

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4.

«АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ»

Цель лабораторной работы: найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной.

№ варианта задания лабораторной работы определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Порядок выполнения работы

Вычислительная реализация задачи

Вычислительная часть лабораторной работы должна быть представлена только в отчете.

Задание:

1. Сформировать таблицу табулирования заданной функции на указанном интервале (см. табл. 1)
2. Построить линейное и квадратичное приближения по 11 точкам заданного интервала;
3. Найти среднеквадратические отклонения для каждой аппроксимирующей функции. Ответы дать с тремя знаками после запятой;
4. Выбрать наилучшее приближение;
5. Построить графики заданной функции, а также полученные линейное и квадратичное приближения;
6. Привести в отчете **подробные вычисления**.

Программная реализация задачи

Для исследования использовать:

- линейную функцию,
- полиномиальную функцию 2-й степени,
- полиномиальную функцию 3-й степени,
- экспоненциальную функцию,
- логарифмическую функцию,
- степенную функцию.

Методика проведения исследования:

1. Вычислить меру отклонения: $S = \sum_{i=1}^n [\varphi(x_i) - y_i]^2$ для всех исследуемых функций;
2. Уточнить значения коэффициентов эмпирических функций, минимизируя функцию S;
3. Сформировать массивы предполагаемых эмпирических зависимостей $(\varphi(x_i), \varepsilon_i)$;
4. Определить среднеквадратичное отклонение для каждой аппроксимирующей функции. Выбрать наименьшее значение и, следовательно, наилучшее приближение;
5. Построить графики полученных эмпирических функций.

Задание:

1. Предусмотреть ввод исходных данных из файла/консоли (таблица $y = f(x)$ должна содержать от 8 до 12 точек);
2. Реализовать метод наименьших квадратов, исследуя все указанные функции;
3. Предусмотреть вывод результатов в файл/консоль: коэффициенты аппроксимирующих функций, среднеквадратичное отклонение, массивы значений $x_i, y_i, \varphi(x_i), \varepsilon_i$;
4. Для линейной зависимости вычислить коэффициент корреляции Пирсона;
5. Программа должна отображать наилучшую аппроксимирующую функцию;
6. Организовать вывод графиков функций, графики должны полностью отображать весь исследуемый интервал (с запасом);
7. Программа должна быть протестирована при различных наборах данных, в том числе и некорректных;

Требования и содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- Цель работы,
- Рабочие формулы метода,
- Вычислительная часть лабораторной работы,
- Листинг программы (по крайней мере, коды используемого метода),
- Графики аппроксимирующих функций,
- Результаты выполнения программы при различных исходных данных (не менее трех),
- Выводы.

Варианты задания

Таблица 1. Варианты задания для вычислительной реализации задачи

№ варианта	Функция	Исследуемый интервал	№ варианта	Функция	Исследуемый интервал
1	$y = \frac{12x}{x^4 + 1}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	21	$y = \frac{14x}{x^4 + 21}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$
2	$y = \frac{15x}{x^4 + 2}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	22	$y = \frac{5x}{x^4 + 22}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$
3	$y = \frac{4x}{x^4 + 3}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	23	$y = \frac{16x}{x^4 + 23}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
4	$y = \frac{15x}{x^4 + 4}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$	24	$y = \frac{7x}{x^4 + 24}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$
5	$y = \frac{6x}{x^4 + 5}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	25	$y = \frac{28x}{x^4 + 25}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
6	$y = \frac{12x}{x^4 + 6}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	26	$y = \frac{7x}{x^4 + 26}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
7	$y = \frac{23x}{x^4 + 7}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	27	$y = \frac{18x}{x^4 + 27}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$
8	$y = \frac{3x}{x^4 + 8}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	28	$y = \frac{21x}{x^4 + 28}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$
9	$y = \frac{4x}{x^4 + 9}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	29	$y = \frac{15x}{x^4 + 29}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
10	$y = \frac{18x}{x^4 + 10}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	30	$y = \frac{16x}{x^4 + 30}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$
11	$y = \frac{5x}{x^4 + 11}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	31	$y = \frac{15x}{x^4 + 31}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$
12	$y = \frac{4x}{x^4 + 12}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	32	$y = \frac{25x}{x^4 + 32}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
13	$y = \frac{31x}{x^4 + 13}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	33	$y = \frac{26x}{x^4 + 33}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$
14	$y = \frac{25x}{x^4 + 14}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	34	$y = \frac{22x}{x^4 + 34}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$

15	$y = \frac{4x}{x^4 + 15}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$	35	$y = \frac{19x}{x^4 + 35}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
16	$y = \frac{17x}{x^4 + 16}$	$x \in [-4, 0] \quad h = 0,4$	36	$y = \frac{47x}{x^4 + 36}$	$x \in [-2, 2] \quad h = 0,4$
17	$y = \frac{2x}{x^4 + 17}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	37	$y = \frac{23x}{x^4 + 37}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$
18	$y = \frac{30x}{x^4 + 18}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	38	$y = \frac{14x}{x^4 + 38}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$
19	$y = \frac{5x}{x^4 + 19}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$	39	$y = \frac{20x}{x^4 + 39}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$
20	$y = \frac{11x}{x^4 + 20}$	$x \in [0, 4] \quad h = 0,4$	40	$y = \frac{5x}{x^4 + 40}$	$x \in [-2, 0] \quad h = 0,2$

Контрольные вопросы

1. Чем вызвана необходимость аппроксимирования табличных функций?
2. Чем отличается аппроксимации от интерполяции?
3. Сформулируйте задачу аппроксимации.
4. Как выбирается вид аппроксимирующего уравнения?
5. Объясните суть метода наименьших квадратов (МНК).
6. Что такое мера отклонения и как ее вычислить?
7. К решению какой задачи сводится МНК?
8. Сформулируйте задачу полиномиальной аппроксимации МНК.
9. Что такое линейная и квадратичная аппроксимация?
10. Приведите графическую интерпретацию линейной и квадратичной аппроксимаций?
11. Что такое среднеквадратическое отклонение?
12. Как выполняется аппроксимации данных неполиномиальными функциями?
13. Как оценить качество полученной аппроксимации?
14. Как выбирается наилучшая аппроксимирующая функция?
15. Корректно ли применять аппроксимирующие уравнения за пределами исследуемого диапазона?