

10 电路的频率特性

10-1 电路的频率特性与网络函数

10-2 RC电路的频率特性

10-3 RLC串联谐振电路

10-4 GCL并联谐振电路

10-5 电源电阻及负载对谐振电路的影响

本章讨论正弦激励频率变化时，动态电路的特性——频率特性。

首先介绍在正弦稳态条件下的网络函数。然后利用网络函数研究几种典型RC电路的频率特性。最后介绍谐振电路及其频率特性。动态电路的频率特性在电子和通信工程中得到了广泛应用，常用来实现滤波、选频、移相等功能。

10-1 电路的频率特性与网络函数

10-1-1 频率特性与网络函数的定义

1 频率特性或频率响应——电路响应随激励频率而变的特性。

2 正弦稳态电路的网络函数——电路在频率为 ω 的正弦激励下，正弦稳态响应相量与激励相量之比，记为 $H(j\omega)$ 。即

$$H(j\omega) = \frac{\text{输出相量}}{\text{输入相量}}$$

输入(激励)是电压源或电流源, 输出(响应)是感兴趣的某个电压或电流。

3 幅频特性与相频特性

$H(j\omega)$ 一般是 ω 的复值函数

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle \theta(\omega)$$

$|H(j\omega)|$ ——响应与激励的幅值比;

$\theta(\omega)$ ——响应与激励的相位差

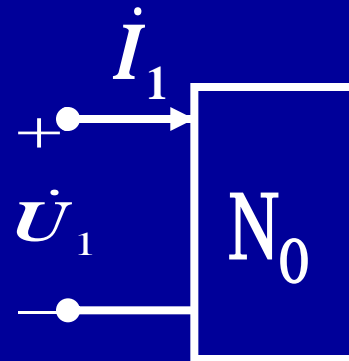
幅频特性——振幅比 $|H(j\omega)|$ 随 ω 的变化特性;

相频特性——相位 $\theta(\omega)$ 随 ω 的变化特性。

可以用振幅比或相位作纵坐标，画出以频率为横坐标的曲线。这些曲线分别称为网络函数的幅频特性曲线和相频特性曲线。

10-1-2 网络函数的分类

策动点函数：输入和输出属于同一端口。



1. 策动点阻抗: $Z(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$

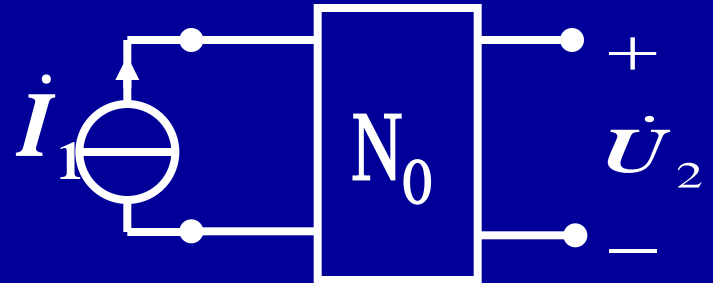
2. 策动点导纳: $Y(j\omega) = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}$

显然有: $Z(j\omega) = \frac{1}{Y(j\omega)}$

转移函数：输入和输出属于不同端口

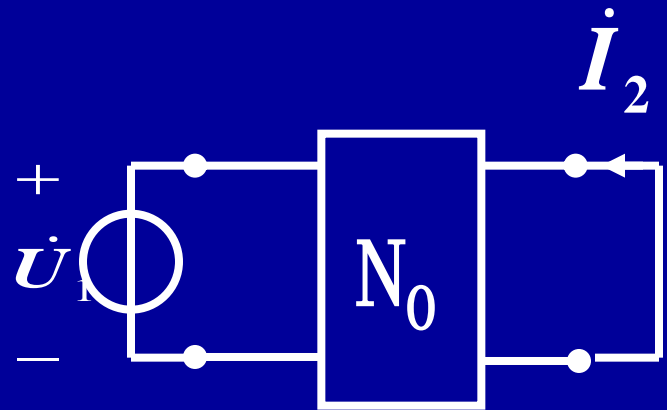
3. 转移阻抗：

$$Z_T(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$$



4. 转移导纳：

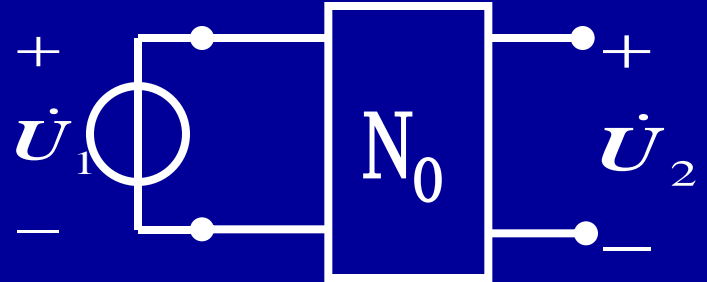
$$Y_T(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$$



显然，转移阻抗和转移导纳之间不存在互为倒数的关系。

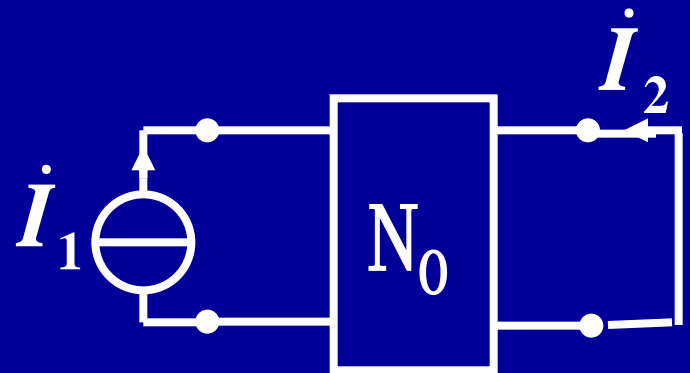
5. 转移电压比:

$$K_V(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$



6. 转移电流比:

$$K_I(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$$

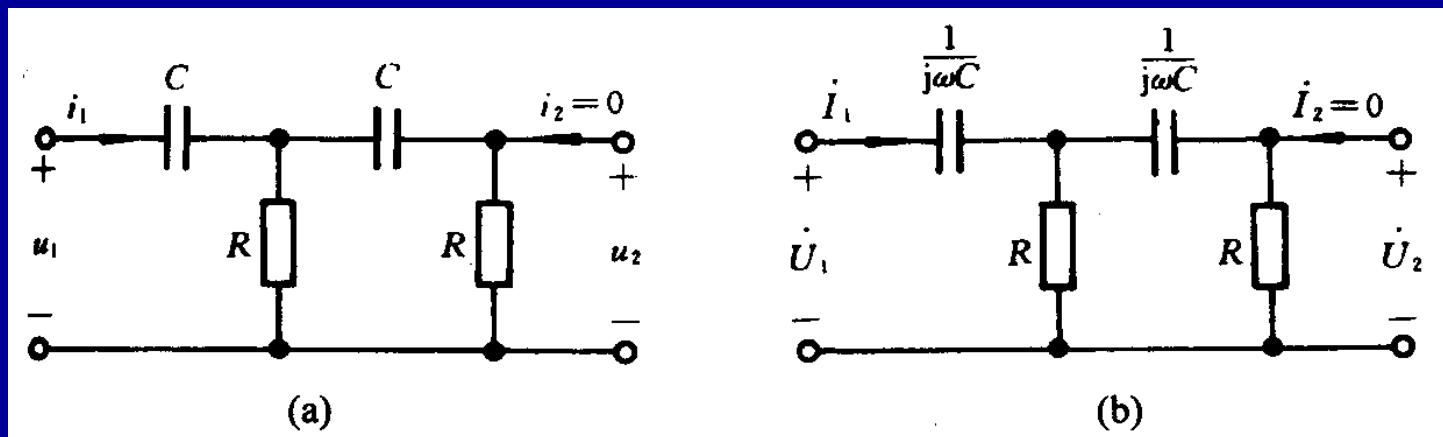


这六种网络函数分别表征了特定激励和响应之间的全部特性。

10-1-3 网络函数的计算方法

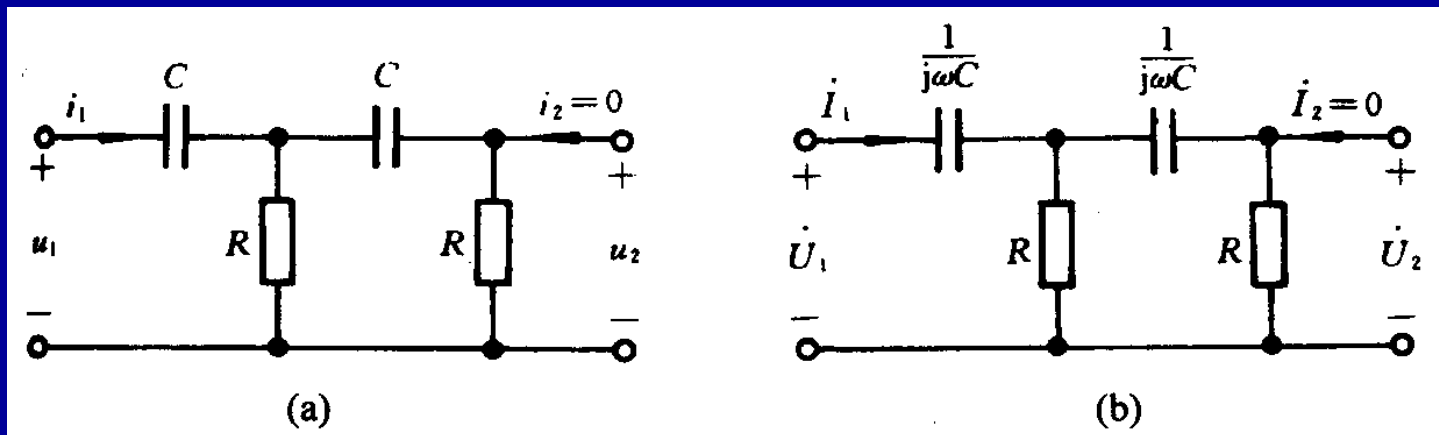
网络函数取决于网络的结构和参数，与输入无关。已知网络相量模型，计算网络函数的方法是外加电源法：在输入端加一个电压源或电流源，用正弦稳态分析的任一种方法求输出相量的表达式，然后将输出相量与输入相量相比，得相应的网络函数。

例1 试求图(a)所示网络负载端开路时的策动点阻抗 \dot{U}_1 / \dot{I}_1 和转移阻抗 \dot{U}_2 / \dot{I}_1 。



解：相量模型如图(b)。用串并联公式得策动点阻抗

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 - R^2 \omega^2 C^2 + j3\omega RC}{j\omega C - 2R\omega^2 C^2}$$



为求转移阻抗 \dot{U}_2 / \dot{I}_1 ，可外加电流源 \dot{I}_1

求得：

$$\dot{U}_2 = R \times \frac{R \dot{I}_1}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{jR^2\omega C}{1 + j2\omega RC} \dot{I}_1$$

则：

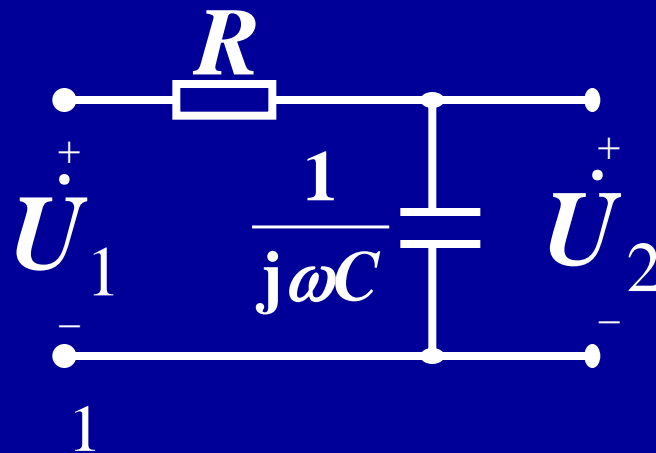
$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{jR^2\omega C}{1 + j2\omega RC}$$

在网络函数式中，频率 ω 是作为一个变量出现在函数式中的。

10-2 RC电路的频率特性

10-2-1 RC低通网络

RC串联电路，电容电压对输入电压的转移电压比。为



$$H(j\omega) = K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\text{令 } \omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

上式为：

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = |H(j\omega)| \angle \theta(\omega)$$

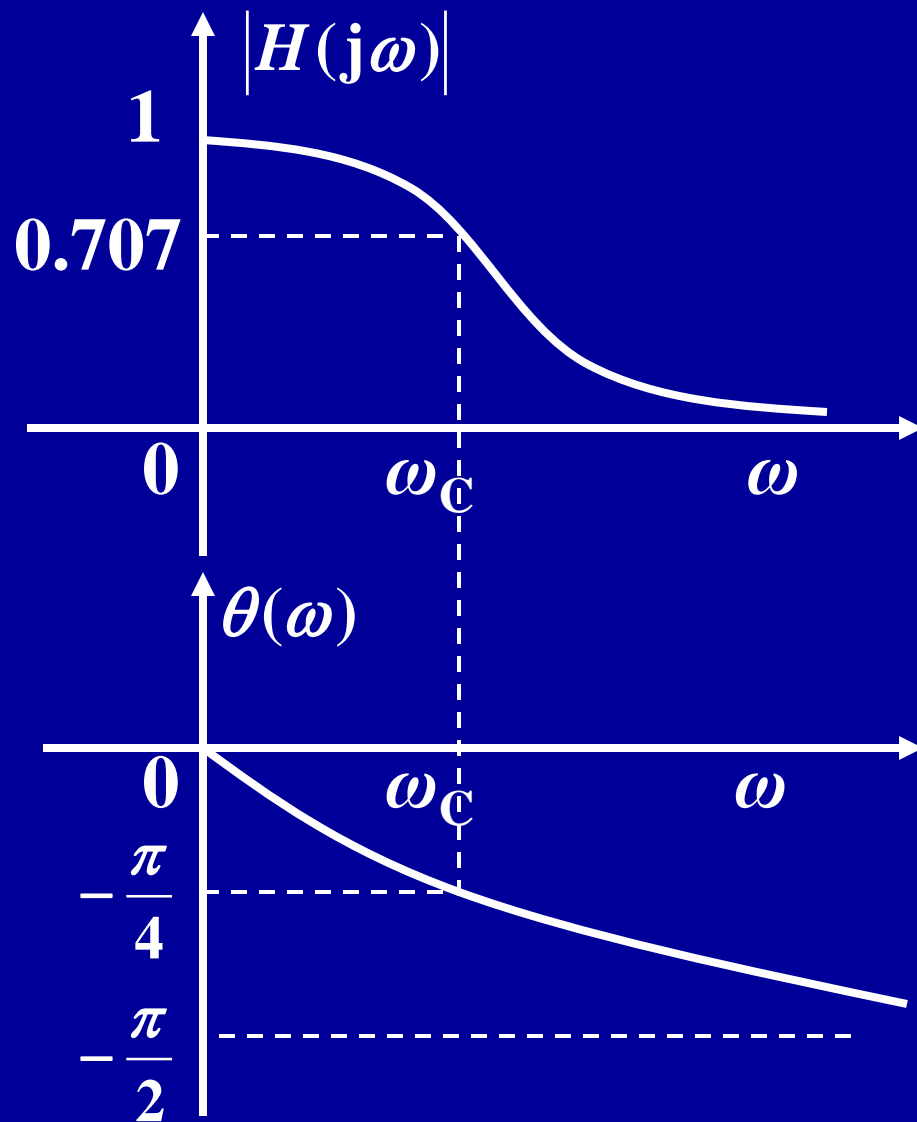
其中： $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$ $\theta(\omega) = -\arctan \frac{\omega}{\omega_c}$

当 $\omega=0$ 时, $|H(j\omega)|=1$ $\theta(\omega)=0$

当 $\omega = \omega_c$ 时, $|H(j\omega)|=1/\sqrt{2}$ $\theta(\omega)=-\pi/4$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $|H(j\omega)| \rightarrow 0$ $\theta(\omega) \rightarrow -\pi/2$

幅频和相频特性曲线，如下图所示。



具有低通滤波特性和移相特性，相移范围为 0° 到 -100° （一阶滞后网络）。

截止频率： $\omega = \omega_c$ 。当 $\omega = \omega_c$ 时，
 $|H(j\omega_c)| = 0.707 |H(j0)|$ ，又称半功率频率。（ $|H(j0)|$ ：最大值）

（也称：3分贝频率）

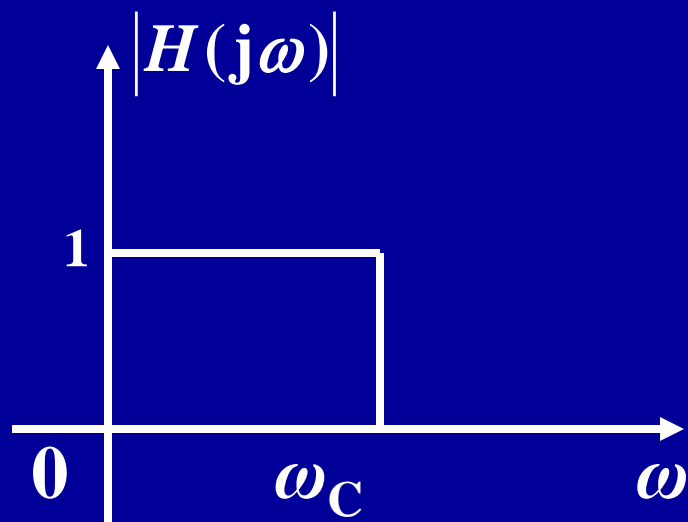
通频带(通带)：振幅从最大值下降到0.707（或3dB）的频率范围——0到 ω_c ，在通频带内，信号能顺利通过。

带宽：通频带宽度。

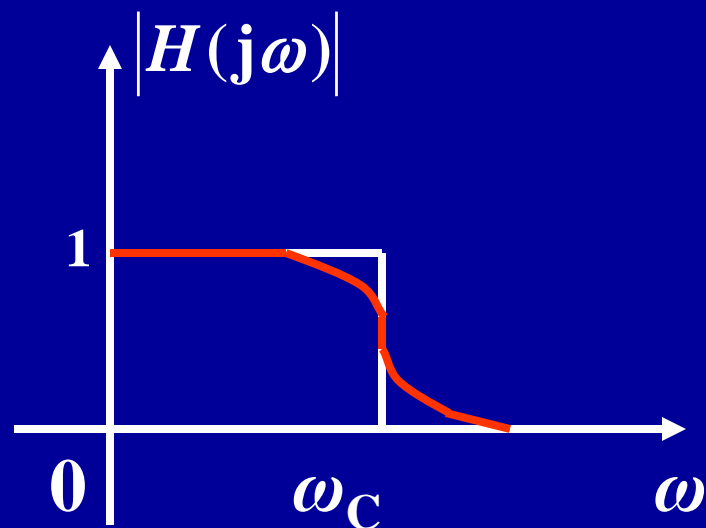
阻带： $\omega > \omega_c$ 的范围；

低通滤波器的概念:

理想低通滤波器

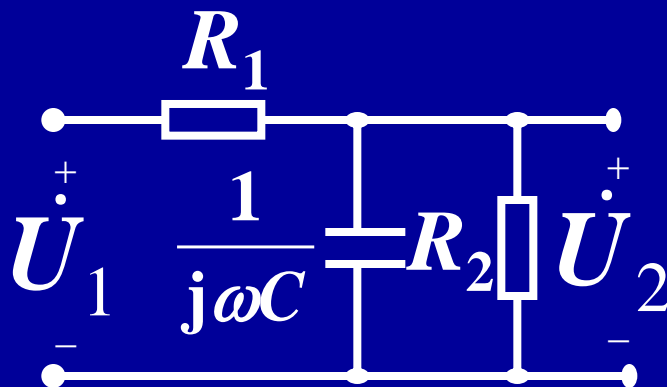


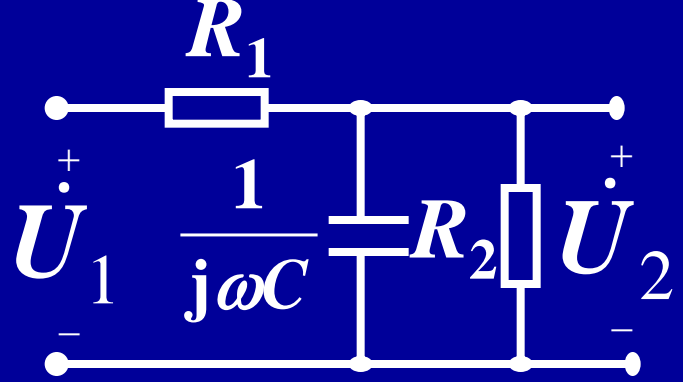
实际低通滤波器



例2 已知 $R_1=R_2=1\text{K}\Omega$, $C=0.1\mu\text{F}$, 试求:

1. 图示网络转移电压比; 2. 定性画出幅频特性曲线; 3. 通频带; 4. 若正弦激励角频率 $\omega=10^4\text{rad/s}$, 有效值 10V , 则输出电压的有效值 $U_2=?$





解： 1 转移电压比：

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_2 // \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 // \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_0 C}$$

式中： $R_0 = R_1 // R_2 = 0.5 \text{K}\Omega$

令： $\omega_c = 1/(R_0 C) = 2 \times 10^4$ ， 则：

$$K_U(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

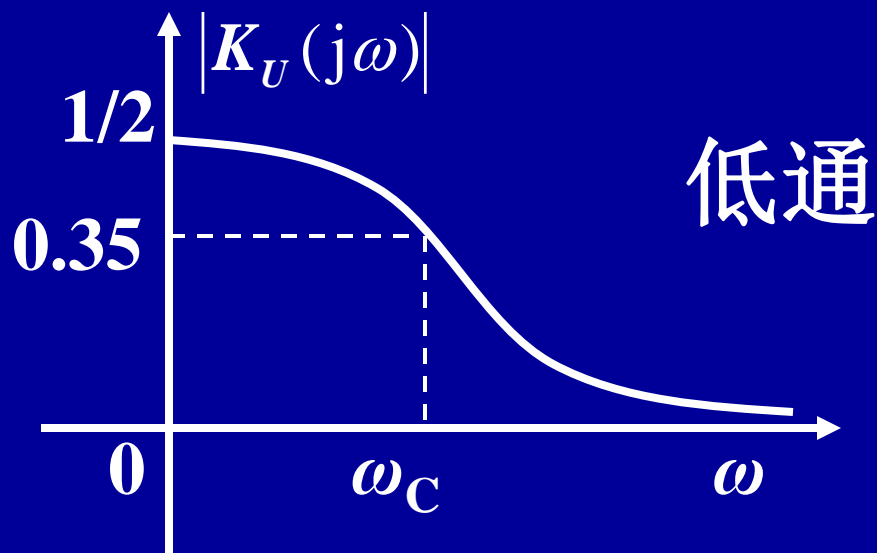
2 幅频特性: $|K_U(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$

代入参数, 得: $|K_U(j\omega)| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{2 \times 10^4})^2}}$

当 $\omega=0$ 时, $|K_U(j\omega)| = \frac{1}{2}$

当 $\omega = \omega_c$ 时, $|K_U(j\omega)| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.35$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $|K_U(j\omega)| \rightarrow 0$



3 由于 $|K_U(j\omega_C)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |K_U(j0)|$

所以，截止频率为 ω_C

通频带为： $0 \sim 2 \times 10^4 \text{ rad/s}$

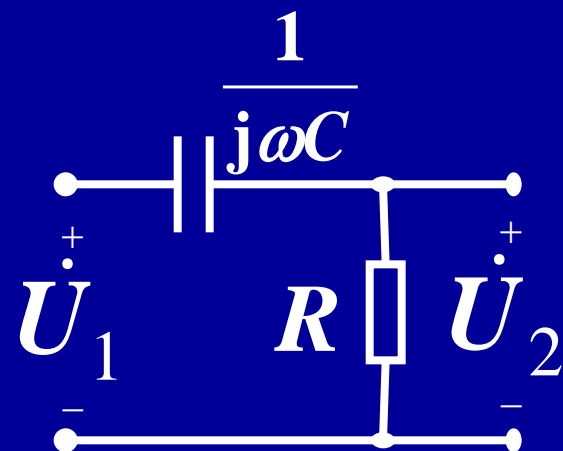
4 因为 $U_2 = U_1 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{2 \times 10^4})^2}}$

代入 $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$, $U_1 = 10 \text{ V}$, 得:

$$U_2 = 10 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 4.47 \text{ V}$$

10-2-2 RC高通网络

RC串联电路，电阻电压对输入电压的转移电压比。



$$H(j\omega) = K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}$$

$$\text{令 } \omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

$$\text{上式为 } H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\omega_c}{j\omega}} = |H(j\omega)| \angle \theta(\omega)$$

其中 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$

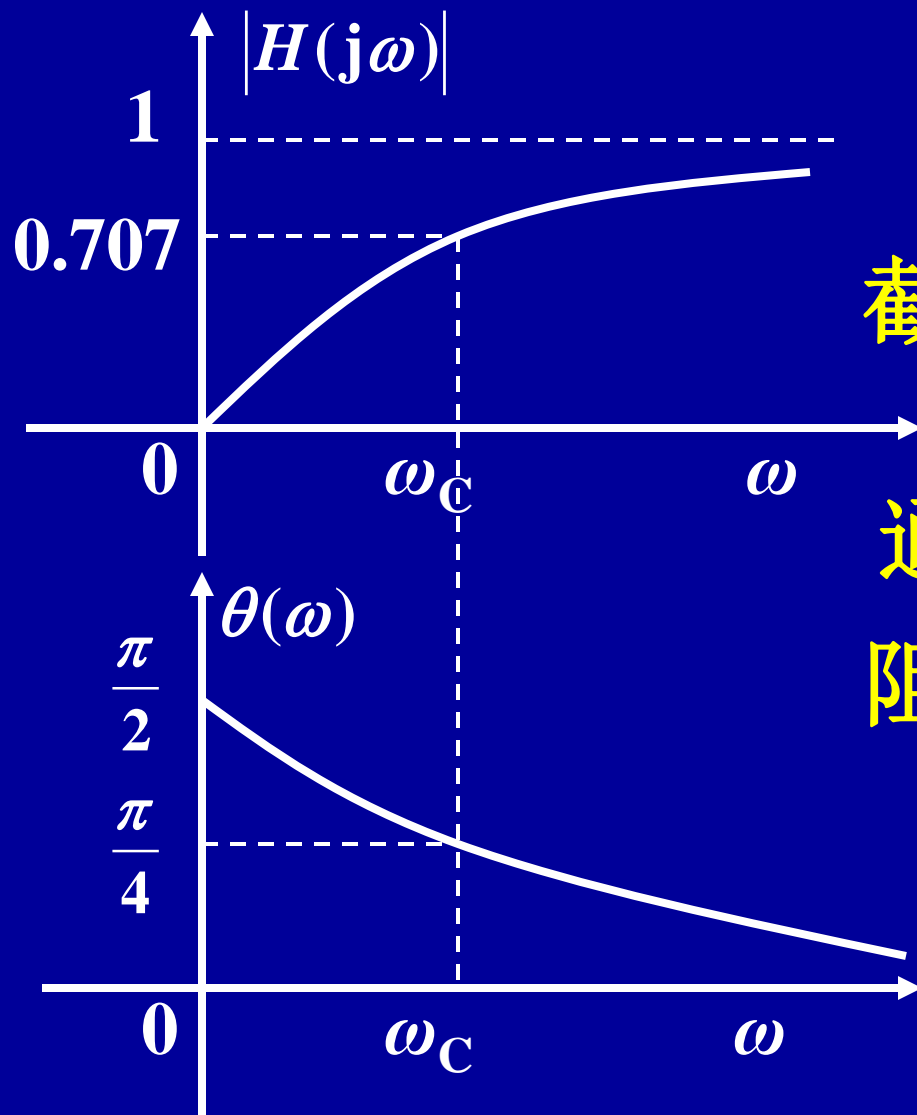
$$\theta(\omega) = \arctan \frac{\omega_c}{\omega}$$

当 $\omega=0$ 时, $|H(j\omega)|=0$ $\theta(\omega)=\frac{\pi}{2}$

当 $\omega = \omega_c$ 时, $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\theta(\omega) = \frac{\pi}{4}$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $|H(j\omega)| \rightarrow 1$ $\theta(\omega) \rightarrow 0$

幅频和相频特性曲线，如下图所示。



截止频率: $\omega = \omega_c$

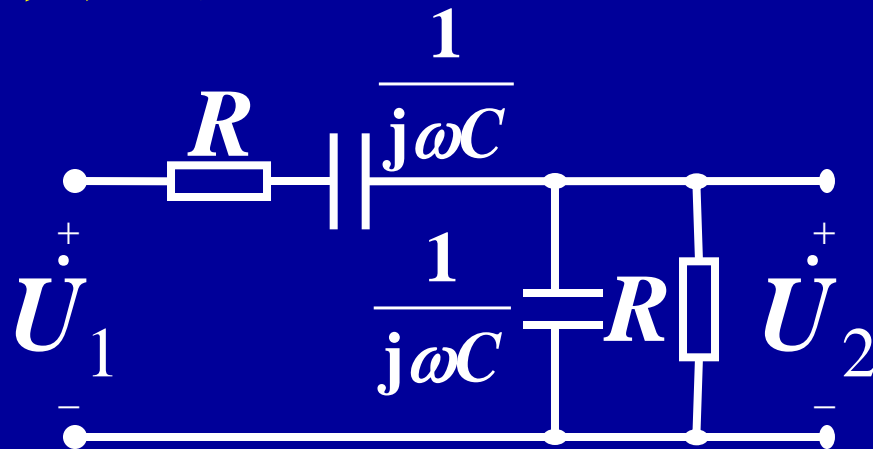
通频带: $\omega > \omega_c$

阻带: $0 < \omega < \omega_c$

一阶超前网络

10-2-3 RC带通、带阻和全通网络

带通：转移电压比



$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{1 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}}$$

$$= \frac{1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}$$

$$\text{当 } \omega RC - \frac{1}{\omega RC} = 0$$

$$\text{即: } \omega = \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ 时}$$

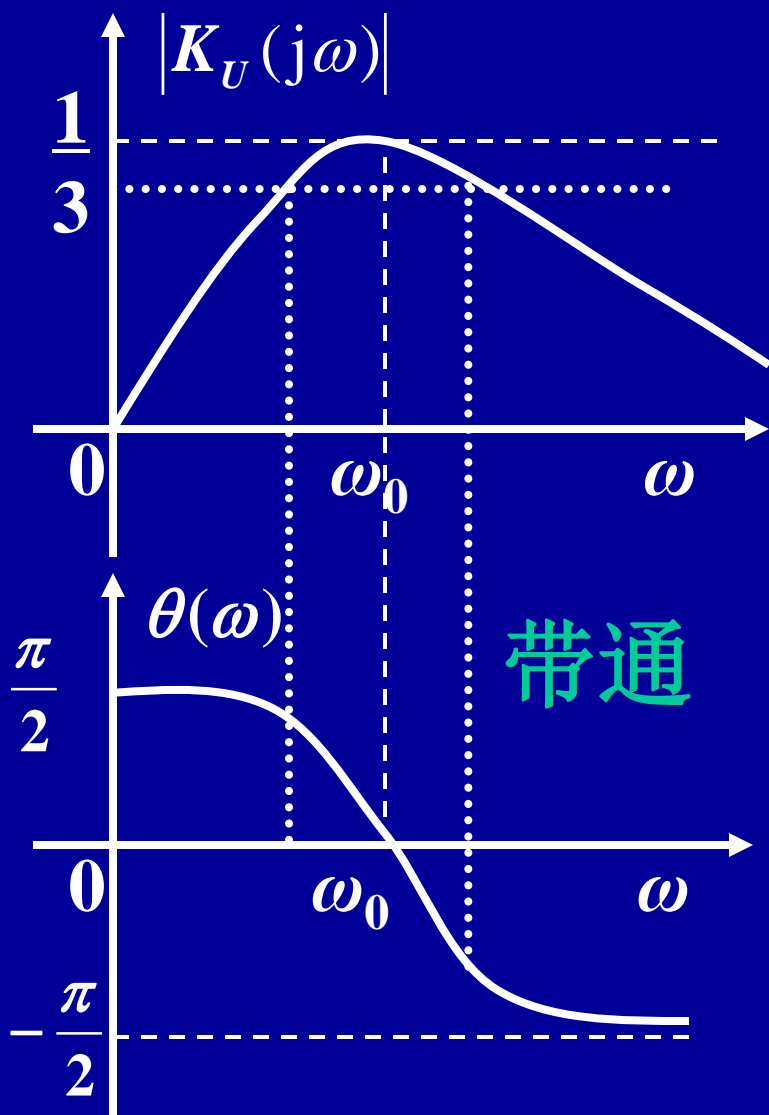
$$K_U(j\omega_0) = \frac{1}{3}$$

截止频率：

$$\omega_{C1} = 0.3\omega_0$$

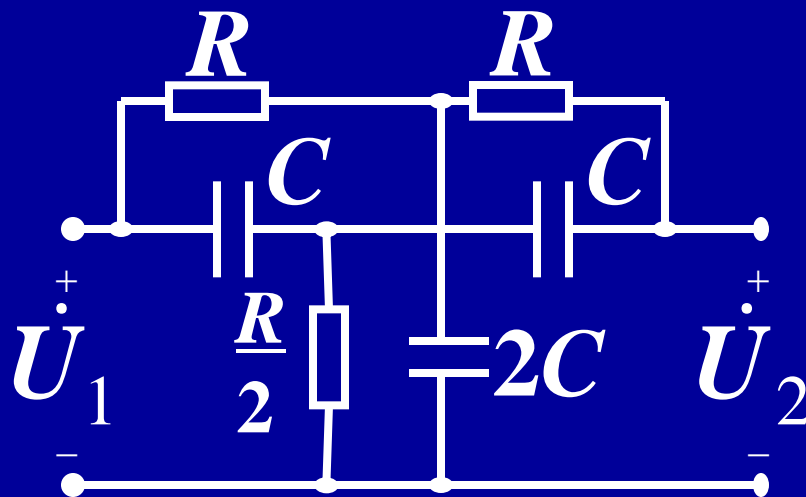
$$\omega_{C2} = 3.3\omega_0$$

通频带： $\omega_{C1} < \omega < \omega_{C2}$



中心频率： ω_0

双T带阻网络，
转移电压比

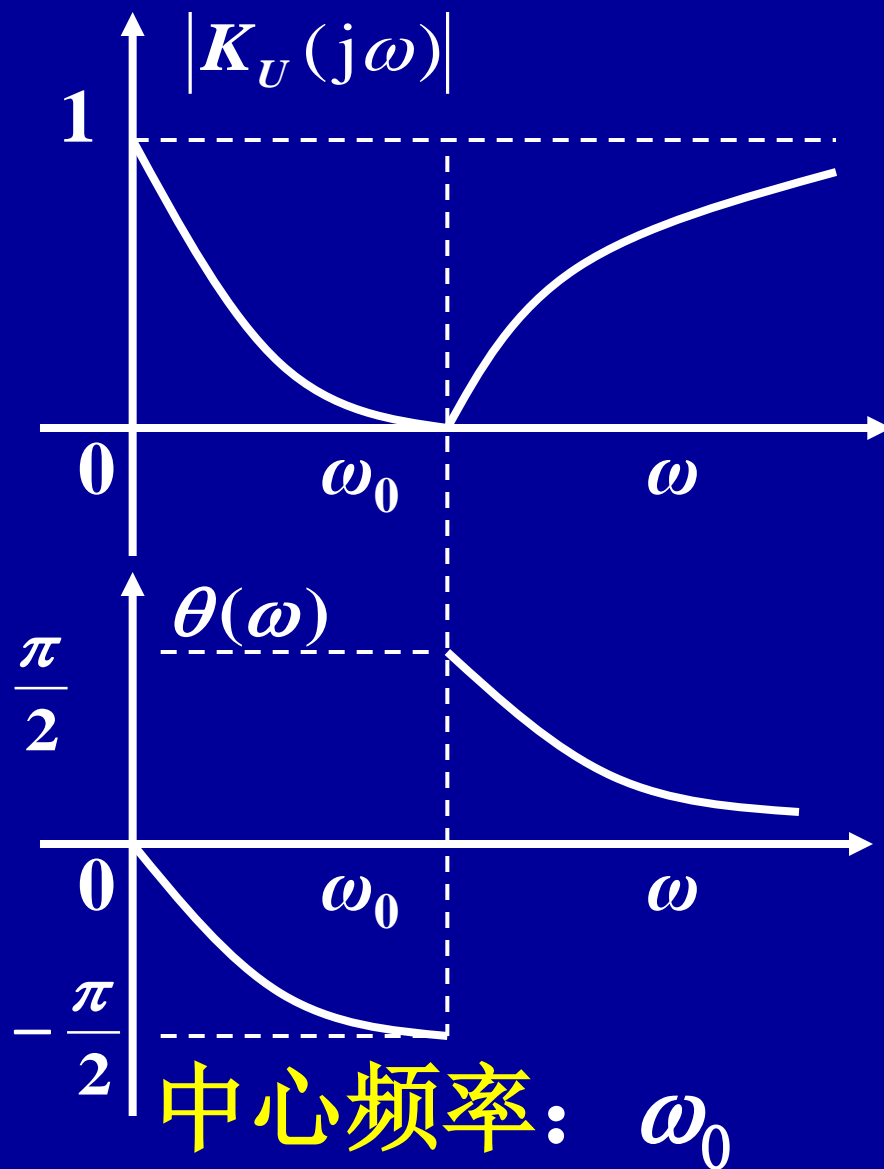


$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{1 + \frac{4}{j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}}$$

当： $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ 时

$$K_U(j\omega_0) = 0$$

带阻



全通：转移电压比

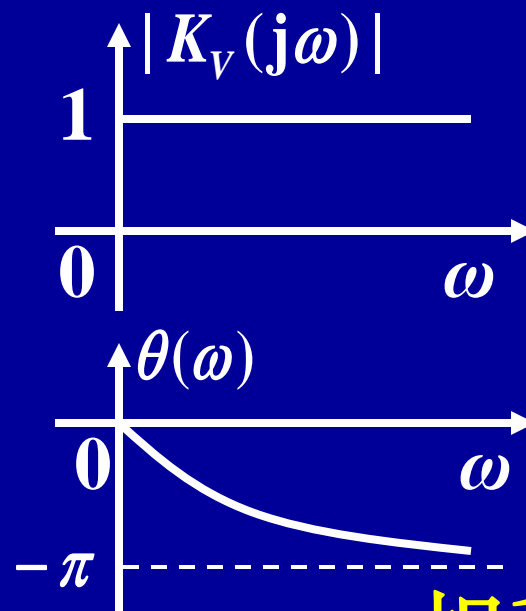
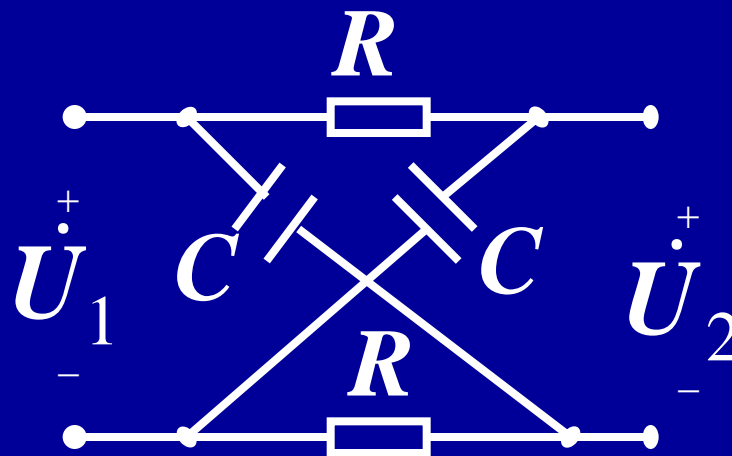
$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{j\omega C} - \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ &= \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC} \end{aligned}$$

$$|K_U(j\omega)| = 1$$

$$\theta(\omega) = -2\arctan(\omega RC)$$

也称 移相网络。



相移

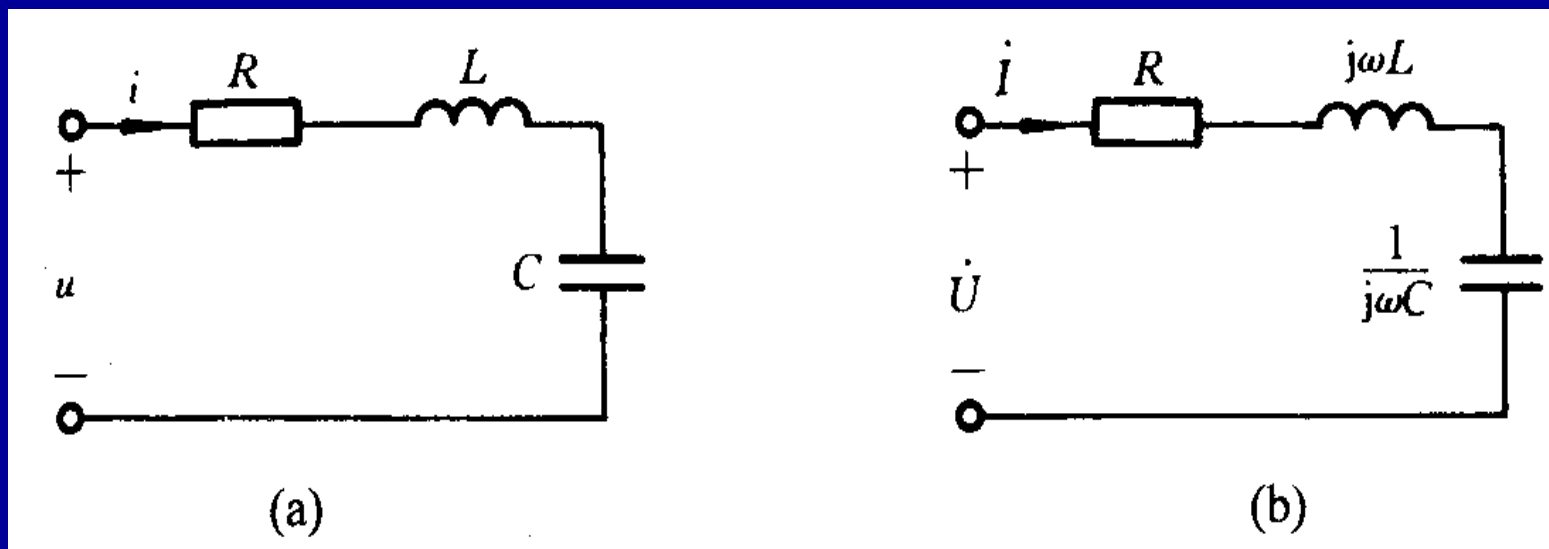
10—3 RLC串联谐振电 路

含有电感、电容和电阻元件的单口网络，在某些工作频率上，出现端口电压和电流相位相同的情况时，称电路发生谐振。能发生谐振的电路，称为谐振电路。谐振电路在电子和通信工程中得到广泛应用。

这时， $Q = Q_L + Q_C = 0$ 。或称，电源只供给电阻消耗能量，L和C之间能量自行交换。

10-3-1 RLC串联谐振条件与谐振特性

图(a)表示RLC串联谐振电路，图(b)是相量模型，由此求出驱动点阻抗为



$$Z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX$$

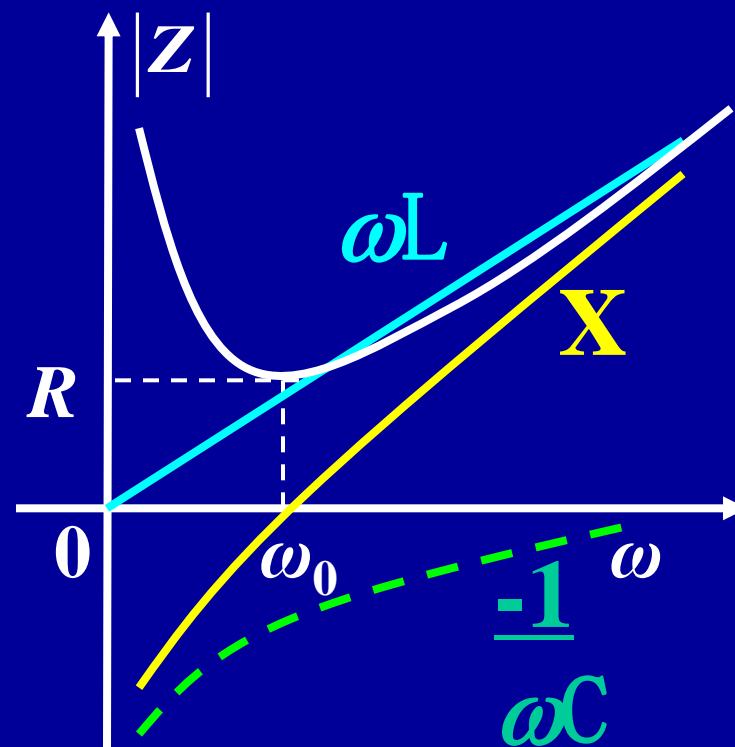
$$= \sqrt{R^2 + X^2} \angle \arctan \frac{X}{R} = |Z(j\omega)| \angle \theta_Z$$

其中

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta_z = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$



容性 电阻性 感性
 $X < 0$ $X = 0$ $X > 0$

1 谐振条件

当 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ 时, $\theta_Z = 0$, $|Z(j\omega)| = R$, 电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 相位相同, 电路发生谐振。即, RLC串联电路的谐振条件为

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ω_0 称为固有谐振角频率, 简称谐振角频率, 它由元件参数L和C确定。

当电路激励信号的频率与谐振频率相同时，电路发生谐振。用频率表示的谐振条件为

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

RLC串联电路在谐振时的感抗和容抗在量值上相等，感抗或容抗的大小称为谐振电路的**特性阻抗**，即

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

它同样是有元件L和C的参数确定。

使电路发生谐振的方法:

1. 改变角频率 ω , 使 $\omega = \omega_0$;

(做实验时常用)

2. 改变 L 或 C (调谐) (ω 不变)。

2 谐振时的电压和电流

RLC串联电路发生谐振时，阻抗的电抗分量 $X = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$

导致 $Z(j\omega_0) = Z_0 = R$

即阻抗呈现纯电阻，达到最小值。
电路谐振电流为

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_s}{Z} = \frac{\dot{U}_s}{R}$$

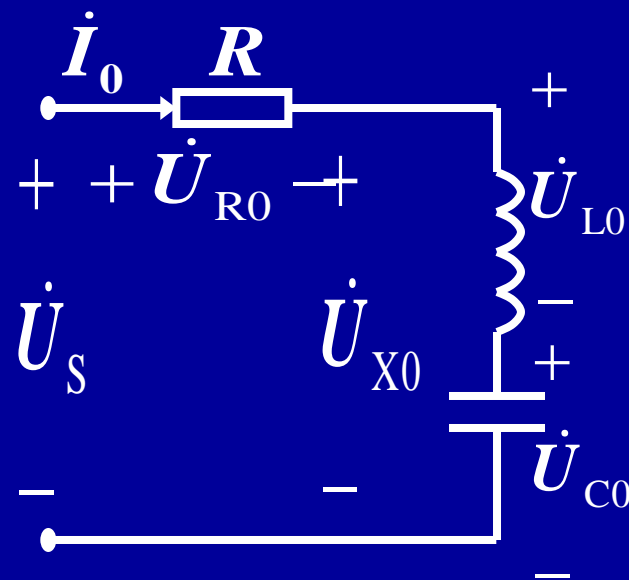
电流有效值达到最大值，且电流与电压源电压同相。

此时电阻、电感和电容上的电压分别为

$$\dot{U}_{R0} = R\dot{I}_0 = \dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s = jQ \dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{C0} = \frac{1}{j\omega_0 C} \dot{I}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 RC} \dot{U}_s = -jQ \dot{U}_s$$



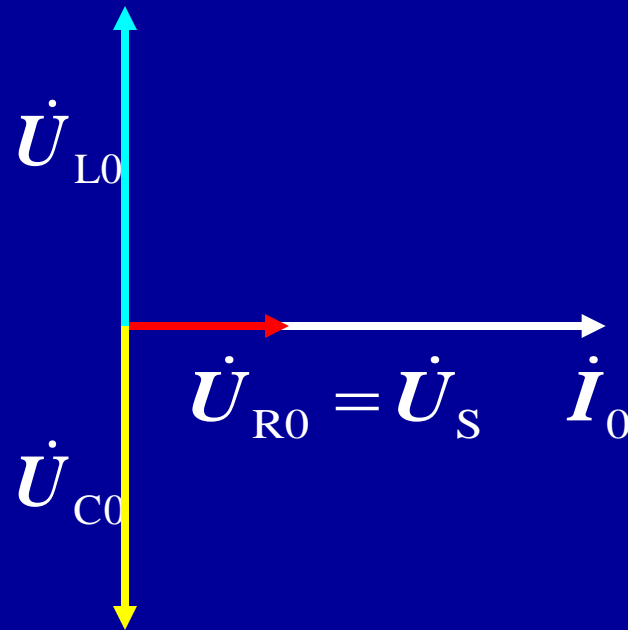
其中 $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\rho}{R}$

称为串联谐振电路的**品质因数**。

电路谐振时的相量图如图。

$$\dot{U}_{L0} + \dot{U}_{C0} = 0$$

LC串联部分相当于短路



电感电压或电容电压的幅度为电压源电压幅度的 Q 倍，即

$$U_{L0} = U_{C0} = QU_S = QU_{R0}$$

若 $Q \gg 1$, 则 $U_L = U_C \gg U_S = U_R$, 故这种串联电路的谐振也称为电压谐振。

电子和通信工程中, 常利用高品质因数的串联谐振电路来放大电压信号。

而电力工程中则需避免发生高品质因数的谐振, 以免因过高电压损坏电气设备。

3 谐振时的功率和能量

设电压源电压 $u_s(t) = U_{Sm} \cos \omega_0 t$, 则:

$$i_0(t) = I_{0m} \cos \omega_0 t = \frac{U_{Sm}}{R} \cos \omega_0 t$$

$$u_{L0}(t) = QU_{Sm} \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$$

$$u_{C0}(t) = -u_{L0}(t) = -QU_{Sm} \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$$

电感和电容吸收的功率分别为:

$$p_{L0}(t) = QU_{Sm} I_{0m} \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 t + 90^\circ) = -QU_s I_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$p_{C0}(t) = -p_{L0}(t) = QU_s I_0 \sin 2\omega_0 t$$

由于 $u_{x0}(t) = u_{L0}(t) + u_{C0}(t) = 0$ (相当于虚短路), 任何时刻进入电感和电容的总瞬时功率为零, 即 $p_{L0}(t) + p_{C0}(t) = 0$ 。

电感和电容与电压源和电阻之间没有能量交换。电压源发出的功率全部为电阻吸收, 即 $p_S(t) = p_R(t)$ 。

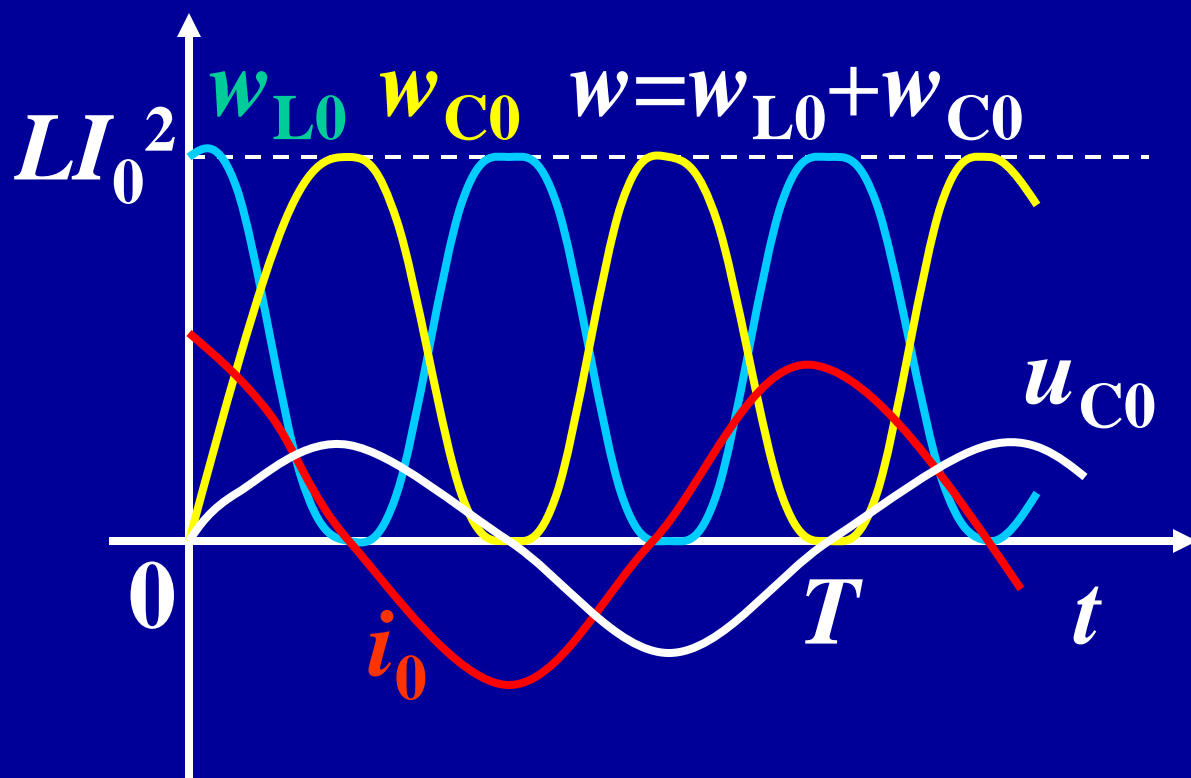
电感和电容吸收的储能分别为:

$$w_{L0}(t) = \frac{1}{2} L i_{L0}^2 = L I_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$w_{C0}(t) = \frac{1}{2} C u_{C0}^2 = C U_{C0}^2 \sin^2 \omega_0 t = L I_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$W = W_{L0} + W_{C0} = C U_{C0}^2 = L I_{L0}^2 = L \left(\frac{U_s}{R} \right)^2$$

储能元件与电源无能量交换



串联谐振回路的能量关系

Q 的一般定义：回路储存能量与在一周期内吸收(消耗)能量之比。

$$W_{R \cdot T} = PT = I_0^2 RT$$

$$\frac{W}{W_{R \cdot T}} = \frac{LI_0^2}{I_0^2 RT} = \frac{L}{RT} = \frac{\omega_0 L}{2\pi \cdot R} = \frac{Q}{2\pi}$$

$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{R \cdot T}}$$

上式适用于其它谐振(声学、机械、光学等等)

能量在电感和电容间的这种往复交换，形成电压和电流的正弦振荡，其振荡角频率

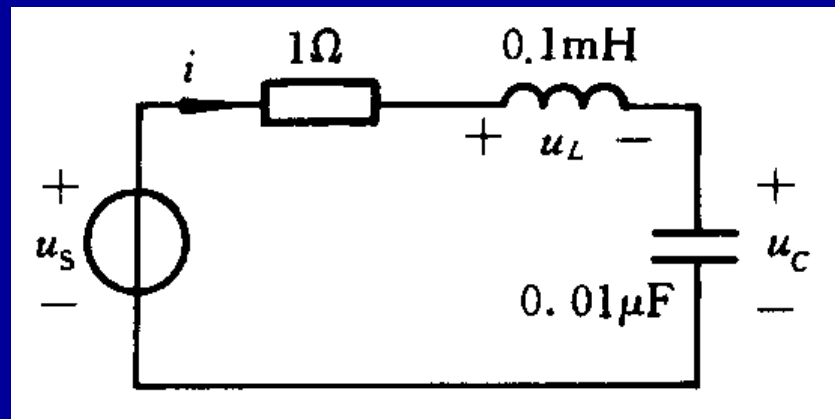
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

由电路参数 L 和 C 来确定。

谐振时电感和电容中总能量保持常量，并等于电感中的最大磁场能量，或等于电容中的最大电场能量。

例3 电路如图, 已知 $u_s(t) = \sqrt{2} \cos \omega t$ V
求: (1) 频率 ω 为何值
时, 电路发生谐振。

(2) 电路谐振时,
 U_{L0} 和 U_{C0} 为何值。



解: (1) 电压源的角频率应为

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \times 10^{-8}}} = 10^6 \text{ rad/s}$$

(2) 电路的品质因数: $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = 100$

则 $U_{L0} = U_{C0} = QU_s = 100 \times 1 = 100 \text{ V}$

10-3-2 RLC串联谐振电路的频率特性

电流:
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\dot{U}_s / R}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)}$$

导纳函数:

$$Y(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{U}_s} = \frac{1/R}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)} = \frac{1/R}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)}$$

代入 $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$

得:
$$H(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{I}_0} = \frac{Y}{Y_0} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

工程上，常取 $\frac{\omega}{\omega_0}$ 为自变量，把

$$\frac{Y(j\omega)}{Y_0} = \frac{\dot{I}}{\dot{I}_0}$$

为应变量(函数)。

称之为标称化，或归一化。

幅频特性: $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$

当 $\omega=0$ 或 $\omega=\infty$ 时, $|H(j\omega)|=0$;

当 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 时, 电路发生谐振,

$|H(j\omega)|=1$ 达到最大值, 说明该电路具有带通滤波特性。

相频特性: $\theta(\omega) = -\arctan Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$

频带宽度：令 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1$$

解得

$$\frac{\omega_{C1,2}}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q}$$

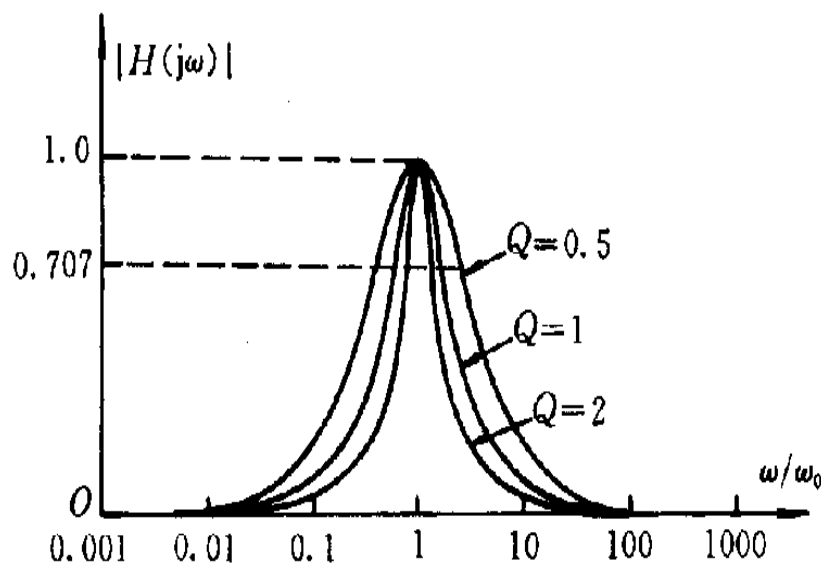
带宽：

$$BW = \Delta\omega = \omega_{C2} - \omega_{C1} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$$

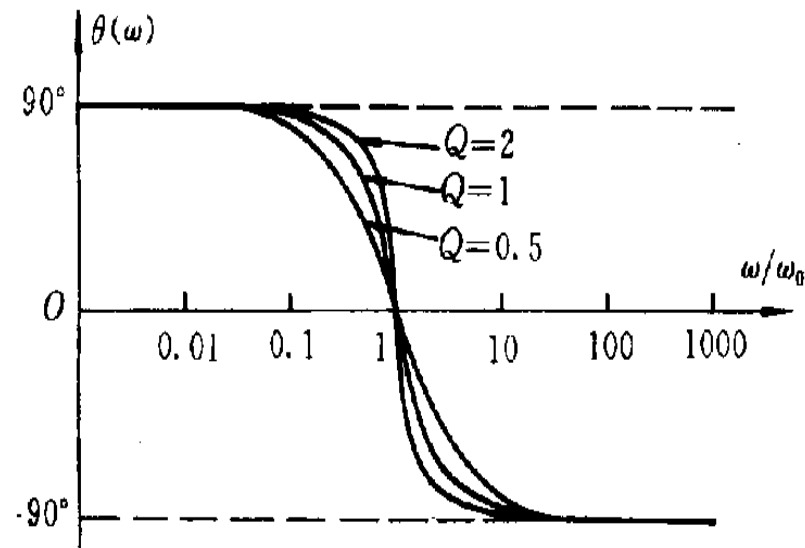
或

$$\Delta f = f_{C2} - f_{C1} = \frac{f_0}{Q}$$

带宽 $\Delta\omega$ 与品质因数 Q 成反比， Q 越大， $\Delta\omega$ 越小，通带越窄，曲线越尖锐，对信号的选择性越好。即选择性与通带是一对矛盾。不同 Q 值的幅频特性曲线如下图。（相频特性是谐振电路的导纳角）



(a)



(b)

例4 欲接收载波频率为10MHz的短波电台信号，试设计接收机输入RLC串联谐振电路的电感线圈。要求带宽 $\Delta f=100\text{kHz}$, $C=100\text{pF}$ 。

解：
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

求得：

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \times 10^{14} \times 10^{-10}} \text{H} = 2.53\mu\text{H}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10 \times 10^6}{100 \times 10^3} = 100$$

$$R = \frac{1}{Q\omega_0 C} = \frac{1}{100 \times 2\pi \times 10^7 \times 10^{-10}} = 1.59\Omega$$

例5 RLC串联电路, $v_s(t) = \sin(2\pi ft)\text{mV}$
频率 $f=1\text{MHz}$, 调电容 C , 使电路发生
谐振。 $I_0=100\mu\text{A}$, $U_{C0}=100\text{mV}$ 。 求: 电
路的 R 、 L 、 C 、 Q 及 BW

解: 电压源的有效值: $U_s=0.707\text{mV}$

$$R = \frac{U_s}{I_0} = \frac{0.707 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}} = 7.07\Omega$$

品质因数: $Q = \frac{U_{C0}}{U_s} = \frac{100}{0.707} = 141$

带宽: $BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{10^6}{141} = 7.09\text{kHz}$

$$L = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{BW} = \frac{7.07}{6.28 \times 7.09 \times 10^3} = 159_{\mu} \text{ H}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(6.28 \times 10^6)^2 \times 159 \times 10^{-6}} = 159 \text{ pF}$$

10-3-3 RLC串联谐振的电压传输系数

输出为电阻电压时的频率特性:

$$K_R(j\omega) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_S} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_R(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$

相频特性: $\theta_R(\omega) = -\arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$ 与电流特性相同

输出为电容电压时的频率特性:

$$K_C(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}_S} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{-jQ \frac{\omega_0}{\omega}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_C(j\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \cdot \frac{\omega_0}{\omega}$

相频特性: $\theta_C(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$

显然，当 $\omega = \omega_0$ 时， $|K_C(j\omega_0)| = Q$ 电容电压是外加电压的 Q 倍。但这并不是最大值(峰值)。令：

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} |K_C(j\omega)| = 0$$

$$\omega_{C\max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad \text{比}\omega_0\text{小}$$

$$|K_C(j\omega)|_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad \text{比}Q\text{大}$$

输出为电感电压时的频率特性:

$$K_L(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

幅频特性: $|K_L(j\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}$

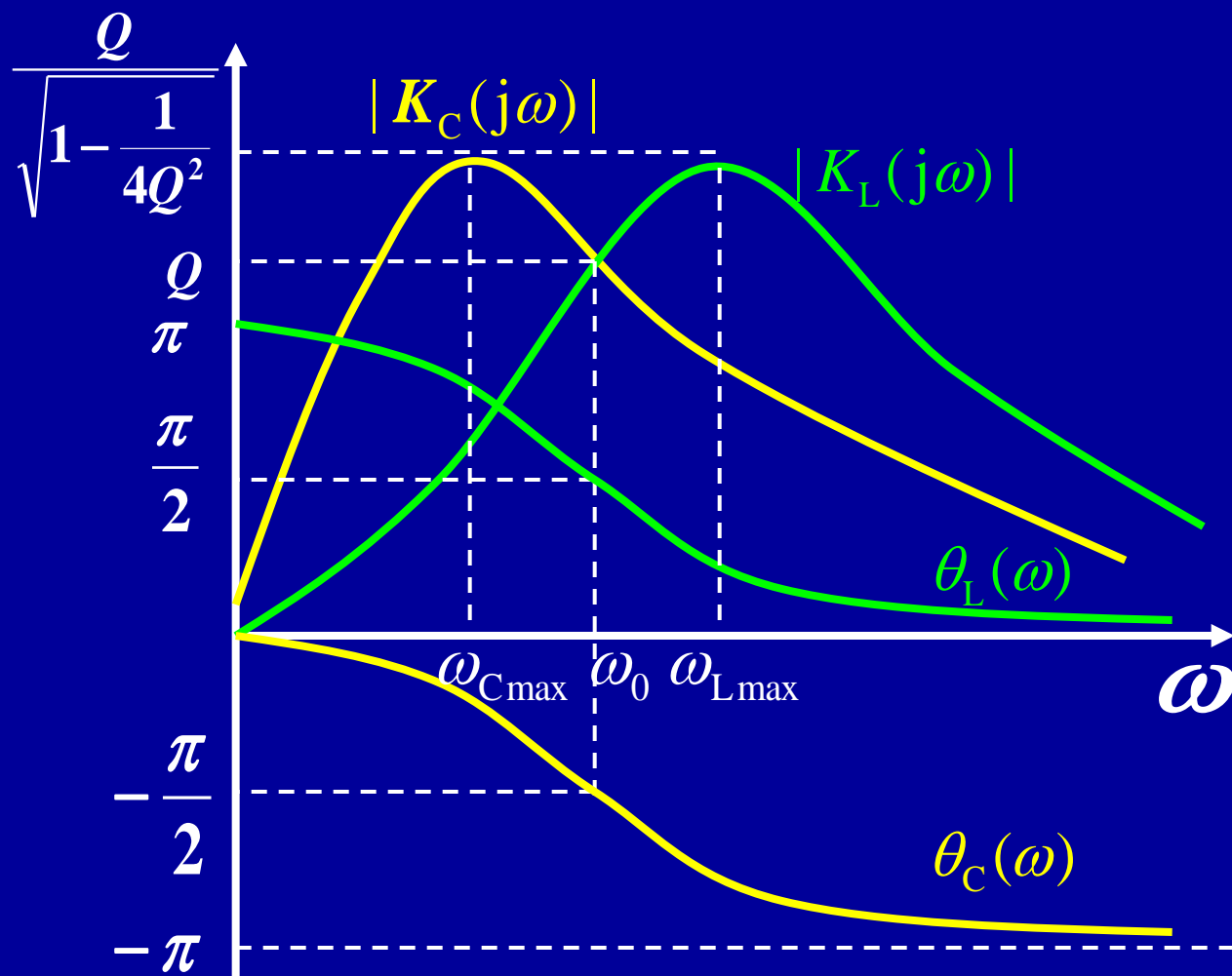
相频特性: $\theta_L(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$

显然，当 $\omega = \omega_0$ 时， $|K_L(j\omega_0)| = Q$ 电感电压是外加电压的 Q 倍。但这并不是最大值(峰值)。令：

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} |K_L(j\omega)| = 0$$

$$\omega_{L\max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \quad \text{比}\omega_0\text{大}$$

$$|K_L(j\omega)|_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad \text{比}Q\text{大}$$



$$\omega_{Cmax} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

$$\omega_{Lmax} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

- 讨论： 1. 当 $Q \gg 1$ 时， $\omega_{C_{\max}} \approx \omega_0 \approx \omega_{L_{\max}}$ ；
2. 当 $Q \leq \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$ 时， 电容电压、电感电压无峰值；
3. 上述公式仅为 ω 变化时的情况。若变量是L或C时，还会有所不同；
4. 串联谐振具有良好的带通特性。

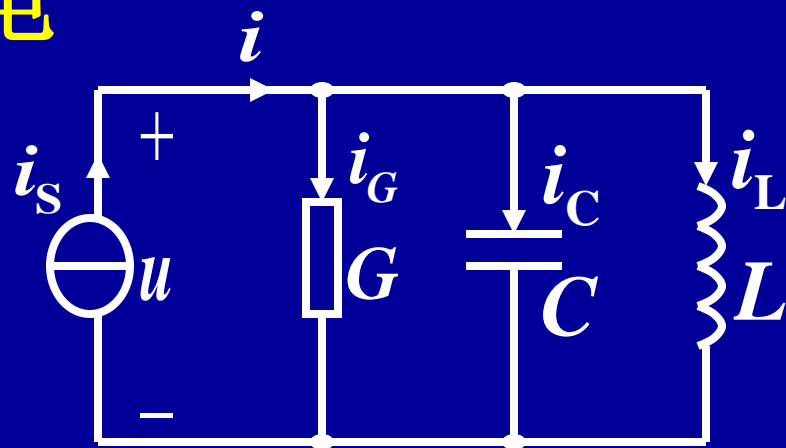
上图为 $Q=1.25$ 时的情况。

10-4 GCL并联谐振电路

串联谐振电路适用于信号源内阻较小的场合，当信号源内阻很大时，电路的品质因数将会变得很低。这时宜采用并联谐振电路。

10-4-1 GCL并联谐振电路

图示GCL并联电路，驱动点导纳为

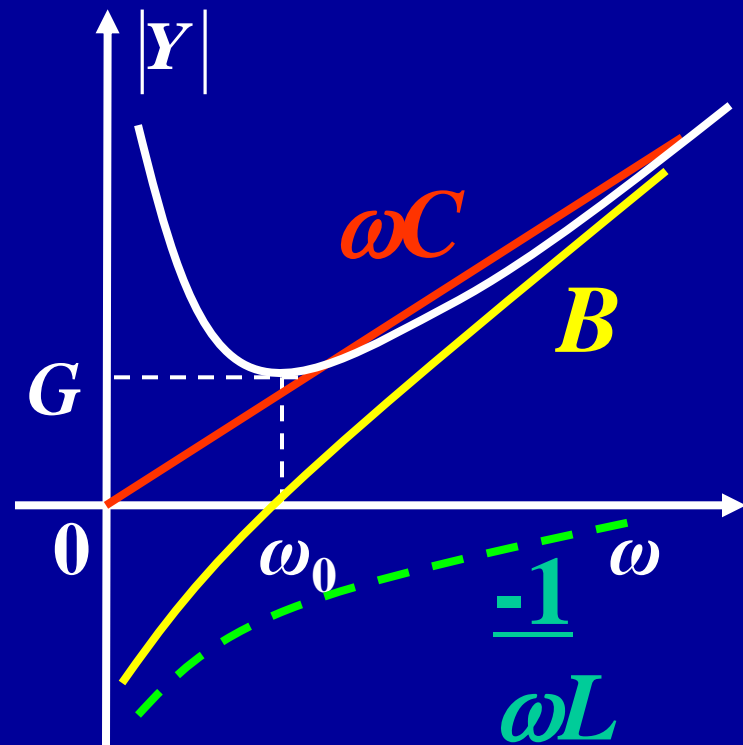


$$Y(j\omega) = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + jB = |Y(j\omega)| \angle \theta_Y(\omega)$$

$$|Y(j\omega)| = \sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

$$\theta_Y = \arctan\left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right)$$

$$B = \omega C - \frac{1}{\omega L}$$



感性 电阻性 容性

$B < 0$ $B = 0$ $B > 0$

1 谐振条件

当 $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$ 时, 电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 同相, 电路发生谐振。因此, GCL 并联电路谐振的条件是

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

式中 ω_0 称为电路的谐振角频率。

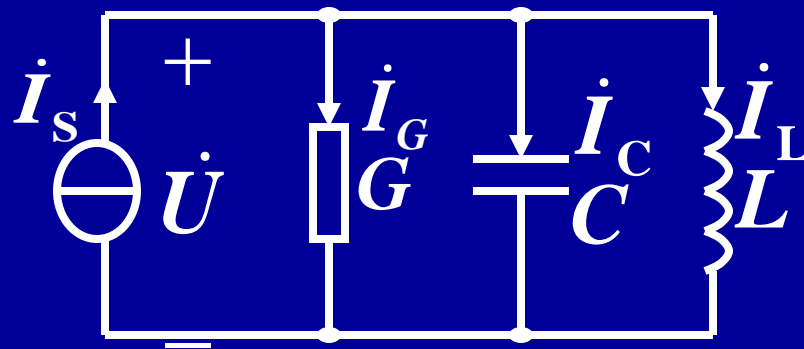
谐振时, $Y(j\omega_0) = G = 1/R$ 具有最小值

$$B_{C0} = \omega_0 C = B_{L0} = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

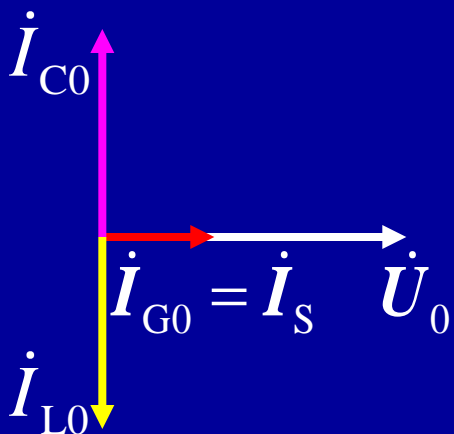
2 谐振时的电压和电流

电路谐振时

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{I}_s}{G} = \dot{I}_s R$$



达到最大值，此时电阻、电感和电容中电流为



$$\dot{I}_{R0} = G\dot{U}_0 = \dot{I}_s$$

$$\dot{I}_{L0} = \frac{1}{j\omega_0 L} \dot{U}_0 = -j \frac{R}{\omega_0 L} \dot{I}_s = -jQ\dot{I}_s$$

$$\dot{I}_{C0} = j\omega_0 C \dot{U}_0 = j\omega_0 RC \dot{I}_s = jQ\dot{I}_s$$

其中
$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{G\rho} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

称为GCL并联谐振电路的品质因数
谐振时电阻电流与电流源电流相等，
电感电流或电容电流的幅度为电流源
电流或电阻电流的 Q 倍，即 $I_{L0} = I_{C0} = QI_S$
并联谐振又称为电流谐振。

$\dot{I}_{C0} + \dot{I}_{L0} = 0$ LC并联支路相当于开路。

3 谐振时的功率和能量

设电流源 $i_S(t) = I_{Sm} \cos \omega_0 t$, 则:

$$u_0(t) = U_m \cos \omega_0 t = RI_{Sm} \cos \omega_0 t$$

$$i_{L0}(t) = -QI_{Sm} \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$$

$$i_{C0}(t) = QI_{Sm} \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$$

电感和电容吸收的瞬时功率分别为:

$$p_{L0}(t) = -QU_m I_{Sm} \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 t + 90^\circ) = QUI_S \sin 2\omega_0 t$$

$$p_{C0}(t) = -p_{L0}(t) = -QUI_S \sin 2\omega_0 t$$

由于 $i_{L0}(t) + i_{C0}(t) = 0$ （相当于虚开路），任何时刻进入电感和电容的总瞬时功率为零，即 $p_{L0}(t) + p_{C0}(t) = 0$ 。电感和电容与电流源和电阻间没有能量交换。

电流源发出的功率全部被电阻吸收，即 $p_S(t) = p_{R0}(t)$ 。能量在电感和电容间往复交换，形成电压和电流的正弦振荡。振荡角频率是 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 。

谐振时电感和电容的总能量保持
常量，即

$$w = w_{L0} + w_{C0} = LI_{L0}^2 = CU_{C0}^2 = CR^2 I_S^2$$

GCL并联电路的频率特性:

电路的阻抗为

$$Z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} = \frac{1}{G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} = \frac{1/G}{1 + j\left(\omega_0 C / G - \frac{1/G}{\omega_0 L}\right)}$$

代入 $Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1/G}{\omega_0 L}$

得:
$$Z(j\omega) = \frac{Z_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

由于 $\dot{U}_0 = Z_0 \dot{I}_s$

得:
$$\frac{\dot{U}}{\dot{U}_0} = \frac{Z}{Z_0} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = H(j\omega)$$

并联谐振电路的幅频特性曲线与串联谐振电路相同。

频带宽度:

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{G}{C}$$

例6 GCL并联谐振电路中，已知 $R=10\text{k}\Omega$, $L=1\text{H}$, $C=1\mu\text{F}$ 。试求电路的谐振角频率、品质因数和3dB带宽。

解：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \times 10^{-6}}} \text{rad/s} = 10^3 \text{rad/s}$$

$$Q = R\omega_0 C = \frac{R}{\omega_0 L} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 10$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = 100 \text{rad/s} \qquad \Delta f = \frac{100}{2\pi} \text{Hz} = 15.9 \text{Hz}$$

10-4-2 实际并联谐振电路

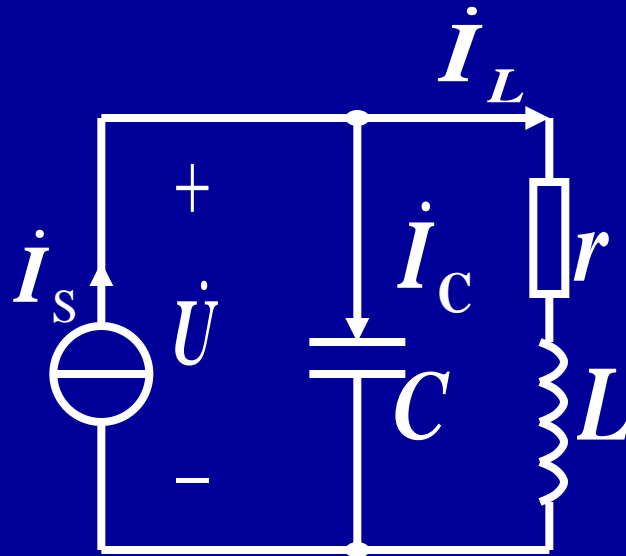
电感线圈和电容器并联而成。

策动点导纳为

$$Y(j\omega) = j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L}$$

$$= \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

当导纳的虚部为零时，发生并联谐振。得



$$C - \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2} = 0, \quad r^2 C + \omega^2 L^2 C = L$$

$$\omega^2 = \frac{(L - r^2 C)}{L^2 C}, \quad \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{r^2 C}{L}}$$

显然，在一般情况下。谐振频率与 r 、 L 、 C 均有关。

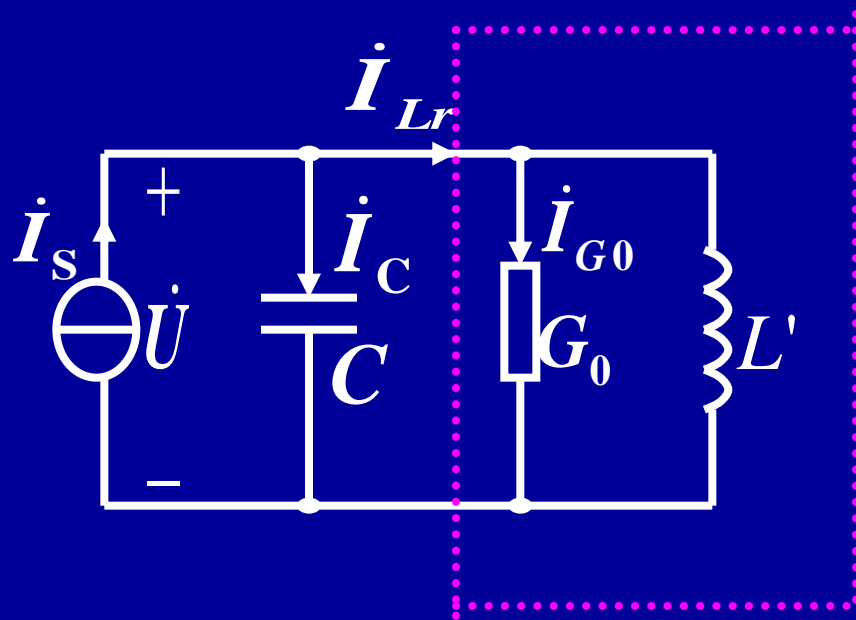
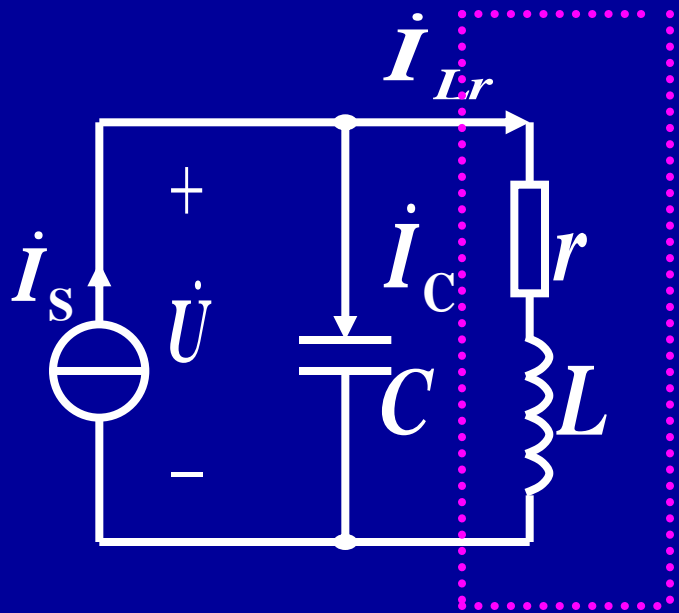
1. 当 $r^2 > \frac{L}{C}$ 时， ω 无实数解，表示电压和电流不可能同相；

2. 对 $r^2 < \frac{L}{C}$ 且 $r^2 \ll \frac{L}{C}$ 时，有

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

即谐振时: $Y(j\omega_0) \approx \frac{r}{\omega_0^2 L^2} + j(\omega_0 C + \frac{1}{\omega_0 L})$

谐振时的等效电路如下。图中 C 与原图一样



$$L' \approx L, \quad G_0 \approx \frac{r}{\omega_0^2 L^2} = \frac{C}{L} r$$

定义： 谐振阻抗

$$\begin{aligned} Z_0 = R_0 &= \frac{1}{G_0} = \frac{L}{C \cdot r} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r} = Q \cdot \rho \\ &= \frac{\omega_0^2 L^2}{r} = \frac{\omega_0^2 L^2}{r^2} \cdot r = Q^2 \cdot r \end{aligned}$$

谐振时电压

$$\dot{U}_0 = \dot{I}_s \cdot R_0 = \frac{L}{C \cdot r} \dot{I}_s$$

由RLC串联谐振电路： $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$

对偶地，GCL并联谐振电路： $Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG}$

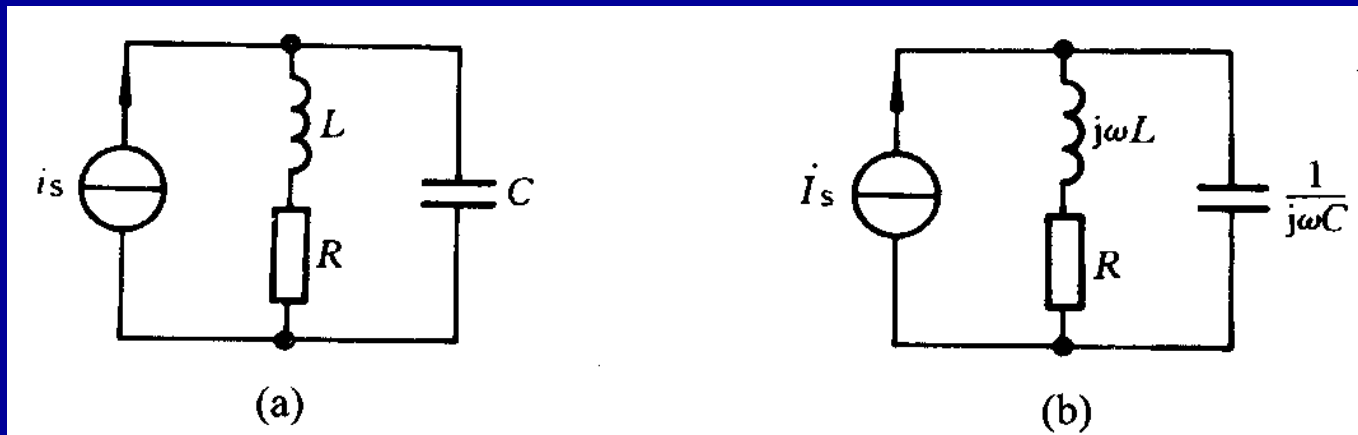
得到，实际的并联谐振电路的品质因数为：

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG} = \frac{1}{\omega_0 L \cdot \frac{r}{\omega_0^2 L^2}} = \frac{\omega_0 L}{r}$$

若定义：电感品质因数： $Q_L = \frac{\omega_0 L}{r}$

则： $Q = Q_L$ 。这也就是说：一个绕阻较小的线圈与一个电容组成的串联或并联谐振电路，其 Q 是相同的，都等于 Q_L ， ω_0 也相同。

例7 已知 $R=1\Omega$, $L=0.1\text{mH}$, $C=0.01\mu\text{F}$ 。
试求电路谐振角频率和谐振时的阻抗。



解：由相量模型图 (b) 写出驱动点导纳

$$Y(j\omega) = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right]$$

令虚部为零，得：

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = 0$$

由于 $\frac{L}{C} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.01 \times 10^{-6}} = 10^4 \gg 1^2$

所以

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \times 10^{-8}}} = 10^6 \text{ rad/s}$$

由于 $\omega_0 L \gg R$, 谐振时的阻抗

$$Z(j\omega_0) = \frac{L}{CR} = \frac{10^{-4}}{10^{-8} \times 1} = 10 \text{ k}\Omega$$

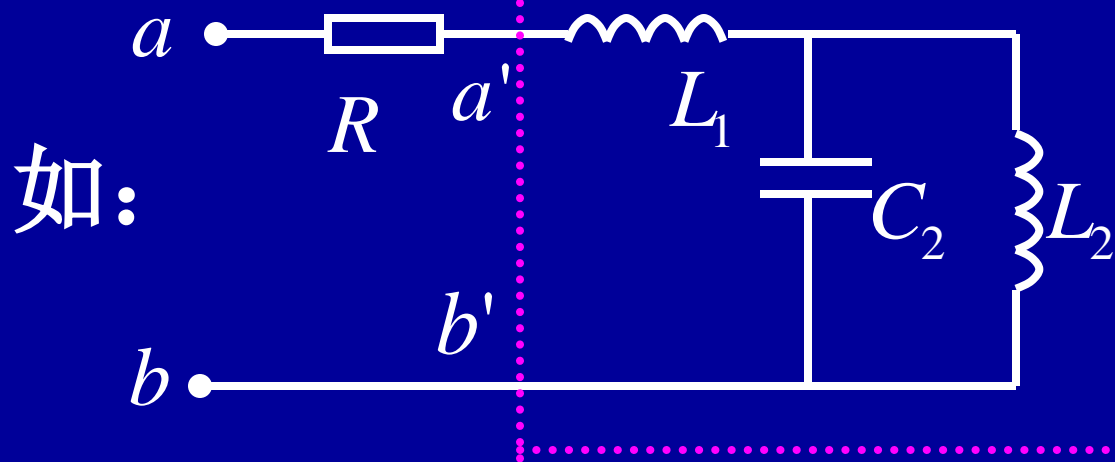
串联谐振和并联谐振概念的推广：

策动点阻抗虚部为零时，电路发生
串联谐振

策动点导纳虚部为零时，电路发生
并联谐振

由多个电抗元件组成局部电路的串、并联谐振频率的计算。

一般方法:



需计算阻抗或导纳，取其虚部=0来计算相应的谐振频率。

带有技巧的方法:

串联谐振，相当于 $a'b'$ 短路，故

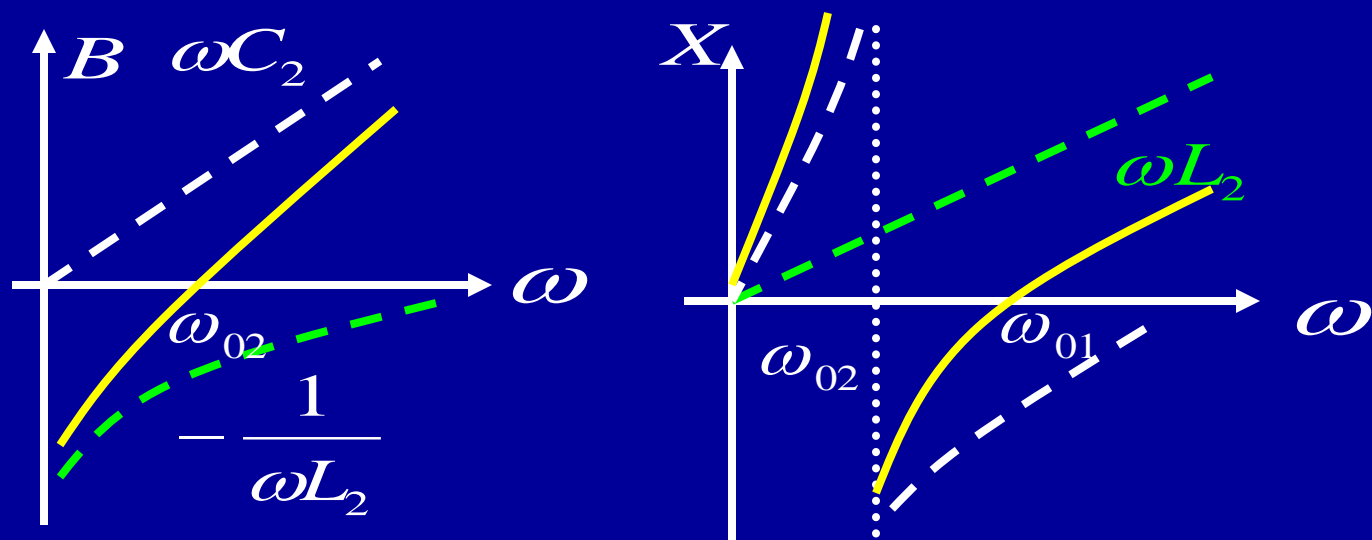
$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{C_2(L_1 // L_2)}}$$

并联谐振，相当于 $a'b'$ 开路，故

$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{C_2 L_2}}$$

用电抗曲线 ($X \sim \omega$ 曲线) 和

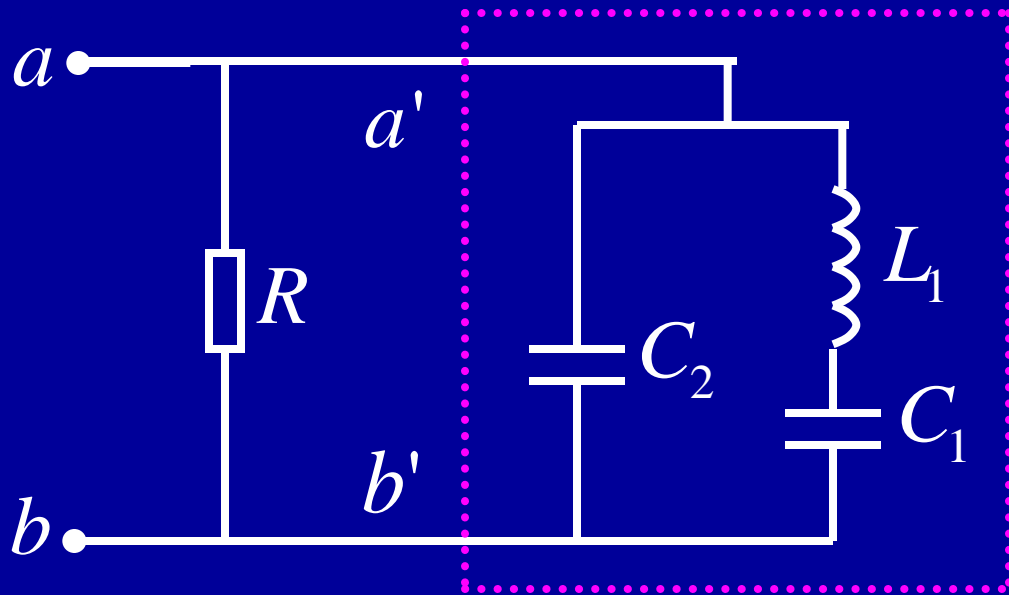
电纳曲线 ($B \sim \omega$ 曲线) 可进一步理解:



曲线在下方的部分频率为容性;

曲线在上方的部分频率为感性。

例：求电路的串、并联谐振频率。



解：串联谐振频率：

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}}$$

并联谐振频率：

$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$

例8 试求 C_1 和 C_2 。已知: $L=20\text{mH}$,

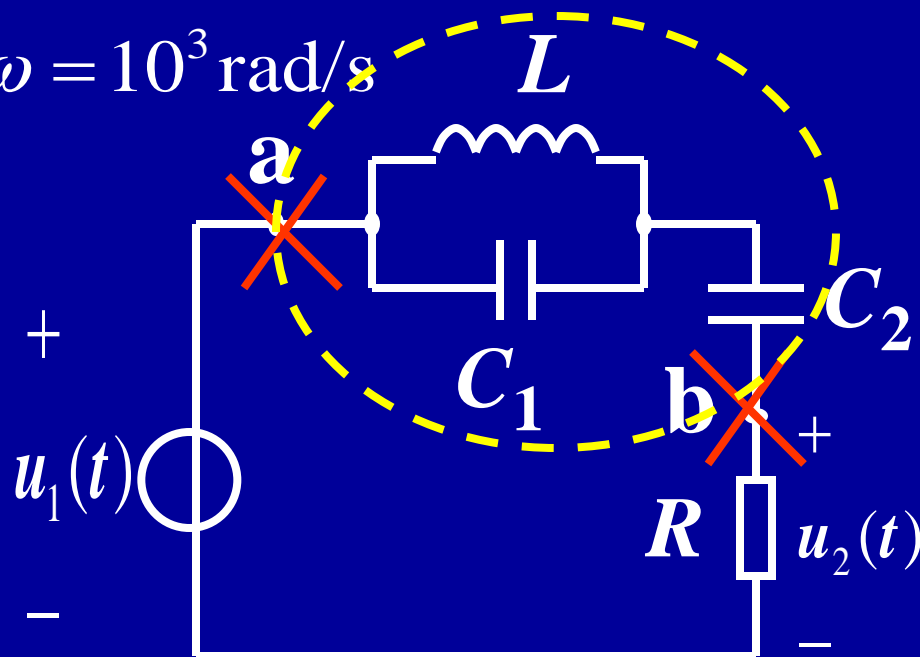
$$u_1(t) = 25 \cos \omega t + 10 \cos(3\omega t + 30^\circ) \text{V},$$

$$u_2(t) = 25 \cos \omega t \text{V}, \omega = 10^3 \text{rad/s}$$

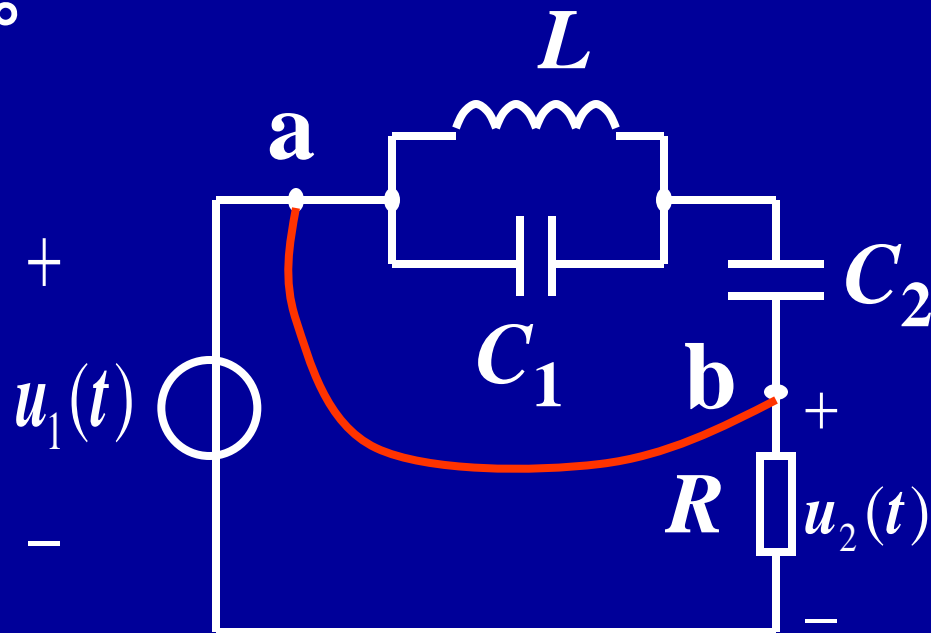
解: $u_1(t)$ 中 3ω 分量在R上无输出, a, b相当于开路, 并联谐振。

$$3\omega = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$$

$$C_1 = \frac{1}{(3\omega)^2 L} = \frac{1}{(3 \times 10^3)^2 \times 20 \times 10^{-3}} = 5.56 \mu\text{F}$$



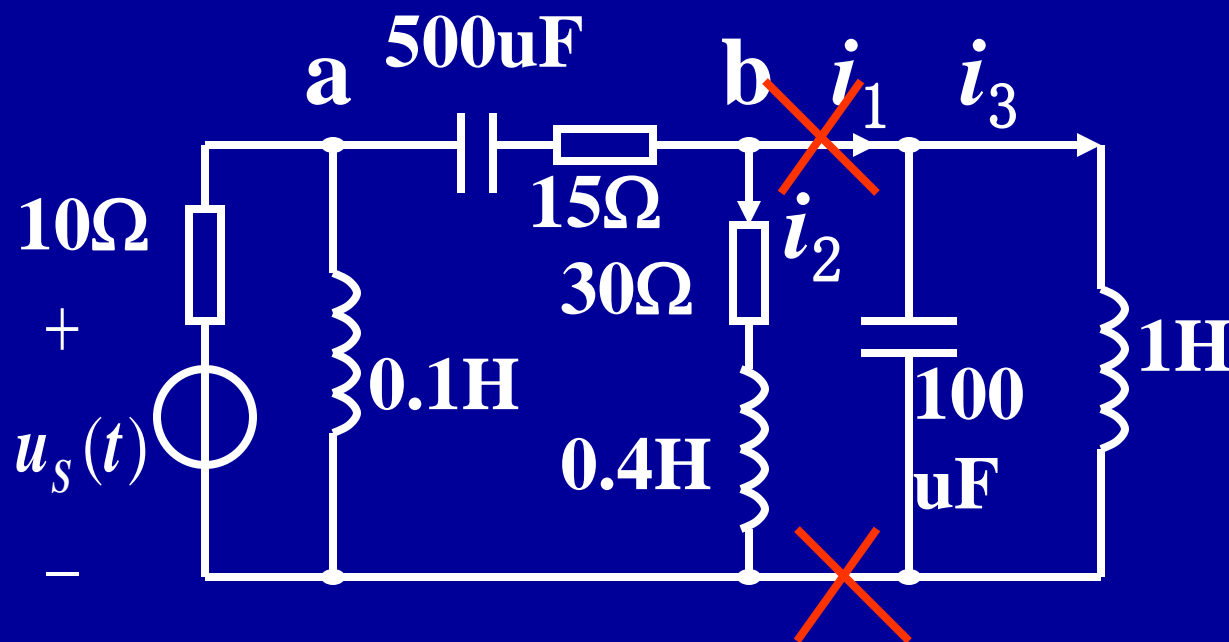
$u_1(t)$ 中 ω 分量在 R 上全部输出，a-b 相当于短路串联谐振。



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} - C_1 = 50 - 5.56 \mu \text{ F} = 44.44 \mu \text{ F}$$

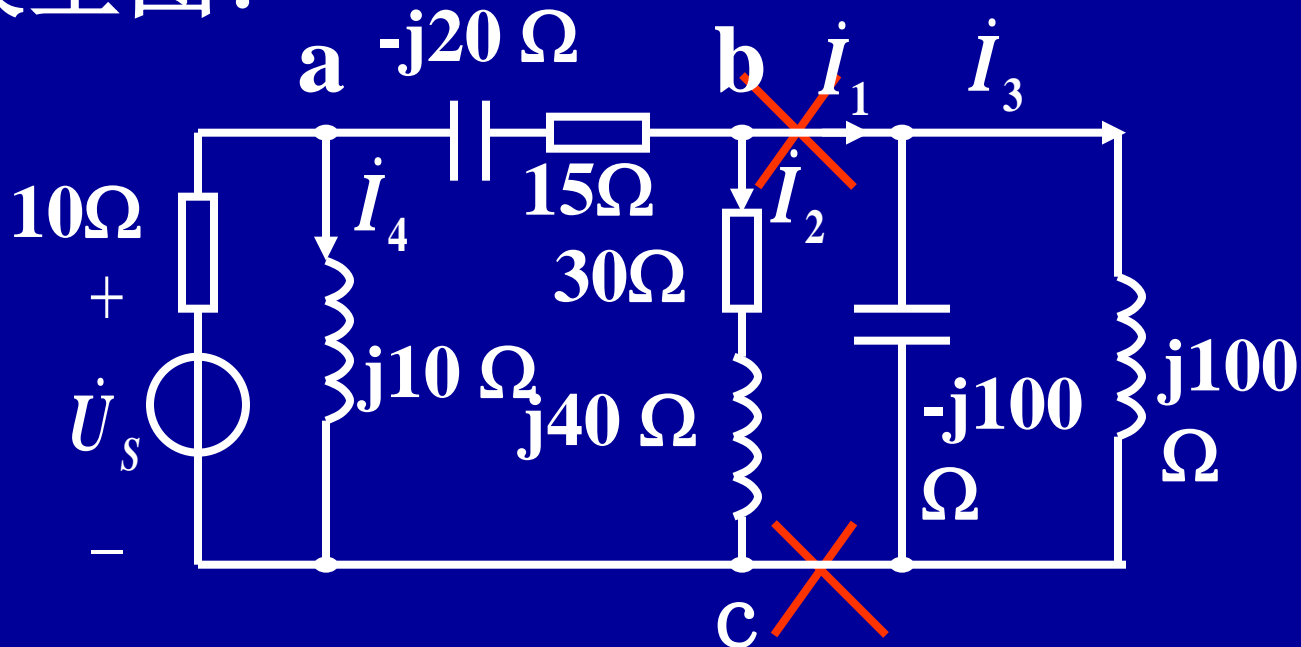
例9 调节电源频率时发现：当电流 i_1 为零时， i_3 为最大，其有效值 $I_3=1\text{A}$ 。试求此时电源电压 $u_S(t)$ 。



解： i_1 为零，相当于开路，发生并联谐振。

$$\omega = 1 / \sqrt{1 \times 100 \times 10^{-6}} = 100 \text{ rad/s}$$

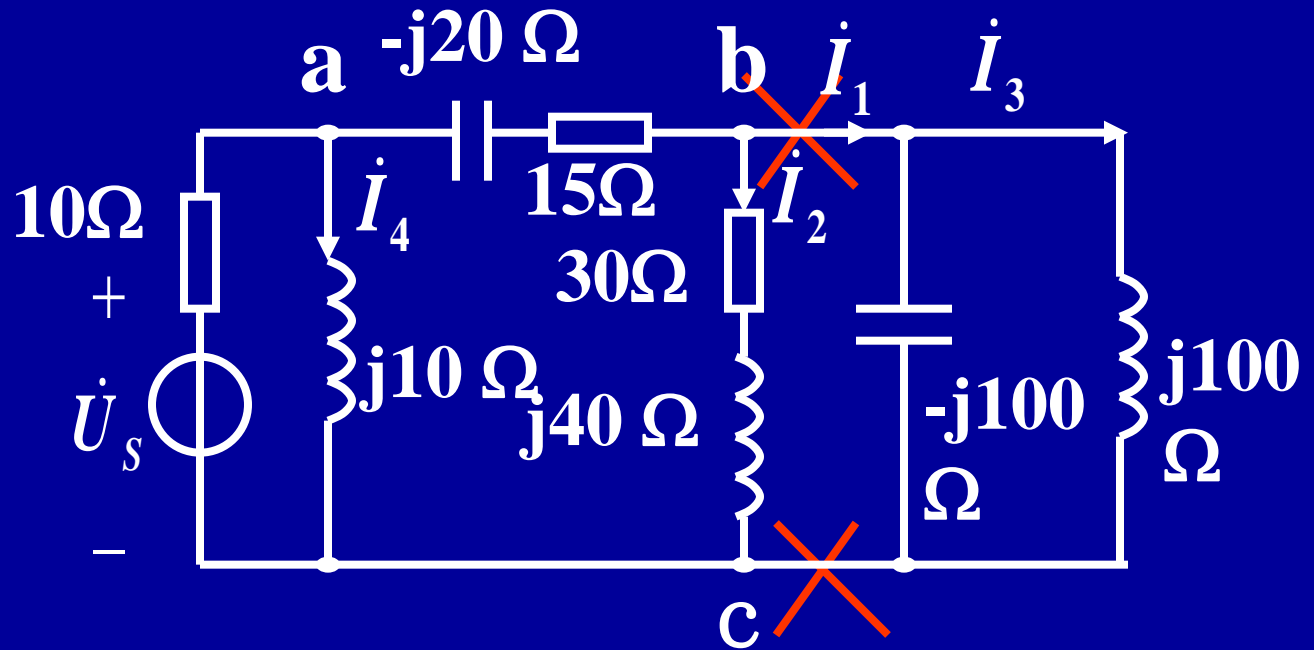
作相量模型图：



设参考相量： $\dot{I}_3 = 1\angle 0^\circ$

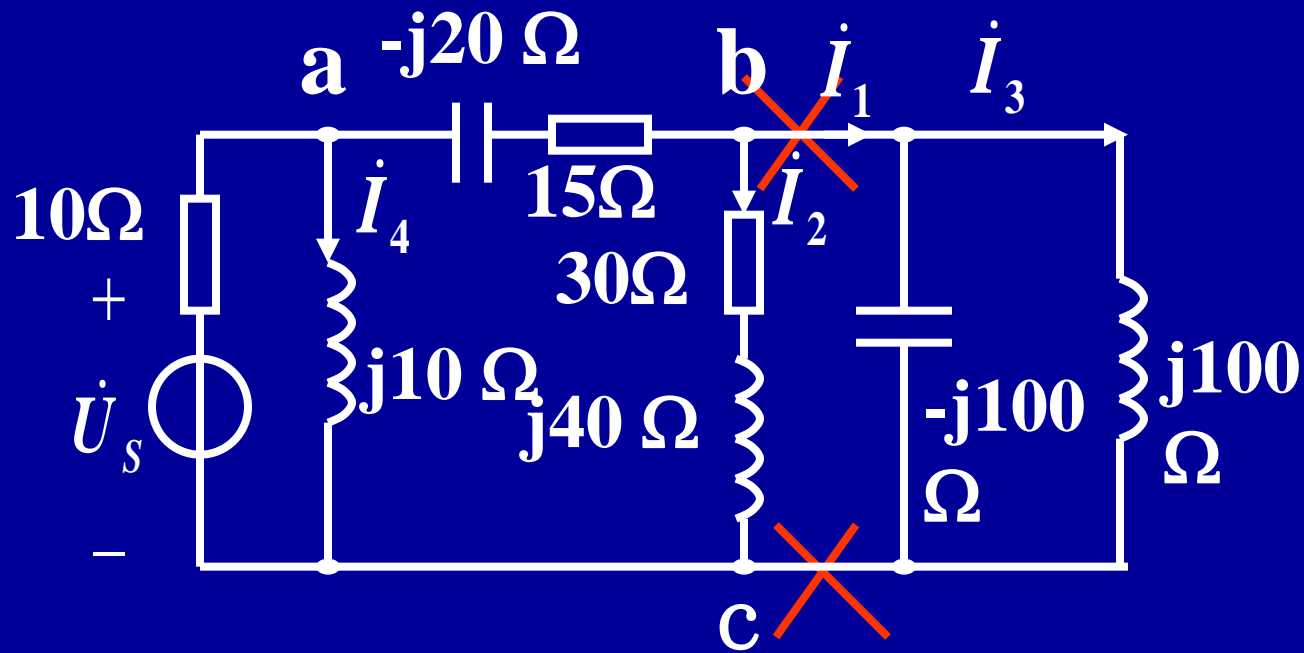
则： $\dot{U}_{bc} = j100\text{V}$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{30 + j40} = 2\angle 36.9^\circ$$



$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{ac} &= (15 - j20 + 30 + j40) \dot{I}_2 \\
 &= 49.24 \angle 23.96^\circ \times 2 \angle 36.9^\circ \\
 &= 98.5 \angle 60.9^\circ = 48 + j86.1
 \end{aligned}$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{ac}}{j10} = 8.61 - j4.8$$

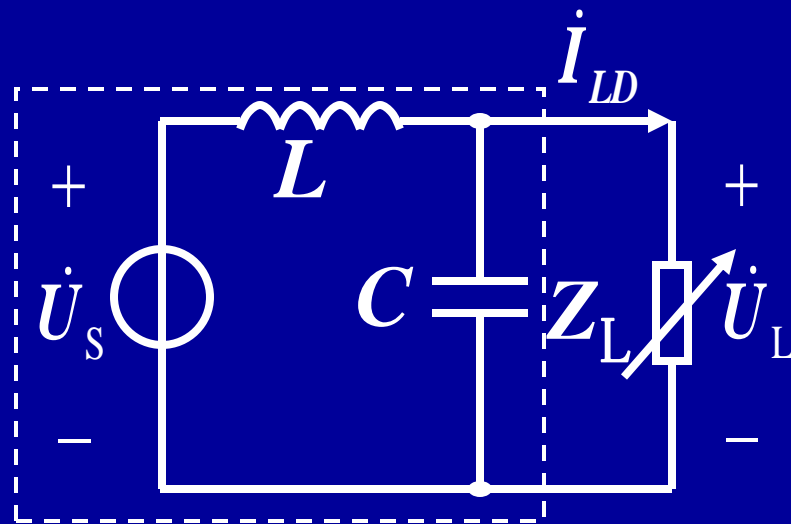


$$\begin{aligned}
 \dot{U}_S &= (\dot{I}_2 + \dot{I}_4)10 + \dot{U}_{ac} \\
 &= (10.2 - j3.6)10 + 48 + j86.1 \\
 &= 150 + j50 = 158.1 \angle 18.4^\circ
 \end{aligned}$$

$$u_S(t) = 158.1\sqrt{2} \cos(100t + 18.4^\circ) \text{ V}$$

例10 $U_S=200V$, $f=50Hz$ 。 (1) 调 Z_L 时发现: I_{LD} 的有效值始终保持10A, 试确定L和C。 (2) 当 $Z_L=11.7-j30.9\Omega$ 时, 求 $u_L(t)$ 。

解: (1) 调 Z_L 时 I_{LD} 不变, 虚线框中等效恒流源。



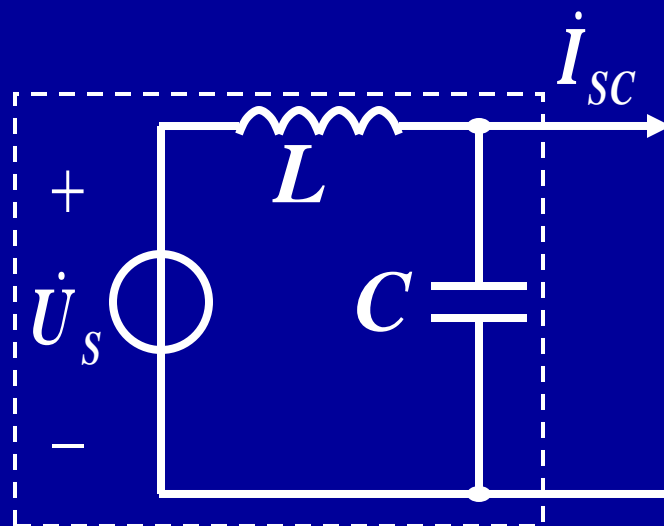
诺顿定理求, 设: $\dot{U}_S = 220\angle 0^\circ$

$$\dot{I}_{sc} = \frac{\dot{U}_s}{j\omega L} = -j \frac{\dot{U}_s}{\omega L}$$

$$I_{sc} = \frac{U_s}{\omega L} = I_{LD} = 10\text{A}$$

所以

$$L = \frac{U_s}{2\pi f \times 10} = \frac{220}{20\pi \times 50} = 0.07\text{H}$$



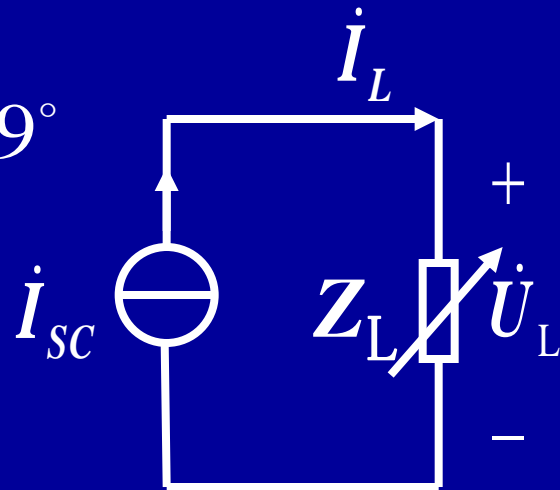
输入导纳:

$$Y_0 = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = 0 \Rightarrow \frac{1}{\omega L} = \omega C$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = 144.9\mu\text{F}$$

(2) 当 $Z_L=11.7-j30.9\Omega$ 时

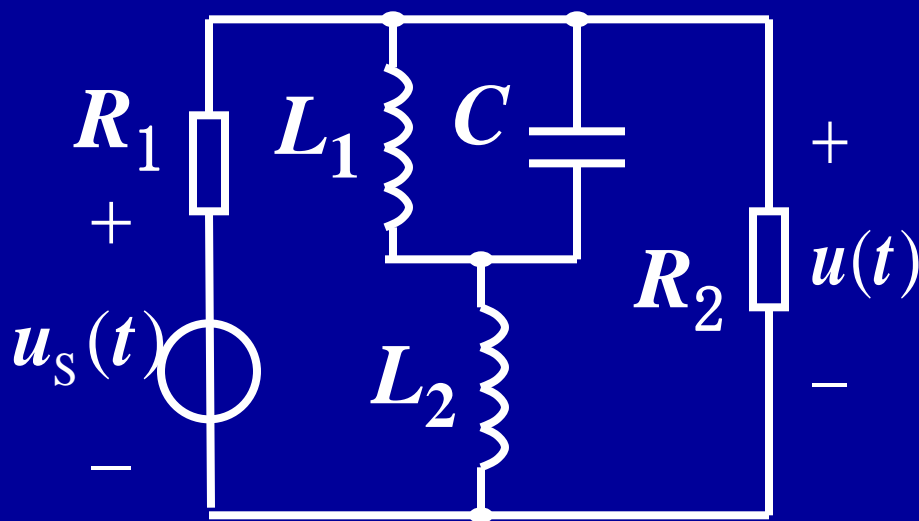
$$\begin{aligned}\dot{U}_L &= \dot{I}_{sc} Z_L = -j10 \times 33 \angle -69^\circ \\ &= 330 \angle -159^\circ\end{aligned}$$



可得时域表达式

$$u_L(t) = 330\sqrt{2} \cos(314t - 159^\circ) \text{ V}$$

例11 $u_s(t)=5+10\cos(10t)+15\cos(30t)$ 伏,
 $R_1=R_2=5\Omega$, $L_1=0.4\text{H}$, $L_2=0.05\text{H}$,
 $C=0.025\text{F}$, 求 $u(t)$ 。



解：用叠加定理求解：

5V单独作用时，电感视为短路，得：

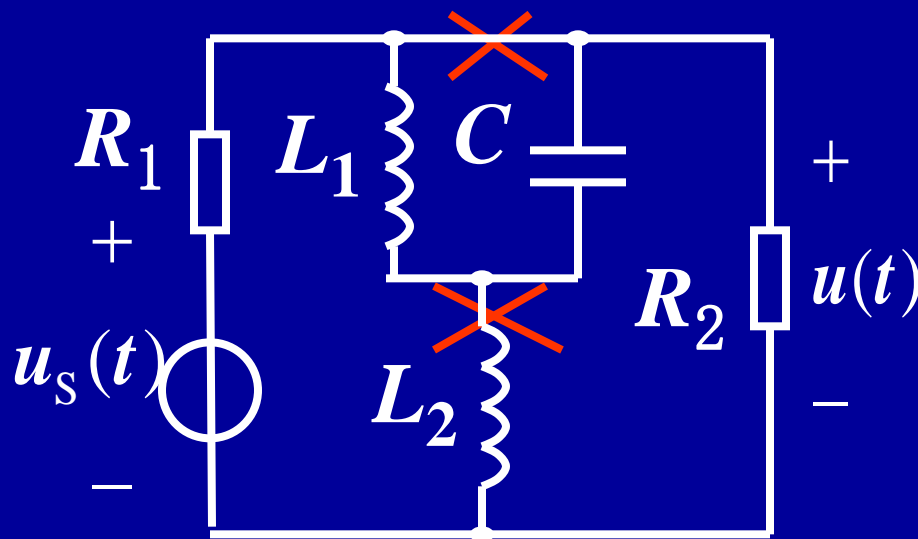
$$u_1(t)=0$$

$u_{s2}(t)=10\cos(10t)$
单独作用时，由于

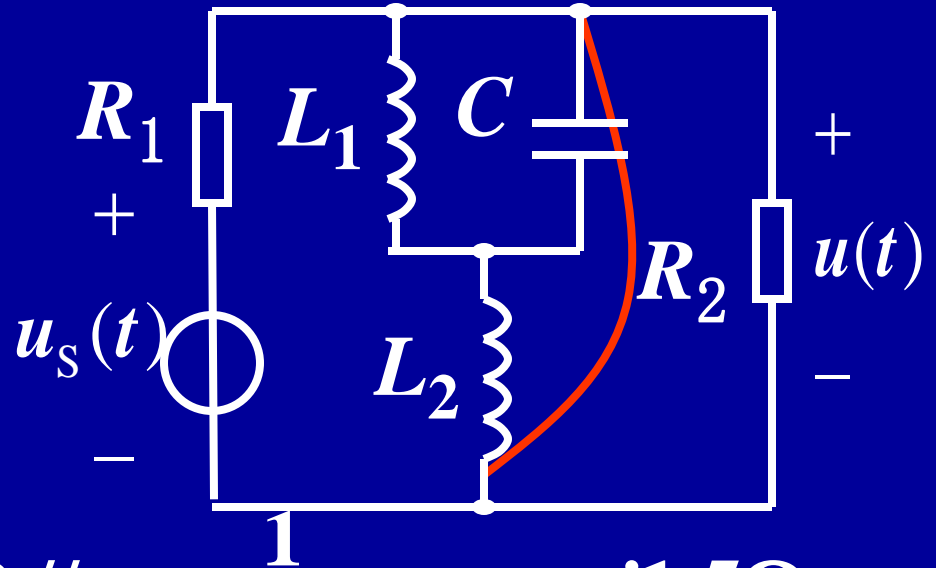
$$\frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = \frac{1}{\sqrt{0.4 \times 0.025}} = 10 \text{ rad/s}$$

L_1, C 对电源 $u_{s2}(t)$ 发生并联谐振，电抗支路视为开路，

$$u_2(t) = 0.5u_{s2}(t) = 5\cos(10t) \text{ V}$$



$u_{S3}(t)=15\cos(30t)$
单独作用时，由于



$$j\omega L_1 // \frac{1}{j\omega C} = (j30 \times 0.4) // \frac{1}{j30 \times 0.025} = -j1.5\Omega$$

$$j\omega L_2 = j30 \times 0.05 = j1.5\Omega$$

电抗支路等效阻抗为零。电抗支路对电源 $u_{S3}(t)$ 发生串联谐振， $u_3(t)=0$

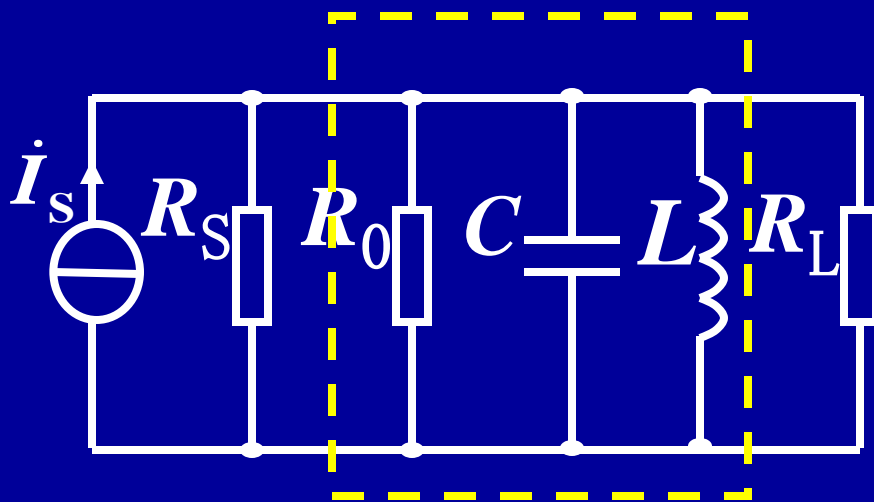
$$u(t)=u_1(t)+u_2(t)+u_3(t)=5\cos(10t)\text{V}$$

10-5 电源内阻及负载电阻对谐振的影响

10-5-1 加载回路

$$G_S = \frac{1}{R_S}, G_L = \frac{1}{R_L}, G_0 = \frac{1}{R_0}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



总电导为: $G_0' = G_S + G_L + G_0$

谐振阻抗: $Z_0' = R_0' = \frac{1}{G_0'}$

空载时品质因数： $Q = \frac{1}{G_0} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\sqrt{C/L}}{G_0}$

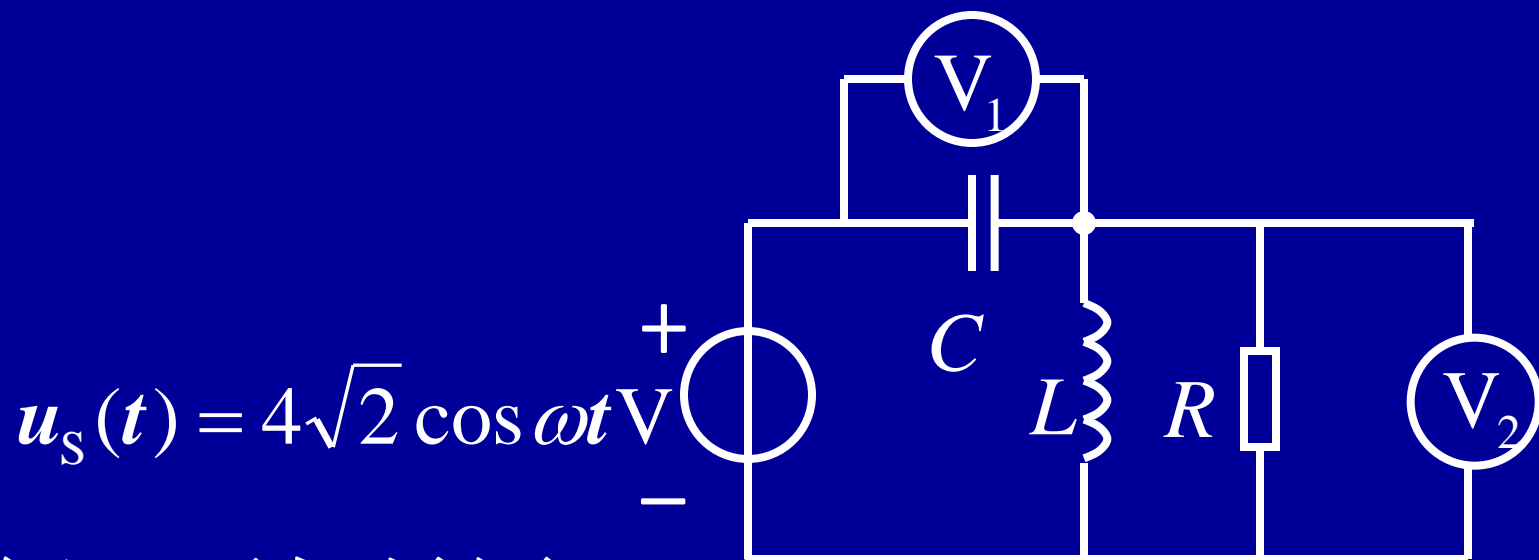
加载后品质因数：

$$\begin{aligned} Q' &= \frac{1}{G_0'} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\sqrt{C/L}}{G_S + G_L + G_0} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{G_S}{G_0} + \frac{G_L}{G_0}} \cdot Q \end{aligned}$$

结论：加载后，品质因数比空载时下降，选择性变差，通频带变宽。

可见，为了不使品质因数下降太多，并联谐振电路希望与高内阻电源相接。

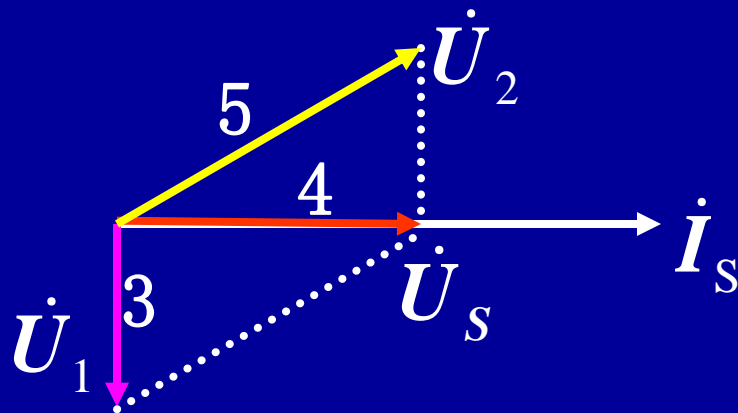
例：已知电路发生了串联谐振，电压表1读数为3V，试求：电压表2的读数和 Q 值。



解：画相量图：

显然，

$$Q = \frac{U_{C0}}{U_s} = \frac{V_1}{U_s} = \frac{3}{4} = 0.75$$



摘 要

1. 正弦稳态网络函数定义为

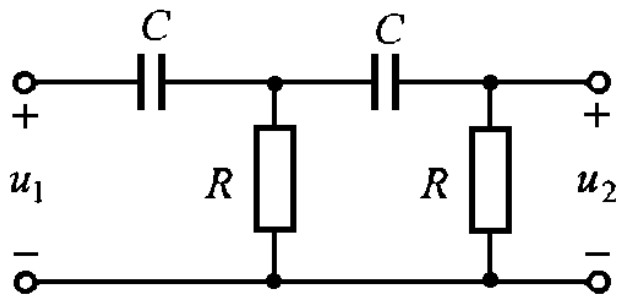
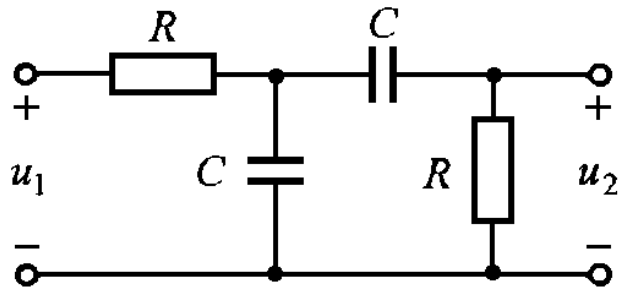
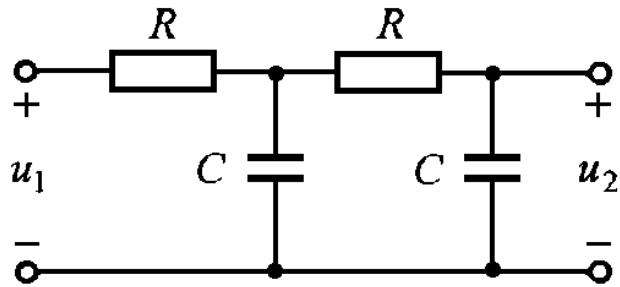
$$H(j\omega) = \frac{\text{输出相量}}{\text{输入相量}} = |H(j\omega)| \angle \theta(\omega)$$

网络函数反映网络本身特性，与激励电压或电流无关。已知网络函数 $H(j\omega)$ ，给定任意正弦输入 $u_i(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ ，输出正弦波为

$$u_o(t) = |H(j\omega)| U_m \cos[\omega t + \varphi_i + \theta(\omega)]$$

2. 一般来说, 动态电路网络函数的振幅 $|H(j\omega)|$ 和相位 $\theta(\omega)$ 是频率 ω 的函数。据此画出的幅频特性和相频特性曲线可直观地反映出网络对不同频率正弦信号呈现的不同特性。利用这些曲线可设计出各种频率滤波器和移相器。

3. RC和RL电路可实现低通、高通、带通等滤波特性。



二阶RC通滤波电路
及其电压转移网络函
数如下：

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 R^2 C^2 + j3\omega RC} \quad \text{低通}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 - \omega^2 R^2 C^2 + j3\omega RC} \quad \text{带通}$$

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega RC)^2}{1 - \omega^2 R^2 C^2 + j3\omega RC} \quad \text{高通}$$

4. RLC串联电路的谐振条件是

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振时驱动点阻抗为 $Z(j\omega_0) = R$

呈现纯电阻，且为最小值。

串联谐振时，电感和电容电压的幅度相等，等于端口电压或电阻电压的 Q 倍，

即 $U_{L0} = U_{C0} = QU_S = QU_{R0}$

其中 $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

5. RLC并联电路的谐振条件是

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振时的驱动点导纳为 $Y(j\omega_0) = G = \frac{1}{R}$

呈现纯电阻，且为最小值。

并联谐振时，电感和电容电流的幅度相等，等于端口电流或电阻电流的 Q 倍，

即 $I_{L0} = I_{C0} = QI_S = QI_{R0}$

其中 $Q = \frac{R}{\omega_0 L} = R\omega_0 C = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

6. RLC串联电路的转移电压比 和RLC并联电路的转移电流比具有相同的形式

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

具有带通滤波特性。带宽为

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \quad \text{或} \quad \Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

Q 越高，带宽越窄，曲线越尖锐，对信号的选择性越好。品质因数 Q 较大时，带通滤波特性的中心频率就是电路的谐振频率，即为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 或 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$