

Le 14 Juillet 2021

Contrôle
Electromagnétisme (Filière SMI – S4)
Session de rattrapage – Durée 1h

Note :

Exercice I

Soit un arc d'anneau conducteur, inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R, parcouru par un courant d'intensité I.

- En choisissant le système de coordonnées adéquat, donner l'expression du champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ créé par cette distribution de courant en O (centre du cercle) ? Préciser l'unité et la signification de chaque paramètre.

$\vec{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{r} \wedge \vec{u}}{R^2}; \quad R = R; \quad \vec{u} = \frac{\vec{p}_0}{p_0}; \quad \vec{d}\vec{r} = R d\theta \hat{e}_\theta \text{ en coord. cylindriques.}$

Étant donné que $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{e}_\theta$, l'induction B est de $Tesla$.
Le courant I en Amper, le rayon R en mètres, la perméabilité du vide μ_0 en N/A .

- En déduire le champ magnétique \vec{B} créé par cette distribution de courant en O dans le cas où la longueur de l'arc d'anneau est égale au :

a) quart de cercle. (figure (a))

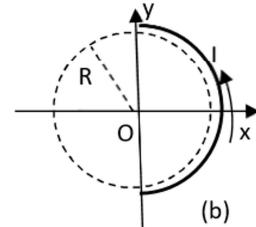
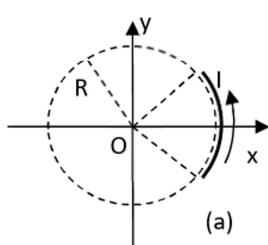
$$\vec{B}(a) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\boxed{\vec{B}(a) = \frac{\mu_0 I}{8R} \vec{e}_\theta}$$

b) demi-cercle (figure (b))

$$\vec{B}(b) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\boxed{\vec{B}(b) = \frac{\mu_0 I}{4R} \vec{e}_\theta}$$



Exercice II

Un cyclotron est un instrument qui sert à accélérer des particules chargées.

Dans cet exercice les particules chargées sont des protons de masse $m_p=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge électrique $q=q_p=+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux appelés "dees" et séparés par un intervalle étroit.

Un champ magnétique uniforme B règne à l'intérieur de chaque "Dee" sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres, sa valeur est 1,0 T.

On applique une tension sinusoïdale entre les deux "Dees" pour créer dans l'intervalle étroit qui sépare les "Dees" un champ électrique E variable dans le temps.

- Expliquer le principe de fonctionnement du cyclotron.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Le proton entre dans le "Dee 1" avec une vitesse initiale d'injection V_0 perpendiculaire à l'axe des demi-cylindres. On négligera le poids du proton devant la force magnétique.

- Donner l'expression de la force agissant sur le proton en O ; la représenter sur un schéma

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



3. Le mouvement du proton étant plan, montrer que la valeur de la vitesse est constante et que la trajectoire est circulaire de rayon r_0 que l'on exprimera en fonction de V_0 , B , q et m .

Le P.F.D appliquée au proton au mouvement planne.

$$m\vec{v} = \vec{F}_ex \Rightarrow m\vec{v}_N + m\vec{v}_T = q(\vec{V}_0 \wedge \vec{B})$$
$$\vec{v}_N = \frac{\vec{v}}{r} N = -\frac{v^2}{r} e_x; \vec{v}_T = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{r} v e_y, N = V_0 e_y, B = R e_z$$
$$N \wedge B = -N_0 B (e_y \wedge e_z) = -N_0 B e_x; \text{ après projection : } \left\{ \begin{array}{l} -m\frac{v^2}{r} = -N_0 \\ \frac{m}{r} v^2 = N_0 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{N_0 = \frac{mv^2}{r}}$$
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N_0 = \frac{mv^2}{r} = cte = N_0 \\ N_0 = cte = N_0 \end{array} \right. \quad \boxed{N_0 = \frac{mv^2}{r}}$$

λ est constant le mouvement est circulaire de rayon r_0

4. Exprimer la longueur parcourue par un proton sur le demi-tour de rayon r_0 .

La longueur l parcourue est $l = \pi r_0$

$$l = \pi \frac{m N_0}{q B}$$

5. En déduire l'expression du temps t mis par ce proton pour effectuer ce demi-tour.

$$l = N_0 t \Rightarrow t = \frac{l}{N_0} \quad \boxed{t = \frac{\pi m}{q B}}$$

6. Ce temps dépend-il de la vitesse d'entrée du proton dans le "Dee" ? Calculer la valeur de t .

$$t \text{ ne dépend pas de } N_0, t = \frac{3,14 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2} \quad \boxed{t = 3,28 \cdot 10^{-8} \text{ s}}$$

7. Expliquer pourquoi on applique une tension électrique alternative entre les deux "Dees", quelle est la condition sur la pulsation de cette tension.

Pour accélérer correctement la particule.
On doit appliquer une tension maximale entre les 2 "Dees".
la force électrique entre les 2 Dees doit changer de sens
après chaque passage pour accélérer le proton dans le bon sens



le changement de sens doit s'effectuer après chaque demi-période.
C'est pourquoi on applique une tension alternative.

Si $U(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$; $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 2\pi f$.

on doit avoir $T = 2t$ $\Rightarrow f = \frac{1}{2t}$

$$f \approx 153 \text{ Hz}$$