Leerstof 2de en 3de trimester wiskunde 4de wetenschappen

Contents

1. Functies

1.1. Reële functie:

Een reële functie geeft het verband weer tussen en onafhankelijke veranderlijke x en een afhankelijke veranderlijke y.

- x en y zijn reële getallen
- bij elke waarde van x hoort hoogstens 1 overeenkomstige waarde van y
- waarden die x kan hebben: x-waarden of invoerwaarden
- waarden die y kan hebben: y-waarden of functiewaarden

Functievoorschrift:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = x^2 - 1$$

Voor reële functies kan je een verkort functievoorschrift gebruiken:

$$f: x \mapsto x^2 - 1$$

of:

$$f(x) = x^2 - 1$$

of:

$$y = x^2 - 1$$

1.2. Empirische functie

Een empirische functie is het verband tussen twee grootheden, op basis van genoteerde overeenstemmende waarden die bekomen werden door metingen.

1.3. Constante functie

Een constante functie in $\mathbb{R}$ is een functie met een voorschrift van de vorm: $y = c$, met $c \in \mathbb{R}$

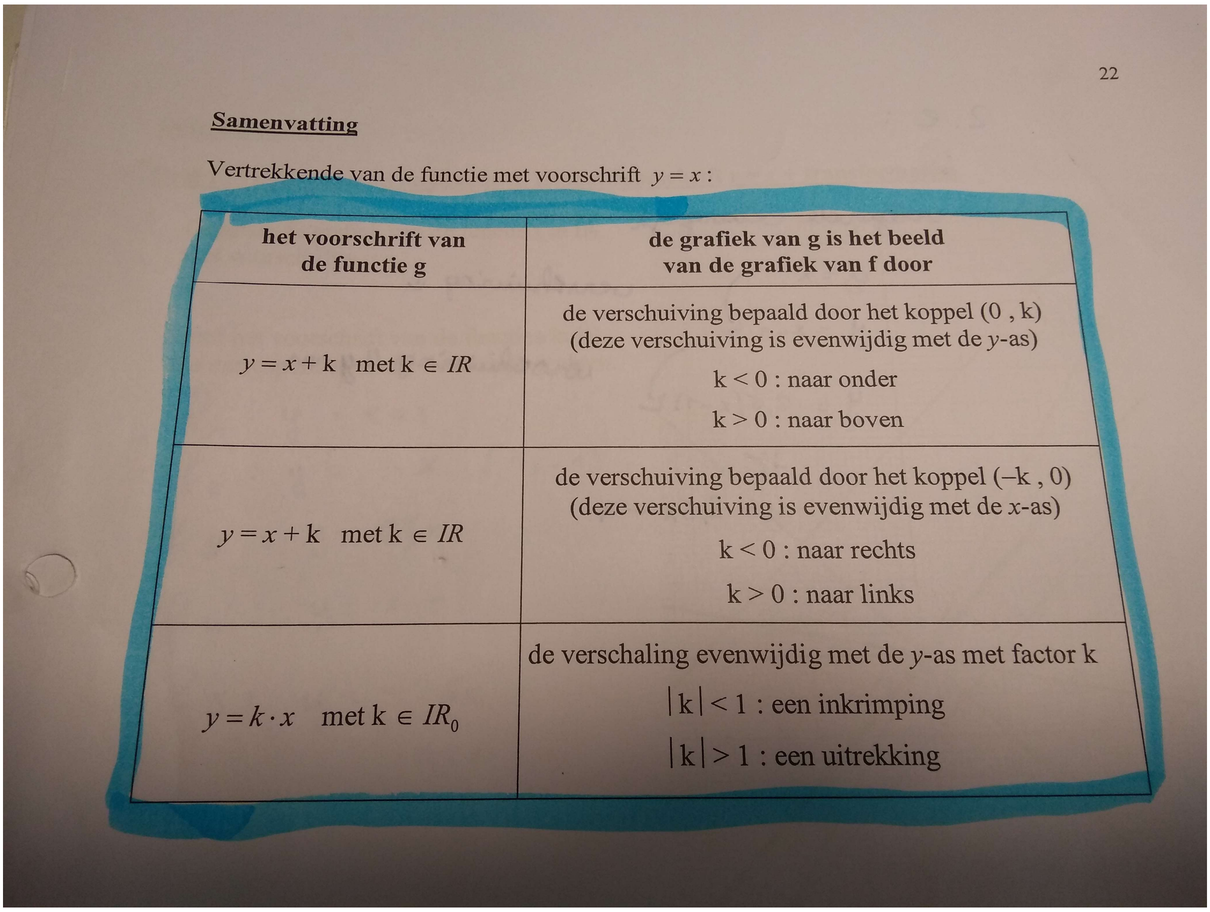
De grafiek is een rechte evenwijdig met de x-as.

1.4. Verloop van een functie

Belangrijke begrippen:

- Domein (p. 11)
- Bereik (p. 11)
- Minima / maxima (p. 14)
- Nulwaarde (p. 15)
- Tekentabel (p. 16)

1.5. Verschuivingen en verschalingen van de functies y=x en y=x²



22

Samenvatting

Vertrekkende van de functie met voorschrift $y = x$:

het voorschrift van de functie g	**de grafiek van g is het beeld van de grafiek van f door**
$y = x + k$ met $k \in IR$	de verschuiving bepaald door het koppel (0 , k) (deze verschuiving is evenwijdig met de y-as) $k < 0$: naar onder $k > 0$: naar boven
$y = x + k$ met $k \in IR$	de verschuiving bepaald door het koppel (–k , 0) (deze verschuiving is evenwijdig met de x-as) $k < 0$: naar rechts $k > 0$: naar links
$y = k \cdot x$ met $k \in IR_0$	de verschaling evenwijdig met de y-as met factor k $\|k\| < 1$: een inkrimping $\|k\| > 1$: een uitrekking

Vertrekkende van de functie met voorschrift $y = x^2$:

het voorschrift van de functie g	**de grafiek van g is het beeld van de grafiek van f door**
$y = x^2 + k$ met $k \in IR$	de verschuiving bepaald door het koppel (0 , k) (deze verschuiving is evenwijdig met de y-as) $k < 0$: naar onder $k > 0$: naar boven
$y = (x+k)^2$ met $k \in IR$	de verschuiving bepaald door het koppel (–k , 0) (deze verschuiving is evenwijdig met de x-as) $k < 0$: naar rechts $k > 0$: naar links
$y = k \cdot x^2$ met $k \in IR_0$	de verschaling evenwijdig met de y-as met factor k $\lvert k \rvert < 1$: een inkrimping $\lvert k \rvert > 1$: een uitrekking

1.6. Differentiequotiënt van een functie voor een gesloten interval

Zijn (x_1,y_1) en (x_2,y_2) twee koppels van de functie f, dan wordt het quotiënt

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Het **differentiequotiënt** van de functie f voor het interval $[x_1,y_1]$ genoemd.

- Het differentiequotiënt van een functie voor een gesloten interval is de gemiddelde verandering van deze functie over dit interval
- Bij een eerstegraadsfunctie (grafiek: rechte) is het differentiequotiënt gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de rechte

2. Tweedegraadsfuncties

2.1. De grafiek van een tweedegraadsfunctie

2.1.1. a, p, q

De grafiek van de functie *f* met voorschrift:

$$f(x) = a(x-p)^2 + q$$

En met: $a \in \mathbb{R}_0$ en $p, q \in \mathbb{R}$

is een parabool met:

- de rechte $x = p$ als symmetrieas
- het punt $T(p; q)$ als top

De coëfficiënt $\boldsymbol{a}$ bepaalt **de vorm en de aard** van de parabool:

- $a > 0$: de parabool is **hol** (**dalparabool)**
- $a < 0$: de parabool is **bol** (**bergparabool**)

- Hoe groter $|a|$, hoe smaller de parabool
- Hoe kleiner $|a|$, hoe breder de parabool

Het teken van $\boldsymbol{p}$ bepaalt de **ligging** van de parabool t.o.v. de ***Y***-as:

- $p > 0$: de parabool met vergelijking $y = ax^2$ verschuift naar **rechts**
- $p < 0$: de parabool met vergelijking $y = ax^2$ verschuift naar **links**

Het teken van $\boldsymbol{q}$ bepaalt de **ligging** van de parabool t.o.v. de ***X***-as:

- $q > 0$: de parabool met vergelijking $y = ax^2$ verschuift naar **boven**
- $q < 0$: de parabool met vergelijking $y = ax^2$ verschuift naar **beneden**

2.1.2. a, b,c

De grafiek van de functie *f* met voorschrift:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

En met: $a \in \mathbb{R}_0$ en $b, c \in \mathbb{R}$

is een parabool met:

- de rechte $x = -\frac{b}{2a}$ als symmetrieas
- het punt $T\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$ als top

  waarbij: $D = b^2 - 4ac$

2.1.3. Als parabolen en rechten elkaar ontmoeten

2 mogelijkheden:

2.1.3.1. Parabool en rechte

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ g(x) = dx + e \end{cases}$$

Zoek de snijpunten door het stelsel op te lossen:

$$ax^2 + bx + c = dx + e$$

2.1.3.2. Parabool en parabool

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ g(x) = kx^2 + lx + m \end{cases}$$

Zoek de snijpunten door het stelsel op te lossen:

$$ax^2 + bx + c = kx^2 + lx + m$$

2.1.3.3. Oplossingsverzameling

Drie mogelijkheden:

- 2 snijpunten
- 1 raakpunt
- geen gemeenschappelijke punten