

2.2. Limiet van een rationale functie

Voorbeeld $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-9}$

$T: x=3$

$N: x=3 \vee x=-3$

$\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$

$x \rightarrow a$

1) $a \in \text{dom } f$

f continue in $\text{dom } f$ dus $\boxed{\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)}$

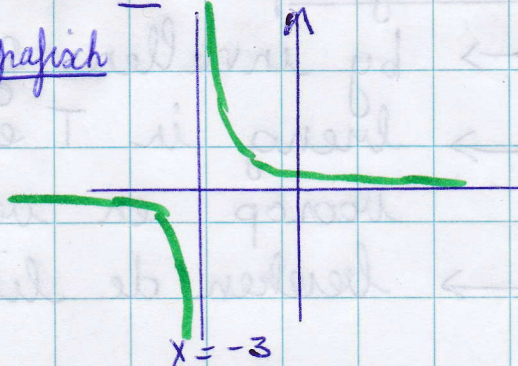
$\forall b$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x-9}{x^2-9} = \frac{-3-9}{-8} = \frac{-12}{-8} = \left(\frac{3}{2}\right)$

2) $a \notin \text{dom } f$ en a geen nult T \Rightarrow onbepaalde vorm $\left(\frac{\infty}{0}\right)$ $\in \mathbb{R}_0$

$\forall b$ $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9}$

VA $x = -3$

grafisch



$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9} = +\infty$

Met berekeningen:

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9} = \frac{-18}{0}$ $\begin{matrix} \text{neg} \\ \text{LL} \end{matrix} \frac{-}{+} \Rightarrow -\infty$
 $\begin{matrix} \text{RL} \end{matrix} \frac{+}{+} \Rightarrow +\infty$

x	-3	3
x^2-9	$+$	$-$

dus $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9} = -\infty$ en $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{x^2-9} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-9}{x^2-9} = /$

Rekenregel \rightarrow by invullen $\frac{x}{0}$ met $x \in \mathbb{R}_0$
 \rightarrow limiet is $+\infty$ of $-\infty$
 \rightarrow bepaal het teken via een teken schema v/d noemer

3) $a \notin \text{dom} f$, a nulw T en N \Rightarrow onbepaalde vorm $\left(\frac{0}{0}\right)$
 \downarrow
 perforatie

Vb $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{x^2-9} = \frac{0}{0}$ dus T en N deelbaar door $x-3$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{x+3} = \frac{3}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

Rekenregel p 62

\rightarrow by invullen $\frac{0}{0}$
 \rightarrow breng in T en N een factor $x-a$ voorop en vereenvoudig
 \rightarrow bereken de limiet opnieuw

Oef 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2} = \frac{5}{0} \Rightarrow (+\infty)$

x	0
x^2	0
$+$	$+$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2} = \frac{0}{0}$ dus T en N delen door $x+1$

(+)

1	-2	-3
-1	-1	3
1	-3	0

N:

1	3	2
-1	-1	-2
1	2	0

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x-3)}{\cancel{(x+1)}(x+2)} = \frac{-4}{1} = (-4)$

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$\underline{\text{Vb}} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3} = \frac{+\infty}{(+\infty) + (-\infty)} = /$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{2x^2} \left(1 - \frac{3}{2x^2} \right)}{\cancel{x^2} \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}$$

$$= 2 \cdot \frac{(1-0)}{(1+0+0)} = \textcircled{2}$$

↳ constant fte is continu
dus functiewaarde

Rekenregel p 64

Limiet v/h quotiënt v/d hoogste graadsterm
van T en N.

Overzicht : zie smart school

zie p 69 (veelt. en rat. ftes)