

Algorithmique II

Examen de rattrapage

Corrigé

Exercice 1 : (Sur 8 points)

On souhaite écrire un algorithme qui permet de gérer un ensemble d'étudiants. Chaque type Etudiant est une structure composée des champs suivants :

- Nom, une chaîne de caractères
- DateNaissance, un tableau de trois entiers (jour, mois et année)
- MoyenneGénérale, un réel

1. Donner le type Etudiant et déclarer le tableau Tab, comme variable globale, constituée de N Etudiant, où N est une constante donnée.
2. Écrire les fonctions et procédures qui permettent de réaliser les tâches suivantes :
 - La fonction *Créer*(nom : chaîne ; j, m, an : Entier ; moy : Réel) qui permet de créer une variable de type Etudiant, saisir le nom de cet étudiant (nom), sa date de naissance (j, m, an), sa moyenne (moy) et retourner la valeur de la variable ainsi créée.
 - La procédure *SaisirTableau*() qui permet de remplir le tableau Tab déclaré ci-dessus, en lisant les données de chaque étudiant, et en utilisant la fonction *Créer*, définie ci-dessus.
 - La procédure *CalculeMoyenne*() qui permet de calculer et afficher la moyenne de la classe constituée des étudiants du tableau Tab.

Corrigé

1. Type ETUDIANT = STRUCTURE

```
Nom : CHAINE  
DateNaissance : ENTIER[1..3]  
Moyenne : REEL
```

Fin structure

```
CONST N=100  
VAR Tab : ETUDIANT[1..N]
```

2. Procédures et fonctions :

Fonction *Créer*(nom : CHAINE ; j, m, an : ENTIER ; moy : REEL) : ETUDIANT

```
VAR X : ETUDIANT  
D : ENTIER[1..3]
```

Début

```
D[1]←j  
D[2]←m  
D[3]←an  
X.Nom ←nom  
X.DateNaissance←D  
X.Moyenne←moy  
Retourner X
```

Fin

Procédure *SaisirTableau*()

```
VAR i, j, m, an : ENTIER  
moy : REEL  
nom : CHAINE
```

```

X : ETUDIANT
Début
  Pour (i←1 à N) Faire
    ECRIRE("\nDonner le nom de l'étudiant se trouvant au rang ", i)
    LIRE(nom)
    ECRIRE("\nDate de naissance de l'étudiant se trouvant au rang ", i)
    ECRIRE("\nDonner un entier indiquant le jour de naissance :")
    LIRE(j)
    ECRIRE("\nDonner un entier indiquant le mois de naissance :")
    LIRE(m)
    ECRIRE("\nDonner un entier indiquant l'année de naissance :")
    LIRE(an)
    ECRIRE("\nDonner la moyenne de l'étudiant se trouvant au rang ", i)
    LIRE(moy)
    X←Créer(nom, j, m, an, moy)
    Tab[i]←X
  Fin Pour
Fin

Procédure CalculeMoyenne()
VAR  moyenne : REEL
      i : ENTIER
Début
  moyenne←0      //moyenne de la classe
  Pour (i←1 à N) Faire
    moyenne ← moyenne + Tab[i].Moyenne
  Fin Pour
  ECRIRE("\nLa moyenne de la classe est : ", moyenne/N)
Fin

```

Exercice 2 : (Sur 5 points)

Pour déterminer et afficher les N premiers nombres premiers c'est à dire la suite : 2, 3, 5, 7, 11, ... (où N est une constante donnée), on utilise l'algorithme *nombresPremiers()* suivant :

On utilise un tableau d'entiers T[1 .. N], dans lequel on range les nombres premiers découverts au fur et à mesure. On note par m le nombre d'entiers premiers connus et rangés dans T à une étape donnée du déroulement de l'algorithme.

On note par k le plus grand entier dont on a testé la primalité.

1. On considère les affectations suivantes : $T[1] \leftarrow 2$, $m \leftarrow 2$ et $k \leftarrow 2$.
2. On répète ce qui suit tant que $m \leq N$.
 - On incrémente k ($k \leftarrow k + 1$).
 - Si k n'est divisible par aucun des éléments T[1],..., T[m-1], alors k est premier, et dans ce cas on affecte k à T[m] ($T[m] \leftarrow k$) et on incrémente m ($m \leftarrow m + 1$) ; Sinon on retourne en 2)
3. On affiche tous les éléments du tableau T.

Ecrire en pseudo-code l'algorithme *nombresPremiers()*, décrit ci-dessus.

Corrigé

Algorithme nombresPremiers()

```

Const  N = 100
Var    T : Entier[1..N]
        i, k, m : Entier
        premier : Boolleen
Début

```

```

T[1] ← 2
k ← 2           //k est le plus grand entier placé dans T
m ← 1          //m est le nombre d'entiers premiers connus et rangés dans T
Tant que (m < N) Faire
    premier ← Vrai
    i ← 1
    Tant que (i ≤ m Et premier) Faire
        Si (k mod T[i] = 0) Alors
            premier ← Faux
        Fin Si
        i ← i + 1
    Fin Tant que
    Si (premier) Alors
        m ← m + 1
        T[m] ← k
    Fin Si
    k ← k + 1
Fin Tant que
//Affichage des éléments de T
Ecrire("\nLes ", N, " nombres premiers en tête des nombres entiers sont :")
Pour (i ← 1 à N) Faire
    Ecrire(T[i], "\t")
Fin pour
Fin

```

Exercice 3 : (Sur 7 points)

On considère la fonction vérifier (Ch : Chaîne, deb : Entier, fin : Entier) donnée par :

Fonction *vérifier* (Ch : Chaîne, deb : Entier, fin : Entier) : booléen

Var i, j : Entier

Début

```

Si (deb ≥ fin) Alors
    Retourner (Vrai)
Sinon
    Si (Ch[deb] <> Ch[fin]) Alors
        Retourner (Faux)
    Sinon
        Retourner (vérifier(Ch, deb+1, fin-1))
    Fin Si
Fin Si

```

Fin

- Appeler la fonction *vérifier*(Ch, deb, fin) dans le cas suivant :
Ch = "bonjob", deb=0 et fin=5
Et donner la valeur retournée par cet appel.
- Quel est le but de la fonction *vérifier*(Ch, 0, n-1), où n est la longueur de la chaîne Ch ?
- Déterminer la complexité temporelle de la fonction *vérifier*(Ch, 0, n-1) en fonction de n.

Corrigé

- Valeur retournée par *vérifier*(Ch, deb, fin) pour Ch="bonjob", deb=0 et fin=5

Comme deb < fin et Ch[deb] = Ch[fin] = 'b' alors

vérifier(Ch, 0, 5) = *vérifier*(Ch, deb+1, fin-1) = *vérifier*(Ch, 1, 4)

Comme deb < fin et Ch[deb] = Ch[fin] = 'o' alors

$\text{vérifier}(\text{Ch}, 1, 4) = \text{vérifier}(\text{Ch}, \text{deb}+1, \text{fin}-1) = \text{vérifier}(\text{Ch}, 2, 3)$

Comme $\text{deb} < \text{fin}$ et $\text{Ch}[\text{deb}] \neq \text{Ch}[\text{fin}]$ alors

$\text{vérifier}(\text{Ch}, 2, 3) = \text{Faux}$

Finalement, $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, 5) = \text{vérifier}(\text{Ch}, 2, 3) = \text{Faux}$

2. On montre par récurrence sur la longueur de la chaîne Ch que le but de la fonction vérifier est de regarder si la chaîne Ch est un palindrome, c'est-à-dire que Ch est identique à son inverse.

La propriété est vraie pour $n=0$ et $n=1$, supposons qu'elle est vraie pour $n>0$ et montrons qu'elle est vraie pour $n+1$

Soit Ch une chaîne de caractères de longueur $n+1$, montrons que :

- $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n) = \text{Vrai}$ si Ch est identique à son inverse,
- et $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n) = \text{Faux}$ si Ch n'est pas identique à son inverse

Deux cas sont possibles :

1^{er} cas : $\text{Ch}[\text{deb}] \neq \text{Ch}[\text{fin}]$

Dans ce cas, Ch n'est pas identique à son inverse, et conformément à sa description $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n)$ va retourner Faux

2^{ème} cas : $\text{Ch}[\text{deb}] = \text{Ch}[\text{fin}]$

Dans ce cas, la nature de Ch dépend de la nature de la sous chaîne de Ch obtenue en éliminant les deux caractères du début et de la fin de Ch. Autrement dit, si la sous chaîne est identique à son inverse alors Ch est identique à son inverse, donc $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n) = \text{vérifier}(\text{Ch}, 1, n-1) = \text{Vrai}$. Si la sous chaîne n'est pas identique à son inverse alors Ch n'est pas identique à son inverse, donc $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n) = \text{vérifier}(\text{Ch}, 1, n-1) = \text{Faux}$.

3. Complexité temporelle de la fonction $\text{vérifier}(\text{Ch}, 0, n)$

Soit $t(n)$ la complexité temporelle de cette fonction alors :

$t(n) = t_{\text{comp}} + t_{\text{retour}} = t_0$, une constante si $n=1$ ou $n=0$

$t(n) = 2 \cdot t_{\text{comp}} + t_{\text{retour}} + t(n-2) = t_1 + t(n-2)$ si $n \geq 2$, où t_1 est une constante.

On suppose que $k = n \text{ Div } 2$ on a :

$t(n) = t_1 + t(n-2)$

$t(n-2) = t_1 + t(n-4)$

 $t(n-2 \cdot (k-1)) = t_1 + t(n-2 \cdot k)$

$t(n) = k \cdot t_1 + t_0 \cong \lfloor n/2 \rfloor t_1 + t_0 = \theta(n)$