Serie

Exercice 1 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 34 & 12 \\ 1 & -17 & -6 \\ -1 & 17 & 6 \end{pmatrix}$

Calculer AB et conclure.

Exercice 2 : Soit $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -4 \\ -6 & -2 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Montrer que $(A - I_3)^2 (A - 2I_3) = 0$.
- En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}

Exercice 3 : 1- Calculer les déterminants suivants :

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

2- Calculer le déterminant de $A \in M_n(\mathbb{R})$ dans les cas suivants :

- A nilpotente $(\exists p \in \mathbb{N}^* \mid p : A^p = 0)$
- A idempotente $(A^2 = A)$
- A involutive $(A^2 = I_n)$
- A antisymétrique d'ordre impair

Exercice 4 : Soit $E = \left\{ M(a,b,c) = \begin{pmatrix} a-c & a+c \\ b+c & a+2b+c \end{pmatrix} \; a,b,c \in \mathbb{R} \right\}$.

Montrer que E est un sous espace vectoriel de $M_2(\mathbb{R})$ et calculer $\dim_{\mathbb{R}} E$.