

每日一題21

單元2 多項式函數-
餘式定理 & 二次函數

2025.09.21

114南一第=次模考#7

若 $f(x)$ 為首項係數為 1 的多項式函數， $g(x)$ 為二次多項式函數。若 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 得商式為 $3-x$ 且餘式為 $2x-5$ ，又 $g(1)=2$ 。試選出正確的選項。

(1) $y=g(x)$ 的圖形為開口向上的拋物線

✓ (2) 方程式 $g(x)=0$ 有相異兩實根

(3) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 2

✓ (4) $f(x)$ 除以 $(3-x)(1-x)$ 的餘式為 1

(5) 若 $f(2)=6$ ，則 $f(4)=8$

<Sol>

$$\text{設 } f(x) = g(x)(3-x) + 2x - 5 = g(x)(-x+3) + 2x - 5$$

$$(1) \text{ 設 } g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\because f(x) \text{ 的首項係數 } = 1 \therefore a \cdot (-1) = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\therefore g(x) \text{ 開口向下}$$

$$(2) \text{ by (1), } \because g(x) \text{ 開口向下且過 } (1, 2)$$

$$\therefore g(x) \text{ 必穿過 } x \text{ 軸} \Rightarrow \text{兩相異實根}$$

$$(3) x=1, f(1) = g(1) \cdot (-1+3) + 2 \cdot 1 - 5 = 2 \cdot 2 + 2 - 5 = 1$$

$$(4) \text{ by (1), } f(3) = g(x)(-3+3) + 2 \cdot 3 - 5 = 1$$

$$\text{by (3), } f(1) = 1, \text{ 且 } \deg f(x) = 3$$

$$\Rightarrow \text{設 } f(x) = (3-x)(1-x)(x-k) + 1$$

$$\therefore \text{餘式} = 1$$

$$(5) \text{ by (4), } f(2) = (3-2)(1-2)(2-k) + 1 = 6$$

$$\Rightarrow -(2-k) + 1 = 6 \Rightarrow -2 + k + 1 = 6 \Rightarrow k = 7$$

$$\therefore f(x) = (3-x)(1-x)(x-7) + 1$$

$$\therefore f(4) = (3-4)(1-4)(4-7) + 1 = -8 \neq$$