数值分析编程实验一

2018011324

计82

尤艺霖

实验题目：（截取自下发文件）

实验一

第一章上机题1: 用 MATLAB 编程实现例 1. 4 , 绘出图 1 - 2 , 体会两种误差对结果的不同影响.

第一章上机题3: 编程观察无穷级数

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$$

的求和计算.

(1) 采用 IEEE 单精度浮点数, 观察当 n 为何值时, 求和结果不再变化, 将它与理论分析的结论进行比较 (注: 在MATLAB 中可用 single 命令将变量转成单精度浮点数).

(2) 用 IEEE 双精度浮点数计算 (1) 中前 n 项的和, 评估 IEEE 单精度浮点数计算结果的误差.

(3) 如果采用 IEEE 双精度浮点数, 估计当 n 为何值时求和结果不再变化, 这在当前做实验的计算机上大概需要多长的计算时间?

实验报告：

1.第一章上机题1：

思路：

按照书上例1-4的内容，考察$sin(x)$在1处的倒数。

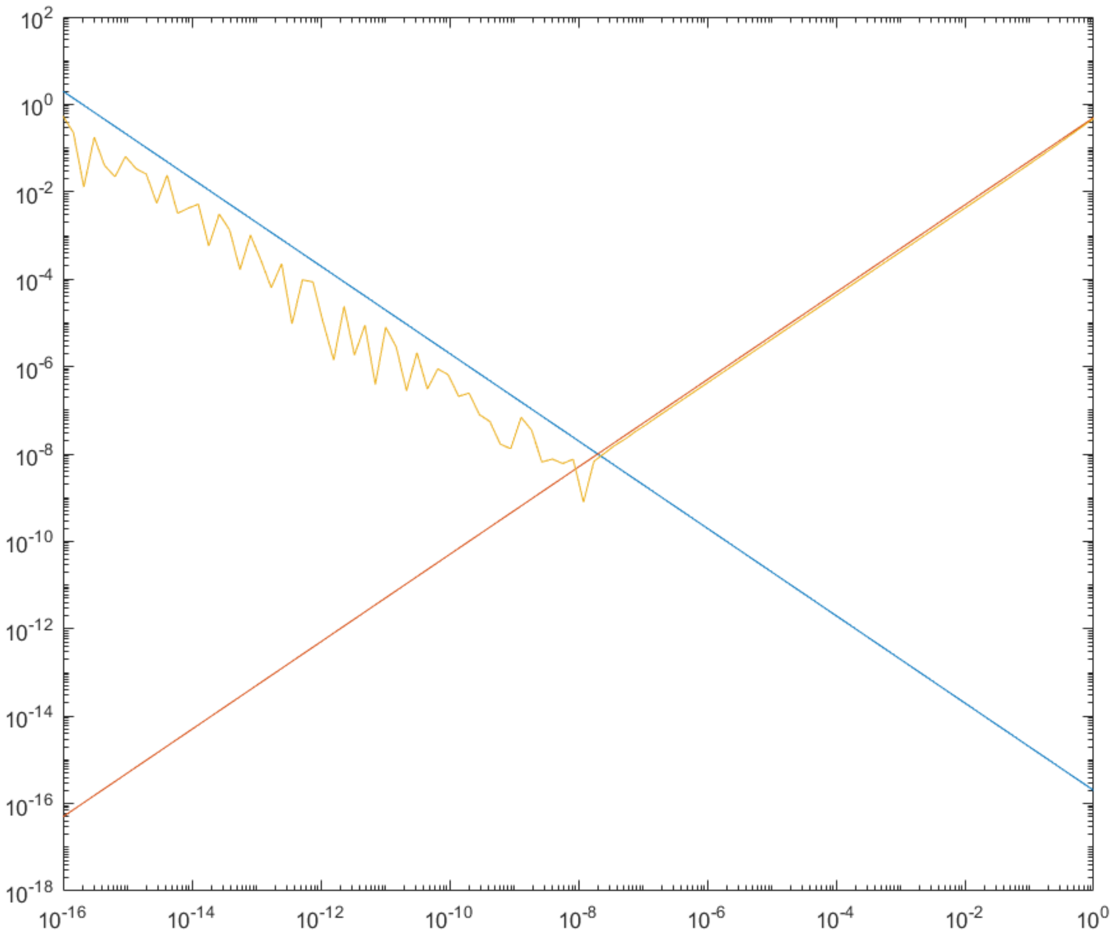
使用差商近似作为近似值，即$f'(x)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

估算截断误差为$Mh/2$，舍入误差为$2\epsilon/h$

取$M=1$，$\epsilon=10^{-16}$

实验结果：

绘制对数坐标轴的图如下所示：



图中蓝线为舍入误差，红线为截断误差，黄线为实际误差。

由于是对数坐标轴，可以看出两种误差之间一定有一种占主导，而两种误差接近时，实际误差也最小。

代码：

代码置于src目录下problem11.m中：

```
x=logspace(-16,0,100);%对应式子里的h，用等比数列生成
invx=logspace(16,0,100);
x1=logspace(0,0,100);%全1向量
M=1;
epsi=1e-16;
res=abs(((sin(x1+x)-sin(x1))./x)-cos(x1));%实际误差
jieduan=(M/2)*x;%截断误差
sheru=(2*epsi)*invx;%舍入误差
loglog(x,sheru,x,jieduan,x,res);%绘图
```

2.第一章上机题3:

思路:

首先估算第一问需要的范围。

估算最终结果在10左右，由机器精度6×10^{-8}估计，最终n应当在1.6×10^6左右。将循环上限粗略放在3×10^6

然后直接用循环寻找求和结果不再变化的具体的点，并顺便完成后两问。

实验结果:

运行到$n=2097152$时求和结果不再改变，与预计结果相差不大。用时0.013051秒。

此时单精度求和结果为15.4036827，双精度求和结果为15.133306695078193。

此时双精度可认为是精确值，算得相对误差为1.79%

对于双精度求和结果何时不再变化的估算:

估算最终结果在40到50左右，由机器精度1×10^{-16}估计，最终n应当在1×10^{15}左右，估算用时:

$$T=\frac{0.013051\times10^{15}}{2097152}\approx6223202s\approx1729h$$

代码:

代码置于src目录下problem14.m中:

```
format long;
ss=single(0);%单精度总和
lastss=single(0);%记录上一次的改变
doubless=double(0);%双精度总和
res=0;
tic;
for i=1:3000000
    doubless=doubless+double(1/i);
    ss=ss+single(1/i);
    if ss==lastss%判断是否不改变
        res=i;
        break;
    end
    lastss=ss;
end
toc;%计时
ss
doubless
err=abs(ss-doubless)/doubless%输出相对误差
res
```