NOIP 模拟赛

Gold14526

08:00～11:40

题目名称	镜之寺庙	沉思	山顶	核心

镜之寺庙（temple）

Top cluser 树分块，考虑以 B 为块大小，分为 $\mathcal{O}(\frac{n}{B})$ 个块。

对每两个块之间都 $\mathcal{O}(B)$ 求出这两个块之间是否有相同的权值，时间复杂度 $\mathcal{O}(\frac{n}{B}\times\frac{n}{B}\times B)=\mathcal{O}(\frac{n^2}{B})$，空间复杂度 $\mathcal{O}((\frac{n}{B})^2)$。

对于散块在每次查找的时候直接枚举其中的每一个点并判断它是否在链上的其它点里出现过了，用主席树维护每个点到根的链上，每一种颜色离它最近的点分别是哪个，直接查询其深度是否小于 $\mathrm{lca(u,v)}$ 的深度，时间复杂度 $\mathcal{O}(qB\log n+n\log n)$，空间复杂度 $\mathcal{O}(n\log n)$。

取 $B=\frac{n}{\sqrt{q\log n}}$ 得到最优时间复杂度 $\mathcal{O}(n\log n+n\sqrt{q\log n})$，空间复杂度 $\mathcal{O}((n+q)\log n)$。

沉思（reflection）

按 B 为块长分块，分为 $\mathcal{O}(\frac{n}{B})$ 块。

对于第 i 块，处理出 $to_{i,x}$ 表示 x 在经过第 i 块之后会变成 $to_{i,x}$，只要处理出来了，显然可以单次 $\mathcal{O}(B+\frac{n}{B})$ 查询，所以直接设 $B=\sqrt{n}$。

如何维护出 $to_{i,x}$？考虑到对于在值域上连续的若干个数，它们在经过操作后仍然在值域上连续，于是维护出值域区间 l,r，然后扫描线，从块的开头扫描到块的结尾，维护出一个 p 表示原点相对于值域区间的位置，平移区间的时候平移原点，如果原点平移到区间中了说明要翻折了，把小的一边翻折到大的一边上，用并查集维护每个数当前的值。

注意到先全都 merge 完再 find 的路径压缩并查集是线性的，所以时间复杂度是 $\mathcal{O}((V+q)\sqrt{n})$ 的，空间复杂度是 $\mathcal{O}(V\sqrt{n})$ 的。

山顶（summit）

考虑费用流模型：

- 对于 $i \in [1, n]$，从 S 向 i 连一条流量为 1，代价为 a_i 的边；
- 对于 $i \in [1, n)$，从 i 向 $i+1$ 连一条流量为 ∞，代价为 0 的边。
- 对于 $i \in [1, n]$，从 i 向 T' 连一条流量为 1，代价为 b_i 的边；
- 从 T' 向 T 连一条流量为 k 代价为 0 的边。

显然这张图的最小费用最大流就是答案。

那么直接跑复杂度肯定起飞了，考虑模拟费用流。

用线段树维护，维护区间最小 a_i, b_i，从左往右、从右往左的最小费用流，以及前后缀最小从右往左费用流，全部信息支持合并，直接合并即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n + r \log n)$。

核心（core）

瓶颈在与 $|S_i| + |T_j| \le k$ 的部分。

考虑阈值分治，注意到 $x + y \le B$ 的点如果要走到一个 $x + y > B$ 的点，必定经过 $x + y = B$ 这条直线。

考虑对于这条直线上每个第一象限内的点都求出从它左下方的起点到达它的方案数，乘上从这个点出发到达右上方的终点的方案数即可。对于终点，同理在 $x + y = k - B$ 上计算。

$x + y > B$ 的点只有 $\frac{L}{B}$ 个，这样枚举两个点是 $\mathcal{O}(\frac{L^2}{B^2})$ 的。

最终复杂度 $\mathcal{O}(B^2 + B \times \frac{L}{B} + \frac{L^2}{B^2}) = \mathcal{O}(L)$。