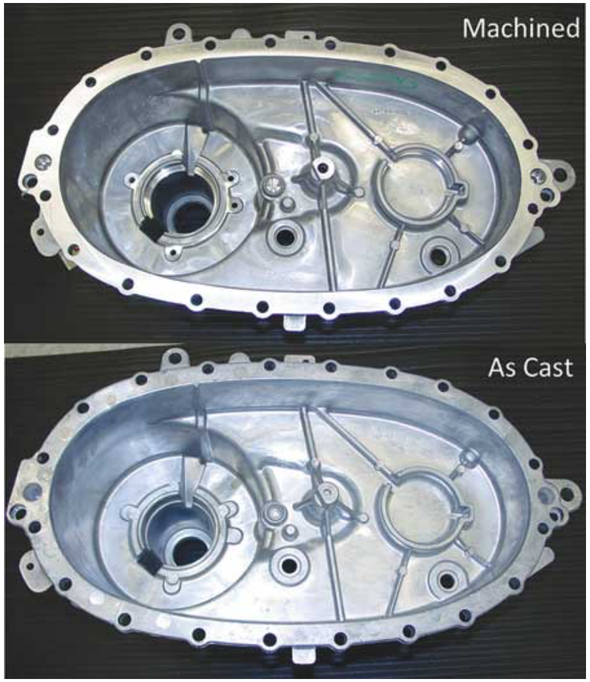
Momentum Transfer and Newtonian Viscosity

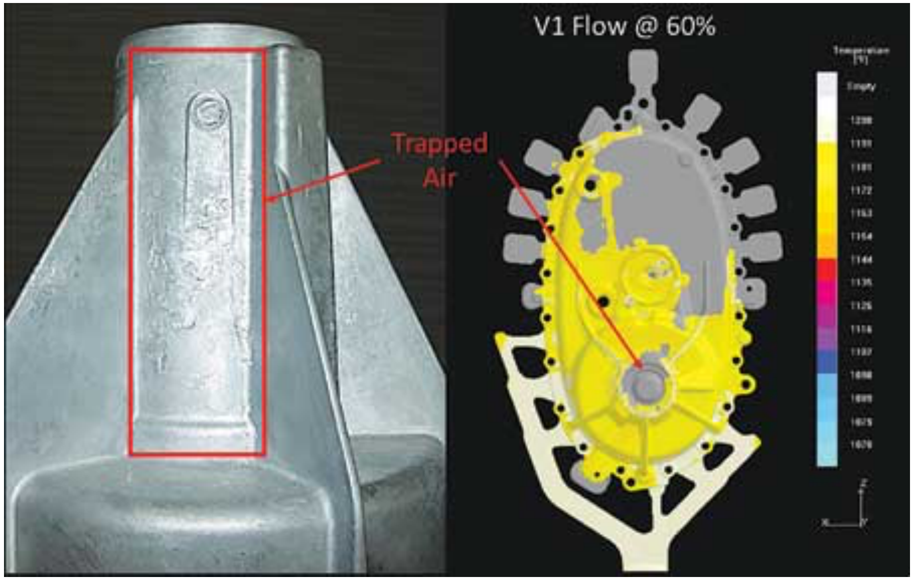
창원대학교 신소재공학부
정영웅

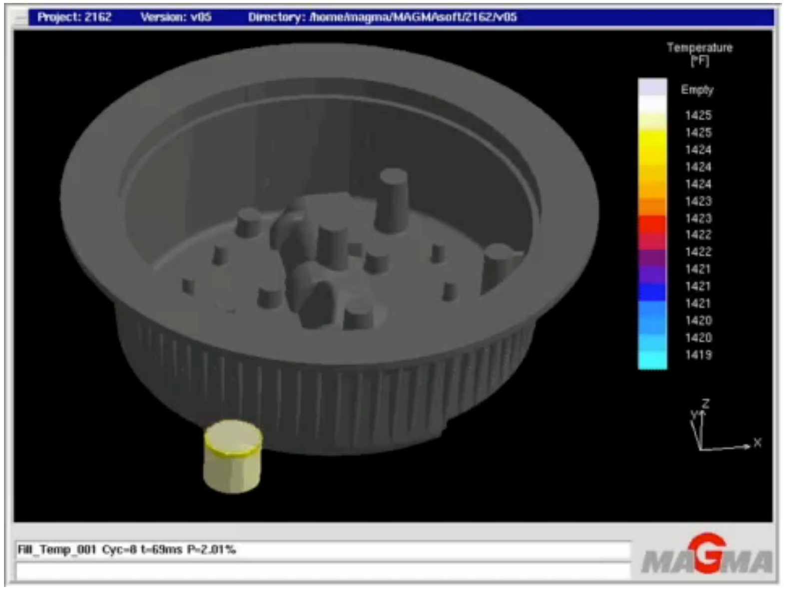
yjeong@changwon.ac.kr
https://youngung.github.io
https://github.com/youngung

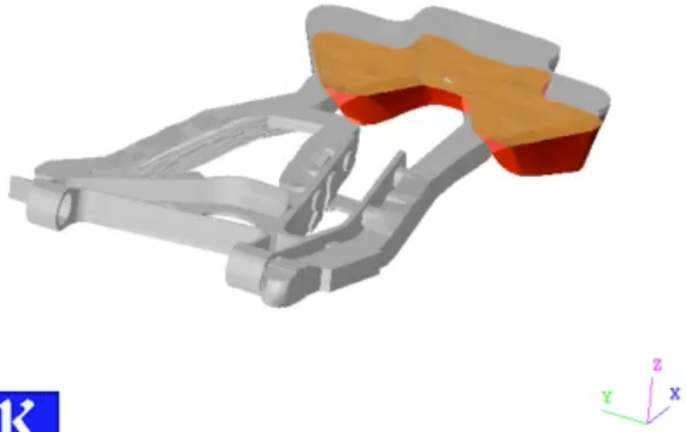
Intro

- Previously,
  - Fluid statics: ’정지’해 있는 유체에 작용하는 ’힘’, 압력 등에 대해 살펴보았다.
- 이동중인 유체에 대해 배운다.
- Fluid may ‘flow’.







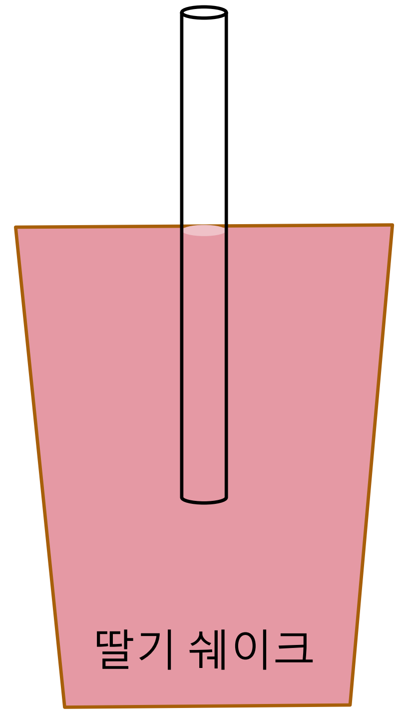


EKK

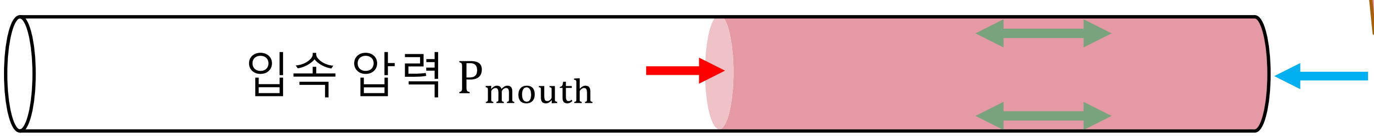
http://ekkinc.com
http://www.magmasoft.com.sg/en/

Intro

❑유체 유동(fluid flow)에서 있어서 중요한 유체의 성질은 **밀도(density, ρ)**와 **점도(viscosity, η)**



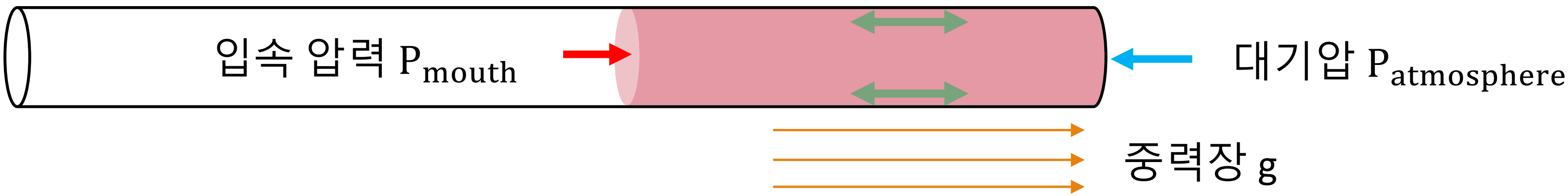
Cross section: A



$$P_{mouth} \cdot A + \rho g h \cdot A = P \cdot A$$

$$P_{mouth} \cdot A + \rho g h \cdot A \neq P \cdot A$$

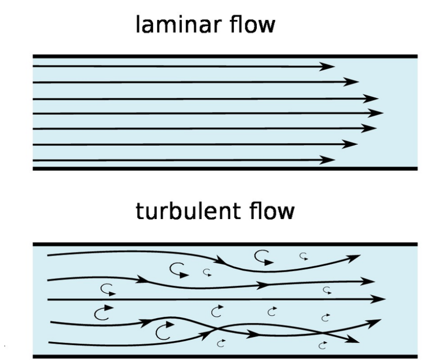
층류, 난류



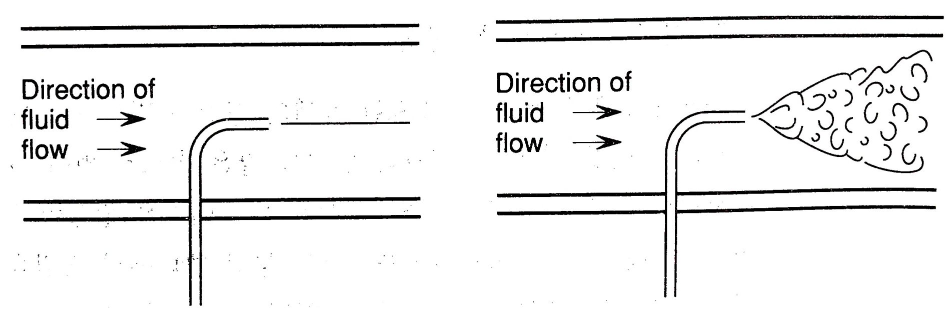
$P_{mouth} \cdot A + \rho gh \cdot A = P \cdot A$ ➡ 정지 상태

$P_{mouth} \cdot A + \rho gh \cdot A \neq P \cdot A$

- $|F| = |P_{mouth} \cdot A + \rho gh \cdot A - P \cdot A| =$ 마찰, 점성력
  Steady flow
- $|F| = |P_{mouth} \cdot A + \rho gh \cdot A - P \cdot A| >$ 마찰 , 점성력
  Accelerated flow



층류
난류



층류, 난류

- Fluid의 속도 (유속)이 낮을 때는 층류의 형태로 유체가 서로 섞이지 않으며 유선(stream)은 관의 축과 나란한 형태로 나타나며 유체가 이동한다.
- 하지만 유속이 어떠한 임계값을 넘어서면서 유체의 유선(stream)은 빨리 흐트러진다.

Reynolds 수 (Re 로 표기): 유체의 이동시에 특성이 특정 Reynolds 값 이상이면 층류에서 난류로 '천이'

$$\mathrm{Re} = \frac{(\text{특성길이})\times(\text{유체 평균속도}))\times(\text{유체 밀도})}{\text{유체의 점도}}$$

원형 단면적을 가진 파이프의 경우

$$\mathrm{Re} = \frac{D v \rho}{\eta}$$

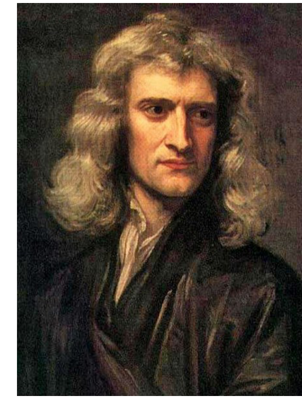
D: 특성 길이 (파이프 관의 직경)
v: 유속 (flow rate)
ρ: 밀도
η: 점도

1. 관의 직경 커지면 천이가 생기는 평균 속도가 감소
2. 유동 속도가 커지면 층류 유동이 존재하는 최대의 관 직경이 줄어든다

1. 층류유동은 기본적인 물리법칙 따라서 물리학 기본 법칙으로부터 파악이 가능
2. 난류운동은 그렇지 않다. 따라서 '현상학적으로 접근' – 실험을 통해 관심있는 물리량을 측정해볼 수 밖에…

Newtonian fluids

❑ Newtonian fluids는 Newton의 점성 법칙을 따르는 유체를 일컫는다.



Newton의 점성 법칙?

$\tau = \eta \times \dot{\gamma}$

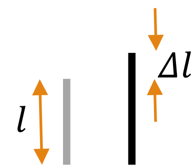
τ: 전단응력
$\dot{\gamma}$: 전단변형속도 (shear rate)
η: 점성

응력: 단위 면적당 작용하는 힘 (압력과 같은 단위)

- 수직 응력 (normal stress σ) — F 방향 = 작용면의 법선 방향
- 전단 응력 (shear stress τ) — F 방향 ⊥ 작용면의 법선

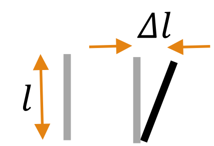
변형률: 단위 길이의 길이가 변하는 정도를 나타낸 물리량

- 수직 변형률 (normal stress ε)



$\varepsilon = \Delta l / l$

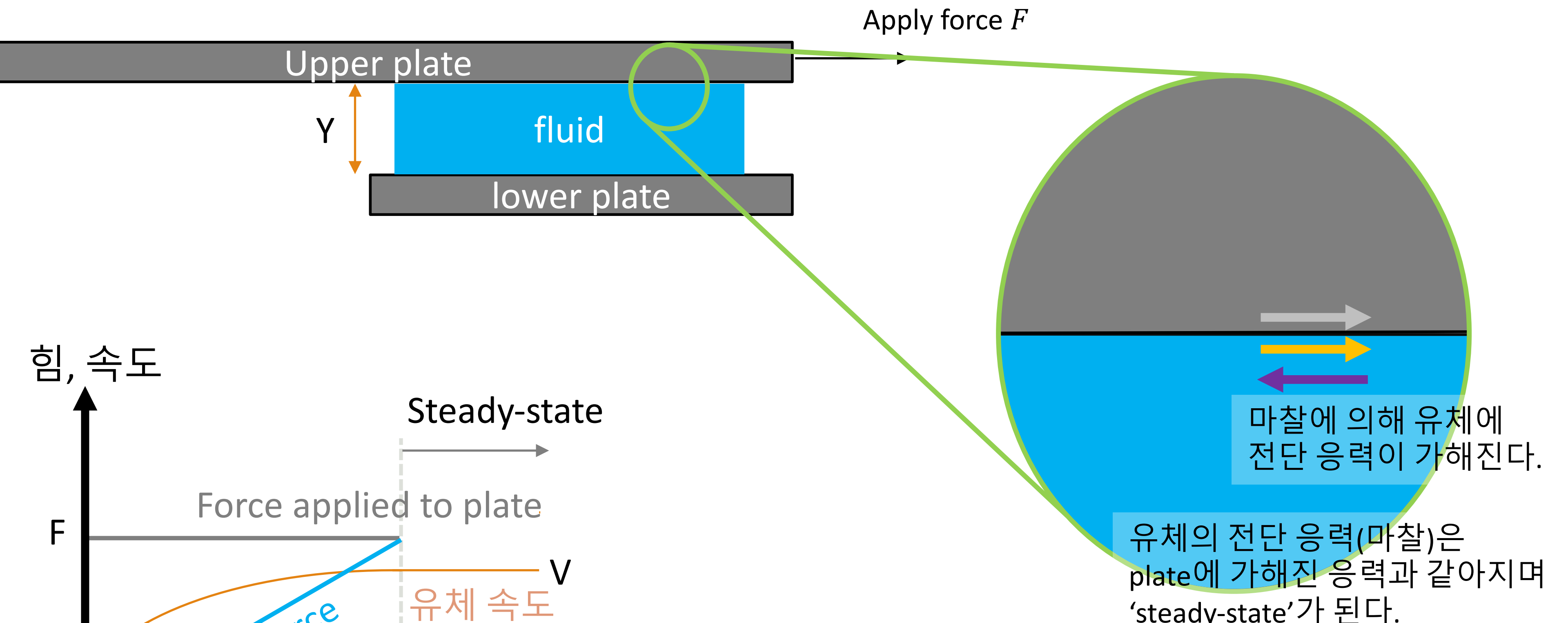
- 전단 변형률 (shear strain γ)

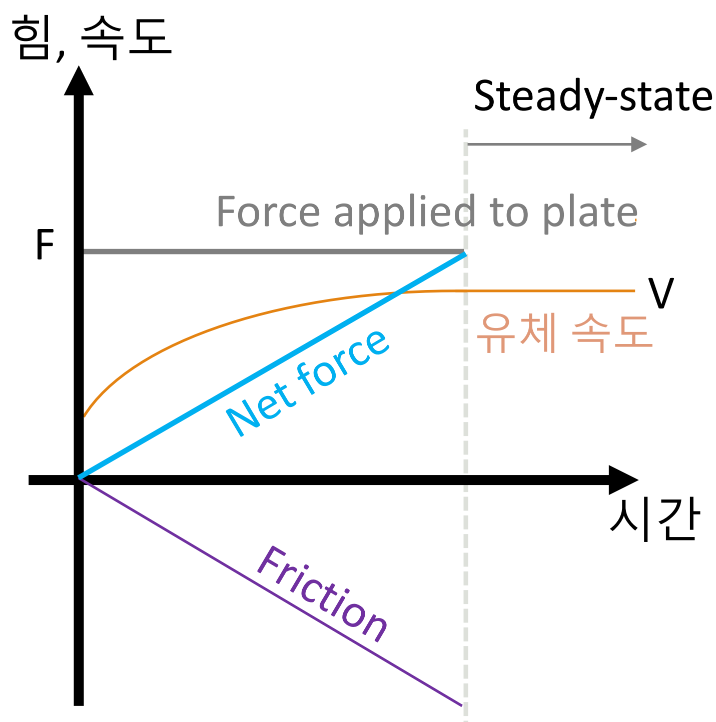


$\gamma \approx \Delta l / l$

전단 변형 속도: $\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$

두 평판 사이의 유체 거동





Newton은 정상 상태(steady-state)에서:

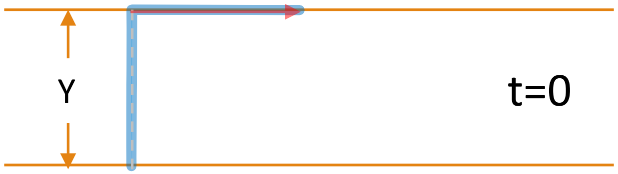
$$V \propto \frac{FY}{A}$$

V: 정상 상태에서의 속도
F: 가한 힘
Y: 판간 거리

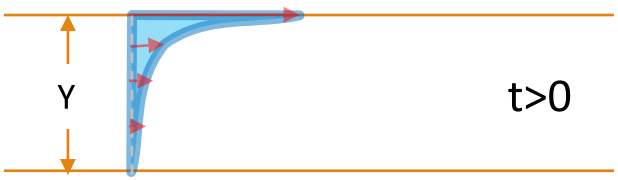
두 평판 사이의 유체 거동

Vector인 velocity (velocity of fluid)는 시간에 따라 달라지는 field variable이다.

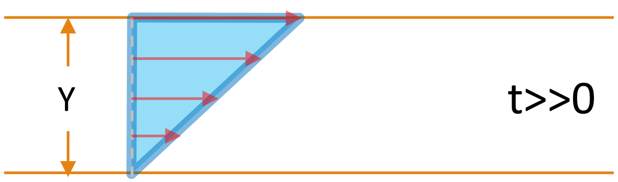
정지된
유체



상부 평판
운동 시작

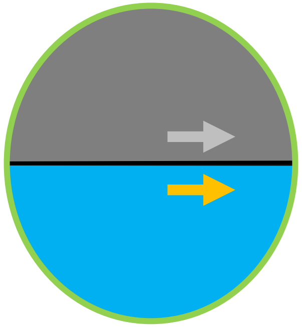


비정상상태
유동에서 속도
gradient 형성



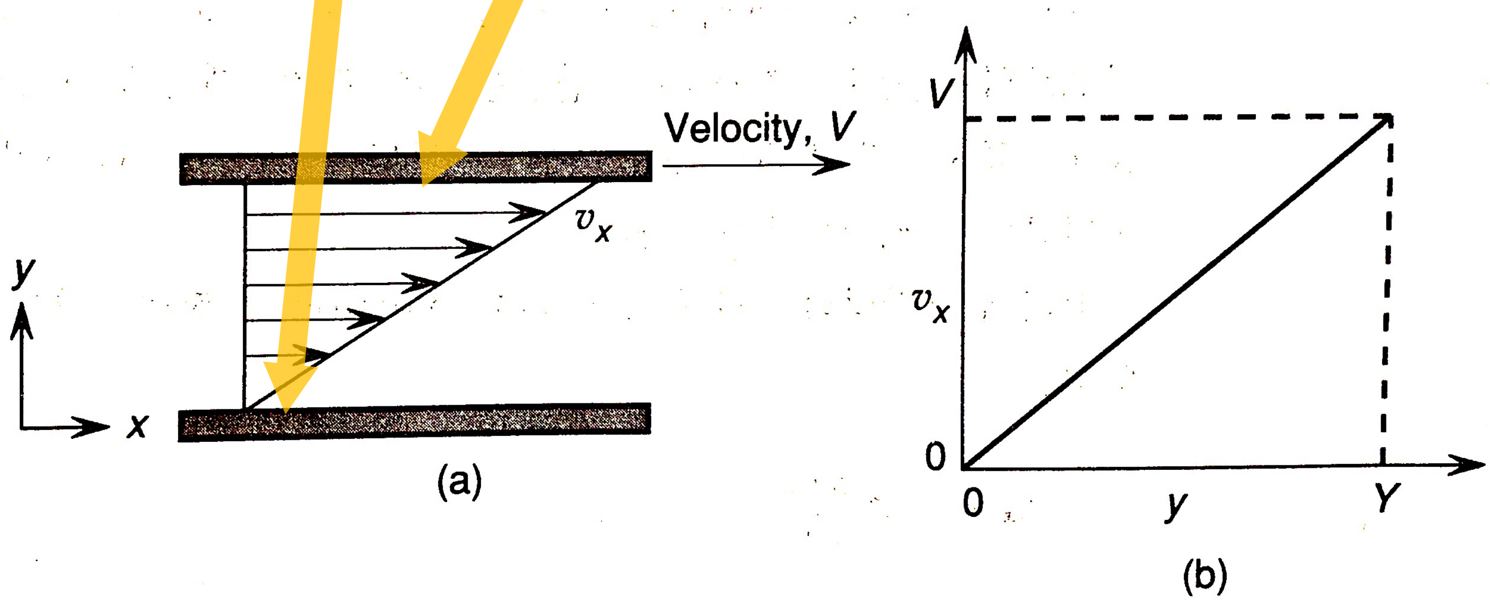
정상상태
유동에서 속도
gradient 형성

두 평판 사이의 유체 거동

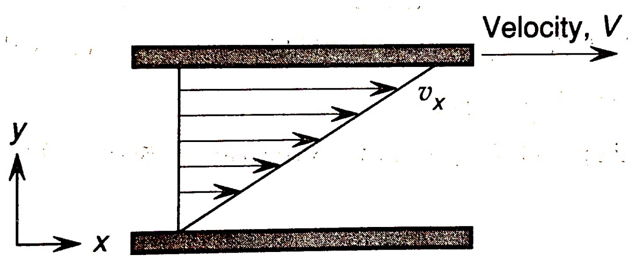


판과 유체 사이의 계면에서 미끄럼이 없다면 (혹은 완벽한 마찰) 유체의 가장 윗부분은 계면과 같은 속도로 움직인다.

마찬가지로 유체의 가장 아랫부분은 고정된 판과 같이 속도가 zero



두 평판 사이의 유체 거동



$\frac{V}{Y}$의 미분 형식: $\frac{dv_x}{dy}$

Newton은 정상 상태(steady-state)에서:

$$V \propto \frac{FY}{A}$$

V: 정상 상태에서의 속도
F: 가한 힘
Y: 판간 거리

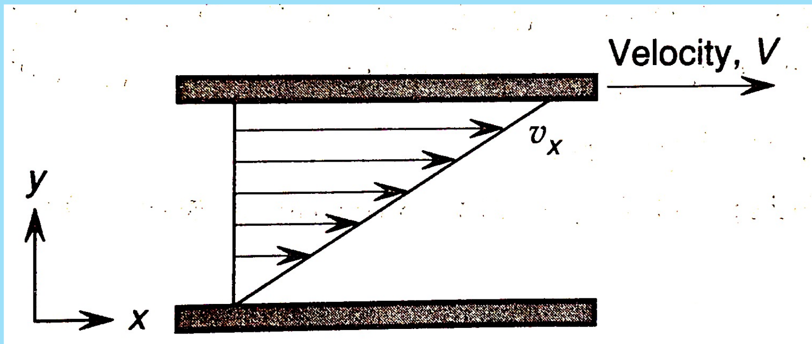
$$\frac{F}{A} \propto \frac{V}{Y}$$

$$\tau \propto \frac{dv_x}{dy}$$

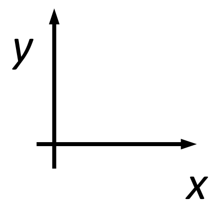
$$\boxed{\tau = -\eta \frac{dv_x}{dy}}$$

η: 점도 (viscosity)
$\frac{dv_x}{dy}$ 평판 속도 구배

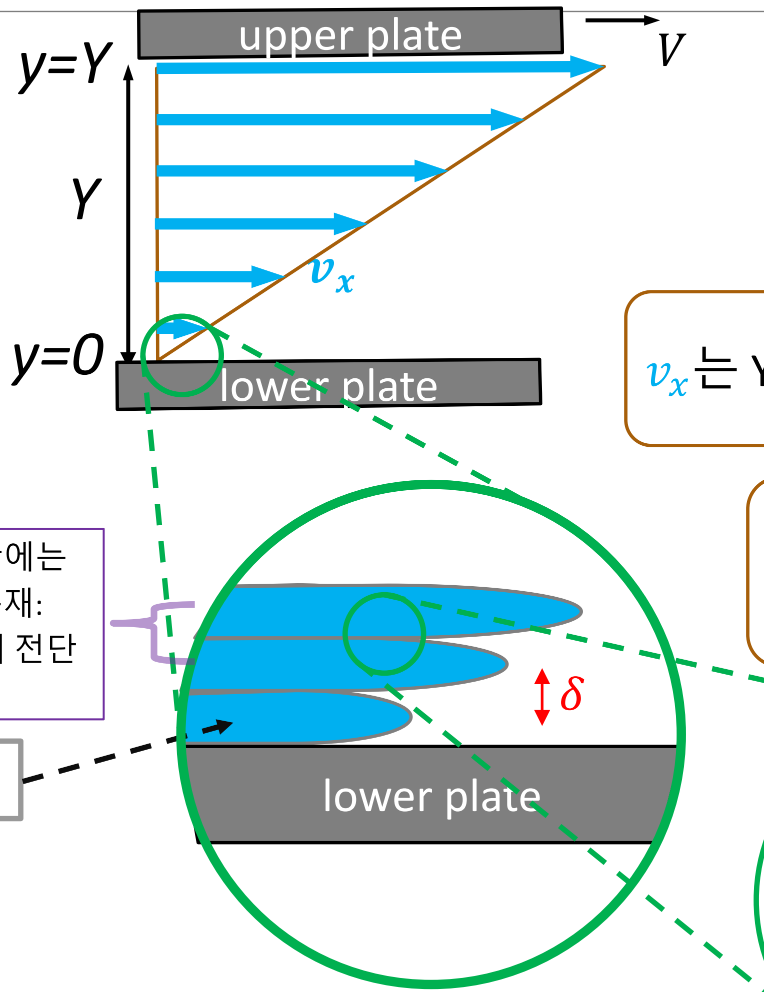
$$\boxed{\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy} = -\eta \dot{\varepsilon}_{yx}}$$

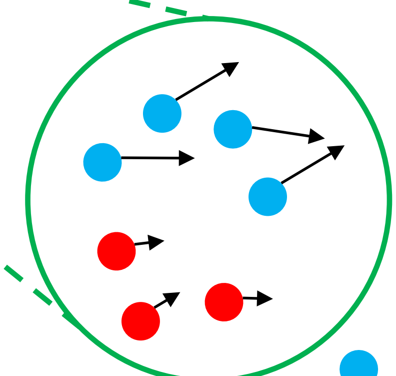


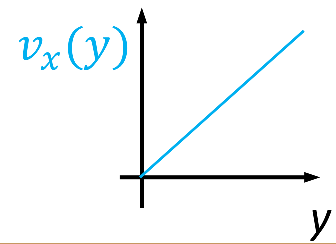
층류에서의 운동량 전달



공간 좌표계







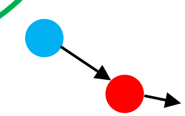
v_x는 Y좌표에 의존: $v_x(y) = \frac{\partial v_x}{\partial y} \cdot y$

$v_x(0) = 0$
$v_x(Y) = V$
$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{V-0}{Y-0} = V/Y$

두께가 δ인 층류간에는 속도차이 $\frac{V}{Y}\cdot\delta$ 존재: 따라서 층류 사이의 전단 응력 작용

$v_x = 0$

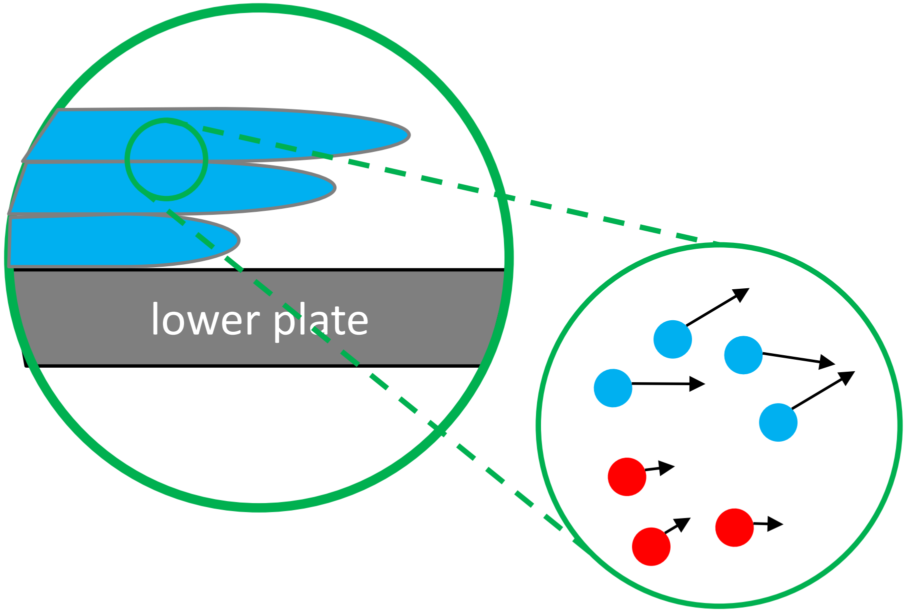
위쪽 층류 속의 분자/원자들이 가진 운동량(mv)이 아래로 전달
(momentum transfer)



충돌로 운동량 아래로 전달

두 층 사이의 **<u>유속의 차이</u>**는 upper plate에 작용한 힘(전단력)에 의해 유지된다. 만약 upper plate에 작용한 힘이 없어 진다면 층류 사이의 전단 응력에 의해 유동이 사라진다.

전단응력과 운동량 전달



층류 사이의 전단 응력으로 인해 운동량이 전달 된다.

층류 사이의 **전단 응력과 운동량 전달률은 밀접한 관계**를 가진다.

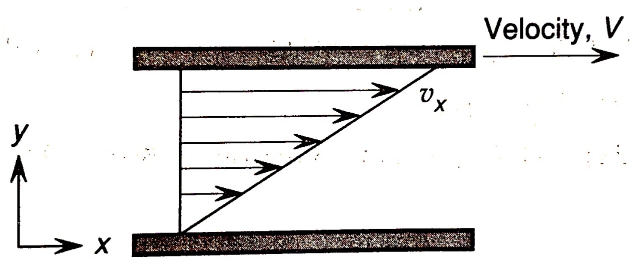
$$\text{전단응력} = \text{힘}/\text{면적} = \text{질량} \times \frac{\text{길이}}{\text{시간}^2} \times \frac{1}{\text{면적}} = \text{질량} \times \frac{\text{길이}}{\text{시간}} \times \frac{1}{\text{시간}} \times \frac{1}{\text{면적}}$$

$$= \frac{\text{질량} \times \text{속도}}{\text{시간} \times \text{면적}} = \frac{\text{운동량}}{\text{시간} \times \text{면적}}$$

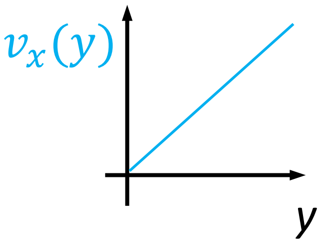
단위 면적, 시간당 운동량의 전달량

단위면적당 운동량 전달률

Newtonian fluid



속도 구배 (velocity gradient), 즉
공간에 따른 속도의 변화



속도 구배 $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ 는
왼쪽 그래프에서 기울기

운동량의 '이동방향'은 –y
즉, 운동량 이동방향은 $\frac{\partial v_x}{\partial y}$의 반대방향
운동량 이동방향과 속도구배는 서로 반대 방향 (즉 서로 부호가 다르다)

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy} = -\eta \dot{\varepsilon}_{yx}$$

- τ_{yx}의 단위는 $\mathrm{kg/(m \cdot s^2)}$ 혹은 파스칼 [Pa]
- $\frac{dv_x}{dy}$는 $1/s$ 단위를 가진다.
- 점도 η는 $\frac{kg}{m \cdot s}$ 단위(혹은 $Pa \cdot s$)를 가진다.

우리가 살펴본 것과 같이, 움직이는 평판과 고정된 평판 사이에 점도가 있는 유체의 유동을 Couette flow라고 한다.

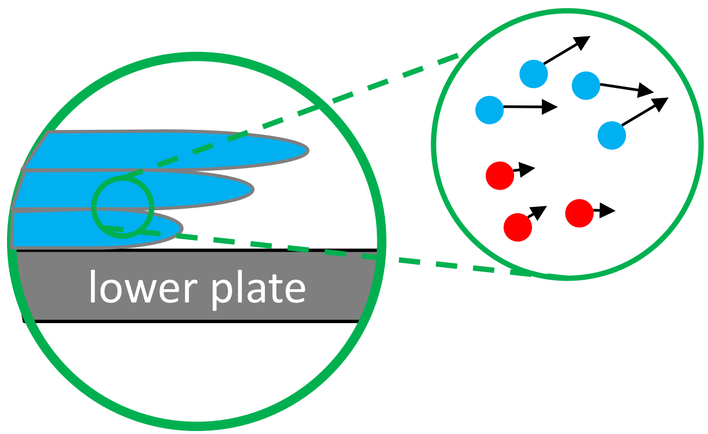
예제 2.1 풀이 및 p42 읽어보기

정상상태의 유동에서 운동량 전달

❑유체의 특성은 **검사체적 (control volume) 내에서 운동량 수지(입/출)**를 생각하여 결정하게 된다. 다음의 두 가지 형태의 운동량 전달을 고려해야 한다.

1. 점성운동량전달 (viscous momentum transfer)

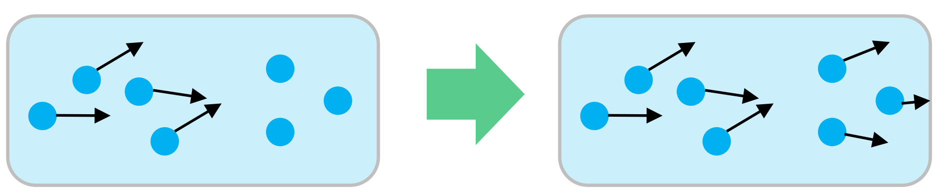
유체 유동의 방향에 수직한 방향으로 속도 구배에 의한 운동량 전달



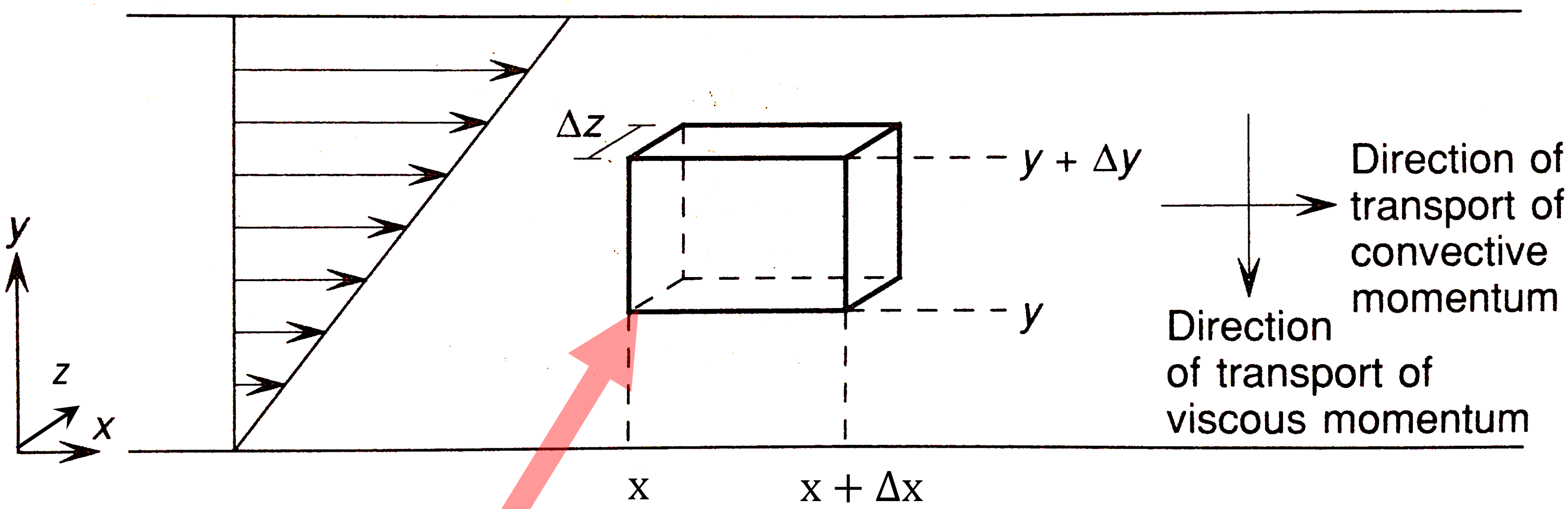
$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy} = -\eta \dot{\varepsilon}_{yx}$$

2. 대류운동량전달 (convective momentum transfer)

유동 방향으로 유체 자체의 움직임에 의한 운동량 전달



Coutte 유동에서 대류 및 점성운동량



앞으로, 공간상에서 고정된 검사체적($\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$)을 설정하여, 검사체적 내외로의 운동량 출입(수지)을 살펴볼 것이다.

예를 들어, 가장 많이 수행할 작업중에 하나는:

1. 검사체적 내로 들어오는 운동량률(운동량의 시간에 따른 변화량),
2. 검사체적 밖으로 나오는 운동량률 계산

총 검사체적량에 '머무는' (혹은 쌓이는) 운동량률은=
들어오는 운동량률 – 나오는 운동량률