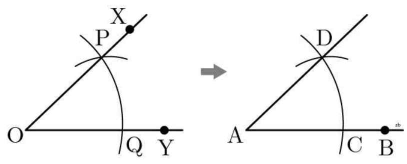
1. 다음 <보기>는 $\angle \mathrm{XOY}$와 크기가 같은 각을 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$를 한 변으로 하여 작도한 것이다. 작도 순서를 바르게 나열한 것은?

<보기>



㉠ 컴퍼스를 이용하여 두 점 P, Q 사이의 거리를 잰다.

㉡ 점 A와 D를 연결하여 $\angle \mathrm{XOY}$와 $\angle \mathrm{DAC}$의 크기는 서로 같다.

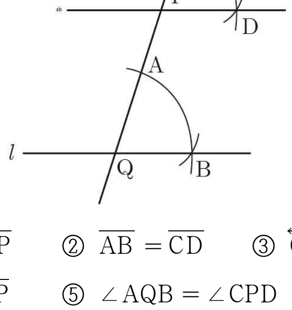
㉢ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OP}}$인 원을 그려 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와의 교점을 C라고 한다.

㉣ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{PQ}}$인 원을 그려 앞서 그린 원과의 교점을 D라고 한다.

㉤ 각 $\angle \mathrm{XOY}$의 꼭짓점을 O를 중심으로 하고 길이가 적당한 반지름을 갖는 원을 그려 $\overrightarrow{\mathrm{OX}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OY}}$의 교점을 각각 P, Q라고 한다.

① ㉠→㉣→㉤→㉡→㉢
② ㉢→㉠→㉤→㉣→㉡
③ ㉣→㉤→㉢→㉡→㉠
④ ㉤→㉢→㉠→㉣→㉡
⑤ ㉤→㉣→㉡→㉢→㉠

2. 다음 그림은 점 P를 지나고 직선 l에 평행한 직선을 작도한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{CP}}$　② $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$　③ $\overleftrightarrow{\mathrm{QB}} // \overleftrightarrow{\mathrm{PD}}$
④ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CP}}$　⑤ $\angle \mathrm{AQB} = \angle \mathrm{CPD}$

3. $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{BC}}$의 길이와 그 끼인 각 $\angle \mathrm{B}$의 크기를 알 때, $\triangle \mathrm{ABC}$를 작도하는 순서로 옳지 않은 것은?

① $\overline{\mathrm{AB}} \to \angle \mathrm{B} \to \overline{\mathrm{BC}}$　② $\overline{\mathrm{BC}} \to \angle \mathrm{B} \to \overline{\mathrm{AB}}$
③ $\overline{\mathrm{AB}} \to \overline{\mathrm{BC}} \to \angle \mathrm{B}$　④ $\angle \mathrm{B} \to \overline{\mathrm{BC}} \to \overline{\mathrm{AB}}$
⑤ $\angle \mathrm{B} \to \overline{\mathrm{AB}} \to \overline{\mathrm{BC}}$

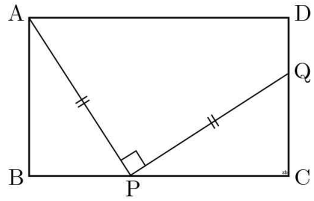
4. 길이가 $2\mathrm{cm}$, $3\mathrm{cm}$, $4\mathrm{cm}$, $6\mathrm{cm}$, $7\mathrm{cm}$인 막대가 각각 하나씩 있다. 5개의 막대 중에서 3개를 이용하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?

① 3개　② 5개　③ 6개
④ 8개　⑤ 10개

5. 삼각형의 세 변의 길이가 x, y, 8이고 $x+y=16$을 만족하는 삼각형의 개수는? (단, x, y는 자연수)

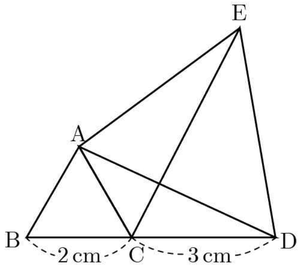
① 2개　② 3개　③ 4개
④ 5개　⑤ 6개

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QP}}$, $\angle \mathrm{APQ} = 90^{\circ}$일 때, 서로 합동인 삼각형을 찾아 기호로 바르게 나타낸 것은?



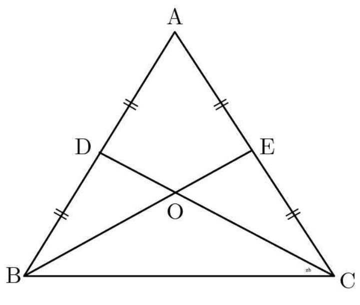
① $\triangle \mathrm{ABP} = \triangle \mathrm{PCQ}$　② $\triangle \mathrm{APQ} \equiv \triangle \mathrm{PCQ}$
③ $\triangle \mathrm{ABP} \equiv \triangle \mathrm{PCQ}$　④ $\triangle \mathrm{APQ} = \triangle \mathrm{PCQ}$
⑤ $\triangle \mathrm{ABP} \equiv \triangle \mathrm{ADQ}$

7. **다음 그림은 정삼각형 ABC의 변 BC의 연장선 위에 점 D를 잡고, $\overline{\mathrm{AD}}$를 한 변으로 하는 정삼각형 AED를 그린 것이다. $\overline{\mathrm{EC}}$의 길이와 이 길이를 구하기 위해 사용된 삼각형의 합동 조건을 바르게 짝지은 것은?**



길이	합동조건
① 5cm	SSS합동
② 5cm	SAS합동
③ 5cm	ASA합동
④ 6cm	SAS합동
⑤ 6cm	ASA합동

8. **다음 그림에서 △ABC는 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변 삼각형이다. 두 점 D,E가 각각 두 변 AB,AC의 중점이고 $\overline{\mathrm{BE}}$와 $\overline{\mathrm{CD}}$의 교점을 O라 할 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?**



① $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}$

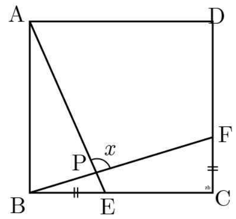
② $\overline{\mathrm{OD}}=\overline{\mathrm{OE}}$

③ ∠BEA = ∠CDA

④ △ODB ≡ △OEC

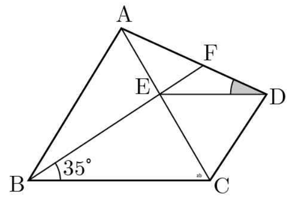
⑤ △OBC는 이등변삼각형

9. **다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}$ 일 때, ∠APF의 크기는?**



① 80° ② 85° ③ 90°
④ 95° ⑤ 100°

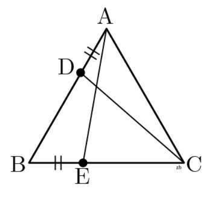
10. **다음 그림에서 삼각형 ABC와 삼각형 CDE는 정삼각형이고 ∠EBC = 35° 일 때, ∠ADE의 크기는?**



① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°

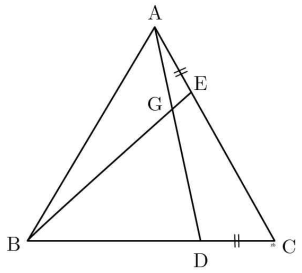
11. **다음은 정삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BE}}$ 일 때, △ACD ≡ △BAE임을 설명하는 과정이다. ①~⑤에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?**

△ACD 와 $\boxed{①}$에서
$\overline{\mathrm{AD}}=\boxed{②}$ ⋯ ㉠
$\boxed{③}$= ∠ABE ⋯ ㉡
$\overline{\mathrm{CA}}=\boxed{④}$ ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
△ACD ≡ △BAE($\boxed{⑤}$합동)



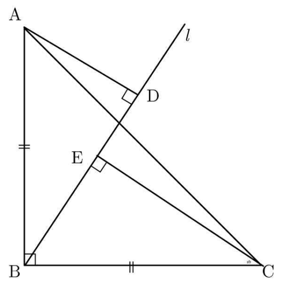
① △BAE ② $\overline{\mathrm{BE}}$ ③ ∠CAD
④ $\overline{\mathrm{AB}}$ ⑤ ASA

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\overline{AE}=\overline{CD}$일 때, $\angle BGD$의 크기는?



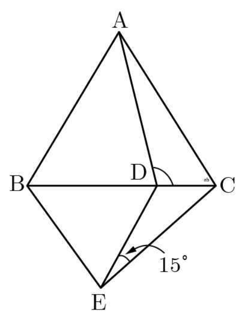
① 30° ② 45° ③ 55°
④ 60° ⑤ 90°

13. $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형에서 점 B를 지나는 직선 l에 점 A, C에서 내린 수선의 발이 각각 D, E이고, $\overline{AD}=8\text{cm}$, $\overline{DE}=4\text{cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이는?



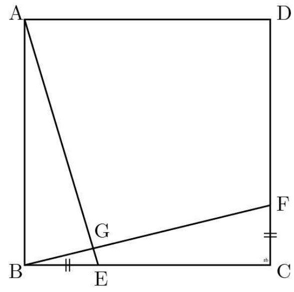
① 12cm ② 10cm ③ 8cm
④ 6cm ⑤ 4cm

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle BDE$는 모두 정삼각형이다. $\angle DEC=15^\circ$일 때, $\angle ADC$의 크기를 구하면?



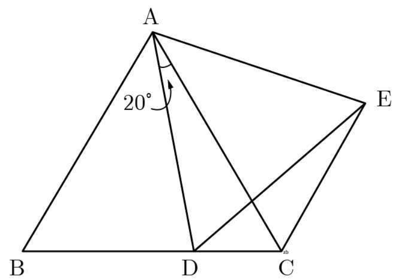
① 100° ② 105° ③ 110°
④ 115° ⑤ 120°

15. 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$일 때, 옳지 않은 것은?

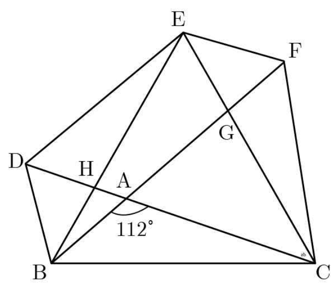


① $\overline{AE}=\overline{BF}$ ② $\angle AGB=90^\circ$
③ $\angle BAE=\angle CBF$ ④ $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$
⑤ $\angle GAD+\angle GFD=200^\circ$

16. 다음은 정삼각형 ABC에서 변 BC 위의 한 점 D를 잡아 정삼각형 ADE를 그리고 점 C와 점 E를 연결한 것이다. $\angle DAC=20^\circ$일 때, $\triangle ABD$와 합동인 삼각형을 찾고 알맞은 합동조건을 쓰시오.



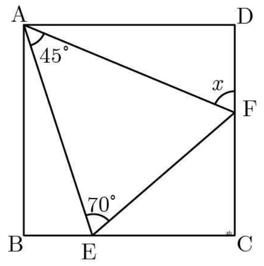
17. 다음 그림은 $\triangle ABC$의 각 변을 한 변으로 하는 정삼각형 DBA, EBC, FAC를 그린 것이다. $\angle BAC=112^\circ$, $\angle ABC=b^\circ$, $\angle ACB=c^\circ$라고 할 때, $\angle DEF$의 크기를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.



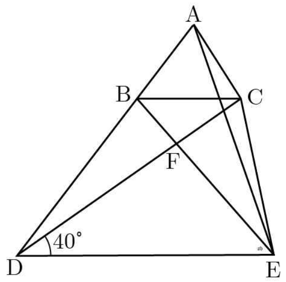
(1) $\triangle ABC$와 합동인 삼각형 2개를 찾아 기호를 사용하여 나타내시오.

(2) $\angle DEF$의 크기를 구하는 과정과 답을 쓰시오.

18. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 $\angle EAF = 45°$, $\angle AEF = 70°$일 때, $\angle AFD$의 크기를 구하시오.



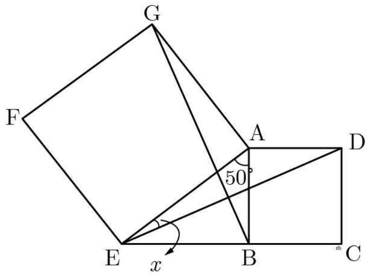
19. 다음 그림은 정삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정삼각형 BDE를 그린 것이다.



(1) 합동인 삼각형을 찾아 기호로 나타내고 그 이유와 합동조건을 쓰시오.

(2) $\angle FDE = 40°$일 때, $\angle BEA$의 크기를 구하시오.

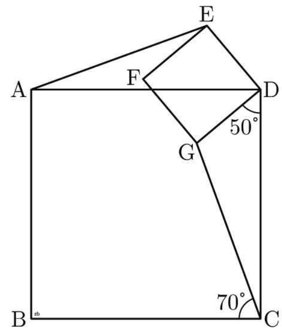
20. 정사각형 ABCD의 변 BC의 연장선 위에 점 E를 잡고, $\overline{AE}$를 한 변으로 하는 정사각형 AGFE를 그린 것이다. $\angle AED = x°$, $\angle EAB = 50°$일 때, 물음에 답하시오.



(1) $\triangle ABG \equiv \triangle ADE$임을 보이시오.

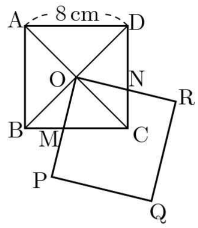
(2) $\angle GBE$를 x를 포함한 식으로 나타내시오.

21. 두 사각형 ABCD와 EFGD는 정사각형이다. $\angle BCG = 70°$, $\angle CDG = 50°$일 때, $\angle AEF$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

22. 한 변의 길이가 8cm인 정사각형 모양의 색종이가 2장 있다. 그림과 같이 두 대각선 AC와 BD의 교점 O에 다른 한 장의 꼭짓점이 일치하도록 붙였을 때, 사각형 OMCN의 넓이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 사각형 OMCN의 넓이를 구하기 위해 합동인 두 삼각형을 찾아 합동기호를 사용하여 나타내시오.

(2) (1)에서 찾은 두 삼각형이 합동임을 설명하는 과정을 서술하고, 이 때 이용한 삼각형의 합동 조건을 쓰시오.

(3) (1)과 (2)의 결과를 이용하여 사각형 OMCN의 넓이를 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오.

정답 및 해설

1) [정답] ④
[해설] 작도 순서는 ㉤-㉢-㉠-㉣-㉡ 이다.

2) [정답] ④
[해설] $\overline{QA}=\overline{QB}=\overline{PC}=\overline{PD}$이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이다.
동위각의 크기가 같도록 작도하여 평행선을 작도하는 과정이므로 $\angle AQB=\angle CPD$, $\overleftrightarrow{QB}//\overleftrightarrow{PD}$

3) [정답] ③
[해설] ③ 끼인각의 크기 없이 두 변을 연달아 작도하여 삼각형을 작도할 수 없다.

4) [정답] ②
[해설] 삼각형의 가장 긴 변은 나머지 두 변 길이의 합 보다 작아야 한다. 따라서 세 변이 될 수 있는 경우는 $(7,\ 6,\ 4)$, $(7,\ 6,\ 3)$, $(7,\ 6,\ 2)$, $(6,\ 4,\ 3)$, $(4,\ 3,\ 2)$으로 5 가지이다.

5) [정답] ③
[해설] 삼각형이 되려면 가장 긴 변이 다른 두 변 길이의 합 보다 작아야 한다.
(1) $x=8$, $y=8$ 일 때 $8<8+8$
(2) $x=9$, $y=7$ 일 때 $9<7+8$
(3) $x=10$, $y=6$ 일 때 $10<6+9$
(4) $x=11$, $y=5$ 일 때 $11<5+8$

6) [정답] ③
[해설] $\triangle ABP$에서 $\angle BAP=a$, $\angle BPA=b$ 라고 하면 $a+b=90^\circ$ 이다.
이때 $\angle BPA+\angle QPC=90^\circ$이므로
$b+\angle QPC=90^\circ$에서 $\angle QPC=a$, $\angle CQP=b$
그러므로 $\triangle ABP$, $\angle PCQ$는 한 변의 길이가 같고 양 끝 각의 크기가 같아서 ASA 합동이다.

7) [정답] ②
[해설]$\triangle ABD$, $\triangle ACE$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$이고
$\angle BAD=\angle CAE=60^\circ+\angle CAD$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)
이때 합동인 두 삼각형의 대응변의 길이가 같으므로
$\overline{BD}=\overline{CE}=2+3=5\,(\mathrm{cm})$

8) [정답] ①
[해설] $\triangle ABE\equiv\triangle ACD$(SAS 합동)이므로 대응각의 크기가 같아서
③ $\angle BEA=\angle CDA$ 또한 $\angle ABE=\angle ACD$
이때 $\triangle ODB$, $\triangle OEC$에서
$\angle DOB=\angle EOC$이고 $\angle OBD=\angle OCE$이므로
$\angle ODB=\angle OEC$이다.
또한 $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로 ④ $\triangle ODB\equiv\triangle OEC$(ASA 합동)이므로 대응변의 길이가 같아서
② $\overline{OD}=\overline{OE}$이고 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
⑤ $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

9) [정답] ③
[해설] $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동)이다.
$\angle BAE=\angle CBF$, $\angle AEB=\angle BFC$이고,
$\angle BAE+\angle AEB=90^\circ$이므로
$\angle CBF+\angle AEB=90^\circ$
따라서 $\triangle BEP$에서 $\angle BPE=180^\circ-90^\circ=90^\circ$이다.
맞꼭지각의 크기가 같으므로 $\angle x=90^\circ$이다.

10) [정답] ③
[해설] $\triangle BCE\equiv\triangle ACD$(SAS 합동)이므로
$\angle CBE=\angle CAD=35^\circ$, $\angle ACD=\angle CDE=60^\circ$
이므로 $\triangle ACD$에서
$35^\circ+60^\circ+(\angle ADE+60^\circ)=180^\circ$
$\therefore \angle ADE=25^\circ$

11) [정답] ⑤
[해설] ⑤ 두 변의 길이와 끼인 각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

12) [정답] ④
[해설] $\triangle ABE$, $\triangle CAD$에서 $\overline{AE}=\overline{DC}$, $\overline{BA}=\overline{AC}$
$\angle BAE=\angle ACD=60^\circ$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle CAD$(SAS 합동)
대응각의 크기가 같으므로 $\angle ABE=\angle CAD=a$,
$\angle AEB=\angle CDA=b$라고 하면
$a+b+60^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore\ a+b=120^\circ$
$\triangle AGE$의 두 내각의 합이 $a+b=120^\circ$이므로
$\angle AGE=\angle BGD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

13) [정답] ①
[해설] $\triangle ABD$에서 $\angle DBA=a$, $\angle DAB=b$라고 하면 $a+b=90^\circ$
이때 $\angle ABC=90^\circ$이므로 $\angle EBC=b$이고,
$\triangle BCE$에서 $\angle EBC+\angle ECB=90^\circ$이므로
$\angle ECB=a$
따라서 $\triangle ABD$, $\triangle BCE$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고,
$\angle DBA=\angle ECB$, $\angle DAB=\angle EBC$이므로 한 변의 길이가 같고, 양 끝 각의 크기가 같으므로 ASA합동이다.
$\overline{AD}=\overline{BE}=8\,(\mathrm{cm})$, $\overline{DE}=4\,(\mathrm{cm})$이므로
$\overline{BE}=\overline{CE}=8+4=12\,(\mathrm{cm})$

14) [정답] ②
[해설]$\triangle BEC$, $\triangle BDA$에서 $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{BC}=\overline{BA}$이고,
$\angle EBC=\angle DBA=60^\circ$이므로

$\triangle BEC \equiv \triangle BDA$(SAS 합동)
이때 대응각의 크기가 같으므로
$\angle BDA = \angle BEC = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$
$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle BDA = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

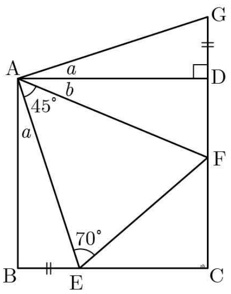
15) [정답] ⑤
[해설] $\triangle ABE$, $\triangle BCF$에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BE} = \overline{CF}$
$\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$이므로
⑤ $\triangle ABE = \triangle BCF$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 ① $\overline{AE} = \overline{BF}$
대응각의 크기가 같으므로
③ $\angle BAE = \angle CBF = a$, $\angle AEB = \angle BFC = b$라고 하면 $a + b = 90^\circ$
$\triangle BEG$의 두 내각의 합이 $a + b = 90^\circ$이므로
② $\angle BGE = \angle AGF = 90^\circ$
⑤ 사각형 AGFD 에서
$\angle GAD + \angle GFD = 360^\circ - (\angle AGF + \angle ADF)$
$= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ) = 180^\circ$

16) [정답] $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$(SAS 합동)
[해설] $\triangle ABD$, $\triangle CAE$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$,
$\angle BAD = \angle CAE = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$ 이므로
두 변의 길이가 같고 끼인각의 크기가 같다.
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)이다.

17) [정답] (1) $\triangle ABC \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC$ (2) 128°
[해설] (1) $\triangle DBE$, $\triangle ABC$에서
$\overline{DB} = \overline{AB}$, $\overline{EB} = \overline{CB}$이고
$\angle DBE = \angle ABC = 60^\circ - \angle EBA$ 이므로
$\triangle DBE \equiv \triangle ABC$(SAS 합동)
$\triangle ABC$, $\triangle FEC$에서 $\overline{CB} = \overline{CE}$, $\overline{CA} = \overline{CF}$이고
$\angle BCA = \angle ECF = 60^\circ - \angle ACE$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$(SAS 합동)
(2) 합동인 삼각형의 대응각의 크기가 같으므로
$\angle BAC = \angle BDE = \angle EFC = 112^\circ$,
$\angle DBE = \angle FEC = \angle ABC = a$,
$\angle DEB = \angle FCE = \angle ACB = b$ 라 하면
$\triangle ABC$에서 $a + b + 112^\circ = 180^\circ \rightarrow a + b = 68^\circ$
$\therefore \angle DEF = a + b + 60^\circ = 68^\circ + 60^\circ = 128^\circ$

18) [정답] 65°

[해설]



$\overline{BE}$와 길이가 같도록 $\overline{CD}$의 연장선 위에 점 G를 잡으면 $\triangle ABE \equiv \triangle ADG$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AE} = \overline{AG}$이고 대응각의 크기가 같으므로
$\angle BAE = \angle DAG = a$, $\angle FAD = b$ 라고 하면
$\angle BAD$에서 $a + b + 45^\circ = 90^\circ$ 이므로
$\angle GAF = a + b = 45^\circ$
이제 $\triangle AEF$, $\triangle AGF$에서 $\overline{AF}$는 공통이므로
$\triangle AEF \equiv \triangle AGF$ (SAS 합동)
$\therefore \angle AFD = \angle AFE = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$

19) [정답] (1) $\triangle BDC \equiv \triangle BEA$(SAS 합동)
(2) 20°
[해설] (1) $\triangle BDC$, $\triangle BEA$에서
$\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{BC} = \overline{BA}$
$\angle DBC = 60^\circ + \angle EBC = \angle EBA$이므로
$\triangle BDC \equiv \triangle BEA$(SAS 합동)
(2) $\angle BDC = \angle BDE - \angle FDE = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$
이때 대응각의 크기가 같아서
$\angle BEA = \angle BDC = 20^\circ$

20) [정답] (1) $\triangle ABG \equiv \triangle ADE$(SAS 합동)
(2) $(x + 50)^\circ$
[해설] (1) 사각형 AGFE가 정사각형이므로
$\overline{AG} = \overline{AE}$
사각형 ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
$\angle GAB = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ = \angle EAD$이므로
$\triangle ABG \equiv \triangle ADE$(SAS 합동)
(2) 대응각의 크기가 같아서
$\angle AED = \angle AGB = x^\circ$
$\triangle AGB$에서
$\angle ABG = 180^\circ - (x^\circ + 140^\circ) = 40^\circ - x^\circ$
$\angle GBE = 90^\circ - \angle ABG$
$= 90^\circ - (40^\circ - x^\circ) = (x + 50)^\circ$

21) [정답] ②
[해설] $\triangle DEA$, $\triangle DGC$에서 $\overline{DE} = \overline{DG}$, $\overline{DA} = \overline{DC}$이고,
$\angle EDA = \angle GDC = 90^\circ - \angle ADG$이므로
$\triangle DEA \equiv \triangle DGC$(SAS 합동)
이제 $\triangle DGC$에서
$\angle DGC + 50^\circ + 20^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle DGC = 110^\circ$
합동인 삼각형의 대응각의 크기가 같아서
$\angle DGC = \angle DEA = 110^\circ$이므로
$\angle AEF = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$

22) [정답] (1) $\triangle OBM \equiv \triangle OCN$
(2) ASA (3) 16cm^2
[해설] (2) $\triangle OBM$, $\triangle OCN$에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$이고
$\angle OBM = \angle OCN = 45^\circ$,
$\angle BOM = \angle CON = 90^\circ - \angle MOC$ 이므로
$\triangle OBM \equiv \triangle OCN$ (ASA 합동)
(3) $\square OMCN = \triangle OMC + \triangle OCN$
$= \triangle OMC + \triangle OBM$
$= \triangle OBC = \dfrac{1}{4} \times \square ABCD = \dfrac{1}{4} \times 64 = 16(\text{cm}^2)$