

3주차

2차원 형단면의 3차원 복원

4. 최소자승법(1)

Department of Mathematics
Gyeongsang National University
Group 3

최소 자승법

최소자승법이란?

데이터들은 이론적으로 정확하게 어떤 함수와 일치해야 하나 실험 또는 조사에서 수집한 데이터들은 측정 오류 등과 같은 여러 가지 요인에 의하여 실험 오차를 포함하고있다. 따라서 이 데이터들을 가장 잘 나타내어주는 함수, 오차를 최소화 하는 함수를 찾는 방법을 최소 자승법이라고 한다.

최소 자승법

1. 선형 함수

정규 방정식

$$a \sum_{k=1}^n x_k^2 + b \sum_{k=1}^n x_k = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

$$a \sum_{k=1}^n x_k + b \sum_{k=1}^n 1 = \sum_{k=1}^n y_k$$

행렬로 나타내면

$$\begin{array}{cc} \sum_{k=1}^n x_k^2 & \sum_{k=1}^n x_k \\ \sum_{k=1}^n x_k & n \end{array} \begin{array}{c} a \\ b \end{array} = \begin{array}{c} \sum_{k=1}^n x_k y_k \\ \sum_{k=1}^n y_k \end{array}$$

최소 자승법

2 . 고차 다항함수

주어진 데이터가 2,3차 또는 고차 함수에 더 적합하다면

$$p(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots a_1 x + a_0$$

이 경우 오차 함수는

$$\phi(a_m, a_{m-1}, \dots, a_0) = \sum_{k=1}^n (a_m x_k^m + a_{m-1} x_k^{m-1} + \dots a_1 x_k + a_0 - y_k)^2$$

최소 자승법

정규 방정식은

$$A = \begin{pmatrix} x_1^m & x_1^{m-1} \cdots x_1 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^m & x_n^{m-1} \cdots x_n & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} a_m \\ \vdots \\ a_0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \text{로 정의된다}$$

최소 자승법

예를 들어 $m=2$ 일때

$$A = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n & 1 \end{pmatrix} \text{가 되고 정규 방정식은}$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n x_k^4 & \sum_{k=1}^n x_k^3 & \sum_{k=1}^n x_k^2 \\ \sum_{k=1}^n x_k^3 & \sum_{k=1}^n x_k^2 & \sum_{k=1}^n x_k \\ \sum_{k=1}^n x_k^2 & \sum_{k=1}^n x_k & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n x_k^2 y_k \\ \sum_{k=1}^n x_k y_k \\ \sum_{k=1}^n y_k \end{pmatrix} \text{가 된다.}$$

최소자승법

Matrab 프로그램 lslinm.m은 벡터 x 와 y 그리고 n 을 입력받고 데이터에 가장 적합한 n 차 다항함수를 구한다

Thank you!