TD 3 Corrigés :

Exercice 1 :

ABC = 111 ; A= 1 / B= 1 / C= 1

A$\overline{BC}$ = 100 ; A =1 / B = 0 / C= 0

$\overline{ABC}$ = 000 ; A =0/ B = 0/ C= 0

Table de vérité

A	B	C	S
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

Exercice 2 :

A	B	AB	A+B	$\overline{A+B}$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	1

Donc AB = $\overline{A+B}$

Exercice 3 :

a	b	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0

F0 = 0

F1 = AB

F2 = $\bar{A}$B + A$\bar{B}$

F3 = $\bar{A}$B + A$\bar{B}$ +AB

F4 = $\bar{A}\bar{B}$

F5 = $\bar{A}\bar{B}$ + AB

F6 = $\bar{A}\bar{B}$ + $\bar{A}$B + A$\bar{B}$

Exercice 4 :

A	B	A+B	$\overline{A+B}$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A}\times\bar{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

$\overline{A+B}$ ET $\bar{A}\times\bar{B}$ ont de la même table de vertié donc $\overline{A+B}$ = $\bar{A}\times\bar{B}$

Exercice 5 :

x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\bar{x}$	y	$\bar{x} \times y$
1	0	0
1	1	1
0	0	0
0	1	0

x	$\bar{y}$	$x \times \bar{y}$
0	1	0
0	0	0
1	1	1
1	0	0

$\bar{x} \times y$	$x \times \bar{y}$	$\bar{x} \times y + x \times \bar{y}$
0	0	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

$x \oplus y$ et $\bar{x} \times y + x \times \bar{y}$ *ont de même table de vertié donc* :

$x \oplus y = \bar{x} \times y + x \times \bar{y}$

Exercice 6 :

X	Y	Z	T	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0

Première forme canonique :

F1 = $\bar{X}YZ\bar{T} + \bar{X}YZT + X\bar{Y}Z\bar{T} + X\bar{Y}ZT + XY\bar{Z}\bar{T} + XY\bar{Z}T + XYZ\bar{T} + XYZT$

F2 = $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}T + \bar{X}YZ\bar{T} + \bar{X}YZT + X\bar{Y}\bar{Z}\bar{T} + X\bar{Y}\bar{Z}T + X\bar{Y}Z\bar{T} + X\bar{Y}ZT + XY\bar{Z}\bar{T} + XY\bar{Z}T + XYZ\bar{T} + XYZT$

F3 = $\bar{X}Y\bar{Z}\bar{T} + \bar{X}Y\bar{Z}T + \bar{X}YZ\bar{T} + \bar{X}YZT + X\bar{Y}\bar{Z}T + X\bar{Y}ZT + XY\bar{Z}\bar{T} + XY\bar{Z}T + XYZ\bar{T} + XYZT$

F4 = $\bar{X}Y\overline{ZT} + \bar{X}Y\bar{Z}T + XY\overline{ZT} + XY\bar{Z}T$

Deuxième forme canonique :

F1 = $(X+Y+Z+T)\ (X+Y+Z+\bar{T})(X+Y+\bar{Z}+T)(X+Y+\bar{Z}+\bar{T})(X+\bar{Y}+Z+T)$

$(X+\bar{Y}+Z+\bar{T})\ (\bar{X}+Y+Z+T)\ (\bar{X}+Y+Z+\bar{T})$

F2=$(X+Y+Z+T)\ (X+Y+\bar{Z}+T)\ (X+Y+\bar{Z}+\bar{T})(X+\bar{Y}+Z+T)\ (X+\bar{Y}+Z+\bar{T})$

F3= $(X+Y+Z+T)\ (X+Y+Z+\bar{T})\ (X+Y+\bar{Z}+T)\ (X+Y+\bar{Z}+\bar{T})\ (\bar{X}+Y+Z+T)\ (\bar{X}+Y+\bar{Z}+T)$

Exercice 7 :

$$(Ab + c)\,(a + \bar{b})\bar{b} = (ab + c)\,(a\bar{b} + \bar{b}\bar{b})$$
$$= aba\bar{b} + ab\bar{b}\bar{b} + ca\bar{b}\,cb\bar{b}$$
$$= 0 + 0 + ca\bar{b} + +0$$
$$= ca\bar{b}$$

F1$= (ab + c)(a + \bar{b})\bar{b}$

$=(ab + c)(a\bar{b} + \bar{b}\bar{b})$

$= aba\bar{b} + ab\bar{b}\bar{b} + ca\bar{b} + cb\bar{b}$

$=0+0+ca\bar{b}+0$

$=ca\bar{b}$

$$F2 = a + \bar{a}\left(\bar{b}\bar{c}\bar{d} + c + d\right) + \bar{b}\bar{d}$$
$$= a + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}c + \bar{a}d + \bar{b}\bar{d}$$
$$= a + \bar{a}c + \bar{a}d + \bar{b}\bar{d}(\bar{a}\bar{c} + 1)$$
$$= a + \bar{a}c + \bar{a}d + \bar{b}\bar{d}$$

F3 $= abc + \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

$= abc + \overline{ab} + \bar{c}$

$= abc + \overline{abc}$

$= 1$

Exercice 8 :

\	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	1	0	0

S = db + $ab\bar{c}$ + $\bar{c}d\bar{a}$ + $\bar{a}$bc + cda

	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

S = $\bar{c}\,\bar{b} + \bar{d}\,\bar{b} + \bar{c}\bar{d}$

	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

$S = \bar{c} + \bar{d}\bar{b}$

Exercice 9 :

F1 = ab$\bar{c}$ + $\bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c$

	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	0	0	1

S = $\bar{c}$a + a$\bar{b}$ + c$\bar{b}$

F2 = abc + $\bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}c + ab\bar{c}$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0

S = c$\bar{a}$ + ab

F3 = $\bar{a}\bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d$ + a$\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$ + ab$\bar{c}d + \bar{a}bcd + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$

	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	1	0	0
10	1	0	0	1

S = $\bar{d}\bar{b} + \bar{c}da + \bar{a}bcd$

F4 = $\bar{b}c\bar{d} + abc + \bar{b}c + ac\bar{d}$

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

S = ac + $\bar{b}$c