

3주차

2차원 횡단면의 3차원 복원

3. Splin 보간법(2)

Department of Mathematics
Gyeongsang National University
Group 3

Splin 보간법

예제 3.1 다음 5개의 점들을 지나가는 3차 스플라인 보간 함수 $s(x)$ 를 구하고 실제 함수 $f(x) = 1/x$ 와 $s(x)$ 의 그래프를 그려라

x	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	1	$1/2$	$1/3$	$1/4$	$1/5$

Splin 보간법

예제 3.1

5개의 점들을 순서 대로 $(x_0, y_0) = (1, 1), (x_1, y_1) = \left(2, \frac{1}{2}\right), (x_2, y_2) = \left(3, \frac{1}{3}\right),$

$(x_3, y_3) = \left(4, \frac{1}{4}\right), (x_4, y_4) = \left(5, \frac{1}{5}\right),$ 로 둘 수 있다. $S(x)$ 는 아래와 같이 4개로 구성 된다.

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = a_0 + b_0(x - 1) + c_0(x - 1)^2 + d_0(x - 1)^3, & 1 \leq x \leq 2 \\ S_1(x) = a_1 + b_1(x - 2) + c_1(x - 2)^2 + d_1(x - 2)^3, & 2 \leq x \leq 3 \\ S_2(x) = a_2 + b_2(x - 3) + c_2(x - 3)^2 + d_2(x - 3)^3, & 3 \leq x \leq 4 \\ S_3(x) = a_3 + b_3(x - 4) + c_3(x - 4)^2 + d_3(x - 4)^3, & 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Splin 보간법

예제 3.1

```
spline_3.m  x  +
1 — clear; clc; close all;
2
3 — data=[1 2 3 4 5
4       1 1/2 1/3 1/4 1/5];    % data 값 넣기
5 |
6 — x=data(1,:); y=data(2,:);  % data를 x값과 y값의 넣기
7 — n=size(x',1)-1;           % data의 개수 보다 하나 작게 보간함수 생성
8
9 — a=y; c=zeros(1,n+1); b=zeros(1,n); d=zeros(1,n);          % 초기값 설정해주기
10 — h=zeros(1,n);           % h 초기값 설정해주기
11
```

매트랩으로 풀기 위하여 data를 입력하고 a, b, c, d, h 의 초기값을 설정해 주었다.

Splin 보간법

예제 3.1

```
12 — for ik=1:n
13 —     h(ik)=x(ik+1)-x(ik);    % h값 설정
14 — end
15
```

$h_i = x_{i+1} - x_i$ 이므로 for 반복문을 사용해 설정해 준다.

```
16     %%% c 값 구하기 %%%
17
18 —     A=zeros(n-1);           % 선형 연립 방정식을 풀기 위한 A 행렬
19 —     u=zeros(1,n-1);        % 선형 연립 방정식을 풀기 위한 u 행렬
20
```

c 값들을 구하기 위한 선형 연립 방정식을 풀기 위하여 그에 필요한 A, u 행렬을 초기화 해준다.

Splin 보간법

예제 3.1

```
21      %%% A 행렬 설정하기 %%%  
22 —    A(1,1)=2*(h(1)+h(2)); A(1,2)=h(2);  
23 —    A(n-1,n-2)=h(n-2); A(n-1,n-1)=2*(h(n-2)+h(n-1));  
24  
25 —    for ik=2:n-2  
26 —        A(ik,ik-1)=h(ik);  
27 —        A(ik,ik)=2*(h(ik)+h(ik+1));  
28 —        A(ik,ik+1)=h(ik);  
29 —    end
```

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오

A =

4	1	0
1	4	1
0	1	4

fx >> |

A행렬을 설정하기 위해 반복 되지 않는 첫번째 줄과 마지막 줄은 따로 설정하고 그 외 나머지 반복 구간은 for 반복문을 사용해 설정한다.

Splin 보간법

예제 3.1

```
31      %%% U 행렬 설정하기 %%%  
32 —   for ik=1:n-1  
33 —       u(ik)=3*((y(ik+2)-y(ik+1))/h(ik+1)-(y(ik+1)-y(ik))/h(ik));  
34 —   end  
35  
36 —   c(2:n)=A\ u';           % c 값 구하기  
37
```

u 행렬을 for 반복문을 사용해 설정한다. A, u 를 사용해 c 를 구한다.

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오

>> u

u =

1.0000 0.2500 0.1000

fx >> |

>> c

c =

0 0.2518 -0.0071 0.0268 0

Splin 보간법

예제 3.1

```
37
38     %%% d 값 구하기 %%%
39 —   □ for ik=1:n
40 —       d(ik)=(c(ik+1)-c(ik))/(3*h(ik));
41 —   end
42
43     %%% b 값 구하기 %%%
44 —   □ for ik=1:n
45 —       b(ik)=(y(ik+1)-y(ik))/h(ik)-h(ik)*(c(ik+1)+2*c(ik))/3;
46 —   end
47
```

d, b 값들을 구해준다.

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오.

```
>> b
```

```
b =
```

```
    -0.5839    -0.3321    -0.0875    -0.0679
```

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오.

```
>> d
```

```
d =
```

```
    0.0839   -0.0863    0.0113   -0.0089
```


Splin 보간법

예제 3.1

구한 값들을 적용해 $S(x)$ 를 다시 써보면,

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = 1 - 0.5839(x - 1) + 0.0839(x - 1)^3, & 1 \leq x \leq 2 \\ S_1(x) = \frac{1}{2} - 0.3321(x - 2) + 0.2518(x - 2)^2 - 0.0863(x - 2)^3, & 2 \leq x \leq 3 \\ S_2(x) = \frac{1}{3} - 0.0875(x - 3) - 0.0071(x - 3)^2 + 0.0113(x - 3)^3, & 3 \leq x \leq 4 \\ S_3(x) = \frac{1}{4} - 0.0679(x - 4) + 0.0268(x - 4)^2 - 0.0089(x - 4)^3, & 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

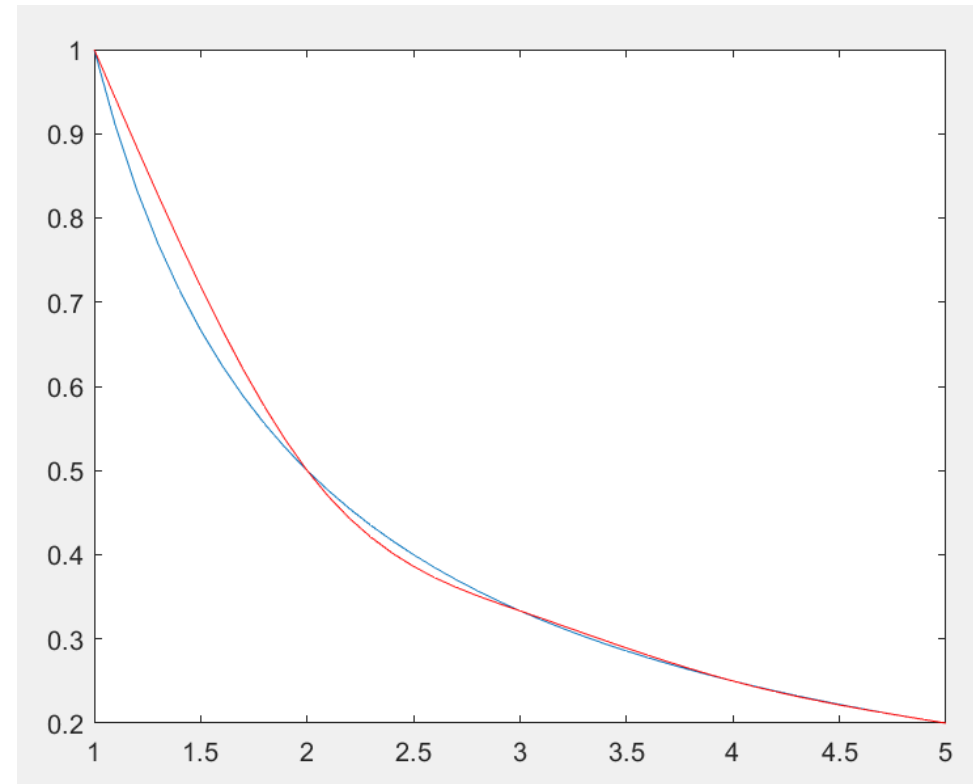
이다.

Splin 보간법

예제 3.1

그래프를 그려보면,(파란색이 실제 값이고, 빨간색이 splin을 이용한 보간 값들이다.)

```
48  %%% 그래프 그리기 %%%
49
50  plot(1:0.1:5,1./(1:0.1:5));    % 실제 값 plot하기
51
52  hold on
53  xx=1:0.1:2;
54  plot(xx,a(1)+b(1).*(xx-1)+c(1).*(xx-1).^2+d(1).*(xx-1).^3,'r')
55
56  hold on
57  xx=2:0.1:3;
58  plot(xx,a(2)+b(2).*(xx-2)+c(2).*(xx-2).^2+d(2).*(xx-2).^3,'r')
59
60  hold on
61  xx=3:0.1:4;
62  plot(xx,a(3)+b(3).*(xx-3)+c(3).*(xx-3).^2+d(3).*(xx-3).^3,'r')
63
64  hold on
65  xx=4:0.1:5;
66  plot(xx,a(4)+b(4).*(xx-4)+c(4).*(xx-4).^2+d(4).*(xx-4).^3,'r')
67
```



Splin 보간법

연습문제 3.1 다음 4개의 점들을 지나가는 3차 스플라인 보간 함수 $S(x)$ 를 구하고 $x = 1.5$ 에서 f 의 값을 추정하여라

x	-1	0	1	2
$y = f(x)$	1	2	4	6

Splin 보간법

연습문제 3.1

```
1 — clear; clc; close all;
2 —
3 — data=[-1 0 1 2
4 —     1 2 4 6]; % data 값 넣기
5 —
6 — x=data(1,:); y=data(2,:); % data를 x값과 y값의 넣기
7 — n=size(x',1)-1; % data의 개수 보다 하나 작게 보간함수 생성
8 —
9 — a=y; c=zeros(1,n+1); b=zeros(1,n); d=zeros(1,n); % 초기값 설정해주기
10 — h=zeros(1,n); % h 초기값 설정해주기
11 —
12 — for ik=1:n
13 —     h(ik)=x(ik+1)-x(ik); % h값 설정
14 — end
```

매트랩을 활용해 a, b, c, d 를 구해 봤다.

Splin 보간법

연습문제 3.1

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오.

```
>> syms xx  
>> S(xx)=a(3)+b(3)*(xx-1)+c(3)*(xx-1)^2+d(3)*(xx-1)^3
```

S(xx) =

$(32*xx)/15 - (xx - 1)^2/5 + (xx - 1)^3/15 + 28/15$

```
>> S(1.5)
```

ans =

201/40

```
>> 201/40
```

ans =

5.0250

답 : 5.0250

fx >> |

Splin 보간법

연습문제 3.2 다음 7개의 점들을 지나가는 3차 스플라인 보간 함수 $s(x)$ 를 구하고 $s(x)$ 의 그래프를 그려보아라

x	0	0.2	0.3	0.5	0.6	0.9	1.0
$y = f(x)$	10	15	16	16	14	12	11

Splin 보간법

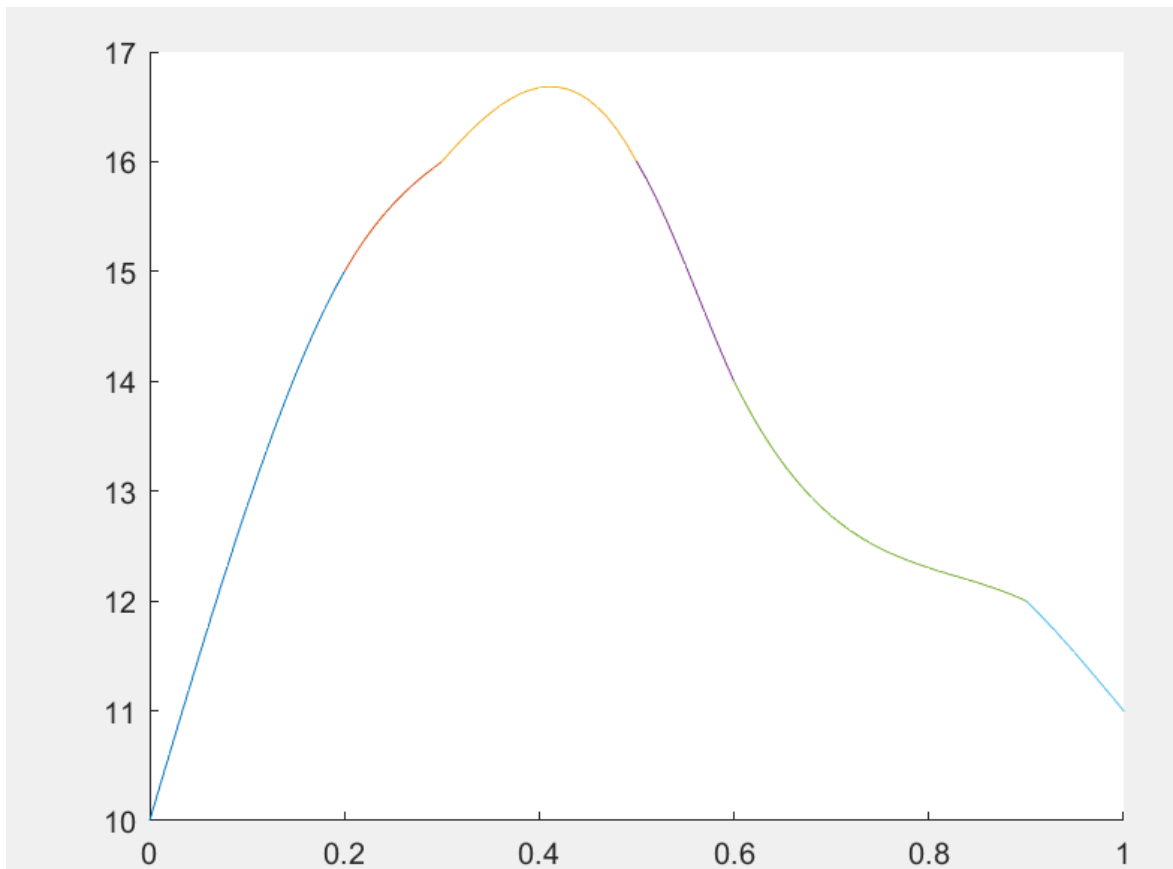
연습문제 3.2

```
1 — clear; clc; close all;
2
3 — data=[0 0.2 0.3 0.5 0.6 0.9 1.0
4 —      10 15 16 16 14 12 11];    % data 값 넣기
5
6 — x=data(1,:); y=data(2,:);    % data를 x값과 y값의 넣기
7 — n=size(x',1)-1;              % data의 개수 보다 하나 작게 보간함수 생성
8
9 — a=y; c=zeros(1,n+1); b=zeros(1,n); d=zeros(1,n);    % 초기값 설정해주기
0 — h=zeros(1,n);                % h 초기값 설정해주기
1
2 — for ik=1:n
3 —     h(ik)=x(ik+1)-x(ik);      % h값 설정
4 — end
```

매트랩을 활용해 a, b, c, d 를 구해 봤다.

Splin 보간법

연습문제 3.2



매트랩을 활용해 그래프를 그렸다.

Thank you!