

Algorithmique II

Examen de rattrapage

Corrigé

Exercice 1 : (Sur 3 points)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{10^{-5} n^3} = 0$ donc $n^2 \in O(10^{-5} n^3)$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{25n^4 - 19n^3 + 13n^2}{n^4} = 25 \neq 0$, donc $25n^4 - 19n^3 + 13n^2 = \Theta(n^4)$

Exercice 2 : (Sur 5 points)

Procédure Bulle_Ameliore(T : Entier[1..n])

Var i, j, k : Entier

x : Entier

Début

i ← 1

j ← n

Tant que (i < j) Faire

 //Parcours de gauche à droite

 k ← i

 Tant que (k < j) Faire

 Si T[k+1] < T[k] Alors

 x ← T[k]

 T[k] ← T[k+1]

 T[k+1] ← x

 Fin Si

 k ← k+1

 Fin Tant que

 j ← j-1

 //Parcours de droite à gauche

 k ← j

 Tant que (k > i) Faire

 Si T[k-1] > T[k] Alors

 x ← T[k]

 T[k] ← T[k-1]

 T[k-1] ← x

 Fin Si

 k ← k-1

 Fin Tant que

 i ← i+1

Fin Tant que

Fin

Exercice 3 : (Sur 4 points)

PROCEDURE SouTabMax(A : ENTIER[1..m])

```

VAR    i : ENTIER ← 1
        Indice_debut : ENTIER ← 1
        Taille : ENTIER ← 1
        Courant : ENTIER ← 1
        Taille_courant : ENTIER ← 1
DEBUT
    TANTQUE QUE i < n FAIRE
        SI A[i] = A[i+1] ALORS
            Taille_courant ← Taille_courant + 1
        SINON
            SI (Taille_Courant > Taille) ALORS
                Indice_debut ← Courant
                Taille ← Taille_Courant
            FINSI
            Courant ← i + 1
            Taille_courant ← 1
        FINSI
        i ← i + 1
    FIN TANT QUE
    Ecrire("Taille = ", Taille, " et Indice_debut = ", Indice_debut)
FIN

```

Exercice 4: (Sur 8 points)

- $$\begin{aligned}
 \text{Mystere}(25, 40) &= 40 + \text{Mystere}(24, 40) = 40 + \text{Mystere}(12, 80) = 40 + \text{Mystere}(6, 160) \\
 &= 40 + \text{Mystere}(3, 320) = 40 + 320 + \text{Mystere}(2, 320) \\
 &= 360 + \text{Mystere}(1, 640) \\
 &= 360 + 640 + \text{Mystere}(0, 640) \\
 &= 1000
 \end{aligned}$$
- On montre par récurrence sur a que la valeur retournée par $\text{Mystere}(a, b)$ est : $a * b$
 La propriété est vraie pour $a=0$
 Supposons que la propriété est vraie jusqu'à l'ordre a et montrons qu'elle est vraie pour $a+1$. Deux cas sont possibles :

1^{er} cas : Si $a+1$ est impair alors d'après la définition de la fonction Mystere
 $\text{Mystere}(a+1, b) = b + \text{Mystere}(a, b)$
 D'après l'hypothèse de récurrence $\text{Mystere}(a, b) = a * b$
 Donc, $\text{Mystere}(a+1, b) = b + a * b = (a+1) * b$, d'où la propriété est vraie pour $a+1$

2^{ème} cas : Si $a+1$ est pair alors d'après la définition de la fonction Mystere
 $\text{Mystere}(a+1, b) = \text{Mystere}((a+1)/2, b*2)$
 D'après l'hypothèse de récurrence $\text{Mystere}((a+1)/2, b*2) = [(a+1)/2] * [b*2] = (a+1)*b$
 Donc, $\text{Mystere}(a+1, b) = (a+1)*b$, d'où la propriété est vraie pour $a+1$
- Transformation de la fonction récursive Mystere en une fonction itérative
 Pour enlever la récursivité, on introduit une variable *resultat* pour le cumul des valeurs retenues

Fonction $\text{Mystere_Iterative}(a : \text{Entier}, b : \text{Entier}) : \text{Entier}$

Var *resultat* : Entier ← 0

Début

```

    Tant que a > 0 Faire
        Si a mod 2 <> 0 alors
            resultat ← resultat + b
            a ← a - 1
        Sinon
            a ← a / 2
            b ← b * 2
        Fin Si
    Fin Tant que
    Retourner resultat

```

Fin