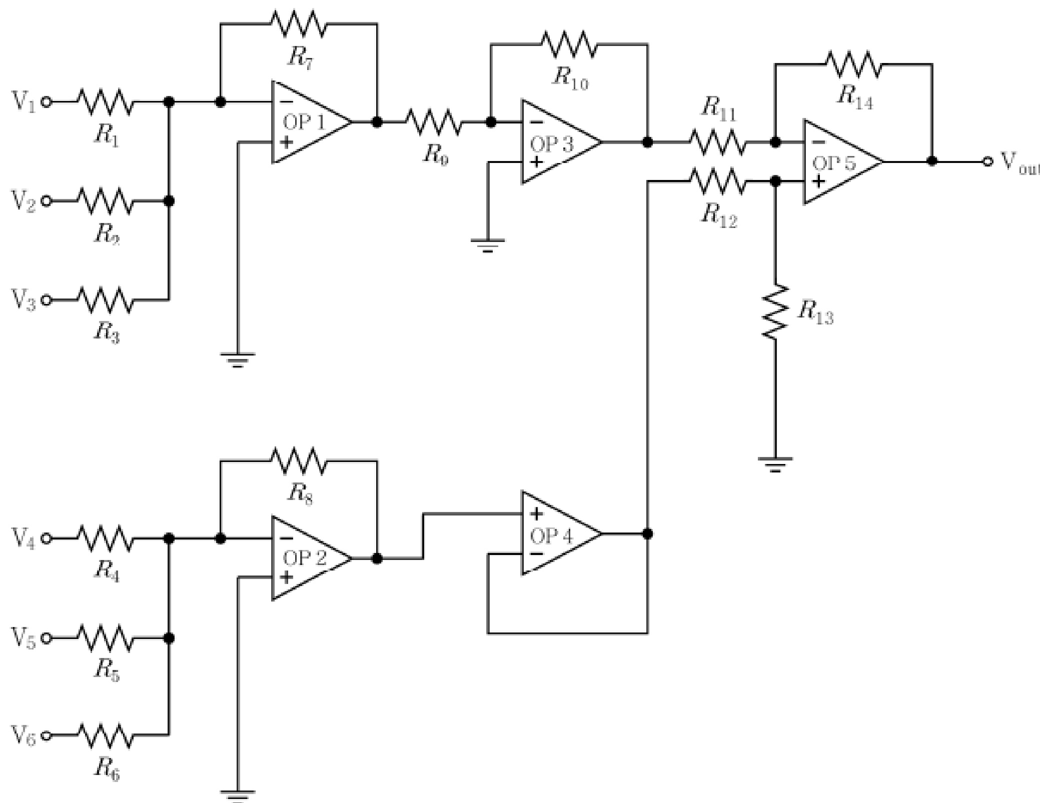
Contents

Chapter 1

직류회로

1.1 2024 문5

제 5 문. 그림과 같은 회로에 대해 다음 물음에 답하시오. (단, $V_1 = 1$ [V], $V_2 = 3$ [V], $V_3 = 5$ [V], $V_4 = 2$ [V], $V_5 = 4$ [V], $V_6 = 6$ [V]이며, $R_1 \sim R_{14}$는 10 [Ω], 모든 연산증폭기는 이상적이다) (총 20점)



1) OP 1의 출력단 전압을 구하시오. (6점)

2) OP 3의 출력단 전압을 구하시오. (6점)

3) V_{out}을 구하시오. (8점)

Solution:

1) OP1은 inverting summer이고, 저항값이 모두 10옴으로 동일하여 gain이 각 inverted input 당 (-1)이므로 OP 1의 출력단 전압을 V_{OP1}이라 하면

$$V_{OP1} = -(V_1 + V_2 + V_3) = -(1 + 3 + 5) = -9\ [V]$$

2) OP3는 OP1의 출력 전압을 inverted input으로 하는 gain (-1)인 inverted amplifier이므로 OP 3의 출력단 전압을 V_{OP3}이라 하면

$$V_{OP3} = -V_{OP1} = +9\ [V]$$

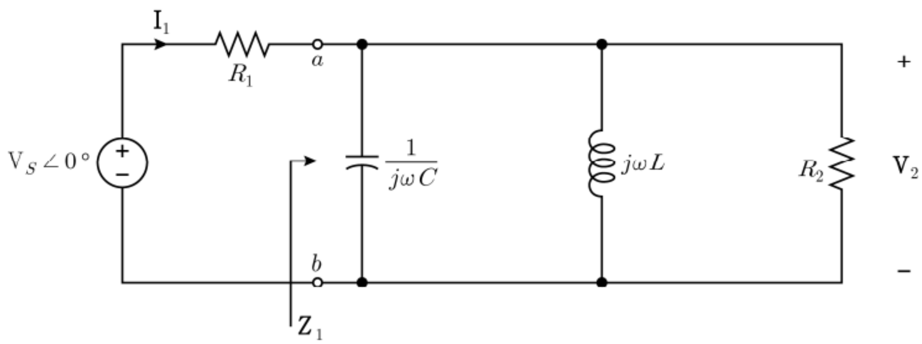
3) OP5의 inverted input은 2)에서 구한 9 V가 $R_1$1의 왼쪽 단자에 입력되고, noninverted input에는 1)과 마찬가지 과정에 의해서 $V_4 + V_5 + V_6 = -12\ [V]$의 전압이 $R_1$2와 $R_1$3으로 구성된 1:1 전압 분배기에 입력된다. 따라서 OP5의 inverted input의 전압값은 noninverted input의 전압인 $-6\ [V]$이다. 따라서 R_{11}에서 $9-(-6) = 15\ V$의 전압 강하가 일어나므로 R_{14}에서도 마찬가지로 15 V의 전압강하가 일어난다. 따라서 $V_{out} = -6 - 15 = -21\ [V]$

Chapter 2

교류회로

2.1 2024 문3

제 3 문. 그림과 같은 페이저 회로에서 다음 물음에 답하시오. (총 20점)



1) $a-b$ 단자에서 들여다본 임피던스 $\mathbf{Z}_1$을 구하시오. (6점)

2) $\mathbf{V}_2 = \frac{1}{2}\mathrm{V}_S\angle 0°$가 되기 위한 모든 조건을 ω, R_1, R_2, C, L 사이의 관계식으로 표현하시오. (6점)

3) $\mathrm{V}_S = 100$ [V], $\omega = 1{,}000$ [rad/s], $R_1 = 0.5$ [Ω], $R_2 = 2.5$ [Ω], $C = 200$ [μF], $L = 1$ [mH]일 때 $\mathbf{I}_1$을 구하시오. (8점)

Solution:

1) R-L-C 병렬 임피던스이므로

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= \left(\frac{1}{j\omega C} \parallel j\omega L \parallel R_2\right)^{-1} \\
&= \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \\
&= \frac{1}{\dfrac{1}{R_2} + j\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)} \\
&= \frac{\dfrac{1}{R_2} - j\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)}{\dfrac{1}{R_2^2} + \left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)^2}
\end{aligned}
$$

2)

$$
\begin{aligned}
V_2 &= \frac{Z_1}{R_1 + Z_1} V_s \\
&= \frac{1}{2} V_s \angle 0^\circ \\
\therefore \frac{Z_1}{R_1 + Z_1} &= \frac{1}{2} \rightarrow R_1 + 0j = Z_1
\end{aligned}
$$

따라서 R_1과 Z_1의 실수부와 허수부를 각각 비교하면 $R_1 = R_2$, $\omega C = \dfrac{1}{\omega L}$이다.

3) $Z_1 = \dfrac{1}{0.4 - 0.8j} = 0.5 + 1j$이므로

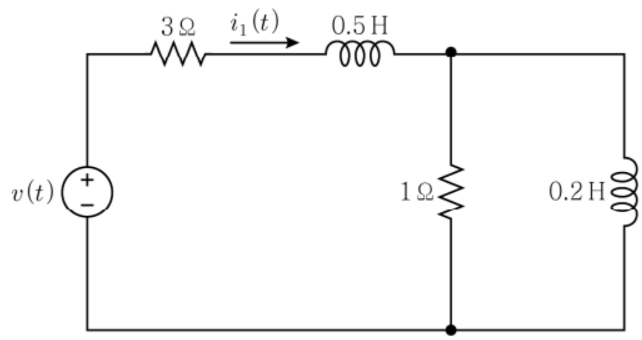
$$
I_1 = \frac{V_s}{R_1 + Z_1} = \frac{100}{0.5 + (0.5 + 1j)} = 50\sqrt{2}\angle(-45^\circ)
$$

Chapter 3

과도응답과 주파수응답

3.1 2024 문4 (s-domain sol 작성 필요)

제 4 문. 그림과 같은 회로에서 다음 물음에 답하시오. (단, $v(t) = 12u(t)$ [V]이고 $u(t)$는 단위 계단함수이다) (총 20점)



1) $i_1(t)$의 특성방정식의 근을 구하고, $i_1(t)$의 고유응답은 어떤 제동 특성을 보이는지 기술하시오. (6점)

2) $i_1(0^+)$, $\dfrac{di_1(0^+)}{dt}$, $i_1(\infty)$를 각각 구하시오. (6점)

3) $i_1(t)$를 구하시오. (단, $t > 0$이다) (8점)

Solution 1. Time-domain solution

1. Loop 1에서의 mesh 전류는 $i_1(t)$, Loop 2에서의 mesh 전류를 $i_2(t)$라 하면

$$0 = -v(t) + (3+1)i_1 + 1\cdot(-i_2) + 0.5\dot{i}_1 \quad \cdots \text{(Loop 1)}$$
$$0 = 1\cdot i_2 + 1\cdot(-i_1) + 0.2\dot{i}_2 \quad \cdots \text{(Loop 2)}$$

위의 연립미분방정식에서 i_2를 소거하기 위하여 Loop 1의 방정식을 미분하면

$$0 = -\dot{v}(t) + 4\dot{i}_1 - \dot{i}_2 + 0.5\ddot{i}_1 \quad \cdots \text{(Loop 1, 미분)}$$

i_2에 대해 Loop 1에서 얻은 두 식을 정리하면

$$i_2 = -v(t) + 4i_1 + 0.5\dot{i}_1 \quad \cdots \text{(Loop 1)}$$
$$\dot{i}_2 = -\dot{v}(t) + 4\dot{i}_1 + 0.5\ddot{i}_1 \quad \cdots \text{(Loop 1, 미분)}$$

Loop 2의 식을 i_1에 대해 풀면

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + 0.2\dot{i}_2 \\ &= \left(-v(t) + 4i_1 + 0.5\dot{i}_1\right) + 0.2\left(-\dot{v}(t) + 4\dot{i}_1 + 0.5\ddot{i}_1\right) \\ \therefore 0.1\ddot{i}_1 + 1.3\dot{i}_1 + 3i_1 &= v(t) + 0.2\dot{v}(t) \\ \ddot{i}_1 + 13\dot{i}_1 + 30i_1 &= 10v(t) + 2\dot{v}(t) \quad \cdots (1) \end{aligned}$$

식 (1)의 특성 방정식은 $s^2 + 13s + 30 = (s+10)(s+3) = 0$이므로 특성 방정식의 해는 $s = -10, -3$이고, 특성방정식의 해가 서로 다른 두 실근이므로 $i_1(t)$의 고유 응답은 overdamped response이다.

2. $t < 0$일 때 $v(t) = 0$이므로 두 mesh 전류 $i_1(t), i_2(t)$는 0이다. 또한 $t = 0$에서 갑자기 12 V DC 전압이 공급되어도 $i_1(t), i_2(t)$는 모두 inductor를 흐르는 전류이므로 갑자기 변할 수 없다. 따라서

$$i_1(t<0) = i_1(0^+) = 0 \ [A], \qquad i_2(t<0) = i_2(0^+) = 0 \ [A]$$

Loop 1의 $t > 0$에서의 KVL 식은

$$\begin{aligned} 0 &= -v(t) + 4i_1(t) - i_2(t) + 0.5\frac{di_1}{dt}(t) \quad (t > 0) \\ \xrightarrow{t\to 0^+} &= -12 + 4i_1(0^+) - i_2(0^+) + 0.5\frac{di_1}{dt}(0^+) \\ &= -12 + 4\cdot 0 - 0 + 0.5\frac{di_1}{dt}(0^+) \end{aligned}$$

따라서

$$\frac{di_1}{dt}(0^+) = 24\ [A/s]$$

$t \to \infty$일 때 i_1, i_2의 변화율은 모두 0이므로

$$\begin{aligned} \ddot{i}_1 + 13\dot{i}_1 + 30i_1 &= 10v(t) + 2\dot{v}(t) \quad \cdots (1) \\ &\xrightarrow{t\to\infty} \quad 30\cdot i_1(\infty) = 10\cdot 12V + 2\cdot 0 \\ \therefore i(\infty) &= 4\ [A] \end{aligned}$$

3. (1)식의 해는

$$i_1(t) = Ae^{-3t} + Be^{-10t} + i(\infty)$$

이고, 2)에서 구한 초기 조건을 반영하면 $A = -\frac{16}{7}, B = -\frac{12}{7}$이다. 따라서 정답은

$$i_1(t) = 4 - \frac{4}{7}\left(4e^{-3t} + 3e^{-10t}\right)\ [A]$$

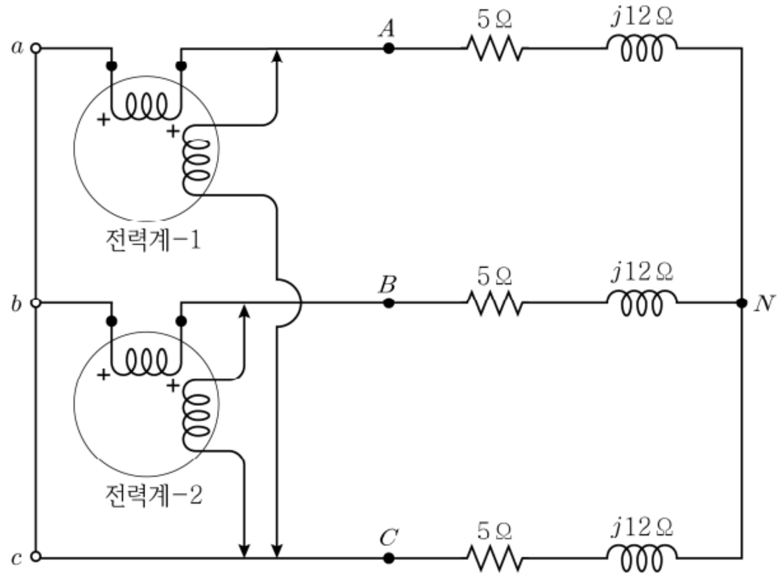
Solution 2. s-domain solution

Chapter 4

3상회로

4.1 2024 문2

제 2 문. 그림과 같이 $\mathbf{V}_{ab} = 390\angle 30°\,[\mathrm{V_{rms}}]$이고 정상순을 가지는 평형 3상 전원에 의해 구동되는 회로에 대해 다음 물음에 답하시오. (총 20점)



1) 전력계－1에 의해 측정되는 전력을 구하시오. (8점)

2) 3상 평형부하에 의한 전체 소비전력을 구하시오. (12점)

Solution for 1)

전력계-1은 선간전압 V_{ac}와 상전류 I_a를 측정한다. 상임피던스를 $Z_Y = 5 + j12 = 13\angle\theta°$라 하자. 먼저 선간전압은

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ca}\angle 180° \\ &= (V_{ab}\angle + 120°)\angle 180° \\ &= V_{ab}\angle 300° \end{aligned}$$

한편 상전류는

$$\begin{aligned} I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} &= \frac{V_{ab}/\sqrt{3}\angle - 30°}{Z_Y} \\ &= \frac{V_{ab}}{13\sqrt{3}}\angle - (\theta + 30)° \end{aligned}$$

따라서 전력계-1이 측정하는 전력은

$$\begin{aligned} P_1 &= Re\left[V_{ac} I_a^*\right] \\ &= Re[V_{ab}\angle 300° \times \frac{V_{ab}^*}{13\sqrt{3}}\angle + (\theta + 30)°] \\ &= Re\left[\frac{|V_{ab}|^2}{13\sqrt{3}}\angle(\theta + 330°)\right] \\ &= \frac{390^2}{13\sqrt{3}}\cos(\theta + 330°) \\ &= 3900\sqrt{3}\cos(\theta - 30°) \end{aligned}$$

Solution for 2)

마찬가지 방식으로 전력계-2가 측정하는 전력을 구하자. 먼저 전력계-2가 측정하는 선간전압은

$$V_{bc} = V_{ab}\angle -120°$$

한편 상전류는

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{V_{bn}}{Z_Y} = \frac{V_{bc}/\sqrt{3}\angle -30°}{Z_Y} \\ &= \frac{V_{ab}\angle -120°}{13\sqrt{3}}\angle -(\theta+30)° \\ &= \frac{V_{ab}}{13\sqrt{3}}\angle -(\theta+150°) \end{aligned}$$

따라서 전력계-2가 측정하는 전력은

$$\begin{aligned} P_2 &= Re\left[V_{bc}I_b^*\right] \\ &= Re[V_{ab}\angle -120° \times \frac{V_{ab}^*}{13\sqrt{3}}\angle +(\theta+150)°] \\ &= Re\left[\frac{|V_{ab}|^2}{13\sqrt{3}}\angle(\theta+30°)\right] \\ &= \frac{390^2}{13\sqrt{3}}\cos(\theta+30°) \\ &= 3900\sqrt{3}\cos(\theta+30°) \end{aligned}$$

따라서 3상 평형부하에 의한 전체 소비전력은 2 wattmeter 방법에 의해 P_1+P_2와 같다.

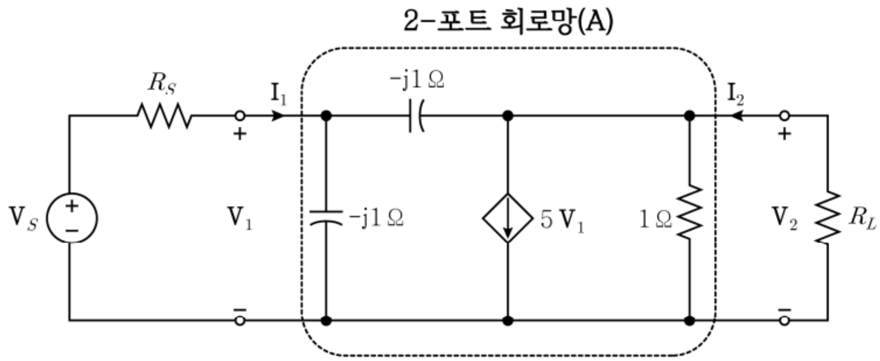
$$\begin{aligned} P_T &= P_! + P_2 && (4.1) \\ &= 3900\sqrt{3}\left(\cos(\theta-30°)+\cos(\theta+30°)\right) && (4.2) \\ &= 3900\sqrt{3}\times\cos\theta\cos 30°\times 2 && (4.3) \\ &= 3900\sqrt{3}\times\frac{5}{13}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2 && (4.4) \\ &= 4.5\ kW && (4.5) \end{aligned}$$

Chapter 5

Two-port network

5.1 2024 문1

제 1 문. 그림과 같은 회로에서 다음 물음에 답하시오. (총 20점)



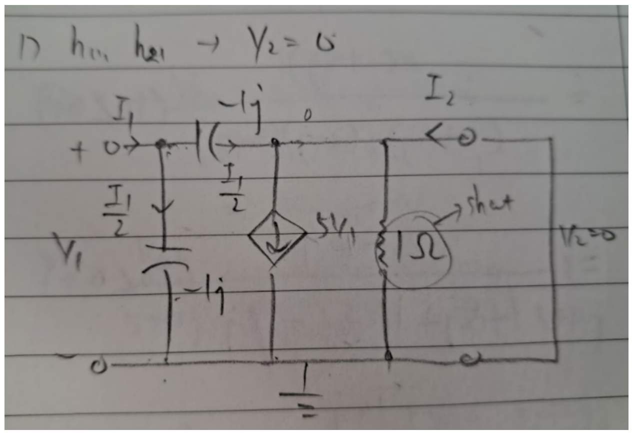
1) 2－포트 회로망(A)의 h－파라미터(하이브리드)를 구하시오. (단, 신호원과 부하는 제거한다) (12점)

2) $\mathbf{V}_S = 10\angle 0°$ [V], $R_S = 1$ [Ω], $R_L = 1$ [Ω]일 때, 1)에서 구한 h－파라미터를 이용하여 $\mathbf{V}_2$ [V]를 구하시오. (8점)

Solution for 1)

h parameter의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$



먼저 h_{11}, h_{21}을 구하기 위하여 위 그림과 같이 output port를 short하면 $(V_2 = 0)$

1. 임피던스가 $(-1j)$인 두 capacitor 양단에 전압이 V_1이 인가되므로 각 capacitor에는 $\dfrac{I_1}{2}$의 전류가 흐른다. 따라서

$$\frac{I_1}{2} = \frac{V_1}{(-1j)} \to h_{11} = \frac{V_1}{I_1}|_{V_2=0} = -\frac{j}{2}$$

2. 상단 capacitor의 우측 node에서 KCL을 적용하면

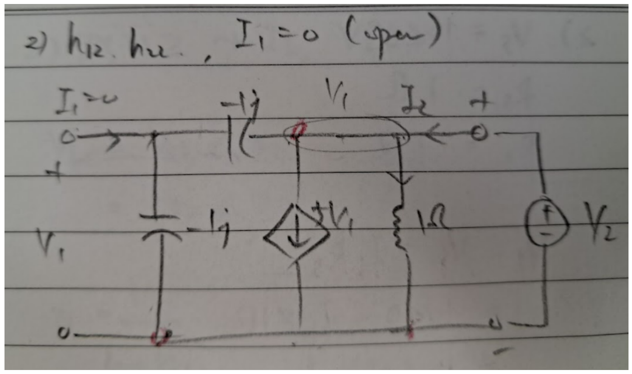
$$\frac{I_1}{2} + I_2 = 5V_1$$

I_2를 I_1에 관한 식으로 표현하기 위해 V_1을 소거하면

$$\begin{aligned} I_2 &= 5V_1 - \frac{I_1}{2} \\ &= 5V_1 - jV_1 = (5-j)V_1 \\ &= (5-j) \times \left(-\frac{j}{2} I_1\right) = -\frac{1+5j}{2} I_1 \end{aligned}$$

따라서

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}|_{V_2=0} = -\frac{1+5j}{2}$$



다음으로 h_{12}, h_{22}를 구하기 위하여 input port를 open하면($I_1 = 0$) 위의 회로와 같다.

1. 임피던스가 $(-1j)$인 두 축전기가 node 전압 V_2를 1:1로 배분하므로

$$V_1 = \frac{V_2}{2}$$

따라서

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2}|_{I_1=0} = \frac{1}{2}$$

2. $(-1j)$ 축전기, $5V_1$ 종속 전류원, $1\ \Omega$ 저항이 공유하는 node 전압이 V_2임을 활용해 KCL을 적용하면

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{V_2 - V_1}{(-1j)} + 5V_1 + \frac{V_2}{1\ \Omega} \\ &= \frac{V_2}{(-2j)} + \frac{5}{2}V_2 + V_2 \\ &= \frac{7+j}{2}V_2 \end{aligned}$$

따라서

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2}|_{I_1=0} = \frac{7+j}{2}$$

Solution for 2)

$V_2 = 10\angle 0°, R_s = 1\ \Omega, R_L = 1\ \Omega$일 때, V_2를 구하기 위해선 다음 연립방정식을 풀어야 한다.

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$
$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

먼저 V_1, I_2를 소거하면

$$\begin{aligned} V_1 &= V_s - I_1 R_s \\ &= 10\angle 0° - I_1 \times (1\ \Omega) \\ &= 10\angle 0° - I_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= -I_2 R_L \\ &= -I_2 \times (1\ \Omega) \\ &= -I_2 \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} 10\angle 0° - I_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ -V_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{aligned}$$

두번째 식을 활용해 I_1을 소거할 수 있다.

$$I_1 = -\frac{1 + h_{22}}{h_{21}} V_2$$

따라서 첫번째 식을 정리하면

$$
\begin{aligned}
V_2 &= \frac{10\angle 0^\circ - (1+h_{11})I_1}{h_{12}} \\
&= \frac{10\angle 0^\circ - (1+h_{11}) \times \left(-\dfrac{1+h_{22}}{h_{21}}V_2\right)}{h_{12}}
\end{aligned}
$$

$$
\left[1 - \frac{(1+h_{11})(1+h_{22})}{h_{12}h_{21}}\right] V_2 = 10\angle 0^\circ
$$

1)에서 구한 h parameter 값들을 대입하면

$$
\left[1 - \frac{(1+h_{11})(1+h_{22})}{h_{12}h_{21}}\right] = \frac{5-51j}{13}
$$

따라서

$$
V_2 = 10 \div \frac{5-51j}{13}
$$