Université Ibn Tofail
Faculté des Sciences
Kénitra

Années Universitaire 2020-2021

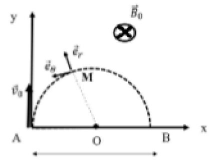
Nom : Prénom : N Apogée : Note :

Examen

Electromagnétisme (Filière SMI – S4)

Session normale (30 juin 2021) – Durée 1h

Exercice I



Un électron (*q=-e)* arrive au point A avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_y$ pénètre dans une zone ou règne un champ d'induction magnétique uniforme $\vec{B}_0 = -B_0\vec{e}_z$

1. Quelle est l'expression de la force magnétique que subira l'électron au point A ? (*en ce point M est confondu avec A* $\vec{e}_y = -\vec{e}_\theta$)

$\vec{F}_m = q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$

$= (-e)(v_0\vec{e}_y)\wedge(-B_0\vec{e}_z) = e v_0 B_0(\vec{e}_y\wedge\vec{e}_z)$

$\vec{e}_y\wedge\vec{e}_z = \vec{e}_x$ au point A $\vec{e}_x = -\vec{e}_N$

$\boxed{\vec{F}_m = -e v_0 B_0\,\vec{e}_N}$ (1)

2. Etablir la relation qui relie le rayon *R* de la trajectoire de l'électron à sa masse *m*, la vitesse *v₀*, la charge *q* et le champ d'induction magnétique *B₀.*

Le PFD appliqué à l'é en M $\rightarrow m\vec{\gamma} = \sum\vec{F}_{ex}$

soit $m\vec{\gamma} = \vec{F}_m$ (2) (on néglige le poids)

or dans un mouvement curviligne $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_N + \vec{\gamma}_T$

$\vec{\gamma} = \frac{v_0^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T}$ avec $\vec{N} = -\vec{e}_N$; $\vec{T} = -\vec{e}_\theta$

$\vec{\gamma} = -\frac{v_0^2}{R}\vec{e}_N - \frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta$ (3)

(1) (2) et (3) $\rightarrow -m\frac{v_0^2}{R}\vec{e}_N - m\frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta = -e v_0 B_0\vec{e}_N$

par identification $\begin{cases} m\frac{v_0^2}{R} = e v_0 B_0 \rightarrow R = \frac{m v_0^2}{e v_0 B_0} \\ m\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = cte = v_0 \end{cases}$

$\boxed{R = \frac{m v_0}{e B_0}}$ (4) ou $\boxed{R = -\frac{m v_0}{q B_0}}$ $q<0$

En déduire la fréquence cyclotronique.

$v_0 = R\omega$; $\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow$ $f = \frac{v_0}{2\pi R} \rightarrow$ $\boxed{f = \frac{e B_0}{2\pi m}}$ (5)

Application:

3. Quelle est la valeur champ magnétique qui permet à l'électron de se rendre au point *B* en suivant la trajectoire indiquée ?

$AB = 2R \xrightarrow{(4)} AB = \frac{2 m v_0}{e B_0} \rightarrow$ $\boxed{B_0 = \frac{2 m v_0}{e.(AB)}}$ (6)

4. Combien de temps faudra-t-il pour que l'électron passe du point *A* au point *B* ?

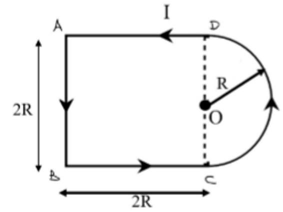
Le temp t_{AB} correspond à la moitié d'une période $T/2$; $T = 2\pi f$ $\rightarrow t_{AB} = \frac{2\pi f}{2}$ $\boxed{t_{AB} = \frac{e B_0}{2 m}}$ 7

Données

$v_0 = 10^7 m.s^{-1}$ $e = 1.602\ C\ 10^{-19}$ $m = 9{,}1094\ 10^{-31}$ kg

ExerciceII

On considère le circuit de la figure contre, il est constitué d'une demi spire CD de rayon ***R*** et de trois segments de fil DA, AB, et BC de même longueur ***2R***, l'ensemble est parcouru par un courant ***I***.
On cherche à déterminer l'expression de l'induction magnétique $\vec{B}_O$ créé en ***O*** par tout le circuit, en fonction de ***I, R*** et $\vec{e}_x$



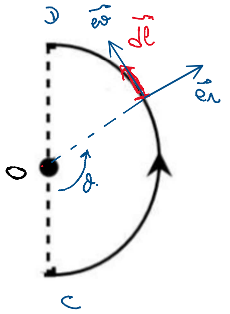
1. Rappeler l'expression de Biot et Savart donnant le champ magnétique créé, en un point M de l'espace, par un circuit quelconque parcouru par un courant *I*. N'oublier pas de donner la signification de chacun des symboles qui figurent dans cette formule

un élément $\vec{dl}$ en un point P d'un circuit parcouru par un courant I contribu au champ $\vec{B}(M)$, M point de l'espace

par $\boxed{\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}}$

μ_0 = permeabilité du vide
$r = PM$
$\vec{u} = \frac{\vec{PM}}{PM}$

2. En utilisant les coordonnées cylindriques, déterminer le champ d'induction $\vec{B}_{CD}$ crée par la demi spire au centre O



$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$; $\vec{dl} = R\,d\theta\,\vec{e_\theta}$
$r = R$
$\vec{u} = -\vec{e_r}$

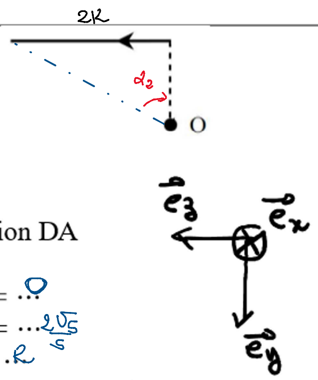
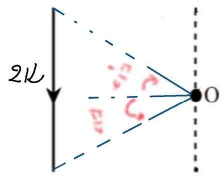
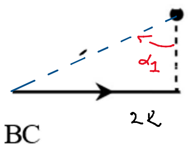
$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R\,d\theta\,(\vec{e_\theta} \wedge (-\vec{e_r}))$

$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} d\theta\,\vec{e_z}$

$\vec{B}_{CD} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{\pi} d\theta \cdot \vec{e_z}$

$\boxed{\vec{B}_{CD} = \frac{\mu_0 I}{4R} \vec{e_z}}$

3. En utilisant le résultat du champ créé par un segment (voir le rappel en fin de page), et après avoir identifié α_1, α_2 *et* h pour chaque segment de fil, établir l'expression du champ magnétique créé en O par les portions DA, AB, et BC.

Portion DA	Portion AB	Portion BC
		
$\alpha_1 = \dots 0$	$\alpha_1 = \dots +\frac{\pi}{4}$	$\sin\alpha_1 = \dots -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
$\sin\alpha_2 = \dots \frac{2\sqrt{5}}{5}$	$\alpha_2 = \dots -\frac{\pi}{4}$	$\alpha_2 = \dots 0$
$h = \dots R$	$h = \dots 2R$	$h = \dots R$
$\vec{B}_{DA} = \dots -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{2\sqrt{5}}{3} \vec{e_x}$	$\vec{B}_{AB} = \dots -\frac{\mu_0 I}{8\pi R} \sqrt{2}\,\vec{e_x}$	$\vec{B}_{BC} = \dots -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{2\sqrt{5}}{5} \vec{e_x}$

(NB pour vous simplifier l'identification se servir de l'orientation des vecteurs indiquée ci-dessus)

$\sin\alpha_2 = \frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + R^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

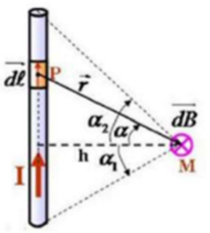
$\sin\alpha_1 = -\frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + R^2}}$

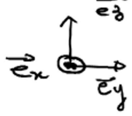
4. En déduire

$\boxed{\vec{B}_O = \dots -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\mu_0 I}{40\pi R}(8\sqrt{5} + 5\sqrt{2})\vec{e_x}}$

==

Rappel





$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)\vec{e_x}$