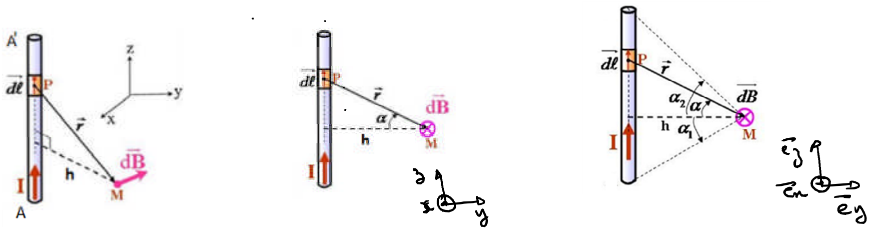
Exercice 4 **loi de Biot et Savart**

Soit un segment ***AA'*** considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'une intensité ***I***.

En utilisant la loi de Biot et Savart, calculez le champ magnétique créé en un point ***M*** situé à une distance ***a*** d'un fil infini parcouru par un courant d'intensité ***I***.



1. Donner l'expression du champ élémentaire $\overrightarrow{dB}\,(M)$ crée en un point M par l'élément de circuit $\overrightarrow{dl}$ traversé par le courant I, le point M est situé à la distance **h** du tronçon AA'

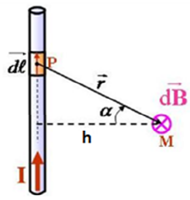
Une portion du fil $\vec{dl}$ parcouru par un courant I crée :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2} \quad ; \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} \qquad (1)$$

2. En déduire l'expression du champ magnétique total $\vec{B}(M)$créé en M, point, le tronçon étant vu depuis M sous les angles $\alpha_1 et\ \alpha_2$(figure (c) ci-dessus).

• $\vec{dl}\wedge\vec{u} = |\vec{dl}|.|\vec{u}|.\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)\cdot(-\vec{e_x})$; $|\vec{dl}| = dz$; $|\vec{u}| = 1$, $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) = \cos\alpha$

$= -dz\cos\alpha.\vec{e_x}$



• $\cos\alpha = \frac{h}{r} \longrightarrow r = \frac{h}{\cos\alpha}$

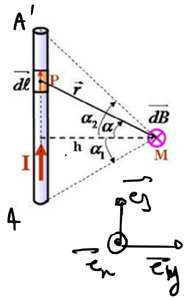
d'où $\vec{dB} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,dz\cos\alpha.\frac{\cos^2\alpha}{h^2}$ (2)

z et α ne sont pas indépendants : $tg\alpha = \frac{z}{h} \longrightarrow z = h\,tg\alpha \longrightarrow dz = \frac{h}{\cos^2\alpha}d\alpha$

remplaçons dz dans (2) $\longrightarrow \vec{dB} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\cos\alpha}{h}d\alpha\,\vec{e_x}$ (3)

le champ créé par le tronçon de fil

$$\vec{B_M} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi h}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\cos\alpha\,d\alpha\,\vec{e_z} = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{e_x}$$



$$\boxed{\vec{B_M} = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\vec{e_x}}$$

3. Que devient ce champ si le tronçon est de longueur infinie?

le champ créé par un fil infini $\alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$; $\alpha_2 = +\frac{\pi}{2}$ (A est rejeté vers $-\infty$; A' " " vers $+\infty$)

$$\boxed{\vec{B_M} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi h}\vec{e_x}}$$