UNIVERSITE IBN TOFAIL
Faculté des sciences
Département d'Informatique
Kenitra

Année : 2020/2021
Filières : SMI
Semestre : 3

Algorithmique II

Examen de rattrapage

Corrigé

Exercice 1 : (Sur 8 points)

1. Ecrire une fonction *Premier(p : Entier)* qui reçoit un entier p, retourne Vrai si p est un nombre premier, Faux si p n'est pas un nombre premier.
2. Ecrire un algorithme *FacteursPremiers()* qui lit un entier N, détermine et affiche tous les nombres premiers qui divisent N, en utilisant la fonction *Premier* définie ci-dessus.

Corrigé :

1.

```
Fonction Premier(p : Entier) : Boolleen
Var     m : Entier
        i : Entier
        B : Boolleen
Début
        Si (p<2) Alors
                Retourner Faux
        Fin Si
        m ←p Div 2
        i ←2
        B ←Vrai
        Tant que (i<=m et B=Vrai) Faire
                Si (p Mod i=0) Alors
                        B ← Faux
                Fin Si
                i←i+1
        Fin Tant que
        Retourner B
Fin
```

2.

```
Algorithme FacteursPremiers()
Var     i, N, m : Entier
Début
        Répéter
                Ecrire("\nDonner la valeur de N qui soit supérieur ou égal à 2")
                Lire(N)
        Jusqu'à ce que N>=2
        m ← N Div 2
        Ecrire("\nLes diviseurs premiers de ", N, " sont:\n")
        Pour (i←2 à m, i←i+1) Faire
                Si (N Mod i=0 et Premier(i)=Vrai) Alors
                        Ecrire(i,"\t")
                Fin Si
        Fin Pour
```

```
        Si (Premier(N)=Vrai) Alors        //Pour afficher N en cas où ce dernier est premier
                Ecrire(N)
        Fin Si
Fin
```

Exercice 2 : (Sur 12 points)

On considère la fonction récursive Diffusion donnée par :

```
Fonction Diffusion(a : Reel, n : Entier) : Reel
Début
        Si (n=0) Alors
                Retourner 0
        Sinon
                Retourner Diffusion(a, n-1) + n*a
        Fin Si
Fin
```

1. **Calculer Diffusion(a, n) avec a=2 et n=4.**
2. **Déterminer Diffusion(a, n), pour a réel et n entier quelconques, en fonction de a et n. (Justifier votre réponse en effectuant un raisonnement par récurrence sur n !)**
3. **Calculer la complexité temporelle t(n) de la fonction Diffusion(a,n).**

Corrigé :

1. **Calcul de Diffusion(a, n) avec a=2 et n=4**
   Diffusion(2, 4)
   = Diffusion(2, 3) + 4*2
   = Diffusion(2, 2) + 3*2 + 4*2 (car Diffusion(2,3)=Diffusion(2,2) + 3*2)
   = Diffusion(2, 1) + 2*2 + 3*2 + 4*2 (car Diffusion(2,2)=Diffusion(2,1) + 2*2)
   = Diffusion(2, 0) + 1*2 + 2*2 + 3*2 + 4*2 (car Diffusion(2,1)=Diffusion(2,0)+1*2)
   = 1*2 + 2*2 + 3*2 + 4*2 (car Diffusion(2,0)=0)
   = (1 + 2 + 3 + 4) * 2 = 10*2 = 20

2. **Montrons par récurrence sur n que : Diffusion(a, n)**$= a * \sum_{k=0}^{n} k$ =a* $\frac{n(n+1)}{2}$
   La propriété est vraie pour n=0 et pour n=1
   Supposons qu'elle est vraie pour n et montrons qu'elle est vraie pour n+1
   La propriété est vraie pour n signifie que Diffusion(a, n)$= a * \sum_{k=0}^{n} k$ =a* $\frac{n(n+1)}{2}$
   D'autre part, Diffusion(a, n+1) = Diffusion(a, n) + (n+1)*a
   Donc Diffusion(a, n+1) $= a * \sum_{k=0}^{n} k$ + (n+1)*a =a*$\sum_{k=0}^{n+1} k$= a* $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

3. **Calcul de la complexité temporelle**
   On remarque tout d'abord que la complexité temporelle de Diffusion(a,n) ne dépend pas de a.
   Soit t(n) la complexité temporelle de la fonction Diffusion(a,n).
   t(n) = tcomp + tretour = t0 si n=0
   t(n) = tcomp + tretour + tadd + tmult + t(n-1) = t1 + t(n-1) si n>0
   D'où
   t(n)=t1 +t(n-1), si n>0 et t(0)=t0, avec t0 et t1 deux constantes réelles.

   t(n) =t1 +t(n-1)
   = 2*t1 + t(n-2)
   = 3*t1 + t(n-3)
   = …
   = n*t1 + t0
   Donc t(n) = θ(n)