Cours d'électromagnétisme

SMI (S4)

Pr J. Diyadi
Département de Physique
Faculté des Sciences

Chapitre I

Rappel d’électrostatique

1. Force et champ électrostatiques

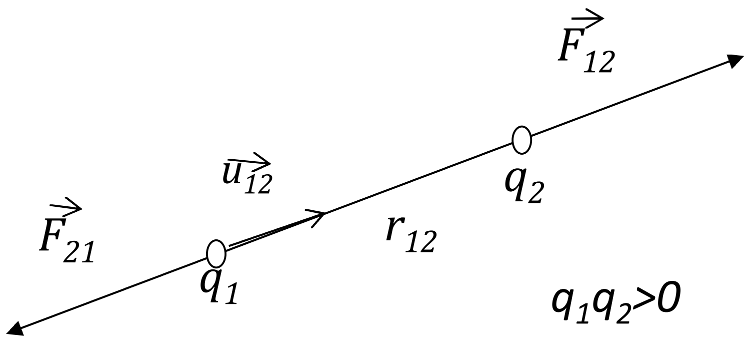
En électrostatique, les charges électriques sont immobiles. Par ailleurs on considère que les charges sont placées dans le vide.

1. Force électrostatique

a. loi de Coulomb:

Elle est à la base de l'électrostatique. Elle s'applique uniquement aux charges ponctuelles. La force d'interaction entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 distantes de r_{12} est :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{12}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{{r_{12}}^2}\overrightarrow{u_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}}$$



$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 (SI)$$ *où ε_0 est la permittivité du vide*

1. Force et champ électrostatiques

b. Principe de superposition:

La force exercée par un ensemble de charges q_i sur une charge q_0 est la somme vectorielle des forces exercées sur q_0 par chacune de ces charges

$$\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \vec{u_i}}$$

2. Champ électrostatique

a. Loi de Coulomb:

Force électrostatique

$$\vec{F} = q_0 \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u_i} \right)$$

$\Rightarrow$

Existence d'un Champ électrostatique

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u_i}$$

1. Force et champ électrostatiques

b. Principe de superposition:

Cas d'une distribution discrète de charges

$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u_i}}$$

Cas d'une distribution continue de charges

$$\boxed{\vec{E} = \int_{distribution} d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}}$$

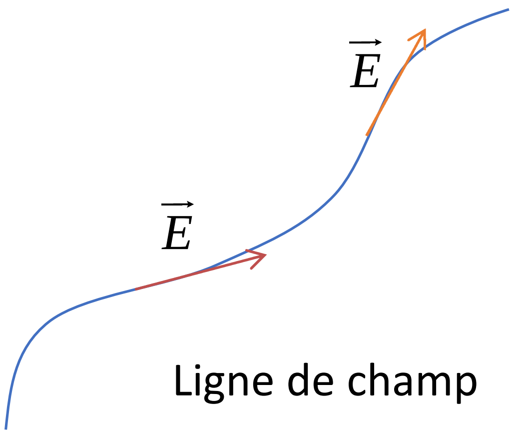
1. Force et champ électrostatiques

c. Lignes de champ : (lignes de force)

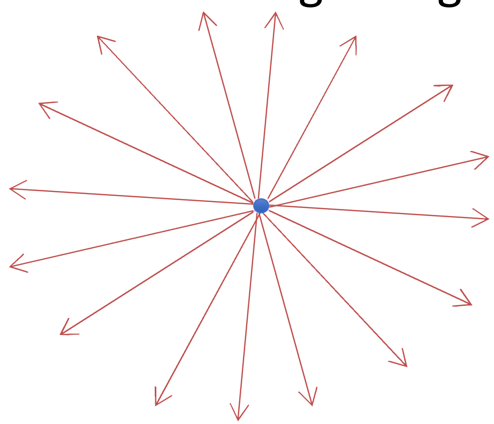
Courbes tangentes en tous points à $\vec{E}$

Elle sont orientées dans le sens de $\vec{E}$

- Ne se croisent jamais (direction de $\vec{E}$ unique en chaque point)
- Vont des charges positives vers les charges négatives



Ligne de champ



Cas d’une charge ponctuelle

1. Force et champ électrostatiques

3. Théorème de Gauss

Ne s'applique que pour des distributions de charge de symétrie parfaite

Expression intégrale :

$$\boxed{\varphi(\vec{E}/S) = \oiint_S \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$$

$$\vec{ds} = \vec{n}.ds$$

Expression locale :

$$\varphi(\vec{E}/S) = \oiint_S \vec{E}\,\vec{ds} = \iiint_v div\vec{E}dv = \iiint_v \frac{\rho dv}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

Équation locale du théorème de Gauss

1. Force et champ électrostatiques

4. Relations de passage

Soit une surface chargée avec une densité superficielle σ. A la traversée de la surface, on montre qu'il y a:

$$\boxed{(\overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{n_1} - \overrightarrow{E_2}.\overrightarrow{n_1}) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Discontinuité de la composante normale

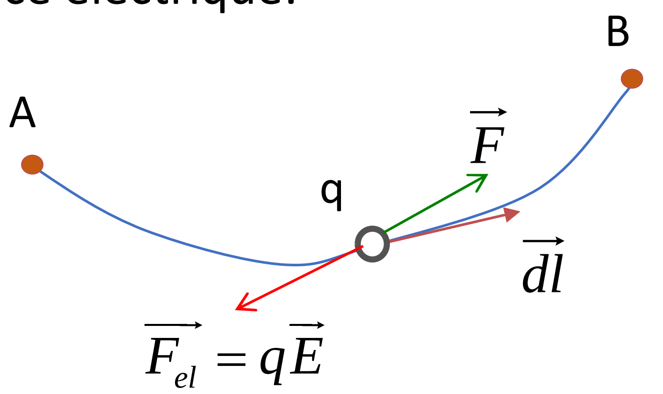
$$\boxed{\overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{T} - \overrightarrow{E_2}.\overrightarrow{T} = 0}$$

Continuité de la composante tangentielle

2. Potentiel électrostatique

Pour déplacer une charge en présence d'un champ électrique, il faut effectuer un travail contre la force électrique:

$$\boxed{W_{AB} = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = -q\int_A^B \vec{E}.\vec{dl}}$$



W_{AB} ne dépend pas du chemin suivi

a. Définition:

Le travail effectué pour aller de A vers B par une charge électrique unité soumise à $\vec{E}$ est égale à la d.d.p. électrique aux points A et B.

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\vec{dl}}$$

Sur un contour Fermé:

$$\oint \vec{E}.\vec{dl} = 0$$

On dit que $\vec{E}$ dérive d'un potentiel scalaire

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\vec{\nabla}V}$$

2. Potentiel électrostatique

b. Cas d'une charge ponctuelle :

$$\boxed{V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + cste}$$

c. Cas d'une distribution de charges :

$$\boxed{V(M) = \sum_i V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}}$$

Distribution discrète

$$\boxed{V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}}$$

Distribution continue

2. Potentiel électrostatique

d. Surfaces équipotentielles :

Surface en tout point desquelles, le potentiel électrostatique garde une valeur constante.

- Le champ est orienté vers les potentiels décroissants
- Les lignes de champ sont normales aux surfaces équipotentielles

À partir des relations:

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{et} \qquad \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\vec{\nabla}V$$

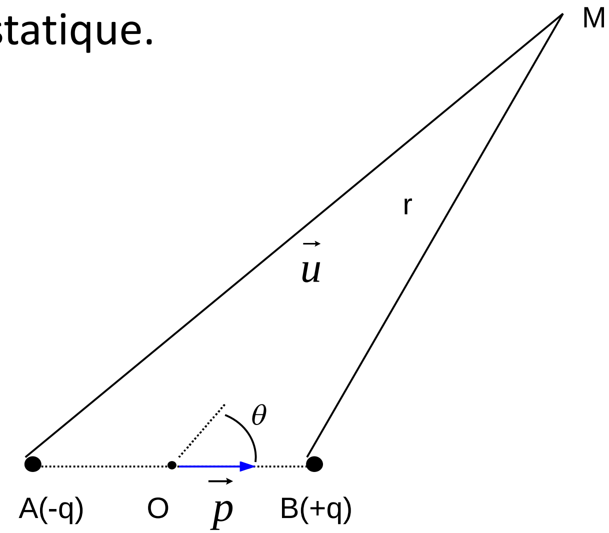
On obtient: $$\boxed{\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0}$$ Équation de Poisson

Dans une région où il n'y pas de charges: $$\boxed{\Delta V = 0}$$ Équation de Laplace

3. Dipôle électrique

Système globalement neutre, mais dont les centres de gravités de charges positives et négatives ne sont pas confondus. Un tel système peut-être décrit en 1ère approximation, par 2 charges ponctuelles +q et –q distantes de AB.

Un tel système est appelé dipôle électrostatique.



On définit la grandeur:

$$\boxed{\vec{p} = q.\overrightarrow{AB}}$$

Le moment dipolaire électrique

Le potentiel crée, à grande distance, par ce dipôle:

$$\boxed{V(M) = \frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{pCos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

3. Dipôle électrique

On en déduit le champ électrostatique:

$$\vec{E}(M)\begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{2p\ cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = \dfrac{p\ sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$

4. Conducteurs – Condensateurs:

1. Conducteurs en équilibre électrostatique

Un conducteur contient des charges libres susceptibles de se déplacer sous l’action d’un champ électrostatique. Il est en équilibre électrostatique lorsque toutes les charges qu’il contient sont immobiles.

4. Conducteurs – Condensateurs:

a. Propriétés d'un conducteur en équilibre:

- $\vec{E}$ et ρ sont nuls à l'intérieur
- Toute sa charge est répartie en surface
- Le potentiel est constant à l'intérieur et sur la surface
- Les lignes de champ sont perpendiculaires à la surface

b. Capacité d'un conducteur :

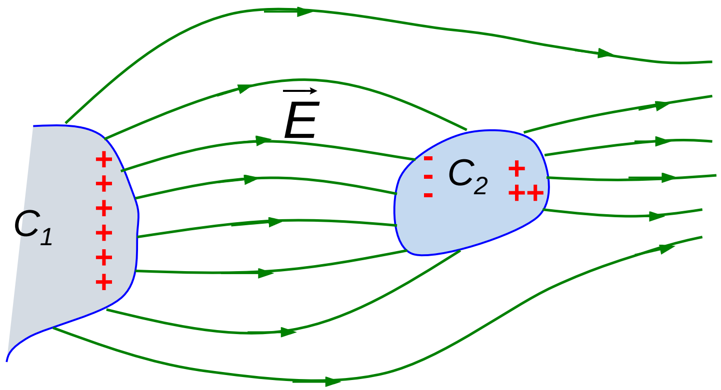
C'est un coefficient de proportionnalité C entre la charge du conducteur et son potentiel

$$C = \frac{Q}{V}$$

4. Conducteurs – Condensateurs:

Influence Partielle :

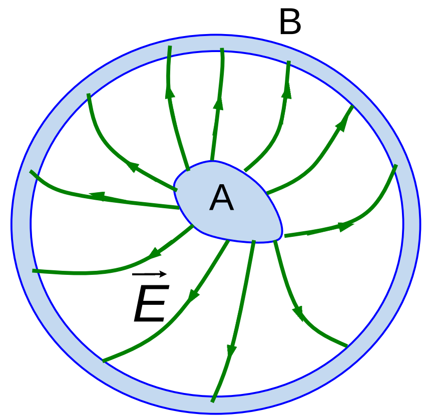
Approchons un conducteur (C_1) d'un conducteur (C_2) initialement neutre. Sous l'influence de $\vec{E}$ crée par(C_1), les charges positives et négatives de (C_2) se déplacent en sens inverse. (C_2) est influencé par (C_1) .



Seule une partie des lignes de champ issues de (C_1) arrivent sur (C_2). La quantité des charges déplacées dans (C_2) est inférieure à la charge de(C_1). L'*influence est partielle*.

Influence Totale:

Si un conducteur (*B*) entoure entièrement l'autre (*A*), alors toutes les lignes de champ issues de l'un arrivent sur l'autre: L'*influence est totale*.



La charge sur le corps influencé est égale et opposée en signe à celle du corps influençant (Q_A=-Q_B)

4. Conducteurs – Condensateurs:

2. Condensateurs

Ensemble de deux conducteurs en influence totale. Ces 2 conducteurs sont appelés armatures du condensateur.

a. Capacité d'un condensateur :

Coefficient de proportionnalité entre la charge Q et la d.d.p. V entre ces armatures:

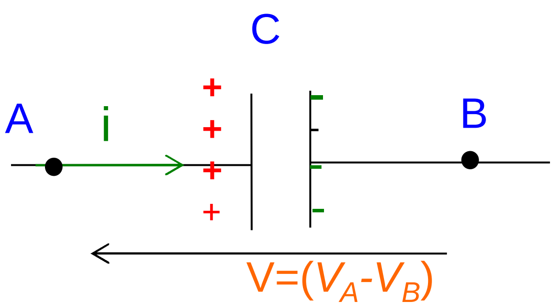
$$C = \frac{Q}{V}$$

C : qté positive dépend uniquement de la géométrie du condensateur. Unité (F)

b. Relation entre *I* et *V* :

$$dQ = C.dV$$

$$i = \frac{dQ}{dt} = C.\frac{dV}{dt}$$ ou $$V = \frac{1}{C}\int i\,dt$$



b. Groupement de condensateurs :

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$ Groupement en Série

$$C = \sum_i C_i$$ Groupement en parallèle

5. Energie Electrostatique :

1. Charges Ponctuelles :

L'énergie électrostatique d'une charge q située en M($\vec{E}$, V) est égale au travail qu'il faut fournir pour amener charge de l'infini (V=0) jusqu'en M.

$$W = q.V(M)$$

1 charge ponctuelle

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i$$

Distribution de charges ponctuelles

q_i charge située au point M_i

V_i potentiel au point M_i crée par les autres charges, autres que q_i

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho(M).V(M)dV$$

Distribution volumique de charges de densité ρ.

$$W = \frac{1}{2}\int_{espace} \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV$$

Energie électrostatique en fonction du champ

5. Energie Electrostatique :

2. Conducteurs:

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i$$

Q_i et V_i sont les charges et le potentiel du conducteur

3. Condensateurs:

q_i charge située au point M_i

$$W = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Q: charge du condensateur
C: capacité du condensateur
V: d.d.p. au à ses bornes