

# 딥러닝을 위한 수학1

김영록

한국외국어대학교 대학원

2024.03.07

## 1 강좌소개

## 2 4차 산업혁명

- 4차 산업혁명이란
- 빅데이터란?

## 3 딥러닝이란?

- 딥러닝이란?
- 딥러닝의 응용

# 강좌소개

- ① 강좌명: 딥러닝을 위한 수학1
- ② 담당교수: 교육대학원 수학교육전공 김영록 교수, rocky777@hufs.ac.kr, 010-5593-6902
- ③ 교과목개요 및 학습목표: 본 교과목에서는 인공지능을 위한 수학 내용으로 많이 활용되고 있는 인공지능, 머신러닝의 수학적 원리에 대한 내용을 학습할 것이다. 또한 인공지능 프로그래밍에 대한 것을 다룰 것이다. 특별히 딥러닝을 위한 수학에 대한 것을 다루어 볼 것이다.
- ④ 주교재: 딥러닝을 위한 수학, 이카이시 마사노리 지음, 신상재 옮김, 데이터 사이언스 시리즈 052, 위키북스
- ⑤ 주 실습 사이트: 모두의 머신러닝/딥러닝 사이트  
<https://github.com/deeplearningzerotoall/season2>

# Contents 전반기

- ① 1주: 강좌소개, 인공지능과 딥러닝 소개, 파이썬과 텐서플로 설치하기
- ② 2주: 딥러닝을 위한 수학: 머신러닝 입문, 실습 과제 `python-numpy.ipynb`
- ③ 3주: 딥러닝을 위한 수학: 미분과 적분, 실습과제 `jax-ann.ipynb`
- ④ 4주: 딥러닝을 위한 수학: 미분과 적분, 실습과제 `jax-ann.ipynb`
- ⑤ 5주: 딥러닝을 위한 수학: 벡터와 행렬, 실습과제, `jax-ann.ipynb`
- ⑥ 6주: 딥러닝을 위한 수학: 다변수 함수의 미분, 실습과제, `jax-lin-reg.ipynb`
- ⑦ 7주: 딥러닝을 위한 수학: 다변수 함수의 미분, 실습과제, `jax-lin-reg.ipynb`
- ⑧ 8주: 중간고사

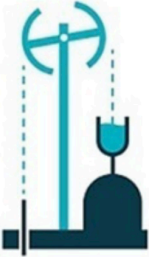



# Contents 후반기

- ① 9주: 딥러닝을 위한 수학: 지수함수와 로그함수
- ② 10주: 딥러닝을 위한 수학: 지수함수와 로그함수
- ③ 11주: 딥러닝을 위한 수학: 확률과 통계, 실습과제, `hr-data-binary-classification.ipynb`
- ④ 12주: 딥러닝을 위한 수학: 선형회귀모델, 실습과제, `jax-lin-reg.ipynb`
- ⑤ 13주: 딥러닝을 위한 수학: 선형회귀모델, 실습과제, `jax-lin-reg.ipynb`
- ⑥ 14주: 딥러닝을 위한 수학: 로지스틱 회귀 모델
- ⑦ 15주: 기말고사

## 4차 산업혁명이란?

- 클라우스 슈바프(Klaus Schwab)가 의장으로 있는 세계 경제 포럼(World Economic Forum, WEF)에서 주창된 용어
- 4차 산업혁명은 정보통신기술 융합, 즉, 인공지능이 적용된 자동화·지능화, 사람·사물·공간 등 모든 것이 연결되고 상호작용하는 초연결(Hyper-connect) 사회
- 독일 인더스트리 4.0, 미국의 산업 인터넷, 일본의 로봇 신전략, 중국의 제조 2025, 인도의 디지털 인도

# 4차 산업혁명이란?

			
<b>1차 산업혁명</b>	<b>2차 산업혁명</b>	<b>3차 산업혁명</b>	<b>4차 산업혁명</b>
18~19세기 초반	19세기 후반	20세기 후반	21세기
<b>기계화</b>	<b>대량생산</b>	<b>디지털</b>	<b>융합</b>
증기기관	전기·내연기관	컴퓨터·인터넷	IoT·CPS·AI

## 4차 산업혁명이란?

- 2018년에 문을 연 미국 최대 거래상거래 업체인 아마존에서 만든 오프라인 무인 편의점
- 현재 미국 전역 18개의 점포 이용 가능
- <https://www.youtube.com/watch?v=95GfJka1R1o>
- <https://www.youtube.com/watch?v=Epi9oDR5t7g>
- <https://www.youtube.com/watch?v=FeVEBSZ8eyA>



# 빅데이터란?

- 기존 데이터베이스 관리도구의 능력을 넘어서는 대량의 정형 또는 비정형 데이터로부터 가치를 추출하고 결과를 분석하는 기술
- 당신이 검색한 검색어, 자주 들르는 사이트의 성격, 사는 물건의 종류와 구입처 등에 대한 기록을 통해 당신의 선택을 예측하고 추천해 준다.
- 아마존의 상품, 도서 추천
- 구글 트렌드 - 독감 유행 예측, 대선 등 선거에도 활용
- 넷플릭스의 시청기록을 통한 유사한 드라마나 영화 추천

# 딥러닝(Deep Learning)이란?

## Training

Photos

Labels

Neural Network



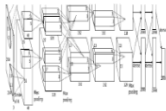
cat



mushroom



tomato



## Test

New Photos

Processing

Output



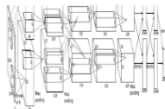
cat



mushroom



tomato



# 딥 러닝(Deep Learning)의 선구자들?

Group Leader	Groups
Yann LeCun	New York University (Data Science)
Geoffrey Hinton	University of Toronto (Computer Science) & Google (Distinguished Researcher)
Yoshua Bengio	University of Montreal (Computer Science)
Andrew Ng	Stanford University (Computer Science) & Baidu (Chief Scientist)



# 딥 러닝(Deep Learning)의 Breakthrough!

Years	Methods & Researchers
1940's	Artificial Neural Networks Frank Rosenblatt
1980's	Back propagation
2000's	Pre training – Geoffrey Hinton “A fast learning algorithm for deep belief nets”

# 딥 러닝(Deep Learning)의 성공요인!

	Success factor
1	Pretraining steps using an unsupervised learning
2	Evolution of convolutional neural networks(CNN)
3	Evolution of recurrent neural networks(RNN)
4	GPU and development of learning methods

\* GPU: 그래픽 처리 장치

# 배경

## • Goal: Motion Analysis in Video using Deep Learning



Tracking in a crowd



Gesture recognition



Gait Analysis



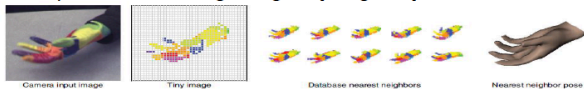
Fire Detection

## • Necessity and Importance

- Video analysis has numerous applications.
- Intelligent Video Analytics has increasing market.
- Change in image condition is a major obstacle for robust algorithm.
- Massive data of video limits using algorithms for still image

# 딥러닝 이전의 결과들

Hand pose estimation using color globe [Wang 2009]



Problems

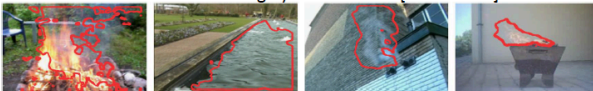
Inaccurate Segmentation

Skeletal motion reconstruction using markerless motion capture method [Liu 2011]



High computational cost

Flame and smoke detection using dynamic texture [Peteri 2010]



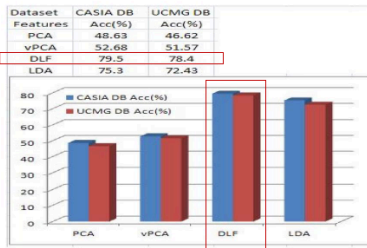
Too many false alarm

# 걸음걸이에 대한 Multimodal 딥 러닝



(b) UCMG database images

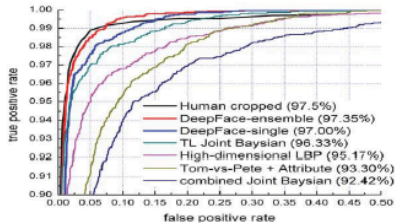
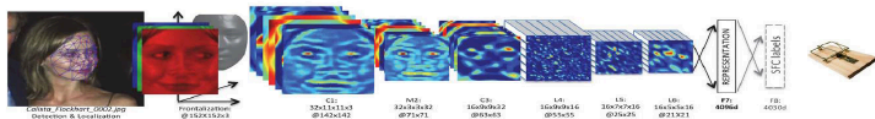
Fig. 1. Sample images from CASIA and UCMG gait databases



Hossain, Emdad, and Girija Chetty. "Multimodal Feature Learning for Gait Biometric Based Human Identity Recognition." *Neural Information Processing*. Springer Berlin Heidelberg, 2013.



## 안면 인식



## 안면 인식

NEWS

## Alibaba uses facial recognition tech for online payments

The technology could replace the use of passwords on Alibaba's Alipay service

By Michael Kan

FOLLOW

IDG News Service | Mar 16, 2015 3:28 AM PT

## RELATED TOPICS

Mobile Security

Security

E-commerce

Mobile &amp; Wireless

## COMMENTS

E-commerce giant Alibaba Group and affiliated online payment service Alipay are aiming to use facial recognition technology to take the place of passwords.

On Sunday, Alibaba chairman Jack Ma showed the new feature while speaking at the Cebit trade fair in Hanover, Germany.



Alibaba CEO Jack Ma shows off Alipay's new facial recognition technology.

Using Alipay, Ma bought a souvenir stamp from Alibaba's e-commerce site in China. But to confirm the purchase, Ma scanned his face using the front camera on his smartphone.

"Online payment to buy things is always a big

## MORE LIKE THIS



Apple strikes deal with China's UnionPay for App Store payments



2014: The tech year in cartoons



Yahoo spinoff brings an end to a pioneering era

on IDG Answers

How to convert Google Docs to Word format?

## Accurate &amp; Easy Biometrics



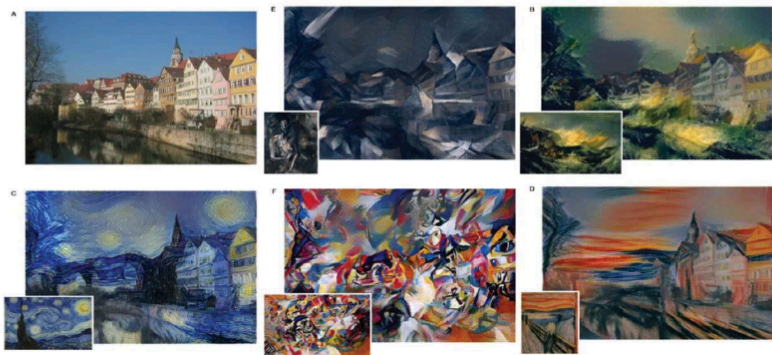
sensory.com

TrulySecure: Accurate voice and face authentication on any platform

# 예술 작품

## A Neural Algorithm of Artistic Style

L. A. Gatys, A. S. Ecker, and M. Bethge (2015)



# 게임

- **Playing Atari with Deep Reinforcement Learning(DeepMind)**



- <https://www.youtube.com/watch?v=V1eYniJ0Rnk>

- **Giraffe: Using Deep Reinforcement Learning to Play Chess(Matthew Lai, 2015)**

- Teaches Itself Chess in 72 Hours, Plays at International Master Level
- Evaluating the board rather than using brute force to work out every possible move

<https://www.youtube.com/watch?v=V1eYniJ0Rnk>

# 통번역

## Translation

Economic growth has slowed down in recent years .



Das Wirtschaftswachstum hat sich in den letzten Jahren verlangsamt .

Economic growth has slowed down in recent years .



La croissance économique s' est ralentie ces dernières années .

## 소설 창작

# Generating Sequence

PANDARUS:

Alas, I think he shall be come approached and the day  
When little strain would be attain'd into being never fed,  
And who is but a chain and subjects of his death,  
I should not sleep.

Second Senator:

They are away this miseries, produced upon my soul,  
Breaking and strongly should be buried, when I perish  
The earth and thoughts of many states.

DUKE VINCENTIO:

Well, your wit is in the care of side and that.

Second Lord:

They would be ruled after this chamber, and  
my fair nues begun out of the fact, to be conveyed,  
Whose noble souls I'll have the heart of the wars.

Clown:

Come, sir, I will make did behold your worship.

VIOLA:

I'll drink it.

# 이미지 설명 달기



man in black shirt is playing guitar.



construction worker in orange safety vest is working on road.



two young girls are playing with lego toy.



boy is doing backflip on wakeboard.

# 카운트 기반의 단어 표현

- 카운트 기반의 단어 표현(Count based word Representation) 자연어 처리에서 텍스트를 표현하는 방법으로는 여러가지 방법이 있다. 우리가 앞서 배운 n-gram 또한 텍스트를 표현하는 방법 중 하나이다. 하지만 머신 러닝 등의 알고리즘이 적용된 본격적인 자연어 처리를 위해서는 문자를 숫자로 수치화할 필요가 있다.
- 다양한 단어의 표현 방법
- Bag of Words(BoW): 단어들의 순서는 전혀 고려하지 않고, 단어들의 출현 빈도(frequency)에만 집중하는 텍스트 데이터의 수치화 표현 방법
- 문서 단어 행렬(Document-Term Matrix, DTM): 다수의 문서에서 등장하는 각 단어들의 빈도를 행렬로 표현한 것, 각 문서에 대한 BoW를 하나의 행렬로 만든 것
- TF-IDF(Term Frequency-Inverse Document Frequency): 단어의 빈도와 역 문서 빈도(문서의 빈도에 특정 식을 취함)를 사용하여 DTM 내의 각 단어들마다 중요한 정도를 가중치로 주는 방법



# 문서 유사도(Document Similarity)

- 코사인 유사도: 코사인 유사도는 두 벡터 간의 코사인 각도를 이용하여 구할 수 있는 두 벡터의 유사도를 의미한다. 두 벡터의 방향이 완전히 동일한 경우에는 1의 값을 가지며,  $90^\circ$ 의 각을 이루면 0,  $180^\circ$ 로 반대의 방향을 가지면 -1의 값을 갖게 된다. 즉, 결국 코사인 유사도는 -1 이상 1 이하의 값을 가지며 값이 1에 가까울수록 유사도가 높다고 판단할 수 있다. 이를 직관적으로 이해하면 두 벡터가 가리키는 방향이 얼마나 유사한가를 의미한다.
- 두 벡터  $A, B$ 에 대해서 코사인 유사도는 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$similarity = \cos \theta = \frac{A \cdot B}{\|A\| \|B\|} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \times B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}}$$

- 유클리드 거리(Euclidean distance)
- 자카드 유사도(Jaccard similarity):  $J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$

# 토픽 모델링(Topic Modeling)

- 토픽 모델링(Topic Modeling)이란 기계 학습 및 자연어 처리 분야에서 토픽이라는 문서 집합의 추상적인 주제를 발견하기 위한 통계적 모델 중 하나로, 텍스트 본문의 숨겨진 의미 구조를 발견하기 위해 사용되는 텍스트 마이닝 기법이다.
- 잠재 의미 분석(Latent Semantic Analysis, LSA): BoW에 기반한 DTM이나 TF-IDF는 기본적으로 단어의 빈도 수를 이용한 수치화 방법이기 때문에 단어의 의미를 고려하지 못한다는 단점이 있다. 이를 위한 대안으로 DTM의 잠재된(Latent) 의미를 이끌어내는 방법으로 잠재 의미 분석(Latent Semantic Analysis, LSA)이라는 방법이 있다.

# 토픽 모델링(Topic Modeling)

- 특이값 분해(Singular Value Decomposition, SVD): 특이값 분해(Singular Value Decomposition, SVD)는 실수 벡터 공간에 한정하여 내용을 설명함을 명시한다. SVD란  $A$ 가  $m \times n$  행렬일 때, 다음과 같이 3개의 행렬의 곱으로 분해(decomposition)하는 것을 말한다.

$$A = U\Sigma V^T$$

여기서 각 3개의 행렬은 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$U: m \times m \text{ 직교행렬 } (AA^T = U(\Sigma\Sigma^T)U^T)$$

$$V: n \times n \text{ 직교행렬 } (A^TA = V(\Sigma^T\Sigma)V^T)$$

$$\Sigma: m \times n \text{ 직사각 대각행렬}$$

- 절단된 SVD(Truncated SVD): 절단된 SVD는 대각 행렬  $\Sigma$ 의 대각 원소의 값 중에서 상위값  $t$ 개만 남게 됩니다. 절단된 SVD를 수행하면 값의 손실이 일어나므로 기존의 행렬  $A$ 를 복구할 수 없다. 또한,  $U$ 행렬과  $V$ 행렬의  $t$ 열까지만 남긴다. 여기서  $t$ 는 우리가 찾고자하는 토픽의 수를 반영한 하이퍼파라미터 값이다. 하이퍼파라미터란 사용자가 직접 값을 선택하며 성능에 영향을 주는 매개변수를 말한다.  $t$ 를 선택하는 것은 쉽지 않은 일이다.  $t$ 를 크게 잡으면 기존의 행렬  $A$ 로부터 다양한 의미를 가져갈 수 있지만,  $t$ 를 작게 잡아야만 노이즈를 제거할 수 있기 때문이다.

#### Full SVD

$$A = U \Sigma V^T$$

#### Truncated SVD

$$A' = U_t \Sigma_t V_t^T$$

- 잠재 의미 분석(Latent Semantic Analysis, LSA):

기존의 DTM이나 DTM에 단어의 중요도에 따른 가중치를 주었던 TF-IDF 행렬은 단어의 의미를 전혀 고려하지 못한다는 단점을 갖고 있었다. LSA는 기본적으로 DTM이나 TF-IDF 행렬에 절단된 SVD(truncated SVD)를 사용하여 차원을 축소시키고, 단어들의 잠재적인 의미를 끌어낸다는 아이디어를 갖고 있다.

- 잠재 디리클레 할당(Latent Dirichlet Allocation, LDA)

토픽 모델링은 문서의 집합에서 토픽을 찾아내는 프로세스를 말한다. 이는 검색 엔진, 고객 민원 시스템 등과 같이 문서의 주제를 알아내는 일이 중요한 곳에서 사용된다. 잠재 디리클레 할당(Latent Dirichlet Allocation, LDA)은 토픽 모델링의 대표적인 알고리즘이다. 줄여서 LDA라고 한다.

LDA는 문서들은 토픽들의 혼합으로 구성되어져 있으며, 토픽들은 확률 분포에 기반하여 단어들을 생성한다고 가정한다. 데이터가 주어지면, LDA는 문서가 생성되던 과정을 역추적한다.

참고 링크 : <https://lettier.com/projects/lda-topic-modeling/>  
위의 사이트는 코드 작성 없이 입력한 문서들로부터 DTM을 만들고 LDA를 수행한 결과를 보여주는 웹 사이트이다.

# Chat gpt

https:

//chat.openai.com/c/8de04459-eeb2-4009-b517-fa829303b7dd

- ① 강의 목표:  
이 강의의 목표는 수학적 개념을 사용하여 딥러닝을 이해하고 적용하는 데 필요한 기반을 제공하는 것입니다. 수학의 기본 원리와 딥러닝의 핵심 알고리즘 사이의 관련성을 탐구하여 학생들이 딥러닝 모델을 효과적으로 이해하고 개발할 수 있도록 돕습니다.
- ② 주차 1-2: 선형 대수학의 기본 원리  
선형 대수학의 기본 용어 및 개념 소개, 행렬과 벡터의 연산, 선형 변환과 행렬의 응용, 특이값 분해(Singular Value Decomposition, SVD)의 이해
- ③ 주차 3-4: 미적분학과 최적화  
미분과 적분의 기본 개념, 편미분과 그래디언트, 최적화 알고리즘의 이해 (경사하강법 등), 라그랑주 승수법과 제한 조건이 있는 최적화
- ④ 주차 5-6: 확률과 통계  
확률의 기본 원리와 확률 변수, 확률 분포 (정규 분포, 이항 분포 등), 통계적 추론과 가설 검정, 최대 우도 추정(Maximum Likelihood Estimation, MLE)
- ⑤ 주차 7-8: 선형 회귀와 로지스틱 회귀  
선형 회귀의 기본 원리와 최소 제곱법, 로지스틱 회귀와 시그모이드 함수, 회귀 모델의 평가 지표 (평균 제곱 오차, 정확도 등)
- ⑥ 주차 9-10: 신경망과 딥러닝 기초  
인공 신경망의 개념과 구조, 역전파 알고리즘의 이해, 활성화 함수와 그래디언트 소실 문제, 딥러닝 프레임워크의 활용 (TensorFlow, PyTorch 등)
- ⑦ 주차 11-12: 합성곱 신경망(CNN)과 순환 신경망(RNN)  
CNN과 이미지 처리에 대한 기본 원리, RNN과 시퀀스 데이터 처리, 자연어 처리와 감정 분석을 위한 응용
- ⑧ 프로젝트 및 실습  
학습한 내용을 기반으로 한 딥러닝 프로젝트, 강의에서 다룬 알고리즘을 사용한 실습
- ⑨ 평가 방법  
중간고사 및 기말고사, 프로젝트 평가, 주차별 과제 및 토론 참여

# Machine Learning

- 기계학습(Machine Learning)
- 심층학습(딥러닝, Deep Learning)
- 순환 신경망(Recurrent Neural Network)
- Word Embedding
- 텍스트 분류하기(Text Classification)
- Tagging Task
- 신경망 기계번역(Neural Machine Translation)
- Attention Mechanism
- Transformer
- 합성곱 신경망(Convolutional Neural Network)



# 참고문헌

- ① 인공지능을 위한 수학, 이시카와 아키히코 저/신상재, 이진희 역, 프리렉, 언어분석을 위한 통계 과목 주 교재, 인문사회계 학생 대상 인공지능 융합과목, <https://github.com/freelec/ai-math-book/wiki>, <https://github.com/freelec/ai-math-book>
- ② 텐서플로와 머신러닝으로 시작하는 자연어 처리 로지스틱 회귀부터 트랜스포머 챗봇까지, 전창욱, 최태균, 조중현 저, 위키북스, 언어분석을 위한 기계학습 주 교재, 인문사회계 학생 대상 인공지능 융합과목, <https://github.com/NLP-kr/tensorflow-ml-nlp>
- ③ 딥 러닝을 이용한 자연어 처리 입문, 언어분석을 위한 기계학습 보조 교재, 인문사회계 학생 대상 인공지능 융합과목, <https://wikidocs.net/book/2155>
- ④ 인공지능을 위한 기초수학, 이상구 교수 저, 교보문고, 언어분석을 위한 과목의 참고 교재, <http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/Math4AI.pdf>, <http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/Math-DongA-MathCoding.pdf>