LASME Meledj

DALY Anis

ZOUHDI Yousri

BOUDJEMA Bilel

14/12/2025

Projet de Recherche opérationnelle

Inge 1 NEW 3

JUANICO Brice

3. Étude de la complexité des algorithmes de transport

3.1 Objectif de l'étude

L'objectif ici est d'analyser le coût en temps réel de calcul des différents algorithmes utilisés dans notre projet pour résoudre le problème de transport.

Nous cherchons à savoir comment évolue le temps d'exécution lorsque la taille du problème de transport augmente et comparer l'efficacité de nos différents algorithmes abordés en classe.

L'étude de la complexité porte sur ces algorithmes :

- Nord-Ouest,
- Balas-Hammer,
- Marche-pied initialisée par Nord-Ouest,
- Marche-pied initialisée par Balas-Hammer.

Notre objectif est d'identifier l'ordre de grandeur de complexité de chaque algorithme utilisé pour comparer leur performance.

3.2 Principe de l'analyse de complexité

Le temps d'exécution d'un algorithme dépend à la fois :

- de la taille des données en entrée,
- de la structure de ces données,
- et de l'environnement matériel.

Dans ce projet, nous nous intéressons uniquement à la complexité dans le pire des cas, qui est le temps maximal observé pour une taille de problème donnée.

3.3 Méthodologie expérimentale

3.3.1 Génération des instances

Afin de simplifier l'étude, nous avons travaillé uniquement sur des problèmes de transport carrés, de taille (n = m).

Pour chaque valeur de (n), les données sont générées aléatoirement :

- les coûts de transport sont choisis de manière uniforme,
- les provisions et les commandes sont également générées aléatoirement,

- un équilibrage est effectué pour garantir la faisabilité du problème.

Cette méthode permet d'obtenir un ensemble d'instances variées, représentatives des cas possibles pour une taille donnée.

3.3.2 Mesure des temps d'exécution

Pour chaque instance générée, nous mesurons le temps d'exécution des différents algorithmes en encadrant leur appel par une mesure du temps système.

Les temps mesurés sont :

- $\theta_{NO}(n)$ pour l'algorithme de Nord-Ouest,
- $\theta_{BH}(n)$ pour l'algorithme de Balas-Hammer,
- $t_{NO}(n)$ pour la méthode du marche-pied initialisée par Nord-Ouest,
- $t_{BH}(n)$ pour la méthode du marche-pied initialisée par Balas-Hammer.
- $(\theta_{NO} + t_{NO})(n)$ pour la méthode du marche-pied initialisée par Nord-Ouest et la méthode Nord-ouest.
- $(\theta_{BH} + t_{BH})(n)$ pour la méthode du marche-pied initialisée par Balas-Hammer et la méthode Balas-Hammer.

Tous les affichages ont été désactivés pendant cette phase afin de mesurer uniquement le temps de calcul.

3.3.3 Répétitions et tailles testées

Pour chaque valeur de (n), le programme est exécuté 100 fois, avec des données aléatoires différentes à chaque exécution.

Les tailles de problèmes testées sont :
10, 40, 100

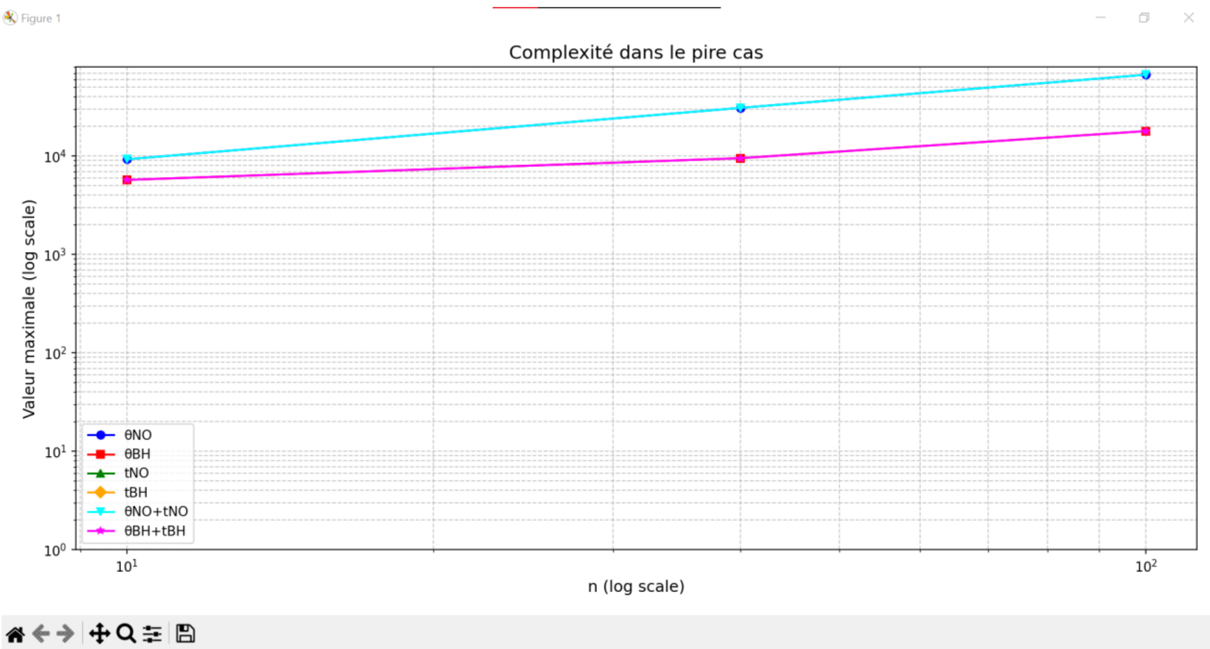
Nous décidés de prendre ces 3 valeurs en raison de problèmes techniques survenus à l'approche du rendu nous rendant impossible de réeffectuer nos tests sur une plus grande échelle de valeurs.

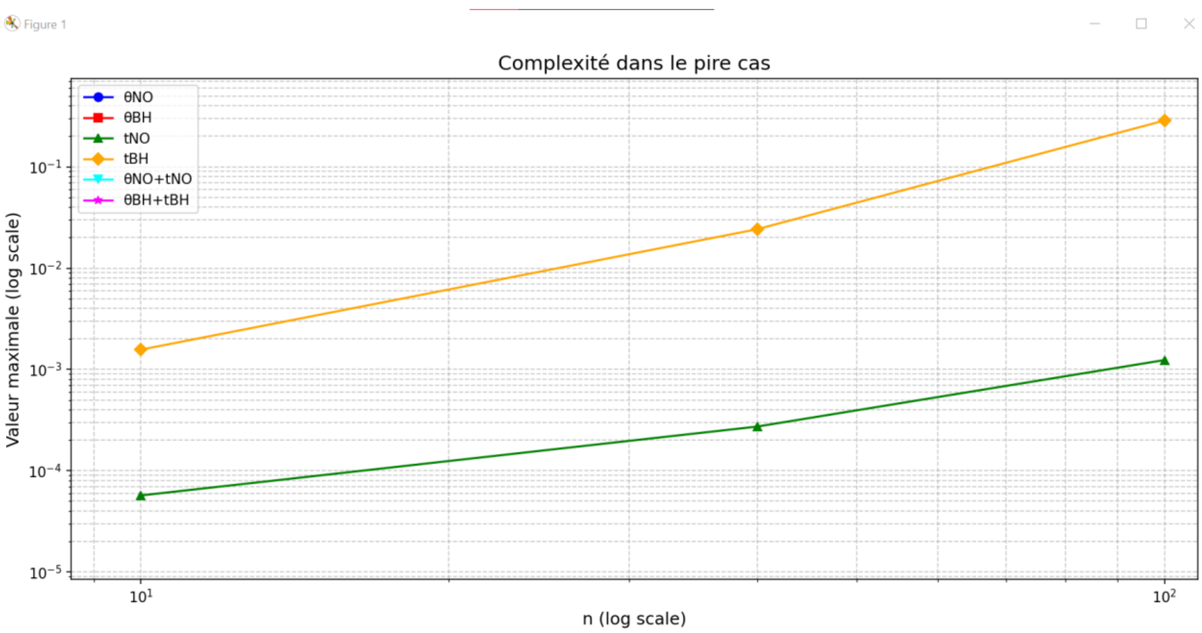
On obtient ainsi, pour chaque taille, un ensemble de mesures permettant de construire des nuages de points.

3.4 Étude du pire des cas

Pour chaque taille (n), nous retenons la valeur maximale observée parmi les 100 exécutions.
Ces valeurs représentent une approximation du pire des cas pour la taille considérée.

Les valeurs maximales sont ensuite tracées en fonction de (n) sur des graphiques en échelle logarithmique, ce qui permet d’estimer la complexité asymptotique à partir de la pente des courbes.



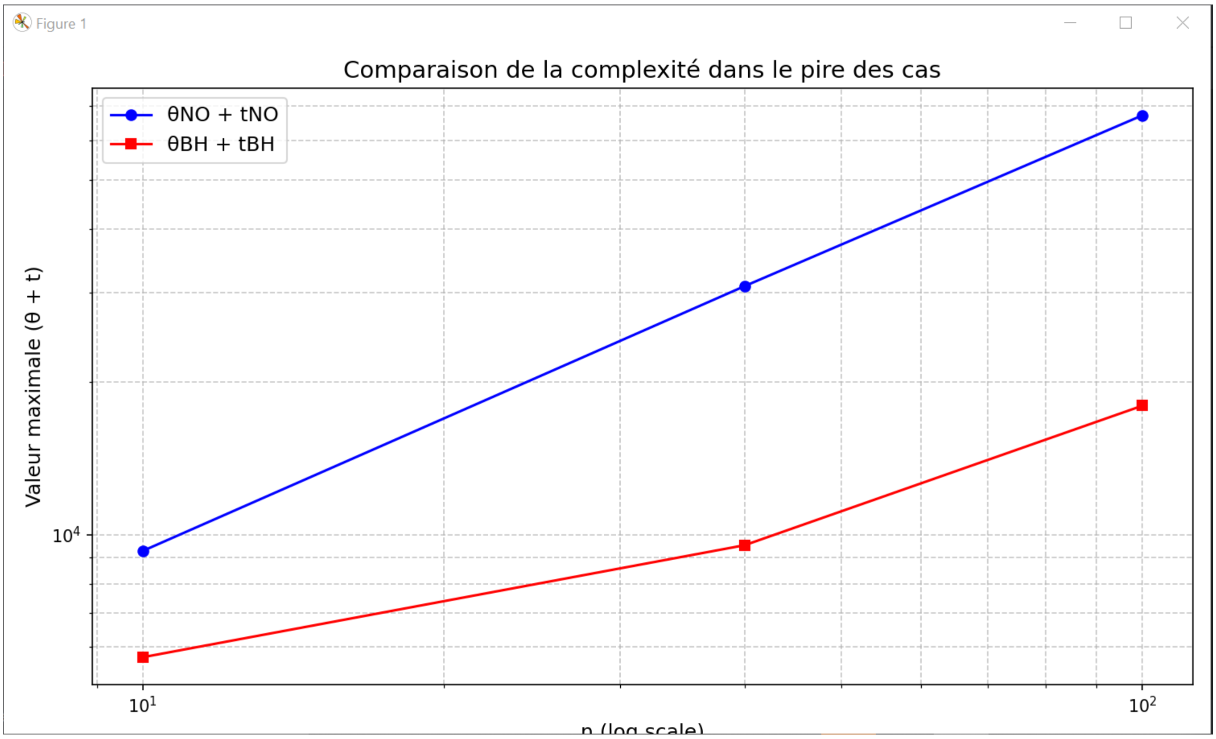


3.5 Résultats obtenus

L’analyse des pentes des graphiques log-log conduit aux estimations suivantes :

- **Nord-Ouest** : croissance quasi-linéaire
- **Balas-Hammer** : croissance quasi-linéaire
- **Marche-pied (initialisation Nord-Ouest)** : croissance proche d’un comportement linéaire
- **Marche-pied (initialisation Balas-Hammer)** : croissance quadratique

Lorsque l’on considère le temps total $(\theta + t)(n)$, les deux approches restent globalement quasi-linéaires sur les tailles testées.



3.6 Discussion des résultats

L’algorithme de **Nord-Ouest** est le plus rapide pour produire une solution initiale. Son fonctionnement est simple et peu coûteux, ce qui explique sa bonne performance en temps de calcul. En revanche, la solution obtenue est généralement peu optimisée.

L’algorithme de **Balas-Hammer** est légèrement plus coûteux, car il repose sur le calcul de pénalités à chaque itération. Toutefois, ce surcoût reste raisonnable et permet d’obtenir une solution initiale de meilleure qualité.

La méthode du marche-pied est l'étape la plus coûteuse du processus. Son coût dépend fortement de la solution initiale utilisée :

- une solution issue de Nord-Ouest conduit à un temps de calcul plus modéré,
- une solution issue de Balas-Hammer entraîne davantage de calculs, notamment lors de la recherche de cycles améliorants.

3.7 Comparaison globale

La comparaison des valeurs maximales de $(\theta + t)(n)$ montre clairement que la combinaison Balas-Hammer + marche-pied est systématiquement plus efficace que Nord-Ouest + marche-pied.

Même si Balas-Hammer est légèrement plus coûteux au départ, la meilleure qualité de la solution initiale permet de réduire le temps global nécessaire pour atteindre une solution optimale.

3.8 Conclusion

Cette étude de complexité met en évidence l'importance du choix de la solution initiale dans la résolution du problème de transport.

En résumé :

- Nord-Ouest est rapide mais fournit des solutions peu optimisées,
- Balas-Hammer offre un bon compromis entre temps de calcul et qualité de solution,
- la méthode du marche-pied constitue l'étape la plus coûteuse,
- l'approche Balas-Hammer suivie du marche-pied apparaît comme la plus pertinente sur les instances étudiées.

Cette analyse confirme que, dans un contexte pratique, un algorithme légèrement plus coûteux au départ peut permettre un gain global significatif sur le temps de résolution.