

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x)$ 가

$f'(x) = 3x^2 - 2x, \quad f(1) = 1$

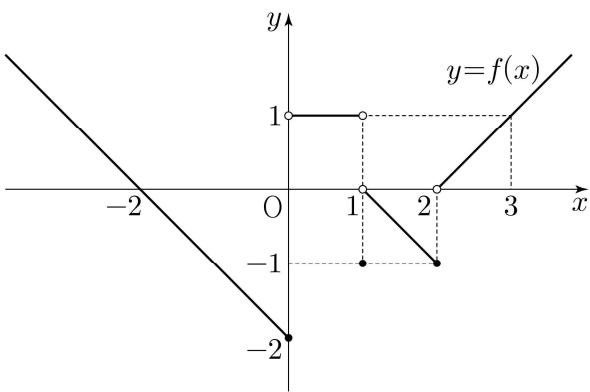
을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan \theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 곡선 $y = 3x^2 - x$ 와 직선 $y = 5x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_6 = 2(S_3 - S_2)$$

일 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가

다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x) dx$ 의 값은? [4점]

$$(가) \quad g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

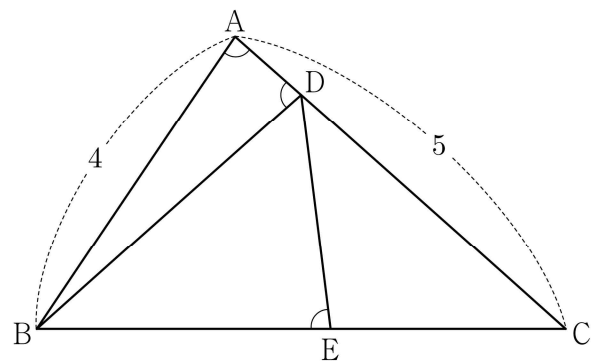
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

14. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을
만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
(나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의
개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여

$t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$ 이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$ 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때, $a + f(a)$ 의 값을 구하십시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 36, \quad a_7 = \frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k$$

이다. 시간 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 0이고, 시간 $t=1$ 에서 점 P의 위치는 -3 이다. 시간 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4$, $f'(1) = 1$, $f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}-n}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$x = e^t + \cos t, \quad y = \sin t$

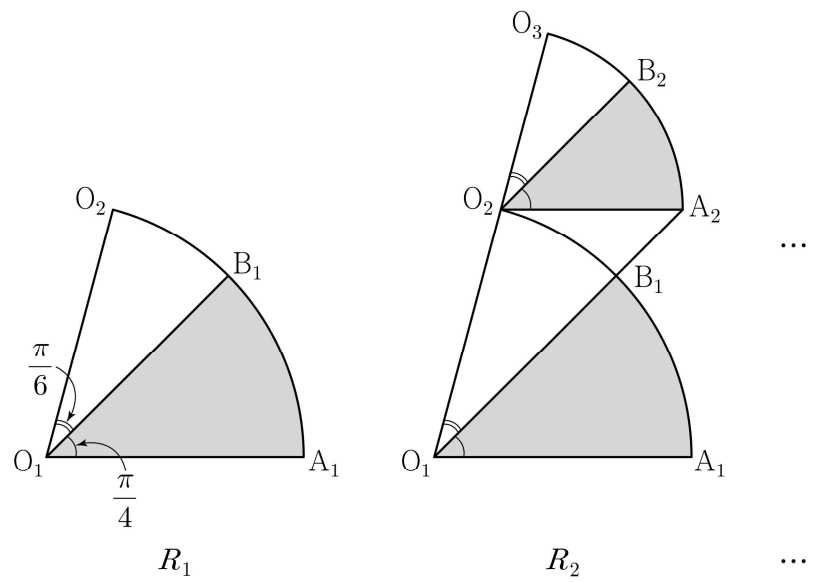
에서 $t=0$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 원점에서 곡선 $y=e^{|x|}$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e}{e^2+1}$ ② $\frac{e}{e^2-1}$ ③ $\frac{2e}{e^2+1}$
 ④ $\frac{2e}{e^2-1}$ ⑤ 1

26. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_1A_1O_2$ 가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1 을 $\angle A_1O_1B_1 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 점 O_2 를 지나고 선분 O_1A_1 에 평행한 직선이 직선 O_1B_1 과 만나는 점을 A_2 라 하자. 중심이 O_2 이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_2A_2O_3$ 을 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 과 겹치지 않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2 를 $\angle A_2O_2B_2 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

27. 두 함수

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k \sin x$$

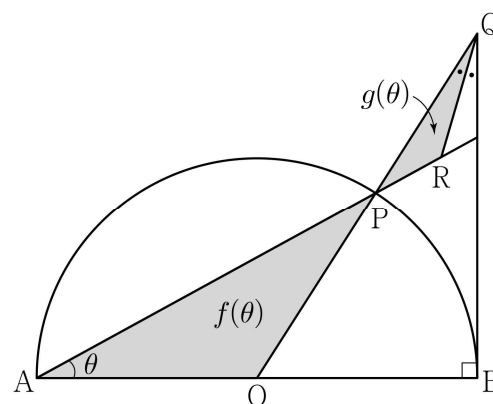
에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$
 ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는

반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

29. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $t > \frac{1}{2} \ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.