

2. Berekenen van limieten

2.1 Limieten van veeltermfuncties

$x \rightarrow a$

Vb $f(x) = x^3 - 5x^2 + 1$

f continu in \mathbb{R} (zie 1.2 definitie)

$$\lim_{x \rightarrow 4} (x^3 - 5x^2 + 1) = f(4) = 4^3 - 5 \cdot 4^2 + 1 = -15$$

Besluit

f is een veeltermfunctie
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$x \rightarrow \pm \infty$

filmpje: zie weblink by vak wiskunde

Vb

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 5x^2 + 1) = (-\infty)^3 - 5(-\infty)^2 + 1 = -\infty - \infty = (-\infty)$$

controle GRM: OK

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 5x^2 + 1) = +\infty + (-\infty) = /$$

$$\text{GRM} \rightarrow +\infty$$

want

hoogste graadsterm!

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^3} \right))$$

$$= +\infty \left(1 - \frac{5}{+\infty} + \frac{1}{+\infty} \right) = (+\infty)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$

hoogste graadsterm bepaalt de limiet waarde

Besluit: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} a_n x^n$$

in woorden: De limiet v/d veeltermfunctie voor $x \rightarrow \pm \infty$ is gelijk aan de limiet v/d term met de hoogste graad.

Voorbeelden

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^4 - 7x^3 + 6x + 7) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^4) = 5(+\infty) = (+\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (7 - 4x^2 + 6x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x^2) = -4 \cdot (+\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} ((7-x)(5x^2+1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^3) = -\infty$$

hoogste graadsterm $-5x^3$

$$\lim_{x \rightarrow 2} ((7-x)(5x^2+1)) = 5 \cdot 21 = 105$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (5x^4 - 7x^3 + 6x + 7) = 5 - 7 + 6 + 7 = 11$$