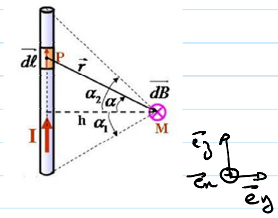
Exercice 7 carré corrigé

dimanche 30 mai 2021 20:06

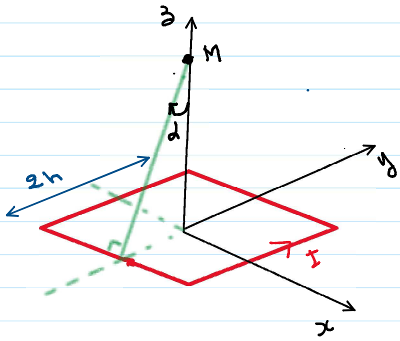
Rappel (exercice 4)

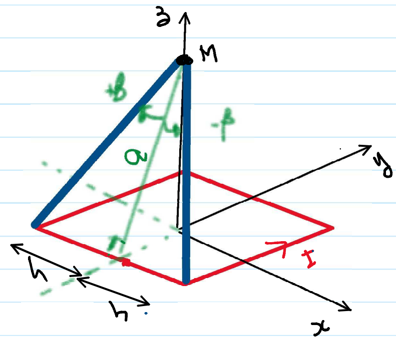


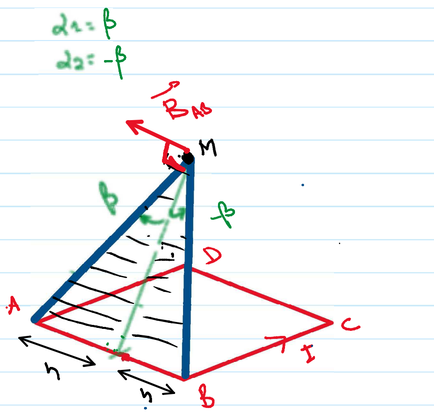
$$\vec{B}_M = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)\,\vec{e_x}$$

On connaît le champ magnétostatique créé par un segment de longueur ***2h*** parcouru par un courant ***I*** en un point ***M*** situé à la distance ***a*** de l'axe du segment.

a) Soit un circuit carré de coté ***2h*** parcouru par un courant ***I*** (figure ci-contre). Par des considérations de symétries, déterminer l'orientation du vecteur champ magnétostatique total au point ***M***.







le champ $\vec{B}_{AB}$ créé par la portion AB du fil est ⊥ au plan formé par AB et M

Le champ $\vec{B}_M$ créé par le circuit $\vec{B}_M = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DA}$

- Utilisons la symétrie du circuit pour simplifier le calcul

→ les plans xoz et yoz sont des plans d'antissymétrie

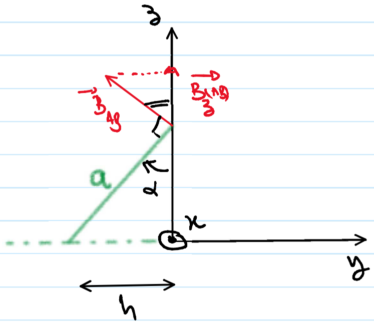
→ puisque M ∈ au deux plans ⇒ $\vec{B}_M$ ∈ à leur intersection

donc $\vec{B}_M$ est porté par $\vec{e_z}$

Il suffit alors de calculer les composantes selon oz

c.à.d les projections des champs créés par les 4 portions sur l'axe oz

b) Exprimer le module du vecteur champ magnétostatique créé au point M *(0, 0, z)* par un seul segment en fonction de l'angle μ_0, I, α *et* h. Calculer le vecteur champ magnétostatique total créé en M.



pour la portion AB

$$B_{z AB} = \vec{B}_{AB} \cdot \vec{e}_z = |\vec{B}_{AB}| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

avec $|\vec{B}_{AB}| = \left| \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin\beta - \sin(-\beta) \right) \right|$

d'où $B_z(AB) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \sin\beta \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{h}{a}$; $\sin\beta = \frac{h}{(a^2+h^2)^{1/2}}$ $\longrightarrow$ $\sin\beta = \frac{h}{\left(\frac{h^2}{\sin^2\alpha} + h^2\right)^{1/2}} = \frac{\sin\alpha}{(1+\sin^2\alpha)^{1/2}}$

et $B_z(AB) = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \frac{\sin^2\alpha}{(1+\sin^2\alpha)^{1/2}}$

$$B_z M = B_z AB + B_z BC + B_z CD + B_z DA$$

or α, β et a prennent les m̂ valeurs pour les 4 portions du circuit

$\Longrightarrow$ $B_z(AB) = B_z(BC) = B_z(CD) = B_z(DA)$

$B_z M = 4 B_z(AB)$ et $\vec{B}_M = B_z(M)\,\vec{e}_z$

$$\boxed{\vec{B}_M = \frac{2\mu_0 I}{\pi h} \frac{\sin^2\alpha}{(1+\sin^2\alpha)^{1/2}} \vec{e}_z}$$

c) En déduire le champ magnétostatique au centre du circuit carré.

Au centre du carré

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{\pi h} \vec{e}_z}$