

제 2 교시

## 수학 영역

홀수형

## 5지선다형

1.  $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3.  $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$  일 때에 대하여  $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$  일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

2. 함수  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x-a & (x < 2) \\ x^2+a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 다항함수  $f(x)$  가

$$f'(x) = 3x(x-2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때,  $f(2)$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 등비수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때,  $a_1 + a_2$  의 값은? [3점]

- ① 27      ② 24      ③ 21      ④ 18      ⑤ 15

7. 함수  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$  가  $x = \alpha$  에서 극대이고

$x = \beta$  에서 극소일 때,  $\beta - \alpha$  의 값은? (단,  $\alpha$  와  $\beta$  는 상수이다.)

[3점]

- ① -4      ② -1      ③ 2      ④ 5      ⑤ 8

8. 삼차함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$

를 만족시킬 때,  $\int_{-2}^2 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12      ② 16      ③ 20      ④ 24      ⑤ 28

10. 시각  $t=0$  일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$

이다. 시각  $t$ 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를  $f(t)$ 라 할 때, 함수  $f(t)$ 는 구간  $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간  $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간  $[b, \infty)$ 에서 증가한다. 시각  $t=a$ 에서  $t=b$ 까지 점 Q가 움직인 거리는? (단,  $0 < a < b$ ) [4점]

- ①  $\frac{15}{2}$       ②  $\frac{17}{2}$       ③  $\frac{19}{2}$       ④  $\frac{21}{2}$       ⑤  $\frac{23}{2}$

9. 수직선 위의 두 점 P( $\log_5 3$ ), Q( $\log_5 12$ )에 대하여

선분 PQ를  $m:(1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때,  
 $4^m$ 의 값은? (단,  $m$ 은  $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{7}{6}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{11}{6}$

11. 공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6| = a_8, \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 60      ② 65      ③ 70      ④ 75      ⑤ 80

12. 함수  $f(x) = \frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$  와 실수  $t(0 < t < 6)$ 에 대하여

함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

이다. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

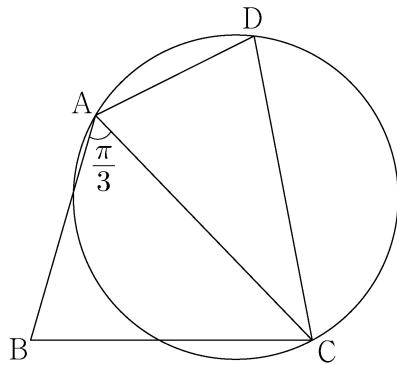
- ①  $\frac{125}{4}$       ②  $\frac{127}{4}$       ③  $\frac{129}{4}$       ④  $\frac{131}{4}$       ⑤  $\frac{133}{4}$

13. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 3, \quad \overline{BC} = \sqrt{13}, \quad \overline{AD} \times \overline{CD} = 9, \quad \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를  $S_1$ , 삼각형 ACD의 넓이를  $S_2$ 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 이라 하자.

$$S_2 = \frac{5}{6}S_1 \text{ 일 때, } \frac{R}{\sin(\angle ADC)} \text{ 의 값은? [4점]}$$



- ①  $\frac{54}{25}$     ②  $\frac{117}{50}$     ③  $\frac{63}{25}$     ④  $\frac{27}{10}$     ⑤  $\frac{72}{25}$

14. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b)+9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수  $t$ 에 대하여 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=t$ 가 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수  $k$ 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51    ② 52    ③ 53    ④ 54    ⑤ 55

15. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값을 합은? [4점]

- ① 139    ② 146    ③ 153    ④ 160    ⑤ 167

단답형

16. 방정식  $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$  을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

17. 함수  $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

18. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수  $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$  라 할 때,  $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20.  $a > \sqrt{2}$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $O(0, 0)$ 에서의 접선이  
곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점 중  $O$ 가 아닌 점을 A라 하고,  
곡선  $y=f(x)$  위의 점 A에서의 접선이  $x$  축과 만나는 점을  
B라 하자. 점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점일 때,  
 $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 양수  $a$ 에 대하여  $x \geq -1$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다.  $t \geq 0$ 인 실수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $[t-1, t+1]$ 에서의  $f(x)$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라 하자. 구간  $[0, \infty)$ 에서 함수  $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수  $a$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수  $k$ 는 존재하지 않는다.

$$f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}, f'\left(\frac{1}{4}\right) < 0 \text{ 일 때, } f(8) \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(학률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

홀수형

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1+5x)}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

24. 매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^3 + 1), \quad y = \sin \pi t$$

에서  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{3}\pi$     ②  $-\frac{2}{3}\pi$     ③  $-\pi$     ④  $-\frac{4}{3}\pi$     ⑤  $-\frac{5}{3}\pi$

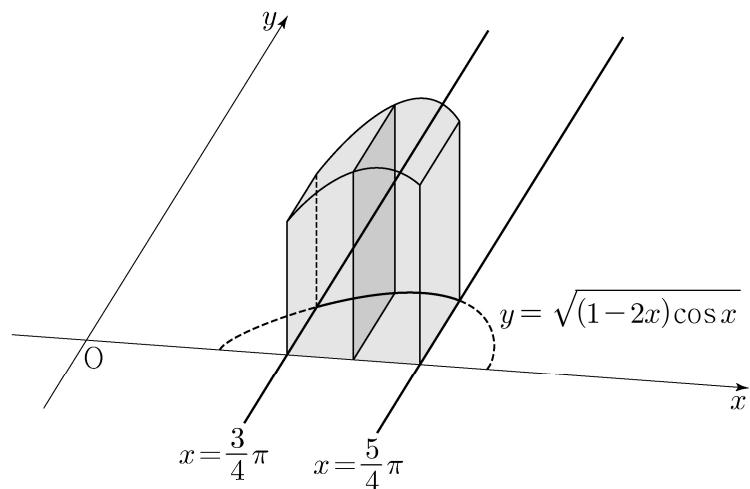
25. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 있다.  $g(x)$ 는  $f(x)$ 의 역함수이고,  $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다. 모든 양수  $a$ 에 대하여

$$\int_1^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)} dx = 2\ln a + \ln(a+1) - \ln 2$$

이 때,  $f(1) = 8$  일 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 36      ② 40      ③ 44      ④ 48      ⑤ 52

26. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{(1-2x)\cos x}$  ( $\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ ) 와  $x$  축 및 두 직선  $x = \frac{3}{4}\pi$ ,  $x = \frac{5}{4}\pi$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$       ②  $\sqrt{2}\pi - 1$       ③  $2\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$   
 ④  $2\sqrt{2}\pi - 1$       ⑤  $2\sqrt{2}\pi$

27. 실수  $t$ 에 대하여 원점을 지나고 곡선  $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는 직선의 기울기를  $f(t)$ 라 하자.  $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수  $a$ 에 대하여  $f'(a)$ 의 값을? [3점]

- ①  $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$       ②  $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$       ③  $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$   
 ④  $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$       ⑤  $-e\sqrt{e}$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq 0$ 이고,  $x < 0$ 일 때  $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다. 모든 양수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을  $g(t)$ , 큰 값을  $h(t)$ 라 하자.

두 함수  $g(t), h(t)$ 는 모든 양수  $t$ 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다.  $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$  일 때,  $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값을? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}e^5$       ②  $\frac{4}{3}e^7$       ③  $\frac{5}{4}e^9$       ④  $\frac{6}{5}e^{11}$       ⑤  $\frac{7}{6}e^{13}$

## 단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left( \sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left( \sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$  일 때,  $120S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

이다. 양수  $a$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을  $y=g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가  $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수  $a$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자.

$$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$$

의 값을 구하시오. [4점]

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.