# Critères de Dantzig

A partir de la forme standard du P.L, on exprime la solution au sommet à l'origine

- Critère 1. Pour déterminer la colonne qui doit entrer dans la base (entrante), on choisit celle qui comporte le  $c_i > 0$  le plus grand de la fonction économique.
- Critère 2. Pour déterminer la colonne qui doit sortir de la base, on choisit celle d'indice l tel que  $b_k/a_{ke}$  soit le plus petit(l=k).

Exemple: Max

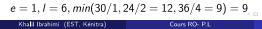
$$Z = 0 + 3x_1 + x_2 + 2x_3$$

SC

$$x_4 = 30 - x_1 - x_2 - 3x_3$$

$$x_5 = 24 - 2x_1 - 2x_2 - 5x_3$$

$$x_6 = 36 - 4x_1 - x_2 - 2x_3$$





#### Mécanisme Pivot

Le PIVOT reçoit en entrée n-uplet (N, B, A, b, c, v, I, e) une forme standard et retourne n-uplet  $(\hat{N}, \hat{B}, \hat{A}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{v})$  d'une nouvelle forme standard. Il utilise une variable entrante  $x_e$  d'indice e et une variable sortante  $x_l$  d'indice I.

## Calcule les coefficients de nouvelle variable de base $x_e$

$$\hat{b}_e = b_I/a_{Ie} \; (a_{Ie}>0)$$
  
Pour tout  $j\in N-\{e\}$  faire  $\hat{a}_{ej} = a_{Ij}/a_{Ie}$   
 $\hat{a}_{eI} = 1/a_{Ie}$ 

## Calcule les coefficients des contraintes restantes (rectangle)

Pour tout 
$$i \in B - \{I\}$$
 faire  $\hat{b}_i = b_i - a_{ie}\hat{b}_e$   
Pour tout  $j \in N - \{e\}$  faire  $\hat{a}_{ij} = a_{ij} - a_{ie}\hat{a}_{ej}$   
 $\hat{a}_{il} = -a_{ie}\hat{a}_{el}$ 

Khalil Ibrahimi (EST, Kénitra)

## Mécanisme Pivot

#### Calcule la fonction objectif

$$\hat{v} = v + c_e \hat{b}_e$$
  
Pour tout  $j \in N - \{e\}$  faire  $\hat{c}_j = c_j - c_e \hat{a}_{ej}$   
 $\hat{c}_l = -c_e \hat{a}_{el}$ 

#### Mise à jour d'ensemble de nouvelles variables de base/hors-base

$$\hat{N} = N - \{e\} \cup \{I\} \text{ et } \hat{B} = B - \{I\} \cup \{e\}$$

Retourne la nouvelle forme standard  $(\hat{N}, \hat{B}, \hat{A}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{v})$ 

## Lemme

Considérons l'appel à  $(\hat{N}, \hat{B}, \hat{A}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{v}) = PIVOT(N, B, A, b, c, v, l, e)$  dans lequel la valeur du pivot  $a_{le} \neq 0$ . Soit  $\bar{x}$  la solution de base après l'appel, alors  $\bar{x}_i = 0$  pour tout  $j \in \hat{N}$ ,  $\bar{x}_e = \hat{b}_e = b_I/a_{Ie}$ ,  $\bar{x}_i = \hat{b}_i = b_i - a_{ie}\hat{b}_e$  pour tout  $i \in \hat{B} - \{e\}$ 

# Algorithme simplexe

#### Initialisation

(N, B, A, b, c, v) = initialise-simplexe (A, b, c)

# Simplexe

Tant que  $j \in \mathbb{N}$  vérifie  $c_i > 0$ 

faire choisir un indice  $e \in N$  tel que  $c_e > 0$  (le plus grand)

pour tout indice  $i \in B$ 

faire is  $a_{ie} > 0$  alors  $\delta_i = b_i/a_{ie}$ 

sinon  $\delta_i = \infty$ 

choisir un indice  $l \in B$  qui minimise  $\delta_i$ 

si  $\delta_i = \infty$ 

alors retourner non borné

sinon (N, B, A, b, c, v) = PIVOT(N, B, A, b, c, v, I, e)

Fin de tant que

Pour i allant de 1 à n, faire si  $i \in B$ , alors  $\bar{x}_i = b_i$ , sinon  $\bar{x}_i = 0$ retourner  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$  la solution optimale.