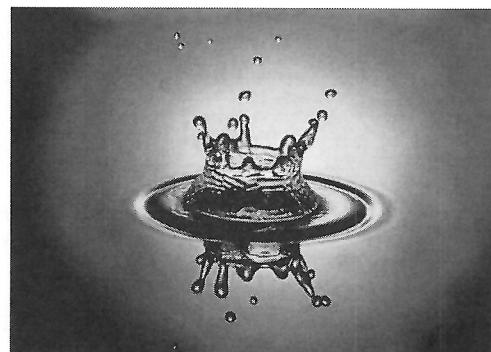


HOOFDSTUK 13

VLOEISTOFFEN



1

VLOEISTOFFEN

Fasen van de materie

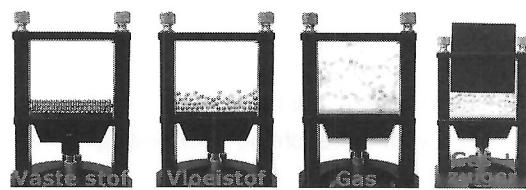
Vaste stoffen → vaste vorm, vast volume

{ **Vloeistoffen** → geen vaste vorm, vast volume

Gassen → geen vaste vorm, geen vast volume

Fluïda bieden weinig of geen weerstand aan vervormingskrachten, kunnen vloeien

Ideaal gas:
benadering voor gassen
Verwaarloos volume van moleculen, verwaarloos krachten tussen moleculen



2

Stof	Dichtheid, ρ (kg/m ³)
<i>Vaste stoffen</i>	
Aluminium	$2,70 \cdot 10^3$
Uzer en staal	$7,8 \cdot 10^3$
Koper	$8,9 \cdot 10^3$
Lood	$11,3 \cdot 10^3$
Goud	$19,3 \cdot 10^3$
Beton	$2,3 \cdot 10^3$
Graniet	$2,7 \cdot 10^3$
Hout (vuren)	$0,3 - 0,9 \cdot 10^3$
Glas, normaal	$2,4 - 2,8 \cdot 10^3$
Is (H ₂ O)	$0,917 \cdot 10^3$
Bot	$1,7 - 2,0 \cdot 10^3$
<i>Vloeistoffen</i>	
Water (4°C)	$1,00 \cdot 10^3$
Bloed, plasma	$1,03 \cdot 10^3$
Bloed, volbloed	$1,05 \cdot 10^3$
Zeewater	$1,025 \cdot 10^3$
Kwik	$13,6 \cdot 10^3$
Ethylalcohol	$0,79 \cdot 10^3$
Benzine	$0,68 \cdot 10^3$
<i>Gassen</i>	
Lucht	1,29
Helium	0,179
Kooldioxide	1,98
Stoom (water, 100°C)	0,598

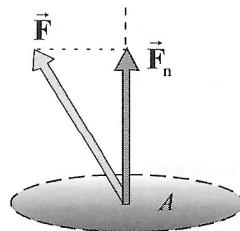
† Dichthesen bij 0°C en 1 atm druk,
tenzij anders aangegeven.

3

13.3 DRUK IN VLOEISTOFFEN

Druk = grootte van de loodrechte kracht
oppervlakte-eenheid

$$P = \frac{|\vec{F}_n|}{A} \quad (\text{scalair})$$



Dimensie: [ML⁻¹T⁻²]

Eenheid: 1 Pa = 1 N/m²

Hydrostatica: fluïdum in rust,
geen voorkeursrichting voor beweging van de moleculen

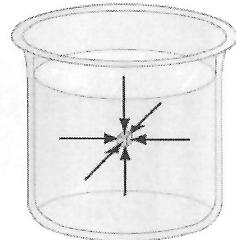
4

13.3 DRUK IN VLOEISTOFFEN



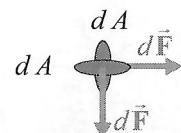
Blaise Pascal
(1623-1662)

De druk in een punt van een fluïdum in statisch evenwicht is in elke richting even groot.



druk in een punt van het fluïdum

$$P \equiv \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$



onafhankelijk van de oriëntatie

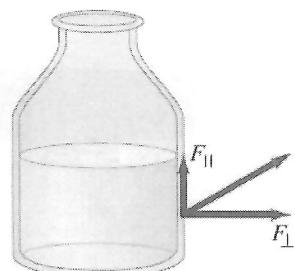
5

13.3 DRUK IN VLOEISTOFFEN

Hydrostatica: fluïdum in rust,
geen voorkeursrichting voor beweging van de moleculen



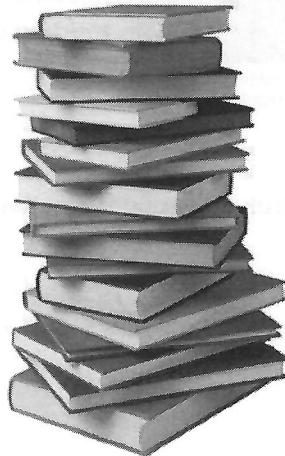
Kracht vanwege de druk van het fluïdum **staat altijd loodrecht** op eender welk oppervlak in het fluïdum
(vb. wanden van het vat)



6

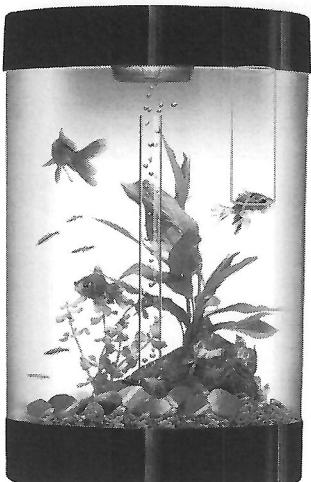
Onder water neemt de druk toe met de diepte.

→ door gewicht van bovenliggende lagen fluidum



Onder water neemt de druk toe met de diepte.

→ door gewicht van bovenliggende lagen fluidum



$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho A h g}{A} = \rho g h$$

Druk op diepte h vanwege bovenliggende vloeistof:

$$P = \rho g h$$

diepte vanaf
het oppervlak

geldig in vloeistoffen, niet samendrukbaar:

ρ constant verondersteld

Wat als ρ niet constant is (in gassen)? Hoe rekening houden met de druk boven het fluïdum?

Algemeen:

invloed van de zwaartekracht op de druk van een fluidum in evenwicht

De druk neemt toe met de diepte en is constant in alle punten van eenzelfde horizontaal vlak (voor eenzelfde fluïdum in evenwicht !)

$$dP = -\rho g dy$$

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$

→ door het gewicht van bovenliggende vloeistof of gas

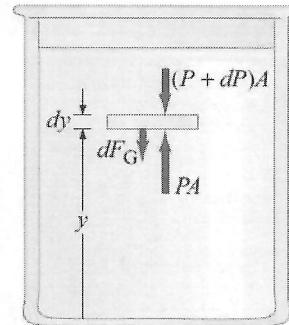
elk volumedeeltje van het fluïdum is in evenwicht
(hier plakje $A \times dy$)

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad y\text{-component (verticaal):}$$

$$PA - (P + dP)A - mg = 0$$

$$PA - (P + dP)A - \rho A dy g = 0$$

$$dP = -\rho g dy$$



9

Hoe stijgt de druk met de diepte in een vloeistof ?

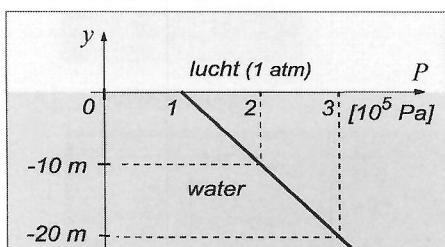
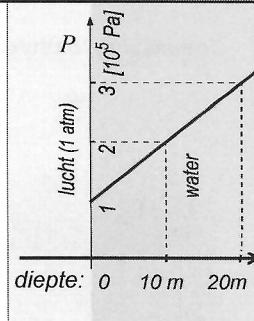
$$dP = -\rho g dy$$

↓
vloeistof: ρ constant (onafhankelijk van de druk)

vloeistof: $P = P_0 - \rho g y$

P_0 = druk bij $y=0$

$$P = P_0 + \rho g h$$

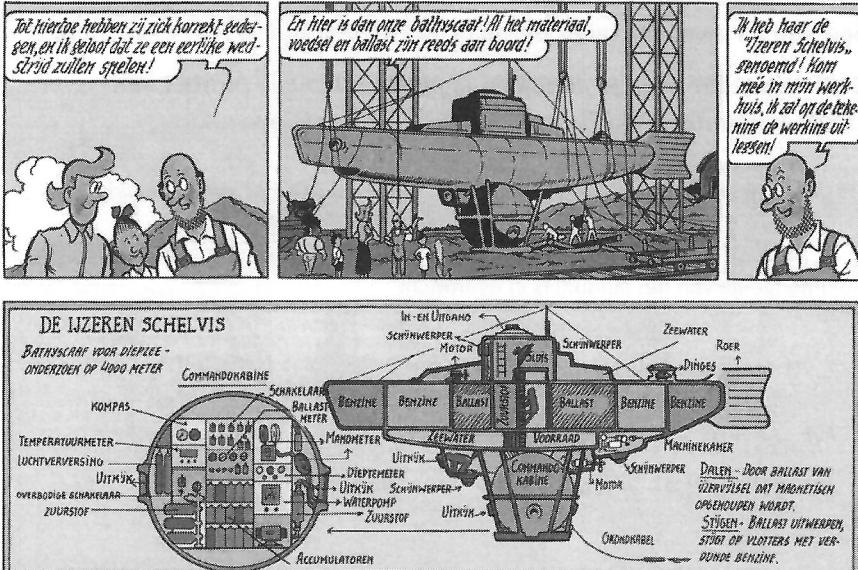


Voorbeeld:

De druk stijgt met 10^5 Pa (1 atm) per 10 meter diepte onder water

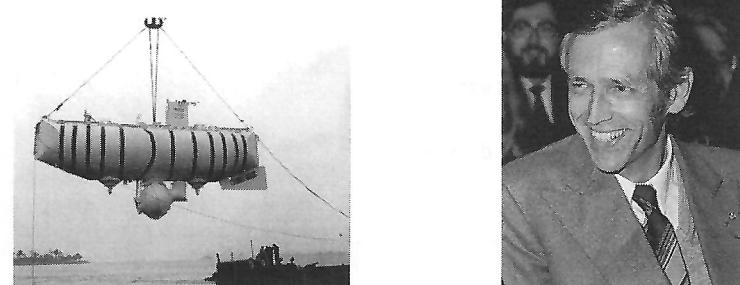
10

Toepassing: bathyscaaf (=duikboot voor zeer grote dieptes)



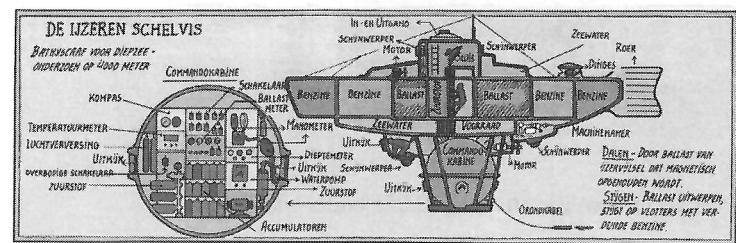
11

Toepassing: bathyscaaf

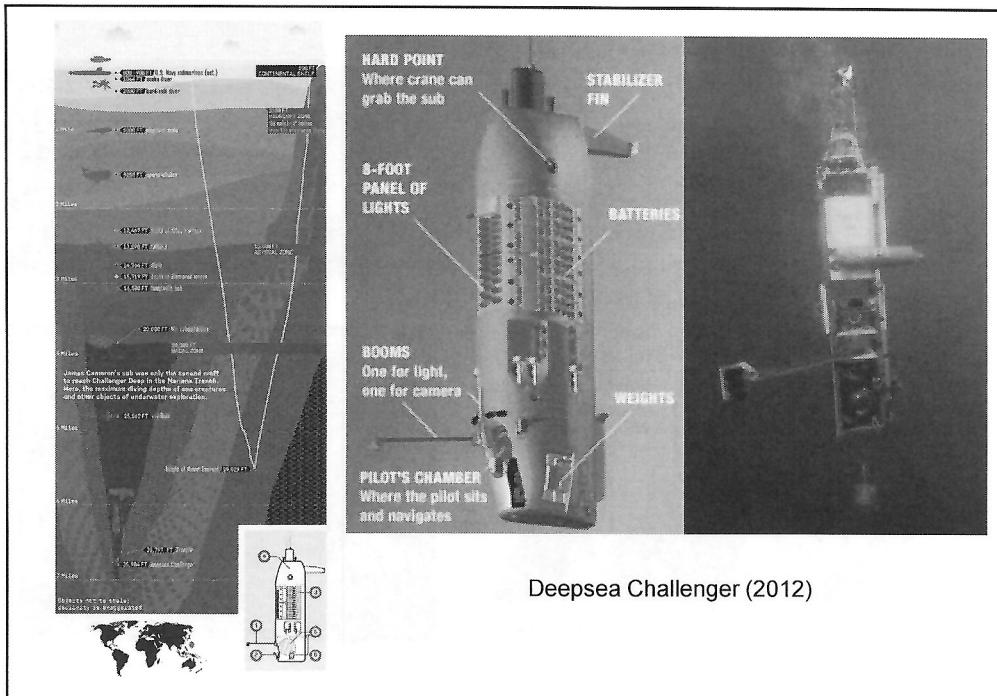


Trieste (1960): 10911 meter diep

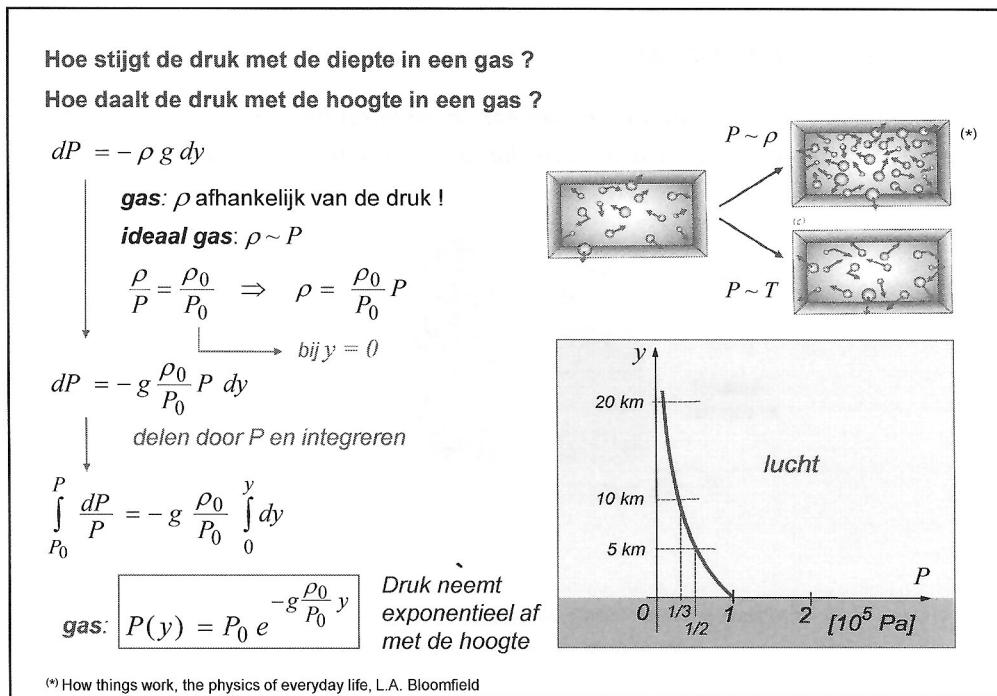
Jacques Piccard



12



13

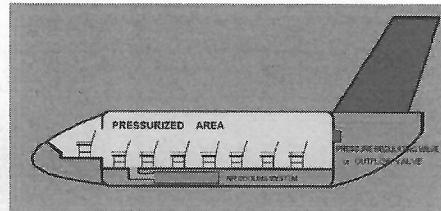


14

Implicatie: lagere druk in vliegtuig op enkele km hoogte

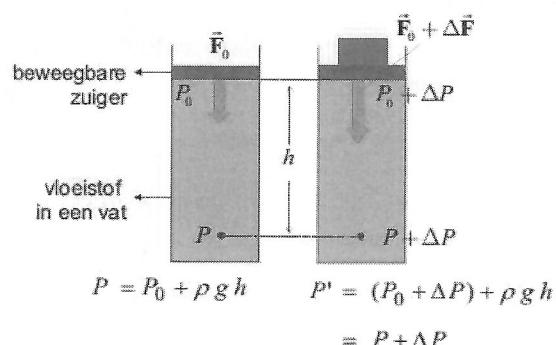


The Type B-8 winter helmet of 1944 showing attachment of the Type A-14 oxygen mask by means of snaps or studs along the front edge. (SI Photo A4855E)



13.5 DE WET VAN PASCAL

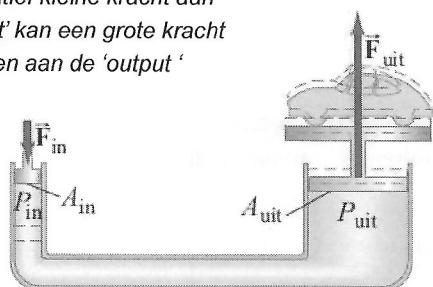
De uitwendige druk uitgeoefend op een ingesloten fluïdum (vb. in een vat) plant zich onverminderd voort over het ganse volume van het fluïdum.



Extra druk uitgeoefend op bovenvlak is ook aanwezig op alle andere plaatsen in de vloeistof.

Toepassing: hydraulische hefstoestellen, liften, persen, ...

Een relatief kleine kracht aan de 'input' kan een grote kracht opleveren aan de 'output'



Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

Kracht F_{in} op smalle zuiger

$$\Rightarrow \text{druk in vloeistof stijgt} \quad \Delta P_{in} = F_{in} / A_{in}$$

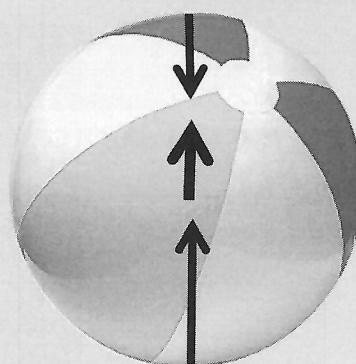
$$\Rightarrow \text{druk stijgt evenveel aan de brede kant} \quad \Delta P_{in} = \Delta P_{uit}$$

$$\Delta P_{in} = \Delta P_{uit} \Leftrightarrow F_{in} / A_{in} = F_{uit} / A_{uit}$$

$$A_{uit} > A_{in} \Rightarrow F_{uit} > F_{in}$$

17

water



druk onderaan > druk bovenaan
 → netto opwaartse kracht

18

13.7 OPWAARTSE KRACHT EN DE WET VAN ARCHIMEDES

Een voorwerp ondergedompeld in een fluidum ondervindt een **opwaartse stuwwkracht**



(287-212 BC)

Stel ondergedompeld volume = V

$$\text{grootte van de opwaartse stuwwkracht} = \text{gewicht van hetzelfde volume } V \text{ van het fluïdum}$$

$$|\vec{F}_{\text{opw.stuw}}| = |\vec{F}_B| = \rho_{\text{fluidum}} V_{\text{ondergedompeld}} g = m_{\text{fluidum}} g$$

onafhankelijk van massa voorwerp!

Voorwerp wordt omhooggestuwd omdat de druk onderaan het voorwerp groter is dan bovenaan.

- Opwaartse stuwwkracht hangt niet af van de massa van het ondergedompelde voorwerp
- Ondergedompeld volume kan ook slechts een deel van het voorwerp zijn



19

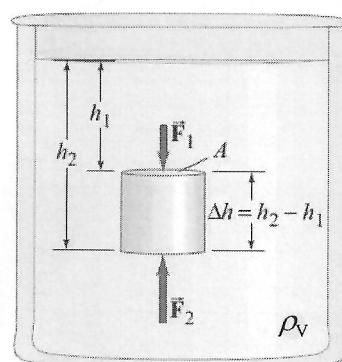
13.7 OPWAARTSE KRACHT EN DE WET VAN ARCHIMEDES

Berekenen opwaartse stuwwkracht: wet van Archimedes

$$|\vec{F}_B| = \rho_{\text{fluidum}} V_{\text{ondergedompeld}} g \\ = m_{\text{fluidum}} g$$

opwaartse kracht ('Buoyant')

$$F_B = F_2 - F_1 = P_2 A - P_1 A \\ = \rho_V g A (h_2 - h_1) \\ = \rho_V g A \Delta h \\ = \rho_V V g \\ = m_V g$$

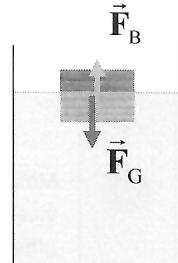


De opwaartse kracht op een voorwerp dat ondergedompeld is in een vloeistof is in grootte gelijk aan het gewicht van de vloeistof die door het voorwerp is verplaatst.
(formulering geldig indien vloeistofbad voldoende ruim is t.o.v. grootte van voorwerp)

20

Drijvend voorwerp in evenwicht $F_B = m_{vw}g$

$$\begin{aligned}\rightarrow \sum_i \vec{F}_i &= 0 \Leftrightarrow \vec{F}_B + \vec{F}_G = 0 \\ &\Leftrightarrow \rho_{vl} V_{onder} g - m_{vw} g = 0 \\ &\Leftrightarrow \rho_{vl} V_{onder} g - \rho_{vw} V_{vw} g = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{V_{onder}}{V_{voorwerp}} = \frac{\rho_{voorwerp}}{\rho_{vloeistof}}\end{aligned}$$



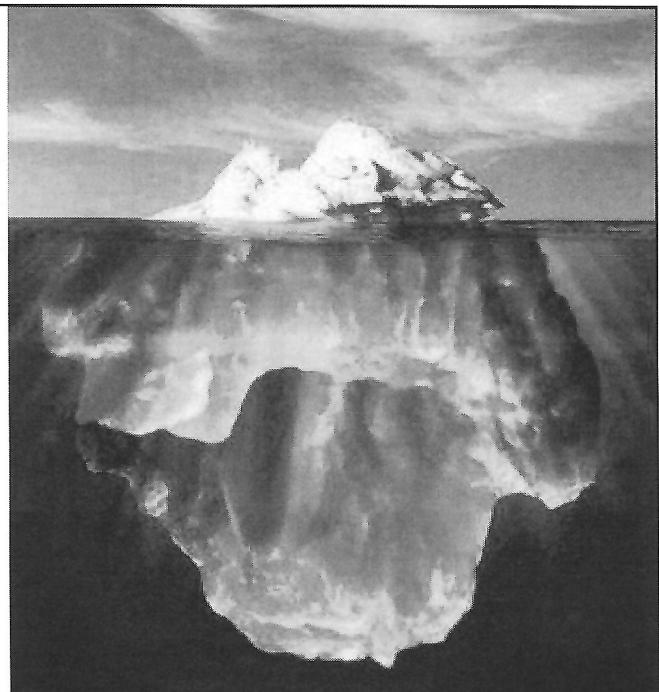
Evenwicht zodra het ondergedompelde deel van het voorwerp – indien het uit **vloeistof** zou bestaan – evenveel zou wegen als het volledige voorwerp zelf.

$$m_{vl} (V_{onder}) = m_{vw} (V_{totaal})$$

21

Welk percentage van een ijsberg ligt boven water?

$$\begin{aligned}\rho_{ijs} &= 930 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{zeewater} &= 1003 \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$



22

Opwaartse stuwkracht in een vloeistof en in een gas
afhankelijkheid van de diepte of hoogte ?

vloeistof



$$|\vec{F}_B| = \rho_F g V = m_F g$$

Massadichtheid van een vloeistof is niet afhankelijk van de diepte.



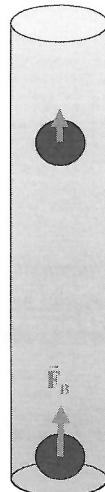
Opwaartse stuwkracht is niet afhankelijk van de diepte (hoogte)

Massadichtheid van een gas wordt kleiner met de hoogte.

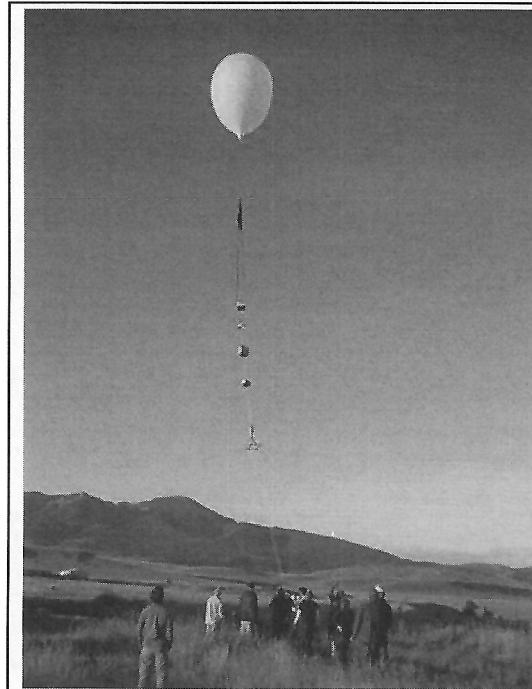


Hoe hoger in de lucht, hoe kleiner de opwaartse stuwkracht
→ wel afhankelijk van de hoogte (diepte)

gas



23



Ballon voor onderzoeksdoeleinden (bv. weerobservatie): maximale hoogte van 30 – 40 kilometer

24

*Tot nu toe enkel stilstaande fluïda beschouwd ... nu ook **stromende** fluïda*



Hoe blijft een vliegtuig in de lucht ?

Hoe regel je de waterstraal van de tuinslang ?

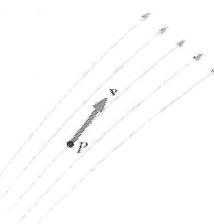
Waarom vliegt een "effectbal" niet volgens een
rechte lijn ?

13.8 Vloeistoffen in beweging (Hydrodynamica)

Soorten stroming

Laminaire stroming:

stroming in laagjes, de paden (stroomlijnen) van de deeltjes
kruisen elkaar niet



Turbulente stroming:

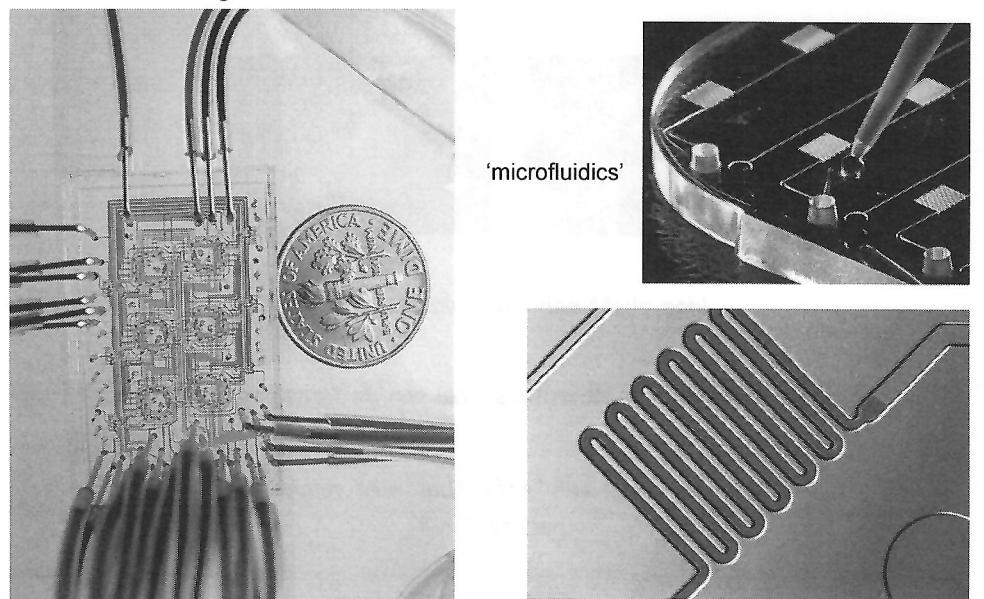
Niet laminaire stroming: onregelmatig, gekarakteriseerd door draaikolkjes



Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

Recente ontwikkeling in het onderzoek en diagnose: 'lab-on-a-chip'

Onderzoeksvraag: hoe stroomt een vloeistof in kanalen met micrometer-breedte?



27

Viskositeit en ideale fluïda

Viskeuse fluïda:

Inwendige wrijving tussen stromende deeltjes,
warmte geproduceerd tijdens de stroming.



Niet-viskeuse fluïda:

geen inwendige wrijving tussen stromende deeltjes.
De dynamische wrijvingskrachten zijn verwaarloosbaar.

Ideale fluïda:

Viskositeit is verwaarloosbaar
Niet samendrukbaar (dichtheid is onafhankelijk van de druk)



OK voor vele vloeistoffen,
ook aanvaardbaar voor beschrijving van stroming van gassen

28

Continuïteitsvergelijking voor laminair stromend fluïdum

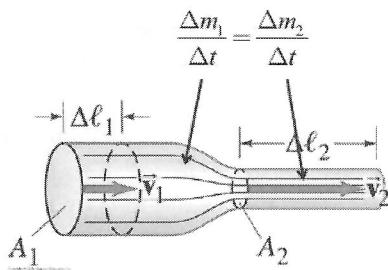
Behoud van massa

tijdens tijdsinterval Δt :

massa in = massa uit

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho_1 A_1 \Delta l_1}{\Delta t} = \rho_1 A_1 v_1$$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \Rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$



Continuïteitsvergelijking (algemeen):

$$\boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v = \text{constant doorheen de buis}}$$

Het **massadebit** (massa per tijdseenheid) is overal hetzelfde in de buis

29

Continuïteitsvergelijking voor vloeistoffen:

$$\rho A v = \text{constant doorheen de buis}$$



$$\boxed{A v = \text{constant doorheen de buis}}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Het **volumedebiet** (volume per tijdseenheid) is overal hetzelfde in de buis



George Sargent
Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

Als de doorsnede verkleint,
dan vergroot de stroomsnelheid
of ook:
stroomlijnen dichter bij elkaar
⇒ grotere stroomsnelheid

30

13.9 De wet van Bernoulli

Waar de snelheid van een vloeistof hoog is, is de druk laag;
Waar de snelheid laag is, is de druk hoog



Verband tussen de

{ stroomsnelheid v
hoogte y (vb. t.o.v. aardoppervlak)
druk P

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g y = \text{overal in de vloeistof hetzelfde}$$

hoogte stijgt \Rightarrow druk in vloeistof daalt

Vb. druk in waterleiding in hoge gebouwen

hogere stroomsnelheid \Rightarrow lagere druk

31

13.9 De wet van Bernoulli

Waar de snelheid van een vloeistof hoog is, is de druk laag;
Waar de snelheid laag is, is de druk hoog



Verband tussen de

{ stroomsnelheid v
hoogte y (vb. t.o.v. aardoppervlak)
druk P

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g y = \text{overal in de vloeistof hetzelfde}$$

Behoud van energie(dichtheid)

Afleiding (cfr. handboek) op basis van principe van arbeid en energie

(Afleiding wordt niet gevraagd voor het examen)

32

Bernoulli effect (horizontaal stromende fluïda)

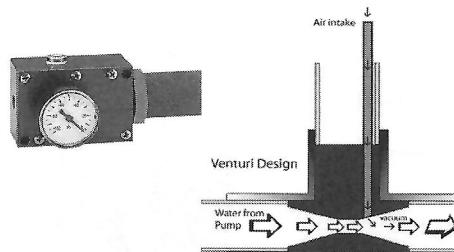
Als de stroomsnelheid van een vloeistof of gas toeneemt, dan daalt de druk.

(in vele omstandigheden ook geldig voor gassen)

Vb. principe van Venturi-pomp

Vb. Je wordt 'aangezogen' door een vrachtwagen die je aan hoge snelheid inhaalt.

Vb. Twee treinen die mekaar aan hoge snelheid passeren.



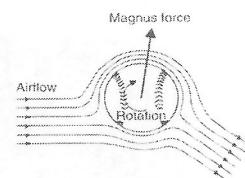
33

• Magnuseffect

Effect van stroming op draaiende voorwerpen

Draaiend voorwerp sleurt luchtlaagje mee in draaibeweging

- stroomsnelheid lucht aan beide kanten verschillend
- druk aan beide kanten verschillend
- resulterende kracht naar één kant: **magnuskracht**



Vb. balspel 'effectbal'

golf, tennis, voetbal, ...

Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

34

- **Opwaartse druk op vliegtuigvleugel**

Vormgeving vliegtuigvleugel:

gebogen en gekanteld (tilt, vlieghoek)

Luchtstroom wordt door vleugel
naar beneden afgebogen

Derde wet van Newton (actie-reactie):

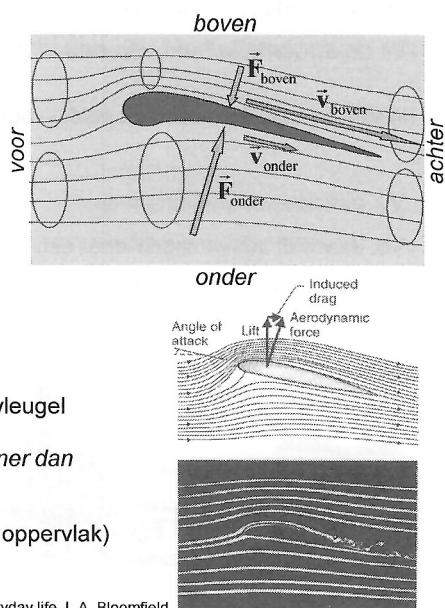
→ lucht duwt vleugel omhoog

en ook ...

Lucht stroomt sneller aan de bovenkant van de vleugel

*Wet van Bernoulli: druk boven de vleugel is kleiner dan
onder de vleugel*

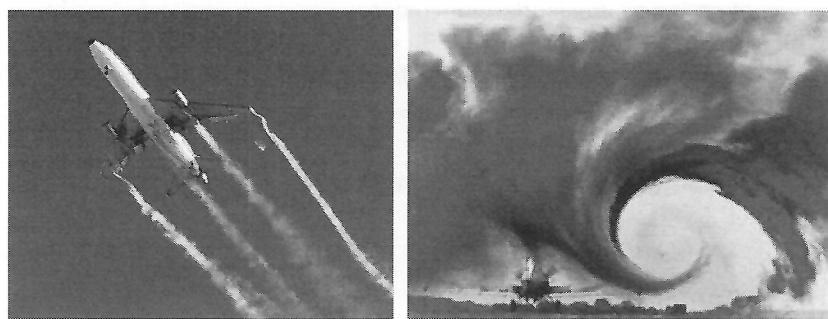
→ netto kracht op vleugel naar boven gericht (\perp oppervlak)



How things work, the physics of everyday life, L.A. Bloomfield

35

Draaikolken aan vleugeluiteinden (wing-tip vortices)



Druk boven de vleugel is lager dan druk onder de vleugel

Wat gebeurt aan uiteinde van de vleugel ?

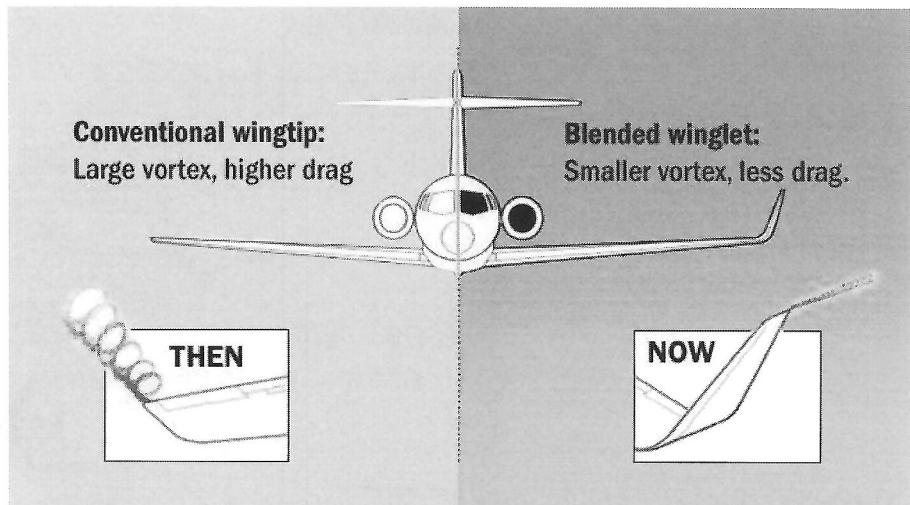
→ luchtstroom krult naar boven en vormt draaikolken: **wing-tip vortices**
kunnen meerdere kilometers lang zijn

Voldoende wachttijd tussen opstijgen van opeenvolgende vliegtuigen

(Wing-tip extensions verminderen vortex-vorming)

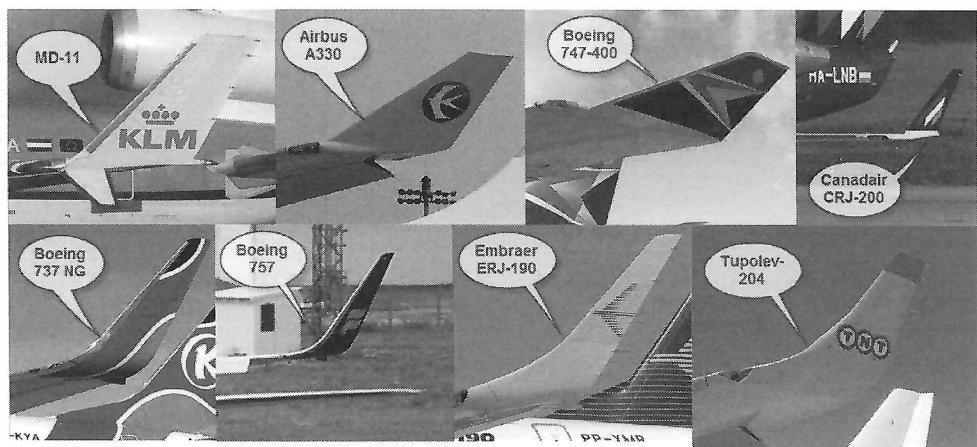
36

Draaikolken aan vleugeluiteinden (wing-tip vortices)



37

Draaikolken aan vleugeluiteinden (wing-tip vortices)

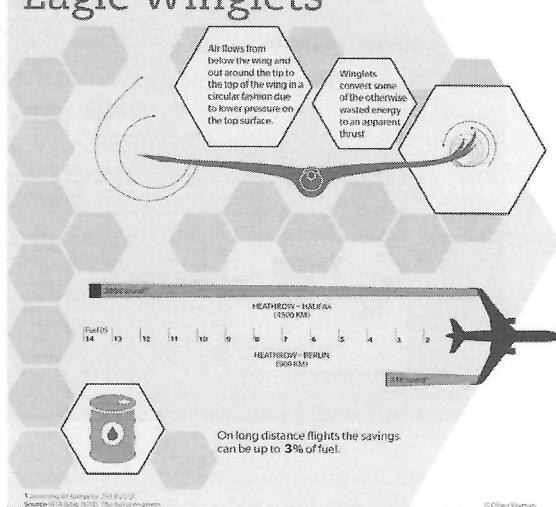


38

'Winglets': geïnspireerd door de natuur

BIOMIMICRY IN AVIATION

Eagle Winglets



<http://www.youtube.com/watch?v=T7fRGXc9SB>

HOOFDSTUK 14

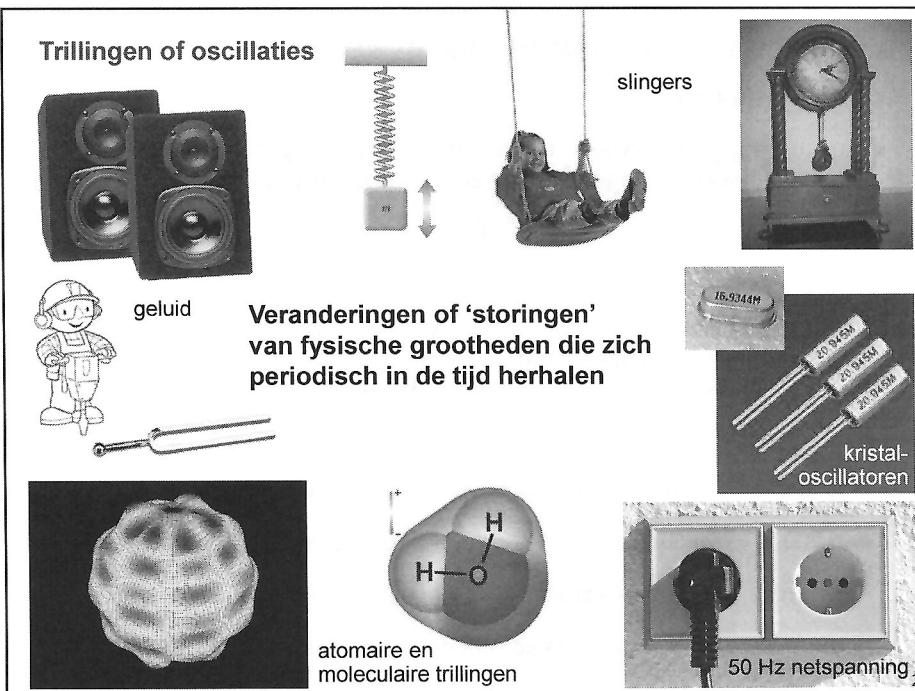
TRILLINGEN



Belangrijkste concepten: harmonische oscillatie, slinger, eigentrillingen, gedempte en gedwongen trillingen, resonantie

1

1



2

14.1 TRILLING VAN EEN VEER

Zie ook H7

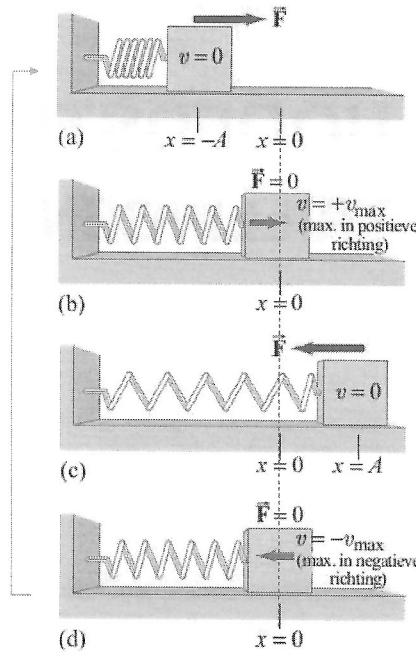
Massa ondervindt enkel veerkracht

wet van Hooke

$$F_v = -k x$$

↗ veerconstante

Periodische trilling rond de evenwichtstoestand



3

3

14.2 ENKELVOUDIGE HARMONISCHE BEWEGING

<http://www.youtube.com/watch?v=T7fRGXc9SBQ>

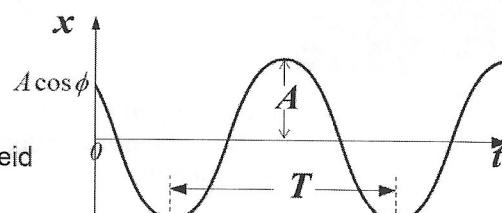
Enkele definities

Harmonische oscillatie = trilling van een fysische grootheid met tijdsafhankelijkheid gegeven door een sinus of cosinus

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

hoekfrequentie ω = aantal radianen per tijdseenheid (in argument van cosinus)

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$$



amplitude A = maximale waarde van de grootheid die oscilleert (x)

periode T = tijdsduur van 1 volledige cyclus (oscillatie) die telkens herhaald wordt

frequentie f = aantal oscillaties per seconde ($f = 1/T$)

beginfasehoek ϕ wordt bepaald door de waarde van x op ogenblik $t = 0$

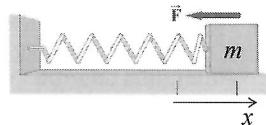
4

4

Enkelvoudige lineaire harmonische beweging

Massa m ondervindt enkel een elastische kracht:

$$\vec{F}_{\text{resulterend}} = -kx\vec{e}_x \quad (\text{teruggroepende kracht})$$



Bewegingsvergelijking: $\vec{F}_{\text{resulterend}} = -kx\vec{e}_x = m\ddot{x}$ of $F_{\text{resulterend}} = -kx = m\ddot{x}$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \leftarrow \text{oplossing: } x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \text{ met } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

Positie, snelheid, versnelling en kracht op het deeltje zijn
harmonisch oscillerende grootheden

5

5

$F \sim - \text{---} \rightarrow \text{storing}$

Harmonische trilling

$$\frac{d^2}{dt^2} \ddot{x} + \text{constante} \ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_{\text{max}} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\text{constante}}$$

6

6

14.3 ENERGIE VAN DE ENKELVOUDIGE HARMONISCHE OSCILLATOR

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \text{ met } \omega = \sqrt{k/m}$$

Potentiële energie

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

(U = 0 voor x = 0)

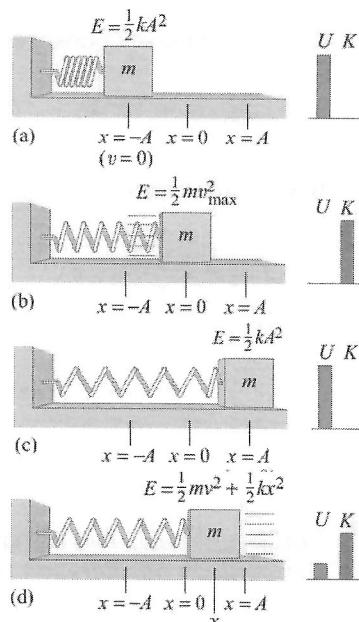
Kinetische energie

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

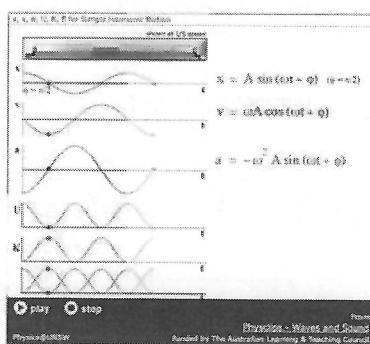
Totale (mechanische) energie

$$E_t = E_k + E_p = \frac{1}{2} k A^2$$



7

<http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/oscillations.htm>

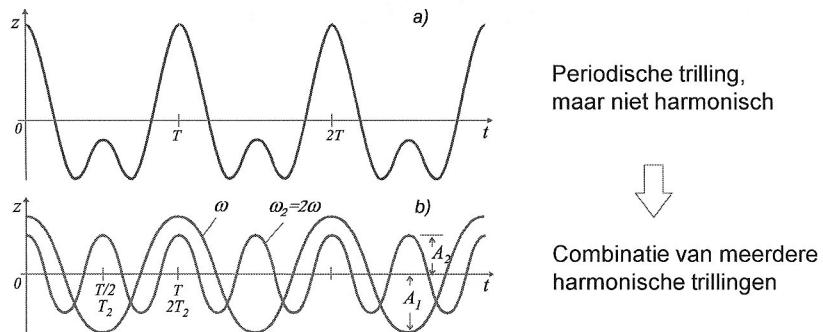


8

Waarom zijn harmonische trillingen (en golven zie H15) zo belangrijk ?

- **Stelling van Fourier**

Elke periodische oscillatie kan uitgedrukt worden als een som van harmonische trillingen (sinus en cosinus) met pulsaties ω , 2ω , 3ω , ...

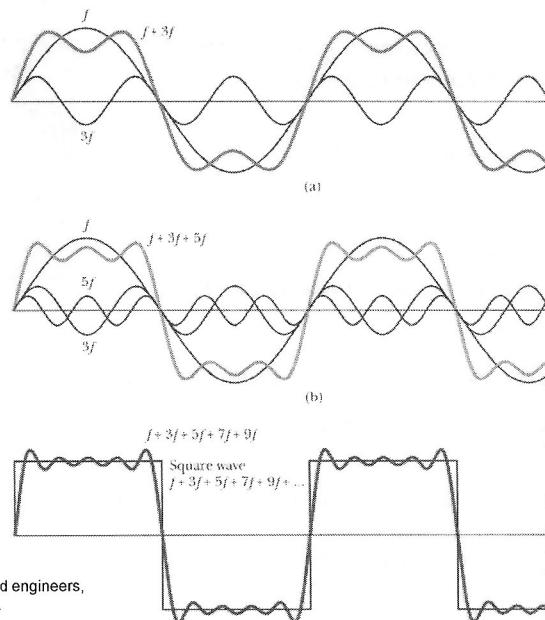


Harmonische trillingen zijn de bouwstenen van alle periodisch-variërende grootheden

9

9

Voorbeeld: blokgolf is samengesteld uit harmonische oscillaties

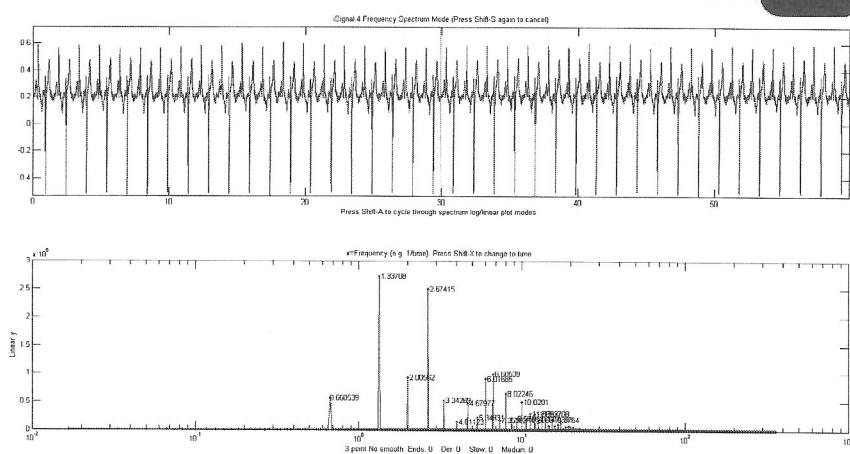


Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

10

10

Voorbeeld: analyse van hartritme ('Fourieranalyse')



Laat toe om hartritmestoornissen te detecteren

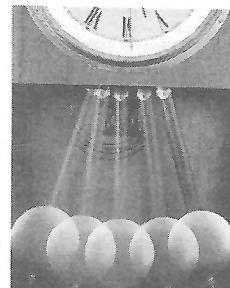
11

BEWEGING VAN SLINGERS

Slinger = vormvast voorwerp dat vrij kan roteren rond een vaste horizontale rotatie-as

De ene slinger is de andere niet ...

*verschillende massa,
verschillende lengte,
verschillende vorm,
verschillende massaverdeling (traagheidsmoment)*



How Things Work, Bloomfield

→ wij bestuderen de geïdealiseerde slinger ('wiskundige slinger')

→ realistische slinger ('fysische slinger'): bv. klok

Is de periodische slingerbeweging een harmonische oscillatie ?

Hoe lang duurt een slingerperiode ?

Is de periode afhankelijk van de lengte ? massa ? vorm ?

11

12

14.5 ENKELVOUDIGE of WISKUNDIGE SLINGER (PENDULUM)

'ideale' model-slinger:

puntmassa m

opgehangen aan massaloze draad ℓ

kleine beginuitwijkking θ_0

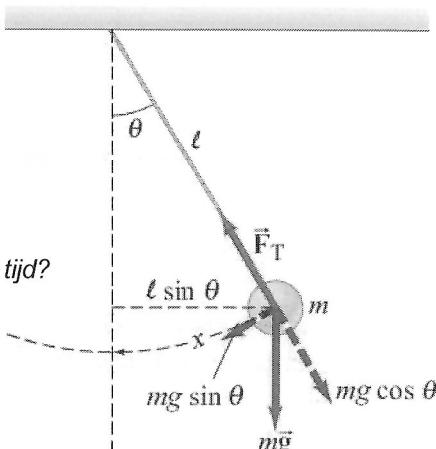
$\theta(t)$?

Hoe verloopt de hoekuitwijkking in de tijd?



Bewegingsvergelijking opstellen

→ beweging van m langs cirkelbaan



12

13

2^{de} wet van Newton voor massapunt m

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

Tangentiële component:

$$ma_t = (F_G)_t = -mg \sin \theta$$

$$\Leftrightarrow (a_t = \ell \alpha)$$

$$m\ell \alpha = -mg \sin \theta$$

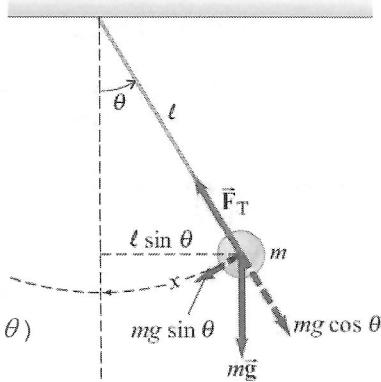
\Leftrightarrow (voor kleine θ is $\sin \theta \approx \theta$)

$$m\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \approx -mg\theta$$

\Leftrightarrow

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0}$$

bewegingsvergelijking van een angulaire harmonische trilling met $F \approx -mg\theta$
(voor kleine uitwijkingen)



↳ oplossing:

$$\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)} \quad \text{met} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

13

14

Slingerperiode ?

Bewegingsvergelijking: $\theta(t) = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi)$ met $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Slingerperiode (1x heen en weer) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

De slingerperiode van een (ideale) wiskundige slinger hangt enkel af van de lengte en de valversnelling en is onafhankelijk van de massa.

14

15

14.6 FYSISCHE SLINGER

Fysische slinger = star voorwerp dat vrij kan roteren rond een vaste horizontale rotatie-as (O)

Bewegingsvergelijking
voor rotatie rond vaste as

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

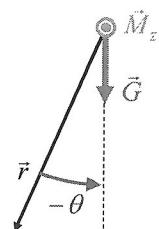
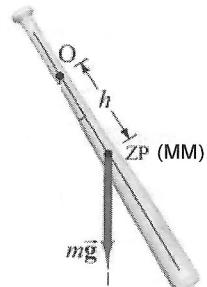
I = traagheidsmoment om O
 τ = totale uitwendige krachtmoment
 om O

enkel de zwaartekracht heeft een krachtmoment om O:

$$\tau = |\vec{r}| m \vec{g} \sin(-\theta) = h mg \sin(-\theta) \approx -h mg \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mg h}{I} \theta = 0$$

bewegingsvergelijking van een
angulaire harmonische trilling
(enkel voor kleine uitwijkingen)



15

16

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mg h}{I} \theta = 0 \quad \Rightarrow \text{bewegingsvergelijking van een angulaire harmonische trilling}$$

↳ oplossing: $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$ met $\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I}}$

Slingerperiode ?

Slingerperiode (1x heen en weer) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}$ wiskundige slinger

Traagheidsmoment van de slinger belangrijk

16

17

14.7 GEDEMPTE TRILLINGEN

Tot nu toe geen wrijving beschouwd: enkel conservatieve kracht

⇒ Totale mechanische energie blijft behouden $E_t = \frac{1}{2}kA^2$

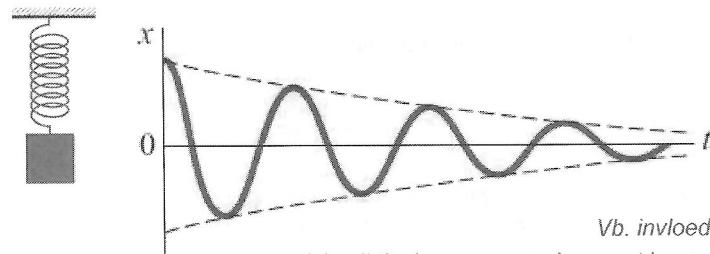
⇒ Amplitude blijft constant

Gedempte trillingen

In realiteit meestal nog andere krachten (dissipatieve krachten)

⇒ mechanische energie geleidelijk omgezet in niet-mechanische energie

⇒ amplitude daalt, beweging valt uiteindelijk stil



Vb. invloed van wrijving,
viskositeit als een massa beweegt in een vloeistof, ...

17

18

Gedempte trillingen

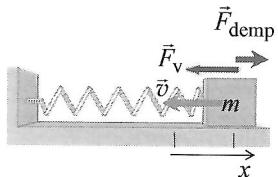
Vaak voorkomend geval (+ eenvoudig te analyseren):

dempingskracht \sim snelheid van bewegende massa (cfr. H5)

$$\vec{F}_{\text{demping}} = -b \vec{v}$$

dempingsconstante ($\text{Ns/m} = \text{kg/s}$)

dempingskracht werkt de beweging tegen



Hoe verloopt een gedempte trilling met deze dempingskracht?

$$2^{\text{de}} \text{ wet van Newton: } m a_x = \sum F_x \Leftrightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x - b \frac{dx}{dt}$$

bewegingsvergelijking:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x - b \frac{dx}{dt} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

18

19

bewegingsvergelijking:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x - b \frac{dx}{dt}$$

invullen en uitwerken levert
uitdrukking voor γ en ω'

↳ **oplossing:** $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos \omega' t$

$\gamma = \frac{b}{2m}$

$$\text{amplitude } (t) = A e^{-\frac{b}{2m} t}$$

De amplitude daalt exponentieel in de tijd.

Hoe groter de dempingsconstante, hoe sneller de amplitude daalt.

De (hoek)frequentie van de gedempte trilling:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

De (hoek)frequentie van de beweging is kleiner geworden door de demping.

Hoe groter de demping, hoe kleiner de (hoek)frequentie.

((hoek)frequentie en periode blijven constant in de tijd voor gegeven demping)

19

20

Voorbeeld kleine demping

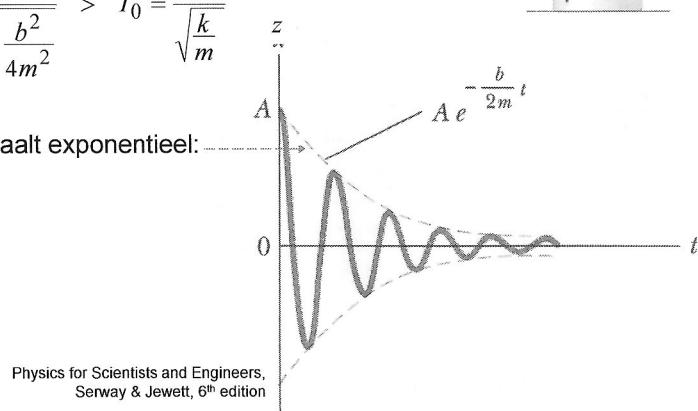
$$x(t) = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos \omega' t \quad \text{met} \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Periode:

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}} > T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$



Amplitude daalt exponentieel:



20

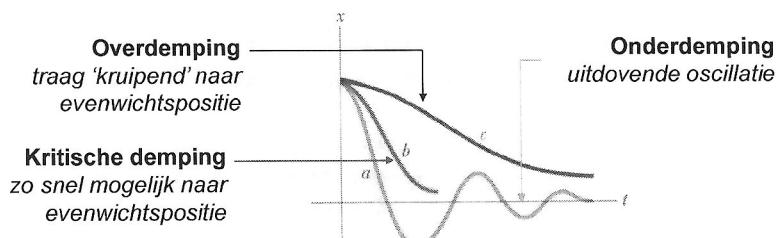
21

Grotere demping ...

$$x(t) = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos \omega' t \quad \text{met} \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Naarmate b toeneemt, zal ω' afnemen ...

$$\text{Kritische demping} \quad \omega' = 0 \quad \text{als} \quad \frac{b^2}{4m^2} = \frac{k}{m} \Leftrightarrow b = b_c = 2\sqrt{km}$$

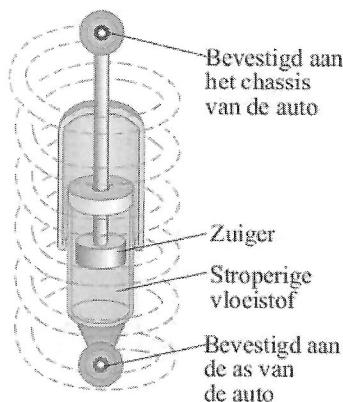
Onderdemping: $b < b_c \Rightarrow$ oscillerende bewegingKritische demping: $b = b_c \Rightarrow$ geen oscillerende bewegingOverdemping: $b > b_c \Rightarrow$ geen oscillerende beweging

21

22

Toepassing: ophanging met schokdempers

Ophanging: schokdemper in spiraalveer

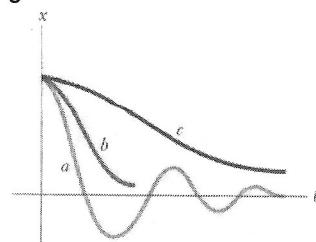


Zuiger oscilleert in een met olie gevulde holte

22

23

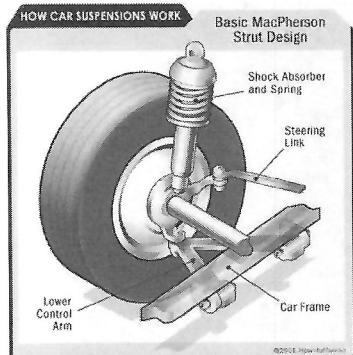
Oneffen wegdek → auto veert op de ophanging

Oscillaties moeten gedempt worden
→ schokdempersWelk design krijgt de voorkeur:
kritische-, onder-, of overdemping?☺ Kritische demping → schok wordt meteen geabsorbeerd
(ruw, niet comfortabel)☹ Overdemping → wielen 'kruipen' te traag terug naar evenwichtspositie
(slechte grip op de weg, niet veilig)☺ Lichte onderdemping → schokken worden snel geabsorbeerd
wielen komen terug in evenwicht na slechts
1 à 2 merkbare oscillaties

23

24

Voorbeeld: vering van een auto



Combinatie van veer en
demping

EIGENTRILLINGEN EN EIGENFREQUENTIE

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

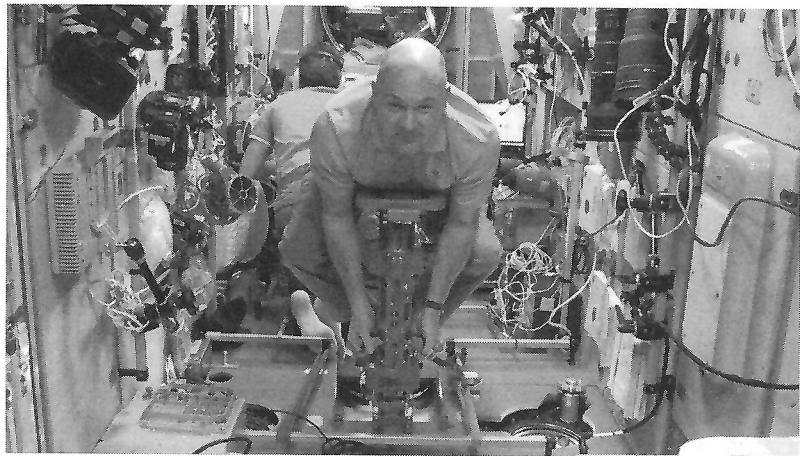
Het systeem zal 'spontaan'
met zijn **eigenfrequentie**
trillen, dit is de frequentie
eigen aan het systeem.

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$



Hoe meet je de massa van een astronaut in de ruimte?



https://www.youtube.com/watch?v=oU3pp_4n84U

27

14.8 GEDWONGEN OSCILLATIES EN RESONANTIE

Uitwendige kracht die periodisch varieert, dwingt een systeem om met een bepaalde frequentie te trillen → **gedwongen trilling**

Amplitude is afhankelijk van de frequentie van de uitwendige kracht !

Resonantie

Bij een welbepaalde frequentie van de uitwendige kracht, zal het systeem met extreem grote amplitude trillen.

Toepassingen:

Vb. Analoge radio-ontvanger

Vb. Absorptie van licht met bepaalde golflengte (frequentie, kleur) door materialen

Vb. MRI scanner magnetic resonance imaging



26

28

Bewegingsvergelijking van de gedwongen trilling

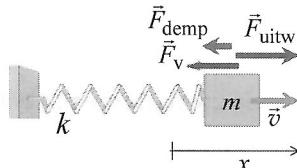
Beschouw een systeem dat in staat is te trillen

vb. massa m , veer k , demping b

waarop nu ook een uitwendige periodische kracht inwerkt:

$$F_{uitw}(t) = F_0 \cos \omega_u t$$

Stel beweging volgens de x -as,
uitwendige kracht volgens de x -as



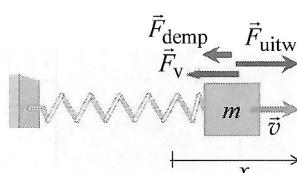
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \text{eigen(hoek)frequentie van het systeem (zonder demping) vast, bepaald door } m \text{ en } k$$

$\omega_u \rightarrow$ (hoek)frequentie van de uitwendige kracht, kan variëren

27

29

Bewegingsvergelijking van de gedwongen trilling



2de wet van Newton:

$$ma = \sum F = -kx - bv + F_0 \cos \omega_u t$$

↓ ↓ ↓
 uitwendige periodische kracht dampingskracht elastische kracht

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega_u t$$

Bewegingsvergelijking
gedwongen oscillator

28

30

Oplossing van de bewegingsvergelijking

$$F_u(t) = F_0 \cos \omega_u t$$

Na zekere tijd (overgangstoestand, 'transient state') bereikt het systeem een stabiele oscillatie:

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_u t + \phi_0)$$

met

$$A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_u^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega_u^2 / m^2}}$$

De massa zal **harmonisch trillen** met**hoekfrequentie** ω_u

= hoekfrequentie van de uitwendige kracht

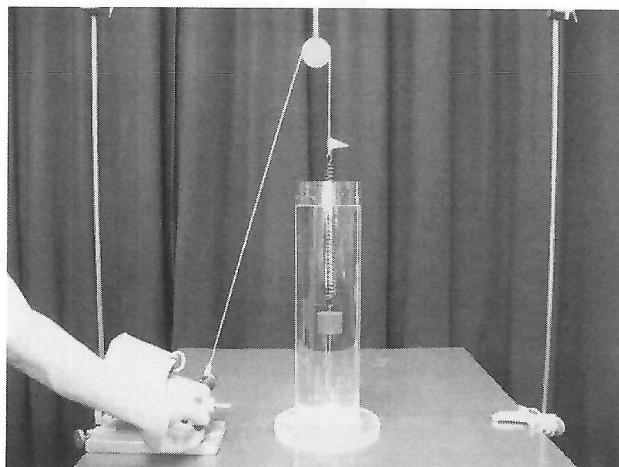
$$\tan \phi_0 = \frac{\omega_0^2 - \omega_u^2}{\omega_u (b/m)}$$

amplitude A_0 = afhankelijk van de (hoek)frequentie ω_u van de uitwendige kracht**faseverschil** $\phi_0 + \pi/2$ tussen uitwendige kracht en trillend systeem= afhankelijk van de (hoek)frequentie ω_u van de uitwendige kracht

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_u t + \phi_0) = A_0 \cos(\omega_u t + \phi_0 + \pi/2)$$

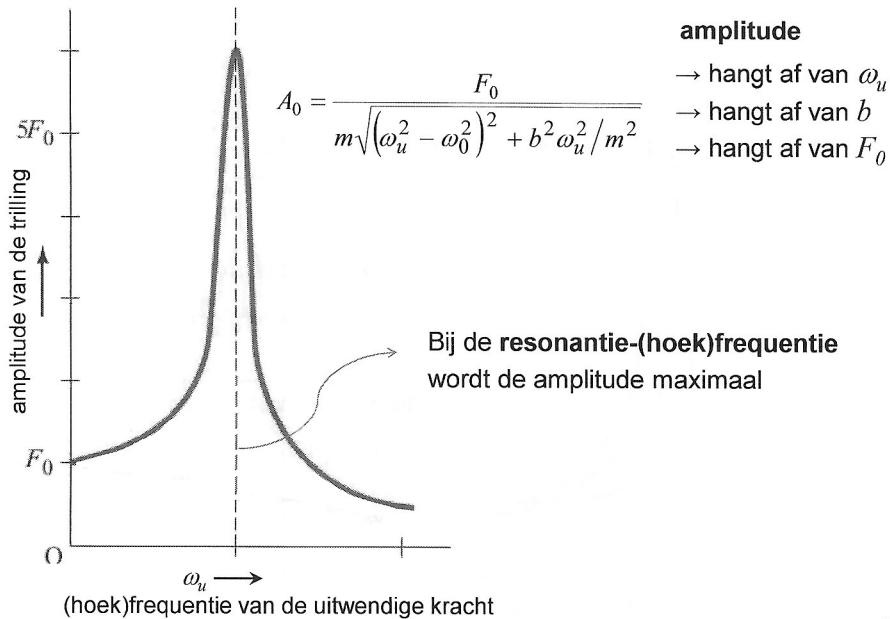
29

31



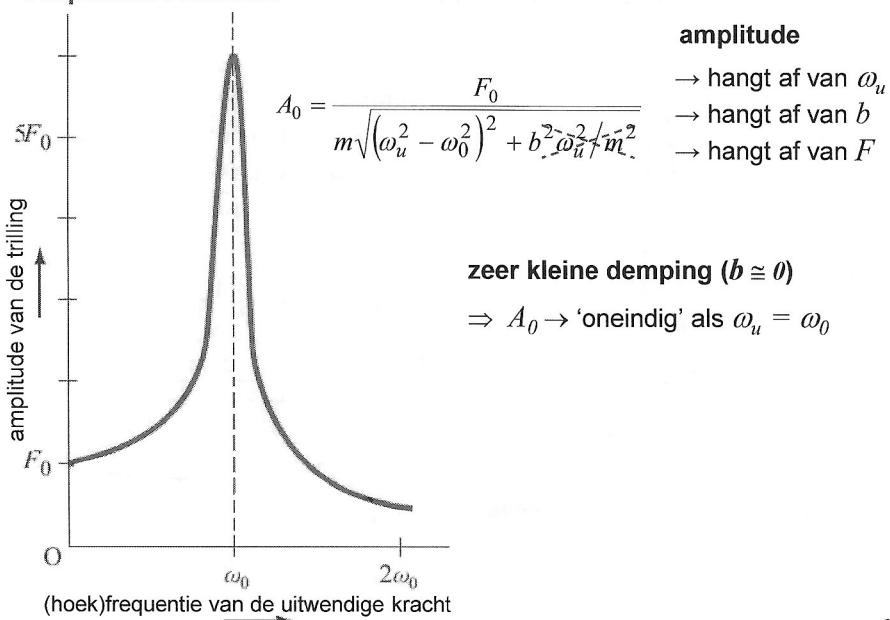
<https://videolab.avnet.kuleuven.be/video/?id=3ba49f861ec12ebfb7116edbf436d6b9&height=390&width=640&autoplay=false>

32

Amplituderesonantie

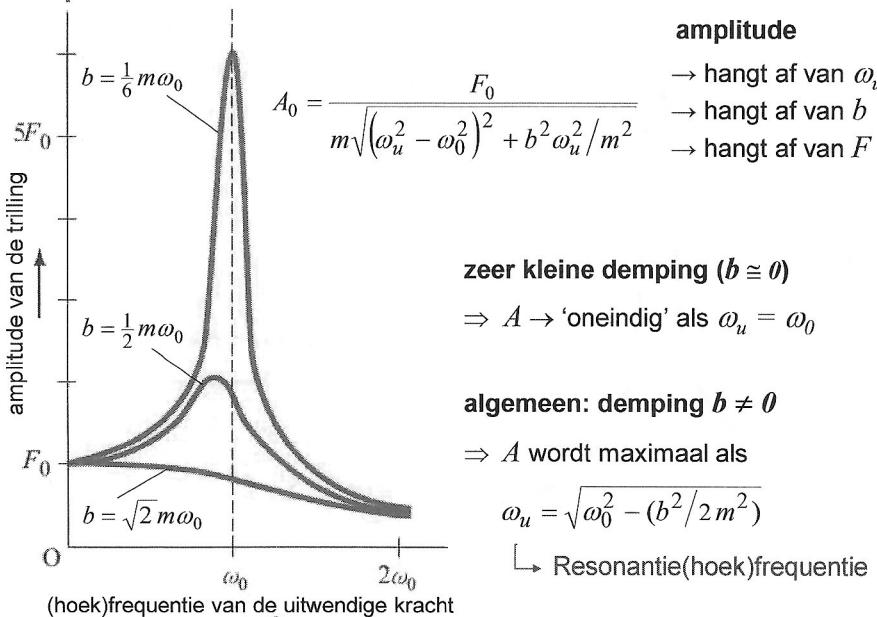
30

33

Amplituderesonantie

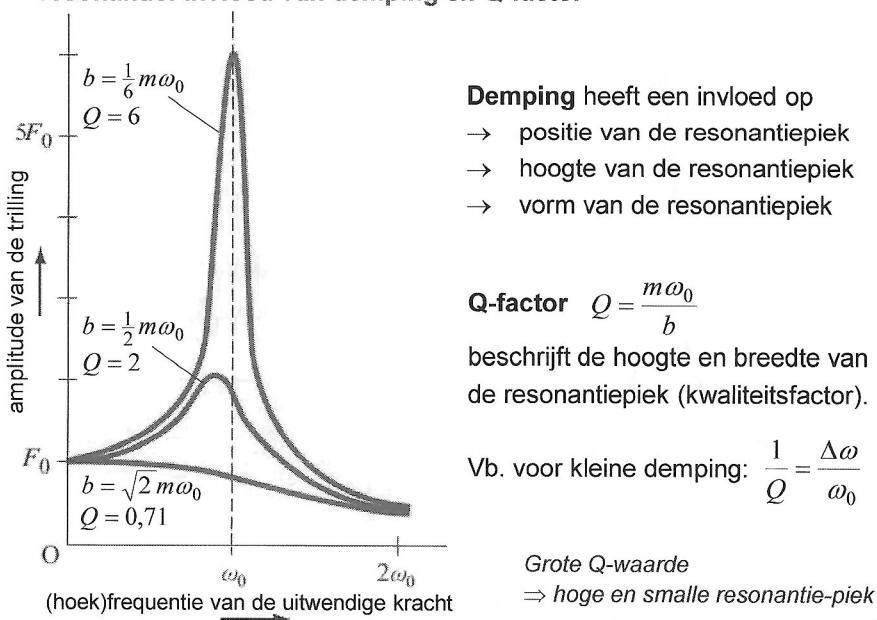
31

34

Amplituderesonantie

32

35

resonantie: invloed van demping en Q-factor

33

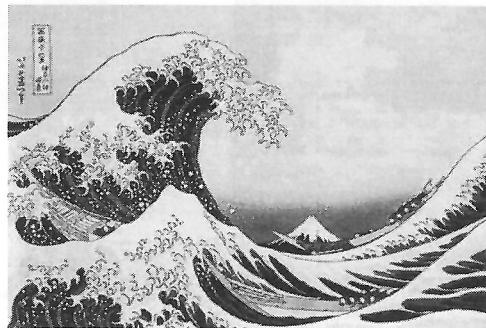
36



<https://www.youtube.com/watch?v=joS6kfjuKQo>

HOOFDSTUK 15

GOLVEN

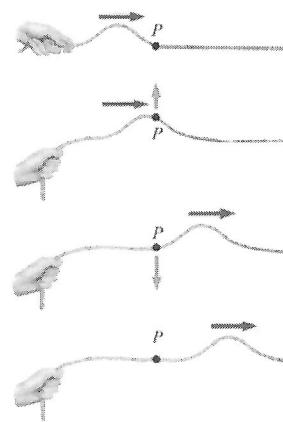
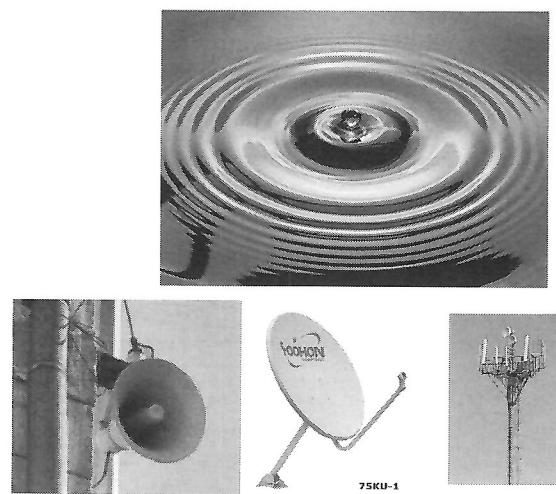


Belangrijkste concepten: harmonische golf, golfsnelheid, golflengte, frequentie van een golf, interferentie, staande golven

1

15.1 EIGENSCHAPPEN VAN DE GOLFBEWEGING

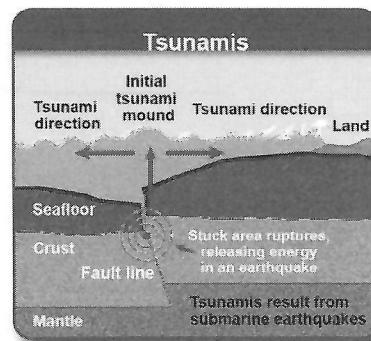
Een golf is een ‘verstoring’ van een fysische grootheid die zich in de ruimte (medium) verplaatst.



2

1

Voorbeeld van een golfpuls: tsunami



3

15.1 ALGEMENE EIGENSCHAPPEN VAN GOLVEN

Algemene eigenschappen van golven

De storing verplaatst zich over grote afstanden door de ruimte (meestal via een medium)

- Er wordt *geen materie* verplaatst door een golf
- Er wordt *wel energie* getransporteerd



Golfsnelheid:

de snelheid waarmee de storing zich in de ruimte verplaatst

- hangt af van het medium
- hangt *niet* af van de vorm of amplitude van de storing / golf

4

15.1 ALGEMENE EIGENSCHAPPEN VAN GOLVEN

Twee snelheden:

Golfsnelheid v (\rightarrow bepaald door het medium)
 Snelheid waarmee de golf (storing) zich door het medium verplaatst
 (vb. in de x-richting)



Deeltjessnelheid u
 Snelheid waarmee de deeltjes van het medium bewegen
 (vb. in de z-richting)

$$u = \frac{\partial z}{\partial t}$$



5

15.2 TYPEN GOLVEN

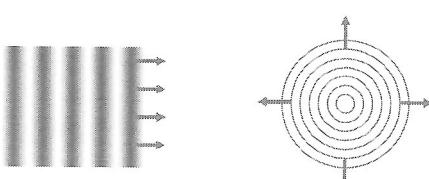
Tijdsafhankelijkheid bron
 golfpuls \leftrightarrow continue of periodieke golf

richting van de storing t.o.v. richting van de voortbeweging
 Transversale golf \leftrightarrow Longitudinale golf
 (storing \perp verplaatsing) \quad (storing // verplaatsing)

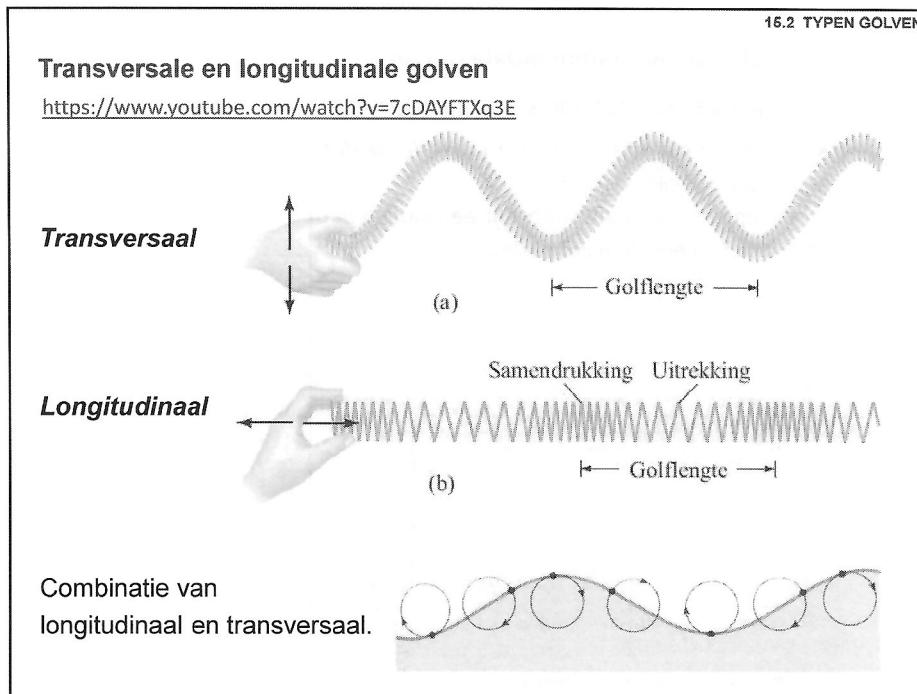
Geometrische vorm
 Vlakke golf, sferische golf
 1D, 2D, 3D

...

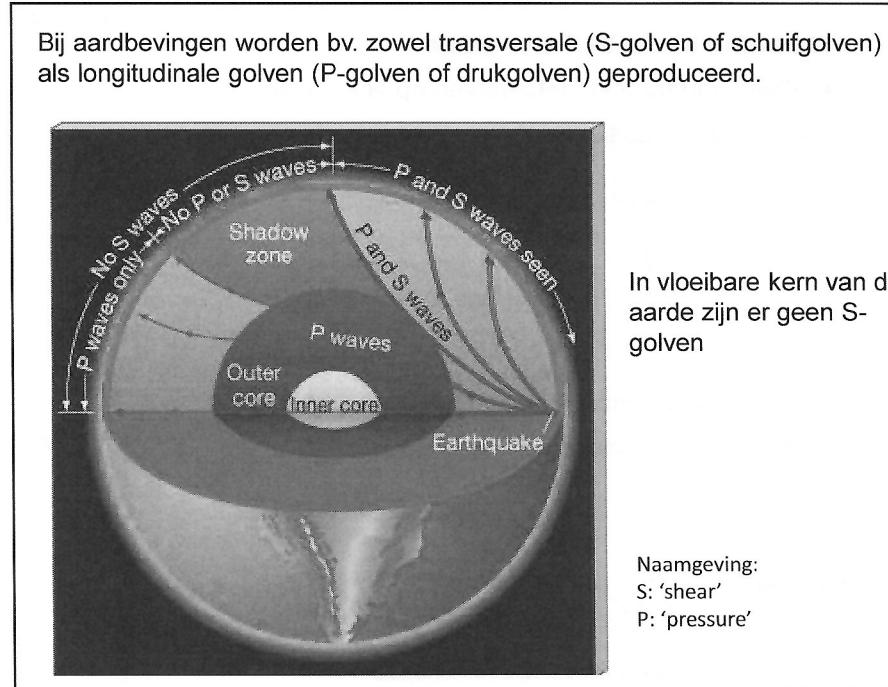
Mechanische golven: verplaatsing van deeltjes t.o.v. evenwichtspositie



6



7



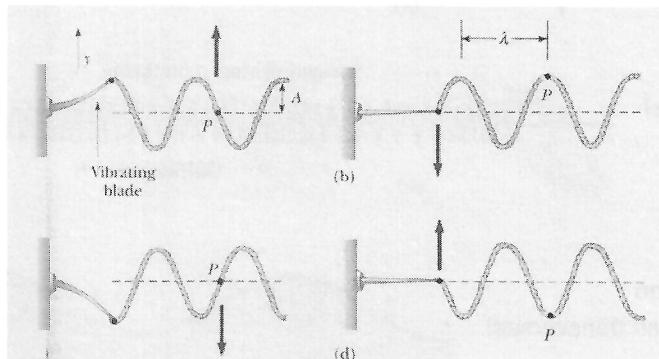
8

15.2 TYPEN GOLVEN

Harmonische golven (sinusoïdale golven)

Continue golf die een harmonische functie is van tijd en plaats:

- elk deeltje van het trillende medium voert **in de tijd** een harmonische oscillatie uit (cfr. H14)
- op elk moment toont een 'snapshot' een storing **in de ruimte** in de vorm van een sinus of cosinus



Physics for scientists and engineers, Serway & Jewett, 6th ed.

9

15.2 TYPEN GOLVEN

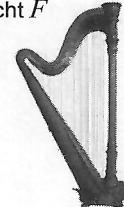
GOLFSNELHEID IN ELASTISCHE MEDIA**• golfsnelheid van transversale golven op een snaar**

Snaar met lineaire massadichtheid μ en opgespannen met spankracht F

massa per lengte-eenheid (kg/m)

$$\text{golfsnelheid } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

golven bewegen sneller in strak
opgespannen en lichte snaaren

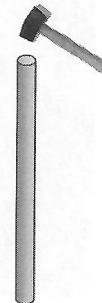
**• golfsnelheid van longitudinale golven in een staaf**

Staaf met elasticiteitsmodulus van Young E en massadichtheid ρ

massa per volume-eenheid
(kg/m³)

$$\text{golfsnelheid } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

golven bewegen sneller in weinig
elastische en lichte materialen



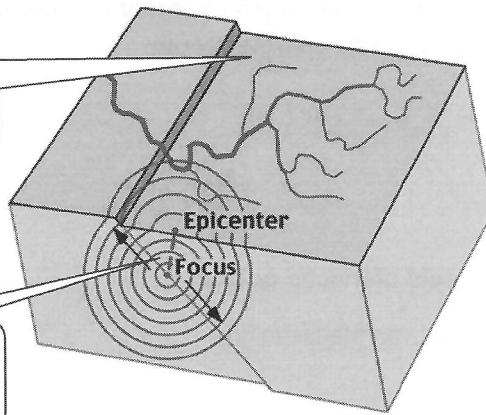
E groot: materiaal moeilijk uitrekbaar/samendrukbaar

10

15.3 ENERGIE GETRANSPORTEERD DOOR EEN GOLF

Voorbeeld sferische golf

Energiestroom is minder intens verder weg van de bron



Getransporteerde energie \sim amplitude² en frequentie²

Vermogen = getransporteerde energie per tijdseenheid

Intensiteit = gemiddeld vermogen per eenheidsoppervlak (\perp energiestroom)

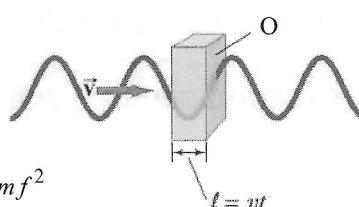
11

15.3 ENERGIE GETRANSPORTEERD DOOR EEN GOLF

Golven transporteren energie, die wordt doorgegeven in het medium van het ene deeltje naar het andere.

Energie getransporteerd door een trillend gebiedje m van het medium

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} kA^2 \\ &= 2\pi^2 m f^2 A^2 \\ &= 2\pi^2 \rho O v t f^2 A^2 \end{aligned}$$



k = veerconstante van elastische kracht van het medium.

Gemiddelde vermogen van de golf

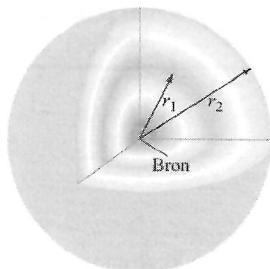
= tempo waaraan energie getransporteerd wordt door de golf

$$\bar{P} \equiv \frac{E}{t} = 2\pi^2 \rho O v f^2 A^2$$

12

15.3 ENERGIE GETRANSPORTEERD DOOR EEN GOLF

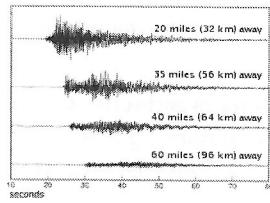
Intensiteit van de golf
= gemiddelde vermogen overgebracht per oppervlakte-eenheid loodrecht op de energiestroom

$$I = \frac{\bar{P}}{O} = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2$$


Voorbeeld sferische golven:

Intensiteit van sferische golf $I = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$

Stel bron met constant uitgaande vermogen

$$\Rightarrow I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow A^2 \propto \frac{1}{r^2} \text{ of } A \propto \frac{1}{r}$$


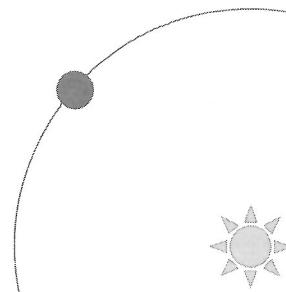
13

Rekenvoorbeeld: vermogen van de zon

Intensiteit zonlicht op aarde: $1,4 \text{ kW/m}^2$

Afstand aarde - zon = 8 lichtminuten $\sim 15 \cdot 10^{10} \text{ m}$

Schat het vermogen van de zon:

$$P = I O = I 4\pi r^2 = 4 \cdot 10^{26} \text{ Watt}$$


14

15.4 WISKUNDIGE VOORSTELLING (HARMONISCHE) GOLF

Hoe beschrijf je een golf in een formule ?

Hoe beschrijf je wiskundig dat een storing (vb. z-uitwijking) zich met constante snelheid v verplaatst (vb. in x -richting) zonder van vorm te veranderen ?

$$z(x,t) = f(x - vt)$$



$$z(x,t) = f(x + vt)$$



$\rightarrow x$

Vb. $z(x,t) = A \cos k(x-vt)$ cosinus-vorm die naar rechts beweegt met snelheid v
 $D(x,t) = B_0 \sin k(x+v't)$ sinus-vorm die naar links beweegt met snelheid v'

15

15.4 WISKUNDIGE VOORSTELLING HARMONISCHE GOLF

Golfvergelijking van een vlakke golf

Algemeen: storing van grootheid z verplaatst zich in de x -richting

Vb. transversale golf: storing in de z -richting verplaatst zich in de x -richting

Golfvergelijking:

$$z(x,t) = f(x - vt)$$



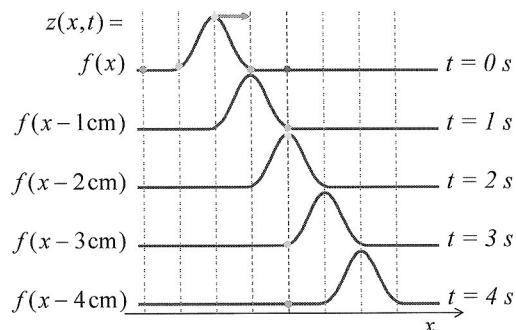
Verplaatsing volgens positieve zin van x -as

$$z(x,t) = f(x + vt)$$



Verplaatsing volgens negatieve zin van x -as

Golfsnelheid: $v = 1 \text{ cm/s}$



16

15.4 WISKUNDIGE VOORSTELLING HARMONISCHE GOLF

Harmonische golf als “snapshot” in de ruimte (figuur vs. positie !)

$z(x,t) = A \cos k(x - vt)$ voorbeeld $t=0 : z(x,0) = A \cos(kx) = A \cos(k(x+\lambda))$

$$\Leftrightarrow k\lambda = 2\pi$$

- Amplitude A
- **Golfgetal k** = aantal radialen / lengte-eenheid (*op de positie-as*)
- **Golflengte λ** = afstand tussen twee opeenvolgende golftoppen (of twee posities met equivalente waarden van de storing z)

→ **Verband golfgetal en golflengte:** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

17

15.4 WISKUNDIGE VOORSTELLING HARMONISCHE GOLF

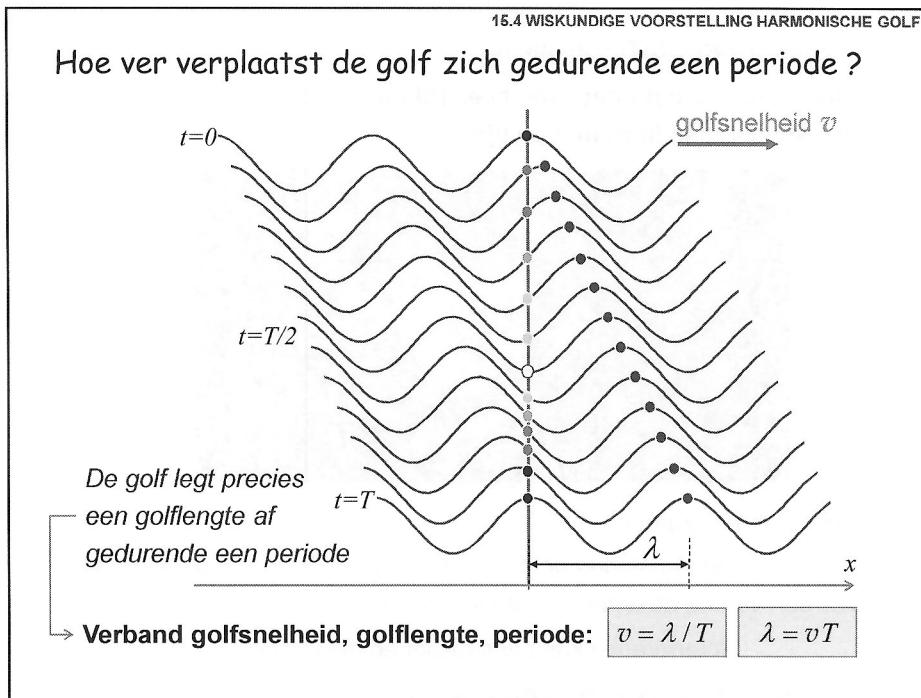
Focussen op de beweging van individueel deeltje a.f.v. de tijd

$z(x,t) = A \cos k(x - vt)$ $z(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

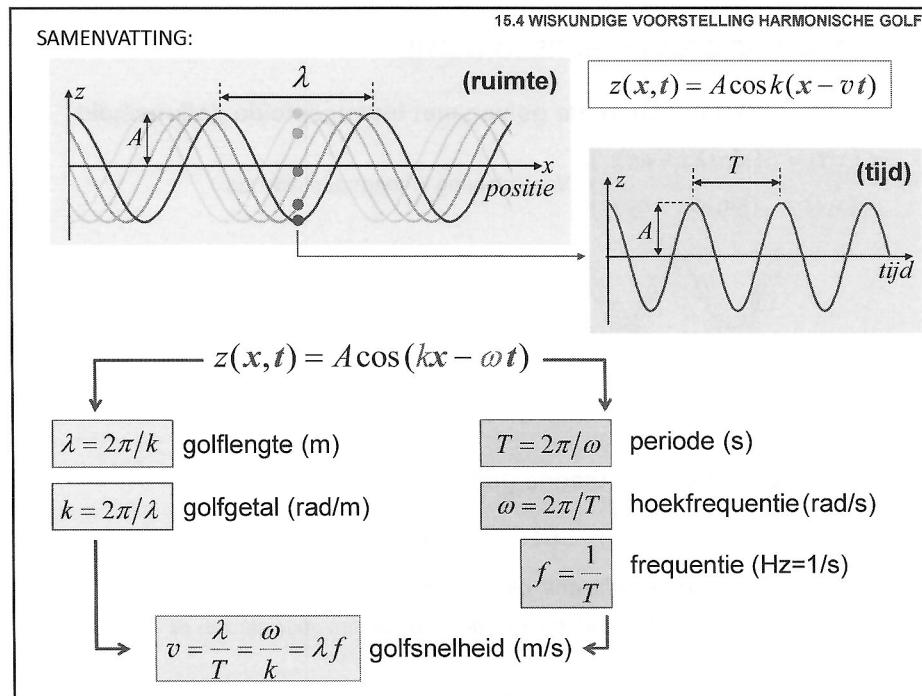
→ voorbeeld voor $x = 0 : z(0,t) = A \cos k(-vt) = A \cos(\cancel{k}v)t = A \cos \cancel{\omega}t$

Hoekfrequentie waar mee elk punt harmonisch oscilleert $\omega = kv$

18



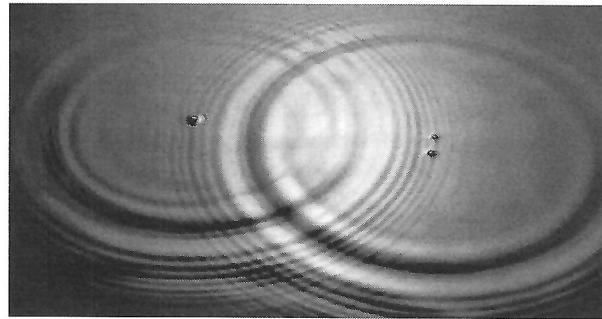
19



20

15.6 HET SUPERPOSITIEBEGINSEL

Interferentie is het effect van twee (of meer) golven die samenvallen in ruimte en tijd



Superpositiebeginsel:

De waarde van de storing op elk moment en in elk punt is de som van de waarden van de afzonderlijke storingen: $z(x,t) = z_1(x,t) + z_2(x,t)$

Interferentie kan constructief en destructief zijn.

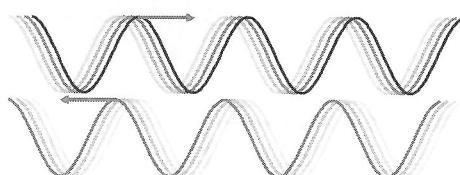
<http://www.animations.physics.unsw.edu.au/waves-sound/travelling-waves/>

21

15.9 STAANDE GOLVEN EN RESONANTIE

Interferentie van coherente golven met tegengestelde golfsnelheid

$$\left. \begin{array}{l} z_1(x,t) = A \sin(kx - \omega t) \\ z_2(x,t) = A \sin(kx + \omega t) \end{array} \right\} \text{Voortplanting in tegengestelde zin}$$

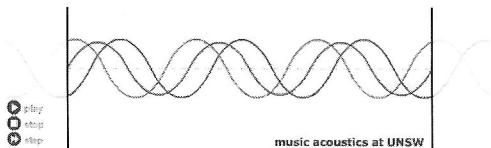


Resulterende storing: "staande golf"

$$z(x,t) = z_1(x,t) + z_2(x,t) = 2A \sin kx \cos \omega t$$

geen harmonische golf, geen lopende golf,
tijd- en ruimte-coördinaat komen niet samen voor als $x \pm vt$

22

Staande golfVb. \rightarrow golf + gereflecteerde golf

music acoustics at UNSW

$$z(x,t) = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

→ de resulterende storing z trilt harmonisch in elk punt x :

$$z(x,t) = A_R(x) \cos \omega t$$

→ met **amplitude** die afhangt van de positie x :

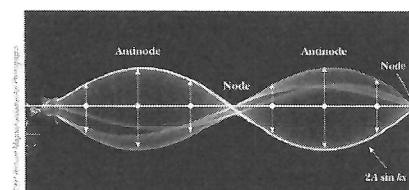
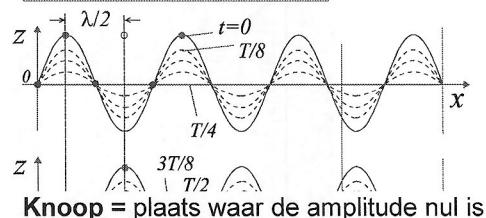
$$A_R(x) = 2A |\sin kx|$$

<http://www.phys.unsw.edu.au/jw/strings.html>

23

Buiken en knopen

$$z(x,t) = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

$$A_R(x) = 0 \Leftrightarrow x = n \frac{\pi}{k} = n \frac{\lambda}{2}$$

Buik = plaats waar de amplitude maximaal is

$$A_R(x) \text{ maximaal} \Leftrightarrow x = (n + \frac{1}{2}) \frac{\pi}{k} = (n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$$

De afstand tussen twee buiken (of twee knopen) is een halve golflengte

24

Eigenfrequenties en eigenmodes van een snaar

Interferentie tussen gereflecteerde golven
→ staande-golfpatronen

Grondtoon of eerste harmonische, f_1

Eerste boventoon of tweede harmonische, $f_2 = 2f_1$

Tweede boventoon of derde harmonische, $f_3 = 3f_1$

Vaste uiteinden → knopen

Enkel bij bepaalde golflengtes:

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} \quad \lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

→ Enkel bij bepaalde frequenties:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2\ell} = n f_1$$

**eigenfrequenties,
resonantiefrequenties**

25

Eigenfrequenties en eigenmodes van een snaar

Grondtoon of eerste harmonische, f_1

Eerste boventoon of tweede harmonische, $f_2 = 2f_1$

Tweede boventoon of derde harmonische, $f_3 = 3f_1$

grondfrequentie

tweede harmonische

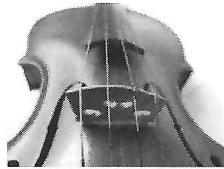
derde harmonische

Physics for scientists and engineers,
Serway & Jewett, 6th ed.

Superpositie van eigenmodes ook mogelijk

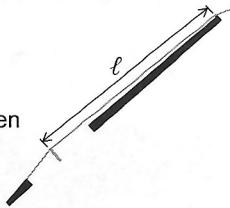
26

Toepassing: trillende snaren van muziekinstrumenten



Trilling van de snaar wordt vb. via de brug overgedragen op de klankkast

Trillingen van de klankkast veroorzaken geluidstrillingen in de lucht



Tokkelen of aanstrijken → de snaar krijgt energie en begint te trillen

$$\text{Grondfrequentie: } f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \leftarrow \text{lengte, spankracht, massa/lengte}$$

toonhoogte

$$\text{Hogere harmonischen: } f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Klankkleur wordt bepaald door de specifieke combinatie van grondfrequentie en hogere harmonischen ('Fourierspectrum')

27

Resonantie

Tacoma Narrows Bridge Collapse.url

Elk elastisch systeem bezit meerdere eigenfrequenties



Energie-overdracht van uitwendig systeem naar trillende systeem is maximaal bij de eigenfrequenties (staande golven)

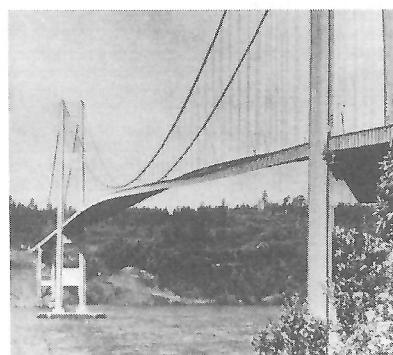


Fig. 9.2.6 - The Tacoma Narrows Bridge collapsed in November, 1940, as the result of resonant energy transfer between the wind and the bridge surface. Shortly after construction, the automobile bridge began to exhibit an unusual natural resonance in which its surface twisted slowly back and forth so that one lane rose as the other fell. During a storm, the wind slowly added energy to this resonance until the bridge ripped itself apart. The entire collapse was beautifully recorded on film.

How things work, the physics of everyday life, L.A. Bloomfield

http://archive.org/download/SF121/SF121_512kb.mp4 http://www.youtube.com/watch?v=WEQrt_w7gN4&feature=related

28

HOOFDSTUK 16

GELUID



Eenvoudige inleiding? Zie <https://www.youtube.com/watch?v=GkNJvZINSEY>

1

16.1 EIGENSCHAPPEN VAN GELUID

Essentieel: geluid kan zich niet voortplanten in vacuüm (middenstof nodig!)

TABEL 16.1 Geluidssnelheid in diverse materialen (20°C en 1 atm).

Materiaal	Snelheid (m/s)
Lucht	343
Lucht (0 °C)	331
Helium	1005
Waterstof	1300
Water	1440
Zeewater	1560
IJzer en staal	≈ 5000
Glas	≈ 4500
Aluminium	≈ 5100
Hardhout	≈ 4000
Beton	≈ 3000

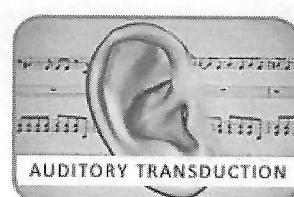
Volume ~ intensiteit (*I*)

Toonhoogte ~ frequentie (*f*)

Hoorbare (audio)bereik: $f \sim 20 \text{ Hz}$ tot $20,000 \text{ Hz}$;

Ultrason: $f > 20,000 \text{ Hz}$;

Infrason: $f < 20 \text{ Hz}$



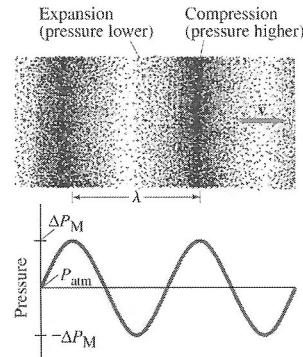
<http://www.engelsman-optiek.nl/video-horen-werking-van-het-oor.php>

2

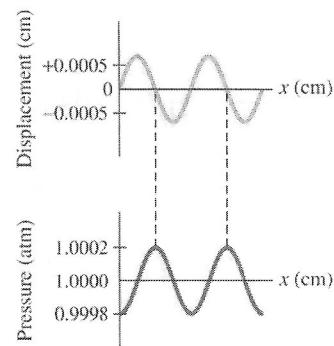
16.2 WISKUNDIGE VOORSTELLING VAN LONGITUDINALE GOLVEN

Geluid = longitudinale golven (drukgolven)

$$D(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$



Voorstelling van drukgolf



Verplaatsing en druk zijn 90° uit fase

3

Afleiding van de drukgolf

$$K = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V} \quad K = \text{compressiemodulus}$$

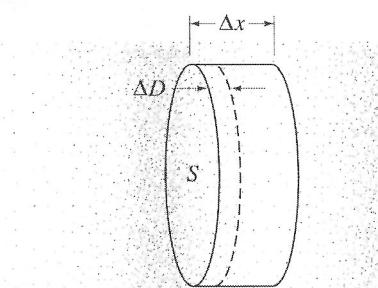
$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V} = -K \frac{S \Delta D}{S \Delta x}$$

In de limiet:

$$\Delta P = -K \frac{\partial D}{\partial x}$$

$$\Delta P = -(KAk) \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta P = -2\pi\rho v Af \cos(kx - \omega t)$$



$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

4

2

16.3 Intensiteit van geluid: decibel

'Volume van geluid': gerelateerd aan *intensiteit* van een golf

= getransporteerde energie per tijdseenheid door een eenheidsoppervlak loodrecht op de energiestroom (W/m^2)

Menselijk oor: 10^{-12} tot 1 W/m^2 (zeer groot intensiteitsbereik, subjectief).

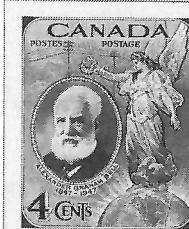
Geluidssterkte:

$$\beta \text{ (in dB)} = 10 \log \frac{I}{I_0}.$$

met I_0 is de intensiteit van een gekozen referentieniveau:

$$I_0 = 1.0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2.$$

Alexander Graham Bell



5

Geluidssterkte:

TABEL 16.2 Intensiteit van verschillende geluiden

Geluidsbron	Geluids-sterkte (dB)	Intensiteit (W/m^2)
Straaljager op 30 m	140	100
Pijngrens	120	1
Luid popconcert	120	1
Sirene op 30 m	100	$1 \cdot 10^{-2}$
Vrachtwagenverkeer	90	$1 \cdot 10^{-3}$
Druk straatverkeer	80	$1 \cdot 10^{-4}$
Lawaaiig restaurant	70	$1 \cdot 10^{-5}$
Gepraat, op 50 cm	65	$3 \cdot 10^{-6}$
Radio die zacht staat	40	$1 \cdot 10^{-8}$
Gefluister	30	$1 \cdot 10^{-9}$
Ruisende bladeren	10	$1 \cdot 10^{-11}$
Gehoorgrens	0	$1 \cdot 10^{-12}$

Hoe is de intensiteit afhankelijk van de afstand tot de bron?

$$I \propto \frac{1}{r^2}.$$

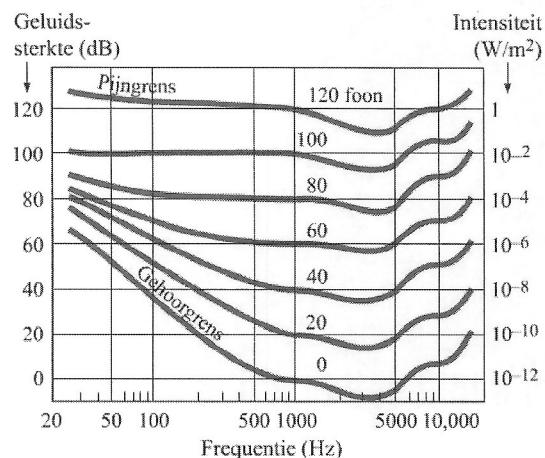
Op grotere afstand is er verlies, vnl. van de hoge frequenties.

Bijgevolg: op grote afstand van een podium blijven alleen de bassen over.

6

Respons van het oor

Gevoeligheid van het menselijk oor is afhankelijk van frequentie.

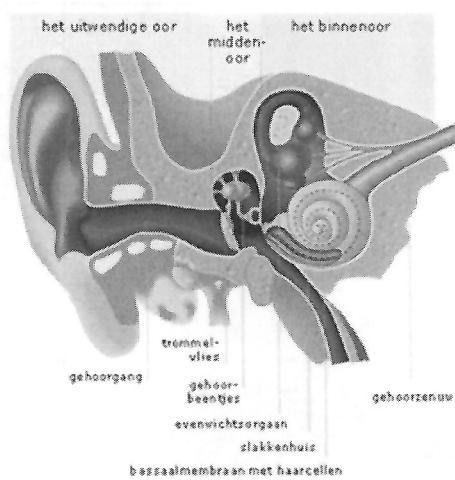


Oor is meest gevoelig voor frequenties 2000-4000 Hz (spraak en muziek)

7

Extra toelichting: het menselijk oor

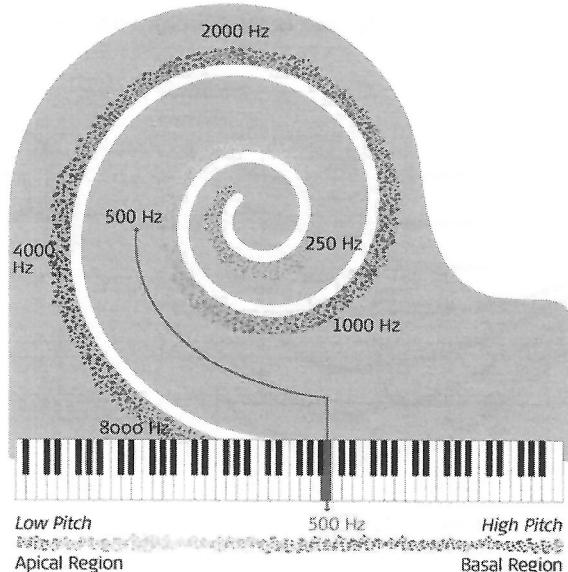
Essentieel: omzetting van een drukgolf in een elektrisch signaal



<https://www.youtube.com/watch?v=qgdqp-oPb1Q>

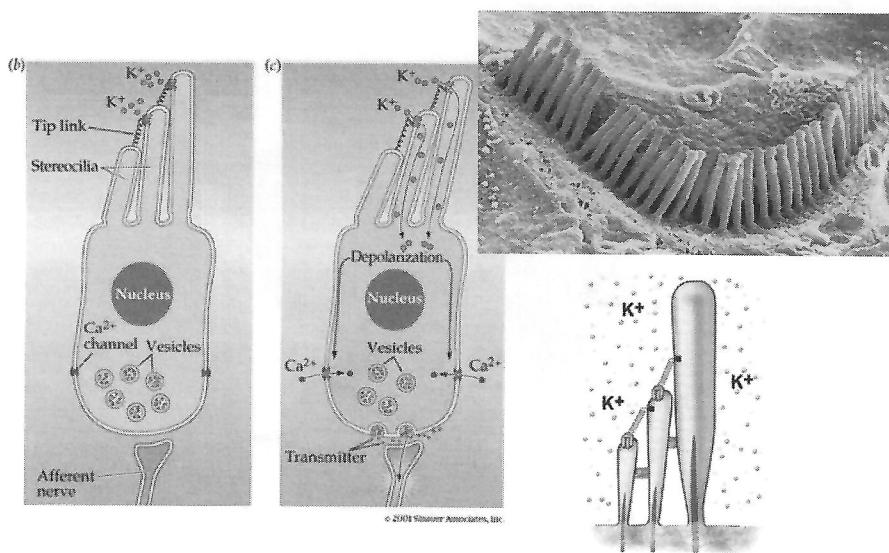
8

Extra toelichting i.v.m. het menselijk oor: het slakkenhuis



9

Extra toelichting i.v.m. het menselijk oor: acousto-elektrische transductie



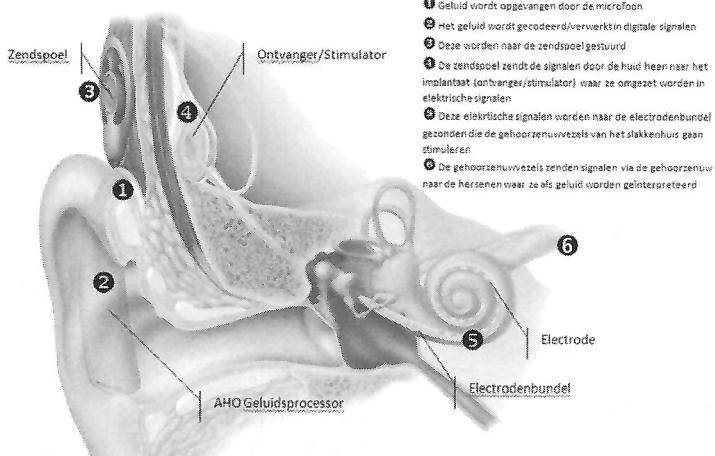
Meer info: <http://www.cochlea.eu/en/hair-cells>

10

Extra toelichting i.v.m. het menselijk oor: cochleair implantaat

Essentieel: elektrisch signaal wordt 'extern' gegenereerd

Horen met een cochleair implantaat



<https://www.youtube.com/watch?v=zeg4qTnYOpw>

11

16.4 GELUIDSBRONNEN: TRILLENDEN SNAREN EN LUCHTKOLOMMEN

De bron van elk geluid is een trillend voorwerp.

v.b: muziekinstrumenten: trillingen worden gestart door strijken, tokkelen, aanslaan of blazen. Deze trillingen worden via de lucht doorgegeven.

Toon	Frequentie (in Hz)	Benaming
C	262	do
C [#] of D ^b	277	do kruis
D	294	re
D [#] of E ^b	311	re kruis
E	330	mi
F	349	fa
F [#] of G ^b	370	fa kruis
G	392	sol
G [#] of A ^b	415	sol kruis
A	440	la
A [#] of B ^b	466	la kruis
B	494	si
C'	524	do



12

Snaarinstrumenten

De laagste 3 frequenties

Fundamental or first harmonic, f_1

$\ell = \frac{1}{2}\lambda_1$

First overtone or second harmonic, $f_2 = 2f_1$

$\ell = \lambda_2$

Second overtone or third harmonic, $f_3 = 3f_1$

$\ell = \frac{3}{2}\lambda_3$

Staande golven in snaar

De golflengte van een niet-ingedrukte snaar is langer (lagere frequentie) dan die van een ingedrukte snaar.

13

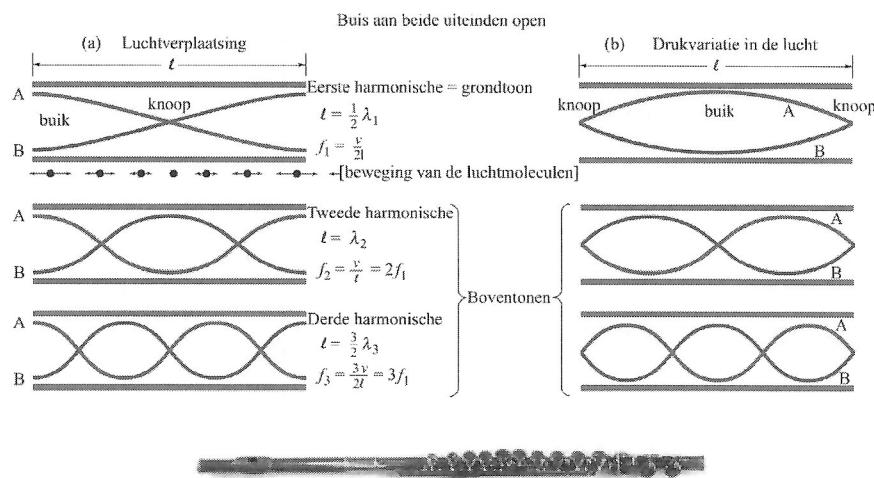
Blaasinstrumenten

Blaasinstrumenten produceren geluid door de trillingen van staande golven in een luchtkolom binnen een buis.

14

Staande golven in blaasinstrumenten

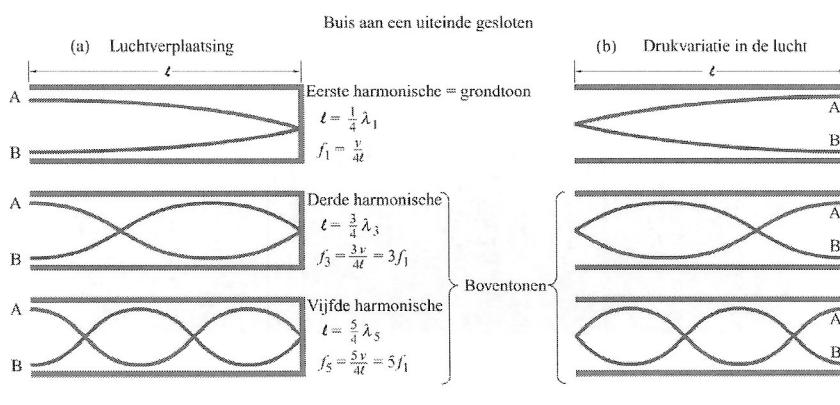
Een open buis (voorbeeld: fluit) heeft drukknopen en verplaatsingsbuiken aan beide uiteinden.



15

Staande golven in blaasinstrumenten

Een buis met een gesloten eind (Voorbeeld: klarinet, orgelpijp) heeft een verplaatsingsknoop (en een drukbuik) aan het gesloten eind.



<http://newt.phys.unsw.edu.au/jw/flutes.v.clarnets.html>

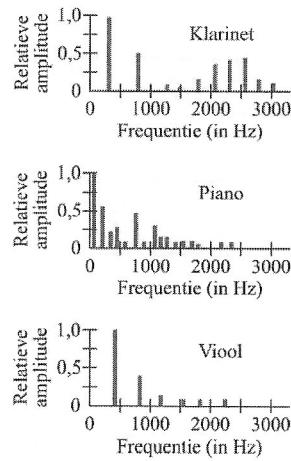
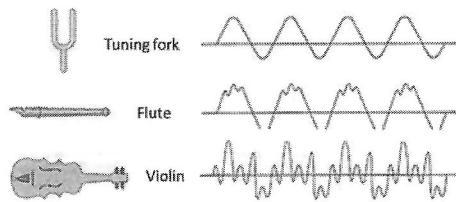
16

16.5 GELUIDSKWALITEIT EN RUIS

Geluidsspectra voor verschillende instrumenten

Graphical Representations of Sound Waves

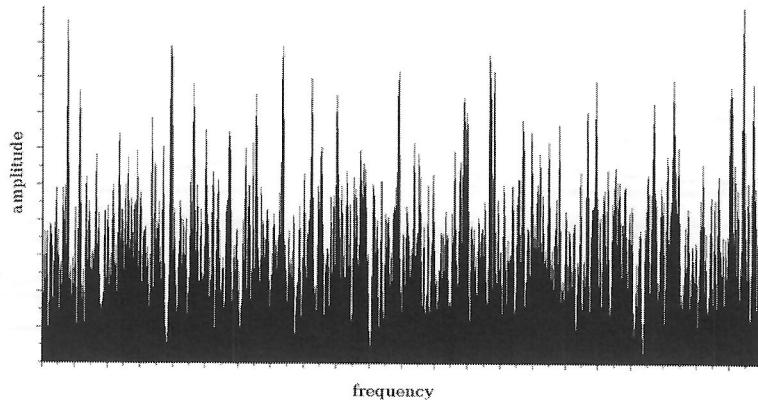
Musical Instruments do not produce pure tones.
The wave form is still distinguishable in this recorder sound wave pattern.



Dit bepaalt de *klankkleur* van het instrument.

17

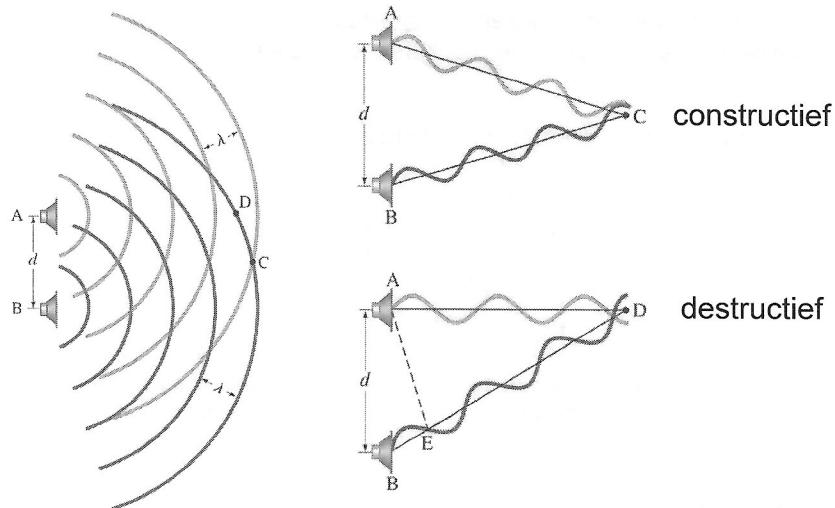
Ruis = (vrijwel) continu frequentiespectrum



Harmonieus geluid: samenstelling van grondtoon met hogere harmonischen
Ruis: samenstelling van frequenties die niet aan mekaar gelinkt zijn

18

16.6 INTERFERENTIE VAN GELUIDSGOLVEN, ZWEVING



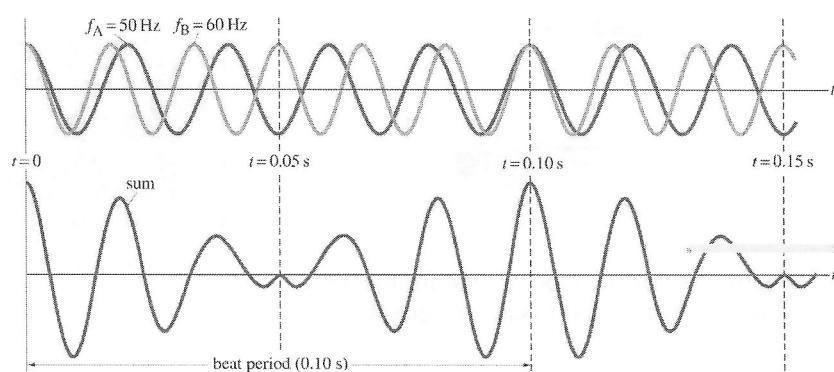
Op bepaalde plaatsen is het mogelijk dat men bepaalde frequenties niet kan horen

19

Zweving

Golven kunnen ook in de tijd interfereren: **zweving ('beats')**

Beats zijn de trage "enveloppe" rond twee golven met frequenties dicht bij elkaar.



20

Zwaving

Voor twee golven met dezelfde amplitude en fase, maar met verschillende frequenties, is de resulterende verplaatsing:

$$D = D_1 + D_2 = A \sin 2\pi f_1 t + A \sin 2\pi f_2 t$$

$$D = \left[2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \sin 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) t.$$

modulatie van de amplitude

golf met gemiddelde frequentie

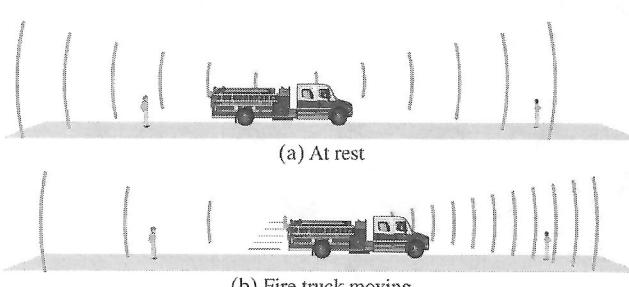
http://www.school-for-champions.com/science/sound_beat_frequencies.htm#.VC6BSUhvjPE

<http://video.mit.edu/watch/tuning-forks-resonance-a-beat-frequency-11447/>

21

16.7 DOPPLEREFFECT

De verandering in de frequentie van (geluids)golven als de bron en/of waarnemer bewegen ten opzichte van elkaar



Christian Doppler

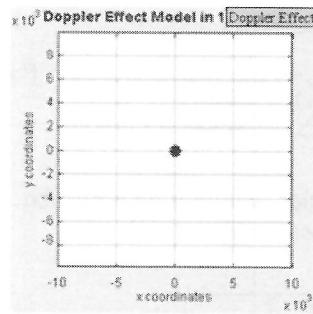
Waarnemer rechts hoort hogere frequentie
Waarnemer links hoort lagere frequentie

<http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/doppler.htm>

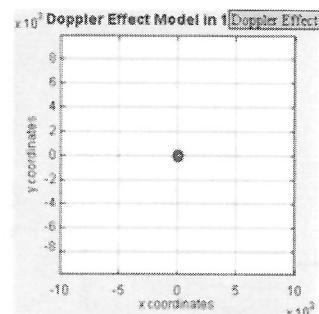
22

Grafische voorstelling van het dopplereffect

Golffronten opgewekt door een bron in rust



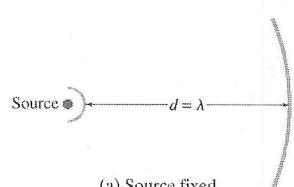
Golffronten opgewekt door een bron in beweging



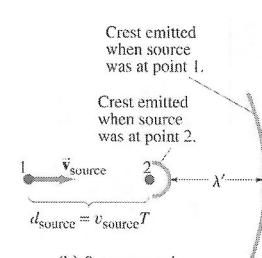
Golffronten komen dichter bij mekaar voor de waarnemer die de bron dichterbij ziet komen.

23

Kwantitatieve bepaling van het dopplereffect



(a) Source fixed



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

De bron zendt elke periode T een golffront uit.

In die tijd heeft de bron een afstand $v_{bron}T$ afgelegd.

De afstand tussen twee golffronten is dan voor de waarnemer:

$$\lambda' = \lambda - v_{bron}T = \lambda \left(1 - \frac{v_{bron}}{v_{geluid}}\right)$$

met

$$T = \frac{\lambda}{v_{geluid}}$$

24

Kwantitatieve bepaling van het dopplereffect

The diagram shows two scenarios. In (a) 'Source fixed', a source emits waves with wavelength λ towards a stationary observer. In (b) 'Source moving', the source moves with velocity v_{source} to the right. At time $t=0$, it is at point 1 and emits a crest. At time $t=T$, it has moved to point 2 and emitted another crest. The distance between the source's positions is $d_{\text{source}} = v_{\text{source}}T$. The wavelength of the waves emitted from the moving source is λ' .

De frequentie f' die door de stilstaande waarnemer wordt gehoord is dus

$$f' = \frac{v_{\text{geluid}}}{\lambda'} = \frac{f}{\left(1 - \frac{v_{\text{bron}}}{v_{\text{geluid}}}\right)} \longrightarrow f' > f$$

Op dezelfde manier, wanneer de bron zich van de waarnemer verwijdt:

$$f' = \frac{f}{\left(1 + \frac{v_{\text{bron}}}{v_{\text{geluid}}}\right)} \longrightarrow f' < f$$

Zie boek voor algemeen geval van bewegende bron en waarnemer!

25

16.8 SCHOKGOLVEN EN DE 'SONIC BOOM'

The diagram illustrates the progression of pressure waves from an airplane. It shows four stages: 'Stopped' (no waves), 'Subsonic' (circular wave patterns), 'Speed of Sound' (concentric wave patterns), and 'Supersonic' (shock waves shown as a series of alternating compressed and rarefied regions). The caption reads: 'Pressure waves of air flowing off an airplane'.

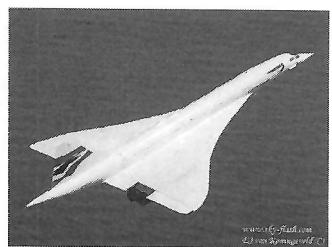
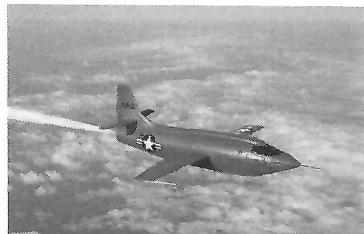
Bij hogere snelheid dan geluidssnelheid stapelen golffronten zich zijdelings op en vormen een schokgolf.

Gebeurt bij Mach 1

A photograph of a fighter jet flying supersonically, with a distinct white shockwave visible at the front, indicating the point where the aircraft's speed equals the speed of sound.

26

16.8 SCHOKGOLVEN EN DE 'SONIC BOOM'



27

 BOOM

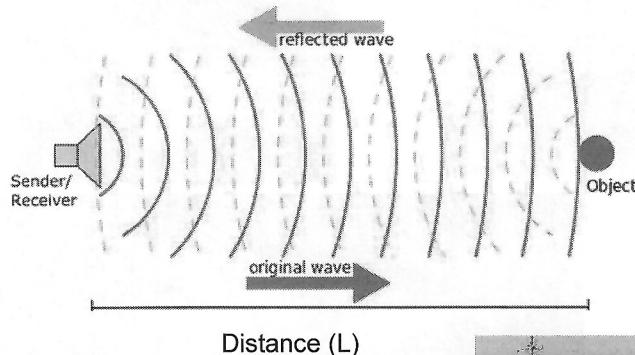


28

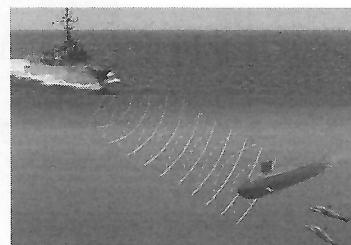
14

16.9 TOEPASSINGEN

Pulsecho techniek: sonar (20 kHz - 100 kHz)

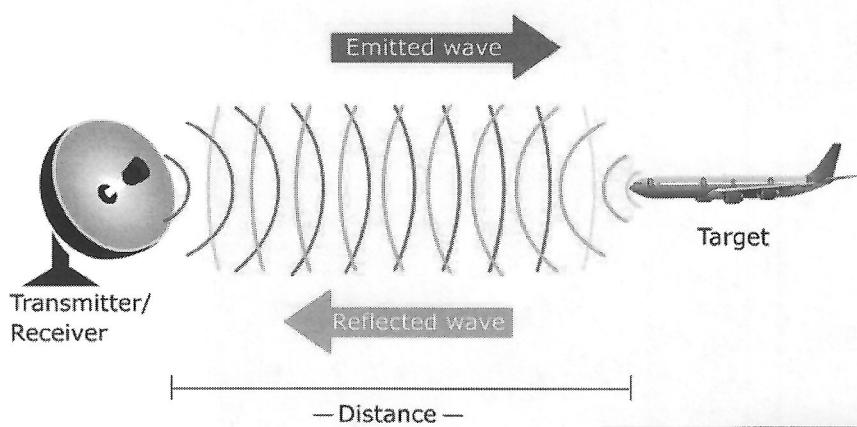


$$2L = v_{geluid} \times \text{tijd}$$



29

Radar: elektromagnetische golven (kHz-GHz)

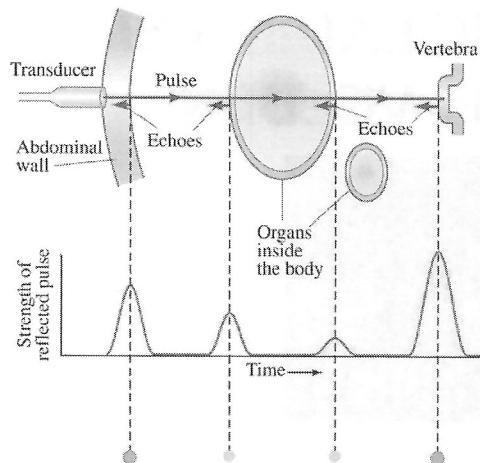


en ook...



30

Ultrigeluid en medische echografie (1 – 10 MHz)

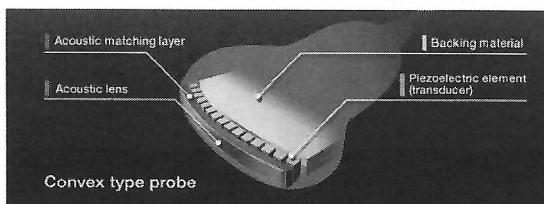


Pulsechrotechniek

De sterkte van de gereflecteerde puls hangt af van het verschil in dichtheid tussen materialen.

31

Ultrigeluid en medische echografie (1 – 10 MHz)



Rij van transducers

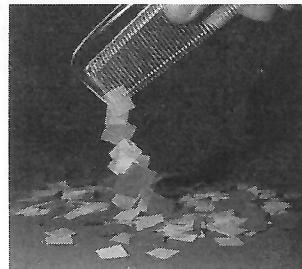


<https://www.cis.rit.edu/research/ultrasound/ultrasoundintro/ultraintro.html>

32

HOOFDSTUK 21

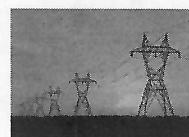
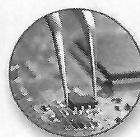
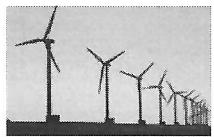
ELEKTRISCHE LADING EN ELEKTRISCHE VELDEN



Belangrijkste concepten: elektrische lading, wet van Coulomb,
elektrisch veld

1

Elektro-magnetisme: elektrische en magnetische fenomenen



Elektrische krachten
Elektrische potentiële energie
Netto stroom van ladingen
Magnetische krachten

- H 21:** krachten tussen elektrische ladingen, elektrische velden
- H 23:** elektrische potentiaal (spanning, Volt)
- H 24:** capaciteit, opslag van elektrische energie
- H 25:** elektrische stroom in metalen (Ampère), weerstand (Ohm), de wet van Ohm
- H 26:** gelijkstroomschakelingen (DC), spanningsbron (batterij) en stroombron, regels van Kirchhoff
- H 27:** magnetisme

2