

Разбор некоторых задач конкурса «Задачи»  
по теме «1. Сортировки и бинарный поиск  
по ответу»

Егор Подлесов

20.01.2022

## Задача А. Автобусы

Представим автобусные остановки в виде связного неориентированного графа, исходя из условий задачи, данный граф является деревом. При помощи алгоритма поиска в ширину найдём максимальное время которое потребуется, чтобы добраться до работы, обозначим его  $max\_dist$ , и множество всех вершин, время пути до которых равно  $max\_dist$  обозначим это множество –  $U$ .

### Утверждение 1:

Если ответ существует, станция должна быть поставлена в одной из вершин дерева с корнем в вершине –  $v$ , где  $v$  такая, что

1. В  $v$  по условию задачи есть станция метро.
2. Расстояние от этой вершины  $v$  до всех вершин множества  $U$  равно  $max\_dist$ .

Найти вышеописанную вершину  $v$  можно с помощью алгоритма BFS. Временная сложность  $O(N)$

### Утверждение 2:

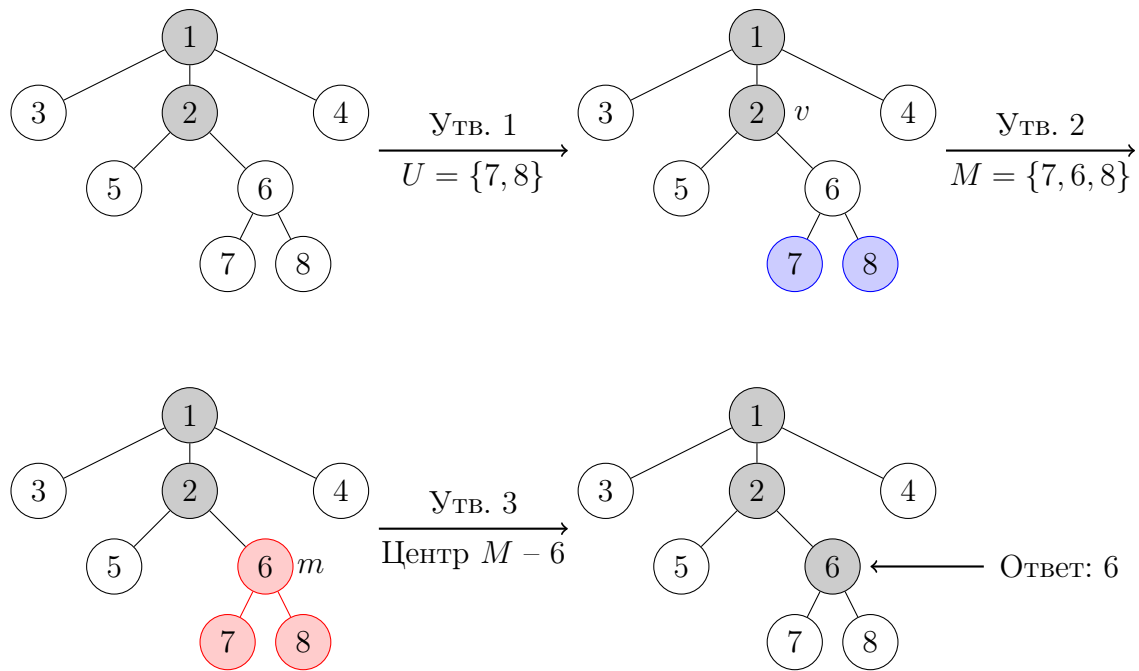
От дерева  $v$  можно перети к его собственному (то есть не содержащему вершину  $v$ ) поддереву –  $M$  с корнем в вершине  $m$ , которое содержит все вершины из множества  $U$ . Если такого поддерева не существует, то **нельзя, поставив ровно одну** станцию метро, уменьшить  $max\_dist$ . Соответственно можно вывести в ответе любую вершину в которой еще нет станции метро (так как по условию  $M < N$ , такая вершина найдется). Переход к поддереву  $M$  также можно осуществить при помощи BFS за  $O(N)$ .

### Утверждение 3:

Ответом будет одна из вершин центра дерева  $M$ . Про нахождения центра дерева можно почитать [здесь](#), заранее можно сказать что алгоритм нахождения центра дерева имеет временную сложность  $O(N)$ .

Временная сложность решения  $O(N)$ .

Ниже проиллюстрирована работа алгоритма на входных данных из первого примера:



Однако если бы исходный граф выглядел таким образом, то согласно утверждению 2 нельзя поставить ровно одну станцию метро так, чтобы значение  $max\_dist$  уменьшилось.

