Le 06 Janvier 2018

Examen

Physique 5 (Filières SMA – S3)

Session Normale – Durée 1h30

Exercice 1: (6pts)

Soit le circuit de la figure 1, alimenté par une tension : $u(t) = U_m Cos\omega t$ $u(t) = U_m Cos\omega t u(t)$,

le courant qui circule dans le circuit est de la forme: $i(t) = I_m Cos(\omega t + \varphi)$ $i(t) = I_m Cos(\omega t + \varphi)$.

1. calculer les impédances des deux branches; série (R, L) et parallèle (L_1, C_1) qui constituent le circuit

$$\overline{Z}_S = R + jL\omega \quad \text{et} \quad \overline{Z}_{//} = \frac{\overline{Z}_{L1}\overline{Z}_{C1}}{\overline{Z}_{L1} + \overline{Z}_{C1}} = j\frac{L_1\omega}{1 - L_1C_1\omega^2}$$

2. en déduire que l'impédance totale du circuit se met sous la forme: $\overline{Z}(\omega) = R + jX(\omega)$

$\overline{Z} = R + jX(\omega)$, avec $X(\omega) = L\omega\left(\dfrac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2}\right)$ $X(\omega) = L\omega\left(\dfrac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2}\right)$. Donner les expressions de: ω_1 et ω_2.

$$\overline{Z} = R + j(L\omega + \frac{L_1\omega}{1 - L_1C_1\omega^2}) \quad \text{et} \quad X = L\omega + \frac{L_1\omega}{1 - L_1C_1\omega^2} = L\omega\left\{\frac{\frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L}\right) - \omega^2}{\frac{1}{L_1C_1} - \omega^2}\right\}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L}\right)} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1C_1}}$$

3. trouver les expression de l'intensité maximale Im et de la phase φ à l'origine du courant.

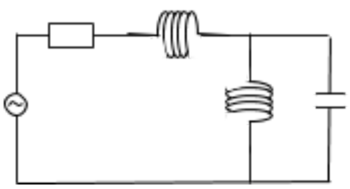


fig. 1

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad \text{et} \quad tg\varphi = -\frac{X}{R} \quad \text{et} \quad \cos\varphi > 0$$

Exercice 2: (8pts)

On considère deux rails parallèles reliés par une résistance R (figure 2). On pose dessus une barre de longueur a. La barre est orthogonale aux rails; on néglige la résistance de la barre et des rails.

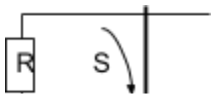
1. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme mais variable

$\vec{B} = B_0 Cos\omega t . \vec{e}_z$ $$\vec{B} = B_0 Cos\omega t.\vec{e}_z$$

Quelle force faut-il exercer sur le centre de masse de la barre pour qu'elle reste immobile?

Le champ variable induit un courant (une f.e.m) dans le circuit. Le champ agit sur ce courant à travers la force de Laplace :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}.d\vec{S}$$



$$d\vec{S} = -dS.\vec{e}_z$$

$$e = \frac{d}{dt}(B_0 \cos\omega t.ax) = -\, ax\omega B_0 \sin\omega t$$

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{ax\omega B_0}{R}\sin\omega t$$

le signe du courant est défini par rapport au sens d'orientation de la surface choisi.

La force de Laplace qui agit sur la barre conductrice est donnée par :

$$\vec{F}_L = i\vec{l} \wedge \vec{B} = \frac{ax\omega B_0^2}{R}\sin\omega t.\cos\omega t.\vec{e}_x = \frac{ax\omega B_0^2}{2R}\sin 2\omega t.\vec{e}_x$$

Pour maintenir cette barre immobile, il faut réaliser la condition : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Soit : $\overrightarrow{F_{ext}} + \overrightarrow{F_L} = \vec{0}$ d'où : $\overrightarrow{F}_{ext} = -\frac{ax\omega B_0^2}{2R}\sin 2\omega t.\vec{e}_x$

2. On suppose maintenant le champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et stationnaire : $\vec{B} = B_0.\vec{e}_z$

$\vec{B} = B_0.\vec{e}_z$ Pour $t = 0$, la barre placée en $x = 0$ est lancée à la vitesse v_0, puis elle est abandonnée à elle-même.

a. Expliquer brièvement ce qui se passe (4 lignes max).

Les electrons libres de la barre conductrice en mouvement seront soumis à l'action du champ magnétique (force de Lorentz) : $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Le mouvement de ces électrons dans un circuit fermé est équivalent à un courant induit i et une f.e.m. induite e.

b. Donner les expressions de la f.e.m e et du courant i induits.

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}.d\vec{S}$ et $e = aB\frac{dx}{dt} = aBv$, le courant induit vaut alors $i = \frac{e}{R} = \frac{aBv}{R}$

c. Écrire l'équation du mouvement de la barre. En déduire l'expression de sa vitesse $v(t)$.

L'équation du mouvement s'obtient à partir du P.F.D. ; $\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$

La résutante des forces auxquelles est soumise la barre se limite à la force de Laplace, exercée par le champ magnétique sur le conducteur parcouru par le vourant induit i.

$\vec{F}_L = i\vec{l} \wedge \vec{B} = -iaB.\vec{e}_x = -\frac{a^2B^2}{R}v.\vec{e}_x$ et $-\frac{a^2B^2}{R}v.\vec{e}_x = m\frac{d\vec{v}}{dt}$

$\frac{d\vec{v}}{v} = -\frac{a^2B^2}{mR}dt.\vec{e}_x$ et $\vec{v} = ke^{-\frac{a^2B^2}{mR}t}.\vec{e}_x$, or à $t=0$; $v=v_0$; alors $\vec{v} = v_0 e^{-\frac{a^2B^2}{mR}t}.\vec{e}_x$

Exercice 3: (7pts)

Un cylindre infini de rayon R et d'axe (Oz) est parcouru par un courant volumique permanent de densité $\vec{j} = \frac{a}{r^{1/2}}.\vec{e}_z$ $\vec{j} = \frac{a}{r^{1/2}}.\vec{e}_z$, où r est la distance à l'axe (Oz) et a une constante.

Nous souhaitons déterminer à l'aide du théorème d'Ampère, le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace; pour cela:

1. déterminer le contour fermé d'*Ampère* à partir des règles de symétries

les symétries de la disribution de courant montre que tous les plans contenant l'axe de révolution du cylindre sont plans de symétrie ; alors $\vec{B}$ est perpendiculaire à ces plans : dans un système de coordonnées cymlindrique, le champs magnétique s'écrira : $\vec{B} = B.\vec{e}_\varphi$

de même, l'étude des invariances de $\vec{B}$ montre que le champ ne dépend que de la variable ✗ de position d'un point M par rapport à l'axe de révolution.

Ainsi, le contour fermé sera un cercle de centre O appartenant à l'axe de révolution et de rayon ✗.

2. donner les expressions du champ magnétique B_{int} et B_{ext} produit respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre conducteur.

Le théorème d'Ampère : $\oint_\Gamma \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{enlacés}$

Le premier terme donne : $\oint_{\Gamma} \vec{B}.d\vec{l} = 2\pi\rho.B$

Le calcul du deuxième terme de l'équation (1) dépendra de la position du point M ; ondistinguera ainsi :

1[er] cas : $\times < R$, $I_{enlacé} = \iint j.dS = \int_0^{2\pi}\int_0^{\rho} \frac{a}{\rho^{\frac{1}{2}}}.\rho d\rho.d\theta = \frac{4a\pi}{3}\rho^{\frac{3}{2}}$ ainsi,

$$\vec{B}_{\text{int}} = \frac{2\mu_0 a}{3}\rho^{\frac{1}{2}}.\vec{e}_{\varphi}$$

2[ème] cas : $\times > R$, $I_{enlacé} = I_{total} = \iint j.dS = \int_0^{2\pi}\int_0^{R} \frac{a}{\rho^{\frac{1}{2}}}.\rho d\rho.d\theta = \frac{4a\pi}{3}R^{\frac{3}{2}}$ ainsi,

$$\vec{B}_{\text{int}} = \frac{2\mu_0 a}{3\rho}R^{\frac{3}{2}}.\vec{e}_{\varphi}$$