Algorithme Dijkstra

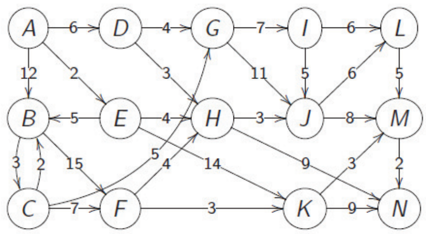
Entrée : Un graphe $G = (X, U)$ orienté, pondéré avec des longueurs d'arcs $d(i,j) \geq 0$ et un sommet particulier s.
Résultat : longueur δ_i des plus courts chemins de s à i.
Début
$Z = \{s\}$, $\delta_s = 0$
pour tout $v \in X - \{s\}$ faire $\delta_v = d(s,v)$
s'il n'y a pas d'arc entre s et v on pose $d(s,v) = \infty$
Tant que $Z \neq X$ faire
début
calculer $\delta_x = min\{\delta_v | v \notin Z\}$, marquage définitif de x.

$$Z = Z \cup \{x\}$$

pour tout $v \in X - Z$ faire $\delta_v = min\{\delta_v, \delta_x + d(x,v)\}$
fin
Fin Tant que

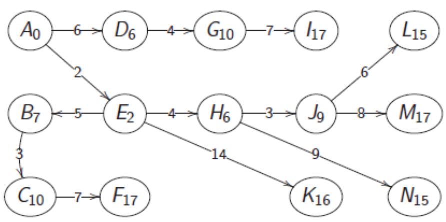
Algorithme Dijkstra

Algorithme gère un sous ensemble de sommets dont les longueurs finales de plus court chemin à partir de la racine (s=A dans l'exemple) ont déjà été calculées.



Exemple d'arborescence de racine A

Les plus courts chemins sont marqués sur les sommets après 12 itérations.



Algorithme Bellman

Sur un réseau $R = (X, U, d)$

- Sans circuits
- un seul sommet s dont les prédésseurs sont vides.
- On connaît seulement le point de départ s
- On marque x si on découvre un chemin de s à x
- La marque de x ne peut que décroître
- Si la marque est définitive, le chemin doit être minimal !

Algorithme Bellman

Entrée : Un graphe $G = (X, U)$ orienté et pondéré; un sommet particulier s.
Résultat : Les plus court chemins A et leurs longueurs δ.
Intialisation:
$Z = \{s\}$, $\delta_s = 0$, $A(s) = \emptyset$,
$\delta_i = \infty$ pour tout $i \neq s$
Tant que $j \notin Z$ et $P(j) \subset Z$ et $P(j) \neq \emptyset$ faire
calculer

$$\delta_j = min\{\delta(I(u)) + d(u)\}$$

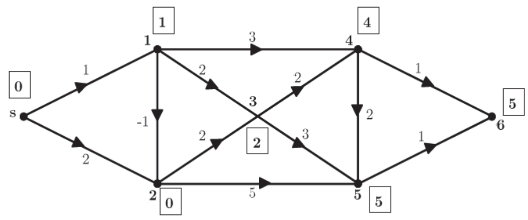
$$(u \in U / T(u) = j)$$

$Z = Z \cup \{j\}$, $A(j) = \{u\}$
Fin Tant que
Type de parcours du graphe: en largeur.

Faculté des Sciences
كلية العلوم

Exemple

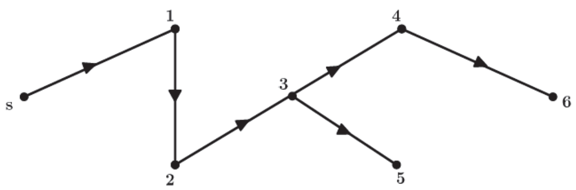
La figure suivante présente un graphe avec les distances minimales de s à chaque sommet. Les longuers minimales sont marquées sur chaque sommet depuis s.



Faculté des Sciences
كلية العلوم

Arborescence

Itération 1: $\delta_1 = 1, A(1) = \{(s,1)\}, Z = \{s,1\}$



Iteration 6: $\delta_6 = 5, A(6) = \{(4,6)\}, Z = \{s,1,2,3,4,5,6\}$

Faculté des Sciences
كلية العلوم