이론, 실습, 시뮬레이션

디지털 논리회로 개정 3판

Chapter 09. 동기 순서논리회로

학습목표 및 목차

- 동기 순서논리회로를 해석할 수 있다.
- 각종 플립플롭에서 여기표의 개념을 이해하고 이를 설계과정에 적용할 수 있다.
- 동기 순서논리회로를 설계할 수 있다.
- 상태방정식을 이용하여 동기 순서논리회로를 설계할 수 있다.

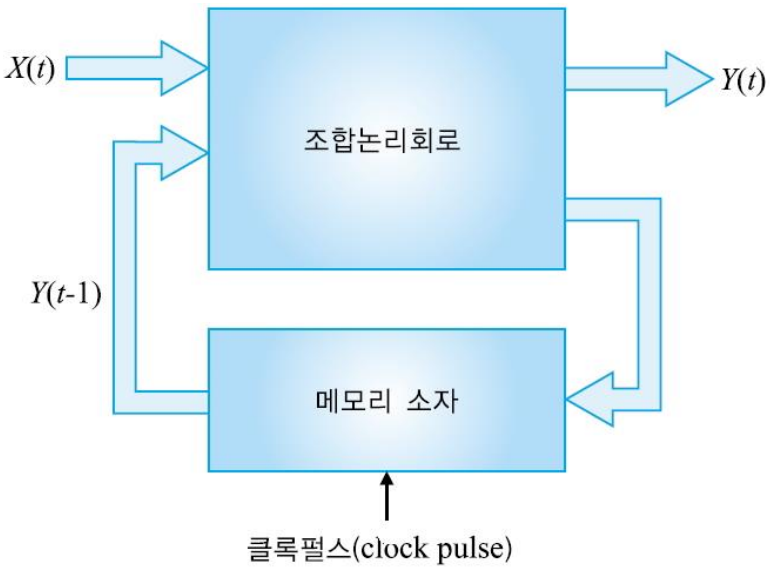
01 동기 순서논리회로 개요

■ 조합논리회로와 순서논리회로

조합논리회로 (combinational logic circuit)	• 출력이 현재의 입력에 의해서만 결정되는 논리회로
순서논리회로 (sequential logic circuit)	• 현재의 입력과 이전의 출력상태에 의해서 출력이 결정되는 논리회로. • 순서논리회로는 신호의 타이밍(timing)에 따라 동기 순서논리회로와 비동기 순서논리회로로 분류. • 동기 순서회로에서 상태(state)는 단지 이산된(discrete) 각 시점 즉, 클록펄스가 들어오는 시점에서 상태가 변화하는 회로 • 클록펄스에 의해서 동작하는 회로를 동기순서논리회로 또는 단순히 동기순서회로라 한다. • 비동기 순서회로는 시간에 관계없이 단지 입력이 변화하는 순서에 따라 동작하는 논리회로

01 동기 순서논리회로 개요

■ 순서논리회로의 블록도



출력 $Y(t)$는 현재 상태의 입력 $X(t)$와 이전 상태의 출력 $Y(t-1)$에 의하여 결정

■ 순서논리회로의 해석과 설계 관계

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

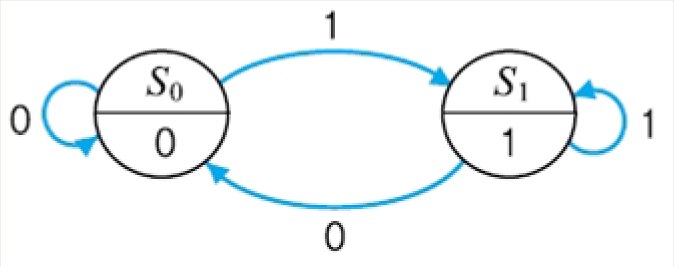
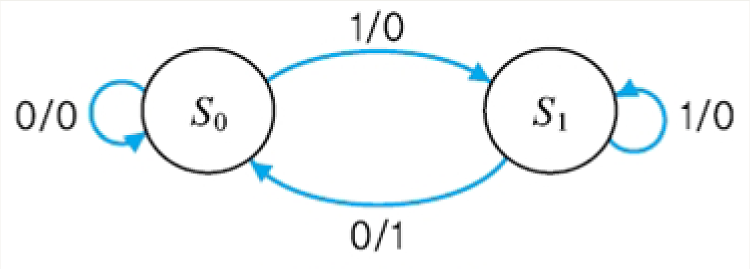
- 순서논리회로의 동작은 입력과 출력 및 플립플롭의 현재 상태에 의해 결정
- 출력과 다음 상태는 현재 상태의 함수
- 순서논리회로의 해석은 입력과 출력 및 현재 상태에 의해 결정되는 다음 상태의 시간순서를 상태표나 상태도로 나타냄으로써 해석이 가능

순서논리회로의 해석과정

[단계 1]	회로 입력과 출력에 대한 변수 명칭 부여
[단계 2]	조합논리회로가 있으면 조합논리회로의 불대수식 유도
[단계 3]	회로의 상태표 작성
[단계 4]	상태표를 이용하여 상태도 작성
[단계 5]	상태방정식 유도
[단계 6]	상태표와 상태도를 분석하여 회로의 동작 설명

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

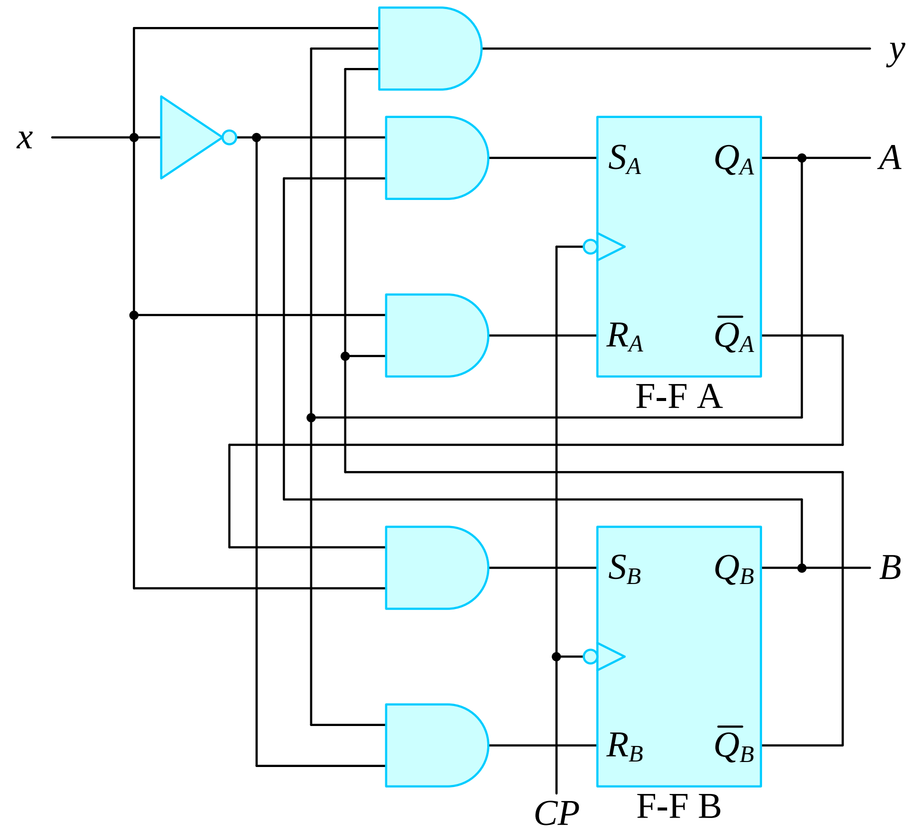
■ 상태도 종류

무어머신 (Moore machine)	• 순서논리회로의 출력이 플립플롭들의 현재 상태만의 함수인 회로 • 출력이 상태 내에 결합되어 표시	
밀리머신 (Mealy machine)	• 출력이 현재 상태와 입력의 함수인 회로 • 출력은 상태간을 지나가는 화살선의 위에 표시	

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

1. 변수명칭 부여

- **입력변수** : x
- **출력 변수** : y
- F-F A **플립플롭의 입력** : S_A, R_A
- F-F B **플립플롭의 입력** : S_B, R_B
- F-F A **플립플롭의 출력** : A
- F-F B **플립플롭의 출력** : B



2. 불 대수식 유도

- F-F A 플립플롭의 입력

  $S_A = B\overline{x}, \quad R_A = \overline{B}x$
- F-F B 플립플롭의 입력

  $S_B = \overline{A}x, \quad R_B = A\overline{x}$
- 시스템 출력

  $y = A\overline{B}x$

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

3. 상태표 작성

- 상태표(state table) : 현재 상태와 외부 입력의 변화에 따라 다음 상태와 출력의 변화를 정의한 것
- 현재 상태 : 클록펄스(CP) 인가 전 상태
- 다음 상태 : 클록펄스의 인가 후 상태

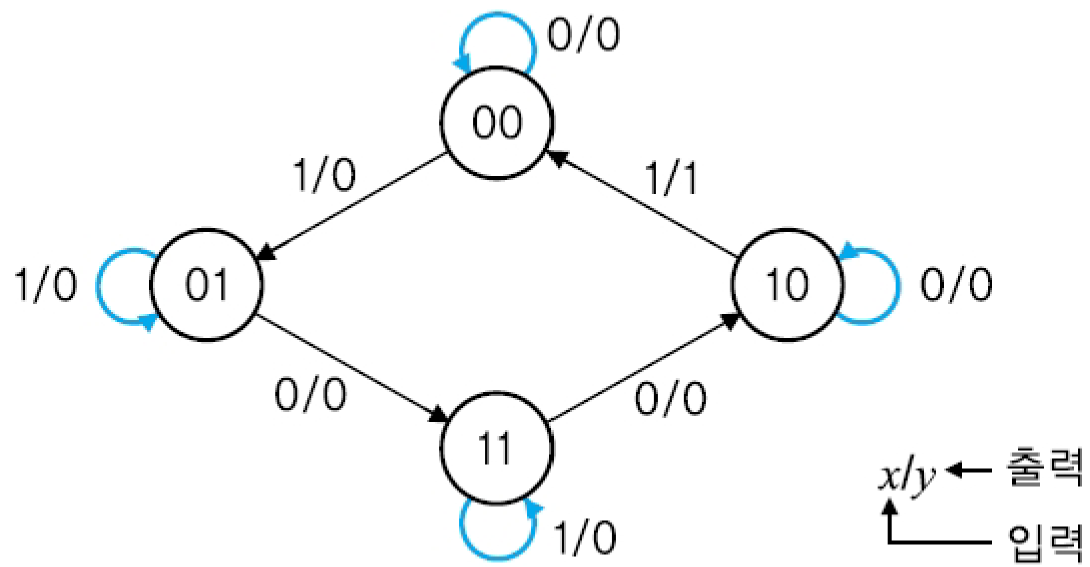
현재 상태		다음 상태				출력	
		$x=0$		$x=1$		$x=0$	$x=1$
A	B	A	B	A	B	y	y
0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	0	0

<상태표>

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

4. 상태도 작성

- 상태표로부터 상태도를 그린다.



<상태도>

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

5. 상태방정식 유도

- 상태방정식(state equation): 플립플롭 상태 천이에 대한 조건을 지정하는 대수식
- 상태표로부터 플립플롭 *A*와 *B*가 논리 1이 되는 상태방정식을 구한다.

$$A(t+1) = \overline{A}B\overline{x} + A\overline{B}\overline{x} + AB\overline{x} + ABx$$

$$B(t+1) = \overline{A}B\overline{x} + \overline{A}\overline{B}x + \overline{A}Bx + ABx$$

- 카르노 맵을 이용하여 간소화한 상태방정식

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0				1
1	1		1	1

$$A(t+1) = B\overline{x} + AB + A\overline{x}$$

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0		1	1	1
1			1	

$$B(t+1) = \overline{A}x + \overline{A}B + Bx$$

02 동기 순서논리회로의 해석 과정

- SR 플립플롭의 특성방정식과 비교

$$A(t+1) = B\bar{x} + AB + A\bar{x} = B\bar{x} + (B+\bar{x})A = B\bar{x} + (\overline{\bar{B}x})A \quad \Leftrightarrow \quad A(t+1) = (S_A) + (\bar{R}_A)A$$

$$B(t+1) = \bar{A}x + \bar{A}B + Bx = \bar{A}x + (\bar{A}+x)B = \bar{A}x + (\overline{A\bar{x}})B \quad \Leftrightarrow \quad B(t+1) = (S_B) + (\bar{R}_B)B$$

$$S_A = B\bar{x} \qquad R_A = \bar{B}x$$

$$S_B = \bar{A}x \qquad R_B = A\bar{x}$$

[그림 9-4] 회로와 일치

6. 회로의 동작설명

- 순서논리회로의 동작은 상태도나 상태표를 이용하여 설명 가능
- 입력 x의 값에 따라 클록펄스가 한번씩 인가될 때마다 0(00)→1(01)→3(11)→2(10)의 순으로 순차적으로 동작하는 순서논리회로

03 플립플롭의 여기표

- 플립플롭의 특성표 : 현재 상태와 입력값이 주어졌을 때, 다음 상태가 어떻게 변하는가를 나타내는 표
- 플립플롭의 여기표(excitation table) : 현재 상태에서 다음 상태로 변했을 때 플립플롭의 입력조건이 어떤 상태인가를 나타내는 표
- 플립플롭의 여기표는 순서논리회로를 설계할 때 자주 사용

03 플립플롭의 여기표

1. *SR* 플립플롭의 여기표

특성표

입력		현재 상태	다음 상태
S	R	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	?
1	1	1	?

여기표

현재 상태	다음 상태	요구 입력	
$Q(t)$	$Q(t+1)$	S	R
0	0	0	×
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	×	0

S	R	$Q(t+1)$
0	0	$Q(t)$(불변)
0	1	0
1	0	1
1	1	(부정)

<*SR* 플립플롭 진리표>

2. *JK* 플립플롭의 여기표

특성표

입력		현재 상태	다음 상태
J	K	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

여기표

현재 상태	다음 상태	요구 입력	
$Q(t)$	$Q(t+1)$	J	K
0	0	0	×
0	1	1	×
1	0	×	1
1	1	×	0

J	K	$Q(t+1)$
0	0	$Q(t)$(불변)
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q}(t)$(toggle)

<*SR* 플립플롭 진리표>

03 플립플롭의 여기표

3. *D* 플립플롭의 여기표

특성표

입력	현재 상태	다음 상태
D	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

여기표

현재 상태	다음 상태	요구 입력
$Q(t)$	$Q(t+1)$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

4. T 플립플롭의 여기표

특성표

입력	현재 상태	다음 상태
T	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

여기표

현재 상태	다음 상태	요구 입력
$Q(t)$	$Q(t+1)$	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

04 동기 순서논리회로의 설계 과정

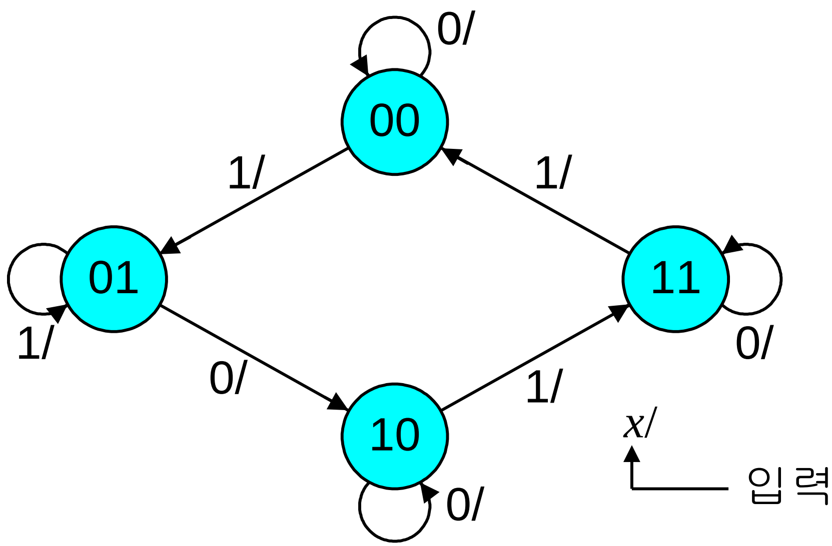
■ 순서논리회로의 설계 과정

[단계 1]	회로 동작 기술(상태도 작성)
[단계 2]	정의된 회로의 상태표 작성
[단계 3]	필요한 경우 상태 축소 및 상태 할당
[단계 4]	플립플롭의 수와 플립플롭의 종류 결정
[단계 5]	플립플롭의 입력, 출력 및 각각의 상태에 문자기호 부여
[단계 6]	상태표를 이용하여 회로의 여기표 작성
[단계 7]	간소화 방법을 이용하여 출력 함수 및 플립플롭의 입력함수 유도
[단계 8]	순서논리회로도 작성

04 동기 순서논리회로의 설계 과정

1. 회로 동작 기술

- 입력변수만 있고 출력변수는 없는 상태에서 상태변화가 일어난다.



<동기 순서논리회로에 대한 상태도>

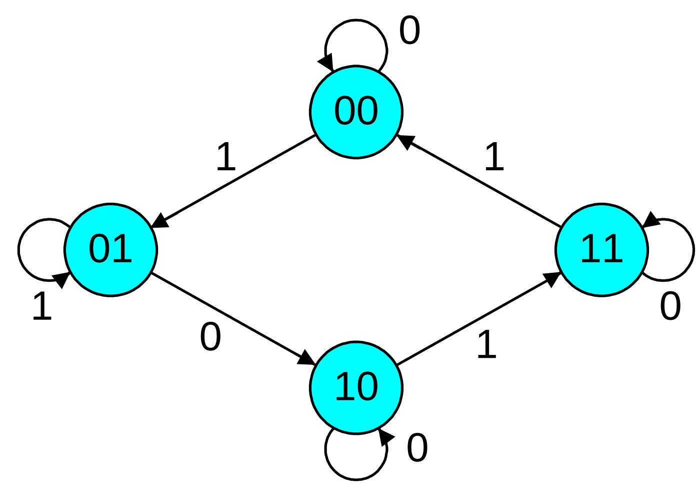
04 동기 순서논리회로의 설계 과정

2. 상태표 작성

- 상태도로부터 상태표 유도

현재 상태		다음 상태			
		x=0		x=1	
A	B	A	B	A	B
0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0

<상태표>



<상태도>

04 동기 순서논리회로의 설계 과정

3. 플립플롭의 수와 형태 결정

■ 플립플롭의 수

- 정의해야 할 상태의 수가 n가지이면 $\lceil \log_2 n \rceil$개의 플립플롭이 필요

  n=16이면, $\lceil log_2 16 \rceil = 4 log_2 2 = 4$

  n=4이면, $\lceil log_2 4 \rceil = 2 log_2 2 = 2$

  n=5이면, $\lceil log_2 5 \rceil = \lceil 2.3219 \rceil = 3$

- 상태의 수가 5가지인 경우에는 3개의 플립플롭이 필요하지만 3가지의 상태는 사용하지 않는다

■ 플립플롭의 형태

- 설계할 회로 특성에 알맞고 구현이 용이한 플립플롭을 선택해야 함
- 카운터를 설계할 경우에는 회로의 특성상 주로 JK 플립플롭이나 T 플립플롭을 이용하는 것이 유리

04 동기 순서논리회로의 설계 과정

4. 상태 여기표 유도

조합회로의 입력			다음 상태		조합회로의 출력			
현재 상태		입력			플립플롭 입력			
A	B	x	A	B	J_A	K_A	J_B	K_B
0	0	0	0	0	0	x	0	x
0	0	1	0	1	0	x	1	x
0	1	0	1	0	1	x	x	1
0	1	1	0	1	0	x	x	0
1	0	0	1	0	x	0	0	x
1	0	1	1	1	x	0	1	x
1	1	0	1	1	x	0	x	0
1	1	1	0	0	x	1	x	1

$Q(t)$	$Q(t+1)$	J	K
0	0	0	x
0	1	1	x
1	0	x	1
1	1	x	0

<*JK* 플립플롭의 여기표>

5. 플립플롭의 입력함수 및 회로의 출력함수 유도

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0				1
1	X	X	X	X

$$J_A = B\bar{x}$$

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1			1	

$$K_A = Bx$$

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0		1	X	X
1		1	X	X

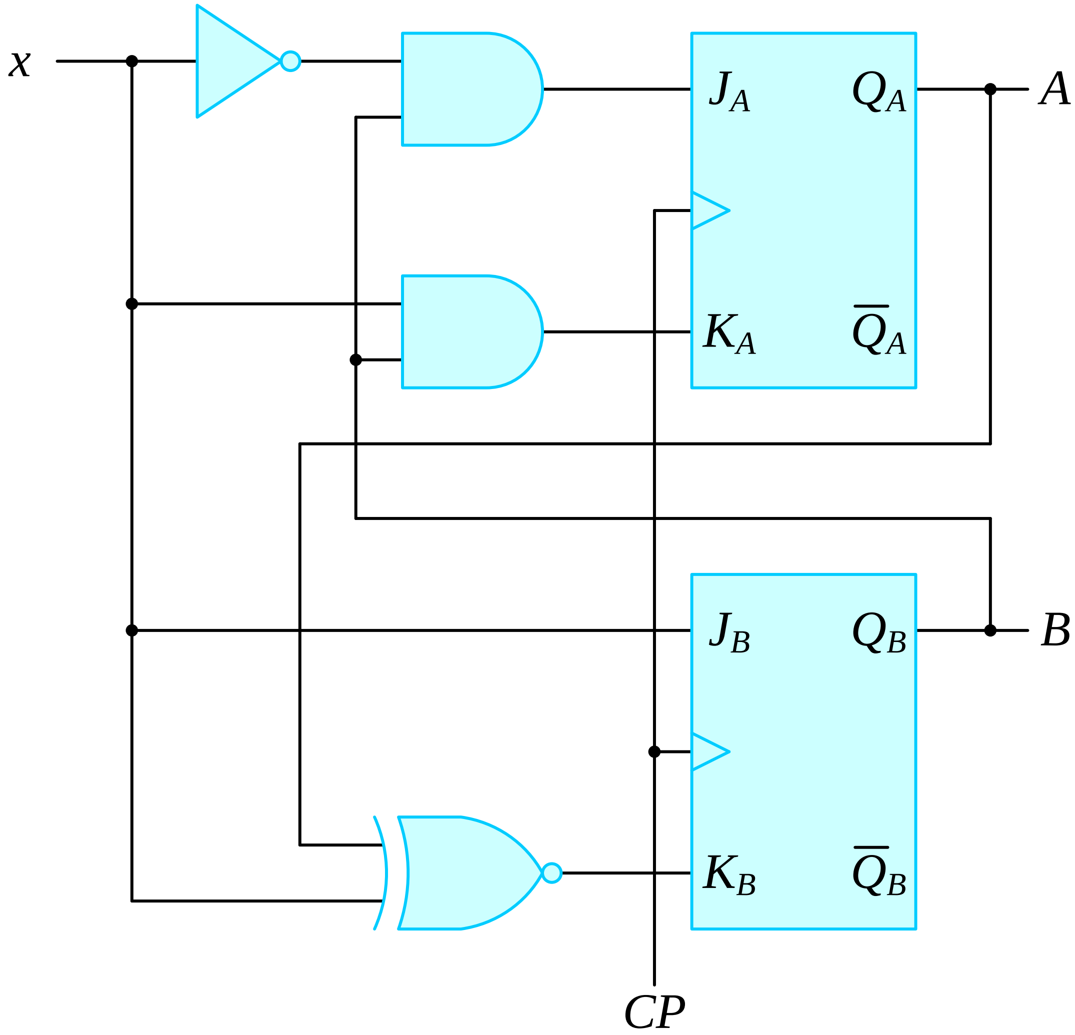
$$J_B = x$$

$A \backslash Bx$	00	01	11	10
0	X	X		1
1	X	X	1	

$$K_B = Ax + \bar{A}\bar{x} = \overline{A \oplus x} = A \odot x$$

04 동기 순서논리회로의 설계 과정

6. 논리회로의 구현



$$J_A = B\overline{x}$$

$$K_A = Bx$$

$$J_B = x$$

$$K_B = A \odot x$$

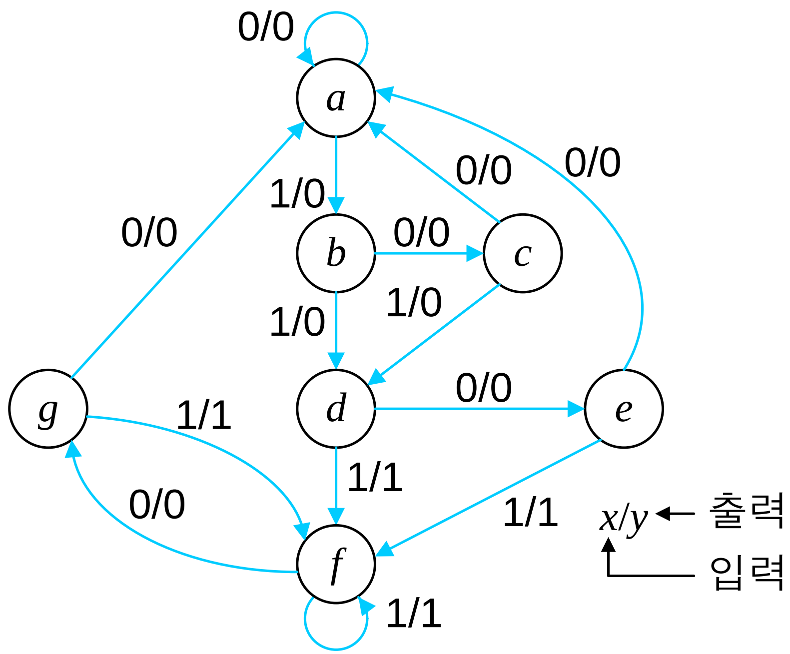
05 동기 순서논리회로의 설계 예

- 문자 기호로 표시된 상태를 가진 상태도로부터 간소화된 상태표를 유도하기 위한 절차에 대해서 알아보기로 한다.
- 상태도로부터 얻은 상태표는 불필요한 상태(redundant state)를 가질 수 있다.
- 축소된 최소 상태표(minimal state table)를 유도하기 위한 과정은 상태 축소와 상태 할당의 2단계에 의해서 수행된다.

■ 상태 축소

- 순서논리회로에서 플립플롭의 수를 줄이는 것
- 플립플롭의 수가 m이라 가정하면, 이때 요구되는 상태는 2^m 이 되므로 상태의 수를 줄임으로써 플립플롭의 수를 줄일 수 있다. 그러나 경우에 따라 상태의 수는 감소되지만 플립플롭의 수는 변화하지 않는 경우도 있다.

05 동기 순서논리회로의 설계 예



<상태도>

현재 상태	다음 상태		출력	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

<상태표>

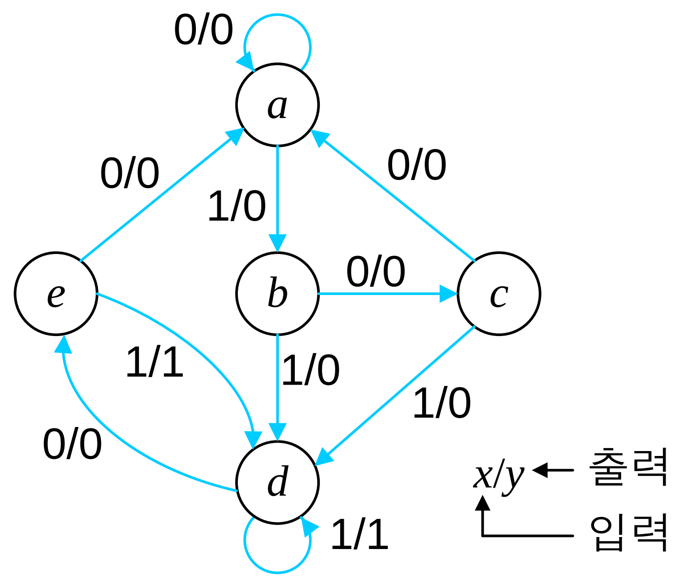
<상태 축소를 설명하기 위한 상태도>

05 동기 순서논리회로의 설계 예

현재 상태	다음 상태		출력	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	~~f~~ d	0	1
e	a	~~f~~ d	0	1
~~f~~	~~g~~ e	f	0	1
~~g~~	a	f	0	1

현재 상태	다음 상태		출력	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	d	0	1
e	a	d	0	1

<최종 상태표 >



<축소된 상태도>

05 동기 순서논리회로의 설계 예

■ 상태 할당

- 기호 형태로 표현된 각각의 상태에 대해서 2진수(2진 코드)의 값을 할당하는 과정

상태	할당1	할당2	할당3
a	0 0 0	0 0 0	0 0 0
b	0 0 1	0 1 0	1 0 0
c	0 1 0	0 1 1	0 1 0
d	0 1 1	1 0 1	1 0 1
e	1 0 0	1 1 1	0 1 1

$$R = \frac{(2^N - 1)!}{(2^N - n)!\,N!} = \frac{(2^3 - 1)!}{(2^3 - 5)!\,3!} = 140$$

현재 상태	다음 상태		출력	
	x=0	x=1	x=0	x=1
0 0 0	0 0 0	0 0 1	0	0
0 0 1	0 1 0	0 1 1	0	0
0 1 0	0 0 0	0 1 1	0	0
0 1 1	1 0 0	0 1 1	0	1
1 0 0	0 0 0	0 1 1	0	1

<할당 1에 의한 최소 상태표>

05 동기 순서논리회로의 설계 예

플립플롭의 수와 형태 결정

- 제어하려는 상태의 수는 5가지이므로 플립플롭 3비트가 필요

  n=5이면 , $\lceil log_2 5 \rceil = \lceil 2.3219 \rceil = 3$

- 3개의 SR 플립플롭을 순서대로 A, B, C라고 정의
- 현재 상태 a, b, c, d, e에 각각 000, 001, 010, 011, 100을 할당

05 동기 순서논리회로의 설계 예

■ 상태 여기표의 유도

	현재상태	외부입력	다음상태	플립플롭의 입력						외부출력
	ABC	x	ABC	S_A	R_A	S_B	R_B	S_C	R_C	y
a	0 0 0	0	0 0 0	0	x	0	x	0	x	0
	0 0 0	1	0 0 1	0	x	0	x	1	0	0
b	0 0 1	0	0 1 0	0	x	1	0	0	1	0
	0 0 1	1	0 1 1	0	x	1	0	x	0	0
c	0 1 0	0	0 0 0	0	x	0	1	0	x	0
	0 1 0	1	0 1 1	0	x	x	0	1	0	0
d	0 1 1	0	1 0 0	1	0	0	1	0	1	0
	0 1 1	1	0 1 1	0	x	x	0	x	0	1
e	1 0 0	0	0 0 0	0	1	0	x	0	x	0
	1 0 0	1	0 1 1	0	1	1	0	1	0	1
don't care	1 0 1	0	x x x	x	x	x	x	x	x	x
	1 0 1	1	x x x	x	x	x	x	x	x	x
	1 1 0	0	x x x	x	x	x	x	x	x	x
	1 1 0	1	x x x	x	x	x	x	x	x	x
	1 1 1	0	x x x	x	x	x	x	x	x	x
	1 1 1	1	x x x	x	x	x	x	x	x	x

05 동기 순서논리회로의 설계 예

■ 플립플롭의 입력함수 및 회로의 출력함수 유도

AB \ Cx	00	01	11	10
00				
01				1
11	X	X	X	X
10			X	X

$$S_A = BC\overline{x}$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X	X	
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$$R_A = A$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00			1	1
01		X	X	
11	X	X	X	X
10		1	X	X

$$S_B = Ax + \overline{B}C$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X		
01	1			1
11	X	X	X	X
10	X		X	X

$$R_B = B\overline{x}$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00		1	X	
01		1	X	
11	X	X	X	X
10		1	X	X

$$S_C = x$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X			1
01	X			1
11	X	X	X	X
10	X		X	X

$$R_C = \overline{x}$$

05 동기 순서논리회로의 설계 예

■ 순서 논리회로의 구현

AB \ Cx	00	01	11	10
00				
01			1	
11	X	X	X	X
10		1	X	X

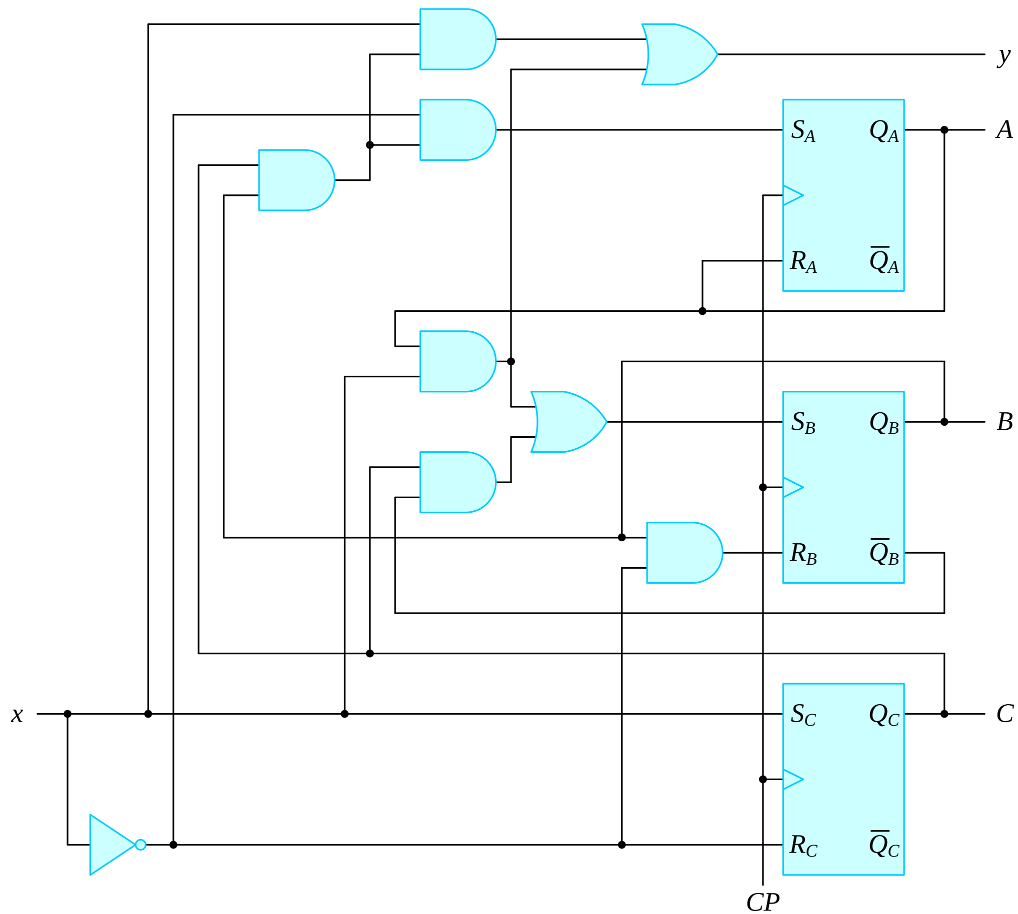
$$y = Ax + BCx$$

$$S_A = BC\overline{x} \qquad R_A = A$$

$$S_B = Ax + \overline{B}C \qquad R_B = B\overline{x}$$

$$S_C = x \qquad R_C = \overline{x}$$

$$y = Ax + BCx$$



<순서 제어회로의 논리회로>

06 미사용 상태의 설계

- 순서논리회로에서는 어떠한 상태도 초기 상태가 될 수 있으므로 현재 상태를 순서논리회로에서 모두 사용하지 않는 경우 문제점 발생
- 미사용 상태에 대해 다음 상태가 어떤지를 구할 필요가 있다.
- 미사용 상태는 플립플롭의 입력함수를 간소화할 때 무관항으로 처리한다.

순서논리회로의 상태표

현재 상태			다음 상태					
			x=0			x=1		
A	B	C	A	B	C	A	B	C
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1

06 미사용 상태의 설계

■ 순서논리회로의 상태 여기표

현재 상태			입력	차기 상태			플립플롭 입력					
A	B	C	x	A	B	C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
0	1	0	0	0	1	1	0	×	×	0	1	×
0	1	0	1	0	1	0	0	×	×	0	0	×
0	1	1	0	0	1	1	0	×	×	0	×	0
0	1	1	1	1	1	1	1	×	×	0	×	0
1	0	0	0	1	0	0	×	0	0	×	0	×
1	0	0	1	1	1	0	×	0	1	×	0	×
1	0	1	0	1	0	1	×	0	0	×	×	0
1	0	1	1	1	0	0	×	0	0	×	×	1
1	1	0	0	1	1	0	×	0	×	0	0	×
1	1	0	1	0	1	0	×	1	×	0	0	×
1	1	1	0	1	0	1	×	0	×	1	×	0
1	1	1	1	1	1	1	×	0	×	0	×	0

06 미사용 상태의 설계

- 사용하지 않은 2개의 상태(000, 001)에 대해서는 카르노 맵에서 무관항으로 처리하여 간소화

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01			1	
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$J_A = Cx$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X	X	X
11		1		
10				

$$K_A = B\overline{C}x$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10		1		

$$J_B = \overline{C}x$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01				
11				1
10	X	X	X	X

$$K_B = AC\overline{x}$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	1		X	X
11			X	X
10			X	X

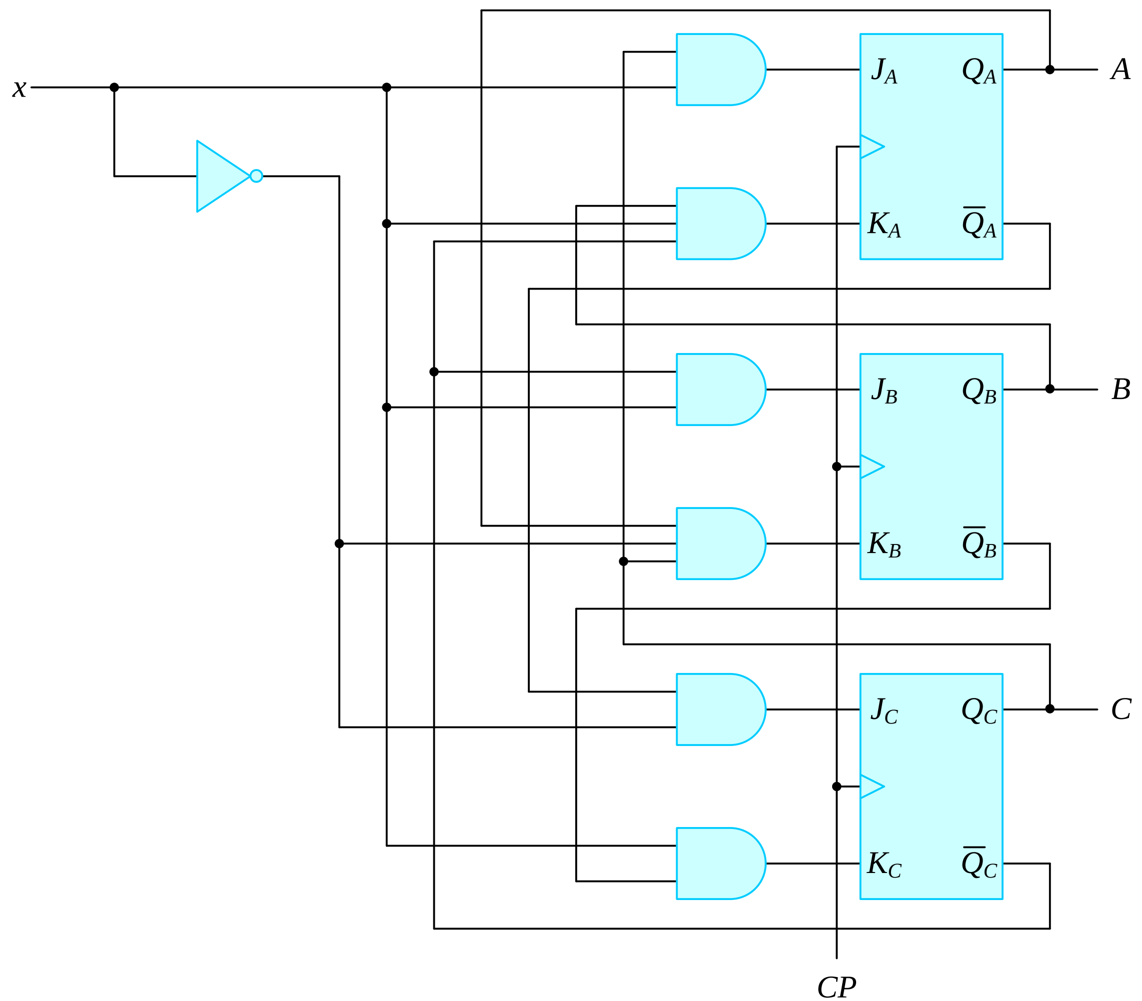
$$J_C = \overline{A}\overline{x}$$

AB \ Cx	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X		
11	X	X		
10	X	X	1	

$$K_C = \overline{B}x$$

06 미사용 상태의 설계

■ 순서논리회로

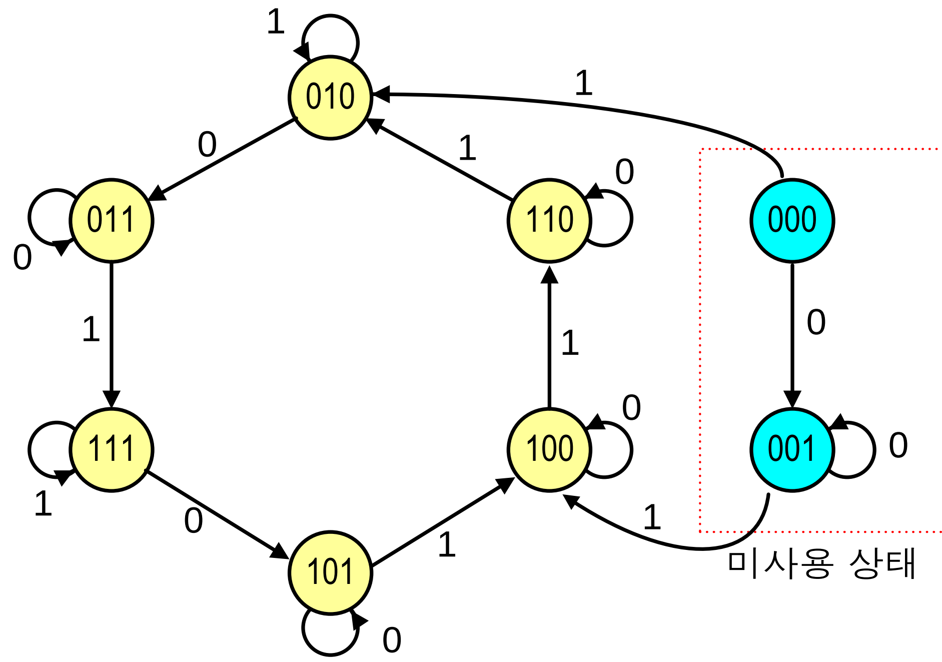


$$J_A = Cx$$
$$K_A = B\overline{C}x$$
$$J_B = \overline{C}x$$
$$K_B = AC\overline{x}$$
$$J_C = \overline{A}\overline{x}$$
$$K_C = \overline{B}x$$

06 미사용 상태의 설계

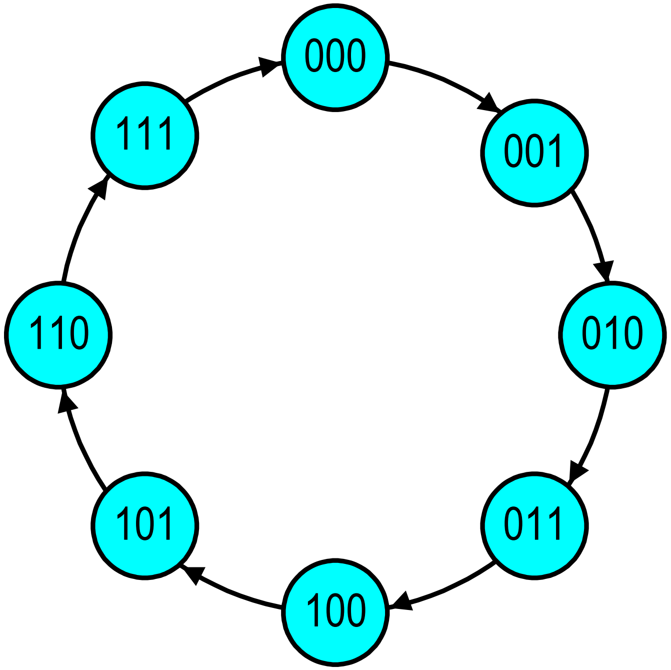
현재 상태			다음 상태					
			x=0			x=1		
A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	0	0

<미사용 상태의 상태표>



07 카운터의 설계

■ 3비트 2진 상향 카운터 설계



<상태도>

현재 상태			다음 상태		
A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

<상태표>

07 카운터의 설계

현재 상태			다음 상태			플립플롭 입력					
A	B	C	A	B	C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
0	0	0	0	0	1	0	x	0	x	1	x
0	0	1	0	1	0	0	x	1	x	x	1
0	1	0	0	1	1	0	x	x	0	1	x
0	1	1	1	0	0	1	x	x	1	x	1
1	0	0	1	0	1	x	0	0	x	1	x
1	0	1	1	1	0	x	0	1	x	x	1
1	1	0	1	1	1	x	0	x	0	1	x
1	1	1	0	0	0	x	1	x	1	x	1

<상태 여기표>

07 카운터의 설계

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1	X	X	X	X

$$J_A = BC$$

A \ BC	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1			1	

$$K_A = BC$$

A \ BC	00	01	11	10
0		1	X	X
1		1	X	X

$$J_B = C$$

A \ BC	00	01	11	10
0	X	X	1	
1	X	X	1	

$$K_B = C$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	X	X	1
1	1	X	X	1

$$J_C = 1$$

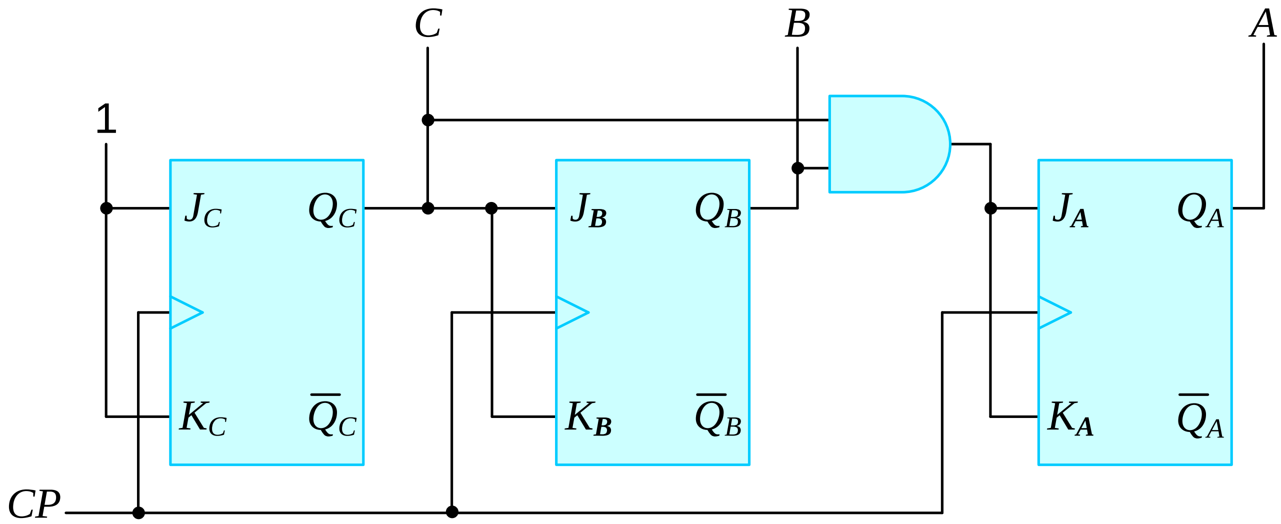
A \ BC	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	1	1	X

$$K_C = 1$$

<카르노맵>

07 카운터의 설계

$$J_C = 1 \qquad J_B = C \qquad J_A = BC$$
$$K_C = 1 \qquad K_B = C \qquad K_A = BC$$



<*JK* 플립플롭을 사용한 3비트 2진 상향 카운터>

08 상태방정식을 이용한 설계

- 순서논리회로의 상태방정식은 상태표에 표시된 정보와 똑같은 내용을 대수적으로 표시하고 있으며, 플립플롭의 특성방정식과 형태가 유사
- 상태방정식은 상태표에서 쉽게 유도할 수 있으며, 모든 순서논리회로는 상태방정식으로 표시할 수 있다.
- *D* 플립플롭이나 *JK* 플립플롭은 상태방정식을 사용하여 순서논리회로를 설계하는 것이 더욱 편리하다.
- *SR* 플립플롭이나 *T* 플립플롭의 경우에는 상태방정식을 적용할 수 있으나 많은 대수적 처리가 필요하다.

1. JK 플립플롭을 사용한 상태방정식

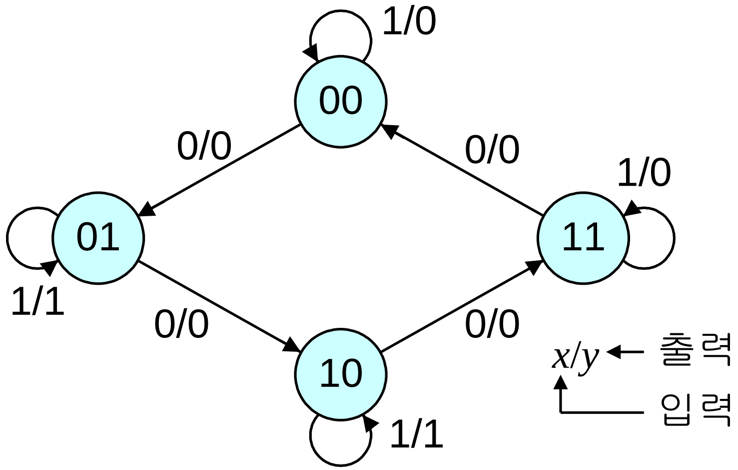
$$Q(t+1) = J\overline{Q} + \overline{K}Q$$

JK 플립플롭의 특성방정식

- *JK* 플립플롭의 상태방정식을 *JK* 플립플롭의 특성방정식과 같은 형태로 변형함으로써 플립플롭의 *J*와 *K*의 입력함수를 구할 수 있다.

08 상태방정식을 이용한 설계

상태도(상태방정식을 이용하는 경우)



<상태도>

상태표

현재 상태		다음 상태				출력	
		x=0		x=1		x=0	x=1
A	B	A	B	A	B	y	y
0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	0

08 상태방정식을 이용한 설계

- 2개의 *JK* 플립플롭을 각각 *A*, *B*라 할 때, 상태 여기표에서 플립플롭 *A*, *B*의 다음 상태가 논리 1이 되는 항을 최소항으로 하는 불 함수를 구한다.

$$A(t+1) = \bar{A}B\bar{x} + A\bar{B}\bar{x} + A\bar{B}x + ABx$$

$$= (B\bar{x})\bar{A} + (\bar{B}\bar{x} + \bar{B}x + Bx)A$$

$$= \boxed{(B\bar{x})}\bar{A} + \boxed{(\overline{\overline{\bar{B}\bar{x} + \bar{B}x + Bx}})}A$$

$$A(t+1) = J_A\bar{A} + \bar{K}_A A$$

$$J_A = B\bar{x}$$

$$K_A = \overline{\bar{B}\bar{x} + \bar{B}x + Bx} = \overline{(\bar{B} + x)} = B\bar{x}$$

$$\boxed{\bar{A} + A = 1}$$

$$B(t+1) = \bar{A}\bar{B}\bar{x} + A\bar{B}\bar{x} + \bar{A}Bx + ABx$$

$$= (\bar{A}\bar{x} + A\bar{x})\bar{B} + (\bar{A}x + Ax)B$$

$$= \boxed{(\bar{A}\bar{x} + A\bar{x})}\bar{B} + \boxed{(\overline{\overline{\bar{A}x + Ax}})}B$$

$$B(t+1) = J_B\bar{B} + \bar{K}_B B$$

$$J_B = \bar{A}\bar{x} + A\bar{x} = \bar{x}$$

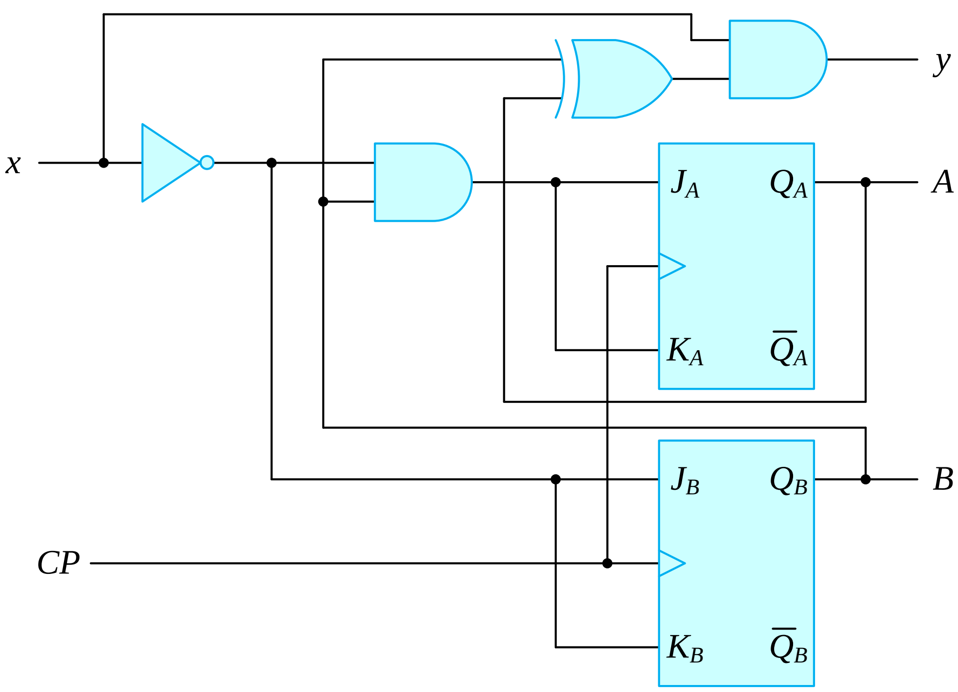
$$K_B = \overline{\bar{A}x + Ax} = \bar{x}$$

08 상태방정식을 이용한 설계

$$y = x\bar{A}B + xA\bar{B}$$

$$= x(\bar{A}B + A\bar{B}) = x(A \oplus B)$$

■ 회로도(상태방정식을 이용하는 경우)



$$y = x(A \oplus B)$$

$$J_A = B\bar{x}$$
$$K_A = B\bar{x}$$

$$J_B = \bar{x}$$
$$K_B = \bar{x}$$

08 상태방정식을 이용한 설계

2. *D* 플립플롭을 사용한 상태방정식

- D 플립플롭의 특성 방정식

$$Q(t+1) = D$$

상태표

현재 상태		다음 상태			
		x=0		x=1	
A	B	A	B	A	B
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

08 상태방정식을 이용한 설계

상태 여기표

조합논리회로 입력			다음 상태		플립플롭 입력	
입력	현재 상태					
x	A	B	A	B	D_A	D_B
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

x \ AB	00	01	11	10
0	1			1
1			1	1

$$D_A = \overline{B}\,\overline{x} + Ax$$

x \ AB	00	01	11	10
0		1	1	
1			1	1

$$D_B = B\overline{x} + Ax$$

08 상태방정식을 이용한 설계

- 상태방정식을 특성 방정식의 형태로 변환한다.

$$\begin{aligned} A(t+1) &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{x} + A\overline{B}\,\overline{x} + A\overline{B}x + ABx \\ &= (\overline{A} + A)\overline{B}\,\overline{x} + (\overline{B} + B)Ax \\ &= \overline{B}\,\overline{x} + Ax \end{aligned}$$

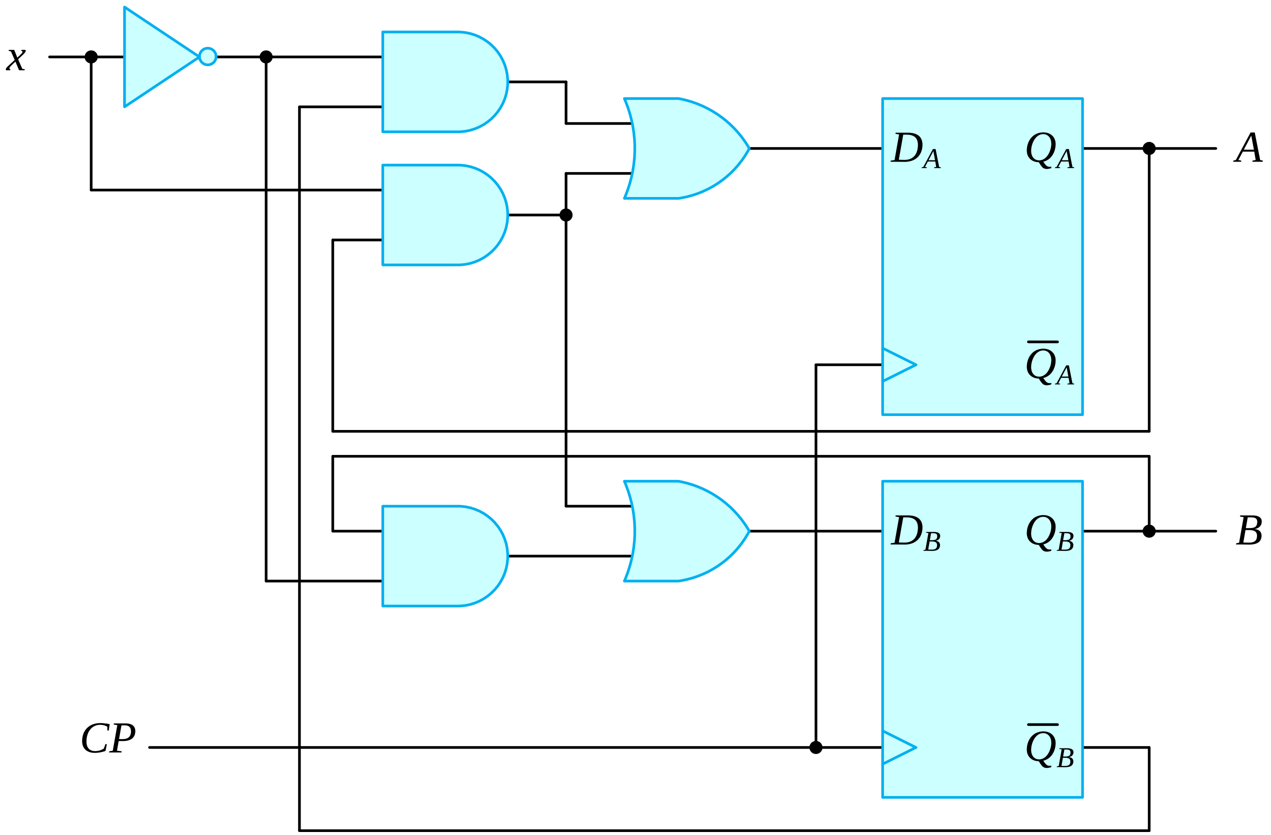
⇨ $D_A = \overline{B}\,\overline{x} + Ax$

$$\begin{aligned} B(t+1) &= \overline{A}B\overline{x} + AB\overline{x} + A\overline{B}x + ABx \\ &= (\overline{A} + A)B\overline{x} + (\overline{B} + B)Ax \\ &= B\overline{x} + Ax \end{aligned}$$

⇨ $D_B = B\overline{x} + Ax$

08 상태방정식을 이용한 설계

■ 순서논리회로(D 플립플롭을 이용하는 경우)



$$D_A = \overline{B}\,\overline{x} + Ax$$

$$D_B = B\overline{x} + Ax$$

09 디코더와 플립플롭을 사용한 설계

- 디코더는 n개의 입력 변수들에 대한 2^n개의 최소항을 출력하는 기능을 수행
- 임의의 불 함수는 곱의 합형으로 표현될 수 있기 때문에 각각의 곱을 구성하는 최소항들을 구성하는데 디코더를 사용하고 합을 구성하기 위하여 디코더 외에 OR 게이트 또는 NOR 게이트를 사용한다.
- 디코더의 출력이 정상 출력일 때는 OR 게이트를 사용하고, 보수 출력인 경우에는 NOR 게이트를 사용한다.

상태표

현재 상태		다음 상태			
		x=0		x=1	
A	***B***	***A***	***B***	***A***	***B***
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0

09 디코더와 플립플롭을 사용한 설계

■ 상태 여기표(*SR* 플립플롭 이용)

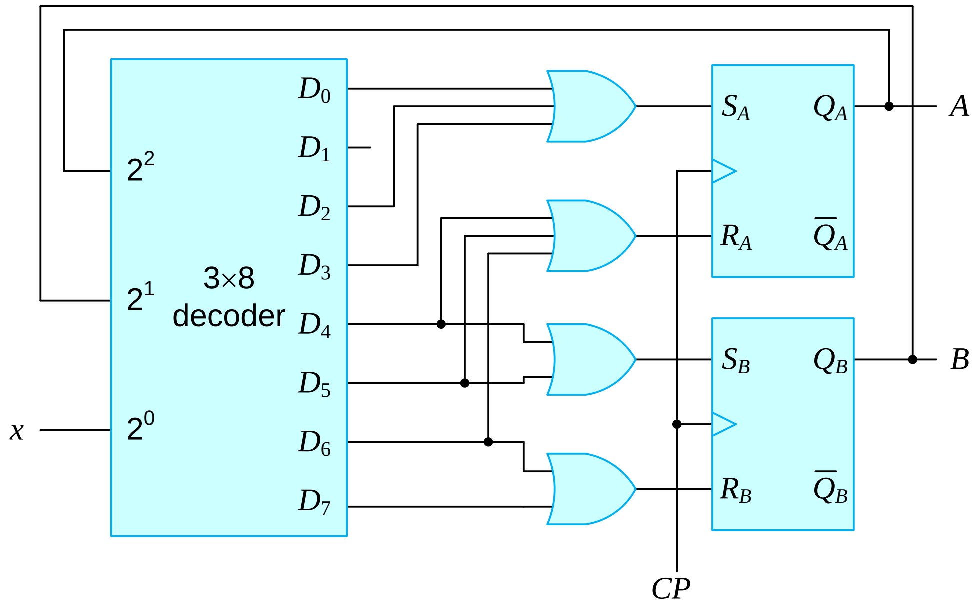
조합논리회로 입력			다음 상태		조합논리회로 출력			
현재 상태		입력			플립플롭 입력			
A	***B***	***x***	***A***	***B***	S_A	R_A	S_B	R_B
0	0	0	1	0	1	0	0	x
0	0	1	0	0	0	x	0	x
0	1	0	1	1	1	0	x	0
0	1	1	1	1	1	0	x	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	x	0	0	1

$$S_A(A,B,x) = \sum m(0,2,3) \qquad R_A(A,B,x) = \sum m(4,5,6)$$

$$S_B(A,B,x) = \sum m(4,5) \qquad R_B(A,B,x) = \sum m(6,7)$$

09 디코더와 플립플롭을 사용한 설계

- 순서논리회로를 설계하기 위하여 플립플롭은 2개가 필요하고, 디코더를 사용하여 조합논리회로를 구현하는 경우 1개의 3×8 디코더와 4개의 OR 게이트가 필요하다.



$$S_A(A,B,x)=\sum m(0,2,3)$$
$$R_A(A,B,x)=\sum m(4,5,6)$$
$$S_B(A,B,x)=\sum m(4,5)$$
$$R_B(A,B,x)=\sum m(6,7)$$

<디코더와 *SR* 플립플롭을 사용한 순서논리회로>

감사합니다 ☺