

每日一題10

單元2 多項式函數-三次函數
對稱中心 & 一次近似

2025.09.10

114 翰林第一次模考 #10

下列關於函數 $y=f(x)=(x+1)^3-3(x+1)^2+1$ 圖形之敘述，試選出正確的選項。

- ✓ (1) $f(-0.999)$ 的近似值 (四捨五入至整數) 為 1
- (2) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 1)$
- ✓ (3) $y=f(x)$ 的圖形向上平移 1 單位後與 x 軸有 3 個交點
- ✓ (4) $f(x)=(x-1)^3+3(x-1)^2-3$
- (5) $y=f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=3x-6$

<Sol>

$$\begin{aligned}(1) \quad f(-0.999) &= (-0.999+1)^3 - 3(-0.999+1)^2 + 1 \\ &= 0.001^3 - 3 \cdot 0.001^2 + 1 \approx 0.99 \approx 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad f(x) &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 3(x^2 + 2x + 1) + 1 \\ &= x^3 - 3x - 1 = (x-0)^3 - 3(x-0) - 1\end{aligned}$$

∴ 對稱中心 $(0, 1)$

$$(3) \quad f(x) + 1 = x^3 - 3x = x(x^2 - 3) = x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

$$\therefore x = 0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}$$

$$(4) f(x) = x^3 - 3x - 1 = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{(x-1)^3} + 3x^2 - 3x - 3x - 1 + 1$$

$$= (x-1)^3 + 3x^2 - 6x = (x-1)^3 + 3(x^2 - 2x)$$

$$= (x-1)^3 + 3(x^2 - 2x + 1) - 3 \cdot 1$$

$$= (x-1)^3 + 3(x-1)^2 - 3$$

(5) by (4), $x=1$ - 次近 $1/x: y=-3$ #