

# C++

day2 SH-B260102 集训-讲解

# T1 躲猫猫

樂園小屋  
OH MY HOUSE

请同学写出题目大意  
已知什么求什么

B在数轴某处,有N条信息描述  
每条信息,要么说 $B \leq p_i$   
要么说 $B \geq p_i$   
有些信息是假的  
求假信息的最少数量

请同学阅读[数据规模和约定]  
识别部分得分点

【数据规模与约定】

$1 \leq N \leq 1000$ 。

$0 \leq p_i \leq 10^9$ 。

输入样例

2

G 3

L 5

输出样例

0

有可能没有假信息

输入样例

2

G 3

L 2

输出样例

1

不能同时为真

至少有一条假消息

## 数学性质

若  $x \leq L_1$  为真，且  $L_1 \leq L_2$ ，则  $x \leq L_2$  为真

若  $x \geq G_1$  为真，且  $G_2 \leq G_1$ ，则  $x \geq G_2$  为真

若  $G \leq x \leq L$ ，必须  $G \leq L$ ，否则  $x$  无解

$\geq G_j$      $\leq L_i$

# 算法分析

目标：兼容的信息条数最大化

将 $\leq$ 关系加入L数组

将 $\geq$ 关系加入G数组

对L和G按从小到大排序

哪怕没有一对 $L_i$ 和 $G_j$ 同真  
同时为真的信息条数也至少是  
 $\max(cntL, cntG)$

枚举所有 $L_i$ 和 $G_j$ 组合

只要 $G_j \leq L_i$

说明至少这一对关系可同真

此时，至少 $L_i, L_{i+1}, \dots, L_{cntL}$ 同时为真  
且至少 $G_1, G_2, \dots, G_j$ 同时为真

此时为真的关系数至少是 $(cntL - i + 1) + j$

可能有一些 $G_{p(p>j)}$ 和 $L_{q(q<i)}$ 仍可同时满足  
但当枚举到所有 $L_{i' (i' \leq i)}$ 和 $G_{j' (j' >= j)}$ 的组合  
总有一个时候  
这两段中间没有其他关系

```

7    cin>>n;
8    for(int i=1;i<=n;i++){
9        cin>>ch>>t;
10       if(ch=='L') L[++cntL]=t;
11       else G[++cntG]=t;
12   }
13   sort(L+1,L+cntL+1);
14   sort(G+1,G+cntG+1);
15   int OK=max(cntL,cntG);
16   for(int i=1;i<=cntL;i++)
17       for(int j=1;j<=cntG;j++)
18           if(L[i]>=G[j]) OK=max(OK, );
19           else   ;
20   cout<< <<endl;

```

$\geq G_j \leq L_i$   
.

最多真消息数ans  
 初始化为序列L和G的  
 长度的较大者

# T2 消磨假期

寒暑假  
DTH

## 题意

已知 $m$ 册小说的欢乐值，每天看若干册，晚上减半，  
求 $n$ 天内欢乐值的最小值至少是多少

### 【数据规模与约定】

对于 30% 的数据， $1 \leq n \leq 7$ ,  $1 \leq m \leq 7$ ;

对于 60% 的数据， $1 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 500$ ;

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 100000$ ,  $1 \leq m \leq 100000$ ;  $1 \leq a_i \leq 20000$ 。

输入

4 6  
1 5 3 3 4 6

输出?

7

最小值最大化问题

是经典问题

判断可行性+二分

```
7 bool ok(int hp){  
8     ll sum=0;  
9     for(int i=1, j=1; i<=n; i++){  
10        while(sum<hp){  
11            if(    ) return 0;  
12            sum+=a[j];  
13            j++;  
14        }  
15        sum/=2;  
16    }  
17    return 1;  
18 }
```

```
22     cin>>n>>m;
23     ll A=0;
24     for(int i=1;i<=m;i++) {
25         cin>>a[i];
26         A+=a[i];
27     }
28     ll l=1;
29     ll r=A;
30     ll ans=1;
31     while(l<=r){
32         ...
33     }
34
35 }
36 cout<<ans<<endl;
37 return 0;
38 }
```



# T3 单词构造

输入

4 5  
qonoc  
ohoho  
hlaqo  
mirko

输出?

qohlaqko

q	→ o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	l → a → q	o		
m	i	r	k → o	

请同学写出题目大意  
已知什么求什么

$n*m$ 字符,从左上角到右下角走,可以向下或右,  
取出走过的字符组成字符串,要求字典序最小。

请同学阅读[数据规模和约定]  
识别部分得分点

对于20%数据,  $m=1$ 。

对于30%数据,  $n \leq 100, m \leq 100$ 。

对于100%数据,  $n \leq 2000, m \leq 2000$ 。

## 观察发现

首个字母一定是左上角

第二个字母可以二选一,挑字典序小的

按照斜线的方向逐个确定答案字符串

平局时如何处理?

枚举每格可走的2种方向: 向右或向下

暴力  
枚举

平局时维护多个最优候选人

贪心  
变种

大小数据分离  
确保部分分

```
59 int main(){
60     freopen("word.in","r",stdin);
61     freopen("word.out","w",stdout);
62     input();
63     if(m==1)
64         print();
65     else if(n+m<=15)
66         solveBF();
67     else
68         solve();
69     return 0;
70 }
```

## 暴力 枚举

枚举每格可走的2种方向：向右或向下

对所有可能的字符串进行字典序比较

```
16 string ans,word;
17 void dfs(ll x,ll y){
26 void solveBF(){
27     ans=word="";
28     for(ll i=1;i<=n+m-1;++i){
29         ans+='z';
30         word+=' ';
31     }
32     dfs(1,1);
33     cout<<ans<<endl;
34 }
```

```
16 string ans,word;
17 void dfs(11 x,11 y){
18
19 if(x==n&&y==m){
20     ans=min(ans,word);
21     return ;
22 }
23 if(x+1<=n) dfs(x+1,y);
24
25 }
```

请写出时间复杂度

$O(2^{n+m})$

step = 1

(1,1)

按照斜线的方向逐个确定答案字符串

平局时维护多个最优候选人

贪心  
变种

q	→ o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = q???????

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = qo??????

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

q	o	n	o	c
o	h	→ o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = qoh?????

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

step = 4

(2,3) (3,2) (4,1)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = qoho????

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

step = 4

(2,3) (3,2) (4,1)

step = 5

(2,4) (3,3)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = qohoa???

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

step = 4

(2,3) (3,2) (4,1)

step = 5

(2,4) (3,3)

step = 6

(3,4) (4,3)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

答案字符串 = qohoaq??

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

step = 4

(2,3) (3,2) (4,1)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

step = 5

(2,4) (3,3)

step = 6

(3,4) (4,3)

step = 7

(3,5) (4,4)

答案字符串 = qohoaqk?

step = 1

(1,1)

step = 2

(1,2) (2,1)

step = 3

(1,3) (2,2) (3,1)

step = 4

(2,3) (3,2) (4,1)

q	o	n	o	c
o	h	o	h	o
h	z	a	q	o
p	i	r	k	o

step = 5

(2,4) (3,3)

step = 6

(3,4) (4,3)

step = 7

(3,5) (4,4)

step = 8

(4,5)

答案字符串 = qohoqaqko

```
35 bool ok[N][N];
36 void solve(){
37     ans="";
38     ok[1][1]=1;
39     for(l1 step=1;step<=n+m-1;++step){ 枚举步长
40         char mn='z';
41         for(l1 x=1;x<=step&&x<=n;++x){ 枚举行
42             l1 y=step+1-x;
43             if(y>m)continue;
44             if(!ok[x][y])continue;
45             mn=min(mn,d[x][y]); 计算对应y坐标
46         }
47         ans+=mn;
48         for(l1 x=1;x<=step&&x<=n;++x){
49             l1 y=step+1-x;
50
51             if(!ok[x][y])continue;
52             if(d[x][y]!=mn)continue;
53             if(x+1<=n) ok[x+1][y]=1; 当前位置是否是选择的位置?
54
55         }
56     }
57     cout<<ans<<endl;
58 }
```

枚举步长

枚举行

计算对应y坐标

取最小的字符

当前位置是否是选择的位置?

从当前位置向下、向右,  
标记已访问

请写出时间复杂度

 $O(nm)$

## 大小数据分离 确保部分分

```
59 int main(){
60     freopen("word.in","r",stdin);
61     freopen("word.out","w",stdout);
62     input();
63     if(m==1)
64         print();
65     else if(n+m<=15)
66         solveBF();
67     else
68         solve();
69     return 0;
70 }
```

# T4 风水大师

第4章 风水大师

给定 $n$ 个物品的 $m$ 条对它们属性的相生  
相克判断，求矛盾的判断数量

如何记录相生相克关系？

带权并查集

## 【数据规模与约定】

测试点编号	特殊性质
1	全为克制关系判断, $1 \leq n, m \leq 10$
2	全为相生关系判断, $1 \leq n, m \leq 10$

考慮特殊数据

全为克制

全为相生

# 并查集

查找+合并

建立最方便查找的双向关系

是否等价/相连/有关

=

是否有相同的根

相生相克关系

不是双向关系，单向且有层级

如何快速判断两个物品之间的  
单向关系：  
大于/小于/吃/被吃/生/克

# 带权并查集

查找+合并

建立最方便查找的单向关系

是否大于/小于/  
吃/被吃/生/克

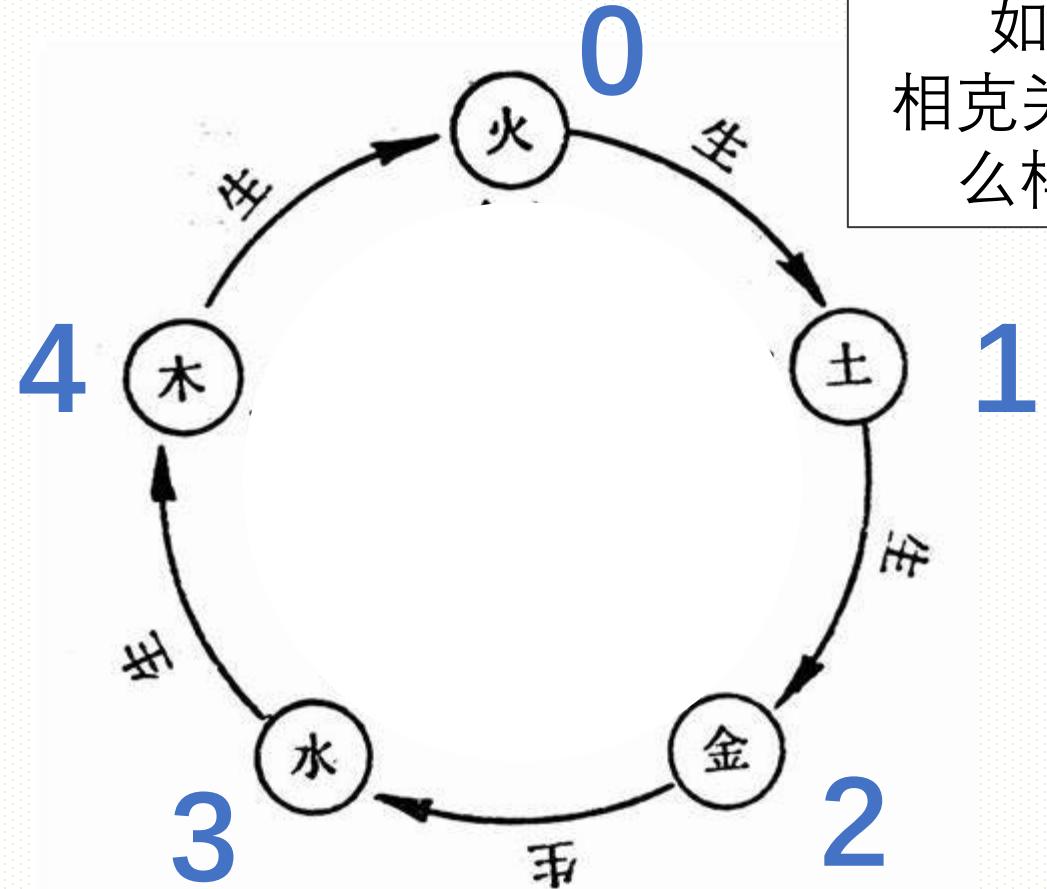
比较节点和根之间  
的距离（权值）

带权并查集使用两个数组记录关系

p[i]数组记录  
父亲关系

w[i]数组记录  
和根的距离=权值

# 相生关系

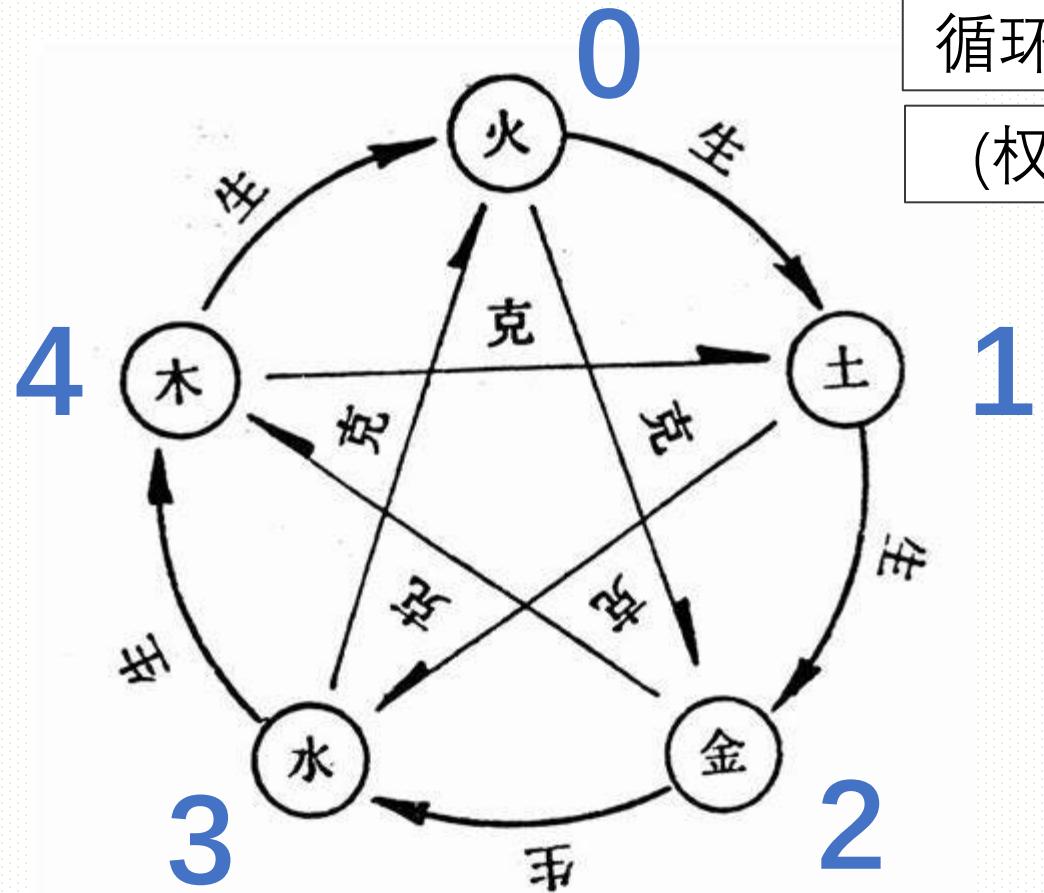


如果只有  
相克关系图是什  
么样的呢？

5个属性地位相同，任意属性都能做根

沿“生”方向给每个属性赋权

# 相生相克关系



循环了怎么办

(权值+d)%5

观察相生相克与权值的关系

生=+1, 克=+2

# 带权并查集

权值

5个属性依次编号0, 1, 2, 3, 4

“查”

新一条判断中两个物品是否已有关系=是否共享一个根

已有关系： 和新判断是否矛盾： 权值是否符合要求

没有关系： 建立关系并更新权值

“并”

建立新判断中的两个物品的根之间的联系并更新权值

# 矛盾判断逻辑

a到b的权值 =  $(w[a] - w[b]) \% 5$

b到a的权值 =  $(w[b] - w[a]) \% 5 = -(w[a] - w[b]) \% 5$

输入的关系d表示b到a的权值

所以应该满足:  $-(w[a] - w[b]) \% 5 == d \% 5$

等价于:  $(w[a] - w[b]) \% 5 == -d \% 5$

化简为:  $(w[a] + d) \% 5 == w[b]$

所以矛盾条件为:  $(w[a] + d) \% 5 != w[b]$

root(x)“查”

```
int root(int x){  
    if(p[x] != x){  
        int t=p[x];  
        [ ] //记录x的当前父节点  
        [ ] //递归找到所在集合的根节点（路径压缩）  
        [ ] //更新权值：及x到所在根节点的权值  
    }  
    return p[x];  
}
```

注意：先更新根节点，返程再更新权值id[x]

```
int p[N], w[N];
```

p[i]: 并查集父节点数组, i所在集合的根节点点

w[i]: i到其集合根节点的权值

```
int d=(ch=='k'?2:1);
```

新的相生相克关系判断, b到a的权值

```
int ra=root(a), rb=root(b);
```

```
if(ra==rb)      如果a和b已经有关系(在一个集合中)
```

```
ans+=((w[a]+d)%5!=w[b]);
```

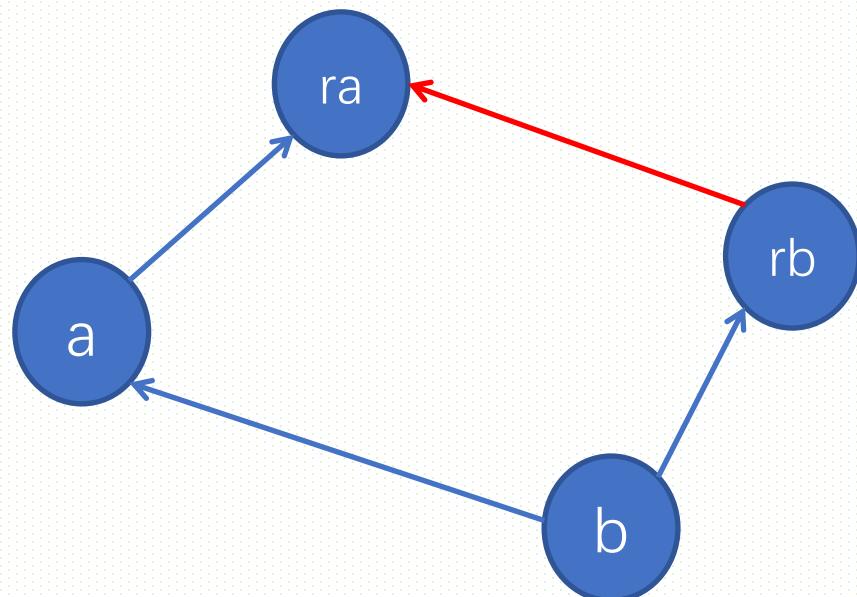
判断与已有关系是否矛盾

```
else{  
    p[rb]=ra;
```

```
}
```

“并”=建立根节点之间的联系，  
合并后，ra所在集合的根节点是rb.

需要更新rb的权值      如何更新



另一种解释：建立rb指向ra的关系之后，  
b到ra的两条路径应该长度相等

$$d + w[a] = w[b] + w[rb]$$

合并后，需要满足：a到b的权值 = -d

而a到b的权值可以通过路径a->ra->rb->b计算

a到ra:  $w[a]$

ra到rb:  $-w[rb]$  ( $w[rb]$ 是rb到ra的权值)

rb到b:  $-w[b]$  ( $w[b]$ 是b到rb的权值)

所以:  $w[a] - w[rb] - w[b] = -d \pmod{5}$

—>:  $w[rb] = w[a] - w[b] + d \pmod{5}$

$$w[rb] = (w[a] + d - w[b] + 5) \% 5$$

# T5 股神七

華南電氣工程學院  
40

# 股神七

你是股神，你的神力是能看到未来n天里每天股票的盈利或者亏损，第*i*天盈利 $x[i]$ 元，当然如果 $x[i]$ 是负数，代表亏损。你可以在一段连续的日期进行投资，为了**盈利不少于m元，至少需要投资连续的几天？**若无法盈利m元，输出0

输入样例

5 10000

1 1 1 1 1

输出样例

0

输入样例

3 1

-100 2 99

输出样例

1

输入样例

5 6

2 2 2 3 3

输出样例

2

暴力该怎么做？

自编哪几套测试  
数据才够全面？

## TE算法1：枚举左右端点+前缀和

```
12     int ans=n+1;
13     for(int i=1;i<=n;i++)
14         for(int j=i;j<=n;j++)
15             if(sum[j]-sum[i-1]>=m){
16                 ans=min(ans,j-i+1);
17                 break;
18             }
19     cout<<(ans==n+1?0:ans)<<endl;
```

# TE算法1：枚举左右端点+前缀和

```
12 int ans=n+1;
13     枚举左端点位置i
14         枚举右端点位置j
15     if(sum[j]-sum[i-1]>=m){
16         ans=min(ans,j-i+1);
17         break;
18     }
19     cout<<(ans==n+1?0:ans)<<endl;
```

## TE算法2：枚举答案+右端点+前缀和

```
12     int ans=0, END=0;
13     for(int len=1;len<=n&&!END;len++)
14         for(int i=len;i<=n;i++)
15             if(sum[i]-sum[i-len]>=m){
16                 ans=len; END=1;
17                 break;
18             }
19     cout<<ans<<endl;
```

# AC算法3：二分枚举答案 $O(N \log N)$

二分枚举投资天数k

判断连续k天内能否赚m元

子问题

最多k天连续投资  
求最大盈利

连续子段最大和：长度不超过k

# 连续子段最大和： 长度不超过k

$f[i]$ 代表以i号数结尾的长度不超过k的连续和最大值

计算 $f[i]$ 时考虑k种可能

$$f[i] = \max \left\{ \begin{array}{l} x[i], \\ x[i] + x[i-1], \\ x[i] + x[i-1] + x[i-2], \\ \dots \\ x[i] + x[i-1] + \dots + x[i-k+1] \end{array} \right\}$$

长度为1  
长度为2  
长度为3  
.....  
长度为k

注意越界

# 连续子段最大和：长度不超过k

$f[i]$ 代表以i号数结尾的长度不超过k的连续和最大值

计算 $f[i]$ 时考虑k种可能

$$f[i] = \max \{ s[i] - s[i-1], \\ s[i] - s[i-2], \\ s[i] - s[i-3], \\ \dots \\ s[i] - s[i-k] \}$$

连续和  
转换为  
前缀和

长度为1

长度为2

长度为3

长度为k

注意越界

# 连续子段最大和：长度不超过k

$f[i]$ 代表以 $i$ 号数结尾的长度不超过 $k$ 的连续和最大值

计算 $f[i]$ 时考虑 $k$ 种可能

$$f[i] = s[i] - \min \{ s[i-1], s[i-2], s[i-3], \dots, s[i-k] \}$$

注意越界

固定 $i$ 时  
前缀和数组  
窗口最小值

单调队列

$s[i]$ 表示 $x$ 数组1号到*i*号的总和

$\text{MIN}[i]$ 表示以 $s[i]$ 为结尾  
长度不超过k的窗口最小值

$$f[i] = s[i] - \text{MIN}[i-1]$$

$$f[i] = s[i] - \min \left\{ s[i-1], s[i-2], \dots, s[i-k] \right\}$$

注意越界

```
6  bool OK(11 k){  
7      11 l=1, r=1, MAX=0;  
8      for(11 i=1; i<=n; i++){ ←  
9          while(l<r&&i-q[1]>=k+1)l++;  
10         while(l<r&&sum[i]<sum[q[r-1]])r--;  
11         q[r++]=i;  
12         MAX=max(MAX, sum[i]-sum[q[1]]);  
13         if(MAX>=m) return 1;  
14     }  
15     return 0;  
16 }
```

i=0

为什么错

```
23    11 l=0, r=n, ans=n+1;  
24    while(l<=r){  
25        11 mid=l+(r-1)/2;  
26        if(OK(mid))ans=mid, r=mid-1;  
27        else l=mid+1;  
28    }  
29    cout<<(ans==n+1?0:ans)<<endl;
```

讨论：能否做到  
 $O(n)$ 复杂度？

拓展思考。

# SH-B260102 订正题号

T1 3186 躲猫猫

T2 2808 消磨假期

T3 2720 单词构造

T4 3484 风水大师

T5 652 股神七