

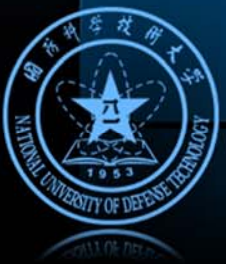
《高等数学》全程教学视频课

# 第2讲 用Mathematica做微积分

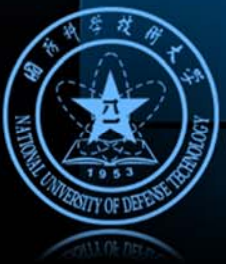
- 展开  $(a+b)^{1000}$



- 展开  $(a+b)^{1000}$
- 计算  $\tan x$  的100阶导数

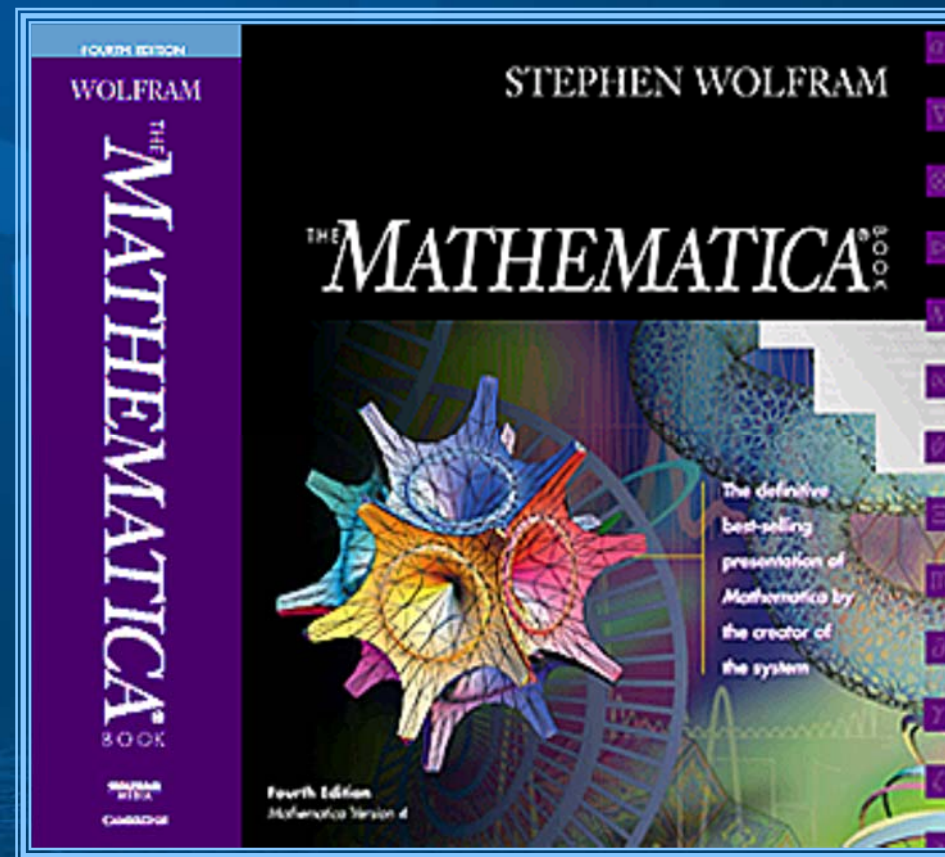


- 展开  $(a+b)^{1000}$
- 计算  $\tan x$  的100阶导数
- 画出参数方程
$$\begin{cases} x = t + 2\sin 2t, \\ y = t + 2\cos 5t \end{cases} \quad (-4\pi \leq t \leq 4\pi)$$
的图形





- 展开  $(a+b)^{1000}$
- 计算  $\tan x$  的100阶导数
- 画出参数方程
$$\begin{cases} x = t + 2\sin 2t, \\ y = t + 2\cos 5t \end{cases} \quad (-4\pi \leq t \leq 4\pi)$$
的图形



优秀数学软件之一





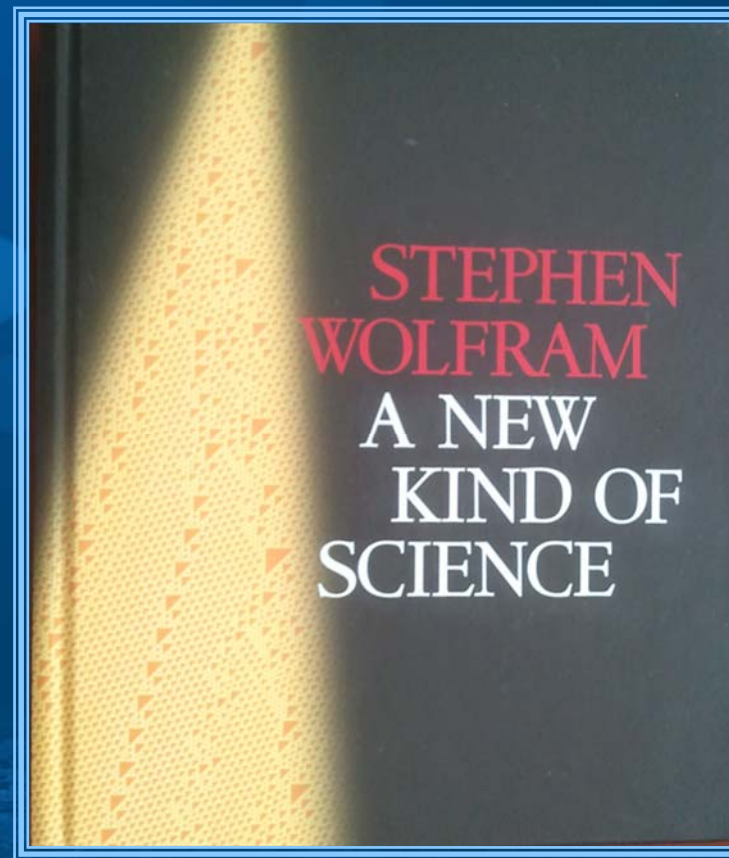
STEPHEN WOLFRAM



第2讲用Mathematica做微积分——问题引入



STEPHEN WOLFRAM



“科学史上最为重要的一部著作”





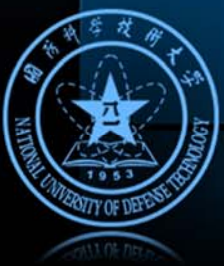


现代天文学



现代生物学

“新技术带来科学发展的新领域，就像望远镜技术带来现代天文学，而显微镜技术带来现代生物学。”





Mathematica基本操作

绘制图形

微积分基本计算



Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

Untitled-1 \*

菜单栏

$$\left[ \frac{\pi}{3} \right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$$

Out[1]= 7.71039

In[2]:= ParametricPlot[  
  {t Cos[t], t Sin[2 t]},  
  {t, 0, 3 π}]

运算区域  
NoteBook

Out[2]=

Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation
7	8	9	/	■/□	√■ π e
4	5	6	×	■□	∛■ ° i
1	2	3	-	(■)	/· → ∞
0	.	N	+	{■}	, = !

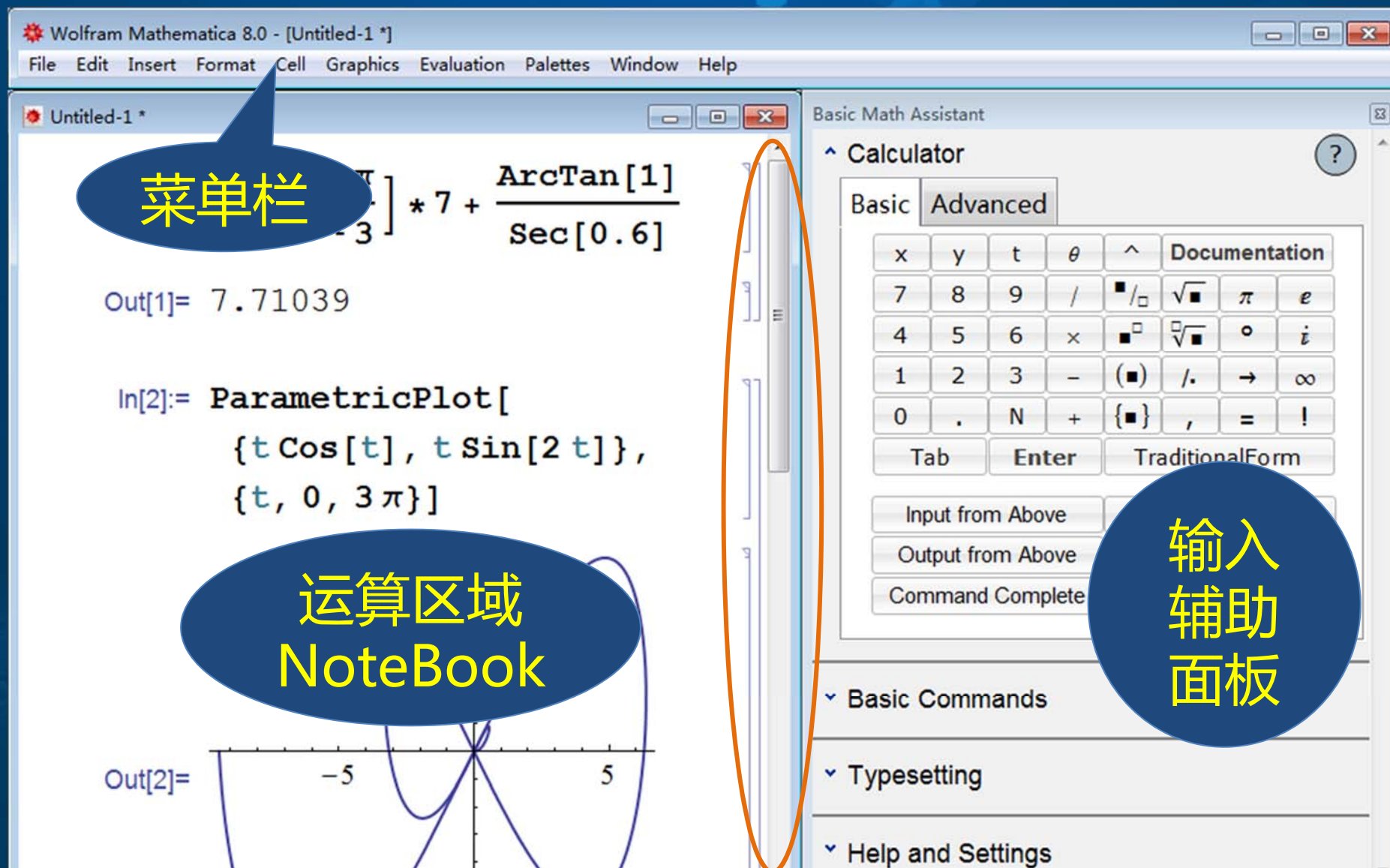
Tab Enter TraditionalForm

Input from Above  
Output from Above  
Command Complete

Basic Commands  
Typesetting  
Help and Settings

输入  
辅助  
面板







Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

Untitled-1 \*

菜单栏

$$\left[ \frac{\pi}{3} \right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$$

Out[1]= 7.71039

In[2]:= ParametricPlot[  
  {t Cos[t], t Sin[2 t]},  
  {t, 0, 3 π}]

运算区域  
NoteBook

Out[2]=

Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation
7	8	9	/	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$ $\pi$ $e$
4	5	6	$\times$	$\square^{\square}$	$\sqrt[\square]{\square}$ $\circ$ $i$
1	2	3	-	( $\square$ )	$\frac{\square}{\square}$ $\rightarrow$ $\infty$
0	.	N	+	{ $\square$ }	, = !

Tab Enter TraditionalForm

Input from Above  
Output from Above  
Command Complete

Basic Commands  
Typesetting  
Help and Settings

输入  
辅助  
面板



Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

Untitled-1 \*

菜单栏

$$\left[ \frac{\pi}{3} \right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$$

Out[1]= 7.71039

In[2]:= ParametricPlot[  
  {t Cos[t], t Sin[2 t]},  
  {t, 0, 3 π}]

运算区域  
NoteBook

Out[2]=

Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation
7	8	9	/	■/□	√■ π e
4	5	6	×	■□	√■ ° i
1	2	3	-	(■)	/· → ∞
0	.	N	+	{■}	, = !

Tab Enter TraditionalForm

Input from Above  
Output from Above  
Command Complete

Basic Commands

Typesetting

Help and Settings

输入  
辅助  
面板



Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

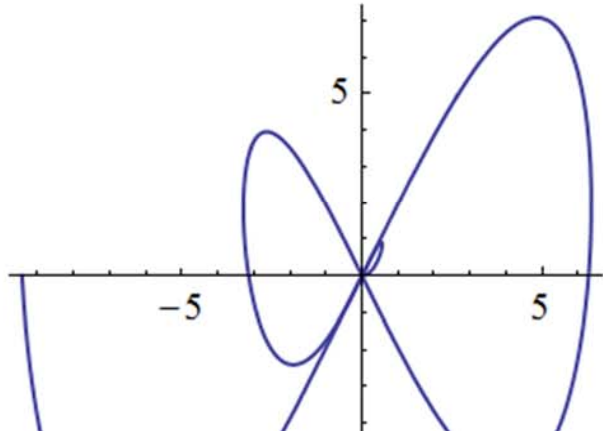
Untitled-1 \*

In[1]:=  $1 + \sin\left[\frac{\pi}{3}\right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$

Out[1]= 7.71039

In[2]:= ParametricPlot[  
{t Cos[t], t Sin[2 t]},  
{t, 0, 3 π}]

Out[2]=



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation		
7	8	9	/	■/□	√■	π	e
4	5	6	×	■□	√■	°	i
1	2	3	-	(■)	/.	→	∞
0	.	N	+	{■}	,	=	!
Tab			Enter		TraditionalForm		
Input from Above				Create Input Cell			
Output from Above				Create Text Cell			
Command Complete				Make Template			

Basic Commands

Typesetting

Help and Settings



## 第2讲用Mathematica做微积分—— Mathematica基本操作



Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

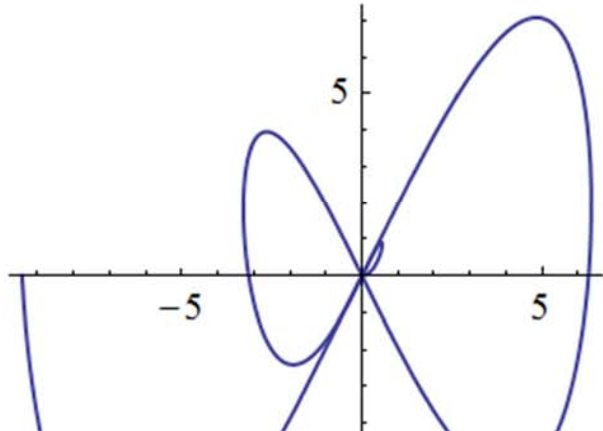
Untitled-1 \*

In[1]:=  $1 + \sin\left[\frac{\pi}{3}\right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$

Out[1]= 7.71039

In[2]:= ParametricPlot[  
{t Cos[t], t Sin[2 t]},  
{t, 0, 3 π}]

Out[2]=



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation		
7	8	9	/	■/□	√■	π	e
4	5	6	×	■□	√■	°	i
1	2	3	-	(■)	/.	→	∞
0	.	N	+	{■}	,	=	!
Tab			Enter		TraditionalForm		
Input from Above				Create Input Cell			
Output from Above				Create Text Cell			
Command Complete				Make Template			

Basic Commands

Typesetting

Help and Settings



## 第2讲用Mathematica做微积分—— Mathematica基本操作

Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

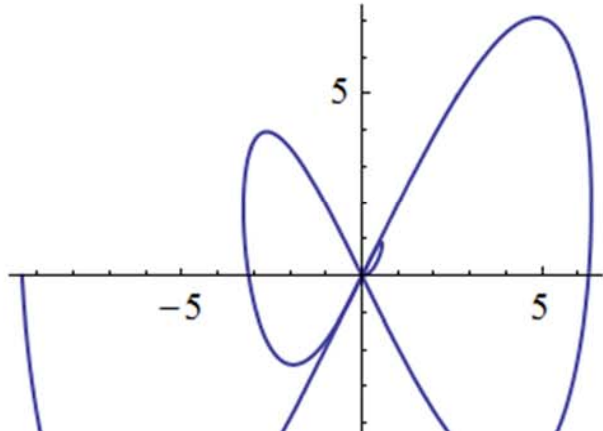
Untitled-1 \*

In[1]:=  $1 + \sin\left[\frac{\pi}{3}\right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$

**执行：【Shift】+【Enter】**

In[2]:= ParametricPlot[  
  {t Cos[t], t Sin[2 t]}, |  
  {t, 0, 3 π}]

Out[2]=



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation		
7	8	9	/	■/□	√■	π	e
4	5	6	×	■□	√■	°	i
1	2	3	-	(■)	/.	→	∞
0	.	N	+	{■}	,	=	!
Tab		Enter		TraditionalForm			
Input from Above				Create Input Cell			
Output from Above				Create Text Cell			
Command Complete				Make Template			

Basic Commands

Typesetting

Help and Settings



Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

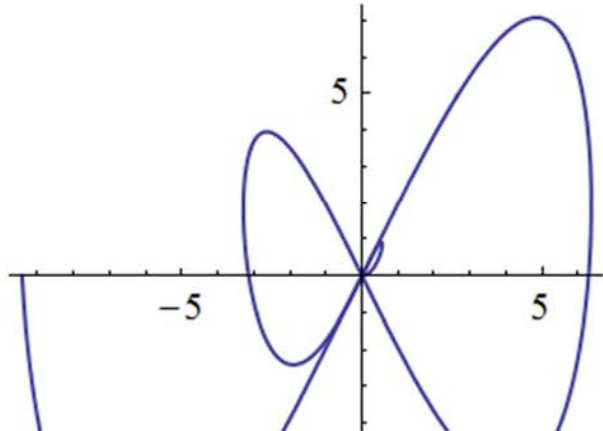
Untitled-1 \*

ln[1]:=  $1 + \sin\left[\frac{\pi}{3}\right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$

**执行：【Shift】+【Enter】**

ln[2]:= ParametricPlot[  
  {t Cos[t], t Sin[2 t]},  
  {t, 0, 3 π}]

Out[2]=



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	θ	^	Documentation		
7	8	9	/	■/□	√■	π	e
4	5	6	×	■□	√■	°	i
1	2	3	-	(■)	/.	→	∞
0	.	N	+	{■}	,	=	!
Tab		Enter		TraditionalForm			
Input from Above				Create Input Cell			
Output from Above				Create Text Cell			
Command Complete				Make Template			

Basic Commands

Typesetting

Help and Settings





Wolfram Mathematica 8.0 - [Untitled-1 \*]

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

Untitled-1 \*

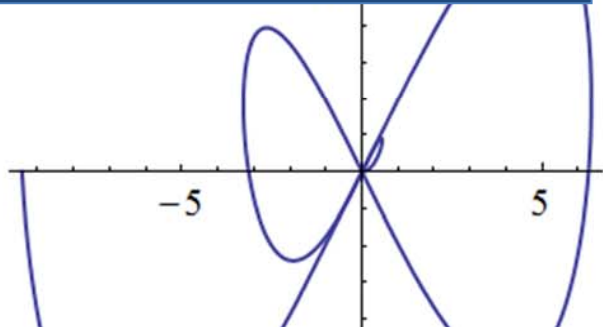
$$\text{In}[1]:= 1 + \sin\left[\frac{\pi}{3}\right] * 7 + \frac{\text{ArcTan}[1]}{\text{Sec}[0.6]}$$

**执行：【Shift】+【Enter】**

$$\text{In}[2]:= \text{ParametricPlot}[\{t \cos[t], t \sin[2 t]\}, \{t, 0, 3 \pi\}]$$

**中止：【Alt】+【.】**

Out[2]=



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Advanced

x	y	t	$\theta$	$\wedge$	Documentation		
7	8	9	/	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	$\pi$	$e$
4	5	6	$\times$	$\square^{\square}$	$\sqrt[\square]{\square}$	$\circ$	$i$
1	2	3	-	( $\square$ )	/.	$\rightarrow$	$\infty$
0	.	N	+	{ $\square$ }	,	=	!
Tab		Enter		TraditionalForm			
Input from Above				Create Input Cell			
Output from Above				Create Text Cell			
Command Complete				Make Template			

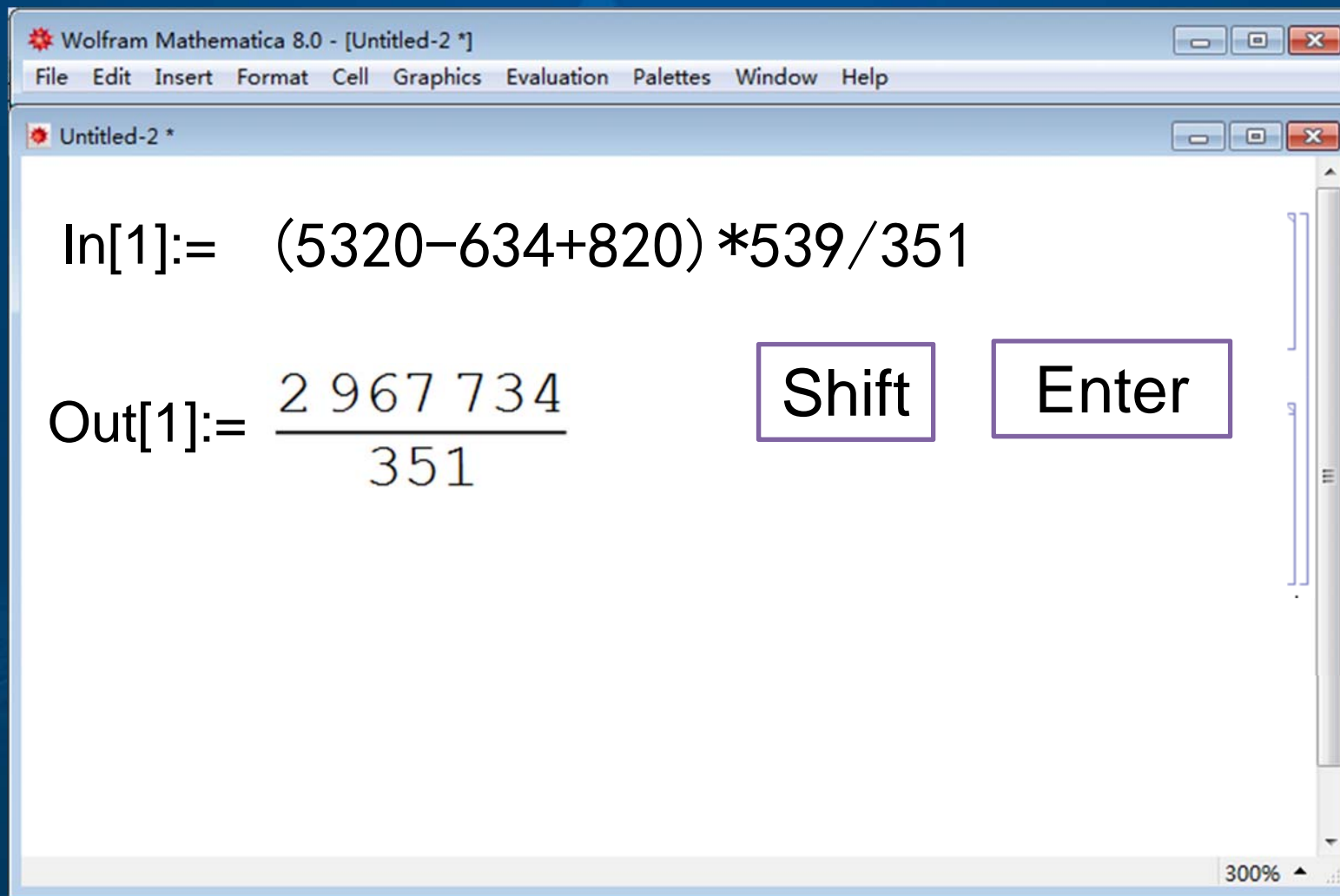
Basic Commands

Typesetting

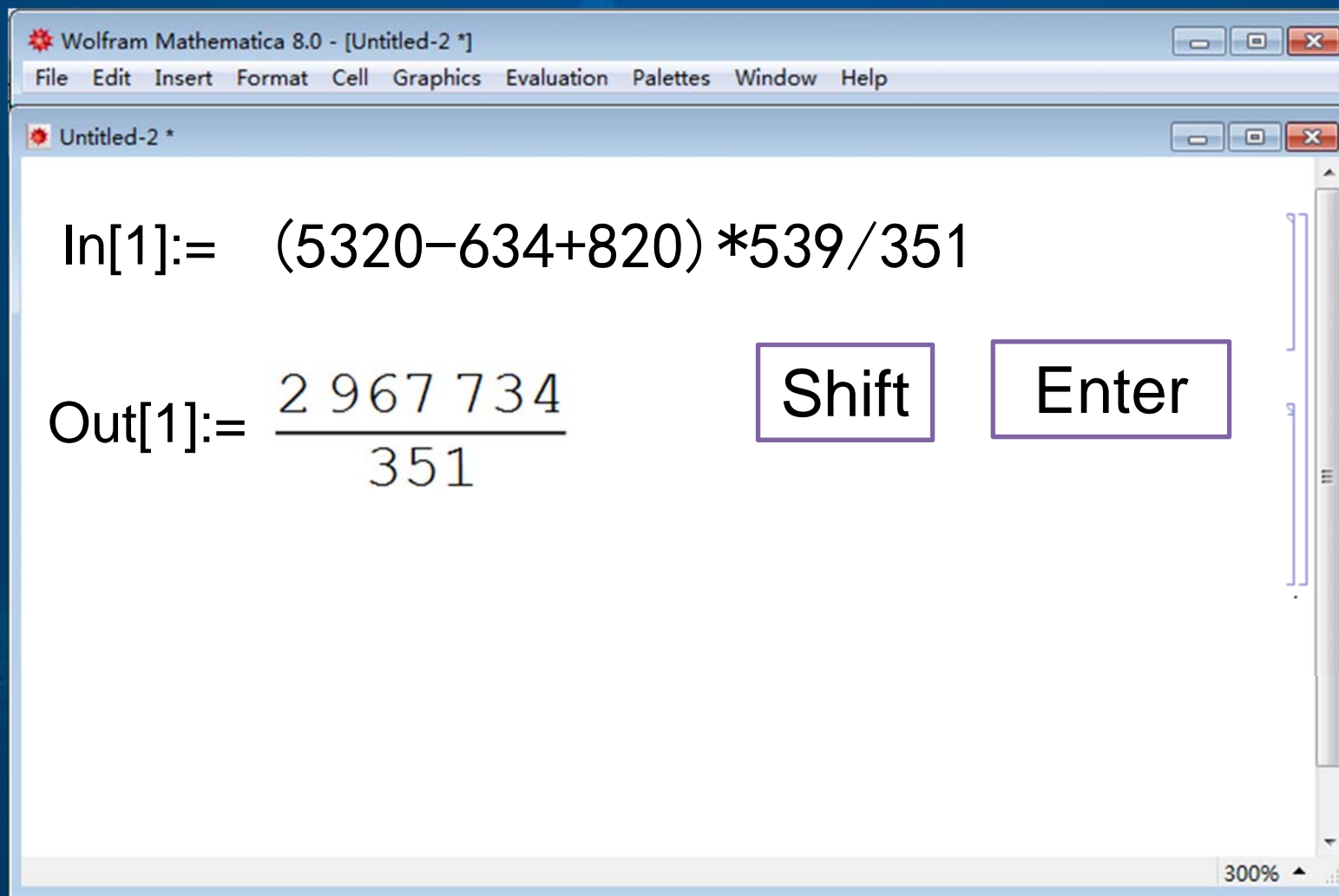
Help and Settings



**例1** 计算  $(5320 - 634 + 820) \times 539 \div 351$ .

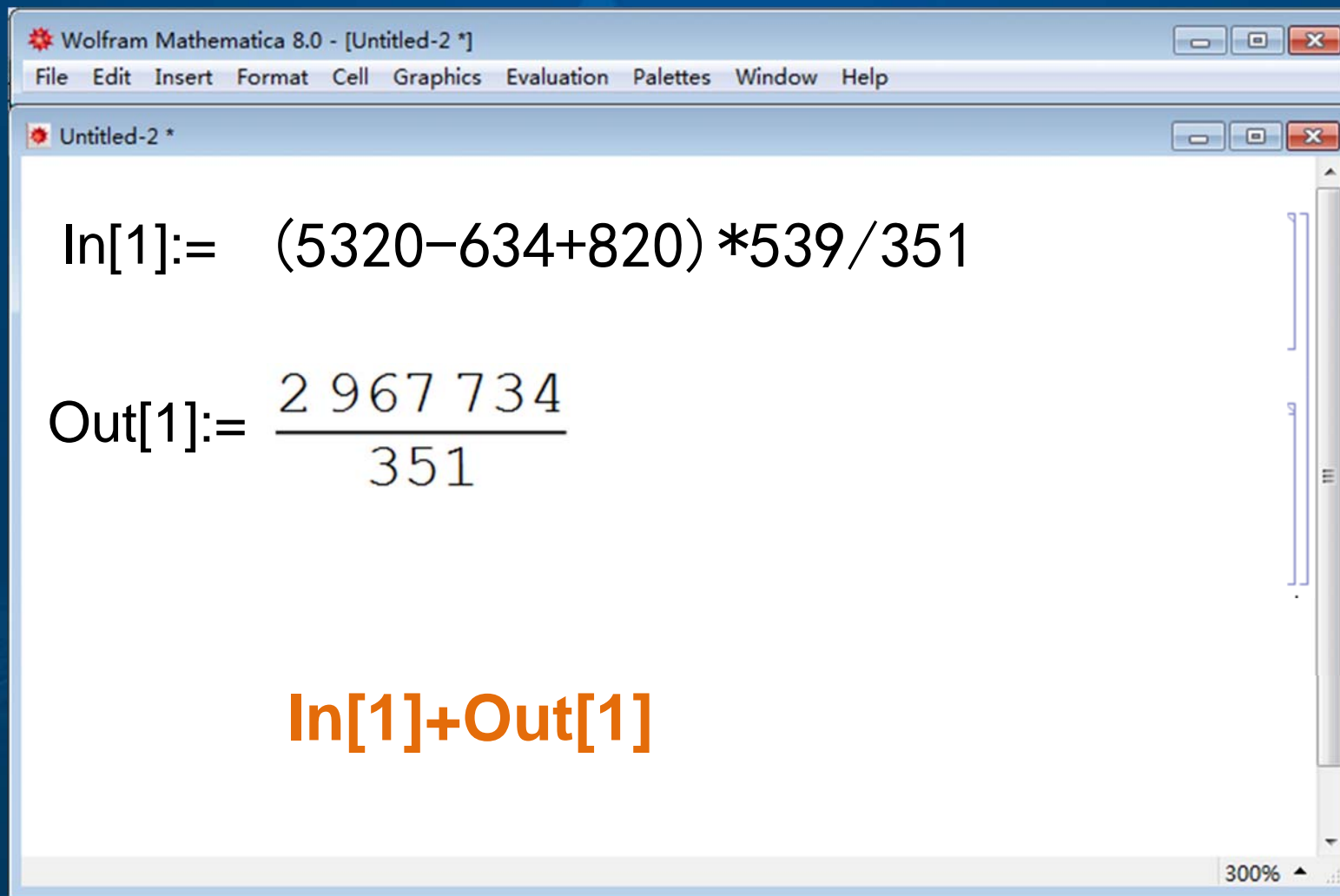


**例1** 计算  $(5320 - 634 + 820) \times 539 \div 351$ .





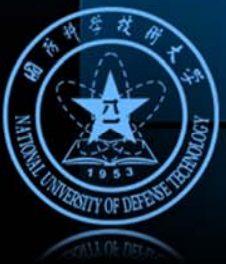
**例1** 计算  $(5320 - 634 + 820) \times 539 \div 351$ .



## ● Mathematica中的基本运算

Mathematica中数的基本运算有：加、减、乘、除和乘方，  
它们对应的符号分别为：

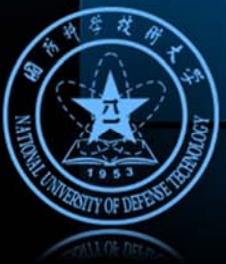
加 (  $+$  )、减 (  $-$  )、乘 (  $*$  )、除 (  $/$  ) 和乘方 (  $^$  )



## ● Mathematica中的基本运算

Mathematica中数的基本运算有：加、减、乘、除和乘方，  
它们对应的符号分别为：

加 (  $+$  )、减 (  $-$  )、乘 (  $*$  )、除 (  $/$  ) 和乘方 (  $^$  )





## ● Mathematica中的基本运算

Mathematica中数的基本运算有：加、减、乘、除和乘方，它们对应的符号分别为：

加（**+**）、减（**-**）、乘（**\***）、除（**/**）和乘方（**^**）

**例2** 计算  $\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left\{ 3 - \frac{1}{2} \times [1 - (4 - 1)] \right\} + 6^{\frac{1}{3}}$ .

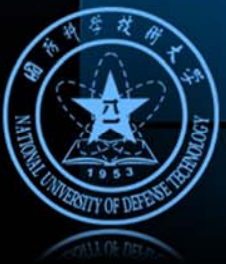
```
In[3]:= 1 / 5 - (1 / 3) ^ 3 * (3 - (1 / 2) *  
          (1 - (4 - 1))) + 6 ^ (1 / 3)
```

```
Out[3]=  $\frac{7}{135} + 6^{1/3}$ 
```



## ● Mathematica中的数

Mathematica中的数设置有**整数、有理数、实数、复数类型**。  
除一些特定常数外，其他数的表示与传统描述的方式基本相同。



## ● Mathematica中的数

Mathematica中的数设置有**整数、有理数，实数、复数类型**。  
除一些特定常数外，其他数的表示与传统描述的方式基本相同。

常用的数学常数有：

圆周率	用Pi或用 $\pi$ 表示
角度1度	1Degree表示，如30Degree表示 $30^\circ$
自然常数	用E表示，E表示2.71828...
无穷大	Infinity或 $\infty$ ，表示 $+\infty$ ，负无穷大 $-\infty$
虚数单位	I 表示，用于构造复数，如 $2+3I$





## ● Mathematica中的数

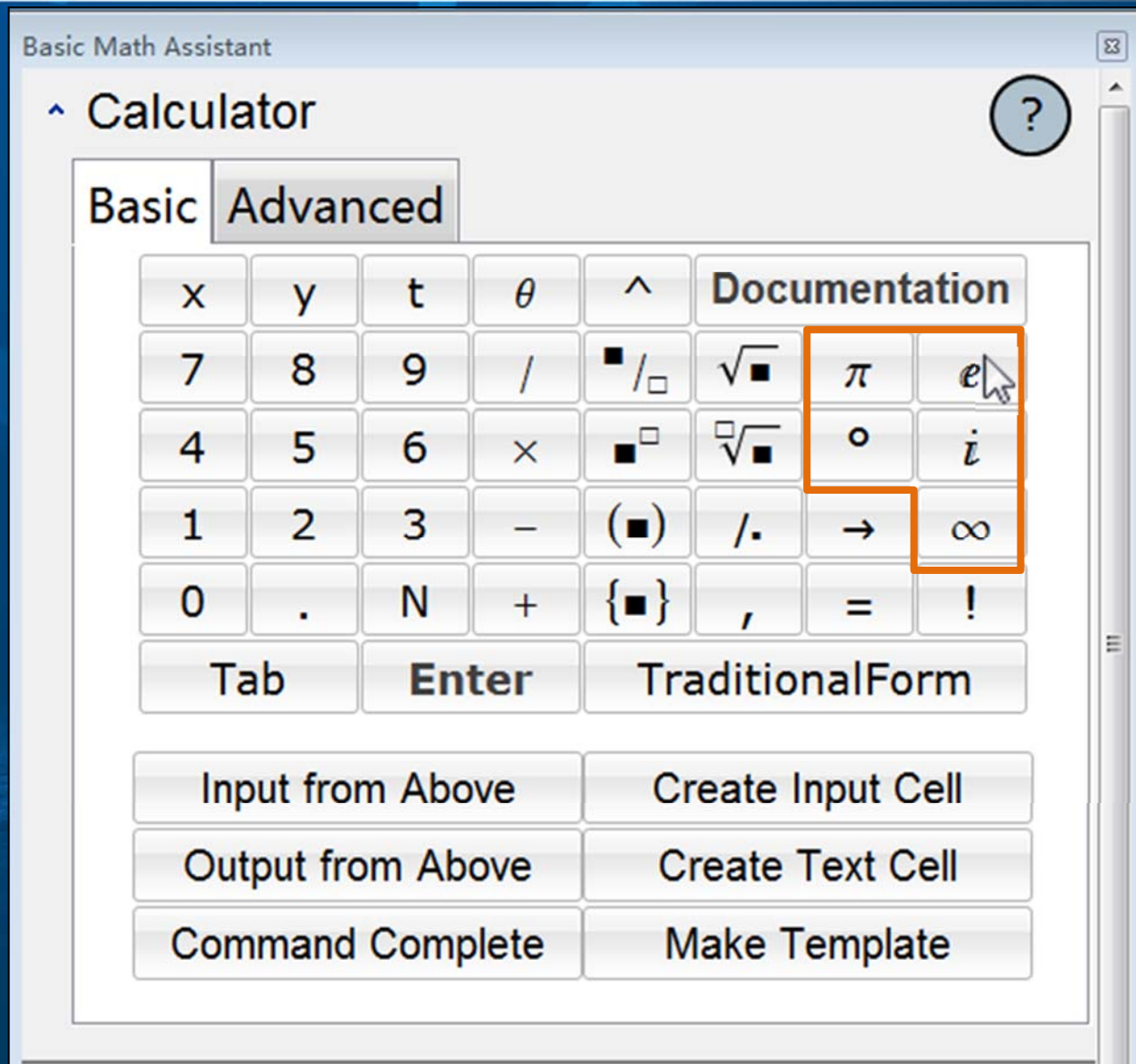
Mathematica中的数设置有**整数、有理数，实数、复数类型**。  
除一些特定常数外，其他数的表示与传统描述的方式基本相同。

常用的数学常数有：

圆周率	用Pi或用 $\pi$ 表示
角度1度	1Degree表示，如30Degree表示 $30^\circ$
自然常数	用E表示，E表示2.71828...
无穷大	Infinity或 $\infty$ ，表示 $+\infty$ ，负无穷大 $-\infty$
虚数单位	I 表示 . 用于构造复数，如 $2+3I$

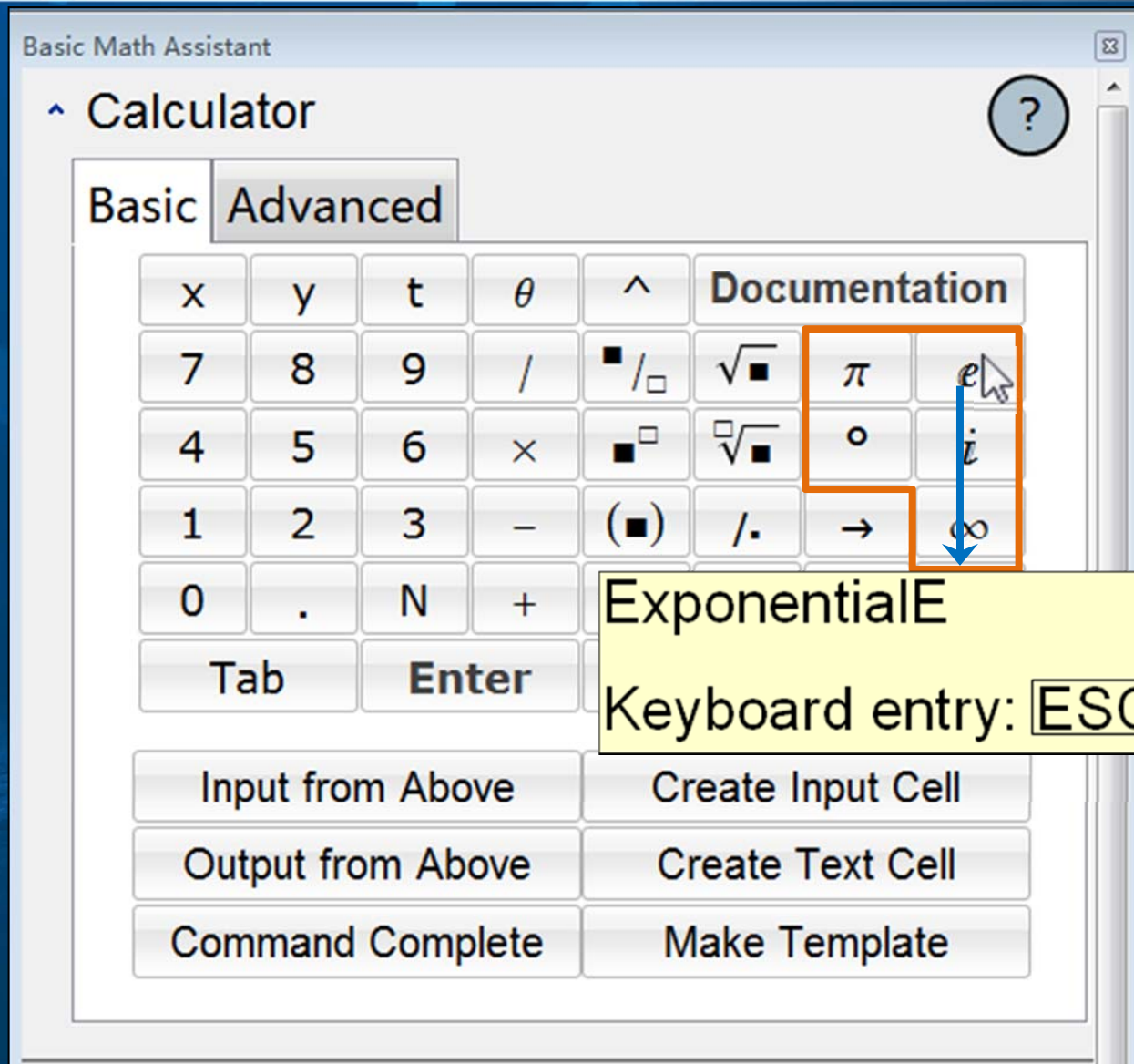


菜单命令：  
Palettes→  
Basic Math Assistant



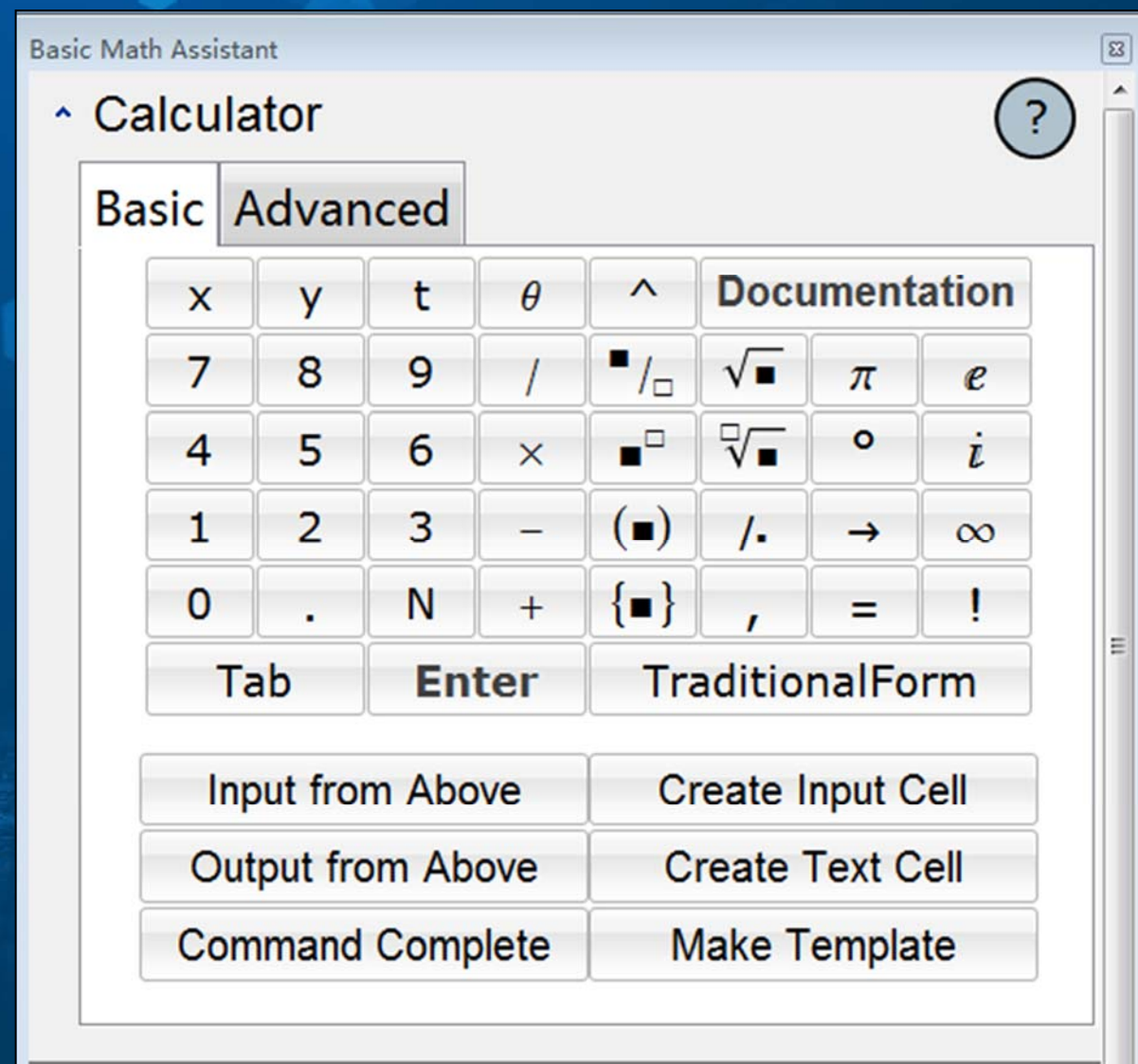


菜单命令：  
Palettes→  
Basic Math Assistant





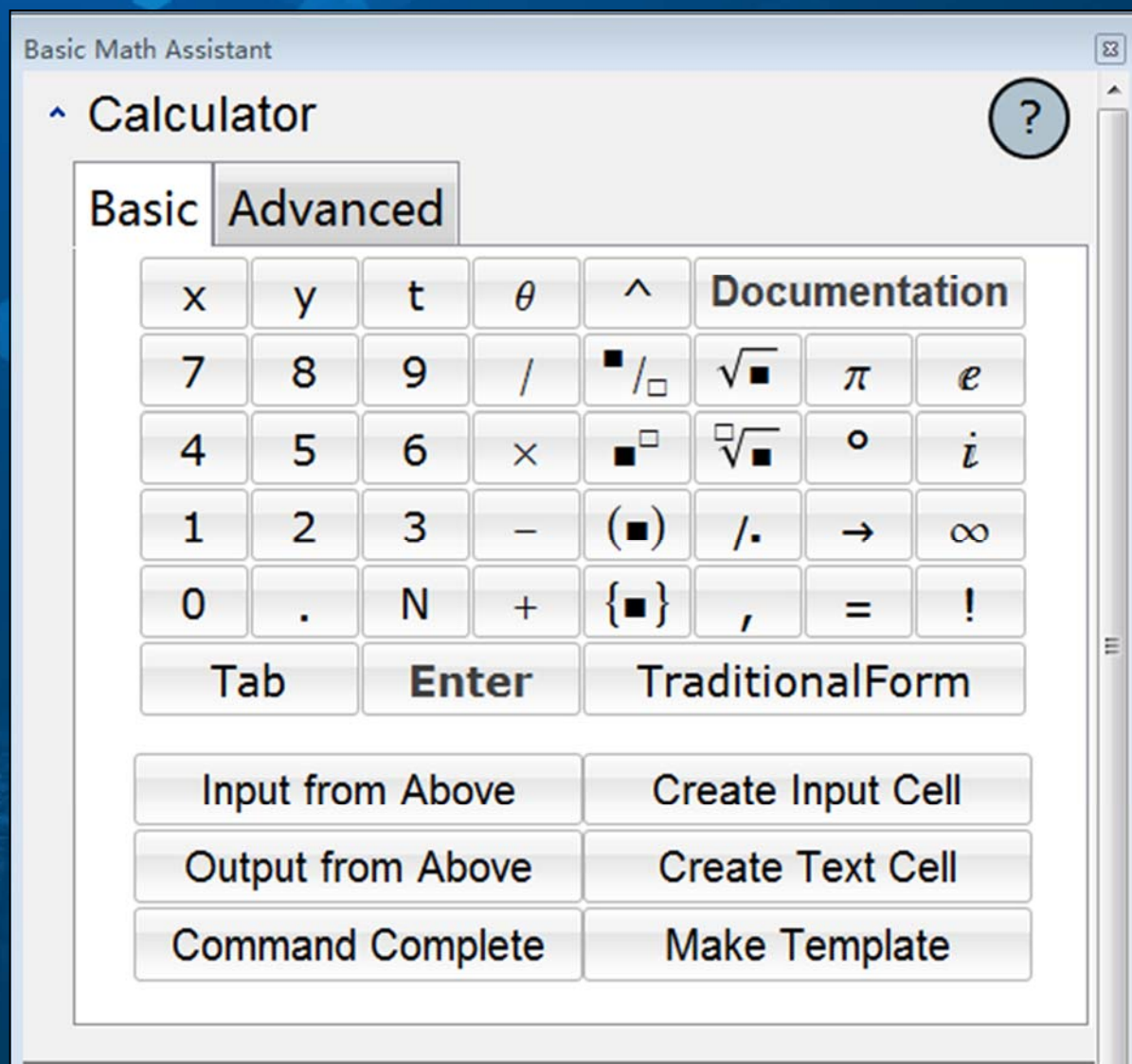
例3 计算  $e^4 - \frac{\pi}{3} \times \sqrt{6} \div 2.8$ .



例3 计算  $e^4 - \frac{\pi}{3} \times \sqrt{6} \div 2.8$ .

In[1]:=  $E^4 - \frac{\text{Pi}}{3} \sqrt{6} / 2.8$

Out[1]= 53.682



## ● Mathematica中的函数

Sqrt[x] : 求根号

Exp[x] : 自然常数为底的指数函数

Log[x] : 自然常数为底的对数函数

Log[b, x] : 以b为底的对数函数

Sin[x] : 正弦函数

Tan[x] : 正切函数

ArcSin[x] : 反正弦函数

ArcTan[x] : 反正切函数

Abs[x] : 绝对值函数

Mod[n, m] : 求余函数

.....

Cos[x] : 余弦函数

Cot[x] : 余切函数

ArcCos[x] : 反余弦函数

N! : N的阶乘

Round[x] : 取整函数

Random[x] : 0~1的伪随机数





## ● Mathematica中的函数

Sqrt[x] : 求根号

Exp[x] : 自然常数为底的指数函数

Log[x] : 自然常数为底的对数函数

Log[b, x] : 以b为底的对数函数

Sin[x] : 正弦函数

Tan[x] : 正切函数

ArcSin[x] : 反正弦函数

ArcTan[x] : 反正切函数

Abs[x] : 绝对值函数

Mod[n, m] : 求余函数

.....

Cos[x] : 余弦函数

Cot[x] : 余切函数

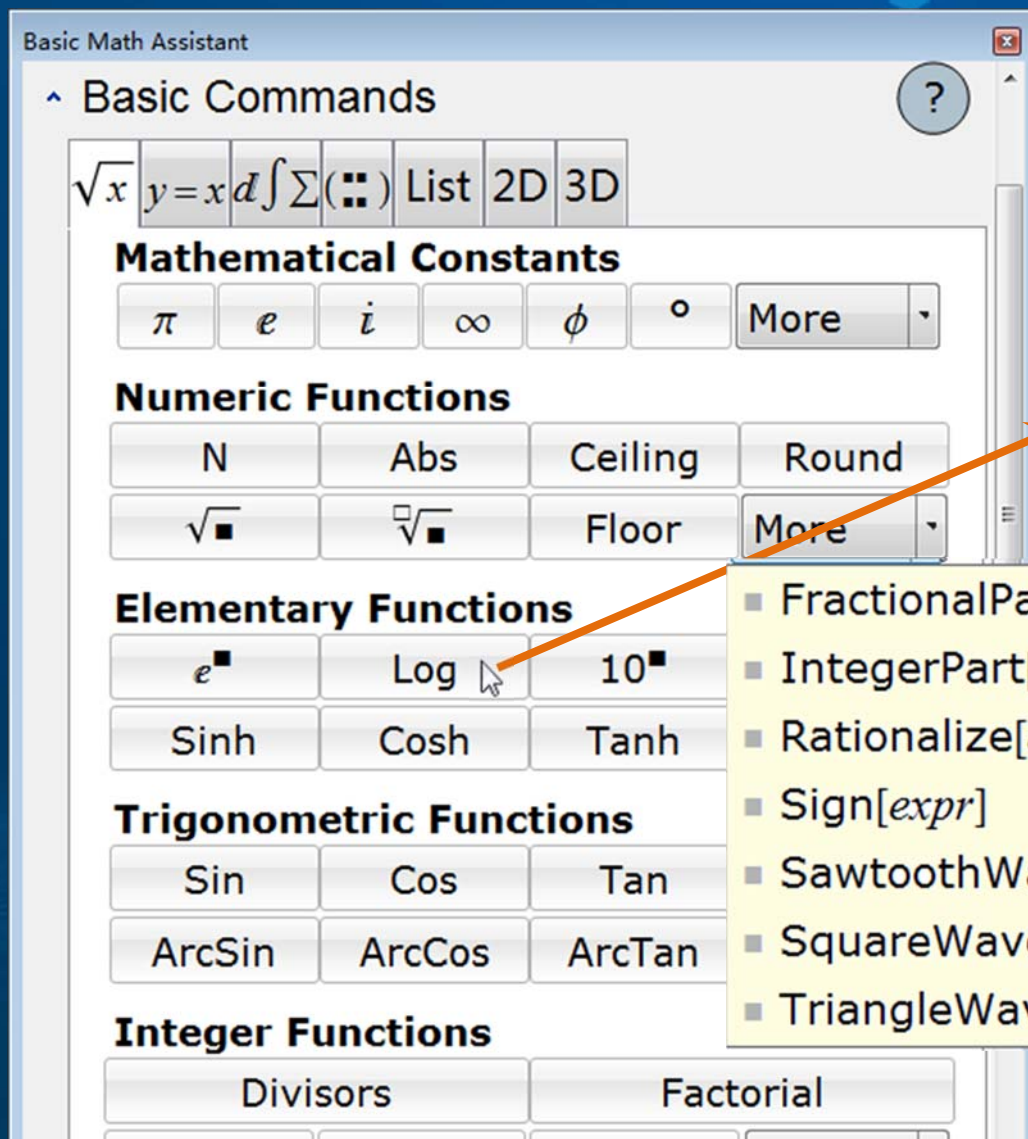
ArcCos[x] : 反余弦函数

N! : N的阶乘

Round[x] : 取整函数

Random[x] : 0~1的伪随机数

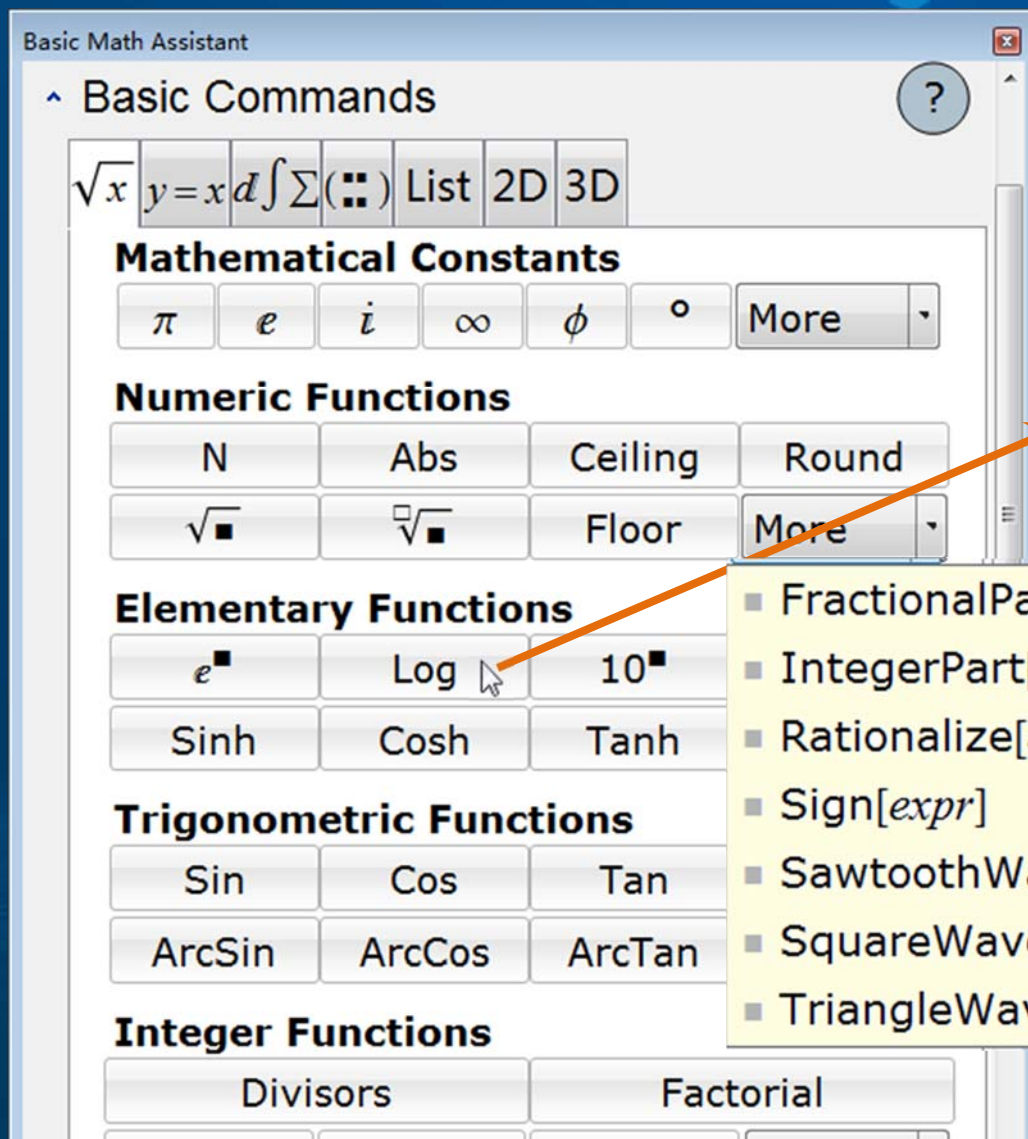




Log [  $expr$  ]

- FractionalPart[ $expr$ ]
- IntegerPart[ $expr$ ]
- Rationalize[ $expr$ , *margin of error*]
- Sign[ $expr$ ]
- SawtoothWave[ $expr$ ]
- SquareWave[ $expr$ ]
- TriangleWave[ $expr$ ]





Log [  $expr$  ]

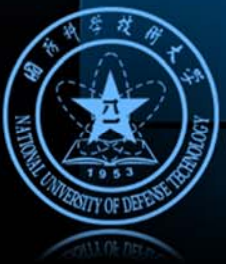
- FractionalPart[ $expr$ ]
- IntegerPart[ $expr$ ]
- Rationalize[ $expr$ , margin of error]
- Sign[ $expr$ ]
- SawtoothWave[ $expr$ ]
- SquareWave[ $expr$ ]
- TriangleWave[ $expr$ ]



例4 计算  $\sin 30^\circ + \log_3 4 - \arctan 3$ .

```
Sin[30 °] + Log[3, 4] - ArcTan[3]
```

```
 $\frac{1}{2} - \text{ArcTan}[3] + \frac{\text{Log}[4]}{\text{Log}[3]}$ 
```





例4 计算  $\sin 30^\circ + \log_3 4 - \arctan 3$ .

```
Sin[30 °] + Log[3, 4] - ArcTan[3]
```

```
 $\frac{1}{2} - \text{ArcTan}[3] + \frac{\text{Log}[4]}{\text{Log}[3]}$ 
```

```
2 + 3.0 // Log
```

```
1.60944
```



例4 计算  $\sin 30^\circ + \log_3 4 - \arctan 3$ .

```
Sin[30 °] + Log[3, 4] - ArcTan[3]
```

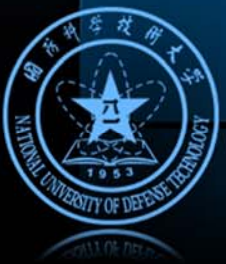
```
 $\frac{1}{2} - \text{ArcTan}[3] + \frac{\text{Log}[4]}{\text{Log}[3]}$ 
```

```
2 + 3.0 // Log
```

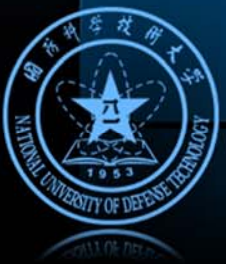
```
1.60944
```

```
3 x - 3 a x - 3 b x - y + a y + b y // Simplify
```

```
- (-1 + a + b) (3 x - y)
```



## ● 自定义函数





- 自定义函数

$f[x_]:=x^2$

定义一元函数  $f(x) = x^2$  .



- 自定义函数

f[x\_]:=x^2

按【Shift】+【-】键输入

定义一元函数  $f(x) = x^2$  .



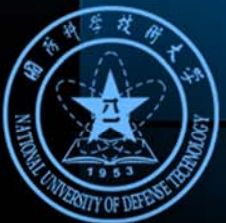
- 自定义函数

$f[x\_]:=x^2$

定义一元函数  $f(x) = x^2$  .

$g[x\_ , y\_ ]:=(x-y)^2/y$

定义二元函数  $g(x, y) = \frac{(x-y)^2}{y}$  .





## ● 自定义函数

$f[x\_]:=x^2$

定义一元函数  $f(x) = x^2$  .

$g[x_,y_]:= (x-y)^2/y$

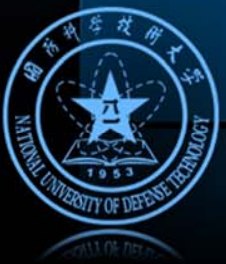
定义二元函数  $g(x,y) = \frac{(x-y)^2}{y}$  .

```
f[x_] := x^2; g[x_, y_] := (x - y)^2 / y;  
{f[4], f[1 / x], g[1, 2], g[a, b]}
```

```
{16, 1/x^2, 1/2, (a - b)^2 / b}
```



## ● 列表处理



## ● 列表处理

- 列表以 “{ }” 形式描述，如{1,2,4,8}表示包含有4个元素的列表，也表示向量。





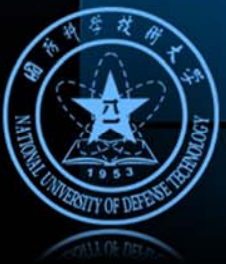
## ● 列表处理

- 列表以 “{ }” 形式描述，如{1,2,4,8}表示包含有4个元素的列表，也表示向量。
- 列表中元素的引用通过  
“Part[列表,i]” 或 “列表[[i]]”  
表示列表中第i个值，也可以给第i个元素赋值。

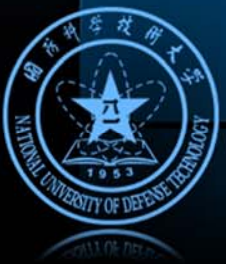


## ● 列表处理

- 列表以 “{ }” 形式描述，如{1,2,4,8}表示包含有4个元素的列表，也表示向量。
- 列表中元素的引用通过  
“Part[列表,i]” 或 “列表[[i]]”  
表示列表中第i个值，也可以给第i个元素赋值。
- 列表生成可以通过列举元素方法或者通过  
Table、Array、Range  
等命令来实现。



例5 利用Mathematica软件写出数列  $\left\{ \frac{n^2 - n + 2}{3n^2 + 2n - 4} \right\}$  前10项和  
元素  $a_{ij} = i \times j$  的3行4列的矩阵.





例5 利用Mathematica软件写出数列  $\left\{ \frac{n^2 - n + 2}{3n^2 + 2n - 4} \right\}$  前10项和

元素  $a_{ij} = i \times j$  的3行4列的矩阵.

```
Table[ $\frac{n^2 - n + 2}{3n^2 + 2n - 4}$ , {n, 1, 10}]
```

$$\left\{ 2, \frac{1}{3}, \frac{8}{29}, \frac{7}{26}, \frac{22}{81}, \right. \\ \left. \frac{8}{29}, \frac{44}{157}, \frac{29}{102}, \frac{74}{257}, \frac{23}{79} \right\}$$


例5 利用Mathematica软件写出数列  $\left\{ \frac{n^2 - n + 2}{3n^2 + 2n - 4} \right\}$  前10项和

元素  $a_{ij} = i \times j$  的3行4列的矩阵.

```
Table[i * j, {i, 3}, {j, 4}]  
% // MatrixForm
```

```
{{1, 2, 3, 4},  
 {2, 4, 6, 8}, {3, 6, 9, 12}}
```


$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$
