**Hoofdstuk 4: Stelsels**

( Handboek Lineaire algebra: vanaf p 114)

## 1. Inleidend voorbeeld

Lees en bestudeer het inleidend voorbeeld p 114

## 2. Definities en benamingen

Lees en bestudeer de definitie van coëfficiëntenmatrix, kolommatrix van de onbekende, kolommatrix van de bekende termen, uitgebreide matrix en matrixvergelijking p 115-116.

*Schrijf de volgende twee voorbeelden in je cursus* samen met de matrixvergelijking A.X = B. Duid de coëfficiëntenmatrix A, de kolommatrix van de onbekenden X, de kolommatrix met de bekenden B en de schrijf de uitgebreide matrix $A_b$ erbij. Je vindt de modeloplossing indien nodig op smartschool.

Voorbeeld 1 : $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Voorbeeld 2: $\begin{cases} 2x - y + 2z = 9 \\ x - 2y + 4z = 12 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$

## 3. Gelijkwaardige stelsels en elementaire rijoperaties p 119-123

Lees en bestudeer p 119 punt 4.1.4 tem de definitie van de gelijkwaardige stelsels (de bewijzen van de eigenschappen moet je niet doen).

Lees en bestudeer p 122 punt 4.1.5 volledig.

*Schrijf de 3 volgende* ***elementaire rijoperaties*** *over in je nota's:*

1) Twee rijen met elkaar verwisselen
2) Een rij met een van nul verschillend getal k vermenigvuldigen.
3) Bij de rij, een van nul verschillend veelvoud k van een andere rij optellen.

## 4. **Methode van Gauss-Jordan** p 125

Door elementaire rijoperaties uit te voeren op de uitgebreide matrix proberen we stelsels op te lossen.

Bekijk de 2 filmpjes over het oplossen van stelsels die je vindt bij weblinks op smartschool bij je vak wiskunde.

Probeer voorbeeld 1, 2 en 3 nu zelf op te lossen en *schrijf deze voorbeelden in je cursus*. Je vindt de modeloplossing indien nodig op smartschool.

Voorbeeld 1 : $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Voorbeeld 2: nr 1 p 133 a

Voorbeeld 3: nr 1 p 133 c

**Oefeningen:**

nr 1 p 133 (e,g,h,i)

nr 3 p 134 (b,g)

Voorbeeld 4: gebruik van lineaire combinaties

Lees en bestudeer eerst voorbeeld 1 p 125 van je handboek (niet de gele kader).

Maak de volgende oefeningen en verbeter aan de hand van de modeloplossing op smartschool.

**Oefeningen:**

nr 1 p 133 l

nr 3 p 134 g

nr 4 p 134 d

## 5. **<u>Verband tussen oplosbaarheid en rang</u>** p 129

### **5.1 <u>Begrip rijcanonieke matrix</u>**: zie boek p 124 (4.1.7 a)

*Noteer de volgende eigenschappen in je nota's:*
- nulrijen komen onderaan
- in een niet-nulrij is de spil steeds 1
- boven en onder elke spil staat 0
- elke rij, vanaf de $2^{de}$, begint met meer nullen dan de vorige rij

Rijcanonieke vorm met GRM: werkwijze p 124 onderaan

### **5.2 <u>Rang</u>**: zie boek p 12 (4.1.7 b)

Kijk eventueel het begrip rang van een matrix na bij hoofdstuk determinanten.

Gezien de elementaire rijoperaties niets veranderen aan het 0 of niet 0 zijn van een determinant (kijk eventueel de eigenschappen van determinanten na), kunnen we de rang van de coëfficiënten matrix en uitgebreide matrix bepalen door de kijken naar de rijcanonieke matrix van het stelsel.

*Noteer in je cursus:*
De rang van een rij-canonieke matrix is gelijk aan het aantal niet nul-rijen.

### **5.3 <u>Criterium oplosbaarheid</u>**: boek p 129

Voorbeelden: bekijk document 'oplossingen oef. 1 (a,c,e,i) en 2 (b,d,g) p 133 methode van Gauss met bespreking oplosbaarheid' en let vooral op de besluiten in de rode kaders.

*Noteer in je cursus:*

S is een stelsel met n onbekenden
A is de coëfficiëntenmatrix, $A_b$ is de uitgebreide matrix

1) $r(A_b) > r(A) \Leftrightarrow$ S is strijdig of vals
2) $r(A_b) = r(A) = n \Leftrightarrow$ S heeft juist 1 oplossing
3) $r(A_b) = r(A) < n \Leftrightarrow$ S heeft oneindig veel oplossingen met n-r(A) vrijheidsgraden

S is oplosbaar $\Leftrightarrow r(A_b) = r(A)$

**Oefening**: Bepaal de rijcanonieke matrix met je GRM, bespreek de oplosbaarheid van S en geef V

Opgaven van nr 1 p 133 b, k, m; modeloplossing: zie smartschool

**6. <u>Homogene stelsels</u>** p 130

*Noteer het volgende in je cursus:*

Voorbeeld: $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + 5y - 2z = 0 \\ -x + y + 2z = 0 \end{cases}$

Een stelsel waarvan alle bekende termen 0 zijn, noemen we een **homogeen stelsel.**

Voorbeeld: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xleftrightarrow[R_3+R_1]{R_2-3R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xleftrightarrow{R_3-R_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\xleftrightarrow{R_1+R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ z = -2y \end{cases} \quad V = \{(-3t, t, -2t) | t \in IR\}$

S is een homogeen n x n stelsel (evenveel vgln als onbekenden)

1) det A ≠ 0 (r(A) = n) ⬄ S heeft enkel de nuloplossing
2) det A = 0 (r(A) < n) ⬄ S heeft oneindig veel oplossing met n-r(A) vrijheidsgraden

**Oefening** nr 2 p 133 (a,f) modeloplossing zie smartschool

## 7. <u>Bespreken van stelsels</u> p 140

Uitleg zie powerpoint + live les via google meet.

*Neem de voorbeelden van de powerpoint over in je nota's*

Opmerkingen:

- Neem als spil in de eerste stappen zoveel mogelijk een 1 (of een getal zonder parameter).
- Wanneer een spil een parameter bevat, begint de bespreking!

*Neem de opmerkingen over in je nota's en maak daaronder de volgende oefeningen wanneer ze opgegeven worden.*

Oefeningen maken en verbeteren

nr 21 p 146 d,g,h

nr 22 p 146 b,d,e

Extra oefening: nr 22 p 146 g; nr 23 p 146

## 8. Vraagstukken

**Voorbeeld**: zie filmpje via weblinks + boek p 135-137

**Opmerking**: we gebruiken bij vraagstukken steeds GRM voor het oplossen van de stelsels, het is de bedoeling dat je de vergelijkingen van het stelsels correct gaat opstellen.

**Oefeningen** nr 1, 4, 7, 14, 15 p 143-145 maken en verbeteren.

**Extra oefeningen**: nr 11, 12 p 144-145