UNIVERSITE IBN TOFAIL
Faculté des sciences
Département d'Informatique
Kenitra

Année: 2016/2017
Filières : SMI
Semestre : 3

Algorithmique II
Examen de rattrapage

Corrigé

Exercice 1 : (Sur 6 points)

Soit T un tableau d'entiers quelconques.
L'algorithme Doublon(T : ENTIER[1..n]), ci-dessous, permet d'afficher (dans un ordre quelconque) les doublons du tableau T.

```
ALGORITHME Doublon(T : ENTIER[1..n])
VAR     i, j : ENTIER
        Trouve : BOOLLEEN
DEBUT
        i←1
        TANT QUE (i<=n ) FAIRE
                Trouve← FAUX
                j←i+1
                TANT QUE (j<n ET Trouve=FAUX) FAIRE
                        SI (T[i]=T[j]) ALORS
                                Trouve←VRAI
                        FIN SI
                        j←j+1
                FIN TANT QUE
                SI (Trouve=VRAI) ALORS
                        ECRIRE('\t',T[i],',')
                FIN SI
                i←i+1
        FIN TANT QUE
FIN
```

Exercice 2 :(Sur 7 points)

Soit A[0..n] un tableau d'entiers. On considère la procédure Organiser donnée par :

```
PROCEDURE Organiser(A: ENTIER[1..n])
VAR     I, j: ENTIER
        S : BOOLLEEN
DEBUT
        POUR i ← 1 à n-1 FAIRE
            S ← VRAI
            POUR j ← 1 à n-i FAIRE
                SI ( A[j] < A[j + 1]) ALORS
```

Permuter(A[j]; A[j + 1])
S ← FAUX
FIN SI
FIN POUR
SI (S = VRAI) ALORS
RETOURNER
FIN SI
FIN POUR
FIN

1 ***<u>Application de la procédure Organiser</u> au tableau A[1..6]= [8,6,4,5,9,2]***

	Valeur de S	Contenu du tableau A
Après la 1ère passage dans la boucle externe	FAUX	*[8,6,5,9,4,2]*
Après la 2ère passage dans la boucle externe	FAUX	*[8,6,9,5,4,2]*
Après la 3ère passage dans la boucle externe	FAUX	*[8,9,6,5,4,2]*
Après la 4ère passage dans la boucle externe	FAUX	*[9,8,6,5,4,2]*
Après la 5ère passage dans la boucle externe	VRAI	*[9,8,6,5,4,2]*

2 ***<u>But de la procédure Organiser</u>***
A chaque passage dans la boucle externe on déplace au moins l'élément le plus petit vers la droite du tableau A. Donc à la sortie de la boucle externe le tableau A sera trié par ordre décroissant.

3 ***<u>Complexités temporelles dans les meilleurs et dans les pires des cas de la procédure Organiser.</u>***

- ***Dans les meilleurs des cas, on aura un seul passage dans la boucle externe et (n-1) passage dans la boucle interne. D'où la complexité temporelle dans ce cas est en*** $\theta(n)$
- ***Dans les pires des cas il y'aura (n-1) passages dans la boucle externe et pour chaque passage i, il y'aura (n-i) passage dans la boucle interne. D'où la complexité en pires des cas est :***

$$t(n) = \sum_{i=1}^{n-1}\left(taffect + \sum_{j=1}^{n-i}(tcomp + techange + taffect) + tcomp \right)$$

$$t(n) = \sum_{i=1}^{n-1}\left(c0 + \sum_{j=1}^{n-i} c1 \right) = \sum_{i=1}^{n-1}(c0 + (n-i)c1) = (n-1)c0 + c1\sum_{i=1}^{n-1}(n-i)$$

$$= (n-1)c0 + c1\sum_{i=1}^{n-1} i = (n-1)c0 + c1\frac{n(n-1)}{2} = \theta(n^2)$$

Exercice 3 :(Sur 7 points)

1. ***Écrivez une fonction récursive exposant(x,y) qui calcule*** x^y ***selon la définition récursive suivante:***
Pour x et y entiers, avec y >= 0 on a :
exposant(x,y) = 1 si y = 0
exposant(x,y) = x si y = 1

*exposant(x,y) = x * exposant(x,m) * exposant(x,m) si y=2*m+1,*
*exposant(x,y) = exposant(x,m) * exposant(x,m) si y =2*m,*

```
FONCTION exposant(x : ENTIER, y : ENTIER) : ENTIER
VAR     m, r, q : ENTIER
DEBUT
        SI (y=0) ALORS
                Retourner 1
        SINON
                SI (y=1) ALORS
                        Retourner x
                SINON
                        m← y DIV 2
                        r← y MOD 2
                        q← exposant(x, m)
                        SI (r=0) ALORS
                                Retourner q*q
                        SINON
                                Retourner x*q*q
                        FIN SI
                FIN SI
        FIN SI
FIN
```

2. ***Complexité temporelle de la fonction exposant***
   (Pour simplifier on suppose que $y=2^k$, avec $k\geq 0$)

Soit t(y) la complexité temporelle de la fonction exposant(x,y), on a :

$t(y) = tcomp + tretour = c0$, si $y=0$

$t(y) = 2tcomp+ tretour = c1$, si $y=x$

$t(y) = 3tcomp+3taffect+3tmult+tretour+t(y/2) = c2 + t(2^{k-1})$, si $y=2^k$

En développant on obtient :

$t(y)= t(2^k) = c2 + t(2^{k-1})$

$t(2^{k-1}) = c2 + t(2^{k-2})$

…………………………..

$t(2^2) = c2 + t(2^1)$

$t(2^1) = c2 + t(2^0)$

$t(y)=k*c2 + c1$

Or $k=\log_2 y$, donc $t(y)=\theta(\log y)$