



# MỤC LỤC

1 Đề số 1 .....	2
2 Đề số 2 .....	4
3 Đề số 3 .....	5
4 Đề số 4 .....	6
5 Đề số 5 .....	7
6 Đề số 6 .....	8
7 Đề số 7 .....	9
8 Đề số 8 .....	10
9 Đề số 9 .....	11
10 Đề số 10 .....	12
11 Đề số 11 .....	13
12 Đề số 12 .....	14
13 Đề số 13 .....	15
14 Đề số 14 .....	16
15 Đề số 15 .....	17
16 Đề số 16 .....	18
17 Đề số 17 .....	19
18 Đề số 18 .....	20
19 Đề số 19 .....	21
20 Đề số 20 .....	22
21 Đề số 21 .....	23
22 Đề số 22 .....	24
23 Đề số 23 .....	25
24 Đề số 24 .....	26
25 Đề số 25 .....	27
26 Đề số 26 .....	28
27 Đề số 27 .....	29
28 Đề số 28 .....	30
29 Đề số 29 .....	31
30 Đề số 30 .....	32
31 Đề số 31 .....	33



32 Đề số 32 .....	34
33 Đề số 33 .....	35
34 Đề số 34 .....	36
35 Đề số 35 .....	37
36 Đề số 36 .....	38
37 Đề số 37 .....	39
38 Đề số 38 .....	40
39 Đề số 39 .....	41
40 Đề số 40 .....	42
41 Đề số 41 .....	43
42 Đề số 42 .....	44
43 Đề số 43 .....	45
44 Đề số 44 .....	46
45 Đề số 45 .....	47
46 Đề số 46 .....	48
47 Đề số 47 .....	49
48 Đề số 48 .....	50
49 Đề số 49 .....	54
50 Đề số 50 .....	55

## §1. ĐỀ SỐ 1

### Bài 0.1.

a. Thực hiện phép tính:  $\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

b. So sánh:  $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1$  và  $\sqrt{168}$ .

### Bài 0.2.

a. Tìm  $x$  biết:  $|x - 2| + |3 - 2x| = 2x + 1$

b. Tìm  $x; y \in \mathbb{Z}$  biết:  $xy + 2x - y = 5$

c. Tìm  $x; y; z$  biết:  $2x = 3y$ ;  $4y = 5z$  và  $4x - 3y + 5z = 7$

### Bài 0.3.

a. Tìm đa thức bậc hai biết  $f(x) - f(x - 1) = x$ .

Từ đó áp dụng tính tổng  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ .



b. Cho  $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}$

Chứng minh:  $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$ .

**Bài 0.4.** Cho tam giác ABC ( $BAC < 90^\circ$ ), đường cao AH. Gọi E; F lần lượt là điểm đối xứng của H qua AB; AC, đường thẳng EF cắt AB; AC lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng:

- a.  $AE = AF$ ;
- b. HA là phân giác của  $MHN$ ;
- c.  $CM \parallel EH$ ;  $BN \parallel FH$ .





## §2. ĐỀ SỐ 2

## Bài 0.5.

- a. Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^2 \cdot 3^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{125 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3}$
- b. Tính giá trị biểu thức:  $B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$
- c. Tìm một số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu tăng chữ số hàng trăm thêm  $n$  đơn vị đồng thời giảm chữ số hàng chục và giảm chữ số hàng đơn vị đi  $n$  đơn vị thì được một số có 3 chữ số gấp  $n$  lần số có 3 chữ số ban đầu.

## Bài 0.6.

- a. Tìm các số  $x, y, z$  biết rằng:  $3x = 4y, 5y = 6z$  và  $xyz = 30$ .

- b. Tìm  $x$  biết:

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

## Bài 0.7.

1. Cho hàm số  $y = f(x) = (m - 1)x$

- a. Tìm  $m$  biết:  $f(2) - f(-1) = 7$ .

- b. Cho  $m = 5$ . Tìm  $x$  biết  $f(3 - 2x) = 20$

2. Cho các đơn thức  $A = -\frac{1}{2}x^2yz^2$ ,  $B = -\frac{3}{4}xy^2z^2$ ,  $C = x^3y$

Chứng minh rằng các đơn thức  $A, B, C$  không thể cùng nhận giá trị âm.

**Bài 0.8.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ . Phân giác  $ABC$  cắt  $AC$  tại  $D$ , phân giác  $ACB$  cắt  $AB$  tại  $E$ .  $BD$  cắt  $CE$  tại  $I$ .

- a. Tính số đo góc  $BIC$ .
- b. Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $BF = BE$ . Chứng minh  $\triangle CID = \triangle CIF$ .
- c. Trên tia  $IF$  lấy điểm  $M$  sao cho  $IM = IB + IC$ . Chứng minh  $\triangle BCM$  là tam giác đều.

**Bài 0.9.** Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n = 2^{n+11}$



## §3. ĐỀ SỐ 3

**Bài 0.10.** Cho  $x, y, z$  là các số khác 0 và  $x^2 = yz, y^2 = xz, z^2 = xy$ . Chứng minh rằng:  $x = y = z$ .

**Bài 0.11.**

a. Tìm  $x$  biết:  $5^x + 5^{x+2} = 650$

b. Tìm số hữu tỷ  $x, y$  biết:  $(3x - 33)^{2008} + |y - 7|^{2009} \leq 0$

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

**Bài 0.12.** Cho hàm số :  $f(x) = a.x^2 + b.x + c$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

Biết  $f(1) \vdots 3; f(0) \vdots 3; f(-1) \vdots 3$ . Chứng minh rằng  $a, b, c$  đều chia hết cho 3

**Bài 0.13.** Cho tam giác ABC, AD là tia phân giác của góc A và  $B > C$ .

a. Chứng minh rằng  $ADC - ADB = B - C$ .

b. Vẽ đường thẳng AH vuông góc BC tại H. Tính  $ADB$  và  $HAD$  khi biết  $B - C = 40^\circ$

c. Vẽ đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của góc đỉnh A, nó cắt đường thẳng BC tại E.

Chứng minh rằng  $AEB = HAD = \frac{B - C}{2}$

**Bài 0.14.**

a. Cho  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013}$  và  $P = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013}$ .  
Tính  $(S - P)^{2013}$ .

b. Cho  $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$

Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để A có giá trị là một số nguyên.

## §4. ĐỀ SỐ 4

## Bài 0.15.

a. Thực hiện phép tính:  $A = \left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$ .

b. Rút gọn :

$$B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}$$

## Bài 0.16.

a. Tìm a, b, c biết  $\frac{12a - 15b}{7} = \frac{20c - 12a}{9} = \frac{15b - 20c}{11}$  và  $a + b + c = 48$ .

b. Một công trường dự định phân chia số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ với 7; 6; 5. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỉ lệ với 6; 5; 4. Như vậy có một đội làm nhiều hơn so với dự định là  $6m^3$  đất. Tính tổng số đất đã phân chia cho các đội.

## Bài 0.17.

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $C = \frac{|x - 2017| + 2018}{|x - 2017| + 2019}$ .

b. Chứng tỏ rằng  $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$  không là số tự nhiên với mọi  $n \in \mathbb{N}, n > 2$ .

c. Tìm tất cả các cặp số nguyên  $x, y$  sao cho:  $x - 2xy + y = 0$ .

**Bài 0.18.** Cho tam giác cân  $ABC$ ,  $AB = AC$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$ , trên tia đối của  $CB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BD = CE$ . Các đường thẳng vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  và  $E$  cắt  $AB$  và  $AC$  lần lượt ở  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng:

a.  $DM = EN$ .

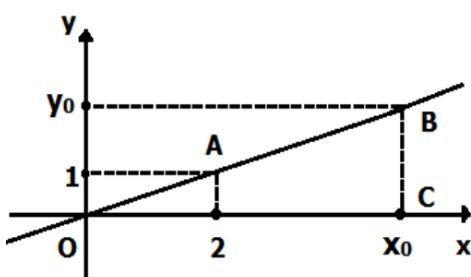
b. Đường thẳng  $BC$  cắt  $MN$  tại điểm  $I$  là trung điểm của  $MN$ .

c. Đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$  luôn luôn đi qua một điểm cố định khi  $D$  thay đổi trên cạnh  $BC$ .

**Bài 0.19.** Trong hình bên, đường thẳng  $OA$  là đồ thị của hàm số  $y = f(x) = ax$ .

a. Tính tỉ số  $\frac{y_0 - 2}{x_0 - 4}$ .

b. Giả sử  $x_0 = 5$ . Tính diện tích tam giác  $OBC$



## §5. ĐỀ SỐ 5

## Bài 0.20.

a. Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7}$  và  $x+y=22$

b. Cho  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  và  $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ . Tính  $M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

## Bài 0.21. Thực hiện tính:

a.  $S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} \dots - 2 - 1$

b.  $P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$

Bài 0.22. Tìm  $x$  biết:

a.  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \dots \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 2^x$

b.  $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 2^x$

**Bài 0.23.** Cho tam giác  $ABC$  có  $B < 90^\circ$  và  $B = 2C$ . Kẻ đường cao  $AH$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BH$ . Đường thẳng  $HE$  cắt  $AC$  tại  $D$ .

a. Chứng minh  $BEH = ACB$

b. Chứng minh  $DH = DC = DA$ .

c. Lấy  $B'$  sao cho  $H$  là trung điểm của  $BB'$ . Chứng minh tam giác  $AB'C$  cân.

d. Chứng minh  $AE = HC$ .

## §6. ĐỀ SỐ 6

**Bài 0.24.** Tính hợp lý các biểu thức sau:

a.  $27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$

b.  $2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$

c.  $\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$

**Bài 0.25.** Tìm x biết:

a.  $3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$

b.  $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 5 = 7$

c.  $(2x - 1)^7 = (2x - 1)^5$

**Bài 0.26.** Ba đội cùng chuyển một khối lượng gạch như nhau. Thời gian để đội thứ nhất, đội thứ hai và đội thứ ba làm xong công việc lần lượt là 2 giờ, 3 giờ, 4 giờ. Tính số người tham gia làm việc của mỗi đội, biết rằng số người của đội thứ ba ít hơn số người của đội thứ hai là 5 người.

**Bài 0.27.** Cho tam giác ABC vuông tại A với  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$  và  $BC = 15$  cm. Tia phân giác góc C cắt AB tại D. Kẻ  $DE \perp BC (E \in BC)$ .

a. Chứng minh  $AC = CE$ .

b. Tính độ dài AB; AC.

c. Trên tia AB lấy điểm F sao cho  $AF = AC$ . Kẻ tia  $Fx \perp FA$  cắt tia DE tại M. Tính  $\angle DCM$

**Bài 0.28.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $A = |x| - |x - 2|$





## §7. ĐỀ SỐ 7

## Bài 0.29.

1. Tính  $M = \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$
2. Tìm  $x$ , biết:  $|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$ .

## Bài 0.30.

1. Cho  $a, b, c$  là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}.$$

Hãy tính giá trị của biểu thức  $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ .

2. Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

## Bài 0.31.

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = |2x - 2| + |2x - 2013|$  với  $x$  là số nguyên.
2. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình  $x + y + z = xyz$ .

**Bài 0.32.** Cho  $\angle xAy = 60^\circ$  có tia phân giác  $Az$ . Từ điểm  $B$  trên  $Ax$  kẻ  $BH$  vuông góc với  $Ay$  tại  $H$ , kẻ  $BK$  vuông góc với  $Az$  và  $Bt$  song song với  $Ay$ ,  $Bt$  cắt  $Az$  tại  $C$ . Từ  $C$  kẻ  $CM$  vuông góc với  $Ay$  tại  $M$ . Chứng minh :

- a.  $K$  là trung điểm của  $AC$ .
- b.  $\triangle KMC$  là tam giác đều.
- c. Cho  $BK = 2$  cm. Tính các cạnh  $\triangle AKM$ .

**Bài 0.33.** Cho ba số dương  $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$  chứng minh rằng:  $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$



## §8. ĐỀ SỐ 8

## Bài 0.34.

- a. So sánh hai số:  $(-5)^{39}$  và  $(-2)^{91}$
- b. Chứng minh rằng: Số  $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$  chia hết cho 133, với mọi  $n \in \mathbb{N}$

## Bài 0.35.

- a. Tìm tất cả các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn:  $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$
- b. Tìm số tự nhiên  $n$  và chữ số  $a$  biết rằng:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

**Bài 0.36.** Ba lớp 7 ở trường K có tất cả 147 học sinh. Nếu đưa  $\frac{1}{3}$  số học sinh của lớp 7  $A_1$ ,  $\frac{1}{4}$  số học sinh của lớp 7  $A_2$  và  $\frac{1}{5}$  số học sinh của lớp 7  $A_3$  đi thi học sinh giỏi cấp huyện thì số học sinh còn lại của ba lớp bằng nhau. Tính tổng số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường K.

**Bài 0.37.** Cho tam giác ABC có  $\hat{A} = 3\hat{B} = 6\hat{C}$ .

- a. Tính số đo các góc của tam giác ABC.
- b. Kẻ AD vuông góc với BC (D thuộc BC). Chứng minh:  $AD < BD < CD$ .

**Bài 0.38.** Cho tam giác ABC cân ở A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho  $AM + AN = 2AB$ .

- a. Chứng minh rằng:  $BM = CN$
- b. Chứng minh rằng: BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.
- c. Đường trung trực của MN và tia phân giác của góc BAC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:  $KC \perp AC$ .



## §9. ĐỀ SỐ 9

## Bài 0.39.

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a.  $A = \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

b.  $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

2. Cho  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ . Tính giá trị biểu thức:  $C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$

## Bài 0.40.

1. Tìm các số  $x, y, z$ , biết:

a.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$  và  $x + y + z = 92$

b.  $(x-1)^{2018} + (2y-1)^{2018} + |x+2y-z|^{2019} = 0$

2. Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $xy + 3x - y = 6$

## Bài 0.41.

1. Tìm đa thức A biết:  $A - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

2. Cho hàm số  $y = f(x) = ax + 2$  có đồ thị đi qua điểm A  $(a-1; a^2+a)$ .

a. Tìm a

b. Với a vừa tìm được, tìm giá trị của  $x$  thỏa mãn:  $f(2x-1) = f(1-2x)$

**Bài 0.42.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Vẽ về phía ngoài tam giác  $ABC$  các tam giác đều  $ABD$  và  $ACE$ . Gọi I là giao điểm  $BE$  và  $CD$ . Chứng minh rằng:

a.  $BE = CD$

b.  $\triangle BDE$  là tam giác cân

c.  $\angle EIC = 60^\circ$  và  $IA$  là tia phân giác của  $\angle DIE$

## Bài 0.43.

1. Tìm số hữu tỉ  $x$ , sao cho tổng của số đó với nghịch đảo của nó có giá trị là một số nguyên.

2. Cho các số  $a, b, c$  không âm thỏa mãn:  $a + 3c = 2016; a + 2b = 2017$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = a + b + c$ .



## §10. ĐỀ SỐ 10

**Bài 0.44.** Tính giá trị của biểu thức

a.  $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

b.  $B = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015} - \frac{3^{2016}}{2}$

**Bài 0.45.**

a. Tìm  $x$  biết:  $\frac{15}{28} - \left| x - \frac{3}{14} \right| = -\frac{5}{12}$

b. Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $25 - y^2 = 4(x - 2016)^2$

**Bài 0.46.**

a. Cho đa thức:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  Biết  $13a + b + 2c = 0$ . Chứng minh  $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$

b. Cho các số thực  $x, y, z \neq 0$  thỏa mãn:  $\frac{xy}{x+y} = \frac{yz}{y+z} = \frac{xz}{x+z}$  Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz}.$$

**Bài 0.47.** Cho tam giác ABC vuông ở A, có phân giác BD, CE cắt nhau ở I. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D, E trên BC

a. Chứng minh tam giác ABM cân.

b. Chứng minh  $MN = AB + AC - BC$

c. Tính góc MAN.

d. Gọi G, K lần lượt là giao điểm của BD và AN; CE và AM. Tia AI cắt GK ở H. Tính góc AHG.

## §11. ĐỀ SỐ 11

## Bài 0.48.

- a. Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$
- b. Tìm  $x$ , biết:  $\left( -1\frac{3}{5} + x \right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}$
- c. Tính giá trị của biểu thức  $M = 21x^2y + 4xy^2$  với  $x, y$  thỏa mãn:

$$(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \leq 0$$

## Bài 0.49.

- a. Tìm các số  $x, y, z$  biết:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \quad \frac{y}{6} = \frac{z}{8}$  và  $2x + y - z = -14$ .
- b. Tìm  $x$ , biết:  $(x - 2) \left( x + \frac{2}{3} \right) > 0$ .
- c. Tìm số nguyên  $x$ , biết rằng:  $\frac{3}{7} \cdot 15\frac{1}{3} + \frac{3}{7} \cdot 5\frac{2}{5} \leq x \leq \left( 3\frac{1}{2} : 7 - 6\frac{1}{2} \right) \cdot \left( -2\frac{1}{3} \right)$

## Bài 0.50.

- a. Tính giá trị của biểu thức  $M = 4x + 4y + 21xy(x + y) + 7(x^3y^2 + x^2y^3) + 2014$ , biết  $x + y = 0$ .
- b. Cho đa thức  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , với  $a, b, c, d$  là các hệ số nguyên. Biết rằng,  $p(x) : 5$  với mọi  $x$  nguyên. Chứng minh rằng  $a, b, c, d$  đều chia hết cho 5.
- c. Cho  $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4026}$ ,  $B = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{4025}$ . So sánh  $\frac{A}{B}$  với  $1\frac{2013}{2014}$ .

**Bài 0.51.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  ( $D$  khác  $B, C$ ). Trên tia đối của tia  $CB$ , lấy điểm  $E$  sao cho  $CE = BD$ . Đường vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  cắt  $BA$  tại  $M$ . Đường vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $E$  cắt tia  $AC$  tại  $N$ .  $MN$  cắt  $BC$  tại  $I$ .

- a. Chứng minh rằng:  $DM = EN$ .
- b. Chứng minh rằng  $IM = IN; BC < MN$ .
- c. Gọi  $O$  là giao của đường phân giác góc  $A$  và đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$ . Chứng minh rằng:  $\triangle BMO = \triangle CNO$ . Từ đó suy ra điểm  $O$  cố định.

**Bài 0.52.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên đường trung tuyến  $BD$  lấy điểm  $E$  sao cho  $DAE = ABD$  ( $E$  nằm giữa  $B$  và  $D$ ). Chứng minh rằng  $DAE = ECB$ .



## §12. ĐỀ SỐ 12

## Bài 0.53.

- a. Tìm  $x$  biết:  $\frac{1}{2016} : 2015x = -\frac{1}{2015}$ .
- b. Tìm các giá trị nguyên của  $n$  để phân số  $M = \frac{3n-1}{n-1}$  có giá trị là số nguyên.
- c. Tính giá trị của biểu thức:  $N = xy^2z^3 + x^2y^3z^4 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2014}y^{2015}z^{2016}$  tại:  $x = -1; y = -1; z = -1$

## Bài 0.54.

- a. Cho dãy tỉ số bằng nhau  $\frac{2bz-3cy}{a} = \frac{3cx-az}{2b} = \frac{ay-2bx}{3c}$ . Chứng minh:  $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$
- b. Tìm tất cả các số tự nhiên  $m, n$  sao cho:  $2^m + 2015 = |n - 2016| + n - 2016$ .

## Bài 0.55.

- a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |x - 2015| + |x - 2016| + |x - 2017|$ .
- b. Cho bốn số nguyên dương khác nhau thỏa mãn tổng của hai số bất kì chia hết cho 2 và tổng của ba số bất kì chia hết cho 3. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng bốn số này?

**Bài 0.56.** Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH.

- (a) Chứng minh  $\triangle DBM = \triangle FMB$ .
- (b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng MD + ME có giá trị không đổi.
- (c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK = EH. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK.

**Bài 0.57.** Có sáu túi lần lượt chứa 18, 19, 21, 23, 25 và 34 bóng. Một túi chỉ chứa bóng đỏ trong khi năm túi kia chỉ chứa bóng xanh. Bạn Toán lấy ba túi, bạn Học lấy hai túi. Túi còn lại chứa bóng đỏ. Biết lúc này bạn Toán có số bóng xanh gấp đôi số bóng xanh của bạn Học. Tìm số bóng đỏ trong túi còn lại.



## §13. ĐỀ SỐ 13

Bài 0.58.

a.  $\left|x + \frac{1}{5}\right| - 4 = -2$

b.  $2x - \frac{1}{5} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

c.  $(x-3)^{x+2} - (x-3)^{x+8} = 0$

Bài 0.59. Tìm  $x, y, z$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x^2 + y^2 + z^2 = 116$ 

**Bài 0.60.** Trong vòng bán kết giải bóng đá của trường THCS Phù Đổng có 4 đội thi đấu, gọi A là tập hợp các cầu thủ; B là tập hợp các số áo thi đấu. Quy tắc mỗi cầu thủ ứng với số áo của họ có phải là một hàm số không? Vì sao?

**Bài 0.61.** Tính giá trị của đa thức  $P = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x + 2017$  với

$$x + y = 2$$

**Bài 0.62.** Cho :  $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$ . Chứng minh:  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

**Bài 0.63.** Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn:  $2x^2 + 3y^2 = 77$

**Bài 0.64.** Cho  $\triangle ABC$ , tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Biết  $\angle ADB = 85^\circ$

(a) Tính:  $B - C$ (b) Tính các góc của  $\triangle ABC$  nếu  $4.B = 5.C$ 

**Bài 0.65.** Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn, trung tuyến AM. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C, vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B, vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AC.

(a) Chứng minh:  $BD = CE$ (b) Trên tia đối của tia MA lấy N sao cho  $MN = MA$ . Chứng minh:  $\triangle ADE = \triangle CAN$ .(c) Gọi I là giao điểm của DE và AM. Chứng minh:  $\frac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2} = 1$

## §14. ĐỀ SỐ 14

## Bài 0.66.

a. Cho biểu thức:  $P = x - 4xy + y$ . Tính giá trị của  $P$  với  $|x| = 1,5$ ;  $y = -0,75$

b. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

## Bài 0.67.

a. Tìm  $x, y, z$ , biết:

$$2x = 3y; 4y = 5z \text{ và } x + y + z = 11$$

b. Tìm  $x$ , biết:  $|x + 1| + |x + 2| + |x + 3| = 4x$

Bài 0.68. Cho hàm số:  $y = f(x) = -4x^3 + x$

a. Tính  $f(0), f(-0,5)$

b. Chứng minh:  $f(-a) = -f(a)$ .

Bài 0.69. Tìm cặp số nguyên  $(x; y)$  biết:  $x + y = x \cdot y$

Bài 0.70. Câu 5(6 điểm): Cho  $\triangle ABC$  có góc  $A$  nhỏ hơn  $90^\circ$ . Vẽ ra ngoài tam giác  $ABC$  các tam giác vuông cân tại  $A$  là  $\triangle ABM$  và  $\triangle ACN$ .

(a) Chứng minh rằng:  $\triangle AMC = \triangle ABN$ ;

(b) Chứng minh:  $BN \perp CM$ ;

(c) Kẻ  $AH \perp BC (H \in BC)$ . Chứng minh  $AH$  đi qua trung điểm của  $MN$ .

Bài 0.71. Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn:  $0 \leq a \leq b + 1 \leq c + 2$  và  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $c$ .



## §15. ĐỀ SỐ 15

## Bài 0.72.

a. Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{9 \cdot 6^9 \cdot 120 - 4^6 \cdot 9^6}{8^4 \cdot 3^{13} - 6^{12}}; \quad B = \frac{10}{7 \cdot 12} + \frac{10}{12 \cdot 17} + \frac{10}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{10}{2012 \cdot 2017} + \frac{10}{2017 \cdot 2022}$$

b. Cho  $a, b, c$  là ba số thực khác 0, thỏa mãn:  $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{a+c-b}{b}$ . Hãy tính giá trị của biểu thức  $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ .

c. Tính giá trị của đa thức  $f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017$  tại  $x = 2017$

## Bài 0.73.

a. Tìm các cặp số tự nhiên  $(x; y)$  sao cho:  $49 - y^2 = 12(x - 2001)^2$

b. Cho  $|2019x_1 - 2018y_1| + |2019x_2 - 2018y_2| + \dots + |2019x_{2018} - 2018y_{2018}| \leq 0$ . Chứng minh

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2018}}{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{2018}} = \frac{2018}{2019}.$$

c. Một cửa hàng có ba cuộn vải, tổng chiều dài ba cuộn vải đó là 186 m, giá tiền mỗi mét vải của ba cuộn là như nhau. Sau khi bán được một ngày cửa hàng còn lại  $\frac{2}{3}$  cuộn thứ nhất,  $\frac{1}{3}$  cuộn thứ hai,  $\frac{3}{5}$  cuộn thứ ba. Số tiền bán được của ba cuộn thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 2. Tính xem trong ngày đó cửa hàng đã bán được bao nhiêu mét vải mỗi cuộn.

**Bài 0.74.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của của tia  $MA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $ME = MA$ . Chứng minh rằng:

a.  $AC = EB$  và  $AC \parallel BE$

b. Gọi  $I$  là một điểm trên  $AC$ ;  $K$  là một điểm trên  $EB$  sao cho  $AI = EK$ . Chứng minh ba điểm  $I, M, K$  thẳng hàng

c. Từ  $E$  kẻ  $EH \perp BC (H \in BC)$ . Biết  $HBE = 50^\circ; MEB = 25^\circ$ . Tính  $HEM$  và  $BME$

**Bài 0.75.** Tìm các số tự nhiên  $x, y, z \neq 0$  thỏa mãn điều kiện:  $x + y + z = xyz$



## §16. ĐỀ SỐ 16

## Bài 0.76.

a. Tính:  $A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60}\right) : 1\frac{23}{24}$

b. So sánh:  $16^{20}$  và  $2^{100}$

## Bài 0.77.

a. Tìm  $x$  biết:  $|2x - 7| + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

b. Tìm số tự nhiên  $n$  biết:  $3^{-1} \cdot 3^n + 4 \cdot 3^n = 13 \cdot 3^5$

## Bài 0.78.

a. Cho dãy tỉ số bằng nhau:  $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$

Tính giá trị biểu thức  $Q$ , biết  $Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

b. Cho biểu thức  $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$  với  $x, y, z, t$  là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh  $M^{10} < 1025$ .

## Bài 0.79.

1. Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $D$  là điểm thuộc đoạn  $BM$  (  $D$  khác  $B$  và  $M$ ). Kẻ các đường thẳng  $BH, CI$  lần lượt vuông góc với đường thẳng  $AD$  tại  $H$  và  $I$ . Chứng minh rằng:

(a)  $BAM = ACM$  và  $BH = AI$ .

(b) Tam giác  $MHI$  vuông cân.

2. Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\hat{A} = 90^\circ$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H$  thuộc  $BC$ ). Tia phân giác của góc  $HAC$  cắt cạnh  $BC$  ở điểm  $D$  và tia phân giác của góc  $HAB$  cắt cạnh  $BC$  ở  $E$ . Chứng minh rằng  $AB + AC = BC + DE$ .

**Bài 0.80.** Cho  $x, y, z$  là 3 số thực tùy ý thỏa mãn  $x + y + z = 0$  và  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1$ . Chứng minh rằng đa thức  $x^2 + y^4 + z^6$  có giá trị không lớn hơn 2.

## §17. ĐỀ SỐ 17

**Bài 0.81.** Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \text{ Với } a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$$

**Bài 0.82.** Chứng minh rằng: Nếu  $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9$  thì:  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} < 3$

**Bài 0.83.** Có 3 mảnh đất hình chữ nhật:  $A$ ;  $B$  và  $C$ . Các diện tích của  $A$  và  $B$  tỉ lệ với 4 và 5, các diện tích của  $B$  và  $C$  tỉ lệ với 7 và 8;  $A$  và  $B$  có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27 m.  $B$  và  $C$  có cùng chiều rộng. Chiều dài của mảnh đất  $C$  là 24 m. Hãy tính diện tích của mỗi mảnh đất đó.

**Bài 0.84.** Cho 2 biểu thức:

$$A = \frac{4x-7}{x-2}; \quad B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3}$$

- Tìm giá trị nguyên của  $x$  để mỗi biểu thức có giá trị nguyên
- Tìm giá trị nguyên của  $x$  để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên.

**Bài 0.85.** Cho tam giác cân  $ABC$ ,  $AB = AC$ . Trên tia đối của các tia  $BC$  và  $CB$  lấy theo thứ tự hai điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$

- Chứng minh tam giác  $ADE$  là tam giác cân.
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $AM$  là tia phân giác của góc  $DAE$
- Từ  $B$  và  $C$  vẽ  $BH$  và  $CK$  theo thứ tự vuông góc với  $AD$  và  $AE$ . Chứng minh  $BH = CK$
- Chứng minh 3 đường thẳng  $AM$ ;  $BH$ ;  $CK$  gặp nhau tại 1 điểm.

## §18. ĐỀ SỐ 18

## Bài 0.86.

a. So sánh:  $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$  và  $\sqrt{99}$ .

b. Chứng minh:  $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$ .

c. Cho  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$  và

$$P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}.$$

Tính  $(S - P)^{2016}$ .

## Bài 0.87.

a. Một số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm hợp số  $r$ .

b. Tìm số tự nhiên  $\overline{ab}$  sao cho  $\overline{ab}^2 = (a + b)^3$

## Bài 0.88.

a. Cho  $x; y; z \neq 0$  và  $x - y - z = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$

b. Cho  $\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  Cho biểu thức  $M = \frac{5 - x}{x - 2}$ .  
Tìm  $x$  nguyên để  $M$  có giá trị nhỏ nhất.

**Bài 0.89.** Cho  $\angle xAy = 60^\circ$  vẽ tia phân giác  $Az$  của góc đó. Từ một điểm  $B$  trên tia  $Ax$  vẽ đường thẳng song song với  $Ay$  cắt  $Az$  tại  $C$ . Kẻ  $BH \perp Ay$  tại  $H$ ,  $CM \perp Ay$  tại  $M$ ,  $BK \perp AC$  tại  $K$ . Chứng minh:

a.  $KC = KA$

b.  $BH = \frac{AC}{2}$

c.  $\triangle KMC$  đều.

**Bài 0.90.** Cho  $\triangle ABC$  có  $B = 2 \cdot C < 90^\circ$ . Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Trên tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = HC$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $DH$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $AC$ .



## §19. ĐỀ SỐ 19

## Bài 0.91.

- a. Tính giá trị biểu thức  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3, 5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7, 5$
- b. Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$
- c. Tìm đa thức  $M$  biết rằng:  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ . Tính giá trị của  $M$  khi  $x, y$  thỏa mãn  $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$ .

## Bài 0.92.

- a. Tìm  $x$ :  $\frac{1}{2} - \left|x + \frac{1}{5}\right| = \frac{1}{3}$
- b. Tìm  $x, y, z$  biết:  $2x = 3y; 4y = 5z$  và  $x + y + z = 11$
- c. Tìm  $x$ , biết:  $(x + 2)^{n+1} = (x + 2)^{n+11}$  (Với  $n$  là số tự nhiên)

## Bài 0.93.

- a. Tìm độ dài 3 cạnh của tam giác có chu vi bằng 13 cm. Biết độ dài 3 đường cao tương ứng lần lượt là 2 cm, 3 cm, 4 cm.
- b. Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $2xy - x - y = 2$

**Bài 0.94.** Cho tam giác ABC ( $AB < AC$ , góc  $B = 60^\circ$ ). Hai phân giác AD và CE của  $\triangle ABC$  cắt nhau ở I, từ trung điểm M của BC kẻ đường vuông góc với đường phân giác AI tại H, cắt AB ở P, cắt AC ở K.

- a. Tính AIC
- b. Tính độ dài cạnh AK biết  $PK = 6$  cm,  $AH = 4$  cm.
- c. Chứng minh  $\triangle IDE$  cân.

**Bài 0.95.** Chứng minh rằng  $\sqrt{10}$  là số vô tỉ.



## §20. ĐỀ SỐ 20

## Bài 0.96.

a. Tính  $M = \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$ .

b. Tìm  $x$ , biết:  $|2017 - x| + |2018 - x| + |2019 - x| = 2$ .

## Bài 0.97.

a. Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức:  $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ .

b. Cho hai đa thức:  $f(x) = (x-1)(x+3)$  và  $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$ . Xác định hệ số  $a; b$  của đa thức  $g(x)$  biết nghiệm của đa thức  $f(x)$  cũng là nghiệm của đa thức  $g(x)$ .

c. Tìm các số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $x + y + z = xyz$ .

**Bài 0.98.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ,  $BH$  vuông góc  $AC$  tại  $H$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $M$  bất kì ( $M$  khác  $B$  và  $C$ ). Gọi  $D, E, F$  là chân đường vuông góc hạ từ  $M$  đến  $AB, AC, BH$ .

a. Chứng minh:  $\triangle DBM = \triangle FMB$ .

b. Chứng minh khi  $M$  chạy trên cạnh  $BC$  thì tổng  $MD + ME$  có giá trị không đổi.

c. Trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $K$  sao cho  $CK = EH$ . Chứng minh  $BC$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $DK$ .

**Bài 0.99.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC, B = 60^\circ$ ). Hai tia phân giác  $AD$  ( $D \in BC$ ) và  $CE$  ( $E \in AB$ ) của  $\triangle ABC$  cắt nhau ở  $I$ . Chứng minh  $\triangle IDE$  cân.

**Bài 0.100.** Cho  $S_n = \frac{1^2 - 1}{1} + \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$  (với  $n \in \mathbb{N}$  và  $n > 1$ )

Chứng minh rằng  $S_n$  không là số nguyên.



## §21. ĐỀ SỐ 21

## Bài 0.101.

- a. Tính giá trị biểu thức  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3, 5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7, 5$
- b. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$
- c. Tính đa thức M biết rằng :  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ . Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn  $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$ .

## Bài 0.102. Tìm x biết:

- a.  $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$
- b.  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$
- c. Tìm x, y nguyên biết  $2xy - x - y = 2$

## Bài 0.103.

- a. Tìm hai số nguyên dương x và y biết rằng tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210; 12.
- b. Cho  $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$
- . Chứng minh biểu thức  $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$  có giá trị nguyên.
- c. Cho a, b, c, d  $\in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$ . Chứng minh a + b + c + d chia hết cho 3

**Bài 0.104.** Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

- a. AC = EB và AC // BE
- b. Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng
- c. Từ E kẻ  $EH \perp BC (H \in BC)$ . Biết  $HBE = 50^\circ$ ;  $MEB = 25^\circ$ . Tính  $HEM$  và  $BME$

**Bài 0.105.** Cho  $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$ . Chứng tỏ B không phải là số nguyên.



## §22. ĐỀ SỐ 22

**Bài 0.106.** Thực hiện phép tính:

$$A = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2015} \quad B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

**Bài 0.107.**

- Tìm  $x$  để biểu thức  $P = 1 + \frac{9}{3 + |x - 5|}$  đạt giá trị lớn nhất.
- Tìm giá trị của  $x$  biết:  $|2x - 1| = 2$ .
- Cho 4 số  $a, b, c, d$  trong đó  $b$  là trung bình cộng của  $a$  và  $c$  đồng thời  $\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{d} \right)$ .

Chứng minh bốn số đó lập thành tỉ lệ thức.

**Bài 0.108.** Nhà trường thành lập 3 nhóm học sinh khối 7 tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó  $\frac{2}{3}$  số học sinh của nhóm I bằng  $\frac{8}{11}$  số học sinh của nhóm II và bằng  $\frac{4}{5}$  số học sinh của nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là 18 học sinh. Tính số học sinh của mỗi nhóm.

**Bài 0.109.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng  $AD$  vuông góc và bằng  $AB$ ;  $AE$  vuông góc và bằng  $AC$ .

- Chứng minh:  $DC = BE$  và  $DC \perp BE$
- Gọi  $N$  là trung điểm của  $DE$ . Trên tia đối của tia  $NA$  lấy  $M$  sao cho  $NA = NM$ . Chứng minh:  $AB = ME$  và  $\triangle ABC = \triangle EMA$ .
- Chứng minh:  $MA \perp BC$ .

**Bài 0.110.** Một số chính phương có dạng  $\overline{abcd}$ . Biết  $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ . Hãy tìm số  $\overline{abcd}$ .





## §23. ĐỀ SỐ 23

**Bài 0.111.** Thực hiện phép tính:

$$\text{a. } A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$\text{b. } B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

**Bài 0.112.**

a. Chứng minh rằng:  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$  chia hết cho 10 với mọi số nguyên dương  $n$ .

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :  $A = |2014 - x| + |2015 - x| + |2016 - x|$

c. Tìm  $x, y$  thuộc  $\mathbb{Z}$  biết :  $25 - y^2 = 8(x - 2015)^2$

**Bài 0.113.**

a. Cho  $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$  và  $4x^3 - 3 = 29$ . Tính:  $x - 2y + 3z$

b. Cho  $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$  và  $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$  trong đó  $a, b, c$  là hằng số.

Xác định  $a, b, c$  để  $f(x) = g(x)$ .

**Bài 0.114.** Cho tam giác ABC có ( $AB < AC$ ). Gọi M là trung điểm của BC. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc BAC tại N, cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng :

a.  $BE = CF$

b.  $AE = \frac{AB + AC}{2}$

**Bài 0.115.** Cho tam giác ABC có góc B bằng  $45^\circ$ , góc C bằng  $120^\circ$ . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho  $CD = 2CB$ . Tính góc ADB.



## §24. ĐỀ SỐ 24

**Bài 0.116.** Tính hợp lí:

a.  $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23}$

b.  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

c.  $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17)$

d.  $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35}$

**Bài 0.117.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a.  $A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right).$

b.  $B = 2x^2 - 3x + 5$  với  $|x| = \frac{1}{2}.$

c.  $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$ , biết  $x - y = 0.$

**Bài 0.118.**

a. Tìm  $x, y$  biết:  $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0.$

b. Tìm  $x, y, z$  biết:  $\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$  và  $x + y + z = 18.$

**Bài 0.119.**

a. Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x - 2xy + y - 3 = 0.$

b. Cho đa thức  $f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$ . Tính  $f(100).$

**Bài 0.120.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a. Chứng minh rằng:  $\triangle ADC = \triangle ABE.$

b. Chứng minh rằng:  $\widehat{DIB} = 60^\circ.$

c. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng  $\triangle AMN$  đều.

d. Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

**Bài 0.121.** Cho tam giác ABC cân tại A,  $A = 80^\circ$ . Ở miền trong tam giác lấy điểm I sao cho  $IBC = 10^\circ, ICB = 30^\circ$ . Tính AIB



## §25. ĐỀ SỐ 25

## Bài 0.122.

a. Tính:  $A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60}\right) : 1\frac{23}{24}$

b. So sánh:  $16^{20}$  và  $2^{100}$

## Bài 0.123.

a. Tìm  $x$  biết:  $|2x - 7| + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

b. Tìm số tự nhiên  $n$  biết:  $3^{-1} \cdot 3^n + 4 \cdot 3^n = 13 \cdot 3^5$

## Bài 0.124.

a. Cho dãy tỉ số bằng nhau:  $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$

Tính giá trị biểu thức  $Q$ , biết  $Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

b. Cho biểu thức  $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$  với  $x, y, z, t$  là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh  $M^{10} < 1025$ .

## Bài 0.125.

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi  $M$  là trung điểm BC,  $D$  là điểm thuộc đoạn BM ( $D$  khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH, CI lần lượt vuông góc với đường thẳng AD tại H và I. Chứng minh rằng:

a.  $BAM = ACM$  và  $BH = AI$ .

b. Tam giác MHI vuông cân.

2) Cho tam giác ABC có góc  $\widehat{A} = 90^\circ$ . Kẻ AH vuông góc với BC ( $H$  thuộc BC). Tia phân giác của góc HAC cắt cạnh BC ở điểm D và tia phân giác của góc HAB cắt cạnh BC ở E. Chứng minh rằng  $AB + AC = BC + DE$ .

**Bài 0.126.** Cho  $x, y, z$  là 3 số thực tùy ý thỏa mãn  $x + y + z = 0$  và  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1$ . Chứng minh rằng đa thức  $x^2 + y^4 + z^6$  có giá trị không lớn hơn 2.



## §26. ĐỀ SỐ 26

**Bài 0.127.** 1) Thực hiện phép tính

a.  $A = \frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} + \frac{11}{25}$

b.  $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

2) Tìm  $x, y, z$  biết:

a.  $\left(3 - \frac{9}{10} - |x + 2|\right) : \left(\frac{19}{10} - 1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$

b.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$  và  $2x - 3y + z = 6$

**Bài 0.128.**

a. Tìm  $x, y$  nguyên thỏa mãn  $3xy - 5 = x^2 + 2y$

b. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$  thì:  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$  chia hết cho 10

**Bài 0.129.** Cho đa thức:  $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$ .

a. Chứng minh rằng  $x = -1$  là nghiệm của  $A(x)$

b. Tính giá trị biểu thức  $A(x)$  khi  $x = \frac{1}{2}$

**Bài 0.130.** Cho  $\triangle ABC$  ( $AB > AC$ ),  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đường thẳng đi qua  $M$  vuông góc với tia phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $AB, AC$  lần lượt tại  $E$  và  $F$  (giao điểm của đường thẳng đó với tia phân giác góc  $BAC$  là  $H$ ). Chứng minh rằng:

a.  $EH = HF$

b.  $2BME = ACB - B$ .

c.  $\frac{FE^2}{4} + AH^2 = AE^2$ .

d.  $BE = CF$

**Bài 0.131.** Giải bằng máy tính cầm tay:

a. Tính giá trị của đa thức  $P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}$  tại  $x = 2, 13$  (kết quả ghi dưới dạng số thập phân lấy trên màn hình).

b. Tìm 2 chữ số cuối của:  $A = 2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012} + 2^{2013} + 2^{2014} + 2^{2015} + 2^{2016}$



## §27. ĐỀ SỐ 27

## Bài 0.132.

a. Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

b. Cho hàm số  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Cho biết  $f(0) = 2014$ ;  $f(1) = 2015$ ;  $f(-1) = 2017$ . Tính  $f(-2)$ .

Bài 0.133. Tìm  $x, y$  biết:

a.  $\left|x + \frac{1}{5}\right| - 4 = -2$

b.  $2^{x-1} + 5 \cdot 2^{x-2} = \frac{7}{32}$

c.  $|x + 5| + (3y - 4)^{2016} = 0$

d.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$  và  $xy = 40$

## Bài 0.134.

a. Tìm tất cả các cặp số nguyên  $x, y$  sao cho:  $2xy + x - 2y = 4$

b. Số  $M$  được chia thành ba số tỉ lệ với  $0,5; 1\frac{2}{3}; 2\frac{1}{4}$ . Tìm số  $M$  biết rằng tổng bình phương của ba số đó bằng 4660.

**Bài 0.135.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$ , trên tia đối của tia  $CB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $CE = BD$ . Đường thẳng vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  cắt  $AB$  tại  $M$ . Đường vuông góc với  $BE$  tại  $E$  cắt  $AC$  tại  $N$ .

a. Chứng minh:  $\triangle MBD = \triangle NCE$ .

b. Cạnh  $BC$  cắt  $MN$  tại  $I$ . Chứng minh  $I$  trung điểm của  $MN$ .

c. Chứng minh đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $D$  thay đổi trên đoạn  $BC$ .

## Bài 0.136.

a. Tìm số tự nhiên có ba chữ số. Biết rằng số đó chia hết cho 7 và tổng các chữ số đó bằng 14.

b. Cho tam giác  $ABC$  có  $BAC = BCA = 80^\circ$ . Ở miền trong của tam giác vẽ hai tia  $Ax$  và  $Cy$  cắt  $BC$  và  $BA$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ . Cho biết  $CAD = 60^\circ$ ;  $ECA = 50^\circ$ . Tính số đo góc  $ADE$ .



## §28. ĐỀ SỐ 28

## Bài 0.137.

a. Thực hiện phép tính:  $B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4(-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2}\right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$

b. Cho các số  $a, b, c$  khác 0 thỏa mãn:  $\frac{a-b+c}{2b} = \frac{c-a+b}{2a} = \frac{a-c+b}{2c}$

Tính giá trị biểu thức:  $P = \left(1 + \frac{c}{b}\right) \cdot \left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a}{c}\right)$

## Bài 0.138.

a. Tìm  $x$  biết:  $\frac{2}{|x-2|+2} = \frac{3}{|6-3x|+1}$

b. Tìm hình chữ nhật có kích thước các cạnh là số nguyên sao cho số đo diện tích bằng số đo chu vi.

c. Tìm các số nguyên dương  $x; y; z$  thỏa mãn:

$$(x-y)^3 + (y-z)^2 + 2015 \cdot |x-z| = 2017$$

Bài 0.139. Cho hàm số:  $y = f(x) = x + \frac{3}{2}|x|(1)$

a. Vẽ đồ thị hàm số (1).

b. Gọi  $E$  và  $F$  là hai điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ lần lượt là  $(-4)$  và  $\frac{4}{5}$ , xác định tọa độ hai điểm  $E, F$ . Tìm trên trục tung điểm  $M$  để  $EM + MF$  nhỏ nhất.

## Bài 0.140.

1. Cho tam giác  $ABC$  nhọn; vẽ về phía ngoài tam giác  $ABC$  các tam giác vuông cân tại  $A$  là tam giác  $ABD$  và tam giác  $ACE$ .

a. Chứng minh  $DC = BE$  và  $DC \perp BE$ .

b. Gọi  $H$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $A$  đến  $ED$  và  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . Chứng minh  $A, M, H$  thẳng hàng.

2. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3$  cm;  $AC = 4$  cm. Điểm  $I$  nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là chân đường vuông góc kẻ từ điểm  $I$  đến  $BC$ . Tính  $MB$ .

Bài 0.141. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n \geq 2$  thì tổng:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \text{ không thể là một số nguyên.}$$

## §29. ĐỀ SỐ 29

## Bài 0.142.

- a. Tìm  $x$ , biết  $|x - 1| = \frac{2}{3}$ ;
- b. Tính giá trị của biểu thức sau:  $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$  với  $|x - 1| = \frac{2}{3}$

## Bài 0.143.

- a. Tìm chữ số tận cùng của  $A$  biết  $A = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$
- b. Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để  $\frac{x+3}{x-2}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 0.144.** Cho đa thức  $f(x)$  xác định với mọi  $x$  thỏa mãn:  $x \cdot f(x+2) = (x^2 - 9) \cdot f(x)$ .

- a. Tính  $f(5)$ .
- b. Chứng minh rằng  $f(x)$  có ít nhất 3 nghiệm.

**Bài 0.145.** Cho tam giác  $ABC$ , trung tuyến  $AM$ . Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh  $C$  bờ là đường thẳng  $AB$  dựng đoạn  $AE$  vuông góc với  $AB$  và  $AE = AB$ . Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh  $B$  bờ là đường thẳng  $AC$  dựng đoạn  $AF$  vuông góc với  $AC$  và  $AF = AC$ . Chứng minh rằng:

- a.  $FB = EC$
- b.  $EF = 2AM$
- c.  $AM \perp EF$ .

**Bài 0.146.** Cho  $a, b, c, d$  là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$$

## §30. ĐỀ SỐ 30

**Bài 0.147.** Thực hiện phép tính:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right); \quad B = (0,25)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

**Bài 0.148.**

a. Tìm  $x$  biết:  $|2x - 6| - 4x = 12$

b. Tìm  $x$  biết:  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2015}\right) \cdot x = \frac{2014}{1} + \frac{2013}{2} + \dots + \frac{2}{2013} + \frac{1}{2014}$

c. Chứng minh rằng: Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $\frac{4a+5b}{4a-5b} = \frac{4c+5d}{4c-5d}$  (Với  $a, b, c, d \neq 0; 4a \neq \pm 5b; 4c \neq \pm 5d$ )

**Bài 0.149.** Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5 cm/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4 cm/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3 cm/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây.

**Bài 0.150.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$ , trên tia đối của tia  $CB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BD = CE$ . Các đường thẳng vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  và  $E$  cắt  $AB, AC$  lần lượt ở  $M, N$ .

a. Chứng minh rằng:  $DM = EN$ .

b.  $MN$  cắt  $BC$  tại  $I$ . Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $MN$ .

c. Chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $D$  thay đổi trên cạnh  $BC$ .

**Bài 0.151.** Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Chứng tỏ rằng:  $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$ .  
Biết rằng  $13a + b + 2c = 0$





## §31. ĐỀ SỐ 31

## Bài 0.152.

- a. Tìm tập hợp các số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) < x < \frac{1}{24} - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{3}\right)$ .
- b. Tìm các số  $a, b, c$  thỏa mãn  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}; \frac{b}{5} = \frac{c}{4}$  và  $a - b + c = -49$ .

## Bài 0.153.

- a. Tìm giá trị của  $m$  để đa thức  $g(x) = x^4 + m^2x^3 + mx^2 + mx - 1$  có nghiệm là  $-1$ .
- b. Tìm tổng các hệ số của đa thức sau khi phá ngoặc và sắp xếp, biết:  $f(x) = (3x^2 - 12x + 8)^{2013} \cdot (x^3 - 2x^2 + 3x - 3)^{2014}$ .
- c. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$  thì phân số  $\frac{12n+1}{30n+2}$  là phân số tối giản.

**Bài 0.154.** Một xe tải chạy từ thành phố A đến hải cảng B gồm ba chặng đường dài bằng nhau, nhưng chất lượng mặt đường xấu tốt khác nhau nên vận tốc trên mỗi chặng lần lượt bằng 40; 24 và 60 (km/h). Biết tổng thời gian đi từ A đến B là 5 giờ, tính độ dài quãng đường AB?

**Bài 0.155.** Cho tam giác ABC vuông tại A, có  $C = 30^\circ$ , kẻ  $AH \perp BC (H \in BC)$ . Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho  $HD = HB$ . Từ C kẻ  $CE \perp AD$ . Chứng minh rằng:

- a.  $\angle BAD = 60^\circ$ ;
- b. EH song song với AC.

## Bài 0.156.

- a. Tính giá trị của biểu thức  $A = 1.3 + 2.4 + 3.5 + 4.6 + \dots + 48.50$ .
- b. Cho  $B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ . Chứng minh rằng:  $B < \frac{3}{4}$ .



## §32. ĐỀ SỐ 32

## Bài 0.157.

- a. Tính giá trị của biểu thức  $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$
- b. Tính giá trị của biểu thức  $B = 2x^2 - 3x + 1$  với  $|x| = \frac{1}{2}$ .
- c. Tìm 3 số  $x, y, z$  biết rằng:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}; \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$  và  $x + y + z = -110$ .

## Bài 0.158.

- a. Tìm tập hợp các số nguyên  $x$ , biết rằng:

$$4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < \left(3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5 \cdot 1\frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right)$$

- b. Cho  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$
- c. Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2015$  tại  $x, y$  thỏa mãn:

$$|x - 1| + (y + 2)^{20} = 0$$

## Bài 0.159.

- a. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo 1: 2: 3.
- b. Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 37 = |b - 45| + b - 45$ .

**Bài 0.160.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

- a. Chứng minh rằng:  $\triangle ADC = \triangle ABE$ .
- b. Chứng minh rằng: góc DIB =  $60^\circ$ .
- c. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng  $\triangle AMN$  đều.
- d. Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

**Bài 0.161.** Cho 20 số nguyên khác 0:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$  có các tính chất sau:

- \*  $a_1$  là số dương.
- \* Tổng của ba số viết liền nhau bất kì là một số dương.
- \* Tổng của 20 số đó là số âm.

Chứng minh rằng:  $a_1 \cdot a_{14} + a_{14} \cdot a_{12} < a_1 \cdot a_{12}$ .



## §33. ĐỀ SỐ 33

## Bài 0.162.

- a. Tính giá trị  $A = 1000 - \{(-5)^3 \cdot (-2)^3 - 11 \cdot [7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121)]\}$
- b. Tìm  $x$  biết  $\left(3 - \frac{9}{10} - |x + 2|\right) : \left(\frac{19}{10} - 1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$
- c. Tìm  $x$  thỏa mãn  $|x - 10|^{10} + |x - 11|^{11} = 1$

## Bài 0.163.

- a. Tìm hai số dương khác nhau  $x, y$  biết rằng: Tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210 và 12.
- b. Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0. Tìm các số thực  $x, y, z$  khác 0 thỏa mãn:

$$\frac{xy}{ay + bx} = \frac{yz}{bz + cy} = \frac{zx}{cx + az} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2}$$

## Bài 0.164.

- a. Tìm  $x, y$  nguyên thỏa mãn  $3xy - 5 = x^2 + 2y$
- b. Tìm số có bốn chữ số  $\overline{abcd}$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:
- $\overline{ab}, \overline{ad}$  là hai số nguyên tố;
  - $\overline{db} + c = b^2 + d$ .

**Bài 0.165.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{B} < 90^\circ$  và  $\hat{B} = 2\hat{C}$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BH$  (với  $H$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $A$  đến  $BC$ ), đường thẳng  $EH$  cắt  $AC$  ở  $D$ .

- a. Chứng minh rằng:  $DA = DC$ .
- b. Chứng minh rằng:  $AE = HC$ .



## §34. ĐỀ SỐ 34

## Bài 0.166.

- a. Chứng minh:  $5^{2014} - 5^{2013} + 5^{2012}$  chia hết cho 105 .
- b. Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 2$  và  $p + 4$  đều là số nguyên tố.

Bài 0.167. Tìm  $x$  biết:

- a.  $|3 - 2x| = x + 1$
- b.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) \cdot x = \frac{2013}{1} + \frac{2012}{2} + \dots + \frac{2}{2012} + \frac{1}{2013}$

## Bài 0.168.

- a. Tìm  $x; y; z$  biết  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}; 5x = 7z$  và  $x - 2y + z = 32$ .
- b. Cho  $\frac{7x + 5y}{3x - 7y} = \frac{7z + 5t}{3z - 7t}$ . Chứng minh:  $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$ .
- c. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A = |x - 2013| + |2014 - x| + |x - 2015|$ .

**Bài 0.169.** Cho tam giác  $ABC$  cân ( $AB = AC$ ). Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  trên tia đối tia  $CB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BD = CE$ . Các đường thẳng vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  và  $E$  cắt  $AB$  và  $AC$  lần lượt ở  $M$  và  $N$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $BE$ .

- a. Biết  $AB < BC$ . Chứng minh:  $\hat{A} > 60^\circ$ .
- b. Chứng minh  $IM = IN$
- c. Chứng minh đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$  luôn đi qua 1 điểm cố định khi  $D$  thay đổi trên cạnh  $BC$ .

## §35. ĐỀ SỐ 35

## Bài 0.170.

1. Tính giá trị của biểu thức

$$A = (-1)^3 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot (-7) \cdot \left(-\frac{1}{14}\right)$$

$$B = 2016 : \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right)$$

2. Cho đa thức  $Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Biết  $Q(x)$  chia hết cho 3 với mọi  $x \in \mathbb{Z}$ . Chứng tỏ các hệ số  $a, b, c, d$  đều chia hết cho 3.

## Bài 0.171.

1. Biết  $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$  (với  $a, b, c \neq 0$ ). Chứng minh rằng:  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ .
2. Số M được chia thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 5; 6. Biết rằng tổng các lập phương của ba phần đó là 10728. Hãy tìm số M.

**Bài 0.172.** Cho tam giác ABC đều. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho  $BD = \frac{1}{3}AB$ . Tại D kẻ đường vuông góc với AB cắt cạnh BC tại E. Tại E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC tại F.

1. Chứng minh  $DF \perp AC$ . Biết trong tam giác vuông cạnh đối diện với góc  $30^\circ$  thì bằng nửa cạnh huyền.
2. Chứng minh tam giác DEF đều.
3. Gọi G là trọng tâm của tam giác DEF. Chứng minh  $GA = GB = GC$ .

**Bài 0.173.** Cho tam giác ABC, trung tuyến AM và BE cắt nhau tại G. Chứng minh rằng nếu  $\angle AGB \leq 90^\circ$  thì  $AC + BC > 3AB$ .

**Bài 0.174.** Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $C = \frac{22 - 3x}{4 - x}$  có giá trị lớn nhất.

## §36. ĐỀ SỐ 36

## Bài 0.175.

- a. Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện:  $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$ .

Hãy tính giá trị của biểu thức:  $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ .

- b. Cho tỉ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  với  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0, a \neq \pm b, c \neq \pm d$ .

Chứng minh:  $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

## Bài 0.176.

- a. Cho  $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

Chứng minh rằng: Biểu thức sau có giá trị nguyên

$$A = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$$

- b. Tìm  $x$  biết:  $x^2 - 5x + 6 = 0$

- c. Số  $A$  được chia thành ba phần số tỉ lệ theo  $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ . Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số  $A$ .

**Bài 0.177.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = |x - 2013| + |x - 3014| + |x - 2015|$

**Bài 0.178.** Tìm hai số dương biết tổng, hiệu, tích của chúng tỉ lệ nghịch với ba số 20;120;16.

**Bài 0.179.** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ , có góc  $C = 30^\circ$ , đường cao  $AH$ . Trên đoạn  $HC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $HD = HB$ . Từ  $C$  kẻ  $CE$  vuông góc với  $AD$ . Chứng minh:

- Tam giác  $ABD$  là tam giác đều.
- $AH = CE$ .
- $HE$  song song với  $AC$ .



## §37. ĐỀ SỐ 37

## Bài 0.180.

- a. Tính giá trị biểu thức  $P = \left| a - \frac{1}{2014} \right| + \left| a - \frac{1}{2016} \right|$ , với  $a = \frac{1}{2015}$ .
- b. Tìm số nguyên  $x$  để tích hai phân số  $\frac{6}{x+1}$  và  $\frac{x-1}{3}$  là một số nguyên.

## Bài 0.181.

- a. Cho  $a > 2$ ,  $b > 2$ . Chứng minh  $ab > a + b$
- b. Cho ba hình chữ nhật, biết diện tích của hình thứ nhất và diện tích của hình thứ hai tỉ lệ với 4 và 5, diện tích hình thứ hai và diện tích hình thứ ba tỉ lệ với 7 và 8, hình thứ nhất và hình thứ hai có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27 cm, hình thứ hai và hình thứ ba có cùng chiều rộng, chiều dài của hình thứ ba là 24 cm. Tính diện tích của mỗi hình chữ nhật đó.

**Bài 0.182.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $ME = MA$ . Chứng minh rằng:

- a.  $AC = EB$  và  $AC \parallel BE$
- b. Gọi  $I$  là một điểm trên  $AC$ ,  $K$  là một điểm trên  $EB$  sao cho:  $AI = EK$ . Chứng minh:  $I, M, K$  thẳng hàng.
- c. Từ  $E$  kẻ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Biết góc  $HBE$  bằng  $50^\circ$ ; góc  $MEB$  bằng  $25^\circ$ , tính các góc  $HEM$  và  $BME$ ?

**Bài 0.183.** Cho các số  $0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{15}$ . Chứng minh rằng  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_5 + a_{10} + a_{15}} < 5$

**Bài 0.184.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn với  $BAC = 60^\circ$ . Chứng minh rằng:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$$



## §38. ĐỀ SỐ 38

**Bài 0.185.** Tính các giá trị biểu thức sau:

$$A = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{49}} + \frac{1}{49} - \frac{1}{(7\sqrt{7})^2}}{\frac{\sqrt{64}}{2} - \frac{4}{7} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{4}{343}}$$

**Bài 0.186.** Tìm các số  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$  biết

$$\frac{a_1 - 1}{9} = \frac{a_2 - 2}{8} = \frac{a_3 - 3}{7} = \dots = \frac{a_9 - 9}{1} \text{ và } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 90$$

**Bài 0.187.**

a. Tìm  $x, y$  thoả mãn:  $|x^2 + 2x| + |y^2 - 9| = 0$

b. Tìm  $x, y, z$  thoả mãn:  $\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(y + \sqrt{2})^2} + |x + y + z| = 0$

**Bài 0.188.** Cho  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$  chứng minh rằng:  $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

**Bài 0.189.**

a. Cho hàm số:  $y = f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{với } x \geq -1 \\ x - 1 & \text{với } x < -1 \end{cases}$

- Viết  $f(x)$  dưới dạng 1 biểu thức.

- Tìm  $x$  khi  $f(x) = 2$ .

- Tổng của 20 số đó là số âm.

b. Cho hai đa thức  $P(x) = x^2 + 2mx + m^2$  và  $Q(x) = x^2 + (2m + 1)x + m^2$  Tìm  $m$  biết  $P(1) = Q(-1)$

**Bài 0.190.** Tìm  $x, y$  để  $C = -18 - |2x - 6| - |3y + 9|$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 0.191.** Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 65 km/h, cùng lúc đó một xe máy chạy từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Biết khoảng cách AB là 540 km và M là trung điểm của AB. Hỏi sau khi khởi hành bao lâu thì ô tô cách M một khoảng bằng  $\frac{1}{2}$  khoảng cách từ xe máy đến M.

**Bài 0.192.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân ở A, M là trung điểm của BC, điểm E nằm giữa M và C. Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H và K thuộc đường thẳng AE). Chứng minh rằng:

a.  $BH = AK$ .

b.  $\triangle MBH = \triangle MAK$ .

c.  $\triangle MHK$  là tam giác vuông cân.





## §39. ĐỀ SỐ 39

## Bài 0.193.

- a.  $3^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1} = 162$
- b.  $3x + x^2 = 0$
- c.  $(x-1)(x-3) < 0$

## Bài 0.194.

- a. Tìm ba số  $x, y, z$  thỏa mãn:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  và  $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$
- b. Cho  $\frac{a}{2b} = \frac{b}{2c} = \frac{c}{2d} = \frac{d}{2a}$  ( $a, b, c, d > 0$ )  
 Tính  $A = \frac{2011a - 2010b}{c + d} + \frac{2011b - 2010c}{a + d} + \frac{2011c - 2010d}{a + b} + \frac{2011d - 2010a}{b + c}$

## Bài 0.195.

- a. Tìm cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $x + y + xy = 2$ .
- b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$  (với  $x$  nguyên)

## Bài 0.196.

- a. Cho đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Chứng minh rằng nếu  $f(x)$  nhận 1 và  $-1$  là nghiệm thì  $a$  và  $c$  là 2 số đối nhau.
- b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = (|x-3| + 2)^2 + |y+3| + 2007$

**Bài 0.197.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A.  $M$  là trung điểm BC, trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm D sao cho  $AM = MD$ . Gọi I và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống AD, N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AC.

- a. Chứng minh rằng  $BK = CI$  và  $BK \parallel CI$ .
- b. Chứng minh  $KN < MC$ .
- c.  $\triangle ABC$  thỏa mãn thêm điều kiện gì để  $AI = IM = MK = KD$ .
- d. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Chứng minh rằng các đường thẳng BI, DH, MN đồng quy.



## §40. ĐỀ SỐ 40

## Bài 0.198.

- a. So sánh:  $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$  và  $\sqrt{99}$ .
- b. Chứng minh:  $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$ .
- c. Cho  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$  và  $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$ .  
Tính  $(S - P)^{2016}$ .

## Bài 0.199.

- a. Một số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm hợp số  $r$ .
- b. Tìm số tự nhiên  $\overline{ab}$  sao cho  $\overline{ab}^2 = (a + b)^3$

## Bài 0.200.

- a. Cho  $x, y, z \neq 0$  và  $x - y - z = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$
- b. Cho  $\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$
- c. Cho biểu thức  $M = \frac{5 - x}{x - 2}$ . Tìm  $x$  nguyên để  $M$  có giá trị nhỏ nhất.

**Bài 0.201.** Cho  $\angle xAy = 60^\circ$  vẽ tia phân giác  $Az$  của góc đó. Từ một điểm  $B$  trên tia  $Ax$  vẽ đường thẳng song song với  $Ay$  cắt  $Az$  tại  $C$ . Kẻ  $BH \perp Ay$  tại  $H$ ,  $CM \perp Ay$  tại  $M$ ,  $BK \perp AC$  tại  $K$ . Chứng minh:

- a.  $KC = KA$
- b.  $BH = \frac{AC}{2}$
- c.  $\triangle KMC$  đều.

**Bài 0.202.** Cho  $\triangle ABC$  có  $B = 2C < 90^\circ$ . Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Trên tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = HC$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $DH$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $AC$ .



## §41. ĐỀ SỐ 41

## Bài 0.203.

- a. Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$
- b. Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015}$ . Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng  $2A + 3 = 3^n$

## Bài 0.204.

- a. Tìm các số  $x; y; z$  biết rằng:  $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{y+x-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$
- b. Tìm  $x$ :  $\frac{x+4}{2012} + \frac{x+3}{2013} = \frac{x+2}{2014} + \frac{x+1}{2015}$
- c. Tìm  $x$  để biểu thức sau nhận giá trị dương:  $x^2 + 2016x$

## Bài 0.205.

- a. Cho  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ . Tìm số nguyên  $x$  để  $A$  là số nguyên
- b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $B = \frac{x^2+15}{x^2+3}$
- c. Tìm số nguyên  $x, y$  sao cho  $x - 2xy + y = 0$

**Bài 0.206.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Trên tia đối của của tia  $MA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $ME = MA$ . Chứng minh rằng:

- a.  $AC = EB$  và  $AC \parallel BE$
- b. Gọi  $I$  là một điểm trên  $AC$ ;  $K$  là một điểm trên  $EB$  sao cho  $AI = EK$ . Chứng minh ba điểm  $I, M, K$  thẳng hàng
- c. Từ  $E$  kẻ  $EH \perp BC (H \in BC)$ . Biết  $HBE = 50^\circ; MEB = 25^\circ$ . Tính  $HEM$  và  $BME$

**Bài 0.207.** Từ điểm  $I$  tùy ý trong tam giác  $ABC$ , kẻ  $IM, IN, IP$  lần lượt vuông góc với  $BC, CA, AB$ . Chứng minh rằng:  $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$

## §42. ĐỀ SỐ 42

## Bài 0.208.

a. Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b. Tính giá trị biểu thức:

$$B = 1.2 \cdot 3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$$

c. Tìm một số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu tăng chữ số hàng trăm thêm  $n$  đơn vị đồng thời giảm chữ số hàng chục và giảm chữ số hàng đơn vị đi  $n$  đơn vị thì được một số có 3 chữ số gấp  $n$  lần số có 3 chữ số ban đầu.

## Bài 0.209.

a. Tìm các số  $x, y, z$  biết rằng:  $3x = 4y$ ,  $5y = 6z$  và  $xyz = 30$

b. Tìm  $x$  biết:  $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \frac{3}{4} = \left|-1,6 + \frac{3}{5}\right|$

## Bài 0.210.

1. Cho hàm số  $y = f(x) = (m - 1)x$

a. Tìm  $m$  biết:  $f(2) - f(-1) = 7$

b. Cho  $m = 5$ . Tìm  $x$  biết  $f(3 - 2x) = 20$

2. Cho các đơn thức  $A = -\frac{1}{2}x^2yz^2$ ,  $B = -\frac{3}{4}xy^2z^2$ ,  $C = x^3y$

Chứng minh rằng các đơn thức  $A, B, C$  không thể cùng nhận giá trị âm.

**Bài 0.211.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ . Phân giác  $ABC$  cắt  $AC$  tại  $D$ , phân giác  $ACB$  cắt  $AB$  tại  $E$ .  $BD$  cắt  $CE$  tại  $I$ .

a. Tính số đo góc  $BIC$ .

b. Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $BF = BE$ . Chứng minh  $\triangle CID = \triangle CIF$ .

c. Trên tia  $IF$  lấy điểm  $M$  sao cho  $IM = IB + IC$ . Chứng minh  $\triangle BCM$  là tam giác đều.

**Bài 0.212.** Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n = 2^{n+11}$

## §43. ĐỀ SỐ 43

**Bài 0.213.** Cho  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$  chứng minh rằng:

a.  $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

b.  $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

**Bài 0.214.** Xét tổng gồm  $n$  số hạng  $S_n = 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh rằng  $S_n < 2$

**Bài 0.215.** Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5 m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4 m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3 m/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây

**Bài 0.216.** Cho tam giác ABC cân tại A có  $A = 20^\circ$ , vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a. Tia AD là phân giác của góc BAC

b.  $AM = BC$

**Bài 0.217.** Cho tam giác ABC cân tại A,  $A = 80^\circ$ . Ở miền trong tam giác lấy điểm I sao cho  $IBC = 10^\circ, ICB = 30^\circ$ . Tính  $AIB$



## §44. ĐỀ SỐ 44

**Bài 0.218.** Tìm  $x$  biết:

- $\frac{64}{(-2)^x} = (-16)^2 : 4^3$
- $\frac{6}{x^2 + 2} + \frac{12}{x^2 + 8} = 3 - \frac{7}{x^2 + 3}$
- $|x - 2| + |3 - x| = 11$

**Bài 0.219.**

- Cho tỉ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng ta có các tỉ lệ thức sau ( giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa).

- $\frac{4a - 3b}{a} = \frac{4c - 3d}{c}$
- $\frac{(a - b)^2}{(c - d)^2} = \frac{3a^2 + 2b^2}{3c^2 + 2d^2}$

- Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết:  $x + y + 2xy = 83$

**Bài 0.220.**

- Hai xe máy cùng khởi hành 1 lúc từ  $A$  và  $B$  cách nhau 11 km để đi đến  $C$  ( 3 địa điểm  $A, B, C$  cùng ở trên một đường thẳng ) vận tốc của người đi từ  $A$  là 20 km/h, của người đi từ  $B$  là 24 km/h. Tính quãng đường mỗi người đã đi biết họ đến  $C$  cùng 1 lúc.
- Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Chứng tỏ rằng:  $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$  biết  $13a + b + 2c = 0$

**Bài 0.221.** Cho  $\triangle ABC$  có góc  $B$  và góc  $C$  là hai góc nhọn. Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ , trên tia đối của tia  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AC$ .

- Chứng minh rằng:  $BE = CD$
- Lấy  $M$  là trung điểm của  $BE$ ,  $N$  là trung điểm của  $CD$ . Chứng minh  $M, A, N$  thẳng hàng.
- $Ax$  là tia bất kì nằm giữa 2 tia  $AB$  và  $AC$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $B$  và  $C$  trên tia  $Ax$ . Chứng minh  $BH + CK \leq BC$
- Xác định vị trí của tia  $Ax$  để tổng  $BH + CK$  có giá trị lớn nhất.

**Bài 0.222.** Cho biểu thức  $A = \frac{3|x| + 2}{4|x| - 5}$

Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A$  đạt GTLN, tìm GTLN đó.



## §45. ĐỀ SỐ 45

## Bài 0.223.

- Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$ .
- Cho  $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$  và  $2x^3 - 1 = 15$ . Tính  $B = x + y + z$ .

## Bài 0.224.

- Tìm  $x, y$  biết:  $x(x-y) = \frac{3}{10}$  và  $y(x-y) = -\frac{3}{50}$ .
- Tìm  $x$  biết:  $(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) > 0$ .

## Bài 0.225.

- Tìm số tự nhiên  $n$  để phân số  $\frac{7n-8}{2n-3}$  có giá trị lớn nhất.
- Cho đa thức  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a, b, c, d$  là các hệ số nguyên. Biết rằng,  $p(x) : 5$  với mọi  $x$  nguyên. Chứng minh rằng  $a, b, c, d$  đều chia hết cho 5.
- Gọi  $a, b, c$  là độ dài các cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2.$$

**Bài 0.226.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  ( $D$  khác  $B, C$ ). Trên tia đối của tia  $CB$ , lấy điểm  $E$  sao cho  $CE = BD$ . Đường vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $D$  cắt  $AB$  tại  $M$ . Đường vuông góc với  $BC$  kẻ từ  $E$  cắt đường thẳng  $AC$  tại  $N$ ,  $MN$  cắt  $BC$  tại  $I$ .

- Chứng minh  $DM = EN$ .
- Chứng minh  $IM = IN, BC < MN$ .
- Gọi  $O$  là giao của đường phân giác góc  $A$  và đường thẳng vuông góc với  $MN$  tại  $I$ . Chứng minh rằng  $\triangle BMO = \triangle CNO$ . Từ đó suy ra điểm  $O$  cố định.

**Bài 0.227.** Cho các số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn:  $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$ .  
Hãy tính giá trị của biểu thức:  $P = a^{2014} + b^{2015}$ .

## §46. ĐỀ SỐ 46

**Bài 0.228.** Tìm x biết:

a.  $3^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1} = 162$

b.  $3x + x^2 = 0$

c.  $(x-1)(x-3) < 0$

**Bài 0.229.**

a. Tìm ba số  $x, y, z$  thỏa mãn:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  và  $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$

b. Cho  $\frac{a}{2b} = \frac{b}{2c} = \frac{c}{2d} = \frac{d}{2a}$  ( $a, b, c, d > 0$ )  
 Tính  $A = \frac{2011a - 2010b}{c + d} + \frac{2011b - 2010c}{a + d} + \frac{2011c - 2010d}{a + b} + \frac{2011d - 2010a}{b + c}$

**Bài 0.230.**

a. Tìm cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $x + y + xy = 2$ .

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$  (với x nguyên)

**Bài 0.231.**

a. Cho đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Chứng minh rằng nếu  $f(x)$  nhận 1 và  $-1$  là nghiệm thì a và c là 2 số đối nhau.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = (|x-3| + 2)^2 + |y+3| + 2007$

**Bài 0.232.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A. M là trung điểm BC, trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho  $AM = MD$ . Gọi I và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống AD, N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AC.

a. Chứng minh rằng  $BK = CI$  và  $BK \parallel CI$ .

b. Chứng minh  $KN < MC$ .

c.  $\triangle ABC$  thỏa mãn thêm điều kiện gì để  $AI = IM = MK = KD$ .

d. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Chứng minh rằng các đường thẳng BI, DH, MN đồng quy.





## §47. ĐỀ SỐ 47

## Bài 0.233.

- a. Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$
- b. Chứng minh rằng:  $\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} < \frac{1}{50}$
- c. Tính:  $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 98^2$
- d. Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3 chứng minh rằng:  $p^2 - 1$  chia hết cho 24

## Bài 0.234.

- a. Tìm  $x$  biết  $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$
- b. Cho  $C = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2) + 6}$  với  $m \in \mathbb{N}$  Chứng minh  $C$  là số hữu tỉ
- c. Cho  $M = (x-1)(x+2)(3-x)$ . Tìm  $x$  để  $M < 0$

## Bài 0.235.

- a. Cho  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$  chứng minh rằng:  $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$
- b. Tìm các giá trị nguyên của  $x$  và  $y$  biết:  $x^2 - y^2 = 5$

**Bài 0.236.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BAC = 75^\circ$ ,  $ABC = 35^\circ$ . Phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AD$  cắt tia  $BC$  tại  $E$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $DE$ . Chứng minh rằng:

- a. Tam giác  $ACM$  là tam giác cân.
- b.  $AB < \frac{AD + AE}{2}$
- c. Chu vi tam giác  $ABC$  bằng độ dài đoạn thẳng  $BE$ .

## Bài 0.237.

- a. Tìm một số có 3 chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với 1, 2 và 3.
- b. Cho  $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$  Tìm  $x$  để  $f(x) = 0$



## §48. ĐỀ SỐ 48

I. Phần trắc nghiệm khách quan:

**Bài 0.238.** Giá trị của  $x$  trong biểu thức  $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$  là:

- A.  $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$
- B.  $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$
- C.  $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$
- D.  $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

**Bài 0.239.** Cho góc  $xOy = 50^\circ$ , điểm  $A$  nằm trên  $Oy$ . Qua  $A$  vẽ tia  $Am$ . Để  $Am$  song song với  $Ox$  thì số đo của góc  $OAm$  là:

- a.  $50^\circ$
- b.  $130^\circ$
- c.  $50^\circ$  và  $130^\circ$
- d.  $80^\circ$

**Bài 0.240.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định với mọi  $x > 1$ . Biết  $f(n) = (n - 1) \cdot f(n - 1)$  và  $f(1) = 1$ . Giá trị của  $f(4)$  là:

- a. 3
- b. 5
- c. 6
- d. 1

**Bài 0.241.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = 6$ ,  $\hat{A} = 30^\circ$ . Phân giác góc  $C$  cắt  $AB$  tại  $D$ . Khi đó độ dài đoạn thẳng  $BD$  và  $AD$  lần lượt là:

- a. 2; 4
- b. 3; 3
- c. 4; 2
- d. 1; 5

**Bài 0.242.** Cho  $a^{2m} = -4$ . Kết quả của  $2a^{6m} - 5$  là:

- a. -123



- b.  $-133$
- c.  $123$
- d.  $-128$

**Bài 0.243.** Cho tam giác DEF có  $\angle E = \angle F$ . Tia phân giác của góc D cắt EF tại I. Ta có:

- a.  $\triangle DIE = \triangle DIF$
- b.  $DE = DF, \angle IDE = \angle IDF$
- c.  $IE = IF; DI = EF$
- d. Cả A, B, C đều đúng

**Bài 0.244.** Biết  $a + b = 9$ . Kết quả của phép tính  $0, a(b) + 0, b(a)$  là:

- a.  $2$
- b.  $1$
- c.  $0,5$
- d.  $1,5$

**Bài 0.245.** Cho  $(a - b)^2 + 6a \cdot b = 36$ . Giá trị lớn nhất của  $x = a \cdot b$  là:

- a.  $6$
- b.  $-6$
- c.  $7$
- d.  $5$

**Bài 0.246.** Cho tam giác ABC, hai đường trung tuyến BM, CN. Biết  $AC > AB$ . Khi đó độ dài hai đoạn thẳng BM và CN là:

- a.  $BM \leq CN$
- b.  $BM > CN$
- c.  $BM < CN$
- d.  $BM = CN$

**Bài 0.247.** Điểm thuộc đồ thị hàm số  $y = -2x$  là:

- a. M  $(-1; -2)$
- b. N  $(1; 2)$



c.  $P(0; -2)$

d.  $Q(-1; 2)$

**Bài 0.248.** Biết rằng lãi suất hàng năm của tiền gửi tiết kiệm theo mức 5% năm là một hàm số theo số tiền gửi:  $i = 0,005p$ . Nếu tiền gửi là 175000 thì tiền lãi sẽ là:

a. 8850 đ

b. 8750 đ

c. 7850 đ

d. 7750 đ

**Bài 0.249.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ,  $\hat{A} = 20^\circ$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = BC$ . Số đo của góc  $BDC$  là:

a.  $50^\circ$

b.  $70^\circ$

c.  $30^\circ$

d.  $80^\circ$

## II. Phần tự luận

**Bài 0.250.**

a. Chứng tỏ rằng:  $M = 75 \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$  chia hết cho  $10^2$

b. Cho tích  $a \cdot b$  là số chính phương và  $(a, b) = 1$ . Chứng minh rằng  $a$  và  $b$  đều là số chính phương.

**Bài 0.251.**

1. Cho đa thức  $A = 2x \cdot (x - 3) - x(x - 7) - 5(x - 403)$

Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 4$ . Tìm  $x$  để  $A = 2015$

2. Học sinh khối 7 của một trường gồm 3 lớp tham gia trồng cây. Lớp 7A trồng toàn bộ 32,5% số cây. Biết số cây lớp 7B và 7C trồng được theo tỉ lệ 1,5 và 1,2. Hỏi số cây cả 3 lớp trồng được là bao nhiêu, biết số cây của lớp 7A trồng được ít hơn số cây của lớp 7B trồng được là 120 cây.

**Bài 0.252.**

1. Cho đoạn thẳng  $AB$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $AB$  vẽ hai tia  $Ax$  và  $By$  lần lượt vuông góc với  $AB$  tại  $A$  và  $B$ . Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$  và trên tia  $By$  lấy điểm  $D$  sao cho góc  $COD$  bằng  $90^\circ$ .

a. Chứng minh rằng:  $AC + BD = CD$ .



b. Chứng minh rằng:  $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$

2. Cho tam giác nhọn ABC, trực tâm H. Chứng minh rằng:

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

**Bài 0.253.** Tìm giá trị nhỏ nhất của A, biết:

$$A = |7x - 5y| + |2z - 3x| + |xy + yz + zx - 2000|$$





## §49. ĐỀ SỐ 49

## Bài 0.254.

a. Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{12}}$$

b. Cho đa thức  $P(x) = x^{2012} - 2011x^{2011} - 2011x^{2010} - \dots - 2011x^2 - 2011x + 1$   
 Tính  $P(2012)$

c. Chứng minh rằng :  $\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} < \frac{1}{50}$

Bài 0.255. Tìm  $x, y, z$  biết :

a.  $2012 = |x - 2010| + |x - 2008|$

b.  $(x - 3)^x - (x - 3)^{x+2} = 0$

c.  $\frac{3x - 2y}{5} = \frac{2z - 5x}{3} = \frac{5y - 3z}{2}$  và  $x + y + z = 50$

## Bài 0.256.

a. Cho dãy tỷ số bằng nhau:

$$\frac{2012a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2012b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2012c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2012d}{d}$$

$$\text{Tính } M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

b. Cho  $a, b$  là các số nguyên thỏa mãn  $(7a - 21b + 5)(a - 3b + 1) : 7$

Chứng minh rằng  $43a + 11b + 15 : 7$

**Bài 0.257.** Cho biểu thức :  $A = |x - 2010| + |x - 2012| + |x - 2014|$ . Tìm  $x$  để biểu thức  $A$  có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó .

**Bài 0.258.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .  $M$  là một điểm thuộc cạnh  $BC$ . Qua  $M$  dựng các đoạn thẳng  $MD, ME$  sao cho  $AB$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MD$  và  $AC$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $ME$ .

a. Với điểm  $M$  không trùng với điểm  $B$  và  $C$ . Chứng minh rằng :  $AM = AD = AE$

b. Với  $M$  bất kỳ . Chứng minh rằng : Ba điểm  $A, D, E$  thẳng hàng

c. Cho tam giác  $ABC$  cố định. Tìm vị trí của điểm  $M$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $DE$  có độ dài ngắn nhất .



## §50. ĐỀ SỐ 50

## Bài 0.259.

1. Rút gọn:  $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12}\right)$ .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |x - 2012| + |x - 2013|$  với  $x$  là số tự nhiên.

## Bài 0.260.

1. Tìm  $x$  biết  $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$ .
2. Ba bạn An, Bình và Cường có tổng số viên bi là 74. Biết rằng số viên bi của An và Bình tỉ lệ với 5 và 6 ; số viên bi của Bình và Cường tỉ lệ với 4 và 5 . Tính số viên bi của mỗi bạn.

## Bài 0.261.

1. Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3 . Chứng minh rằng  $p^2 + 2012$  là hợp số.
2. Cho  $n$  là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm  $n$  biết  $n + 4$  và  $2n$  đều là các số chính phương.

## Bài 0.262. Cho tam giác ABC cân tại A và có cả ba góc đều là góc nhọn.

1. Về phía ngoài của tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân ở B. Gọi H là trung điểm của BC, trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho  $AI = BC$ . Chứng minh hai tam giác ABI và BEC bằng nhau và  $BI \perp CE$ .
2. Phân giác của các góc ABC, BDC cắt AC, BC lần lượt tại D, M. Phân giác của góc BDA cắt BC tại N. Chứng minh rằng:  $BD = \frac{1}{2}MN$ .

**Bài 0.263.** Cho  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013}$  và  $P = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013}$ . Tính  $(S - P)^{2013}$