

Algorithmique II

Rattrapage

Durée : 1h 30mn

Exercice 1 : (4 points)

De point de vue nombre d'opérations, quelle est la différence entre les deux algorithmes suivants :

<p>Algorithme Calcul1 Var i, som, n : Entier Début Lire(n) som ← 0 Pour (i←1; i<n-1; i←i+1) Faire som ← som + 1 Fin Pour Fin</p>	<p>Algorithme Calcul2 Var i, som, n, t : Entier Début Lire(n) som ← 0 t ← n-1 Pour (i←1; i<t; i←i+1) Faire som ← som +1 Fin Pour Fin</p>
--	---

Exercice 2 : (Sur 8 points)

Considérons la suite d'entiers $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$U_0=1$, $U_1=2$ et $U_n=U_{n-1} * U_{n-2}$ pour $n>1$

1. Construire une fonction récursive *Calcul_Récuratif*(n : Entier) qui retourne le $n^{\text{ième}}$ élément de la suite (U_n) et déterminer sa complexité temporelle $C_1(n)$ en fonction de $C_1(n-1)$ et $C_1(n-2)$
2. Construire une fonction itérative *Calcul_Itératif*(n : Entier) qui retourne le $n^{\text{ième}}$ élément de la suite (U_n) et déterminer sa complexité temporelle $C_2(n)$

Exercice 3 : (Sur 8 points)

On considère la fonction suivante *Mystère*(T : Entier[1..n], x : Entier) : Entier, qui reçoit un tableau T[1..n] d'entiers, trié par ordre croissant et un entier x, retourne un entier.

Fonction *Mystère*(T : Entier[1..n], x : Entier) : Entier

Var D, F, Mil : Entier

Début

D ← 1

F ← n

Tant que (D <= F) Faire

Mil ← (D + F) DIV 2

Si (T[Mil] < x) Alors

D ← Mil + 1

```

        Sinon
            F ← Mil – 1
        Fin Si
    Fin Tant que
    Retourner F
Fin

```

1. Que constitue la valeur retournée par $\text{Mystère}(T, x)$
2. Déterminer les complexités temporelles dans le meilleur et dans le pire des cas de la fonction Mystère
3. Prouvez la validité de cette fonction, en montrant que la propriété suivante :
 $\forall i \in \{1, \dots, D\}; \forall j \in \{F, \dots, n\}; T[i] < x < T[j]$
constitue un invariant de boucle pour $\text{Mystère}(T, x)$ et que la fonction s'arrête après un nombre fini d'itérations.

Bonne chance