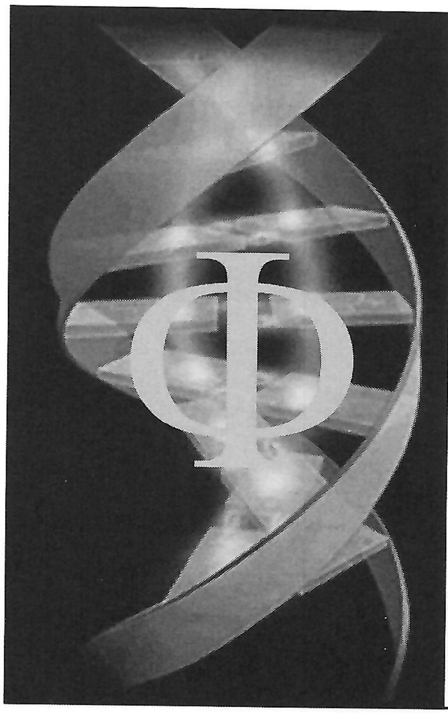


Biofysica

Prof. dr. Kristiaan Temst
Kwantum-vastestoffysica
Dept. Natuurkunde en Sterrenkunde

1

HOOFDSTUK 2
BEWEGING BESCHRIJVEN: KINEMATICA IN 1 DIMENSIE

Belangrijkste begrippen: referentiestelsel, verplaatsing, gemiddelde snelheidsvector, momentane snelheid, gemiddelde versnellingsvector, momentane versnelling, valversnelling

2

Kinematica = *Beschrijving van de beweging van een object, zonder de oorzaak van het verloop van de beweging in de beschrijving op te nemen*

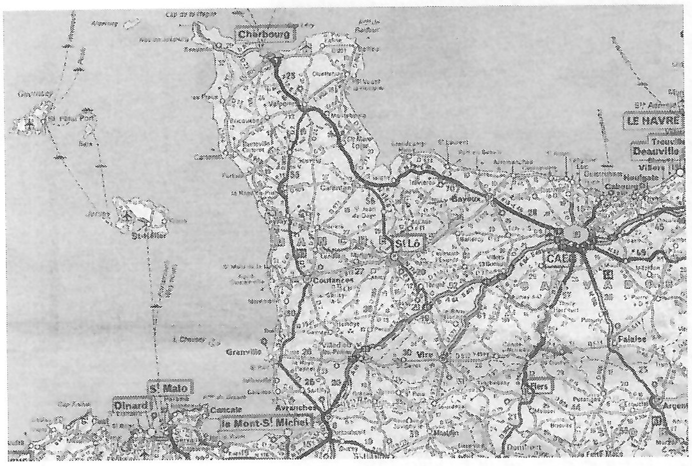
Dynamica = *Waarom bewegen voorwerpen? (krachten)*

Positie

Snelheid

Versnelling

van een "puntmassa"

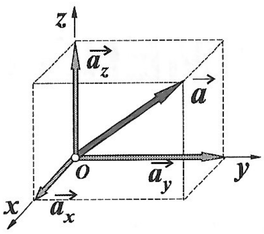


3

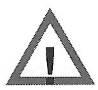
- **Scalaire en vectoriële grootheden**

Scalaire grootheid: maatgetal + eenheid

Vectoriële grootheid: grootte (maatgetal + eenheid)
richting
(zin)



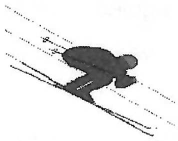
Vectoren !!



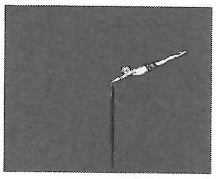
4

Beweging van een voorwerp

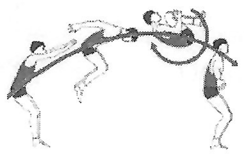
- Translatie



- Rotatie



- Algemene beweging

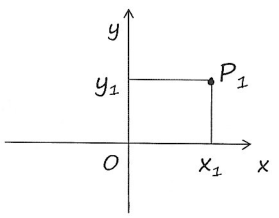


5

2.1 REFERENTIESTELSELS EN VERPLAATSING

Metingen t.o.v. **referentiestelsel**

Assenstelsel met oorsprong



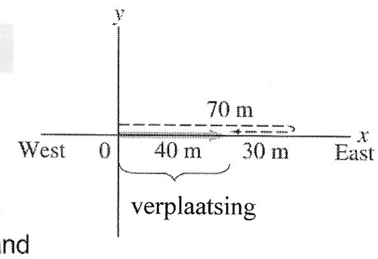
Plaats weergeven m.b.v. coördinaten (x_1, y_1)

Verplaatsing (1D) $\Delta x \equiv x_2 - x_1$

→ Grootte en richting
<u>Vectoriële</u> grootheid

'afstand tot beginpositie'

Verplaatsing ≠ (totaal) afgelegde afstand



We werken nu nog met de algebraische waarde van de vectoren, in één dimensie volstaat immers een + of –teken om de richting van een vector aan te geven. In 2 en 3 dimensies moeten vectoren met een vector-teken aangeduid worden!!

6

2.2 GEMIDDELDE SNELHEID (1D)

Gemiddelde snelheid $\equiv$ $\dfrac{\text{afgelegde afstand}}{\text{verstreken tijd}}$

Enkel grootte
scalar

Gemiddelde vectoriële snelheid $\equiv$ $\dfrac{\text{verplaatsing}}{\text{verstreken tijd}}$
Gemiddelde snelheidsvector

grootte & richting
vector

Grootte en richting
Vectoriële grootheid

Algemeen: eendimensionale beweging

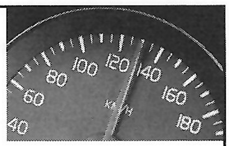
Gemiddelde snelheidsvector in het tijdsinterval t_1 tot t_2

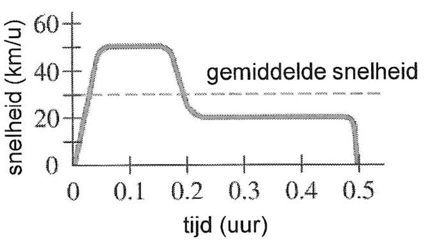
$$\bar{v} \equiv \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

We werken nu nog met de algebraische waarde van de vectoren, in één dimensie volstaat immers een + of –teken om de richting van een vector aan te geven. In 2 en 3 dimensies moeten vectoren met een vector-teken aangeduid worden!!

7

2.3 MOMENTANE SNELHEID (1D)





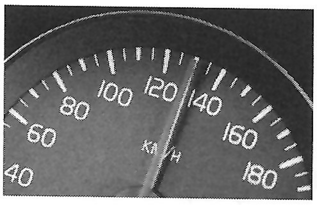
Momentane snelheid $\equiv$ gemiddelde snelheid over infinitesimaal kort tijdsinterval

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

We werken nu nog met de algebraische waarde van de vectoren, in één dimensie volstaat immers een + of –teken om de richting van een vector aan te geven. In 2 en 3 dimensies moeten vectoren met een vector-teken aangeduid worden!!

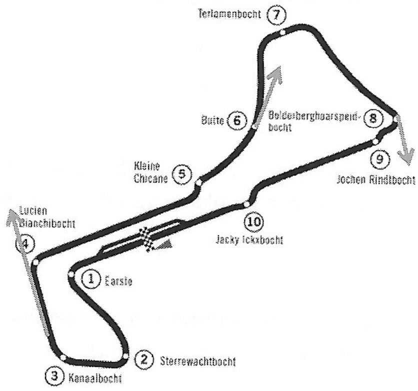
8

Snelheid
Gemiddelde / momentane



Grootte
Scalaire grootheid

Snelheidsvector, vectoriële snelheid
Gemiddelde / momentane



Grootte en richting van belang
Vectoriële grootheid

9

2.4 VERSNELLING(1D)

hoe snel verandert de snelheid van een voorwerp

Gemiddelde versnellingsvector $\equiv \dfrac{\text{verandering van snelheidsvector}}{\text{verstreken tijd}}$

→ Grootte en richting
Vectoriële grootheid

Gemiddelde versnellingsvector in het tijdsinterval t_1 tot t_2

$$\overline{a} \equiv \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Momentane versnelling
"versnelling"

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

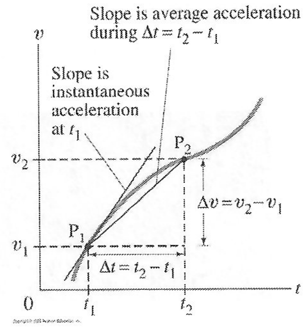
We werken nu nog met de algebraische waarde van de vectoren, in één dimensie volstaat immers een + of – teken om de richting van een vector aan te geven. In 2 en 3 dimensies moeten vectoren met een vector-teken aangeduid worden!!

10

Grafische voorstelling versnelling in tijd-snelheid-grafiek

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

De versnelling
= de afgeleide van de snelheid naar de tijd
= de tweede afgeleide van de plaats naar de tijd



Gemiddelde versnelling in interval $[t_1, t_2]$ is de helling van de rechte tussen de punten (t_1, v_1) en (t_2, v_2)

(Momentane) versnelling in t_1 is de helling van de raaklijn aan de tijd-snelheid-grafiek in het punt (t_1, v_1)

Analyseren met grafieken! Zie voorbeelden in handboek

11

Verband tussen positie, snelheid en versnelling (zie ook 2.8 in boek)

Snelheid kan bepaald worden uit ligging (plaats, positie) door het nemen van de afgeleide naar de tijd.

Omgekeerd: als de snelheid gekend is, dan kan de ligging berekend worden via integratie, als de ligging voor één welbepaalde tijd gekend is:

$$\boxed{x(t) \text{ is een primitieve functie van de snelheid } v_x(t)}$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v_x(t)\,dt \quad \text{of} \quad x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t)\,dt$$

12

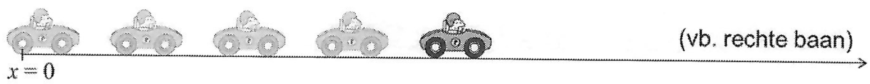
Als de versnelling gekend is, dan kan de snelheid berekend worden via integratie, als de snelheid voor één welbepaalde tijd gekend is (beginsnelheid)

$v_x(t)$ is een primitieve functie van de versnelling $a_x(t)$

$$v_x(t) = v_{0,x} + \int_{t_0}^{t} a_x(t)\,dt$$

13

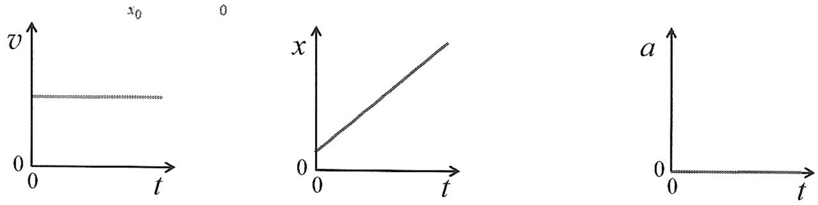
- **Eenparige rechtlijnige beweging**



Eenparige beweging ≡ beweging met constante snelheid (in 1D)

$v(t) = \dfrac{dx}{dt} = \text{constant}$ $\qquad x(t) = x_0 + vt$ $\qquad (a = 0)$

$$\int_{x_0}^{x} dx(t) = \int_{0}^{t} v\,dt$$



14

2.5 BEWEGING MET CONSTANTE VERSNELLING

Veronderstel:

Beweging langs een rechte lijn — *"rechtlijnige beweging"*

grootte van de versnelling is constant — *"eenparig versnelde beweging"*

Doel: vergelijkingen vinden die het verband beschrijven tussen positie, snelheid en versnelling en de verstreken tijd.

Afspraken: begintijdstip $t_0 = 0$

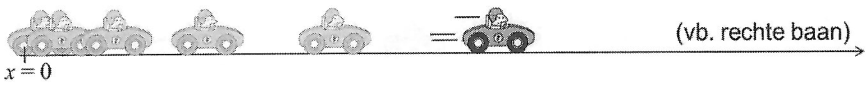
beginpositie $x(0) = x_0$

beginsnelheid $v(0) = v_0$

beginversnelling $a(0) = a_0$

15

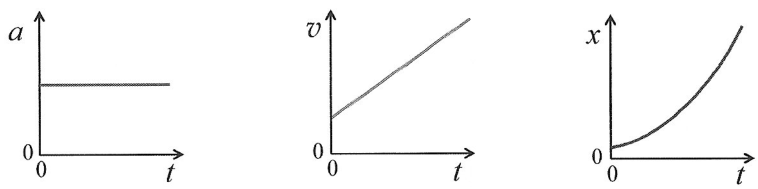
• Eenparig-versnelde beweging



Eenparig-versnelde beweging ≡ beweging met constante versnelling (1D)

$$a = \frac{dv}{dt} = \text{constant} \qquad v(t) = v_0 + at \qquad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

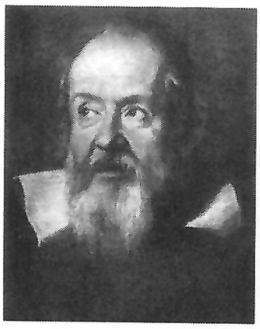
$$\int_{v_0}^{v} dv(t) = \int_0^t a\,dt \qquad \int_{x_0}^{x} dx(t) = \int_0^t v(t)\,dt$$

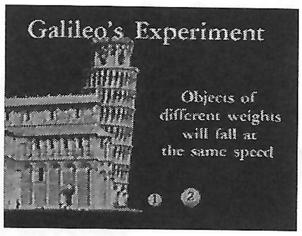


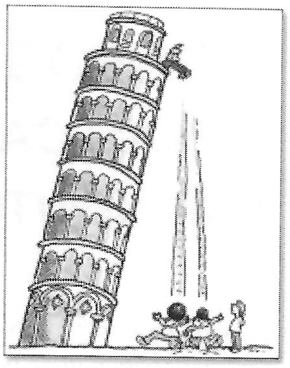
t elimineren uit *v(t)* en *x(t)* → $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

16

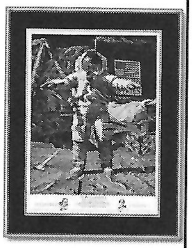
2.7 VRIJ VALLENDE VOORWERPEN







Op een gegeven locatie op aarde en bij afwezigheid van luchtweerstand vallen alle voorwerpen met dezelfde constante versnelling.



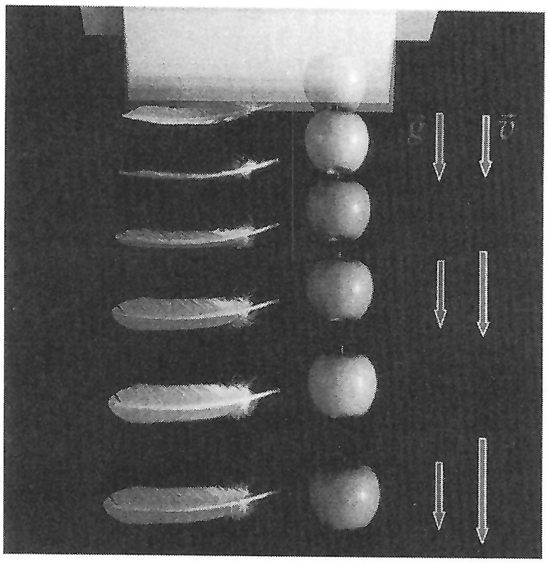
Versnelling van de zwaartekracht

Valversnelling: g = 9,80 m/s² (op het aardoppervlak)

'Galilei was correct':

http://nl.youtube.com/watch?v=MJyUDpm9Kvk -

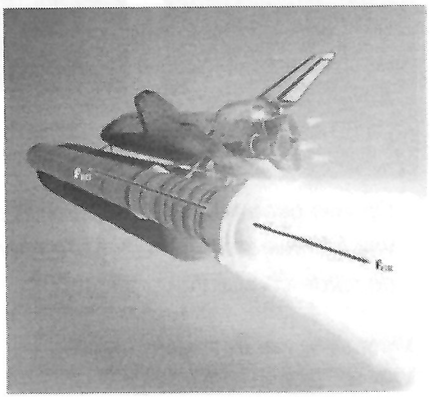
17



Zonder luchtweerstand maken alle voorwerpen dezelfde valbeweging

18

HOOFDSTUK 4
DYNAMICA, BEWEGINGSWETTEN VAN NEWTON



Wat veroorzaakt beweging of veranderingen in de beweging ?
'De wetten van Newton'

Belangrijkste concepten: massa, kracht, wetten van Newton

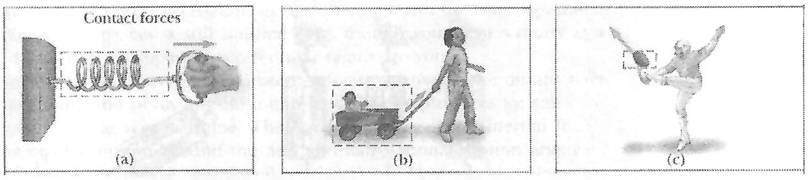
19

4.1 KRACHT

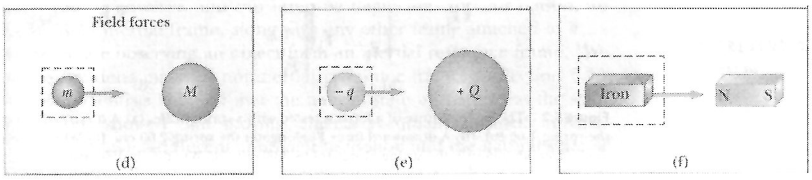
Kracht = de actie die de snelheid van een voorwerp verandert

Elke ***versnelling*** *wordt veroorzaakt door een* ***kracht***

Krachten overgedragen via contact



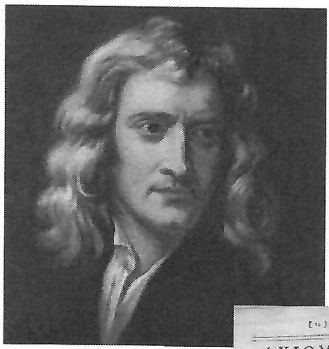
Krachten overgedragen via een krachtveld



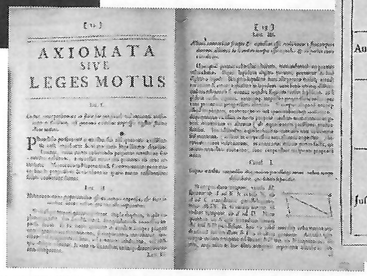
Kracht is een **vectoriële** grootheid, met grootte en richting.

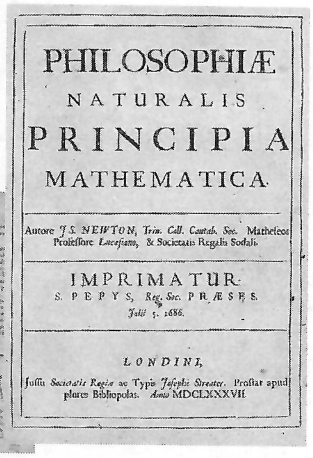
20

Bewegingswetten van Newton geven verband tussen kracht en beweging. Basiswetten van de klassieke mechanica.



Isaac Newton
(1642 – 1727)




PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

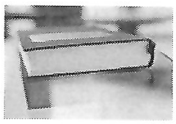
Autore J.S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

21

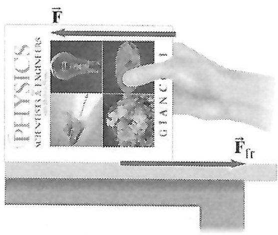
4.2 EERSTE BEWEGINGSWET VAN NEWTON



Experiment
Boek glijdt over tafelblad:

Dagelijkse ervaring: boek stopt met glijden als ik stop met duwen.
besluit: er lijkt een kracht nodig om een voorwerp in beweging te houden FOUT

MAAR: de beweging stopt door de wrijvingskracht



Als je alle krachten zou uitschakelen (ook de wrijvingskracht), verandert de beweging niet.
Het boek blijft in een rechte lijn verder glijden.

BESLUIT:
Er is geen kracht nodig om een voorwerp volgens een rechte lijn in beweging (of in rust) te houden.
Er is een **kracht** nodig om de beweging te **veranderen.**

22

4.2 EERSTE BEWEGINGSWET VAN NEWTON

De eerste bewegingswet van Newton:
de wet van de traagheid

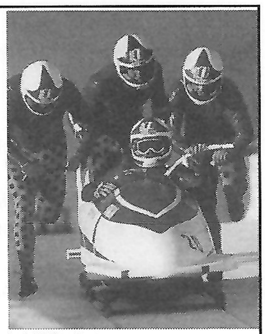
Elk voorwerp blijft in rust, of blijft in een rechte lijn bewegen met een constante snelheid, zolang er geen nettokracht op werkt.

Let op: grootte en richting van de snelheid blijven constant.

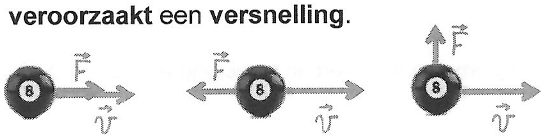
(Roger Viollet, Mill Valley, CA, University Science Books, 1982)

23

4.4 TWEEDE BEWEGINGSWET VAN NEWTON



Een netto-**kracht** op een voorwerp **veroorzaakt** een **versnelling**.



Tweede bewegingswet geeft een verband tussen de versnelling en de kracht op een voorwerp.

- De versnelling is recht-evenredig met de kracht op het voorwerp
- De versnelling is omgekeerd evenredig met de massa van het voorwerp

24

De tweede bewegingswet van Newton

De **versnelling** van een voorwerp is *rechtevenredig* met de **nettokracht** die erop werkt en *omgekeerd evenredig* met de **massa** van het voorwerp.

De **richting van de versnelling** is gelijk aan de richting van de nettokracht die op het voorwerp werkt.

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

25

'kracht' en de tweede wet van Newton

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \longrightarrow \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

versnelling = $\dfrac{\textbf{kracht}}{\textbf{massa}}$ **kracht = massa x versnelling**

vector *vector*

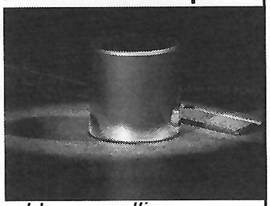
'Kracht is de actie die versnelling veroorzaakt.'

dimensie kracht: $[MLT^{-2}]$
eenheid kracht: Newton, $1\ N = 1\ kg\ m/s^2$

26

MASSA

Massa is een maat voor de 'traagheid' of inertie van een voorwerp.



Maat voor weerstand tegen snelheidsveranderingen

SI-eenheid: kilogram (kg)

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \qquad \textbf{versnelling} \sim \frac{\mathbf{1}}{\textbf{massa}}$$

Grotere massa (traagheid) ⇒ grotere kracht nodig voor bepaalde versnelling

'Een rijdende trein stoppen is moeilijker dan een vlieg stoppen.'

- **Onbekende massa bepalen** $\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$
- **Massa ≠ Gewicht**

↓ eigenschap van het voorwerp zelf

↘ aantrekkende *kracht* die de zwaartekracht op het voorwerp uitoefent

(Vb. massa van 1kg weegt op aarde 9,80 N en op de maan 1,6 N)

27

Dynamische bewegingsvergelijking van een puntmassa

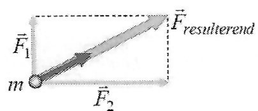
Kracht is de oorzaak van elke *verandering* van de beweging (versnelling)

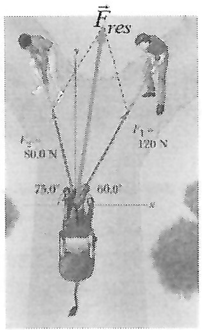
Resulterende kracht

= vectoriële som van alle inwerkende krachten

$$\boxed{\vec{F}_{resulterend} \equiv \sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}}$$

oorzaak ⟶ gevolg





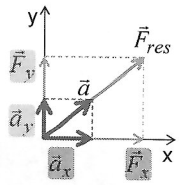
Elke kracht kan ontbonden worden in vectorcomponenten

$$F_{resulterend,x} = \sum_i F_{i,x} = m\,a_x = m\frac{dv_x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$ (idem voor y- en z-component)

28

De krachtcomponent volgens een bepaalde richting beïnvloedt de beweging enkel volgens die richting.

$$\boxed{\vec{F}_{resulterend} = \sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}}$$



$$F_{resulterend,x} = \sum_i F_{i,x} = m\,a_x = m\frac{dv_x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

x-component van de kracht → versnelling volgens de x-richting

geen invloed op de beweging in de y-richting

geen invloed op de beweging in de z-richting

$$F_{resulterend,y} = \sum_i F_{i,y} = m\,a_y = m\frac{dv_y}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_{resulterend,z} = \sum_i F_{i,z} = m\,a_z = m\frac{dv_z}{dt} = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

29

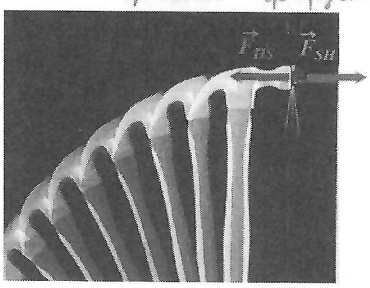
4.5 DERDE BEWEGINGSWET VAN NEWTON

De derde wet van Newton: de wet van actie en reactie

Wanneer een voorwerp een kracht uitoefent op een tweede voorwerp, oefent het tweede voorwerp een gelijke kracht in tegenovergestelde richting uit op het eerste voorwerp.

Notatie: $\vec{F}_{BA}$ = kracht uitgeoefend op voorwerp B, door voorwerp A

kracht op hamer   kracht op spijker

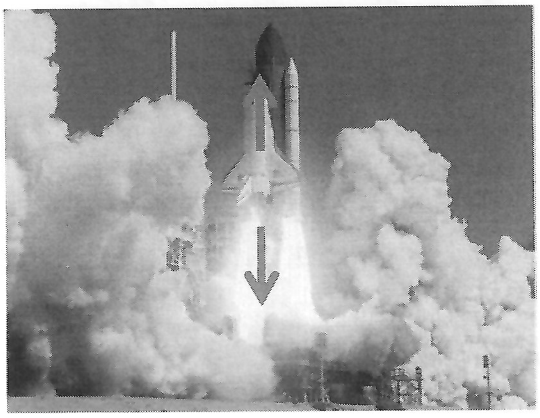


$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

Actie- en reactiekrachten werken in op **verschillende** objecten

30

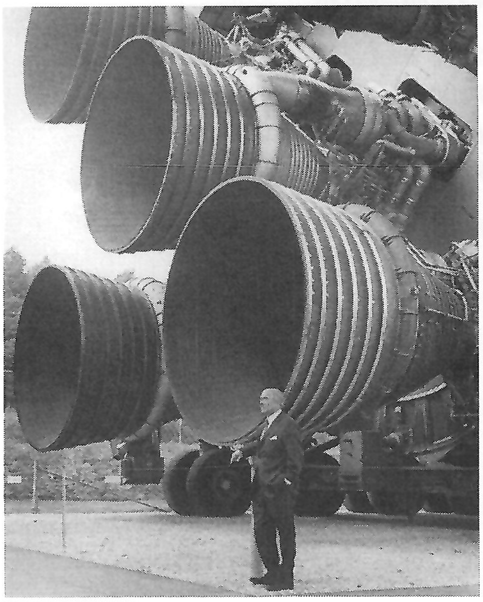
Technische toepassing: Voortstuwing door raketten kan verklaard worden m.b.v. derde wet van Newton: de raket oefent een grote kracht uit op de hete gassen die naar buiten gestoten worden. **Reactiekracht**: de gassen oefenen een even grote tegengestelde kracht uit *op de raket*.



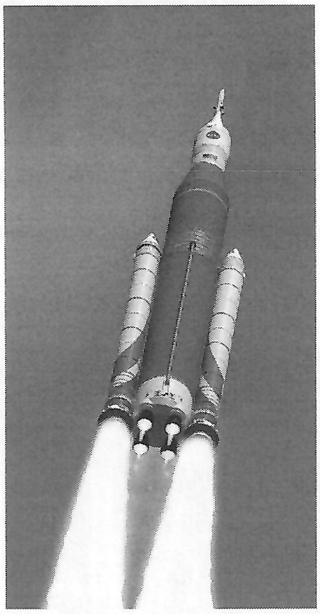
Misvatting:

De raket versnelt niet doordat de uitgestoten gassen zich tegen de aarde afstoten

31



Saturn-V raket, 1969



SLS, eerste lancering voorzien in 2021

32

Wetten van Newton laten toe de beweging van een deeltje volledig te beschrijven, zodra de resulterende kracht bekend is:

Eerste wet van Newton: de wet van de traagheid

Tweede wet van Newton:

$$\boxed{\vec{F}_{resulterend} = m\,\vec{a}}$$

Elke versnelling (verandering van beweging) wordt veroorzaakt door een kracht

Derde wet van Newton: de wet van actie en reactie

$$\boxed{\vec{F}_{1(2)} = -\vec{F}_{2(1)}}$$

De wetten van Newton zijn geldig in alle inertiaalstelsels

Welke soorten krachten werken allemaal in op een deeltje en bepalen dus de beweging ervan ?

33

SOORTEN KRACHTEN

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Fundamentele krachten

Alle macroscopisch waarneembare krachten hebben hun **microscopische oorsprong** in één of twee van de **4 fundamentele krachten.**

- ✓ **Gravitatiekracht** (massa)
- ✓ **Elektromagnetische interactie** (Coulomb-kracht)
- ✓ Zwakke kernkracht (radioactief verval)
- ✓ Sterke kernkracht (atoomkernen)

Macroscopische krachten in dagelijkse leven:

vb. Gewicht

Contactkrachten: normaalkracht en wrijvingskracht

Spankracht

Veerkracht, elastische kracht,

Elektrische en magnetische aantrekking/afstoting

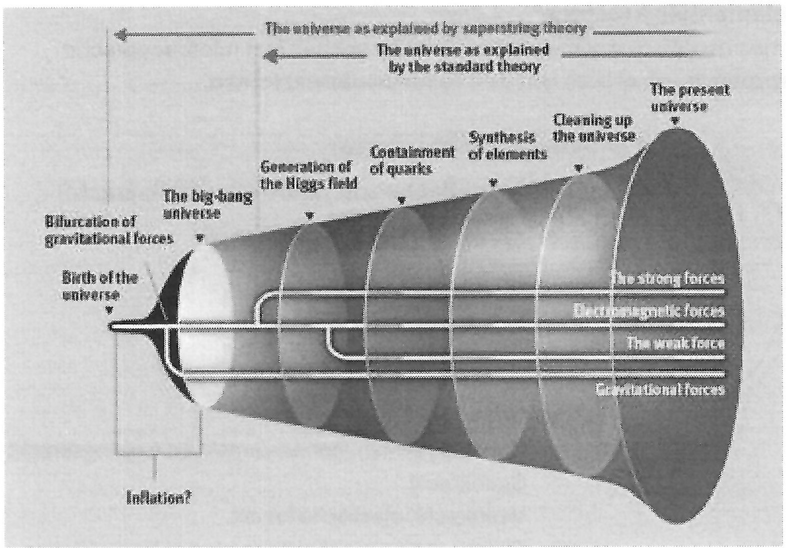
34

Fundamental Forces

Force		Strength	Range (m)	Particle
Strong	Force which holds nucleus togeher	1	10^{-15} (diameter of a medium sized nucleus)	gluons. π(nucleons)
Electro-magnetic		$\frac{1}{137}$	Infinite	photon mass = 0 spin = 1
Weak	neutrino interaction induces beta decay	10^{-6}	10^{-18} (0.1% of the diameter of a proton)	Intermediate vector bosons W^+, W^-, Z_0, mass > 80 GeV spin =1
Gravity		6×10^{-39}	Infinite	graviton ? mass = 0 spin = 2

35

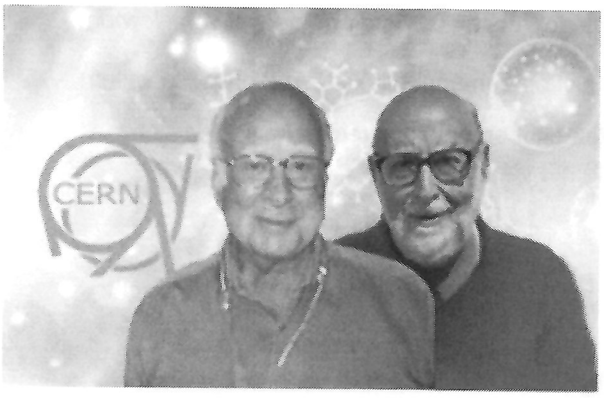
Ontstaan van de vier fundamentele krachten



Bron: Riken Research, Japan

36

Nobelprijs Fysica 2013



Peter Higgs en François Englert

Ontdekking van het Brout-Englert-Higgs deeltje, dat massa geeft aan alle andere deeltjes

37

4-6 GEWICHT: DE ZWAARTEKRACHT EN DE NORMAALKRACHT

Gewicht is de **kracht** die de aarde uitoefent op een voorwerp omwille van de zwaartekracht.

$$\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}, \quad \text{met} \quad g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}.$$

Dit geldt voor een voorwerp met massa m dicht in de buurt van het aardoppervlak, waar de zwaartekracht ongeveer constant is.

Richting: gewicht is steeds **verticaal naar omlaag** gericht

SI-eenheid gewicht (kracht): Newton (1 N = 1 kg·m/s²)

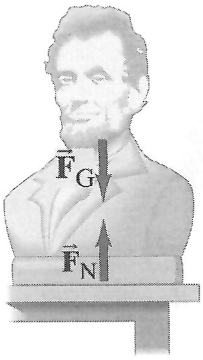
38

Normaalkracht

Voorwerp in rust => nettokracht = 0 (1ste en 2de wet van Newton)

Een voorwerp kan in rust op een oppervlak staan (zonder te vallen).

Toch werkt de zwaartekracht op het voorwerp.
Waarom valt (versnelt) het voorwerp niet?



Er is nog een andere kracht:

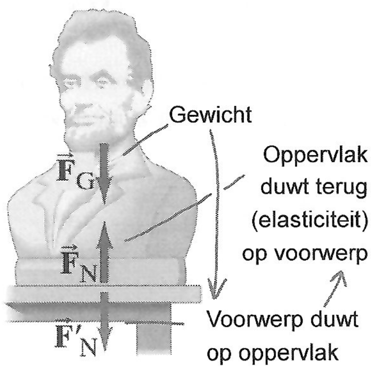
De **normaalkracht** compenseert het gewicht

39

Oorsprong van de normaalkracht

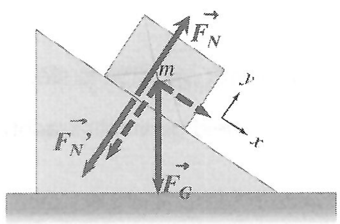
De normaalkracht is de reactiekracht waarmee het oppervlak terugduwt tegen het voorwerp dat er contact mee maakt.

Microscopische oorsprong: elasticiteit, elektromagnetische interacties



Richting: de **normaalkracht** is een 'contactkracht' die steeds ***loodrecht op het contactoppervlak*** staat.
(niet noodzakelijk verticaal!)

Grootte: even groot maar tegengesteld aan de vectorcomponent van het gewicht loodrecht op het oppervlak.



40

TREKKRACHT en SPANKRACHT

Spanning in een flexibel touw

Stel een touw (of kabel …) met verwaarloosbare massa trekt aan een voorwerp

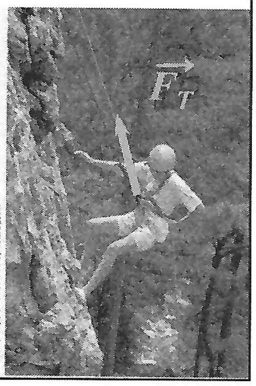
Trekkracht ≡ de kracht die het touw uitoefent op het voorwerp

Engels: 'tension'

Door de spanning in het touw worden krachten *onveranderd in grootte* van het ene uiteinde van het touw (kabel, staaf, …) naar het andere uiteinde overgebracht.
(vanwege $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ voor het touw)

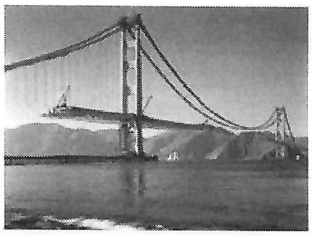
De kracht volgt hierbij de *richting van het touw* (kabel, …).

Voorwaarde:
Systeem in rust of eenparig bewegend
Of Massa van touw (kabel, staaf, …) verwaarloosbaar

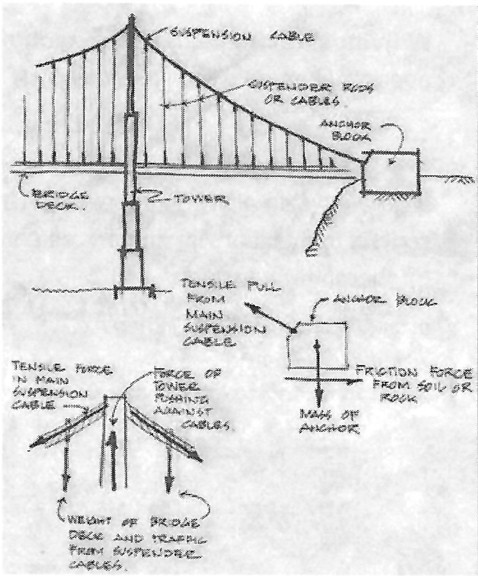


41

Spankracht



Golden Gate Bridge, San Francisco



Spankrachten spelen cruciale rol in allerlei bouwwerken

42

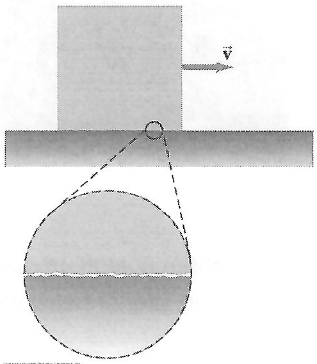
HOOFDSTUK 5

De wetten van Newton: wrijving, cirkelvormige beweging, weerstands-krachten

43

5.1 TOEPASSINGEN VAN DE WETTEN VAN NEWTON MET WRIJVING

Wrijvingskrachten ≡ **contactkrachten** die de (mogelijke) beweging van oppervlakken op elkaar tegenwerken.



altijd aanwezig als twee voorwerpen in contact met elkaar zijn en t.o.v. elkaar (proberen te) bewegen.

microscopische details zijn nog niet volledig begrepen (onderzoeksgebied tribologie)

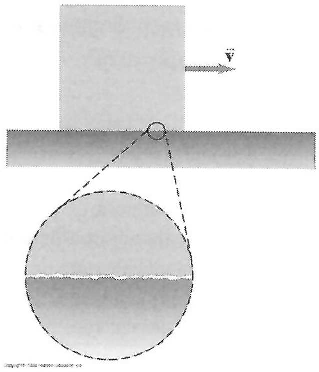
44

5.1 TOEPASSINGEN VAN DE WETTEN VAN NEWTON MET WRIJVING

Wrijvingskrachten ≡ **contactkrachten** die de (mogelijke) beweging van oppervlakken op elkaar tegenwerken.

Richting: tegengesteld aan de (mogelijke) verplaatsing t.o.v. het oppervlak, rakend aan oppervlak

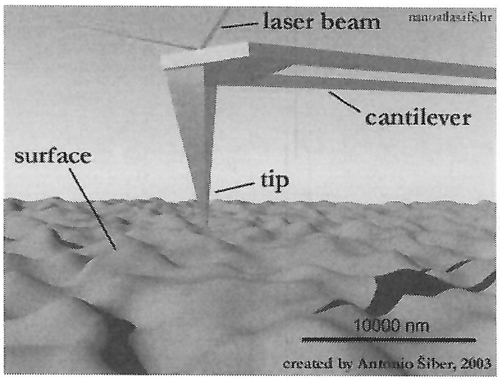
Grootte: afhankelijk van
- aard van soorten materiaal
- ruwheid van contactoppervlakken
- 'hoe sterk de oppervlakken op elkaar duwen' …

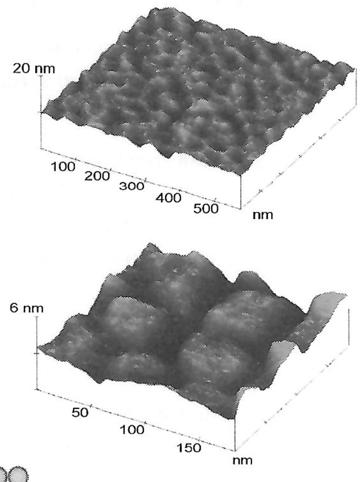


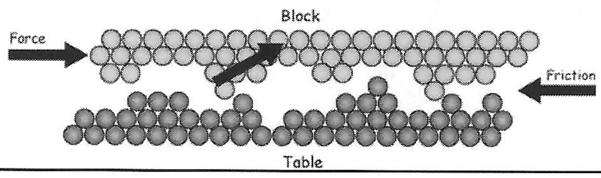
Onderscheid: → ***statische wrijving***
→ ***kinetische wrijving***

45

Voorbeeld: microscopische studies naar de oorsprong van wrijving







46

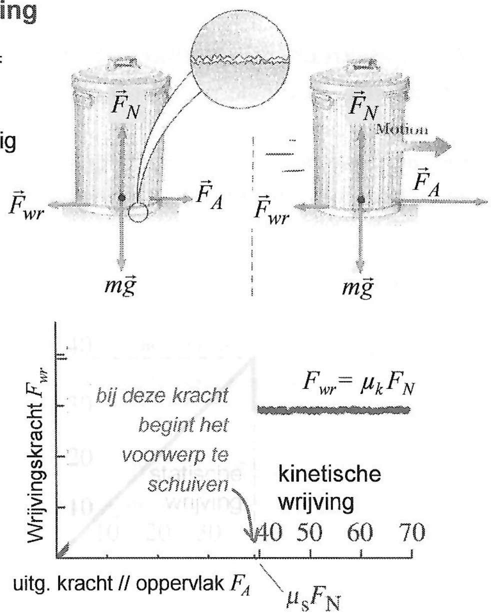
Statische en kinetische wrijving

Wrijving *als gevolg van schuiven* = **kinetische wrijving**.

Wrijvingskracht ongeveer evenredig met normaalkracht:

$$F_{\mathrm{wr}} = \mu_{\mathrm{k}} F_{\mathrm{N}}$$

Kinetische wrijvingscoëfficient, afhankelijk van de aard van beide oppervlakken



47

Statische en kinetische wrijving

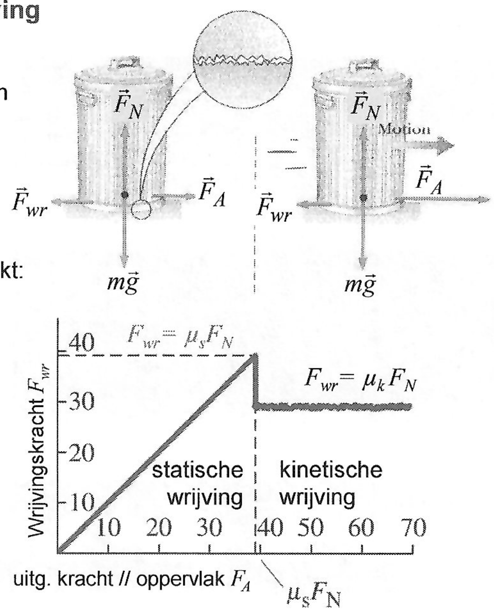
Wrijving die *verhindert* dat oppervlakken over elkaar schuiven = **statische wrijving**.

Statische wrijvingskracht compenseert de uitgeoefende kracht evenwijdig aan oppervlak, tot ze een maximale waarde bereikt:

$$F_{\mathrm{wr}} \leq \mu_{\mathrm{s}} F_{\mathrm{N}}$$

statische wrijvingscoëfficient, afhankelijk van de aard van beide oppervlakken.

$$\boxed{\mu_{\mathrm{k}} < \mu_{\mathrm{s}}}$$



48

Table 5.1

5.1 TOEPASSINGEN VAN DE WETTEN VAN NEWTON MET WRIJVING

TABLE 5–1 Coefficients of Friction†

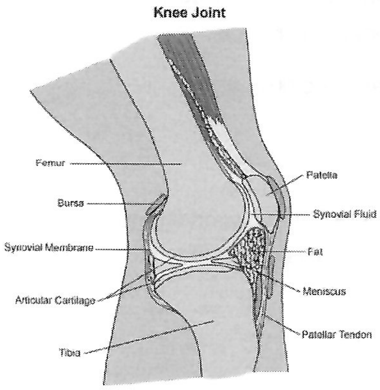
Surfaces	Coefficient of Static Friction, μ_s	Coefficient of Kinetic Friction, μ_k
Wood on wood	0.4	0.2
Ice on ice	0.1	0.03
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.07
Steel on steel (unlubricated)	0.7	0.6
Rubber on dry concrete	1.0	0.8
Rubber on wet concrete	0.7	0.5
Rubber on other solid surfaces	1–4	1
Teflon® on Teflon in air	0.04	0.04
Teflon on steel in air	0.04	0.04
Lubricated ball bearings	<0.01	<0.01
Synovial joints (in human limbs)	0.01	0.01

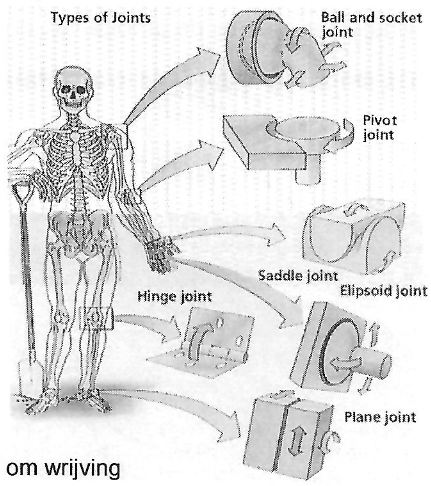
†Values are approximate and intended only as a guide.

Het vergt in het algemeen minder kracht om een voorwerp tegen de wrijvingskracht in in beweging te houden, dan om het in beweging te brengen.

49

- **Wrijvingskrachten in het menselijk lichaam**

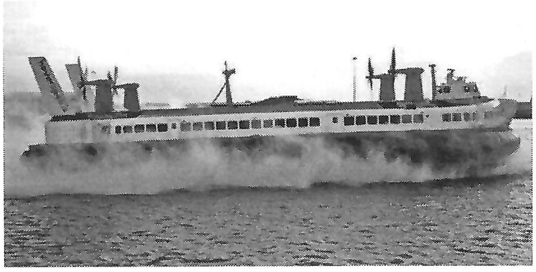




Synoviale vloeistof dient als smeermiddel om wrijving te verminderen

50

- **Lucht als 'smeermiddel'**



Hovercraft

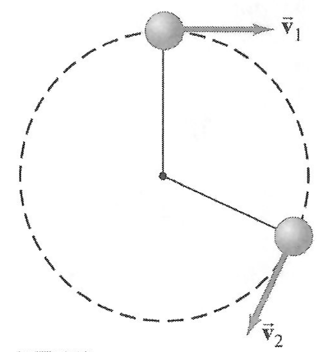
MagLev

51

5.2 EENPARIGE CIRKELVORMIGE BEWEGING, KINEMATICA

Eenparige cirkelvormige beweging ≡ een beweging volgens een cirkelbaan waarbij de grootte van de snelheid constant is.

De momentane snelheid is altijd rakend aan de cirkelbaan.



Snelheid verandert voortdurend van richting
Versnelling $\vec{a}$ is <u>nooit</u> = 0

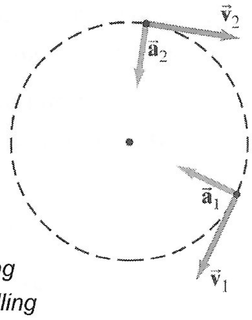
52

Kinematica bij eenparige cirkelvormige beweging

Snelheidsvector: raakt aan de baan,
constante grootte

Versnellingsvector: wijst naar middelpunt van de cirkel:
"*centripetale versnelling*",
grootte gegeven door:

$$\boxed{a_R = \frac{v^2}{r}}$$



Hoe kleiner de straal, hoe groter de centripetale versnelling
Hoe groter de snelheid, hoe groter de centripetale versnelling

Periode $T \equiv$ tijd nodig voor een complete omwenteling

Frequentie $f \equiv$ aantal omwentelingen per seconde

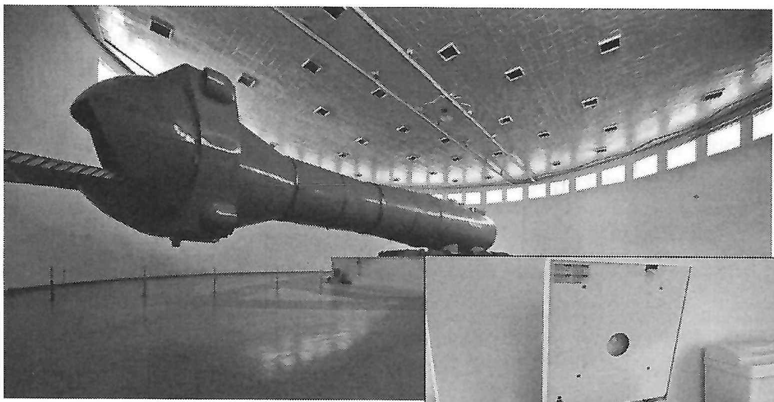
$$\boxed{T = \frac{1}{f}}$$

Snelheid (grootte) = $\dfrac{\text{omtrek cirkel}}{\text{periode}}$

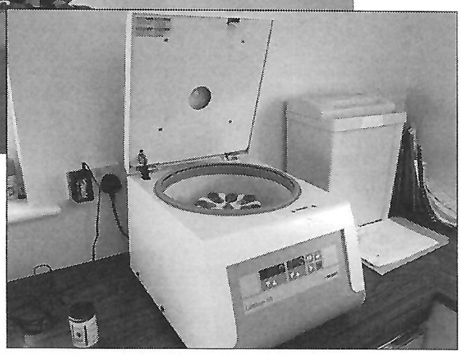
$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$$

53

Toepassing: centrifuge



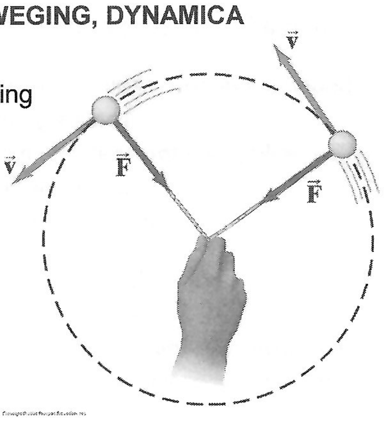
astronaut: 30 g
http://www.youtube.com/watch?v=TGHvFpNCrtQ
http://www.youtube.com/watch?v=NWBMYV6S5gA



bloed: 13000 g

54

5.3 EENPARIGE CIRKELVORMIGE BEWEGING, DYNAMICA



Cirkelbeweging is een **versnelde** beweging
(centripetale versnelling $a_R = v^2/r$)
Er is een **kracht** nodig om een voorwerp op een cirkelbaan te houden

$$\sum F_R = m a_R = m \frac{v^2}{r}$$

radiale vectorcomponent

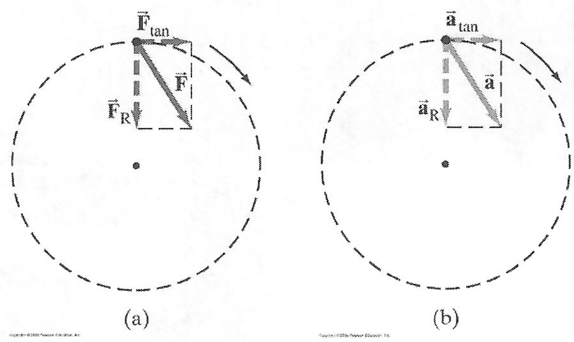
Eenparige cirkelvormige beweging:
Versnelling wijst naar middelpunt cirkel (*'centripetale versnelling'*)
⇒ de nettokracht (op massa *m*) wijst naar middelpunt cirkel.
↘ ***'centripetale kracht'***: verantwoordelijk voor de centripetale versnelling
geen netto tangentiële krachtcomponent

55

5.5 NIET EENPARIGE CIRKELVORMIGE BEWEGING, DYNAMICA

Niet-eenparige cirkelvormige beweging ≡ een beweging volgens een cirkelbaan waarbij de grootte van de snelheid niet constant is

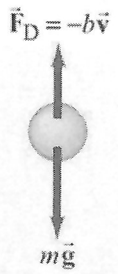
Nettokracht heeft ook een component rakend aan de cirkelbaan.
Versnelling heeft ook een component rakend aan de cirkelbaan.



56

5.6 SNELHEIDSAFHANKELIJKE KRACHTEN: WEERSTAND EN EINDSNELHEID

Als een voorwerp doorheen een vloeistof of gas beweegt, ondervindt het een **weerstandskracht** die afhangt van de snelheid van het voorwerp.



Kleine snelheden: weerstandskracht $\propto$ snelheid

$$F_D = -bv$$

Grotere snelheden: weerstandskracht $\propto$ snelheid^2

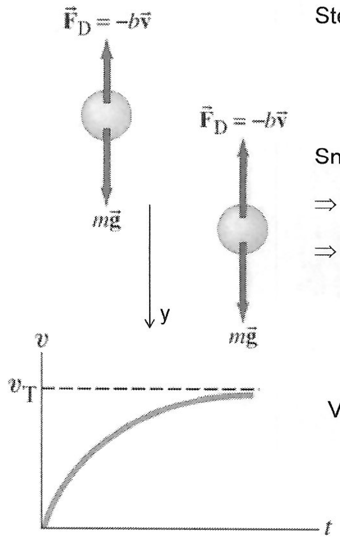
$$F_D \propto v^2$$

b = constante afhankelijk van
- viscositeit fluïdum
- vorm voorwerp

We negeren hier opwaartse krachten; zie H13

57

Eindsnelheid



Stel voorwerp valt vanuit rust in lucht of in vloeistof:

$$\sum F = mg - bv = m\frac{dv}{dt}$$

Snelheid neemt toe $\Rightarrow$ weerstandskracht neemt toe

$\Rightarrow$ versnelling neemt af.

$\Rightarrow$ weerstandskracht zal uiteindelijk even groot worden als de zwaartekracht, zodat

$$\sum F = mg - bv = m\frac{dv}{dt} = 0$$

Voorwerp bereikt constante eindsnelheid:

$$v_T = \frac{mg}{b}$$

We negeren hier opwaartse krachten; zie H13

58

Felix Baumgartner: sprong vanaf 36 km hoogte…

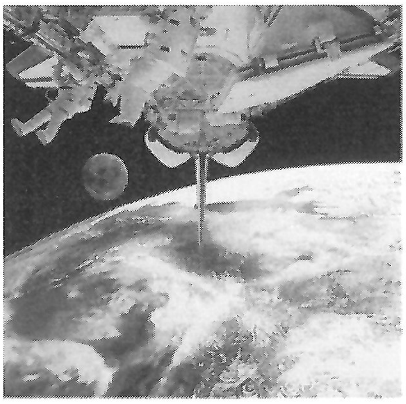
https://www.youtube.com/watch?v=FHtvDA0W34I

eindsnelheid: 1110 km/uur

59

Hoofdstuk 6

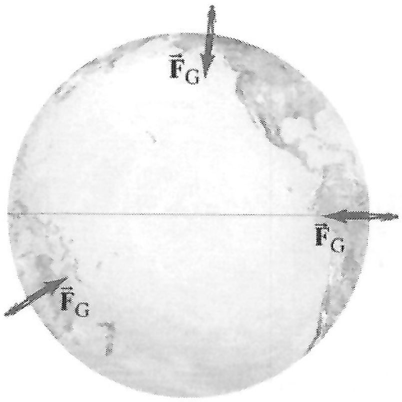
De zwaartekracht en de synthese van Newton



60

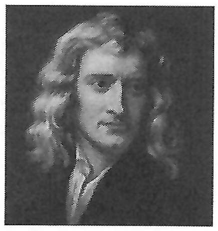
6.1 DE WET VAN DE UNIVERSELE ZWAARTEKRACHT VAN NEWTON

Centrale vraag: wat is de oorzaak van de zwaartekracht die werkt op alle objecten op aarde? Die kracht is steeds gericht naar het middelpunt van de aarde.



Newton: de oorzaak is de **aarde**!

Deze kracht moet ook de **maan** in zijn baan houden.



61

De zwaartekracht die een voorwerp uitoefent op een tweede voorwerp is gericht naar het eerste voorwerp toe en is gelijk en tegengesteld gericht aan de kracht die door het tweede voorwerp uitgeoefend wordt op het eerste.

62

De gravitatiekracht moet dus evenredig zijn met beide massa's.

Door de studie van planetaire banen ontdekte Newton dat de gravitatiekracht afneemt met het kwadraat van de afstand tussen de massa's.

Universele gravitatiewet:

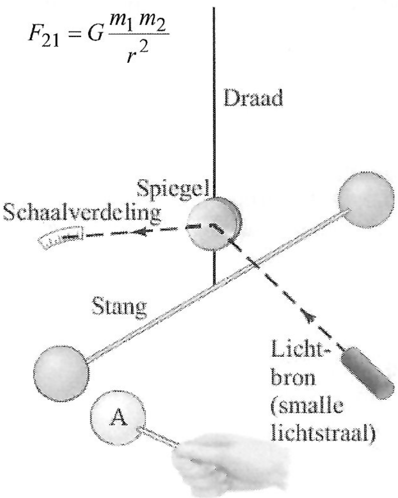
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}.$$

63

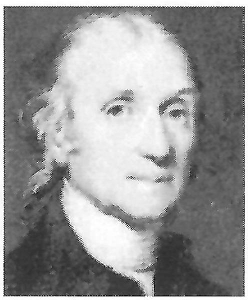
Experimenteel bepalen van de gravitatieconstante *G*

$$F_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



De grootte van de gravitatieconstante G kan in een laboratoriumproef gemeten worden!

Dit is het zgn. **Cavendish experiment** (naar Henry Cavendish).

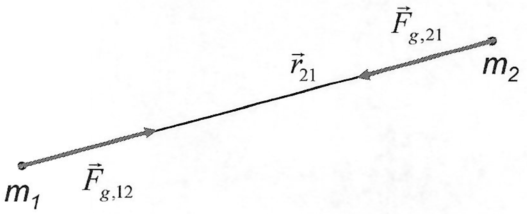


64

6.2 DE VECTORVORM VAN DE WET VAN DE UNIVERSELE ZWAARTEKRACHT VAN NEWTON

Vectorvorm:

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21}.$$



In geval van meerdere puntmassa's is de totale kracht gelijk aan de vectorsom van de individuele krachten:

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_{12} + \vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{14} + \cdots + \vec{\mathbf{F}}_{1n} = \sum_{i=2}^{n}\vec{\mathbf{F}}_{1i}.$$

65

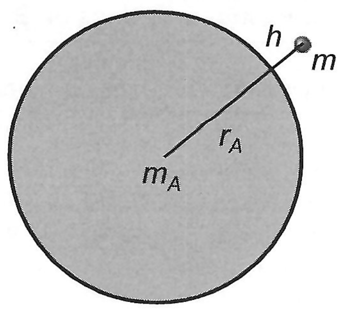
6.3 DE ZWAARTEKRACHT VLAK BIJ HET OPPERVLAK VAN DE AARDE

Aantrekkingskracht door de aarde op een voorwerp op korte afstand

$$\left|\vec{F}_g\right| = G\frac{m_A m}{(r_A + h)^2}$$

$r_A + h \cong r_A$
als $h << r_A$

$$\left|\vec{F}_g\right| \approx G\frac{m_A m}{r_A^2} = m g$$



Valversnelling: $g = G\frac{m_A}{r_A^2} \cong 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$

Toepassing: bepaling van de massa van de aarde (Cavendish)

$$m_A = \frac{g r_A^2}{G} = 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

Gekend uit Cavendish experiment

66

Bereken de waarde van *g* aan boord van een lijnvliegtuig, 9000 m boven zeeniveau.

Antwoord:

Tel 9000 m op bij de straal van de aarde.

Herbereken g

$g = 9.77\ m/s^2$

67

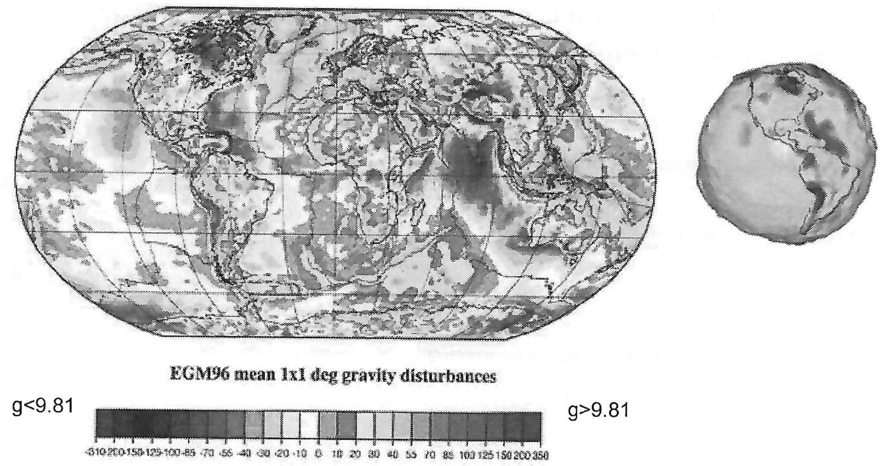
TABLE 6–1
Acceleration Due to Gravity at Various Locations on Earth

Location	Elevation (m)	g (m/s^2)
New York	0	9.803
San Francisco	0	9.800
Denver	1650	9.796
Pikes Peak	4300	9.789
Sydney, Australia	0	9.798
Equator	0	9.780
North Pole (calculated)	0	9.832

De valversnelling varieert op het aardoppervlak ten gevolge van verschillen in hoogte, geologische omstandigheden en de vorm van de aarde (niet perfect sferisch).

68

Zwaartekracht: lokale kleine variaties

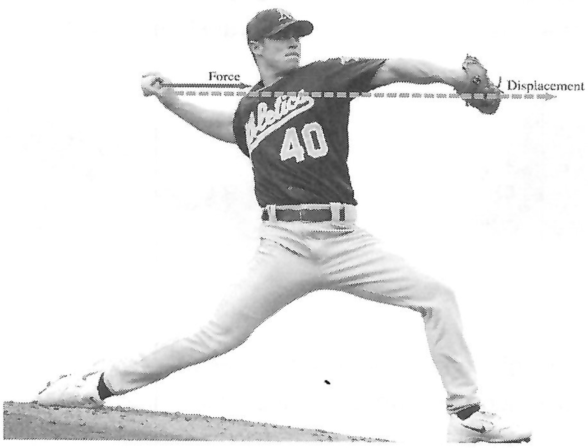


Belangrijk voor correcte beschrijving van bv. satellietbanen, nauwkeurigheid van GPS,...

69

HOOFDSTUK 7

Arbeid en energie



70

ENERGIE

Een systeem dat in staat is om arbeid te leveren, bezit energie

Energie = de capaciteit om arbeid te leveren

Arbeid = overdracht van energie

Arbeid en energie zijn gelijkwaardig
→ zelfde eenheid, zelfde dimensie

Dimensie: $[M\ L^2\ T^{-2}]$

Eenheid: $1\ J = 1\ kg\ m^2/s^2$

71

Analogie

Energie =
de capaciteit om
arbeid te leveren

Arbeid =
het proces waarbij energie
getransfereerd wordt

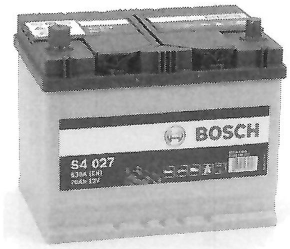
Behoud van energie: energie kan niet gecreëerd of vernietigd worden, het kan enkel overgedragen worden tussen verschillende systemen of van de ene vorm in de andere vorm.

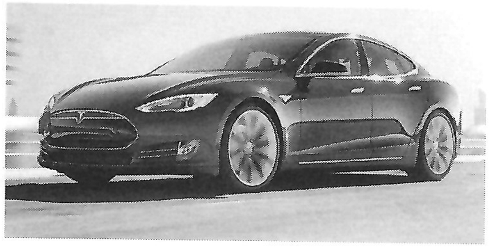
72

Analogie

Energie =
de capaciteit om
arbeid te leveren

Arbeid =
het proces waarbij energie
getransfereerd wordt





Behoud van energie: energie kan niet gecreëerd of vernietigd worden, het kan enkel overgedragen worden tussen verschillende systemen of van de ene vorm in de andere vorm.

73

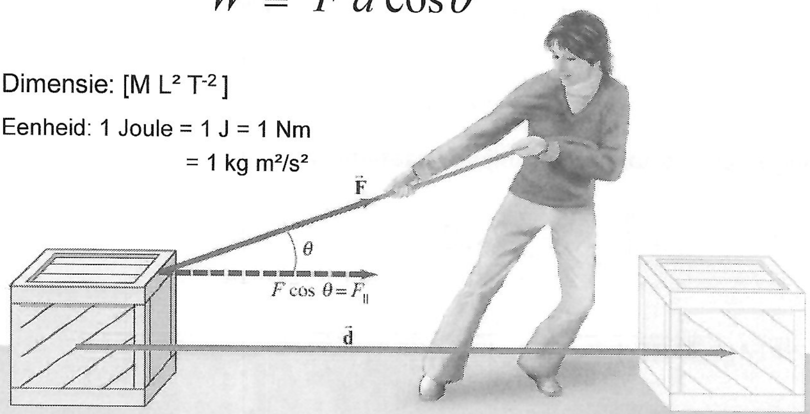
7.1 ARBEID VERRICHT DOOR EEN CONSTANTE KRACHT

Arbeid verricht door een constante kracht is gelijk aan de grootte van de verplaatsing maal de component van de kracht evenwijdig aan de verplaatsing.

$$W \equiv F\,d\cos\theta$$

Dimensie: $[M\,L^2\,T^{-2}]$

Eenheid: 1 Joule = 1 J = 1 Nm
= 1 kg m²/s²

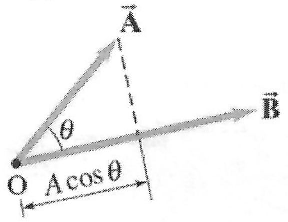


74

7.2 HET INWENDIG PRODUCT VAN TWEE VECTOREN

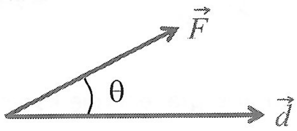
Definitie van het inwendig (of scalair) product:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} \equiv AB\cos\theta$$



Toegepast op de arbeid:

$$W = \vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{d}} = Fd\cos\theta.$$



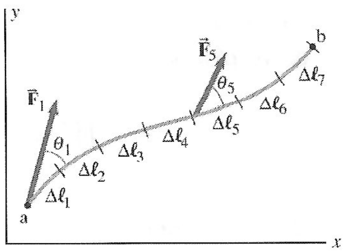
75

7.3 ARBEID VERRICHT DOOR VARIABELE KRACHT

Elementaire arbeid verricht door een kracht ≡ **kracht • verplaatsing** (scalair product !)

$$dW \equiv \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = F\,d\ell\cos\theta$$

verplaatsing aangrijpingspunt kracht



Algemeen: totale arbeid bij verplaatsing van *a* naar *b*

$$W(a\to b) \equiv \int_a^b dW = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

$$W(A\to B) = \int_{x_a}^{x_b} F_x\,dx + \int_{y_a}^{y_b} F_y\,dy + \int_{z_a}^{z_b} F_z\,dz$$

76

Veerkracht

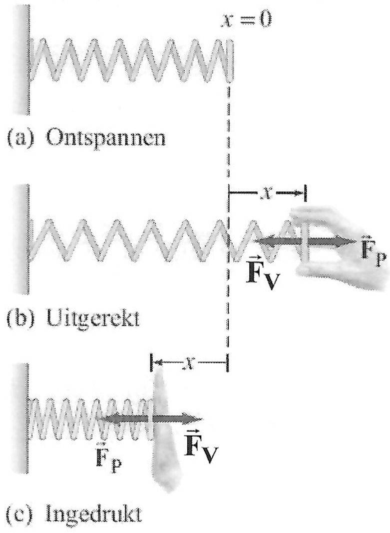
Veerkracht ≡ kracht uitgeoefend door een veer

Wet van Hooke (veerkracht)

$$F_V = -k\,x$$

Hoe groter de uitrekking (indrukking), hoe harder de veer terugtrekt(duwt)

Elastische kracht ≡ terugroepende kracht evenredig met de verlenging (verplaatsing) t.o.v. evenwicht



Veerconstante k

k groot ⇒ veer moeilijk te vervormen

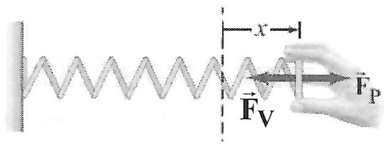
Dimensie: $[MT^{-2}]$ eenheid: N/m

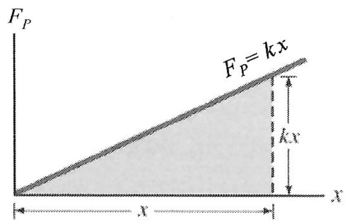
77

Arbeid verricht OP de veer

Stel uitrekken van 0 tot x (zonder versnelling)

$$W_P = \int_{x_a=0}^{x_b=x} \left(\vec{F}_P(x)\vec{e}_x\right)\cdot\left(dx\,\vec{e}_x\right) = \int_0^x F_P(x)\,dx = \int_0^x kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2$$





Grafiek van $F_P\,(x)$.

De geleverde arbeid is gelijk aan het gearceerde oppervlak.

Arbeid verricht DOOR de veer

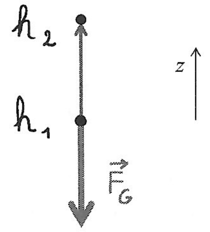
$$W_V = -\frac{1}{2}kx^2$$

78

Voorbeeld

Bereken de arbeid geleverd door de zwaartekracht als een deeltje met massa m zich verplaatst van een hoogte h_1 naar een hoogte h_2.

$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (G_x dx + G_y dy + G_z dz) \\ &= \int_{z=h_1}^{z=h_2} (-mg) dz \\ &= -mg(h_2 - h_1) \end{aligned}$$



Opm.: de arbeid verricht door de zwaartekracht is onafhankelijk van gevolgde weg

79

Mechanische energie

= Kinetische energie + Potentiële energie

de energie die een voorwerp bezit omwille van zijn beweging.

(Zie verder)
de energie die een voorwerp bezit omwille van zijn positie in een conservatief krachtveld (vb. gravitatieveld, elektrisch veld, ...)

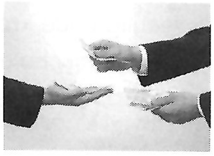
80

7.4 PRINCIPE VAN ARBEID EN KINETISCHE ENERGIE

Kinetische energie =
***energie die een deeltje bezit omwille van zijn beweging*:**

Stel: een deeltje versnelt $0 \to \vec{v}$

$\rightarrow$ deeltje krijgt kinetische energie



Waar komt die energie vandaan?

$\rightarrow$ resulterende kracht verricht arbeid

$\rightarrow$ veroorzaakt de versnelling $\sum F = ma$

81

Kinetische energie =
***energie die een deeltje bezit omwille van zijn beweging*:**

Stel: een deeltje versnelt $0 \to \vec{v}$ of $\vec{v}_1 \to \vec{v}_2$

$\rightarrow$ deeltje krijgt kinetische energie

Waar komt die energie vandaan?

$\rightarrow$ resulterende kracht verricht arbeid

$\rightarrow$ veroorzaakt de versnelling $\sum F = ma$

principe van arbeid en kinetische energie

Arbeid verricht door de resulterende kracht (= netto verrichte arbeid)
= verandering van kinetische energie van het deeltje

Algemeen: $W_{net} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

82

Samenvattend: kinetische energie van een puntmassa

Kinetische energie:
energie die een deeltje bezit omwille van zijn beweging:

De netto verrichte arbeid (arbeid verricht door de resulterende kracht) is gelijk aan de verandering van kinetische energie van het deeltje.

$$\boxed{\Delta K = W_{\vec{F}_{\text{Resulterend}}}}$$

Translationele kinetische energie:

$$\boxed{K = \frac{m v^2}{2}}$$ *(scalair)*

Later ook kinetische energie voor rotatie

Dimensie: [M L² T⁻²] **Eenheid**: 1 J = 1 kg m²/s²

83

Hoofdstuk 8

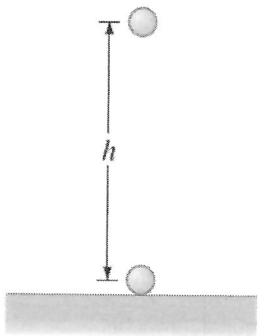
Behoud van energie

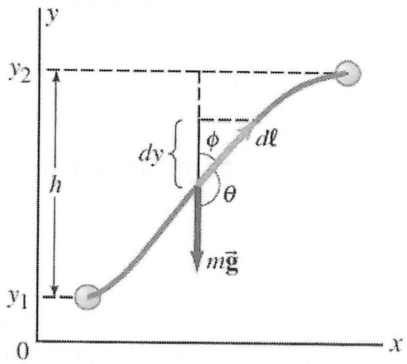
84

8.1 CONSERVATIEVE EN NIET-CONSERVATIEVE KRACHTEN

Een kracht is **conservatief** wanneer de arbeid verricht door de kracht op een voorwerp dat van een punt naar een ander punt beweegt alleen afhankelijk is van de begin- en eindpositie van het voorwerp en onafhankelijk is van de gevolgde baan.

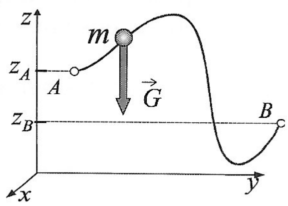
Een **niet-conservatieve** kracht wordt een **dissipatieve** kracht genoemd.





85

De zwaartekracht is een conservatieve kracht



Dicht bij aardoppervlak:

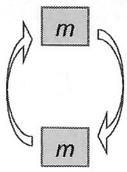
$\vec{G} = -mg\vec{e}_z$

└→ constant ⇒ conservatief

Arbeid verricht door zwaartekracht op m

$$W(A \to B) = \vec{G} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = -mg(z_B - z_A)$$ *enkel verticale verplaatsing telt*

Verplaatsing naar boven
→ zwaartekracht ontvangt arbeid
($W < 0$)



Verplaatsing naar beneden
→ zwaartekracht levert arbeid
($W > 0$)

Ook algemene gravitatiekracht is conservatief

86

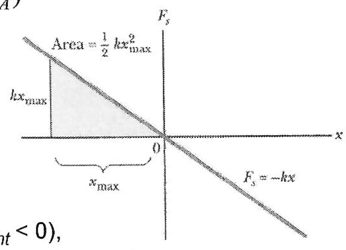
De veerkracht is een conservatieve kracht

Veerkracht op m: $\vec{F}_v = -kx\,\vec{e}_x$

Arbeid verricht door veer op m *(stel IS met v_x = 0 t.o.v. veer)*

$$W(A \to B) = \int_{x_A}^{x_B} F_v\,dx = -k\int_{x_A}^{x_B} x\,dx = -\frac{k}{2}(x_B^2 - x_A^2)$$

$\longrightarrow$ veerkracht is conservatief



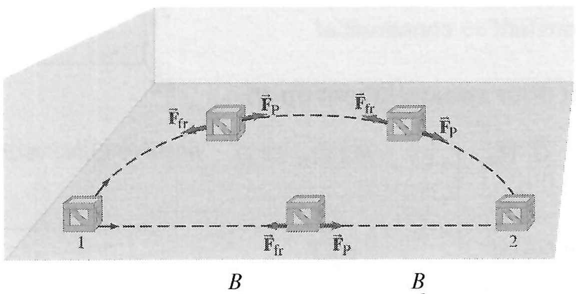
De veer ontvangt arbeid van de massa ($W_{veerkracht}$ < 0),
zowel bij uitrekken als bij indrukken van de veer vanuit evenwicht.

87

8.1 Conservatieve en niet-conservatieve krachten

Bij de wrijvingskracht hangt de geleverde arbeid niet alleen af van begin- en eindpunt, maar ook van de gevolgde weg.

De wrijvingskracht is een **dissipatieve** kracht.



$$W_{AB}^{fr} = \int_A^B \vec{F}_{fr}\cdot d\vec{x} = -\int_A^B F_{fr}dx$$

$$= -F_{fr}\int_A^B dx = -F_{fr}d$$

88

Conservatieve krachten:

- zwaartekracht
- veerkracht
- elektrische kracht

Niet-conservatieve krachten

- wrijving
- luchtweerstand
- trekkracht in touw

Alleen voor conservatieve krachten zullen we een potentiële energie kunnen definiëren.

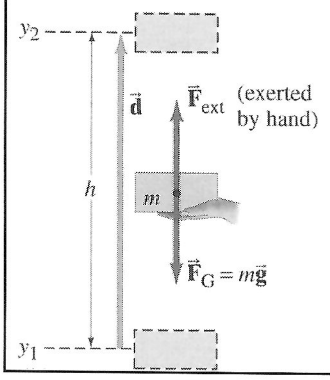
89

8.2 POTENTIELE ENERGIE

Een voorwerp kan **potentiële energie** hebben ten gevolge van de positie van het voorwerp t.o.v. zijn omgeving.

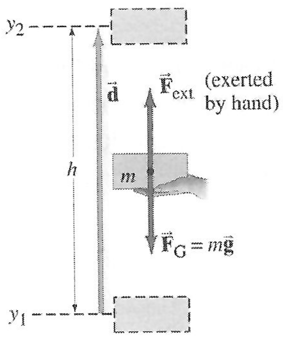
Voorbeelden van potentiële energie:

- een opgewonden veer
- een uitgerokken elastiek
- een voorwerp op bepaalde hoogte boven de grond



Wat is de arbeid geleverd door $\vec{F}_{ext}$?

90



Arbeid leveren

$$\boxed{W_{ext} = mg(y_2 - y_1) = \Delta U}$$

opgeslagen ⟹ Potentiële energie

$$\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_G : \Delta U = W_{ext} = -W_G$$

Enkel voor conservatieve krachten !

$$\boxed{dU = -\vec{F}_G \cdot d\vec{r}}$$

91

Potentiële energie van conservatieve kracht

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -W_{\vec{F}}}$$

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

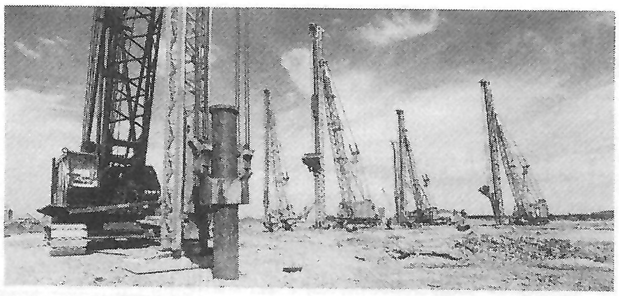
Slechts bepaald op constante na !!!

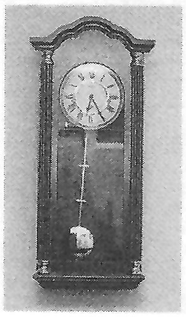
Potentiële energie is specifiek voor het **systeem**

- Scalaire grootheid
- Dimensie: [energie]
- Eenheid: Joule

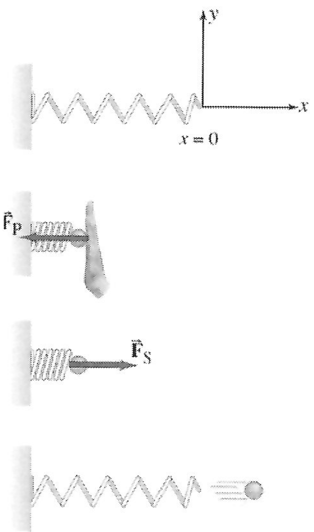
92

Toepassingen zwaartekracht potentiële energie





93



Een veer heeft elastische potentiële energie wanneer hij ingedrukt of uitgerokken wordt.

De veerkracht is :

$$F_S = -kx,$$

waarin k de veerconstante is.

Een veer kan samengedrukt worden en dan arbeid leveren wanneer hij terug zijn oorspronkelijke lengte aanneemt.

94

De potentiële energie van de veer is:

$$\Delta U = U(x) - U(0)$$

$$= -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_S \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\int_0^x (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2$$

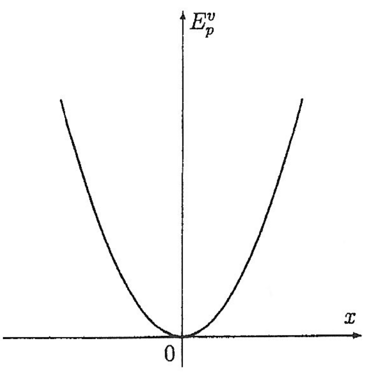
$$\boxed{U_{\text{el}}(x) = \tfrac{1}{2}kx^2.}$$

95

Grafische voorstelling

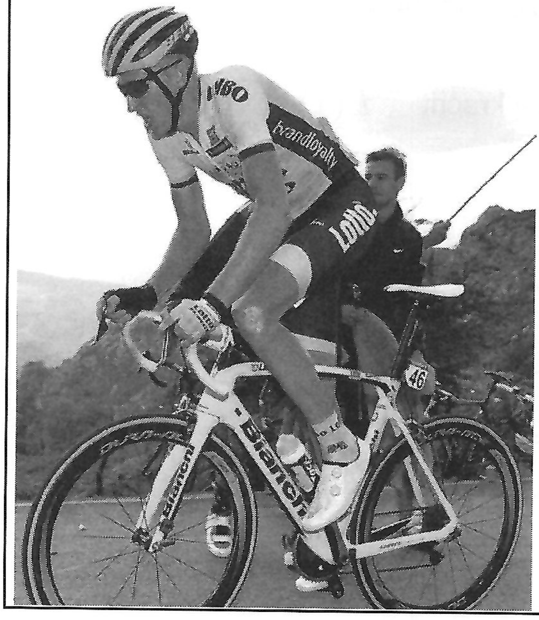
potentiële energie van massa o.i.v. veerkracht

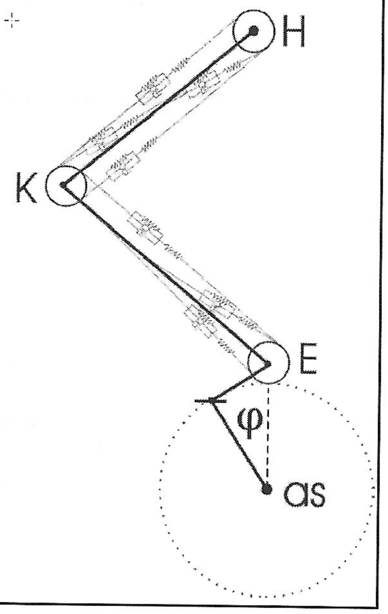
$$E_p = \frac{kx^2}{2} \quad \text{met} \quad E_p(x=0)=0$$



96

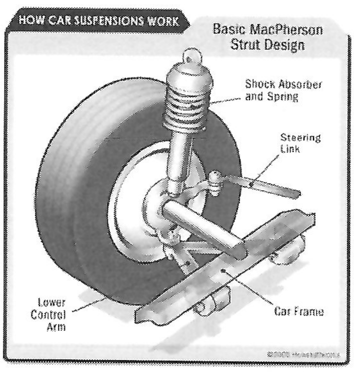
Toepassing: optimalisatie van beweging





97

Voorbeeld: vering van een auto



Combinatie van veer en demping

98

Verband potentiële energie - kracht

1 dimensie: conservatieve kracht $F(x)$

$$dU = -\vec{F}(x)\cdot d\vec{x} = -F(x)dx$$

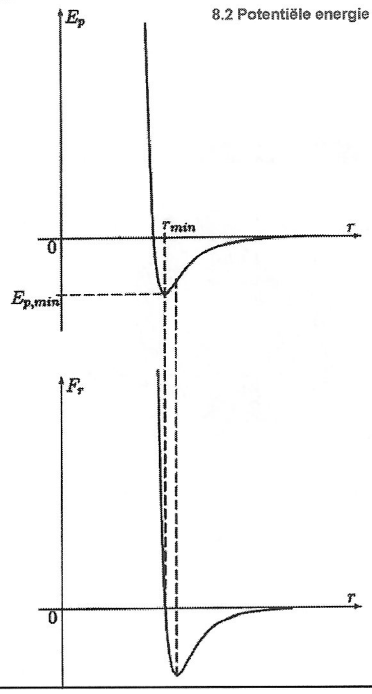
$$\boxed{F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}}$$

99

Voorbeeld

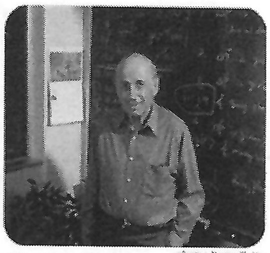
Potentiële energie van wisselwerking tussen twee moleculen i.f.v. hun onderlinge afstand:

Krachtcomponent volgens verbindingslijn:



100

Toepassing: berekening van atoomposities in een kristal



Walter Kohn
University of California
at Santa Barbara, USA

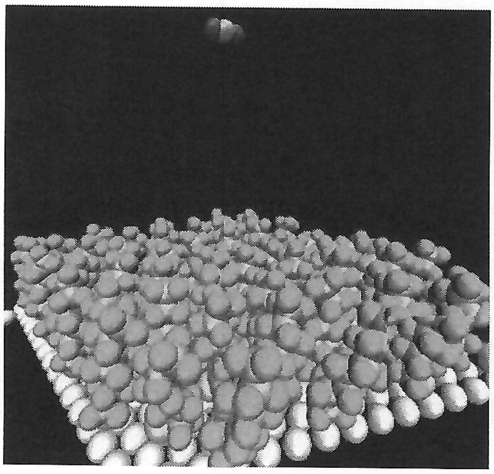
John A Pople
Northwestern University, Evanston,
Illinois, U S A

Nobelprijs Scheikunde 1998

Basisidee: als de interatomaire potentialen gekend zijn, kan met een krachtige computer de atomaire structuur van een kristal berekend worden.

101

Studie van nanosystemen: statisch en dynamisch

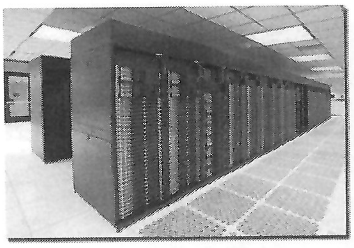


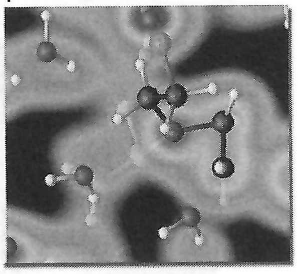
CO2 + C8 SAM; simulatie door Bill Hase (Texas Tech)

Ijsvorming: https://www.youtube.com/watch?v=gmjLXrMaFTg
https://www.youtube.com/watch?v=RtTGae1Wwdo

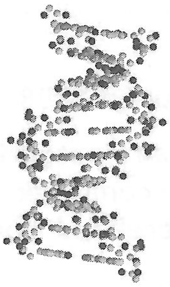
102

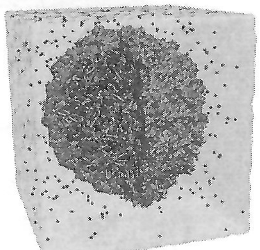
Studie van biosystemen: simulaties van complexe moleculen





'in silico research'





Theoretical and Computational Biophysics Group
Beckman Institute
University of Illinois at Urbana-Champaign

Atomistische simulaties zijn belangrijk onderzoeksgebied geworden.

103

Studie van biosystemen: atomaire simulaties van H1N1 griepvirus

SARS-CoV-2 virus: https://vimeo.com/417208044/758c67edaf

Deze simulaties bevatten ongeveer **200 miljoen atomen**!

104

https://insigneo.org/in-silico-medicine-definition-history-institutions-main-achievements/

INSIGNEO
Institute for *in silico* Medicine

The University Of Sheffield.

Home About Insigneo Facilities Our Research For Clinicians For Members Events Ne

In Silico Medicine: Definition, History, Institutions, Main Achievements

105

8.3 MECHANISCHE ENERGIE EN BEHOUD DAARVAN

Arbeid – energie theorema:

$$W_{net} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Conservatieve krachten:

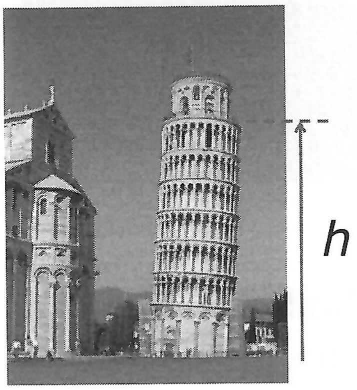
$$\boxed{\Delta K + \Delta U = 0}$$

$$W_{net} = \int_1^2 \vec{F}_{net} \cdot d\vec{\ell} = -\Delta U$$

Als alleen conservatieve krachten arbeid verrichten, wordt de totale hoeveelheid mechanische energie behouden.

106

Met welke snelheid bereikt een massa *m* de grond?

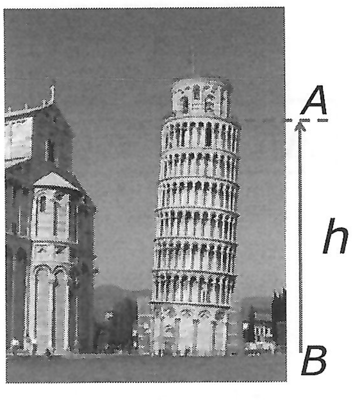


Zwaartekracht = conservatief

→ behoud van mechanische energie

107

Met welke snelheid bereikt een massa *m* de grond?



$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$U(0) = 0$$

$$0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 0$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

108

8.5 DE WET VAN BEHOUD VAN ENERGIE

Wrijving reduceert mechanische energie

→ dissipatieve kracht

→ mechanische energie wordt omgezet in warmte

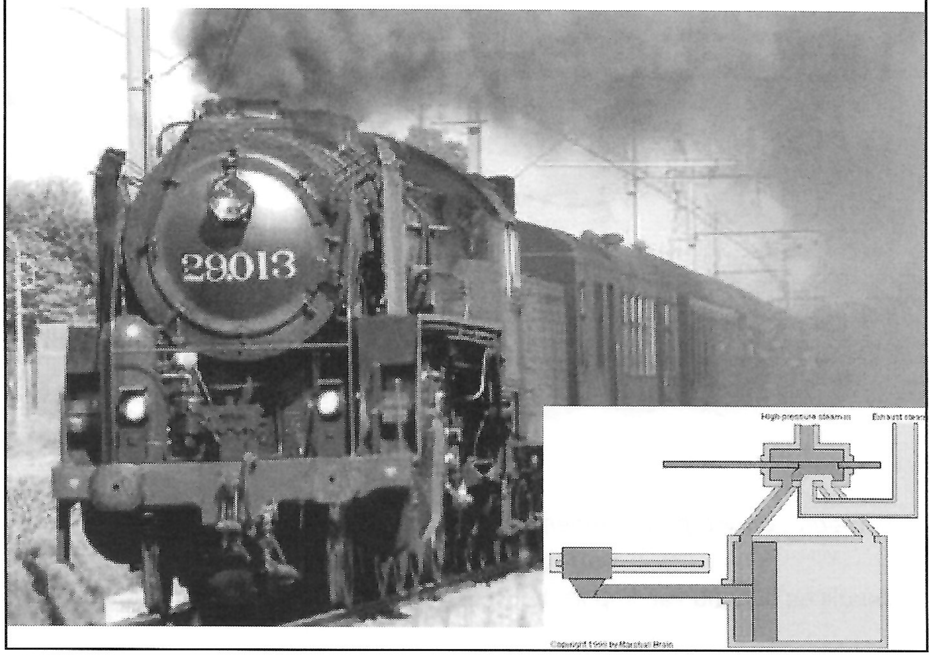
→ warmte als vorm van energie

In een willekeurig proces wordt de totale hoeveelheid energie behouden.

Energie kan van de ene vorm in de andere worden omgezet, maar de totale hoeveelheid energie blijft dezelfde.

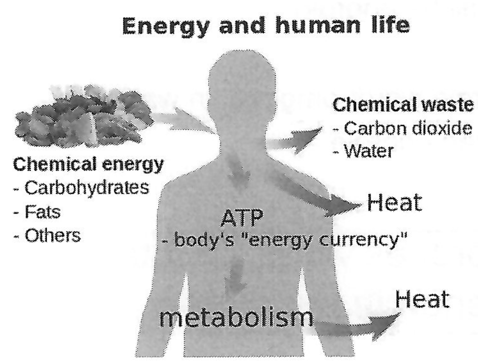
109

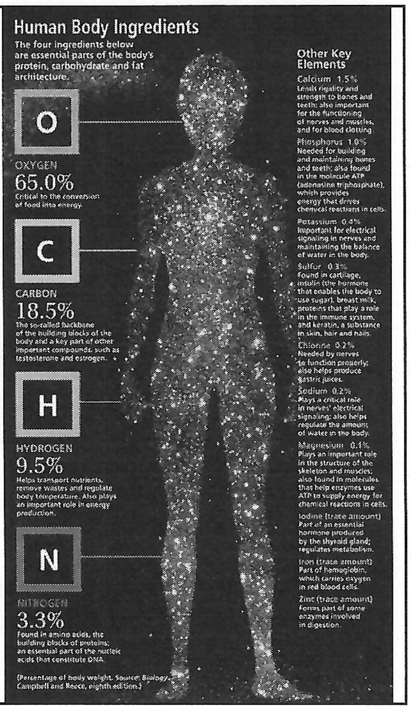
Arbeid door druk (omzetting van warmte-energie naar mechanische energie)



110

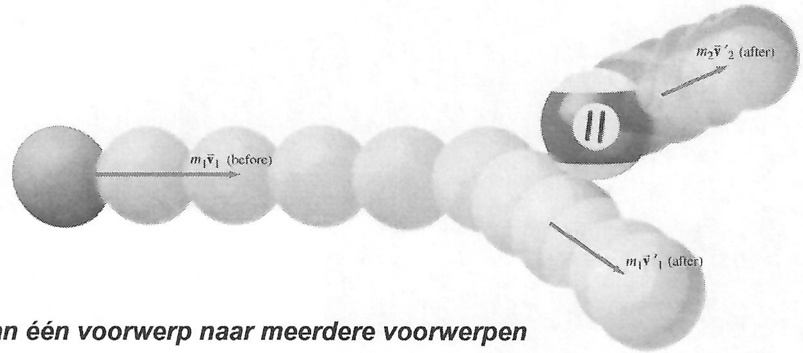
Energie-omzetting in het menselijk lichaam





111

HOOFDSTUK 9
IMPULS



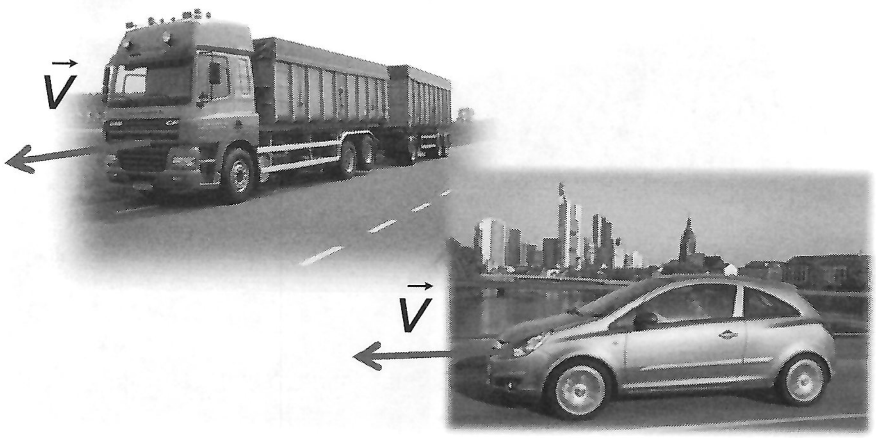
Van één voorwerp naar meerdere voorwerpen

Impuls en behoud van impuls; botsingen analyseren, massamiddelpunt

112

Inleiding

Hoeveel beweging ?



113

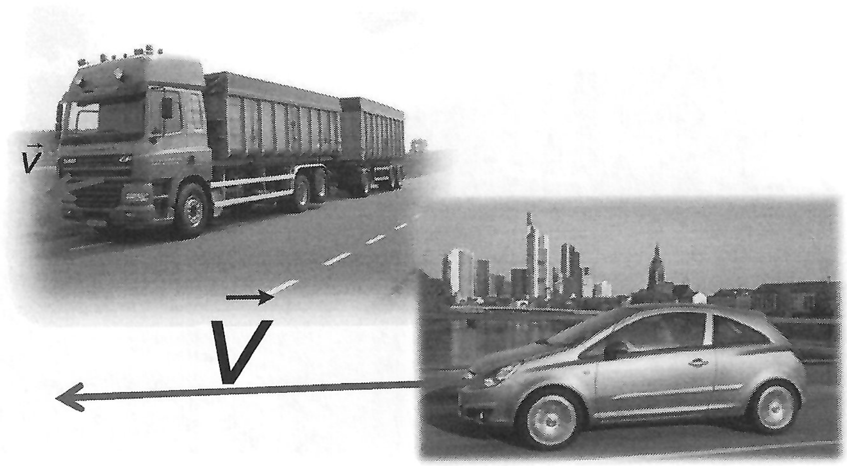
Inleiding

Hoeveel beweging ?

114

Inleiding

Hoeveel beweging ?



115

9-1 IMPULS EN DE RELATIE MET KRACHT

Het concept 'impuls' ***(Engels: 'momentum')***

Impuls *≡ product van de massa en de snelheid van een deeltje*

$\boxed{\vec{p} \equiv m\vec{v}}$ *'hoeveelheid van translatiebeweging'*

"Hoe moeilijk is het om een bewegend voorwerp te stoppen?"
~ snelheid
~ massa

Dimensie impuls: $[M\, L\, T^{-1}]$

Eenheid impuls: kg m/s = N s

116

Verband kracht en impuls: tweede wet van Newton

Hoe kunnen we de impuls veranderen?

- *massa veranderen*
- *snelheid veranderen* → *versnelling*

→ ***kracht** nodig !*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \underset{\substack{\uparrow \\ m \text{ constant}}}{=} m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

> ***De tweede wet van Newton: formulering m.b.v. impuls***
> *De nettokracht die op een deeltje werkt*
> *is gelijk aan de tijdsafgeleide van de impulsvector*
> *van het deeltje ("tempo van de verandering van*
> *de impuls van het deeltje").*

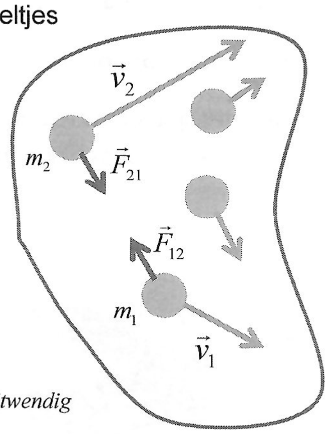
$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{constant}$$

117

9-2 BEHOUD VAN IMPULS

Impuls van een systeem van meerdere deeltjes

$$\boxed{\vec{P} \equiv m_1\vec{v}_1 + \ldots + m_n\vec{v}_n = \sum_i \vec{p}_i}$$



Tweede wet van Newton voor een systeem van meerdere deeltjes

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \underbrace{\sum_i \vec{F}_i}_{} = \sum_i \vec{F}_{uitw}$$

$$= \cancel{\sum_i \vec{F}_{i,\,inwendig}} + \sum_i \vec{F}_{i,\,uitwendig}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_i \vec{F}_{uitw}}$$

Enkel uitwendige krachten kunnen totale impuls van een systeem van deeltjes veranderen

118

Wet van behoud van impuls voor een systeem van deeltjes

Veronderstelling: geen uitwendige krachten

Als de netto uitwendige kracht op een systeem van deeltjes nul is, dan is de totale impuls een behouden grootheid.

$$\sum_i \vec{F}_{uitw} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \text{constant}$$

De totale impuls van een geïsoleerd systeem blijft constant.

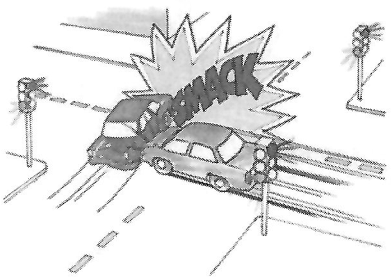
De totale hoeveelheid beweging van een systeem van deeltjes kan enkel veranderd worden door uitwendige krachten.

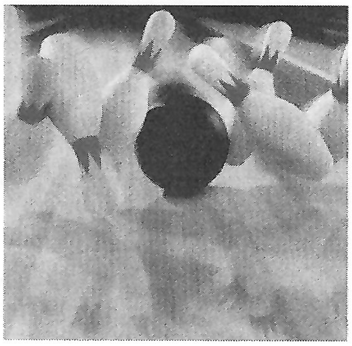
119

analyseren van BOTSINGEN (9.3 - 9.7)

Wat is een botsing ?

Twee deeltjes of systemen **botsen** als ze tijdens hun onderlinge interactie impuls en energie uitwisselen



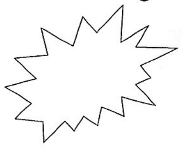


120

begin

K, $\vec{p}$, $\vec{v}$...

botsing



eind

K', $\vec{p}'$, $\vec{v}'$...

121

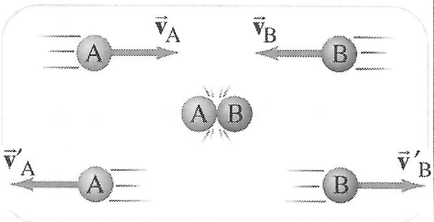
9.4 BEHOUD VAN ENERGIE EN IMPULS BIJ BOTSINGEN

Elastische en inelastische botsingen

impuls is behouden
(indien geen uitwendige kracht)

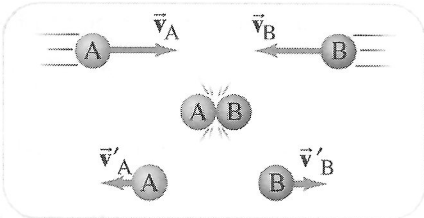
Elastische botsing: $\Delta K = 0$
kinetische energie (*K*) behouden

$K_A + K_B = K'_A + K'_B$



Inelastische botsing: $\Delta K \neq 0$
kinetische energie (*K*) niet behouden

$K_A + K_B = K'_A + K'_B + \textit{thermische en andere energie}$



Totale energie blijft wel behouden !!

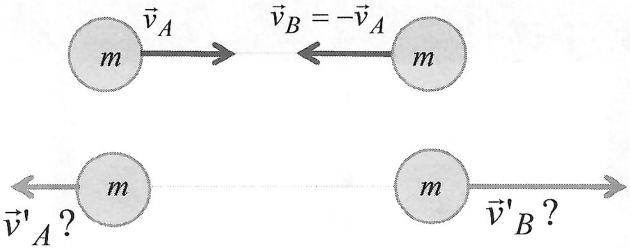
122

9-5 ELASTISCHE BOTSINGEN IN ÉÉN DIMENSIE

Voorbeeld:

Voor de botsing

Na de botsing



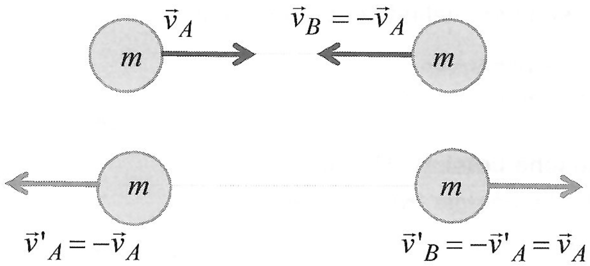
123

9-5 ELASTISCHE BOTSINGEN IN ÉÉN DIMENSIE

Voorbeeld:

Voor de botsing

Na de botsing



Behoud van impuls + behoud van kinetische energie

$$\begin{cases} m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B \\ \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \end{cases}$$

Deze voorwaarden leveren de onbekende grootheden

124

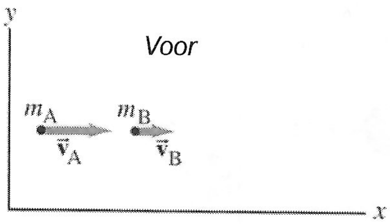
Algemene geval: elastische botsing in 1 dimensie

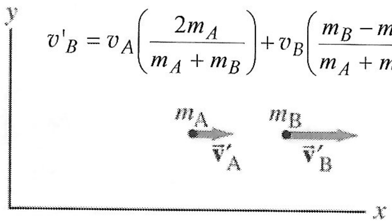
Bereken dit zelf!!!!

Modeloplossing: zie Toledo!

$$v'_A = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{2m_B}{m_A + m_B}\right)$$

$$v'_B = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)$$





Behoud van impuls + behoud van kinetische energie

$$\begin{cases} m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B \\ \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_A v'^2_A + \frac{1}{2}m_B v'^2_B \end{cases}$$

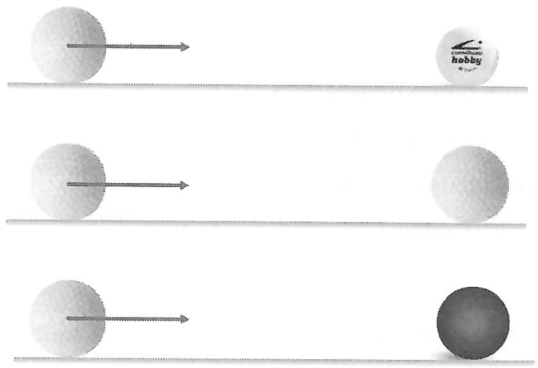
Deze voorwaarden leveren de onbekende grootheden

125

Bijzonder geval:

Stel deeltje A botst tegen deeltje B dat initieel in rust is $(v_b = 0)$

Voorbeeld: een golfbal botst tegen andere bal (in rust)



Pingpongbal

Andere golfbal

Zeer zware loden bal

Veronderstelling: elastische botsingen, geen uitwendige krachten

126

9-5 ELASTISCHE BOTSINGEN IN ÉÉN DIMENSIE

Stel $v_b = 0$

na botsing: $v'_A = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{2m_B}{m_A + m_B}\right) = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A$

na botsing: $v'_B = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right) = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_A$

$m_A >> m_B \quad v'_A \cong v_A$

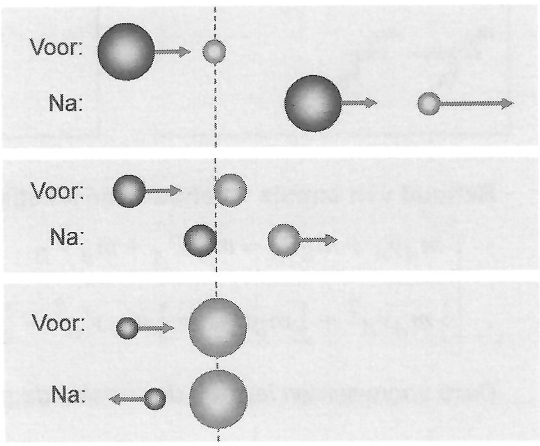
$v'_B = 2v_A$

$m_A = m_B \quad v'_A = 0$

$v'_B = v_A$

$m_A << m_B \quad v'_A \cong -v_A$

$v'_B \cong 0$



127

Elastische botsing tussen twee deeltjes

→ Behoud van impuls en van kinetische energie

Welk van de volgende botsingen benadert een elastische botsing ?

Botsing tussen twee auto's

Botsing van tennisbal op harde ondergrond

Botsing van stuiterbal op harde ondergrond

Botsing van auto tegen stilstaande muur

Botsing tussen twee biljartballen

...

Perfect elastische botsingen bijvoorbeeld op (sub)atomaire schaal

128

Toepassing☆☆

In een kernreactor moeten snelle neutronen afgeremd worden. Hiervoor gebruikt men moderatorstaven. De snelle neutronen botsen met de atomen van de moderatorstaven en moeten hierbij zoveel mogelijk kinetische energie afstaan. Welk materiaal zou je kiezen voor de moderatorstaven?

Zeer licht materiaal

Zeer zwaar materiaal

Eender welk materiaal

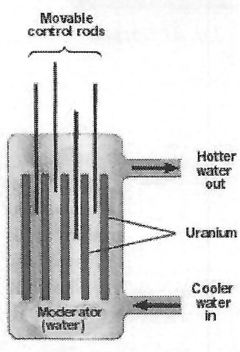
129

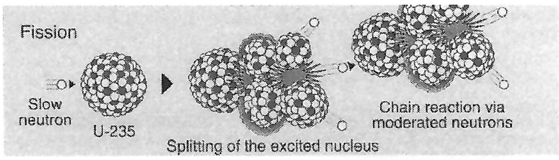
Toepassing: moderatorstaven in een kernreactor

Kernreactor:

Kernsplitsing van Uranium levert kleinere fragmenten, waaronder zeer snelle neutronen (10^7 m/s)

Deze neutronen moeten vertraagd worden (10^3 m/s) om nieuwe kernsplitsingen te kunnen veroorzaken → **moderatorstaven**





Botsingen van neutronen met lichte kernen zijn meer efficiënt om neutronen af te remmen.

Moderatorstaven: vb. grafiet (koolstof)

130

Elastische botsing:

→ Behoud van impuls

→ Behoud van kinetische energie

Neutron

Kern in moderator
stel $v_m = 0$

Uit voorgaande (met $v_B = 0$):

$$v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A \longrightarrow v'_n = \frac{m_n - m_m}{m_n + m_m} v_n$$

$$\frac{v'_n}{v_n} = \frac{m_n - m_m}{m_n + m_m}$$

massa neutron = 1 u

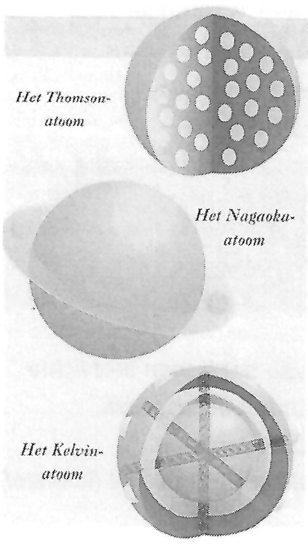
massa C = 12 u → neutron staat 15% van zijn snelheid af
neutron staat 28% van kinetische energie af

massa Pb = 206 u → neutron staat 1% van zijn snelheid af
neutron staat 2 % van kinetische energie af

131

BOTSINGEN EN ATOMAIRE STRUCTUUR

Aanvankelijke atomaire modellen:



Elektronen in positieve achtergrond.

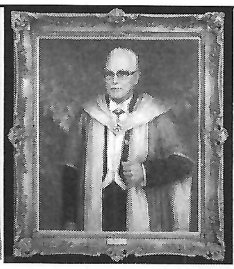
J.J. Thomson

'Saturnusmodel'

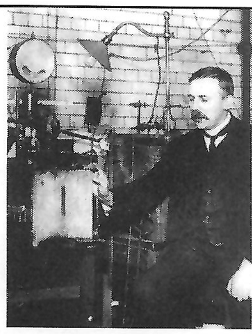
'Verenmodel'

132

Hans Geiger

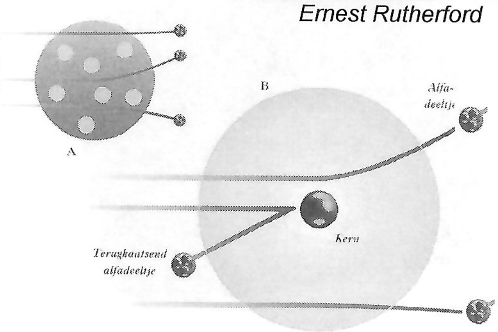


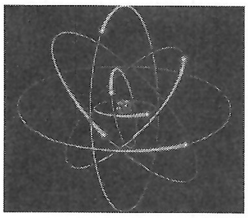
Ernest Marsden



Ernest Rutherford

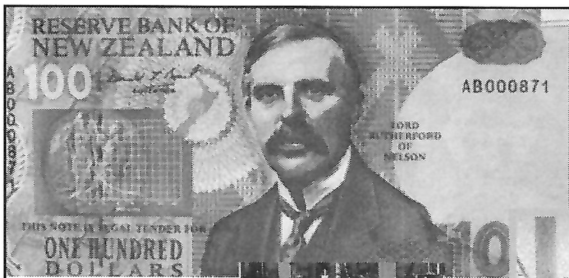
De sterke afbuiging van alfadeeltjes kan alleen maar verklaard worden wanneer de positieve lading bij mekaar gepakt zit in een kern.



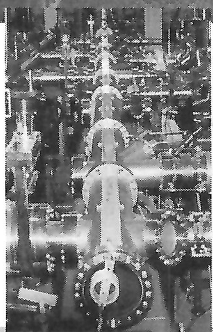


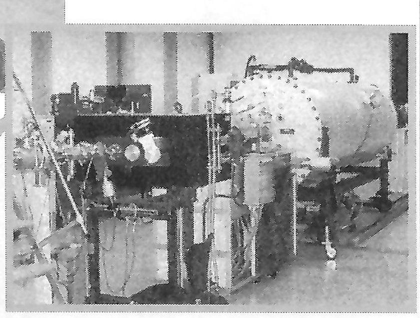
https://www.youtube.com/watch?v=5pZj0u_XMbc

133



Toepassing: samenstelling van een ongekend materiaal analyseren.

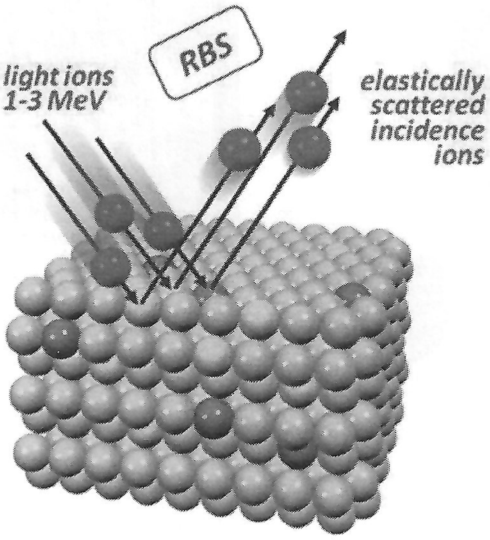




Rutherford Backscattering (2 MeV)

134

Rutherford Backscattering



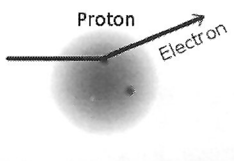
Werking: onbekend materiaal wordt gebombardeerd met ionen met gekende massa. Je meet de energie van die ionen na de botsing met het materiaal. Daaruit bereken je de massa van de atomen van het ongekende materiaal.

'Biljart met atomen'

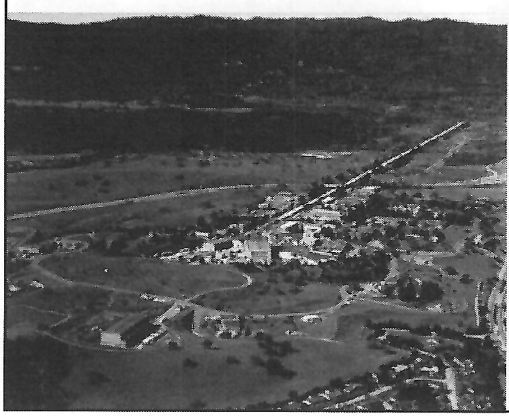
135

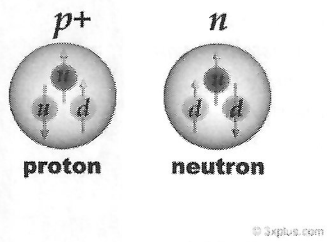
135

Inwendige van proton en neutron



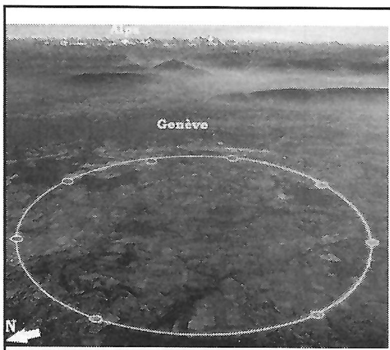
Friedman, Kendall, Taylor,
Nobelprijs Fysica 1990





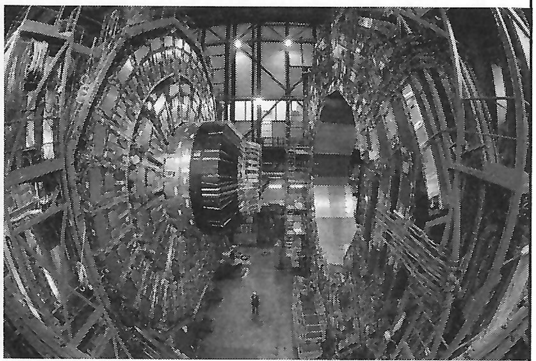
Stanford Linear Accelerator (elektronen met energie van 14 GeV)

136

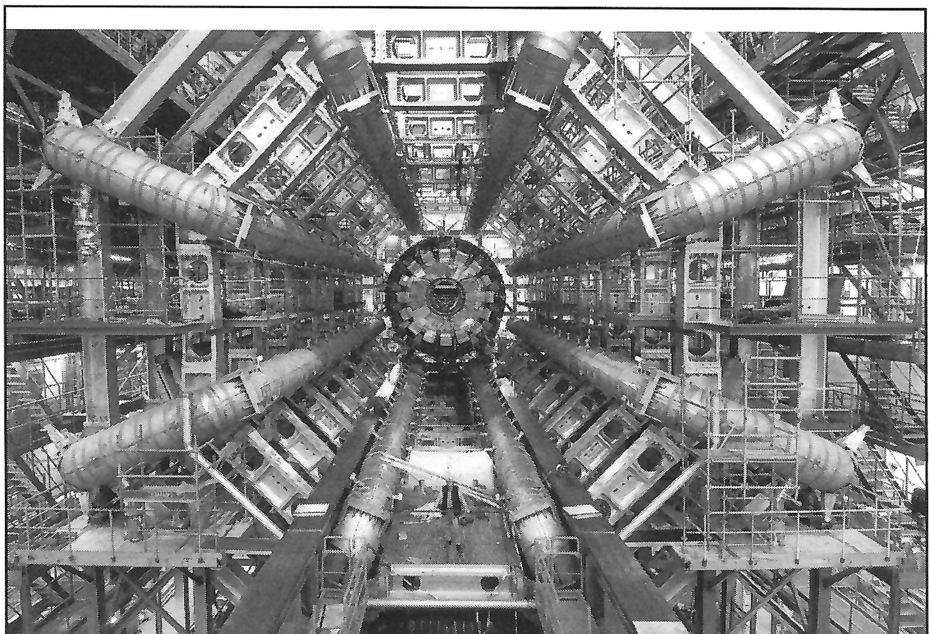


De Large Hadron Collider
(CERN):
zoektocht naar het Higgs deeltje.

(protonen met energie van 14 TeV)

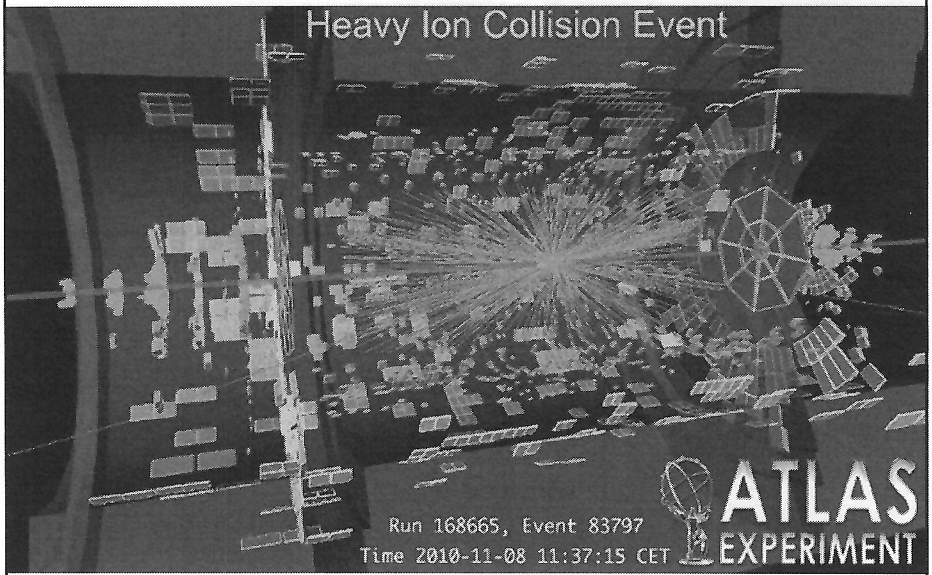


137



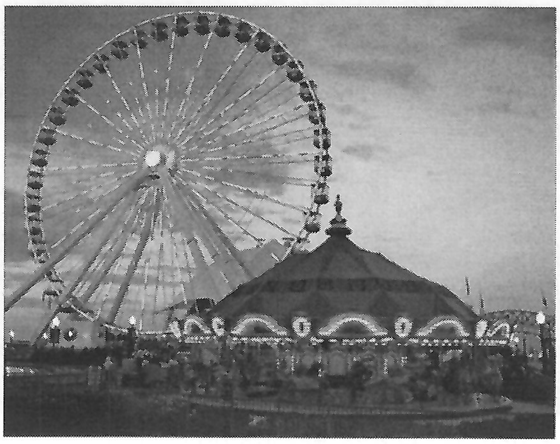
Ontdekking van het Higgs-deeltje (juli 2012)

138

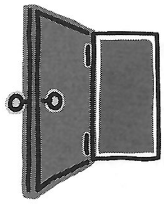


139

HOOFDSTUK 10
ROTATIEBEWEGING



140



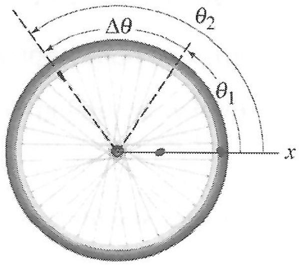
Waarom staat een deurklink meestal zo ver mogelijk van de scharnieren ?

Waarom krijg je een weerbarstige schroef toch los met een sleutel ?

Waarom draait een schaatser plots sneller als hij zijn armen intrekt ?

141

Rotatie



Voorbeeld: draaiend fietswiel

→ Verschillende punten hebben verschillende snelheden

systeem van deeltjes

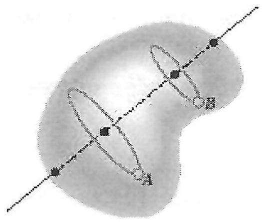
duidelijk verschil met beschrijving puntmassa

Star lichaam: voorwerp dat niet kan vervormen

Bij zuivere rotatie

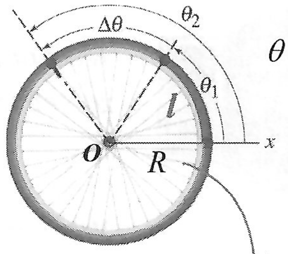
→ alle punten van het voorwerp bewegen op cirkels

→ middelpunten van cirkels vormen een lijn = rotatie-as



142

10.1 GROOTHEDEN BIJ ROTATIE



$$\theta = \frac{\ell}{R}$$

Hoek en hoekverplaatsing

Hoekverplaatsing: $\Delta\theta \equiv \theta_2 - \theta_1$
scalar

Hoeksnelheid

Gemiddelde hoeksnelheid: $\overline{\omega} \equiv \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
scalar

(Momentane) hoeksnelheid: $\omega \equiv \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$
scalar

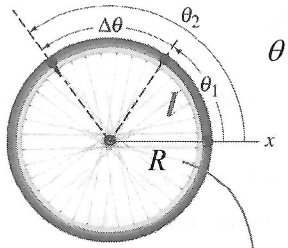
Straal van de cirkelbaan die een specifiek punt aflegt

Dimensie [T^{-1}]
Eenheid: rad/s

Alle punten van een star lichaam hebben dezelfde hoeksnelheid

143

10.1 GROOTHEDEN BIJ ROTATIE



$$\theta = \frac{\ell}{R}$$

Hoek en hoekverplaatsing

Hoekverplaatsing: $\Delta\theta \equiv \theta_2 - \theta_1$
scalar

Hoeksnelheid

Gemiddelde hoeksnelheid: $\overline{\omega} \equiv \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
scalar

(Momentane) hoeksnelheid: $\omega \equiv \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$
scalar

Straal van de cirkelbaan die een specifiek punt aflegt

Alle punten van een star lichaam hebben dezelfde hoeksnelheid

hoek in radialen

grootte van de snelheidsvector

Verband hoeksnelheid en lineaire snelheid $\quad \theta = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{d\ell}{dt} = \frac{v}{R}$

144

Hoekversnelling

Gemiddelde hoekversnelling $\bar{\alpha} \equiv \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ scalar

(momentane) hoekversnelling $\alpha \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$ scalar

Dimensie $[T^{-2}]$

Eenheid: rad/s²

Alle punten van een star lichaam hebben dezelfde hoekversnelling

Verband hoekversnelling en lineaire versnelling $\theta = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{R}\frac{d^2\ell}{dt^2} = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} = \frac{a_{tan}}{R}$

hoek in radialen

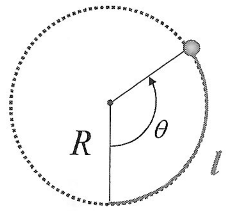
$\vec{a} = \vec{a}_{tan} + \vec{a}_R$

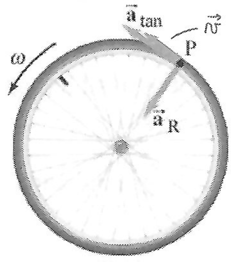
145

Verband rotatiegrootheden - lineaire grootheden

	rotatie	lineair
Hoek/plaats	$\theta = \frac{\ell}{R}$	$\ell = R\theta$
(hoek)-**snelheid**	$\omega = \frac{v}{R}$	$v = R\omega$
(hoek)-**versnelling**	$\alpha = \frac{a_{tan}}{R}$	$a_{tan} = R\alpha$ $a_R = R\omega^2$

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$





$\vec{a} = \vec{a}_{tan} + \vec{a}_R$

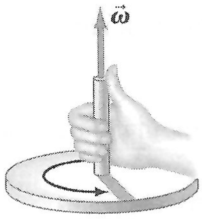
146

10.2 VECTORIËLE AARD VAN ROTATIEGROOTHEDEN

Hoeksnelheid als vector

vector $\vec{\omega}$

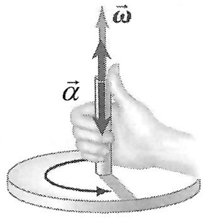
- → grootte: $\omega = d\theta / dt$
- → richting: rotatieas
- → zin: rechterhandregel



Hoekversnelling als vector

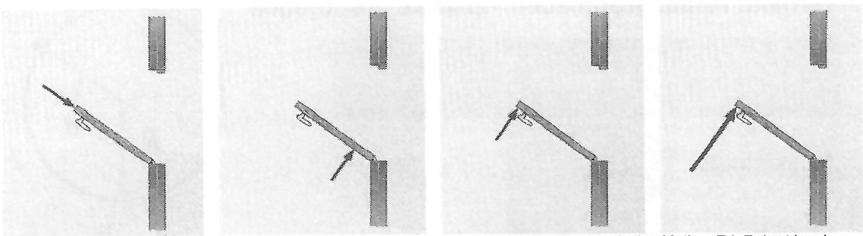
vector $\vec{\alpha}$

- → grootte: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
- → richting: rotatieas
- → zin: hoeksnelheid **neemt toe / neemt af**



147

10.4 KRACHTMOMENT



aangepast vanuit Predicting Motion, Ed. Robert Lambourne

Wat bepaalt het 'draaieffect' van een kracht ?

→ *hoekversnelling*

→ grootte van de kracht

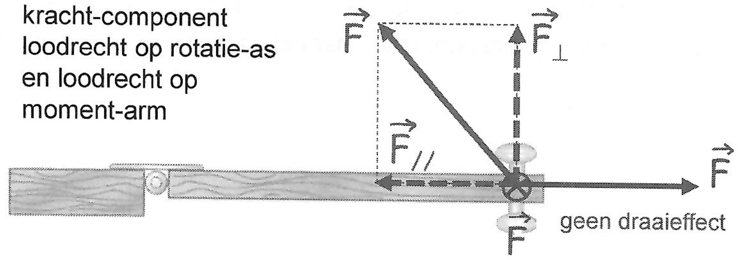
→ richting en zin van de kracht

→ '**moment-arm**'
afstand tussen het aangrijpingspunt van de kracht en de rotatie-as

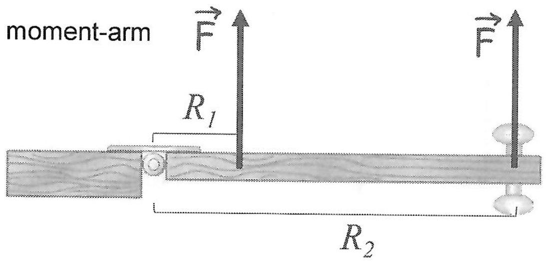
148

Draaieffect van een kracht: hoekversnelling ~ R en ~ $F_\perp$

$\alpha \propto F_\perp$ kracht-component loodrecht op rotatie-as en loodrecht op moment-arm



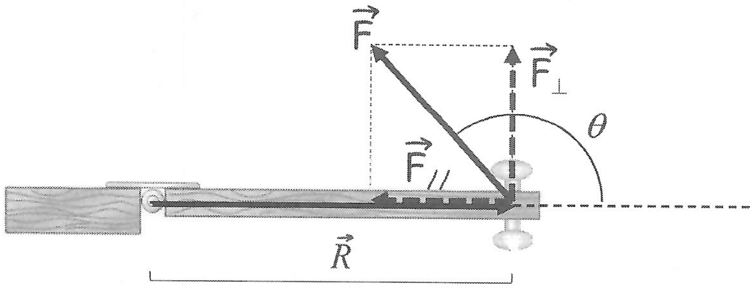
$\alpha \propto R$ moment-arm

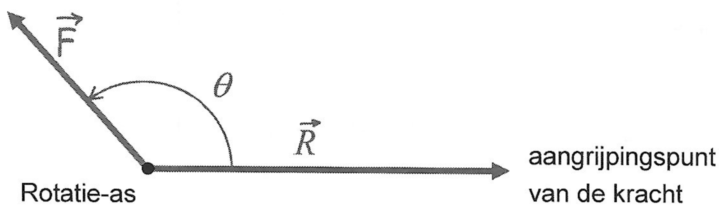


149

Draaieffect van een kracht: hoekversnelling ~ koppel

hoekversnelling $\alpha \propto R F_\perp = RF \sin\theta = \left|\vec{R} \times \vec{F}\right|$ ≡ **koppel τ**



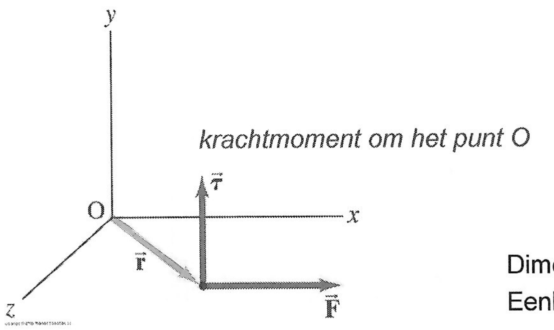


150

Algemeen: krachtmoment als vector (om een herleidingspunt)

Krachtmoment ≡ uitwendig (vector-)product van de plaatsvector van het aangrijpingspunt (t.o.v. herleidingspunt) en de krachtvector

$\boxed{\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}}$ *vector*



Dimensie [M L^2 T^{-2}]
Eenheid: Nm

151

10.5 ROTATIONELE DYNAMICA
KRACHTMOMENT en TRAAGHEIDSMOMENT

	translatie		rotatie	
plaats	x		θ	
snelheid	v		ω	
versnelling	a		α	
2^de wet van Newton (beweging veranderen)	$a \propto \sum F$	$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$	$\alpha \propto \sum \tau$	$\alpha = \frac{\sum \tau}{?}$

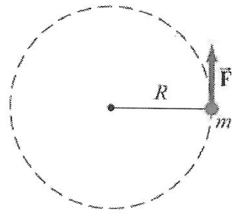
inertie

Wat geeft de inertie voor veranderingen van rotatiebeweging ?

152

Rotationele inertie: traagheidsmoment

Puntdeeltje (vaste rotatie-as)



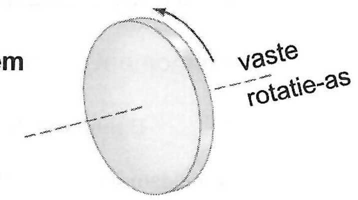
$\tau = RF_{\tan} = Rma_{\tan} = R^2 m\alpha$

$\alpha = \dfrac{\tau}{mR^2}$ rotationele traagheid

traagheidsmoment

$I \equiv mR^2$

systeem



Voor elk deeltje van een star voorwerp

$\tau_i = m_i R_i^2 \alpha$ *netto krachtmoment* $\tau_i = \tau_{i,inw} + \tau_{i,uitw}$

Voor het hele starre voorwerp

$\sum_i \tau_i = \cancel{\sum_i \tau_{i,inw}} + \sum_i \tau_{i,uitw} = \left(\sum_i m_i R_i^2\right)\alpha$

toon aan!

traagheidsmoment

$I \equiv \sum_i m_i R_i^2$

153

	translatie		rotatie	
plaats	x		θ	
snelheid	v		ω	
versnelling	a		α	
2^{de} wet van Newton (beweging veranderen)	$\sum \vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{a} = \dfrac{\sum \vec{F}}{m}$	$\sum \tau = I\alpha$	$\alpha = \dfrac{\sum \tau}{I}$

Tweede wet van Newton voor rotatie

Rotatie van een star voorwerp rond een vaste as in een IS

$\boxed{\sum \tau = I\alpha}$

154

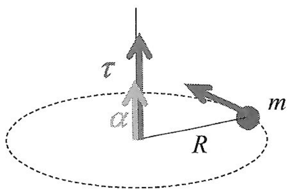
10.7 TRAAGHEIDSMOMENT BEPALEN

Traagheidsmoment *('moment of inertia')*

$\boxed{I = mR^2}$ **Dimensie:** [M L^2] **Eenheid:** kg m^2

groot traagheidsmoment → grote massa
→ massa ver van rotatieas

Betekenis: *inertie voor rotatieverandering*

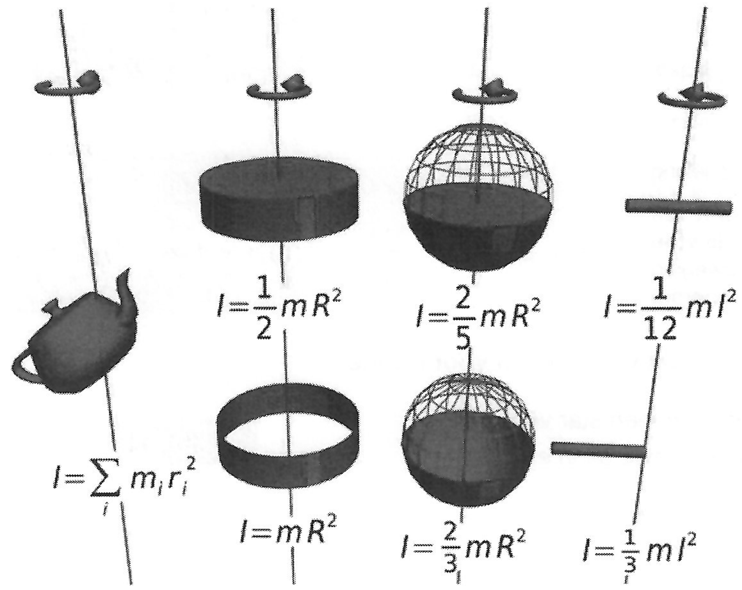


$$\sum\tau = I\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \frac{\sum\tau}{I}$$

$$\text{hoekversnelling} = \frac{\text{krachtmoment}}{\text{traagheidsmoment}}$$

Hoe groter het traagheidsmoment (t.o.v. rotatieas), hoe moeilijker het is om de rotatiesnelheid te veranderen → Traagheidsmoment is een maat voor het zich verzetten tegen verandering van rotatiesnelheid.

155



156

Hoofdstuk 11
Impulsmoment; algemene rotatie

157

11.1 IMPULSMOMENT, OM EEN VASTE AS ROTERENDE VOORWERPEN

Het rotationele equivalent van impuls is het impulsmoment *L*:

$$L = I\omega.$$

Het rotationele equivalent van de tweede wet van Newton wordt dan:

$$\sum \tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}$$

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}.$$

Deze vorm van de tweede wet van Newton is zelfs geldig wanneer I niet constant is.

158

Behoudswet:

Als er geen uitwendig krachtmoment is:

$$\frac{dL}{dt} = 0 \text{ en } L = I\omega = \text{constant.}$$

Formeel:

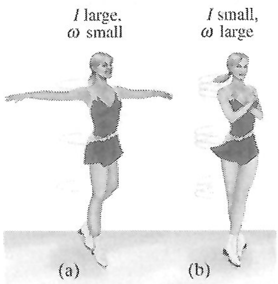
het totale impulsmoment van een roterend voorwerp blijft constant als het netto uitwendige krachtmoment dat erop werkt nul is.

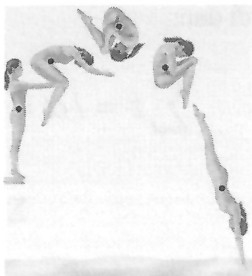
159

Dit impliceert:

$$I\omega = I_0\omega_0 = \text{constant.}$$

Dus, indien het traagheidsmoment van een voorwerp verandert, verandert ook de hoeksnelheid

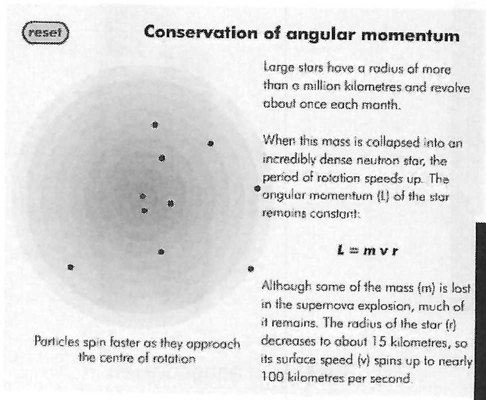


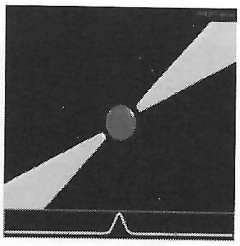


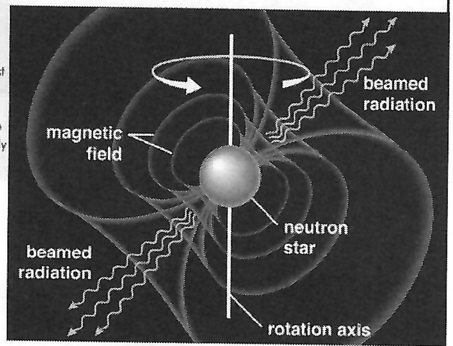
http://www.youtube.com/watch?v=yAWLLo5cyfE

160

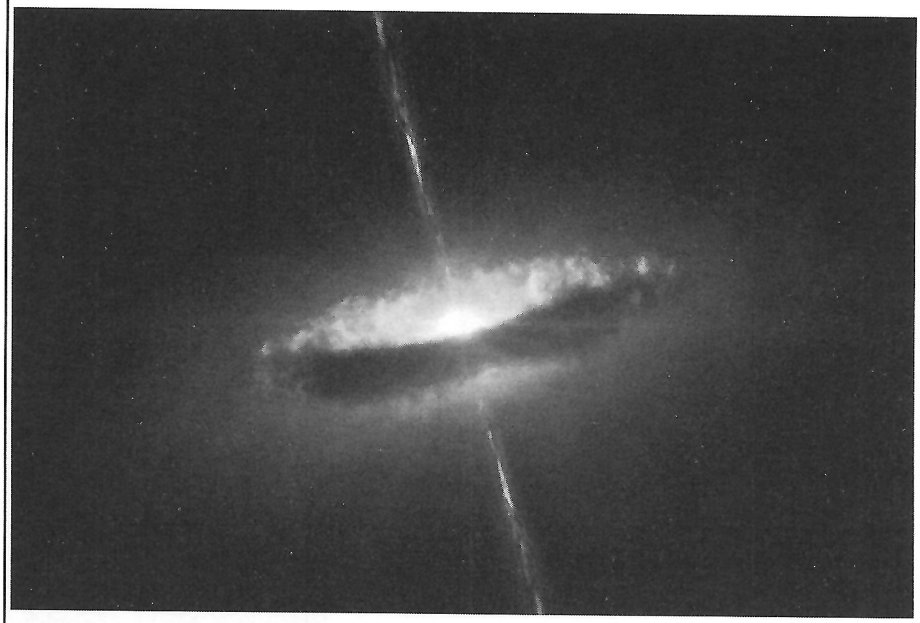
Voorbeeld: neutronenster







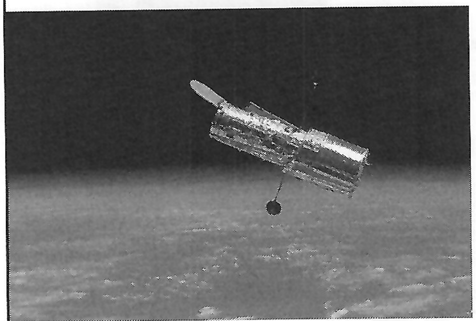
161

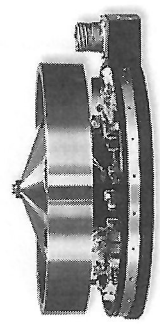


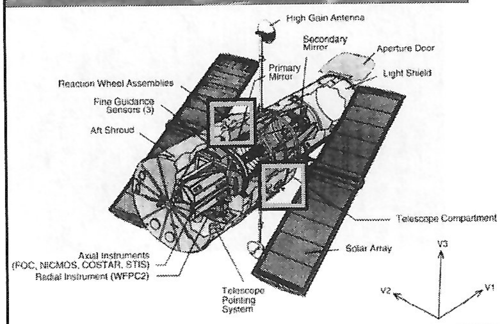
Hubble Space Telescope (2014)

162

Voorbeeld: orientatie van een satelliet wijzigen zonder raketten te gebruiken



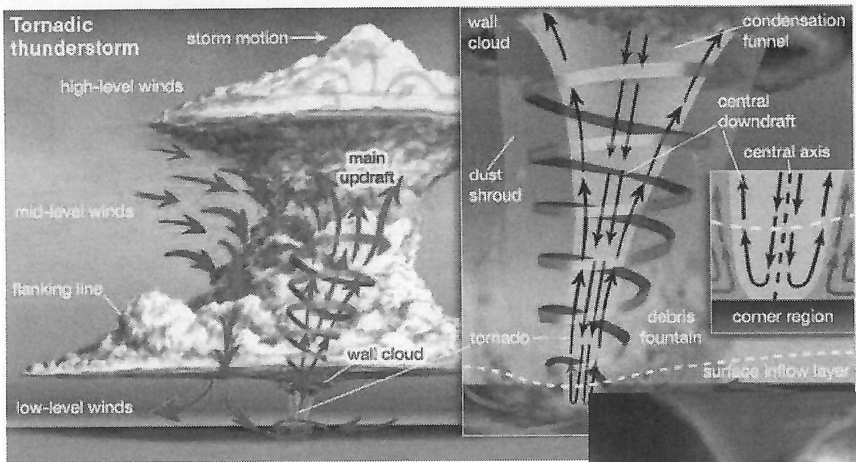




Elektrisch aangedreven vliegwiel wordt versneld of vertraagd; door behoud van impulsmoment verandert de orientatie van de satelliet.

163

Voorbeeld: tornado



Behoud van impulsmoment zorgt voor extreem grote windsnelheden in smalste deel van tornado (aan de grond).

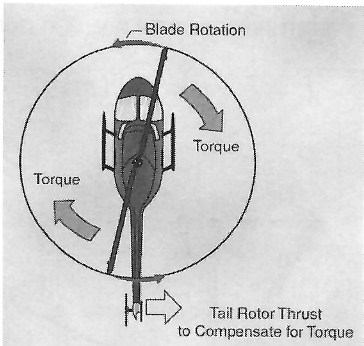
164

Voorbeeld: helicopter

Igor Sikorsky (1939)

165

Voorbeeld: helicopter



De staartpropellor levert een krachtmoment dat de rotatie van de helicopter om zijn eigen as moet compenseren (rotatie t.g.v. behoud van impulsmoment).

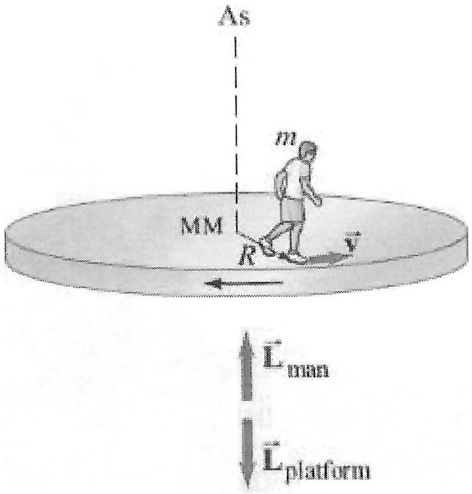
166

Richting van het impulsmoment

Impulsmoment is een *vector*!

Voor een symmetrisch voorwerp dat roteert rond een symmetrieas is het impulsmoment in dezelfde richting als de hoeksnelheidsvector.

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

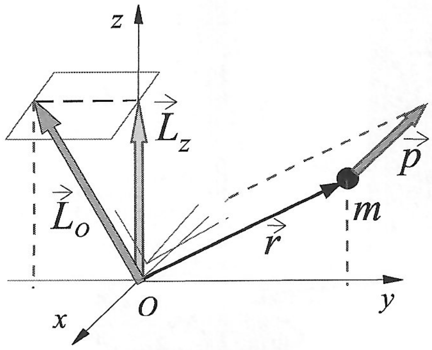


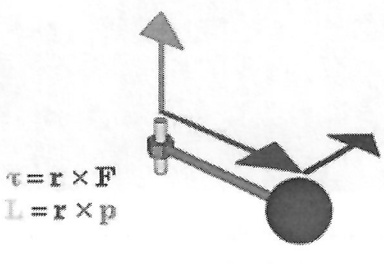
167

11.3 IMPULSMOMENT VAN EEN PUNTMASSA

impulsmoment t.o.v. een punt O (= moment van $\vec{p}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$$





impulsmoment $\vec{L}_z$ t.o.v. een z-as door het herleidingscentrum O is de projectie van $\vec{L}$ op die as

Dimensie van impulsmoment: M L^2 T^{-1}
S.I.-eenheid: 1 kg m^2 s^{-1}

168

Relatie tussen impulsmoment en krachtmoment?

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \cancel{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= \vec{r} \times \sum \vec{F}$$

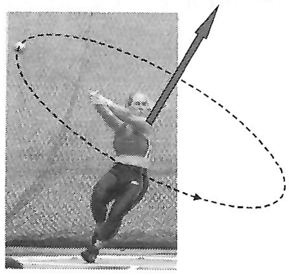
In inertiaalstelsel !

$$\boxed{\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

Betekenis van impulsmoment

!!!!

Het impulsmoment geeft de hoeveelheid van rotatiebeweging t.o.v. een punt of rond een as



$$\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$$

Geeft rotatievlak ($\perp$ impulsmoment)

Geeft draairichting (rechterhandregel)

Niet alleen de impuls (massa × snelheid), maar ook de afstand tot de rotatieas bepalen de hoeveelheid rotatiebeweging

11.6 BEHOUD VAN IMPULSMOMENT

$$\boxed{\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

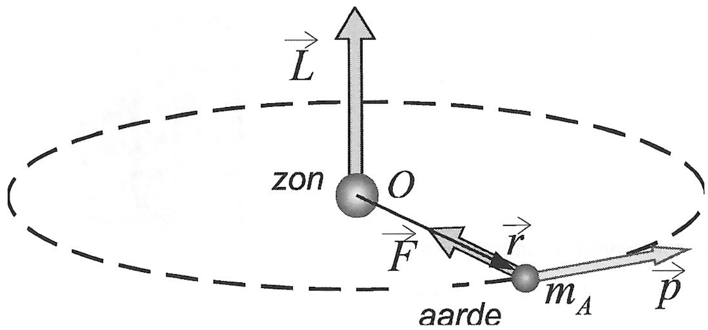
Als het netto krachtmoment op het systeem nul is:

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = 0 \quad \text{en} \quad \vec{\mathbf{L}} = \text{constant.} \quad [\Sigma\vec{\tau} = 0]$$

Het totale impulsmoment van een systeem blijft constant als het netto uitwendige krachtmoment dat op het systeem werkt nul is.

171

Toepassing:
Impulsmoment van de aarde met de zon als herleidingscentrum



$$\vec{L} = \vec{r} \times m_A \vec{v}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{L} \text{ is een constante}$$

de aarde beweegt steeds in hetzelfde vlak

172

HOOFDSTUK 12
STATISCH EVENWICHT

12.1 DE VOORWAARDEN VOOR EVENWICHT

Evenwichtsvoorwaarden

Een voorwerp dat in rust is in een IS, blijft in rust als simultaan voldaan is aan de **evenwichtsvoorwaarden:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

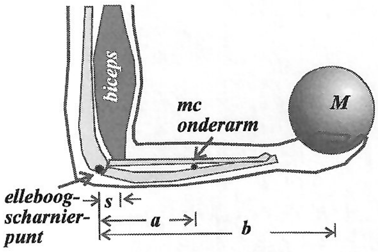
Voorwerp in rust zal niet gaan transleren

$$\sum \tau = 0 \quad \text{(om een willekeurige as)}$$

Voorwerp in rust zal niet gaan roteren

Voorbeeld: Statisch evenwicht van een arm.

Bepaal de kracht die de biceps van een bowlingspeelster zal moeten uitoefenen als ze een bowlingbal in rust wil houden met haar onderarm horizontaal en haar bovenarm verticaal.

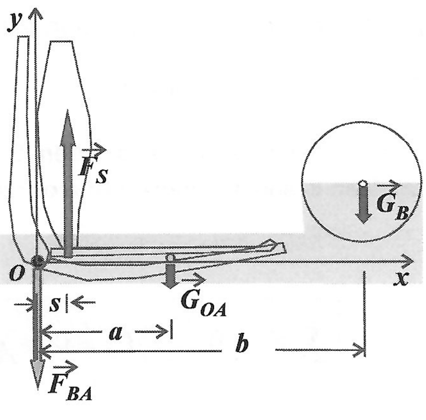


bijkomende gegevens:

- massa van de bal ($M = 7{,}2\ kg$)
- gemiddelde massa van onderarm incl. hand is $m = 1{,}8\ kg$
- $a = 15\ cm$
- $s = 4\ cm$
- $b = 33\ cm$

$\vec{F}_S$ opwaartse kracht van biceps

$\vec{F}_{BA}$ kracht van bovenarmbeen op het elleboogscharnierpunt



$$\sum F_y = F_S - mg - Mg - F_{BA} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{F}_{BA} \text{ en } \vec{F}_S \text{ onbekend}$$

$$\sum M_z = F_S s - mga - Mgb = 0 \quad \Rightarrow \quad F_S \quad \Rightarrow \quad F_{BA}$$

$$\boxed{F_S = g(ma + Mb)/s \cong 650\ N \quad \text{en} \quad F_{BA} = F_S - g(m + M) \cong 560\ N}$$