

每日一題19

單元3 直線與圓-

圓方程式配方法 & 公式解

2025.09.19

114翰林第一次模考 #17

在坐標平面上，設 $x^2 + y^2 - 4kx + 2ky + 5k^2 - 2k - 2 = 0$ 的圖形為圓心在 $(6, -3)$ 的圓，則此

圓的半徑為 $\sqrt{(17-1)} \sqrt{(17-2)}$ 。(化為最簡根式)

<Sol>

*圓的一般式 $\xrightarrow{\text{配方法}}$ 標準式

$$\underline{x^2 + y^2 - 4kx + 2ky + 5k^2 - 2k - 2 = 0}$$

$$\Rightarrow \underline{x^2 - 4kx} + \underline{y^2 + 2ky} + 5k^2 - 2k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2k)^2 + (y + k)^2 - 4k^2 - k^2 + 5k^2 - 2k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2k)^2 + (y + k)^2 = 2k + 2$$

$$\therefore O(2k, -k) \cdot r = \sqrt{2k + 2}$$

$$\text{by 題目} \Rightarrow (6, -3) = (2k, -k) \Rightarrow k = 3$$

$$\therefore r = \sqrt{2 \cdot 3 + 2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \#$$

114翰林第一次模考 #17 (另解)

在坐標平面上，設 $x^2 + y^2 - 4kx + 2ky + 5k^2 - 2k - 2 = 0$ 的圖形為圓心在 $(6, -3)$ 的圓，則此

圓的半徑為 $\sqrt{(17-1)(17-2)}$ 。(化為最簡根式)

<Sol II>

$$x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$$

$$\Rightarrow O(-\frac{d}{2}, -\frac{e}{2}) \cdot r = \frac{1}{2} \sqrt{d^2 + e^2 - 4f}$$

$$\begin{aligned} \text{by 題意, } (6, -3) &= (-\frac{d}{2}, -\frac{e}{2}) = (-(-\frac{4k}{2}), -\frac{2k}{2}) \\ &= (2k, -k) \end{aligned}$$

$$\therefore k=3 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{(-12)^2 + 6^2 - 4 \cdot 37} = \frac{1}{2} \sqrt{32} = 2\sqrt{2} \#$$