

图 1 针孔相机模型

## 1 相机模型中的四个坐标系

世界坐标系，相机坐标系，图像坐标系，像素坐标系。

## 2 齐次坐标和非齐次坐标

三维世界中的非齐次坐标  $\tilde{P} = (X', Y', Z')$ ，齐次坐标  $P = (X, Y, Z, S)$

$$X' = \frac{X}{S}$$

$$Y' = \frac{Y}{S} \quad 1$$

$$Z' = \frac{Z}{S}$$

## 3 世界坐标系→相机坐标系

$$\tilde{P}_c = R\tilde{P}_w + t \quad 2$$

其中R为旋转矩阵，大小 3\*3，自由度为 3，t为平移矩阵，大小 3\*1，自由度为 3。

## 4 相机坐标系->图像坐标系

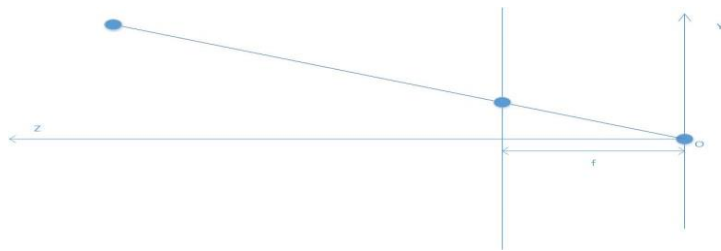


图 2 Y 方向平面图

$$x_i = \frac{f_x}{Z_c} X_c$$

3

$$y_i = \frac{f_y}{Z_c} Y_c$$

其中 $f_x$ 和 $f_y$ 是 X 和 Y 方向的焦距，单位物理单位 mm。

## 5 图像坐标系->像素坐标系

$$u = s_x x_i + c_x$$

$$v = s_y y_i + c_y$$

4

其中 $s_x$ 和 $s_y$ 代表每毫米多少个像素， $c_x$ 和 $c_y$ 代表图像坐标系原点在像素坐标系中的坐标

## 6 相机数学模型的矩阵表示

$$s \mathbf{m}' = A[R|t]M'$$

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

5

其中 A 为内参矩阵 $f_x$ 和 $f_y$ 是 X 和 Y 方向的焦距，单位为像素，由于是齐次坐标表示所以乘以内核非零常数 s，坐标值不改变。

## 7 近红外深度图对齐到彩色图

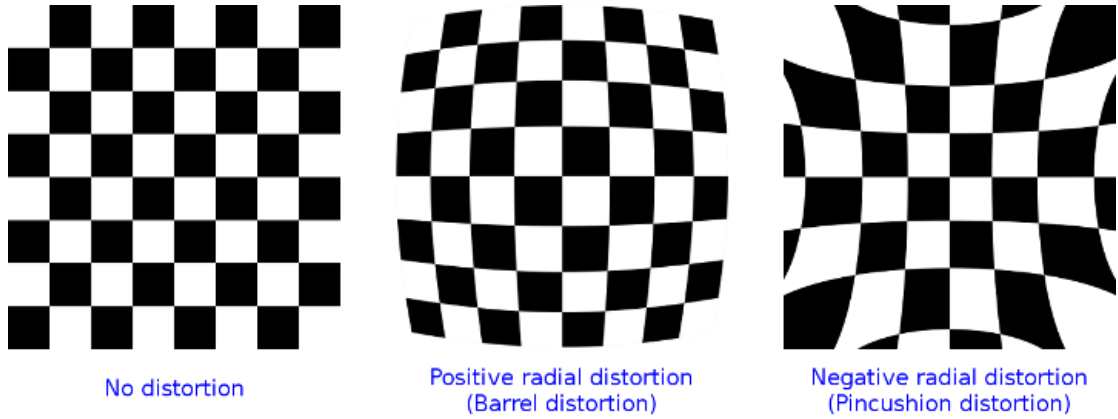
$$\begin{aligned}
 P_{ir\_c} &= R_{ir}P_w + t_{ir} \\
 P_{rgb\_c} &= R_{rgb}P_w + t_{rgb} \\
 P_w &= R_{ir}^{-1}(P_{ir\_c} - t_{ir}) \\
 P_w &= R_{rgb}^{-1}(P_{rgb\_c} - t_{rgb}) \\
 P_{rgb\_c} &= R_{rgb}R_{ir}^{-1}P_{ir\_c} - R_{rgb}R_{ir}^{-1}t_{ir} + t_{rgb}
 \end{aligned}$$

6

## 8 相机的畸变模型

### 8.1 径向畸变

镜像畸变分为：枕形畸变、桶形畸变



$$\tilde{x} = x \frac{1+k_1r^2+k_2r^4+k_3r^6}{1+k_4r^2+k_5r^4+k_6r^6}$$

7

$$\tilde{y} = y \frac{1+k_1r^2+k_2r^4+k_3r^6}{1+k_4r^2+k_5r^4+k_6r^6}$$

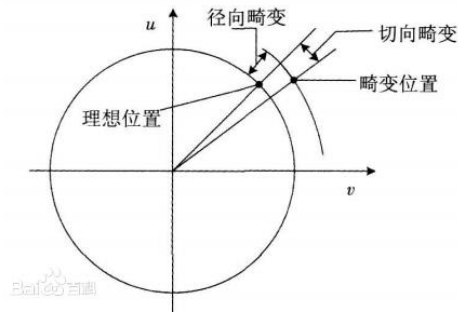
其中 $x, y$ 相机坐标的归一化表示，为理想无畸变坐标， $\tilde{x}, \tilde{y}$ 为真实坐标，即畸变后的坐标， $r^2 = x^2 + y^2$

产生原因：

枕形畸变：又称鞍形形变，视野中边缘区域的放大率远大于光轴中心区域的放大率

桶形畸变，与枕形畸变相反，视野中光轴中心区域的放大率远大于边缘区域的放大率

物理：在直径  $r$  处坐标在  $r$  方向外扩或者内缩



## 8.2 切向畸变

切向畸变就是矢量端点沿切线方向发生的变化，也就是角度的变化  $dt$

$$\tilde{x} = x + 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)$$

$$\tilde{y} = y + p_1(r^2 + 2x^2) + 2p_2xy$$

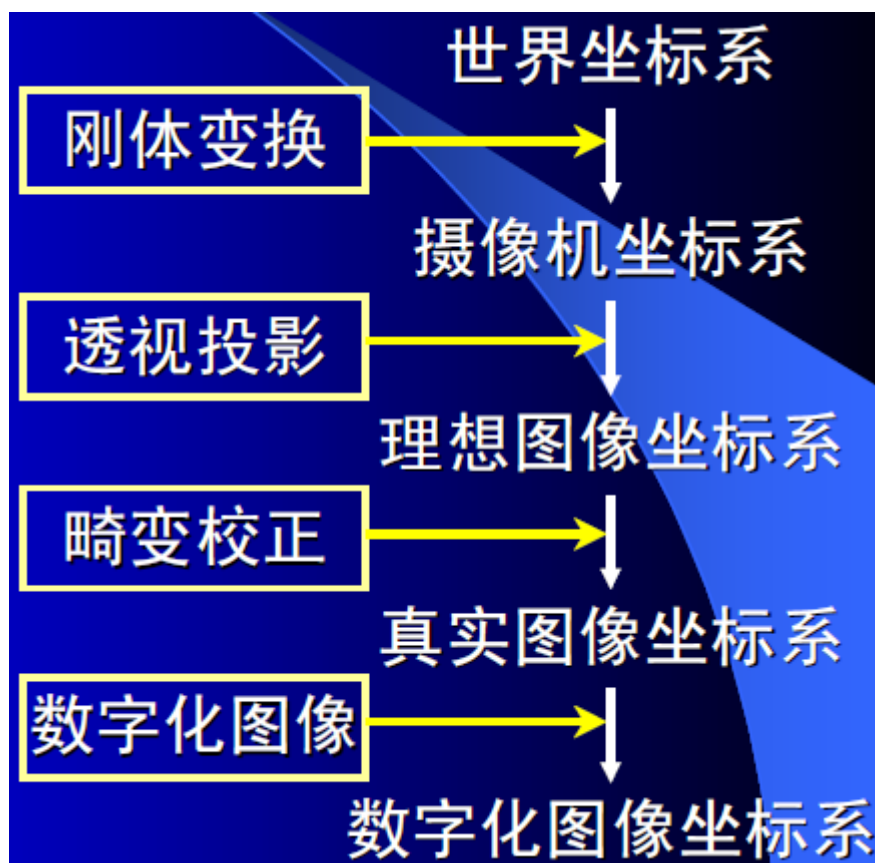
原因：向畸变是由于摄像机制造上的缺陷使得透镜本身与图像平面不平行而产生的

## 8.3 薄棱镜畸变

原因：镜头设计缺陷与加工安装误差所造成

$$\tilde{x} = x + s_1r^2 + s_2r^4$$

$$\tilde{y} = y + s_3r^2 + s_4r^4$$



$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + t$$

$$x' = x/z$$

$$y' = y/z$$

$$x'' = x' \frac{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1+k_4 r^2 + k_5 r^4 + k_6 r^6} + 2p_1 x' y' + p_2 (r^2 + 2x'^2) + s_1 r^2 + s_2 r^4$$

$$y'' = y' \frac{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1+k_4 r^2 + k_5 r^4 + k_6 r^6} + p_1 (r^2 + 2y'^2) + 2p_2 x' y' + s_3 r^2 + s_4 r^4$$

$$\text{where } r^2 = x'^2 + y'^2$$

$$u = f_x * x'' + c_x$$

$$v = f_y * y'' + c_y$$