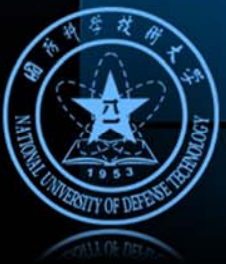


- 常用平面图形绘图命令



● 常用平面图形绘图命令

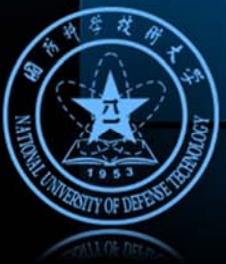
Plot	显函数绘图
ParametricPlot	参数方程绘图
PolarPlot	极坐标方程绘图
ContourPlot	隐函数绘图
ListPlot	绘制点列图



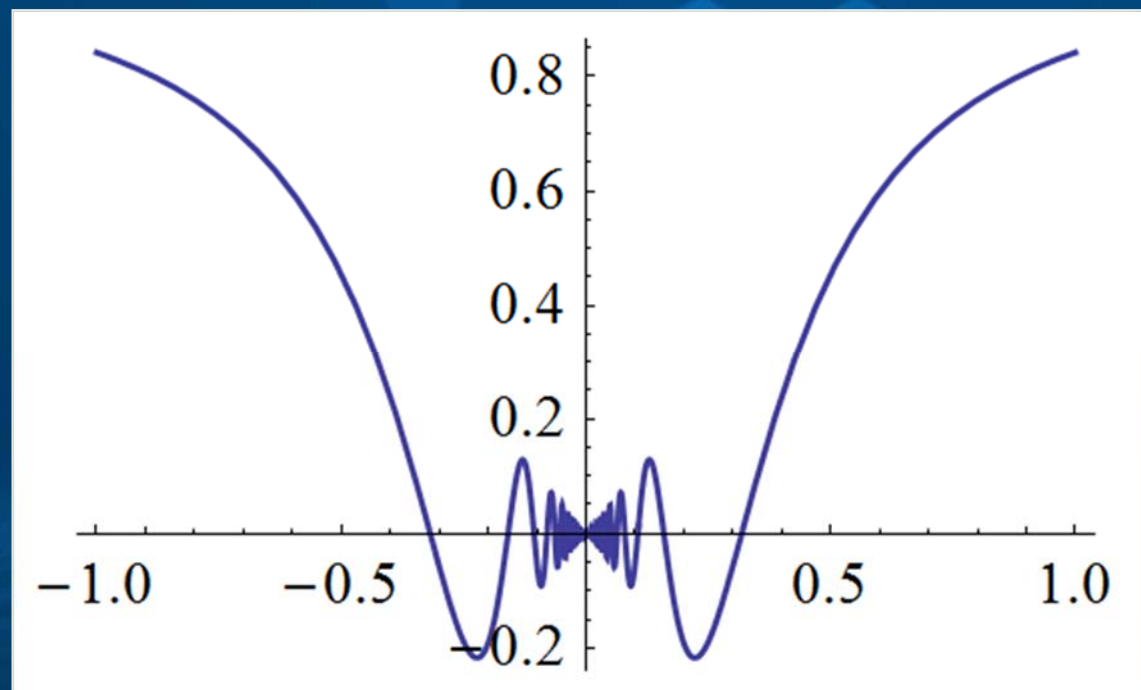
● 常用平面图形绘图命令

Plot	显函数绘图
ParametricPlot	参数方程绘图
PolarPlot	极坐标方程绘图
ContourPlot	隐函数绘图
ListPlot	绘制点列图

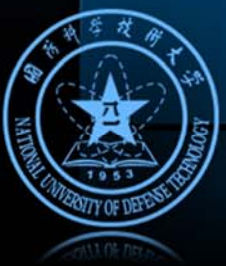
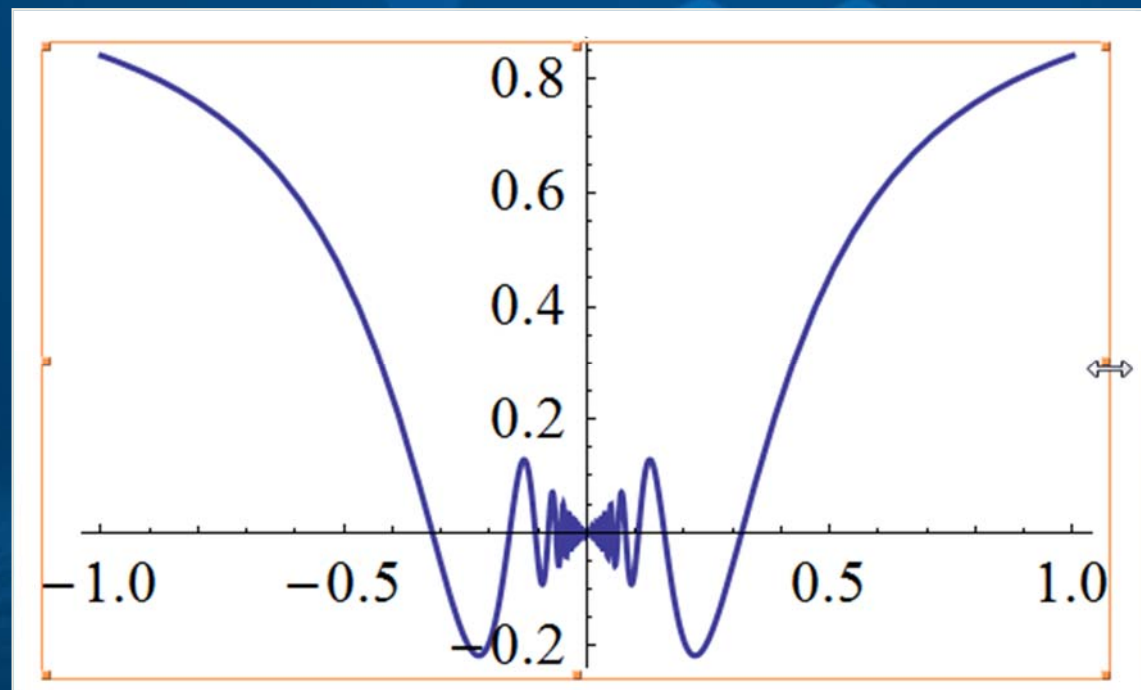
例6 绘制函数 $y = x \sin \frac{1}{x}$ 在 $[-1,1]$ 范围内的图形 .



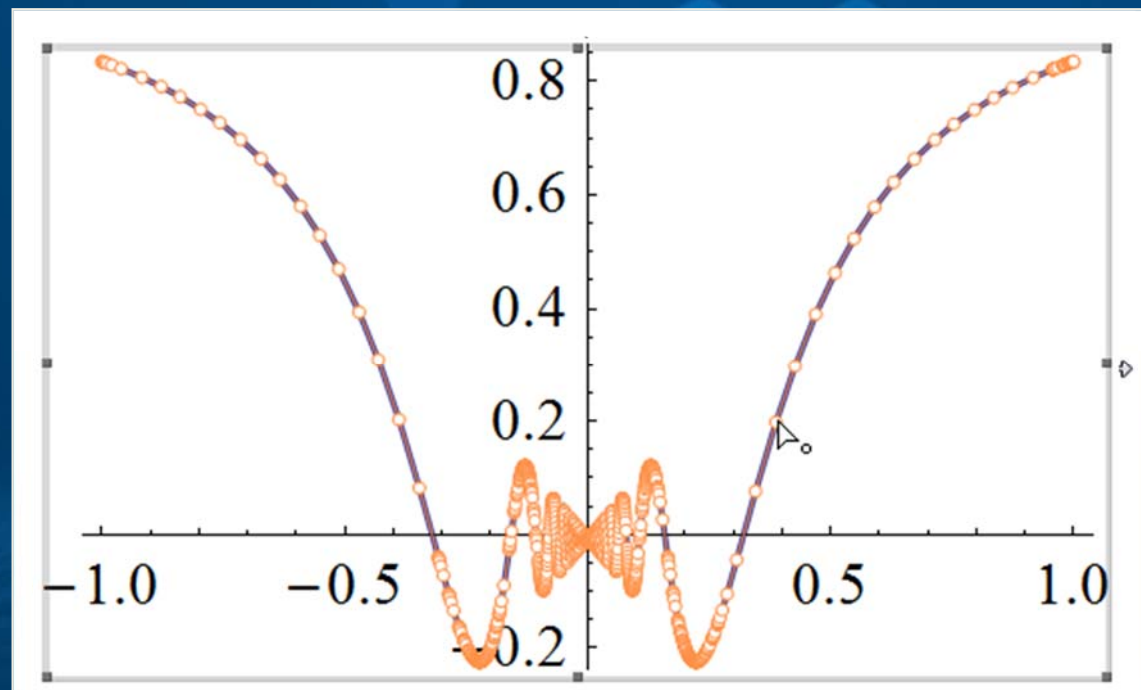
$\text{Plot}\left[x \sin\left[\frac{1}{x}\right], \{x, -1, 1\}\right]$



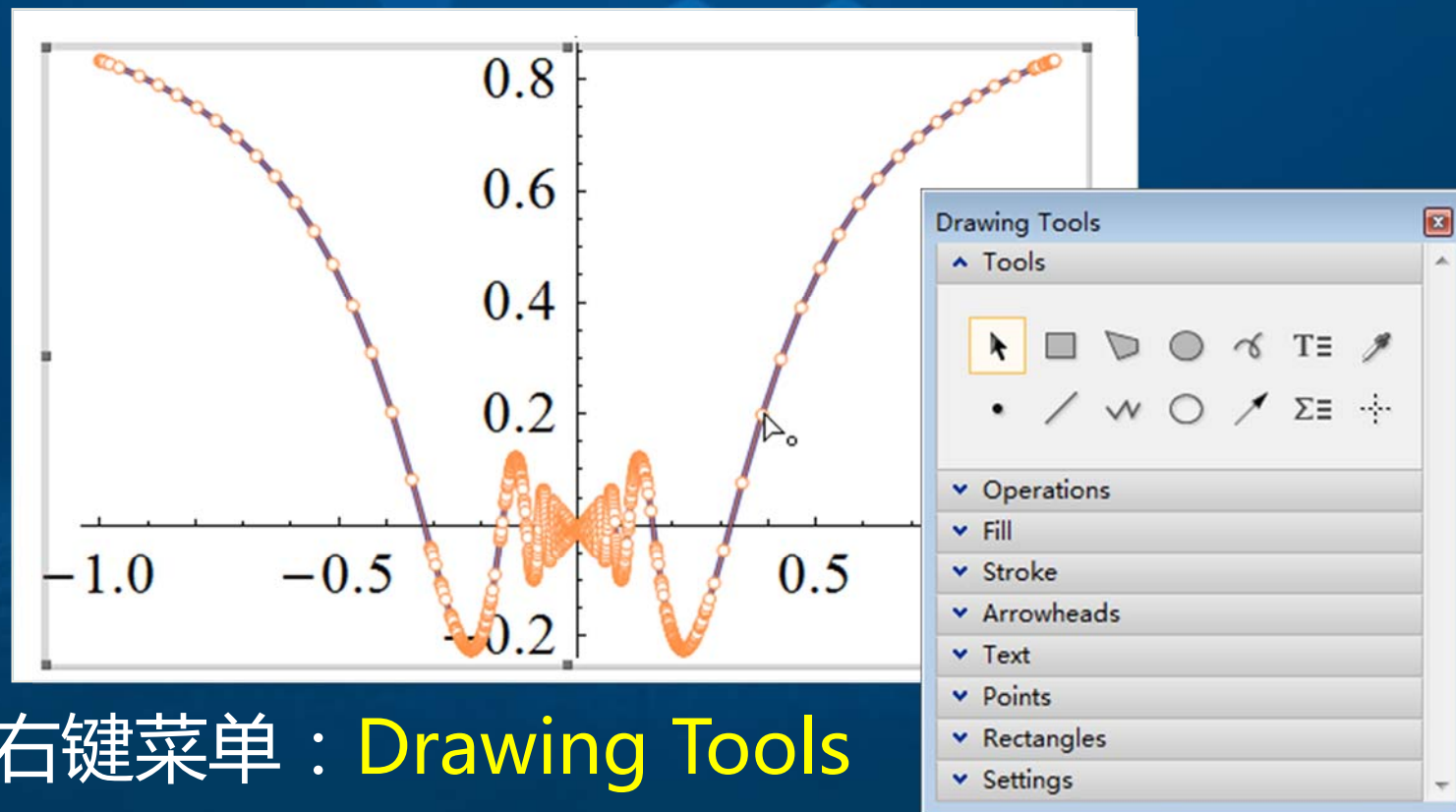
$\text{Plot}\left[x \sin\left[\frac{1}{x}\right], \{x, -1, 1\}\right]$



$\text{Plot}\left[x \sin\left[\frac{1}{x}\right], \{x, -1, 1\}\right]$



$$\text{Plot}\left[x \sin\left[\frac{1}{x}\right], \{x, -1, 1\}\right]$$



右键菜单：Drawing Tools



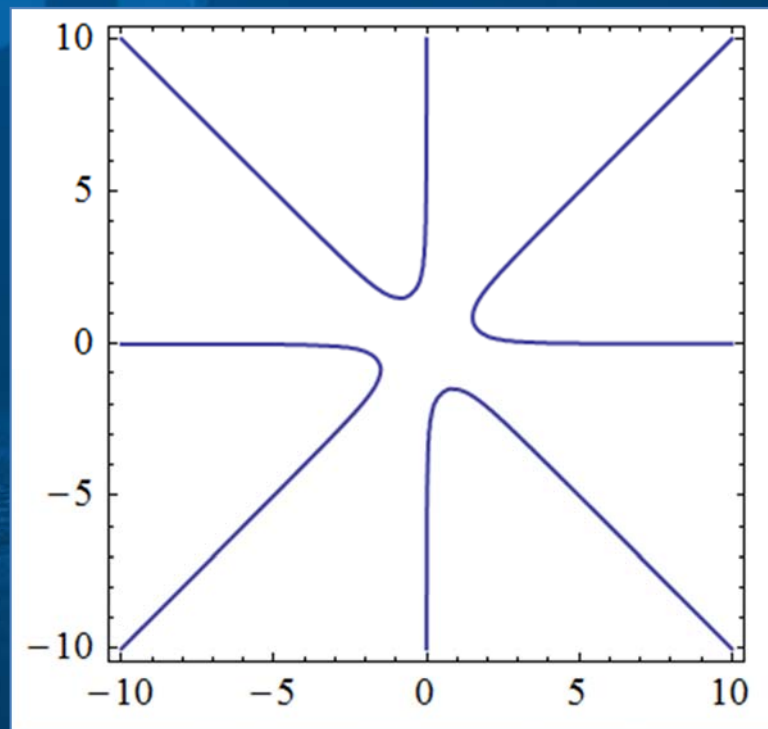
例7 绘制由方程 $xy(x^2 - y^2) = 2$ 在 $[-10,10] \times [-10,10]$ 范围内的曲线图形。

```
ContourPlot[  
  x y (x^2 - y^2) == 2,  
  {x, -10, 10},  
  {y, -10, 10}]
```



例7 绘制由方程 $xy(x^2 - y^2) = 2$ 在 $[-10,10] \times [-10,10]$ 范围内的曲线图形。

```
ContourPlot[  
  x y (x^2 - y^2) == 2,  
  {x, -10, 10},  
  {y, -10, 10}]
```



- 常用的三维图形绘制命令

Plot3D

ParametricPlot3D

绘制二元函数对应的空间曲面
绘制空间曲线、曲面参数方程
对应空间曲线与曲面



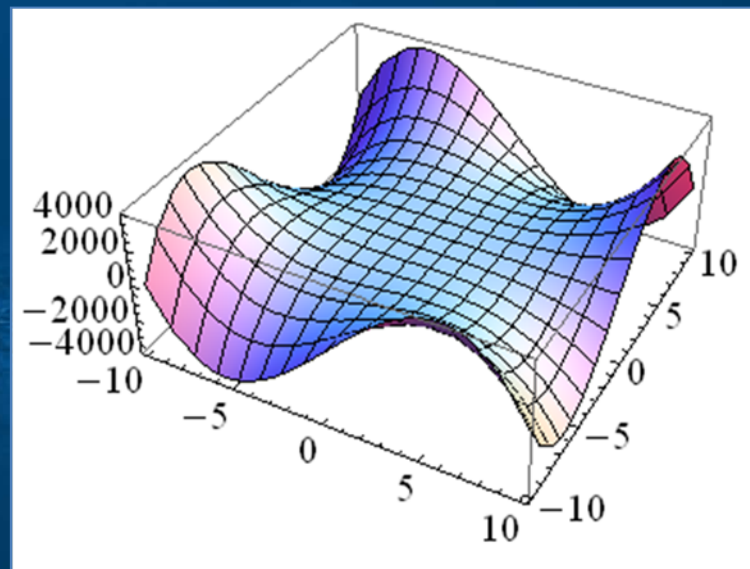
- 常用的三维图形绘制命令

Plot3D

ParametricPlot3D

绘制二元函数对应的空间曲面
绘制空间曲线、曲面参数方程
对应空间曲线与曲面

```
Plot3D[  
  x y (x^2 - y^2),  
  {x, -10, 10},  
  {y, -10, 10}]
```



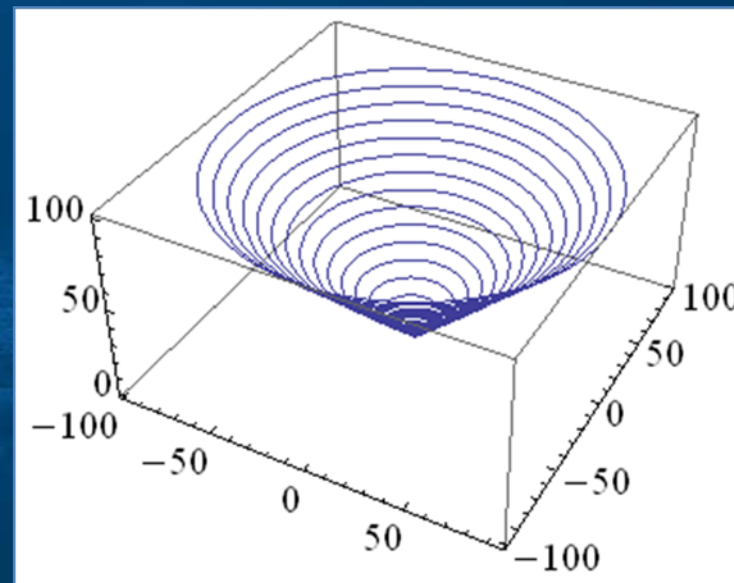
- 常用的三维图形绘制命令

Plot3D

ParametricPlot3D

绘制二元函数对应的空间曲面
绘制空间曲线、曲面参数方程
对应空间曲线与曲面

```
ParametricPlot3D[  
  {t Cos[t], t Sin[t], t},  
  {t, 0, 100}]
```



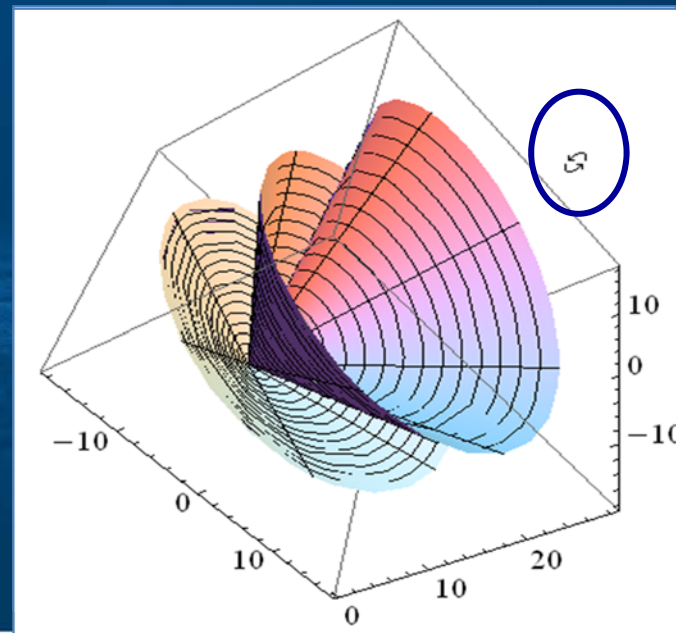
- 常用的三维图形绘制命令

Plot3D

ParametricPlot3D

绘制二元函数对应的空间曲面
绘制空间曲线、曲面参数方程
对应空间曲线与曲面

```
ParametricPlot3D[  
  {3 v Cos[u], 3 v Sin[u],  
   0.3 u v}, {u, 0, 5 Pi},  
  {v, 0, 6}]
```



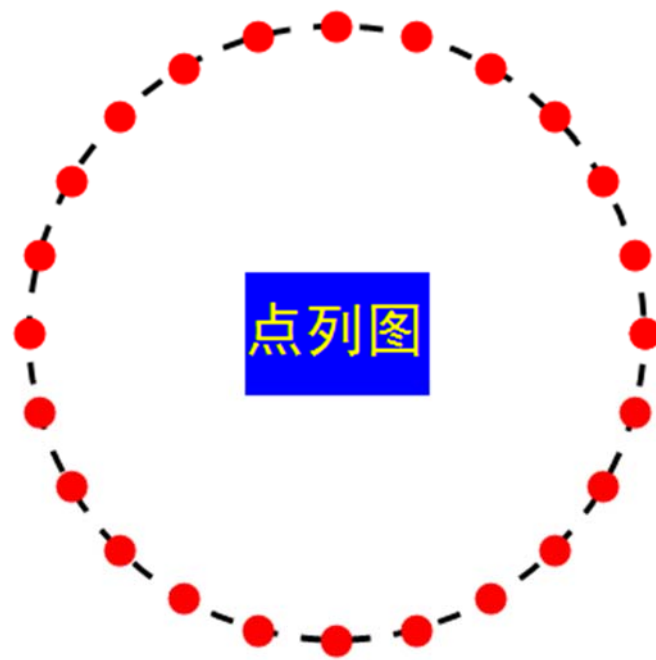
● 常见的图元绘制命令

Circle、Disk、Rectangle、Line、Point、Text、Polygon、Arrow、Sphere、Cylinder、Cone：分别绘制圆或圆弧、填充的圆或扇形区域、矩形、直线、点、多边形、箭头、文字、绘制球、圆柱、圆锥

注意：平面图元对象借助于 Graphics 来实现，三维图元对象则借助于 Graphics3D 来实现。




```
Show[
Graphics[{Dashed, Circle[],
Blue, Rectangle[{-0.3, -0.2}, {0.3, 0.2}],
Yellow, Text["点列图", {0, 0}]}],
ListPlot[
Table[{Cos[t], Sin[t]},
{t, 0, 2 Pi, Pi / 12}],
PlotStyle -> {Red, PointSize[0.05]}]
AspectRatio -> Automatic]
```



● 求解方程与不等式

解方程 `Solve[lhs==rhs,x]`

解方程组 `Solve[{lhs1==rhs1, lhs2==rhs2,...},{x,y,...}]`

在联立方程组中消除指定变量

`Eliminate[{lhs1==rhs1, lhs2==rhs2,...},{x,y,...}]`

给出一组简化方程，包括所有可能的解或解不等式

`Reduce[{lhs1==rhs1, lhs2==rhs2,...},{x,y,...}]`

替换变量 `expr/.{x->a,y->b,...}`



● 求解方程与不等式

```
Solve[ $x^2 - y^3 == 1$ ,  $x$ ]
```

```
{ $x_1$ ,  $x_2$ } =  $x$  /. %
```

```
{{ $x \rightarrow -\sqrt{1 + y^3}$ }, { $x \rightarrow \sqrt{1 + y^3}$ }}
```

```
{ $-\sqrt{1 + y^3}$ ,  $\sqrt{1 + y^3}$ }
```

```
Reduce[ $x^2 - 2x - 2 \leq 0$ ]
```

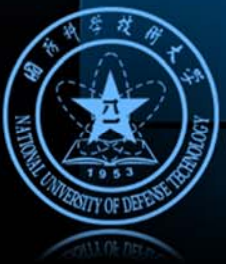
```
 $1 - \sqrt{3} \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$ 
```



例8 求方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2Rz = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0 \end{cases}$ 对应的曲线关于xOy坐标面的投影柱面方程。

```
Eliminate[ $x^2 + y^2 + z^2 - 2 R z == 0 \&\&$   
 $x^2 + y^2 + z^2 - R^2 == 0, z]$  // Simplify
```

$$3 R^3 == 4 R (x^2 + y^2)$$



● 求极限

Limit[expr, x ->x₀]

常用选项：

Assumptions

设定参数满足的条件

Direction

设定变量变化的方向

Analytic

设定是否以解析式计算



例9 求下列极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^{1/n}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

$$\text{Limit} \left[a^{1/n}, n \rightarrow \infty \right] \rightarrow 1$$

$$\text{Limit} \left[\frac{\sin[mx]}{\sin[nx]}, x \rightarrow \pi, \right. \\ \left. \text{Assumptions} \rightarrow \{m, n\} \in \text{Integers} \right] \rightarrow \frac{(-1)^{m+n} m}{n}$$



例9 求下列极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^{1/n}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

```
Limit[  
   $\frac{f[x_0 + h] - f[x_0]}{h}$ , h → 0,  
  Analytic → True]
```

$f'[x_0]$



● 求导数与微分

D[f,x]

求导数 $\partial f / \partial x$

D[f,{x,n}]

求导数 $\partial^n f / \partial x^n$

D[f,x,y,...]

依次对多个变量求导

如果将 **D** 换成 **Dt** 则为求全微分



例10 试求下列函数的导数.

(1) $y = e^x \sin x$, 求 y' .

(2) $y = f(ax^2)$, 求 y', y'' .

(3) 设 y 是由 $xy = e^{x+y}$ 确定的函数, 试求 y', y'' .

```
D[Ex Sin[x], x] // Simplify
```

```
ex (Cos[x] + Sin[x])
```



例10 试求下列函数的导数.

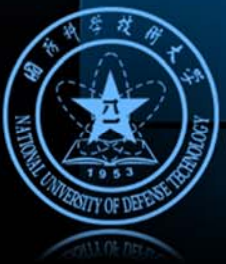
(1) $y = e^x \sin x$, 求 y' .

(2) $y = f(ax^2)$, 求 y', y'' .

(3) 设 y 是由 $xy = e^{x+y}$ 确定的函数, 试求 y', y'' .

$$\{D[f[ax^2], x], D[f[ax^2], \{x, 2\}]\}$$

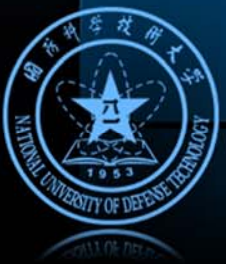
$$\{2axf'[ax^2], 2af'[ax^2] + 4a^2x^2f''[ax^2]\}$$



(3) 设 y 是由 $xy = e^{x+y}$ 确定的函数, 试求 y', y'' .

```
s1 = Solve[D[x y[x], x] ==  
          D[Ex+y[x], x], y'[x]];  
s2 = Solve[D[x y[x], {x, 2}] ==  
          D[Ex+y[x], {x, 2}], y''[x]] /. s1[[1]];  
s1 /. y[x] → y // Simplify  
s2 /. y[x] → y // Simplify
```

$$\left\{ \left\{ y'[x] \rightarrow \frac{-e^{x+y} + y}{e^{x+y} - x} \right\} \right\}$$



例11 设 $z = (x^2 + y^2)e^{-\arctan \frac{y}{x}}$, 求 dz 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

```
D[(x^2 + y^2) E^(-ArcTan[Y/X]), x, y] // Simplify
```

```
Dt[(x^2 + y^2) E^(-ArcTan[Y/X])] // Simplify
```

$$-\frac{e^{-\text{ArcTan}\left[\frac{y}{x}\right]} (x^2 + xy - y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$e^{-\text{ArcTan}\left[\frac{y}{x}\right]} ((2x + y) Dt[x] - (x - 2y) Dt[y])$$



● 求积分

$$\int \boxed{\text{expr}} \, d\boxed{\text{var}}$$

$$\int_{\boxed{\text{lower}}}^{\boxed{\text{upper}}} \boxed{\text{expr}} \, d\boxed{\text{var}}$$

`Integrate[f,x]`

计算不定积分

`Integrate[f,{x,xmin,xmax}]`

计算定积分

`Integrate[f,{x, xmin,xmax},{y, ymin,ymax},...]`

计算重积分



$$D \left[\int_{a[x]}^{b[x]} f[t] dt, x \right]$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$$

$$-f[a[x]] a'[x] + f[b[x]] b'[x]$$

$$\text{Integrate} \left[\frac{1}{x^p}, \{x, 1, \infty\}, \text{Assumptions} \rightarrow p > 1 \right]$$

Integrate::idiv : Integral of $\frac{1}{x}$ does not converge on $\{-1, 1\}$. >>



- 解常微分方程

`DSolve[eqns,y[x],x]`

解常微分方程

`RSolve[eqn,a[n],n]`

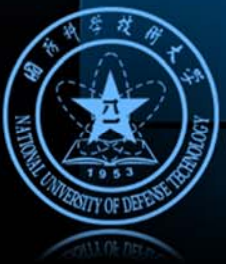
求通项



例12 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{\frac{5}{2}}$ 的通解.

$$\text{DSolve}\left[y' [x] - 2 \frac{y[x]}{x+1} == (x+1)^{\frac{5}{2}}, y[x], x\right]$$

$$\left\{\left\{y[x] \rightarrow \frac{2}{3} (1+x)^{7/2} + (1+x)^2 c[1]\right\}\right\}$$



例13 求解初值问题 $\begin{cases} y'' + 4y' + 29y = 0, \\ y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 15. \end{cases}$

```
DSolve[y''[x] + 4 y'[x] + 29 y[x] == 0 &&  
y[0] == 0 && y'[0] == 15, y[x], x]
```

```
{ {y[x] -> 3 e^{-2 x} Sin[5 x]} }
```



例14 求由 $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = n4^n$, $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 所确定的数列 $\{a_n\}$ 的通项.

```
RSolve[  
  a[n + 2] - 4 a[n + 1] + 3 a[n] == n 4^n &&  
  a[1] == 1 && a[2] == 3, a[n], n]
```

```
{ { { a[n] →  
  1/9 (-2 - 24+2 n + 7 × 31+n + 3 × 22 n n) } } }
```

