

# 每日一題22

單元2 多項式函數-

高次不等式&絕對值不等式

2025.09.22

## 114南一第=次模考#8

試問下列哪些選項不等式解的所有範圍，可以找到實數  $a, b$  表示成  $|x-a|<b$  的形式？

(1)  $(x-1)(x-2)<3$

(2)  $(x-1)(x-2)(x-3)<-6$

(3)  $(x-1)^{114}(x-2)^{2025}(x-3)<0$

(4)  $(x-1)(x-2)^{114}(x-3)^{2025}<0$

(5)  $(x-1)(x-2)^{114}(x-3)^{2025}\leq 0$

<Sol>

$$|x-a|<b \Rightarrow -b<x-a<b \Rightarrow a-b<x<a+b$$

$$(1) (x-1)(x-2)<3 \Rightarrow x^2-3x+3<3 \Rightarrow x^2-3x<0$$

$$\Rightarrow x(x-3)<0 \Rightarrow 0<x<3$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{3}{2}<x<\frac{3}{2}+\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}<x-\frac{3}{2}<\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow |x-\frac{3}{2}|<\frac{3}{2}$$

$$(2) (x-1)(x-2)(x-3)<-6 \Rightarrow (x^2-3x+2)(x-3)<-6$$

$$\Rightarrow x^3-3x^2+2x-3x^2+9x-6<-6$$

$$\Rightarrow x^3-6x^2+11x<0 \Rightarrow x(x^2-6x+11)<0$$

$$D=(6)^2-4\cdot 1\cdot 11<0 \therefore \text{恆正}$$

$$\Rightarrow x<0$$

$$(3) \underbrace{(x-1)^{114}}_{\text{恆正}} \underbrace{(x-2)^{2025}}_{\forall (x-2)^1} (x-3) < 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) < 0 \quad (x \neq 1)$$

$$\Rightarrow 2 < x < 3 \Rightarrow \frac{5}{2} - \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < x - \frac{5}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow |x - \frac{5}{2}| < \frac{1}{2}$$

$$(4) (x-1)(x-2)^{114} \underbrace{(x-3)^{2025}}_{\forall (x-3)^1} < 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3) < 0 \quad (x \neq 2)$$

(5)  $\because$  選項為 " $\leq$ " 但題目為 "<"

$\therefore$  不可能 #