

# Leerstof 1ste trimester wiskunde 4de wetenschappen

## Contents

1. Algebra .....	1
1.1. Vergelijkingen en functies van de 1 <sup>ste</sup> graad met 1 onbekende .....	1
1.1.1. Merkwaardige producten .....	1
1.1.2. Oplossingsmethode van een vergelijking van de eerste graad met 1 onbekende .....	2
1.1.3. Vergelijking van een rechte.....	3
1.2. Vergelijkingen van de 1 <sup>ste</sup> graad met 2 onbekenden .....	4
1.2.1. Oplossingenverzameling .....	4
1.3. Stelsels .....	4
1.3.1. Een stelsel grafisch oplossen.....	4
1.3.2. Aantal oplossingen van een stelsel .....	5
1.3.3. Stelsel oplossen: substitutiemethode.....	6
1.3.4. Stelsel oplossen: combinatiemethode.....	7
1.4. Vergelijkingen van de tweede graad met 1 onbekende (vierkantsvergelijkingen) .....	8
1.4.1. Standaardvorm .....	8
1.4.2. Onvolledige vierkantsvergelijkingen .....	8
1.4.3. Volledige vierkantsvergelijking .....	9
1.4.4. Parametervergelijkingen.....	10
1.4.5. Ontbinding in factoren .....	10

## 1. Algebra

### 1.1. Vergelijkingen en functies van de 1<sup>ste</sup> graad met 1 onbekende

#### 1.1.1. Merkwaardige producten

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

1.1.2. Oplossingsmethode van een vergelijking van de eerste graad met 1  
onbekende

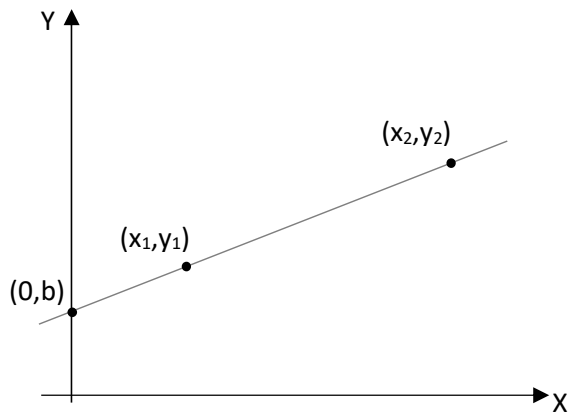
Vorm eerst om naar:

$$ax=b$$

We onderscheiden 3 gevallen:

1.  $a \neq 0$   
1 oplossing.  $V = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$
2.  $a=0, b \neq 0$   
Valse vergelijking.  $V = \emptyset = \{ \}$
3.  $a=0, b=0$   
Onbepaalde (of identieke) vergelijking.  $V = \mathbb{R}$

### 1.1.3. Vergelijking van een rechte



Algemene vergelijking:  $y = ax + b$

Rico:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$a > 0$  : stijgende rechte

$a < 0$  : dalende rechte

$a = 0$  : horizontale rechte

$b = 0$  : rechte door oorsprong

Vergelijking van rechte met 2 punten  $(x_1, y_1)$  en  $(x_2, y_2)$  gegeven:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Vergelijking van rechte met rico  $a$  en punt  $(x_1, y_1)$  gegeven:

$$y - y_1 = a (x - x_1)$$

Vergelijking van horizontale rechte (evenwijdig met X-as) met snijpunt  $(0, y_1)$  door de Y-as:

$$y = y_1$$

Vergelijking van verticale rechte (evenwijdig met Y-as) met snijpunt  $(x_1, 0)$  door de X-as:

$$x = x_1$$

## 1.2. Vergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> graad met 2 onbekenden

Een vergelijking met 2 onbekenden  $x$  en  $y$  kan altijd herleid worden tot de vorm:

$$ux + vy + w = 0$$

Met:  $u, v, w \in \mathbb{R}$  en  $u \neq 0$  of  $v \neq 0$

Deze vorm noemen we de **standaardvorm**.

De oplossingen van deze vergelijkingen zijn **koppels**.

De verzameling van alle koppels is de **oplossingenverzameling**.

Grafisch kunnen we de oplossingen voorstellen door **rechten**.

### 1.2.1. Oplossingenverzameling

Om de **algemene vorm** van de oplossingenverzameling te schrijven, kunnen we de standaardvorm van de vergelijking herwerken tot:

$$y = ax + b$$

$$\text{Met: } a = -\frac{u}{v}, b = -\frac{w}{v}$$

Voor elk reëel getal  $t$  bestaat er een koppel  $(t; at + b)$  dat voldoet aan de vergelijking.

De algemene vorm van de oplossingenverzameling wordt dan ook als volgt geschreven:

$$V = \{ (t; at + b) \mid t \in \mathbb{R} \}$$

## 1.3. Stelsels

Een 2x2 stelsel is een stelsel met 2 vergelijkingen en 2 onbekenden:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

$$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$$

### 1.3.1. Een stelsel grafisch oplossen

#### 1.3.1.1. Zonder GRM

**Werkwijze:**

1. Teken de grafiek van beide rechten in hetzelfde assenstelsel.  
Bepaal hiervoor van elke vergelijking minstens 2 koppels.
2. Lees de coördinaat van eventuele gemeenschappelijke koppels af.
3. Noteer de oplossingenverzameling  $V$ .

1.3.1.2. Met GRM

**Werkwijze:**

- Omvormen van de vergelijkingen naar  $y=$
- Breng de vergelijkingen in bij knop  $y=$ .
- Stel een gepast venster in:
  - Ofwel Knop **window**
    - Xmin: kleinste waarde x-as
    - Xmax: grootste waarde x-as
    - Xscl: om de hoeveel eenheden een streepje op x-as
    - Ymin: kleinste waarde y-as
    - Ymax: grootste waarde y-as
    - Yscl: om de hoeveel eenheden een streepje op y-as
  - Ofwel Knop **zoom**
    - Zstandard: zowel x als y-as van -10 tot 10
    - Zdecimal: deze instelling houdt rekening van de opbouw van het beeld in pixels.
- Bepaal het eventueel snijpunt door:
  - Calc**, 5: intersect
  - First curve? Selecteer de eerste grafiek, enter
  - Second curve? Selecteer de tweede grafiek, enter
  - Guess? Ga met de pijltjestoetsen ongeveer op het snijpunt staan.
- Noteer de oplossingenverzameling  $V$

1.3.2. Aantal oplossingen van een stelsel

Een 2x2 – stelsel heeft:

Aantal oplossingen	Grafische voorstelling	Oplossingenverzameling $V$
1	2 snijdende rechten	$V = \{ (x_s; y_s) \}$
0	2 strikt evenwijdige rechten	$V = \emptyset$
Oneindig veel	2 samenvallende rechten	$V = \{ (t; at + b) \mid t \in \mathbb{R} \}$

### 1.3.3. Stelsel oplossen: substitutiemethode

#### 1.3.3.1. *Werkwijze:*

1. Onbekende afzonderen in één van de twee vergelijkingen  
Links moet de onbekende staan met coëfficiënt 1  
☞ Vermijd breuken
2. Vervang de afgezonderde onbekende in de andere vergelijking
3. Los die laatste vergelijking op:  
zoek de waarde van de ene nog overblijvende onbekende
4. De gevonden waarde invullen in de vergelijking uit stap 1  
Zo vind je de waarde van de andere onbekende
5. Noteer de oplossingenverzameling  $V$

#### 1.3.3.2. *Voorbeeld*

**Opgave:**

$$\begin{cases} x + 4y - 6 = 0 & (A) \\ x + y - 3 = 0 & (B) \end{cases}$$

**Stap 1:**

$$(B) \Rightarrow x = 3 - y \quad (C)$$

$$\begin{cases} x + 4y - 6 = 0 \\ x = 3 - y \end{cases}$$

**Stap 2:**

$$(A) \wedge (C) \Rightarrow (3 - y) + 4y - 6 = 0$$

$$\begin{cases} (3 - y) + 4y - 6 = 0 \\ x = 3 - y \end{cases}$$

**Stap 3:**

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 3 - y \end{cases} \quad (D)$$

**Stap 4:**

$$(C) \wedge (D) \Rightarrow x = 3 - 1$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

**Stap 5:**

$$V = \{ (2 ; 1) \}$$

### 1.3.4. Stelsel oplossen: combinatiemethode

#### 1.3.4.1. Werkwijze:

1. Vermengvuldig elke vergelijking met een andere factor naar keuze, zodat:
2. de som van de twee uitkomsten een vergelijking wordt met maar één onbekende
3. Bereken de waarde van die ene onbekende
4. Kies nu opnieuw 2 factoren waarmee je de vergelijkingen uit de opgave vermenigvuldigt, zodat:
5. de som van de twee uitkomsten een vergelijking wordt met maar één onbekende, namelijk de andere nog te vinden onbekende
6. Bereken de waarde van de andere onbekende
7. Noteer de oplossingenverzameling V

#### 1.3.4.2. Voorbeeld:

**Opgave:**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

**Stap 1:**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} -2 \\ 1 \end{array}$$

**Stap 2:**

$$\begin{array}{rcl} -2x - 2y & = & -10 \\ 2x - 3y & = & 5 \\ + & \text{-----} & \\ -5y & = & -5 \end{array}$$

**Stap 3:**

$$y = 1$$

**Stap 4:**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} -2 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}$$

**Stap 5:**

$$\begin{array}{rcl} 3x + 3y & = & 15 \\ 2x - 3y & = & 5 \\ + & \text{-----} & \\ 5x & = & 20 \end{array}$$

**Stap 6:**

$$x = 4$$

**Stap 7:**

$$V = \{ (4; 1) \}$$

#### 1.4. Vergelijkingen van de tweede graad met 1 onbekende (vierkantsvergelijkingen)

##### 1.4.1. Standaardvorm

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Met:

$$a \neq 0$$

En:

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

##### 1.4.2. Onvolledige vierkantsvergelijkingen

Bij een onvolledige vierkantsvergelijking is  $b \neq 0$  of  $c \neq 0$ .

Voorbeelden:

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 = 0$$

Steeds met:  $a \neq 0$

**Geval 1:  $ax^2 + c = 0$**

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

3 mogelijkheden:

$$-\frac{c}{a} > 0$$

$$V = \left\{ -\sqrt{\frac{-c}{a}}; \sqrt{\frac{-c}{a}} \right\}$$

$$-\frac{c}{a} = 0$$

$$V = \{0\}$$

$$-\frac{c}{a} < 0$$

$$V = \emptyset = \{\}$$



**Geval 2:  $ax^2 + bx = 0$**

$$V = \left\{ 0, -\frac{b}{a} \right\}$$

### 1.4.3. Volledige vierkantsvergelijking

**Stappenplan:**

1. Herleid de vergelijking tot de basisvorm:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

en lees de coëfficiënten af:  $a$ ,  $b$  en  $c$ .

2. Bereken de discriminant:  $D = b^2 - 4ac$
3. Er zijn 3 mogelijkheden:

#### 3.1. $D < 0$

De vergelijking heeft geen oplossingen (wortels) in  $\mathbb{R}$ .

Oplossingenverzameling:  $V = \emptyset = \{\}$

#### 3.2. $D = 0$

De vergelijking heeft twee gelijke wortels:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$V = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$$

#### 3.3. $D > 0$

De vergelijking heeft twee verschillende wortels:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

en

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$V = \left\{ \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \right\}$$

#### 1.4.4. Parametervergelijkingen

Zie oefeningen in boek:

- Oef. 7 - 8 p. 20
- Oef. 63 - 83 p. 33-34

#### 1.4.5. Ontbinding in factoren

Probleem: hoe ontbind je de veelterm  $ax^2 + bx + c$  in factoren?

Bereken de discriminant  $D$  van de vierkantsvergelijking:  $ax^2 + bx + c = 0$

Er zijn 2 mogelijkheden:

1.  **$D < 0$**

De veelterm is niet te ontbinden

2.  **$D \geq 0$**

Bereken de wortels  $x_1$  en  $x_2$  van de vierkantsvergelijking:  $ax^2 + bx + c = 0$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$