

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9
2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
- $a_1 = 2, \quad a_2 a_4 = 36$
- 일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9
4. 함수
- $$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \leq -1) \\ x^2 - 5x - a & (x > -1) \end{cases}$$
- 이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

6. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = 4$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13} 의 값은? [3점]

① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

8. 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시간 $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시간 $t=3k$ 에서 $t=4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

10. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b \pi x \left(0 \leq x \leq \frac{3}{b}\right)$ 이

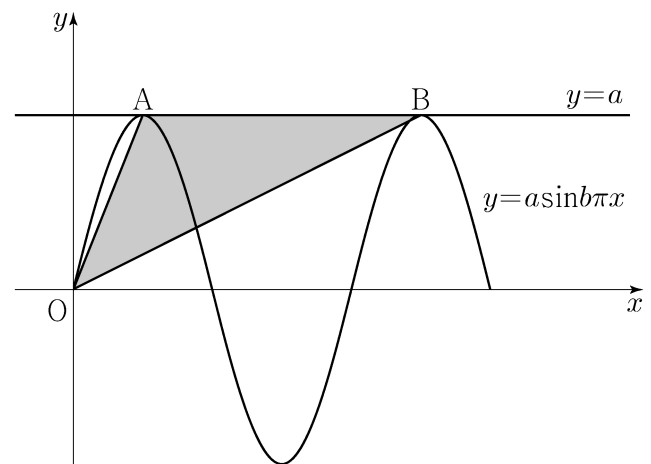
직선 $y=a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와

직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t) dt$$

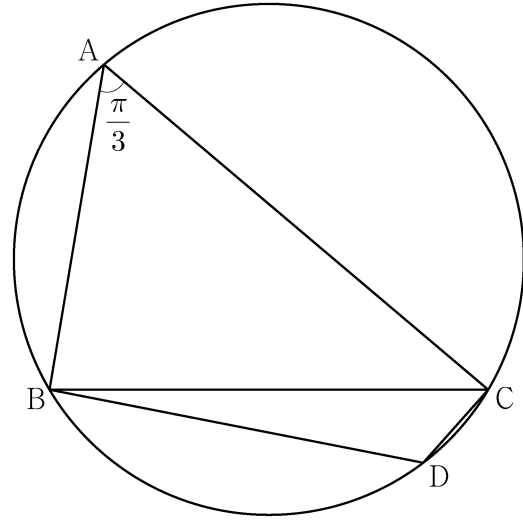
를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t) dt$ 일 때, $a + f(3)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에
대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



13. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————<보 기>————

ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1)=0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x)dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(b_k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

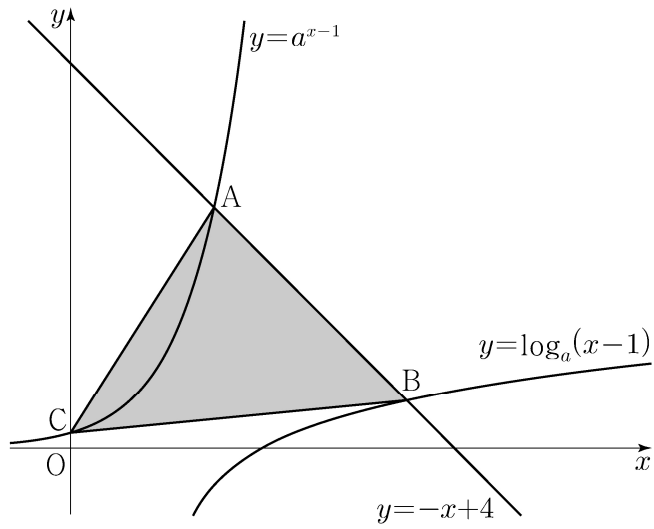
의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5x$ 에서 x 의 값이 0에서 4까지
변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$ 의 값이 같게 되도록 하는
 $0 < a < 4$ 인 모든 실수 a 의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

21. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n + 2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

24. $2\cos \alpha = 3\sin \alpha$ 이고 $\tan (\alpha + \beta) = 1$ 일 때, $\tan \beta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

25. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

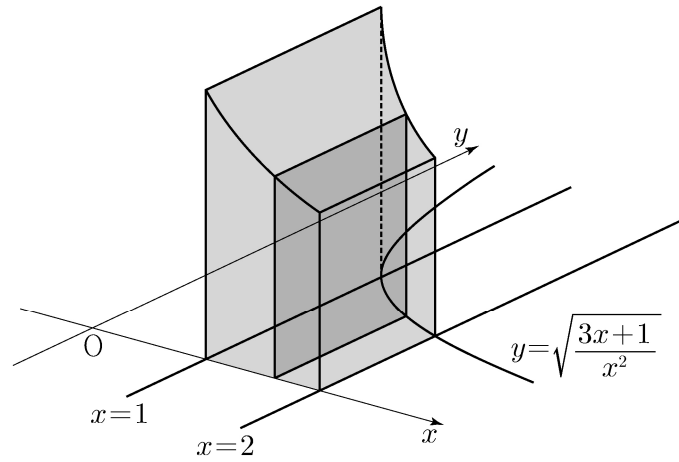
$$x = e^t - 4e^{-t}, \quad y = t + 1$$

에서 $t = \ln 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

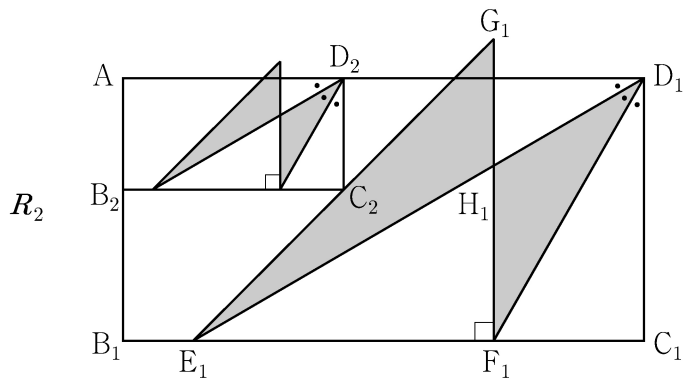
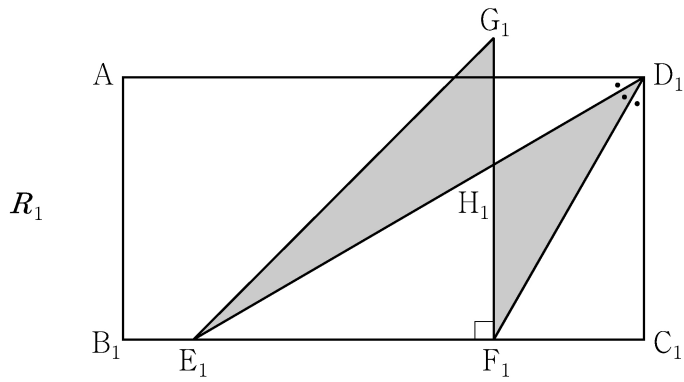
26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\frac{3x+1}{x^2}}$ ($x > 0$)과 x 축 및

두 직선 $x=1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고
 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인
 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $3\ln 2$ ② $\frac{1}{2} + 3\ln 2$ ③ $1 + 3\ln 2$
 ④ $\frac{1}{2} + 4\ln 2$ ⑤ $1 + 4\ln 2$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 1$, $\overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다.
 $\angle AD_1C_1$ 을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중
 점 B_1 에 가까운 점을 E_1 , 점 C_1 에 가까운 점을 F_1 이라 하자.
 $\overline{E_1F_1} = \overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 AD_1 과 선분 F_1G_1 이
 만나도록 점 G_1 을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다.
 선분 E_1D_1 과 선분 F_1G_1 이 만나는 점을 H_1 이라 할 때,
 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$ 로 만들어진 \swarrow 모양의 도형에
 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1G_1 위의 점 C_2 ,
 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고
 $\overline{AB_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형
 $AB_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 \swarrow 모양의
 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는
 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



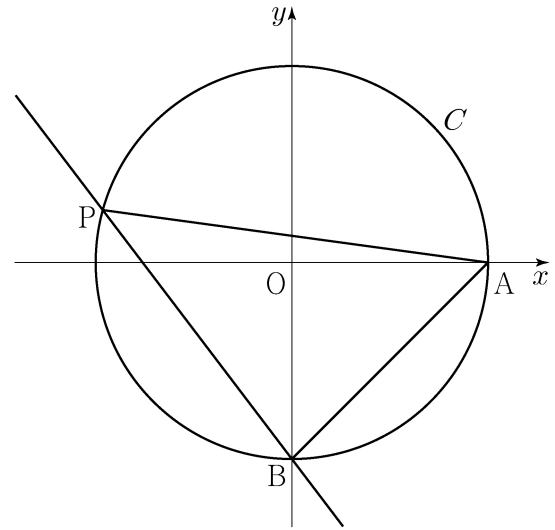
⋮

⋮

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인
 원 C 와 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$ 가 있다. 원 C 위에 있고
 x 좌표가 음수인 점 P 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자.
 점 $Q(0, 2\cos\theta)$ 에서 직선 BP 에 내린 수선의 발을 R 라 하고,
 두 점 P 와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta) d\theta$ 의
 값은? [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



단답형

29. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \{f(x)+2\}e^{f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a)=6$ 인 a 에 대하여 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 최댓값을 갖는다.

(나) $g(x)$ 는 $x=b$, $x=b+6$ 에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α , β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 실수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \times f(x))}{x} = 0$$

(나) $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$ 는 $0 \leq x < 1$ 일 때 $g(x)=f(x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+1)=g(x)$ 이다.

$g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.