NOIP 模拟赛

Gold14526

08:00～11:40

题目名称	镜之寺庙	沉思	山顶	核心
原题	无	TEST_100	April Fools' Problem（加强）	魔法少女们
NOIP 一等应得分	100	100	19	33

镜之寺庙（temple）

数据范围 10^5，空间两个 G，一看就 bitset。

求出路径上所有 2^{a_i} 的异或和，看 popcount 是否等于路径上的点数即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(\frac{n^2+nq}{w})$，空间复杂度 $\mathcal{O}(\frac{n^2}{w})$。

沉思（reflection）

听说你不会平衡树？

注意到查询的形式是遍历一个区间，在每个位置上操作，显然扫描线，对于每个查询在左端点把 x 扔进平衡树里，右端点把它拿出来，平衡树维护值域区间加、翻转即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}((n+q)\log n\log V)$，空间复杂度 $\mathcal{O}(q)$。

山顶（summit）

听说你不会 wqs 二分、反悔贪心？

注意到如果我把每个 b_i 都加上 x 之后选 k 个数的最小答案为 ans，那么最终答案就是 $ans - k \times x$。

又注意到如果我把 b_i 都加上 x，并求出**不限制 k 的情况下**，答案的最小值，那么 x 越小，选出数的数量就越大。

那么我就可以 wqs 二分，二分这个 x，找到最大的能选出至少 k 个数的 x。

如何 check？考察从 $1 \sim n$ 枚举 i，如果我要加入 b_i，考虑两种方式：

- 在前面找一个 a_j 跟它匹配；
- 找一个之前已经匹配的 a_p, b_q，把 b_q 换了。

第一种的贡献是 $a_j + b_i$，会多匹配 1 对；第二种的贡献是 $b_i - b_q$，会多匹配 0 对，我们要让答案最小，就把贡献放到小根堆里面，每次看看堆顶能不能匹配就行了。

注意贡献相同的时候要先让第一种匹配，不然可能会有一点影响二分的单调性。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n \log n \log V)$，空间复杂度 $\mathcal{O}(n)$。

核心（core）

首先把显然不能用的 S,T 全丢了。

先处理 $|S_i|+|T_j|>k$ 的答案。

枚举每一个 S 的每一个后缀当作重叠部分，这个时候对 T 的限制相当于是：

- 限制 T 有这个前缀；
- 限制 T 的左右括号数量之差；
- 限制 T 的长度。

直接枚举每个 T 的每个前缀，把上述三个信息打包装进一个哈希表里，枚举 S 的时候看看有几个符合要求的 T 即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(L)$。

然后处理 $|S_i|+|T_j|\le k$ 的答案。

这相当于一个格路计数问题，设 S_i 里面左右括号的个数分别为 $cs_{i,0/1}$，T_i 里面左右括号的个数分别为 $ct_{i,0/1}$。

那么 S_i,T_j 之间的贡献可以表示为从 $(cs_{i,0},cs_{i,1})$ 走到 $(\frac{k}{2}-ct_{j,0},\frac{k}{2}-ct_{j,1})$ 且不碰到直线 $y-x=1$ 的方案数，反射容斥成不管这条直线，从 $(cs_{i,0},cs_{i,1})$ 走到 $(\frac{k}{2}-ct_{j,0},\frac{k}{2}-ct_{j,1})$ 的方案数减去走到 $(\frac{k}{2}-ct_{j,1}-1,\frac{k}{2}-ct_{j,0}+1)$ 的方案数。

那么现在问题变成了，有 n 个起点和 $2m$ 个终点，终点有点权 1 或 -1，求从每个起点到每个终点的路径乘终点权值之和。

直接枚举起点终点即可做到 $\mathcal{O}(nm)$。

你发现相同的起点很多，相同的终点也很多，于是去一下重就过了？

为啥呢？因为串长总和是 L，那么 $x+y\le L^{\frac{1}{3}}$ 的起点只有 $(L^{\frac{1}{3}})^2=L^{\frac{2}{3}}$ 个，$x+y>L^{\frac{1}{3}}$ 的起点只有 $\frac{L}{L^{\frac{1}{3}}}=L^{\frac{2}{3}}$ 个。

所以只有 $L^{\frac{2}{3}}$ 个不同的起点和 $L^{\frac{2}{3}}$ 个不同的终点，那么枚举配对的复杂度就是 $\mathcal{O}(L^{\frac{4}{3}})$ 的。