2$

la tension secondaire est reliée à la tension primaire par la relation approchée: $$\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{M}{L_1}$$

Soient $\boldsymbol{N_1}$ et $\boldsymbol{N_2}$, les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire respectivement. Chaque spire crée le flux φ

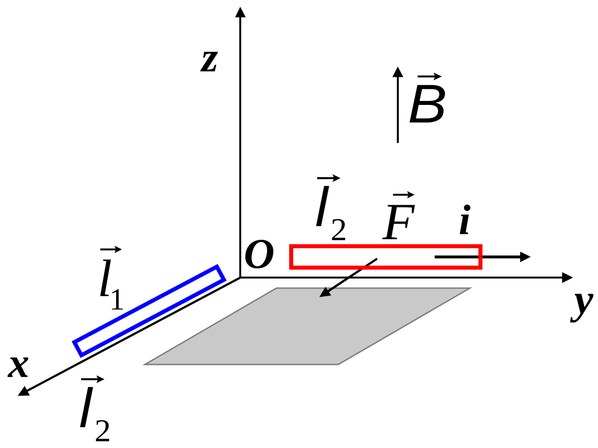
$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{21} \\ \Phi_2 = \Phi_{12} + \Phi_{22} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Phi_1 = L_1i_1 + Mi_2 \\ \Phi_2 = Mi_1 + L_2i_2 \end{cases}$$

Plaçons nous dans le cas d'un fonctionnement à vide du transformateur ($\boldsymbol{i_2} = \boldsymbol{0}$).

$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 &= N_1\varphi = L_1i_1 \\ \Phi_2 &= N_2\varphi = M\,i_1 \end{aligned}\right\} \qquad \frac{N_2}{N_1} = \frac{M}{L_1} \longrightarrow \boxed{\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1}}$$

6. Travail de la force magnétique

Soit une portion d'un fil conducteur filiforme de longueur l_2 parcouru par un courant d'intensité I parallèle à $\boldsymbol{Oy}$, qui se déplace par rapport à $\boldsymbol{Ox}$ dans un champ d'induction magnétique uniforme



$$\vec{F} = i\vec{l}_2 \wedge \vec{B}$$

pour un déplacement de longueur l_1, le travail fournis

$$T = \vec{F} \,.\, \vec{l}_1 = (i\vec{l}_2 \wedge \vec{B}) \,.\, \vec{l}_1 = i(\vec{l}_1 \wedge \vec{l}_2) \,.\, \vec{B}$$

$$T = i\vec{S} \,.\, \vec{B} = I\Phi_{coupé}$$

Théorème de ***Maxwell***

7. Energie magnétique

1. *Energie exprimée en fonction du champ magnétique*

$$W = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau \longrightarrow w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densité volumique d'énergie magnétique

2. *Energie exprimée en fonction des inductions*

$$W = \frac{1}{2} I \, \Phi$$

dans le cas de deux circuits où circulent des courants I_a et I_b

$$W = \frac{1}{2} I_a \, \Phi_a + \frac{1}{2} I_b \, \Phi_b$$

Φ_a est le flux total à travers le circuit $\boldsymbol{a}$

Φ_b est le flux total à travers le circuit $\boldsymbol{b}$

$$W = \frac{1}{2} I_a \, \Phi_{aa} + \frac{1}{2} I_b \, \Phi_{ab} + \frac{1}{2} I_a \, \Phi_{ba} + \frac{1}{2} I_b \, \Phi_{bb} \longrightarrow W = \frac{1}{2} L_a I_a^2 + \frac{1}{2} L_b I_b^2 + M I_a I_b$$

pour n circuits $\quad W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} I_i \, \Phi_i \quad$ soit $\quad W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} I_i \left(\Phi_{ii} + \sum_{j \neq i} \Phi_{ij} \right)$