

Correction des exercices de probabilités élémentaires

--

Réponse 1

1. L'univers comporte C_{20}^6 tirages simultanés de 6 objets parmi 20, il y a C_{12}^6 manières de tirer les 6 doses, soit une probabilité de : $\frac{C_{12}^6}{C_{20}^6} \simeq 0,024$, environ 2,4%.
2. On cherche $1 - [\mathbb{P}(0 \text{ dose herbicide}) + \mathbb{P}(1 \text{ dose herbicide})]$, soit
 $\mathbb{P}(0) = \frac{C_8^6}{C_{20}^6} \simeq 0,0007 = 0,07\%$.
 $\mathbb{P}(1) = \frac{C_{12}^1 C_8^5}{C_{20}^6} \simeq 0,017 = 1,7\%$.
La probabilité recherchée = $100 - (0,07 + 1,7) = 99,76\%$.

Réponse 2

1. Il y a $C_{14}^2 = 91$ manières de tirer 2 boules simultanément parmi les 14 boules de la boîte, $C_4^2 = 6$ manières de tirer 2 rouges parmi les 4 rouges, $C_3^2 = 3$ manières de tirer 2 vertes parmi les 3 vertes et $C_7^2 = 21$ manières de tirer 2 jaunes parmi les 7 jaunes.
La probabilité recherchée est $= \frac{6+3+21}{91} = 0,3297$ soit 32,97%.
2. Comme on tire deux boules, l'événement contraire de «2 boules de même couleur» est «2 boules de couleurs différentes». La probabilité est donc $1 - 0,3297 = 0,6703$.

Réponse 3

1. On a $\mathbb{P}(A) = \frac{1182}{1500} = 0,788$, $\mathbb{P}(B) = \frac{310}{1500} = 0,2067$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{190}{1500} = 0,1267$.
Donc $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B) = 0,868$.
2. Il y a $310 - 190$ joueurs qui jouent uniquement au casino, soit $\mathbb{P}(C) = \frac{120}{1500} = 0,08$.

Réponse 4

1. On peut toujours utiliser une loi binomiale : $p = 0,02$ et $n = 2$. La probabilité que l'on ait les deux pièces non conformes est $C_2^2 p^2 (1-p)^0 = 0,02^2 = 0,0004$.
2. Événements successifs : $\mathbb{P}(C, \bar{C}) = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(\bar{C}) = 0,02 \times 0,98 = 0,0196$.

Réponse 5

1. Formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(f) = \mathbb{P}([H \cap f] \cup [F \cap f]) = \mathbb{P}(H)\mathbb{P}_H(f) + \mathbb{P}(F)\mathbb{P}_F(f) = \frac{12}{20} \times \frac{20}{100} + \frac{8}{12} \times \frac{40}{100} = 0,28.$$

2. Probabilité recherchée $= \frac{0,6 \times 0,2}{0,6 \times 0,2 + 0,4 \times 0,4} = 0,43$.

Réponse 6

1. A l'aide d'un arbre de probabilités à nouveau nous obtenons $0,25 \times 0,05 + 0,35 \times 0,04 + 0,40 \times 0,02 = 0,0345$.
2. La probabilité qu'il soit du type X est $\frac{0,25 \times 0,05}{0,25 \times 0,05 + 0,35 \times 0,04 + 0,40 \times 0,02} = 0,3623$.

Réponse 7

1. $\mathbb{P}(\text{chien}) = 0,36$ donc $\mathbb{P}(\text{chien} \cap \text{chat}) = \mathbb{P}_{\text{chien}}(\text{chat}) \times \mathbb{P}(\text{chien}) = 0,22 \times 0,36 = 0,079$.

2. $\mathbb{P}(\text{chat}) = 0,30$, $\mathbb{P}_{\text{chat}}(\text{chien}) = \frac{\mathbb{P}(\text{chien} \cap \text{chat})}{\mathbb{P}(\text{chat})} = \frac{0,079}{0,30} = 0,2633$.

Réponse 8

1. Probabilité recherchée = $\frac{0,3 \times 0,8}{0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,1} = 77,42\%$.

2. Probabilité recherchée = $\frac{0,3 \times 0,2}{0,3 \times 0,2 + 0,7 \times 0,9} = 8,7\%$.