从不同侧面分析线性系统与非线性系统的区别

姓名： 胡洁（查阅资料、仿真、报告整理）

夏瑾（查阅资料、仿真、报告整理）

刘熹（查阅资料、仿真波形整理及分析）

可以从数学模型、稳定性、运动形式三方面来区别非线性系统与线性系统。

一、概念：

线性控制系统：

状态变量和输出变量对于所有可能的输入变量和初始状态都满足叠加原理的系统。一个由线性元部件所组成的系统必是线性系统。但是，相反的命题在某些情况下可能不成立。线性系统的状态变量(或输出变量)与输入变量间的因果关系可用一组线性微分方程或差分方程来描述，这种方程称为系统的数学模型。

非线性系统

一个系统，如果其输出不与其输入成正比，则它是非线性的。从数学上看，非线性系统的特征是叠加原理不再成立。叠加原理是指描述系统的方程的两个解之和仍为其解。叠加原理可以通过两种方式失效。其一，方程本身是非线性的。其二，方程本身虽然是线性的，但边界是未知的或运动的。

典型的非线性特征有：饱和特性、死区特性、间隙特性、继电器特性、非线性增益、滞环特性

二、稳定性

线性系统对初值不敏感，而非线性系统对初值较敏感。线性系统的状态可以通过线性方程解出，比较容易；而非线性系统就较难。由于线性系统较容易处理，许多时候会将系统理想化或简化为线性系统。严格地说，实际的物理系统都不可能是线性系统。但是，通过近似处理和合理简化，大量的物理系统都可在足够准确的意义下和一定的范围内视为线性系统进行分析。

1. 运动状态
2. 线性系统与非线性系统在相同输入下的不同输出

（1）构建一个一阶线性系统和一个带死区的饱和特性非线性系统。分别给系统输入正弦信号，仿真模型如图1所示，输出如图2所示。



图1 正弦输入下的仿真图



图2 正弦输入下的仿真输出波形

由图2可以看出，线性系统的输入为正弦信号时，其输出的稳态过程也是同频率的正弦函数，两者仅在相位和幅值上不同。而非线性系统的输入为正弦信号时，其输出则是包含有高次谐波的非正弦周期函数，即输出会产生倍频、分频、频率。

（2）给上述系统输入单位阶跃信号，仿真模型如图3所示，输出如图4所示。



图3 阶跃输入下的仿真图



图4 阶跃输入下的仿真输出波形

由图4可以看出，线性系统的输出能够很好的跟随输入信号，在稳态时，系统输出幅值稳定在1左右，而由于带死区的饱和特性影响使非线性系统存在稳态误差，系统稳定时，输出无法跟随输入，输出幅值稳定在0.5左右。

1. 线性系统与非线性系统的叠加性研究

在上述系统的基础下，改变系统的输入，将输入信号用正弦信号与单位阶跃信号叠加，同时构造两个相同的单独输入的系统并将输出信号进行叠加，对比两种处理方式下的波形是否相同。仿真模型如图5所示，输出结果如图6所示。



图5 验证叠加性的仿真图



图6 验证叠加性的仿真波形输出

由图6可以看出，线性系统无论是输入信号叠加还是输出信号叠加，得到的最终输出波形是相同的，说明，线性系统满足叠加原理，非线性系统中，输入信号叠加与输出信号叠加得到的波形完全不同，不满足叠加原理。

1. 非线性系统的自激振荡过程

四、总结

定性地说，线性关系只有一种，而非线性关系则千变万化，不胜枚举。线性是 非线性的特例，它是简单的比例关系，各部分的贡献是相互独立的；而非线性是对这种简单关系的偏离，各部分之间彼此影响，发生耦合作用，这是产生非线性问题 的复杂性和多样性的根本原因。正因为如此，非线性系统中各种因素的独立性就丧 失了：整体不等于部分之和，叠加原理失效，非线性方程的两个解之和不再是原方程的解。因此，对于非线性问题只能具体问题具体分析。