

제 2 교시

## 수학 영역

홀수형

## 5지선다형

1.  $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\sqrt{3}$       ③ 3      ④  $3\sqrt{3}$       ⑤ 9

2. 함수  $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의

값은? [2점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^4 (2a_k - k) = 0$  일 때,  $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값은?  
[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

◦ 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

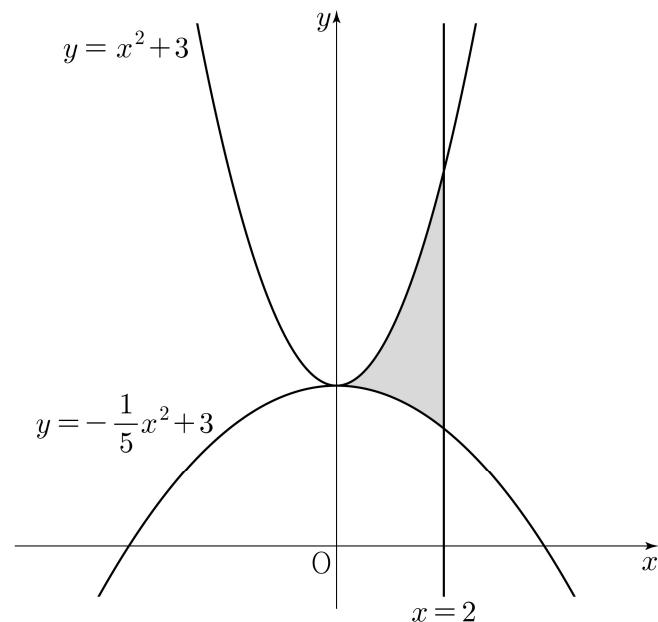
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $f(x) = (x+2)(2x^2-x-2)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

7. 두 곡선  $y = x^2 + 3$ ,  $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ 과 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{18}{5}$       ②  $\frac{7}{2}$       ③  $\frac{17}{5}$       ④  $\frac{33}{10}$       ⑤  $\frac{16}{5}$



6. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 가

$$\log_a b = 3, \quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때,  $\log_9 ab$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{7}{8}$

8.  $\sin\theta + 3\cos\theta = 0^\circ$ 이고  $\cos(\pi - \theta) > 0$  일 때,  $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- |                           |                            |     |
|---------------------------|----------------------------|-----|
| ① $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ | ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$    | ③ 0 |
| ④ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$  | ⑤ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ |     |

9. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + 4$$

라 하자. 직선  $y=5$ 가 곡선  $y=f(x)$ 에 접할 때,  $f(2)$ 의 값은?  
[4점]

- |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| ① 11 | ② 12 | ③ 13 | ④ 14 | ⑤ 15 |
|------|------|------|------|------|

10. 상수  $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = a^x - 2$  위의 점 중  
제 1사분면에 있는 점 A를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이  $x$ 축과  
만나는 점을 B, 곡선  $y = a^x - 2$ 의 점근선과 만나는 점을 C라  
하자.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 AOC의 넓이가 8일 때,  
 $a \times \overline{OB}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- |                      |                     |                     |                     |                      |
|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| ① $2^{\frac{13}{6}}$ | ② $2^{\frac{7}{3}}$ | ③ $2^{\frac{5}{2}}$ | ④ $2^{\frac{8}{3}}$ | ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$ |
|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|

11. 시각  $t=0$  일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수  $k$ 에 대하여 시각이  $t$  ( $t \geq 0$ ) 일 때 점 P의 속도  $v(t)$  가

$$v(t) = t^2 - kt + 4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ.  $k=0$  이면, 시각  $t=1$  일 때 점 P의 위치는  $\frac{13}{3}$  이다.
- ㄴ.  $k=3$  이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.
- ㄷ.  $k=5$  이면, 시각  $t=0$ 에서  $t=2$  까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

- ① ㄱ                  ② ㄱ, ㄴ                  ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$2(a_1 + a_4 + a_7) = a_4 + a_7 + a_{10} = 6$$

을 만족시킬 때,  $a_{10}$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{22}{7}$                   ②  $\frac{24}{7}$                   ③  $\frac{26}{7}$                   ④  $\frac{30}{7}$                   ⑤  $\frac{32}{7}$

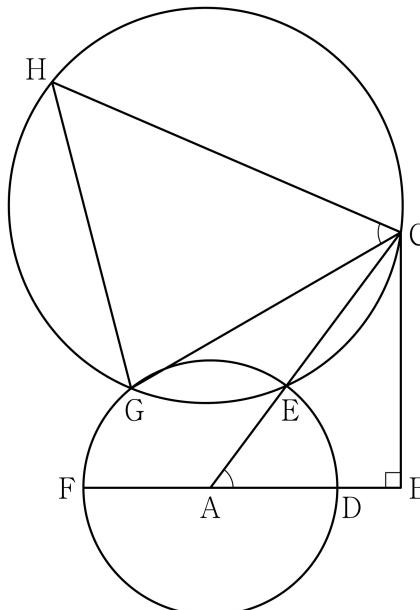
13. 함수  $f(x) = x^2 - 4x - 3$ 에 대하여

곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(1, -6)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하고,  
함수  $g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$ 에 대하여  
곡선  $y=g(x)$  위의 점  $(1, 6)$ 에서의 접선을  $m$ 이라 하자.  
두 직선  $l, m$ 과  $y$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① 21      ② 28      ③ 35      ④ 42      ⑤ 49

14. 그림과 같이  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 4$ 이고  $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 D,  
점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AD}$ 인 원이 선분 AC와  
만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을  
F라 하고, 호 EF 위의 점 G를  $\overline{CG} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡는다.  
세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가  $\angle HCG = \angle BAC$ 를  
만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



- ①  $\frac{6\sqrt{15}}{5}$       ②  $\frac{38\sqrt{10}}{25}$       ③  $\frac{14\sqrt{3}}{5}$   
 ④  $\frac{32\sqrt{15}}{25}$       ⑤  $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

15. 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수  $a$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수  $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는  $a$ 의 최댓값을  $k$ 라 하자.  $a = k$  일 때,  $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{9}{2}$       ②  $\frac{11}{2}$       ③  $\frac{13}{2}$       ④  $\frac{15}{2}$       ⑤  $\frac{17}{2}$

단답형

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$  이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + 1$$

을 만족시킨다.  $a_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = 4x^3 - 2x$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 에 대하여  $F(0) = 4$  일 때,  $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18.  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{AC} = 6$  이고  $\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$  인

삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

20. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 7$
  - 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여
- $$\sum_{k=1}^{n-1} a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$$
- 이다.

다음은  $\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1}$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k$  이므로

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{(\text{가})}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{(\text{가})} \quad \dots \text{ (1)}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에  $n=2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{(\text{나})} \quad \dots \text{ (2)}$$

이다. (1)과 (2)에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1} &= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2a_{2k+1} + a_{2k+2}) \\ &= \boxed{(\text{다})} \end{aligned}$$

이다.

19.  $-2 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$-k \leq 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8 \leq k$$

가 성립하도록 하는 양수  $k$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p$ ,  $q$ 라 할 때,  $\frac{p \times q}{f(12)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $a$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이

존재한다.

(나)  $\lim_{x \rightarrow m^+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수  $m$ 의 집합은  $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

$g(-5)$ 의 값을 구하시오. (단,  $g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)$ ) [4점]

22. 곡선  $y = \log_{16}(8x+2)$  위의 점 A( $a, b$ )와

곡선  $y = 4^{x-1} - \frac{1}{2}$  위의 점 B가 제1사분면에 있다.

점 A를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가  $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$ 일 때,

$a \times b = \frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(학률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x}$  의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

24.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

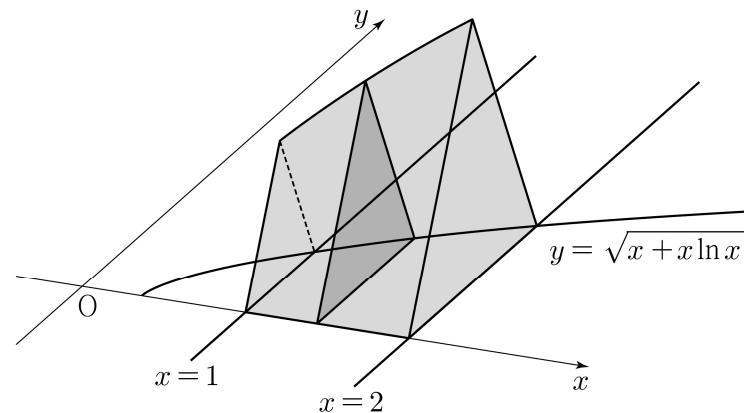
25. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sqrt{9n^2 - 5} + 2n < a_n < 5n + 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n + 2)^2}{na_n + 5n^2 - 2}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{3}{2}$     ③  $\frac{5}{2}$     ④  $\frac{7}{2}$     ⑤  $\frac{9}{2}$

26. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{x + x \ln x}$  와  $x$  축 및 두 직선  $x = 1$ ,  $x = 2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}(3 + 8 \ln 2)}{16}$     ②  $\frac{\sqrt{3}(5 + 12 \ln 2)}{24}$     ③  $\frac{\sqrt{3}(1 + 12 \ln 2)}{16}$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}(1 + 2 \ln 2)}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}(1 + 9 \ln 2)}{12}$

27. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{4t}(1 + \sin^2 \pi t), \quad y = e^{4t}(1 - 3\cos^2 \pi t)$$

를  $C$ 라 하자. 곡선  $C$ 가 직선  $y = 3x - 5e$  와 만나는 점을  $P$ 라 할 때, 곡선  $C$  위의 점  $P$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- |                               |                               |                          |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| ① $\frac{3\pi - 4}{\pi + 4}$  | ② $\frac{3\pi - 2}{\pi + 6}$  | ③ $\frac{3\pi}{\pi + 8}$ |
| ④ $\frac{3\pi + 2}{\pi + 10}$ | ⑤ $\frac{3\pi + 4}{\pi + 12}$ |                          |

28. 함수

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(1 + x)$$

와 양수  $t$ 에 대하여 점  $(s, f(s))$  ( $s > 0$ )에서  $y$ 축에 내린 수선의 빌과 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(s, f(s))$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점 사이의 거리가  $t$ 가 되도록 하는  $s$ 의 값을  $g(t)$ 라 하자.  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t) dt$  의 값은? [4점]

- |                            |                            |                          |
|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| ① $\frac{161}{12} + \ln 3$ | ② $\frac{40}{3} + \ln 3$   | ③ $\frac{53}{4} + \ln 2$ |
| ④ $\frac{79}{6} + \ln 2$   | ⑤ $\frac{157}{12} + \ln 2$ |                          |

## 단답형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열  $\{a_n\}$  과 등비수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

어떤 자연수  $k$ 에 대하여

$$b_{k+i} = \frac{1}{a_i} - 1 \quad (i=1, 2, 3)$$

이다.

부등식

$$0 < \sum_{n=1}^{\infty} \left( b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right) < 30$$

이 성립할 때,  $a_2 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a_1 \neq 0$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $|x| \leq 1$  일 때,  $4 \times (f^{-1}(x))^2 = x^2 (x^2 - 5)^2$ 이다.  
 (나)  $|x| > 1$  일 때,  $|f^{-1}(x)| = e^{|x|-1} + 1$ 이다.

실수  $m$ 에 대하여 기울기가  $m$ 이고 점  $(1, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점의 개수를  $g(m)$ 이라 하자.

함수  $g(m)$ 이  $m=a$ ,  $m=b$  ( $a < b$ )에서 불연속일 때,

$g(a) \times \left( \lim_{m \rightarrow a^+} g(m) \right) + g(b) \times \left( \frac{\ln b}{b} \right)^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ) [4점]

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.