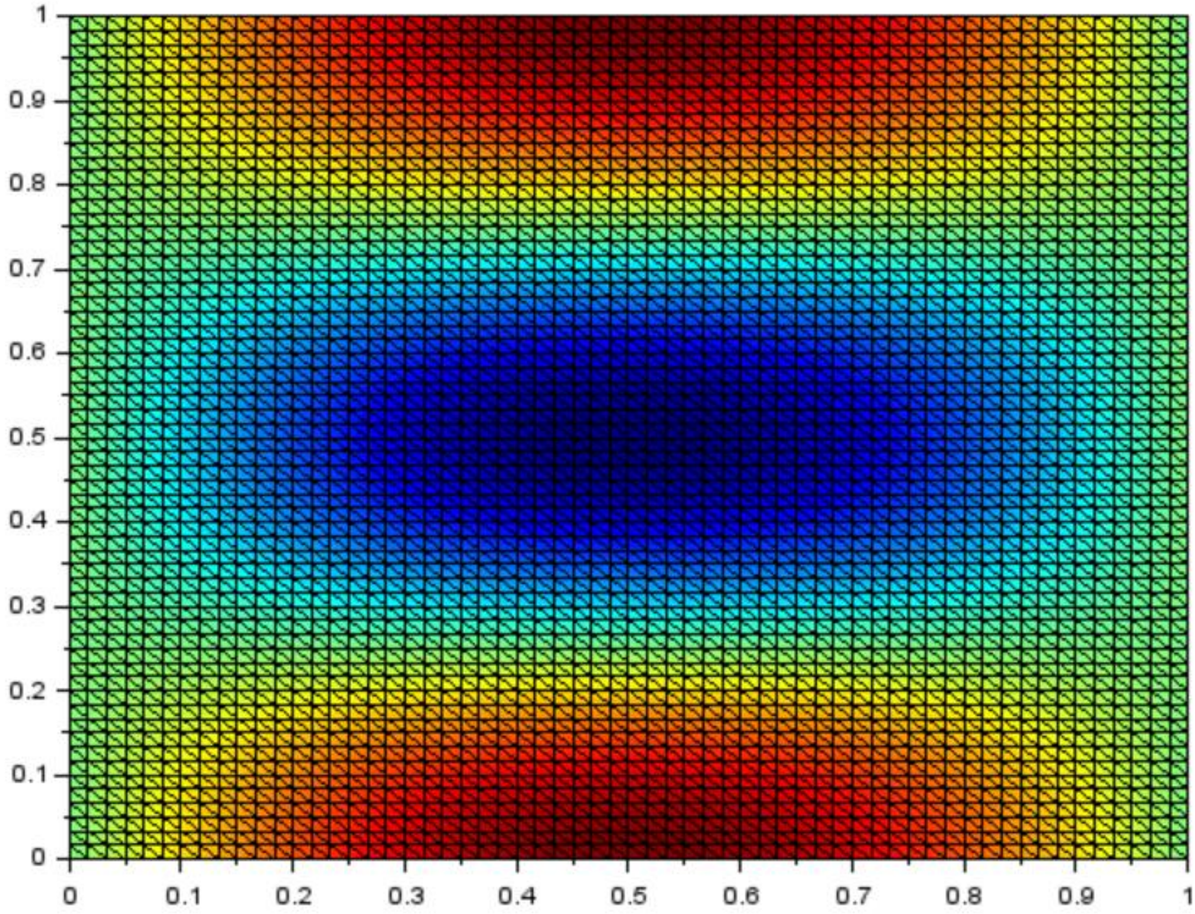
Devoir Maison

Mise en œuvre des éléments finis



Qinyan YANG

1. Les éléments finis P3-Lagrange :

- Les fonctions de base **Phi_P3** :

```
Phi(1)= 0.5* L1.* (3.0* L1 - 2.0) *(3.0* L1 - 1.0)

Phi(2)= 0.5* L2.* (3.0* L2 - 2.0) *(3.0* L2 - 1.0)

Phi(3)= 0.5* L3.* (3.0* L3 - 2.0) *(3.0* L3 - 1.0)

Phi(4)= 4.5 * L1.*L2.* (3.0* L1 -1)

Phi(5)= 4.5 * L1.*L2.* (3.0* L2 -1)

Phi(6)= 4.5 * L3.*L2.* (3.0* L2 -1)

Phi(7)= 4.5 * L3.*L2.* (3.0* L3 -1)

Phi(8)= 4.5 * L1.*L3.* (3.0* L3 -1)

Phi(9)= 4.5 * L1.*L3.* (3.0* L1 -1)

Phi(10)= 27.0* L1.*L2.*L3
```

- Les gradients correspondants **GradPhi_P3** :

```
GradPhi(1,:) =   0.5* G1.* (3.0* L1 - 2.0) *(3.0* L1 - 1.0) + 0.5* L1.* (3.0* G1) *(3.0* L1 - 1.0) + 0.5* L1.* (3.0* L1 - 2.0) *(3.0* G1       );

GradPhi(2,:) =   0.5* G2.* (3.0* L2 - 2.0) *(3.0* L2 - 1.0) + 0.5* L2.* (3.0* G2) *(3.0* L2 - 1.0) + 0.5* L2.* (3.0* L2 - 2.0) *(3.0* G2       );

GradPhi(3,:) =   0.5* G3.* (3.0* L3 - 2.0) *(3.0* L3 - 1.0) + 0.5* L3.* (3.0* G3) *(3.0* L3 - 1.0) + 0.5* L3.* (3.0* L3 - 2.0) *(3.0* G3       );

GradPhi(4,:) =   4.5 * G1.*L2.* (3.0* L1 -1) + 4.5 * L1.*G2.* (3.0* L1 -1) + 4.5 * L1.*L2.* (3.0* G1      );

GradPhi(5,:) =   4.5 * G1.*L2.* (3.0* L2 -1) + 4.5 * L1.*G2.* (3.0* L2 -1) + 4.5 * L1.*L2.* (3.0* G2      );

GradPhi(6,:) =   4.5 * G3.*L2.* (3.0* L2 -1) + 4.5 * L3.*G2.* (3.0* L2 -1) + 4.5 * L3.*L2.* (3.0* G2      );

GradPhi(7,:) =   4.5 * G3.*L2.* (3.0* L3 -1) + 4.5 * L3.*G2.* (3.0* L3 -1) + 4.5 * L3.*L2.* (3.0* G3      );

GradPhi(8,:) =   4.5 * G1.*L3.* (3.0* L3 -1) + 4.5 * L1.*G3.* (3.0* L3 -1) + 4.5 * L1.*L3.* (3.0* G3      );
```

```
GradPhi(9,:) =    4.5 * G1.*L3.* (3.0* L1 -1) + 4.5 * L1.*G3.* (3.0* L1 -1) + 4.5 * L1.*L3.*
(3.0* G1      );

GradPhi(10,:) =    27.0* G1.*L2.*L3 + 27.0* L1.*G2.*L3 + 27.0* L1.*L2.*G3;
```

2. Résoudre le problème de Convection-réaction-diffusion anisotrope 2D :

- Modification de la fonction f(X, kx, ky, Mu, Cm) en fonction f(X, gamx, gamy, betx, bety, cx, cy, alpha) :

```
function [out]=f(X, kx, ky, betx, bety, cx, cy, alpha)
    x = X(1)
    y = X(2)

    out=(alpha+betx*kx^2+bety*ky^2)*sin(kx*x)*cos(ky*y)+cx*kx*cos(
    kx*x)*cos(ky*y)-cy*ky*sin(kx*x)*sin(ky*y)
endfunction
```

- Modifier la sortie de la fonction composite_Mat(Xg) :

```
function [betx, bety, cx, cy, alpha]=composite_Mat(Xg)
/*
    //disp("Probleme de reaction")
    betx        = 0.0
    bety        = 0.0
    cx          = 0.0
    cy          = 0.0
    alpha       = 5.0
*/
/*
    //disp("Probleme de diffusion isotrope")
    n = 1.0
    betx        = n
    bety        = n
    cx          = 0.0
    cy          = 0.0
    alpha       = 0.0
    */
    /*
    //disp("Probleme de diffusion anisotrope")
    betx        = 10e-8 //0.1
    bety        = 1.0
    cx          = 0.0
    cy          = 0.0
```

```
    alpha       = 0.0
    */
/*
    //disp("Probleme de convection")
    dh = sqrt(Lx*Ly/Ne) //0.0
    betx       = dh^1 // dh^2 //dh^3
    bety       = dh^1 // dh^ // dh^3
    cx           = 0.1
    cy           = 0.05
    alpha       = 0.0
*/

    /*
    //disp("Probleme de convection-reaction-diffusion anisotrope")
    betx       = 1.0
    bety       = 2.0
    cx           = 1.0
    cy           = 0.5
    alpha       = -5.0
    */
endfunction
```

- Modifier la définition des variables **Be_k** et **Ae_k_kp** :
    - Be_k:

```
Be_k = f(Xg, kx, ky, betx, bety, cx, cy, alpha)*Phi_is ;
```

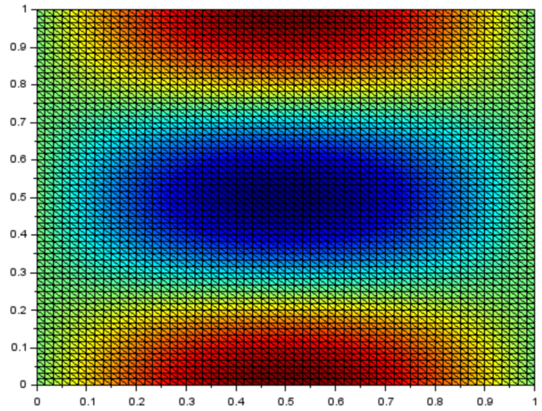
    - Ae_k_kp :

```
diffusion = (GradPhi_is * Beta) * GradPhi_js';
convection = -Phi_is * (C * GradPhi_js');
reaction = alpha * Phi_is * Phi_js;
Ae_k_kp = diffusion + convection + reaction;
```

Dans tous les cas, j'ai choisi 6 points de Gauss pour améliorer la précision.

3. Problème de réaction :

betx = bety = = 0, cx = 0, cy = 0 et alpha = 5



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3 :**

"Elements Finis Pk avec k = 3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	4.7450199	4.575895	3.9461864	0.0000593
961.	4.3700132	4.306884	3.8024236	0.0000227
3721.	4.2033891	4.194585	3.9592691	0.0000012

"---"

Les ordres observés sont proches de la valeur théorique k+1=4 (P3). Par exemple :

- Entre $N_v = 625$ et $N_v = 961$:

$$\text{Ordre} = \frac{\log(5.93 \times 10^{-5}/2.27 \times 10^{-5})}{\log(\sqrt{625/961})} \approx 4.58 \to 4.31$$

- Entre $N_v = 961$ et $N_v = 3721$:

$$\text{Ordre} = \frac{\log(2.27 \times 10^{-5}/1.20 \times 10^{-6})}{\log(\sqrt{961/3721})} \approx 4.19$$

La convergence est donc optimale pour L^2, validant la mise en œuvre des éléments P3.

L'ordre L^∞ (3.8–3.96) est légèrement plus bas, ce qui s'explique par la sensibilité aux erreurs locales (maximales), mais reste cohérent avec une discrétisation précise.

De même, La convergence est donc optimale pour L^1.

Conclusion : les résultats numériques montrent un ordre de convergence L^1, L^2 et L^∞ proche de 4 pour les éléments P3, validant la convergence optimale.

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k = 2."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	2.8526482	2.8207942	2.6564738	0.000489
961.	2.9554888	2.902963	2.8582074	0.0002558
3721.	2.9931241	2.951876	2.9217795	0.0000331

"---"

Conclusion : Les ordres observés sont proches de la valeur théorique k+1=3 (P2), d'après analyse similaire que précédemment, nous pouvons conclure que dans le cas P2 la convergence est optimale pour L^1, L^2 et L^∞.

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1 :**

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	2.1529417	2.159008	2.016135	0.0019319
961.	2.0881887	2.101915	2.0060718	0.0012086
3721.	2.0541796	2.0667835	2.0026072	0.0002885

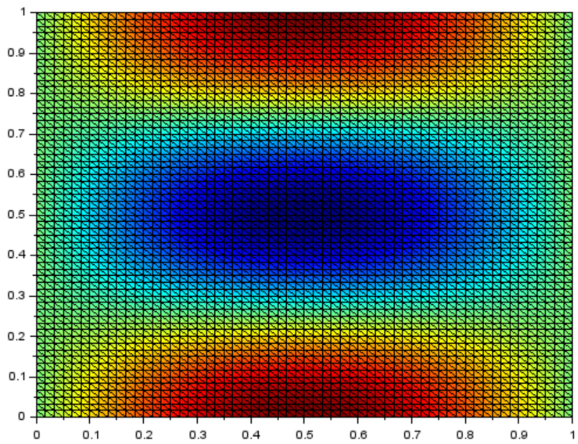
"---"

Conclusion : d'après analyse similaire que précédemment, les résultats numériques montrent un ordre de convergence L^1, L^2 et L^∞ proche de k+1=2 pour les éléments P1, validant la convergence optimale.

Conclusion de la section 3. : nous avons bien la convergence est optimale pour *Pk*+1*(k = 1,2,3)*.

4. Problème de diffusion isotrope:

betx = bety = 1 > 0, cx = 0, cy = 0 et alpha = 0



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3 :**

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	4.0667206	4.0472525	3.9152714	0.0001544
961.	4.0894551	4.0633454	3.9137045	0.0000624
3721.	4.0503018	4.0436903	3.9917462	0.0000038

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k =2."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	3.1115708	3.001482	2.8781441	0.0005225
961.	3.0816749	2.9984202	2.8825957	0.0002676
3721.	3.0509048	2.9987316	2.965169	0.0000335

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1 :**

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

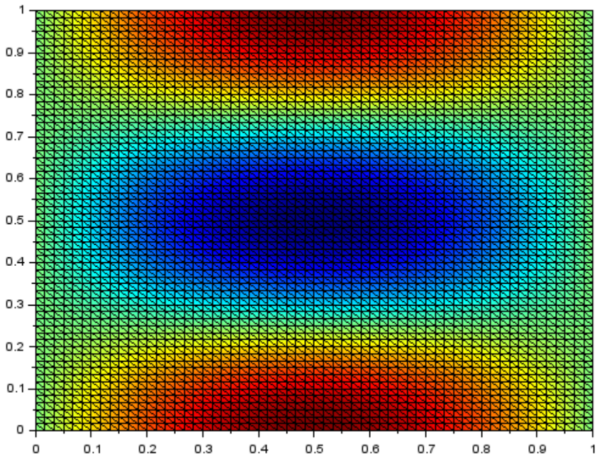
"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	1.9741932	1.9765259	1.9630123	0.0052848
961.	1.9901226	1.9911703	1.9862398	0.003389
3721.	1.9958826	1.9962013	1.9940965	0.0008495

"---"

Conclusion de la section 4. : d'après comparer les résultats, comme dans la section 3, la convergence est optimale pour *Pk*+1*(k = 1,2,3)*.

5. Problème de diffusion anisotrope:

➢ **Cas :** betx = 0.1, bety = 1, cx = 0, cy = 0 et alpha = 0



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3** :

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	4.0210898	4.1090042	4.2729	0.0001716
961.	4.1530355	4.1829403	4.0027465	0.0000675
3721.	4.1628117	4.1488757	3.9655488	0.0000038

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2** :

"Elements Finis Pk avec k =2."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	3.1762446	3.1096788	2.8919579	0.0005691
961.	3.1877315	3.1013601	2.8387025	0.0002849
3721.	3.1411252	3.0608196	2.9314947	0.0000341

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1** :

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

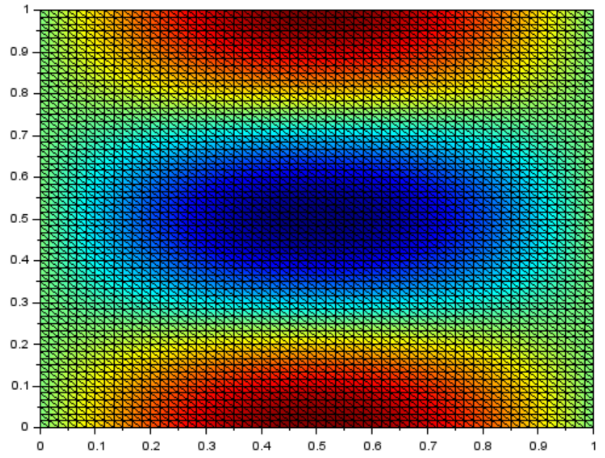
"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	1.9659358	1.9713205	1.9642444	0.0053684
961.	1.9863656	1.9889168	1.9867016	0.0034443
3721.	1.9942253	1.9951911	1.994295	0.0008639

"---"

Conclusion : comme précédemment d'après analyser les résultats, la convergence est optimale pour *Pk*+1*(k = 1,2,3)*.

- **Cas :** betx = 10^{-8}, bety = 1, cx = 0, cy = 0 et alpha = 0



- Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3 :**

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	3.0548159	3.0443546	3.0178146	0.000772
961.	3.0643788	3.0294156	3.0180119	0.0003927
3721.	3.0397865	3.0153543	3.0092537	0.0000486

"---"

- Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k =2."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	2.0283694	2.0154756	2.1042882	0.0034697
961.	2.0076123	2.0064659	2.0341928	0.0022174
3721.	2.0045582	2.0031097	1.9864786	0.0005532

"---"

- Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1 :**

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	1.9538501	1.9642267	1.9642854	0.0054409
961.	1.9764168	1.9831479	1.9867173	0.0034953
3721.	1.9869052	1.9909463	1.9943018	0.0008793

"---"

Conclusion : d'après analyser les résultats, la convergence n'est pas optimale pour *Pk+1(k = 2,3)*, mais elle est optimale pour *P1.*

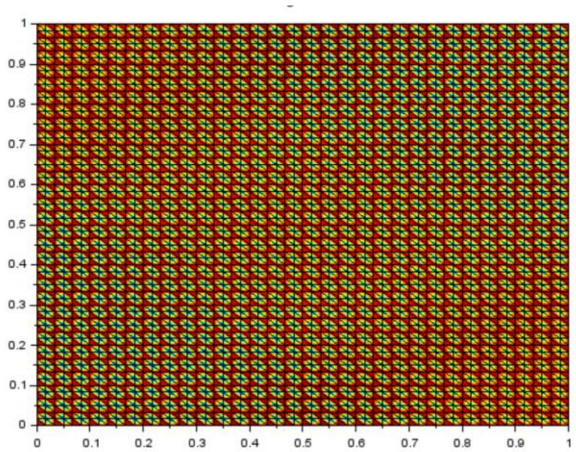
Conclusion de la section 5. :

Lorsque le coefficient de diffusion est isotrope (betx = bety > 0) ou anisotrope mais non dégénéré (par exemple, betx = 0.1, bety = 1), tous les éléments (P1-P3) atteignent l'ordre optimal k+1. Lorsque le coefficient de diffusion est dégénéré (betx ≈ 0 ou bety = 0), les éléments d'ordre élevé perdent leur convergence optimale, tandis que P1 conserve un ordre k+1 en raison de sa robustesse.

Lorsque betx ≈ 0 ou bety = 0, la diffusion dans la direction x ou y disparaît presque, et le problème devient proche d'un problème de convection pure ou dominé par la réaction. Dans ce cas, une condition de stabilité supplémentaire est nécessaire pour maintenir la précision d'ordre élevé.

6. Problème de convection :

- betx = bety = 0, cx = 0.1, cy = 0.05 et alpha =0



- Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3 :**

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	0.1244914	0.2260876	0.1779303	3.8973473
961.	0.7680259	0.6142288	-0.3806437	3.3981628
3721.	0.596928	0.602875	0.7160487	2.2374881

"---"

- Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k =2."

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-3.6184371	-3.5851222	-3.5907527	24.929266
961.	-21.145618	-21.051208	-19.348569	2733.898
3721.	11.158712	11.151379	10.063815	1.2019401

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1** :

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

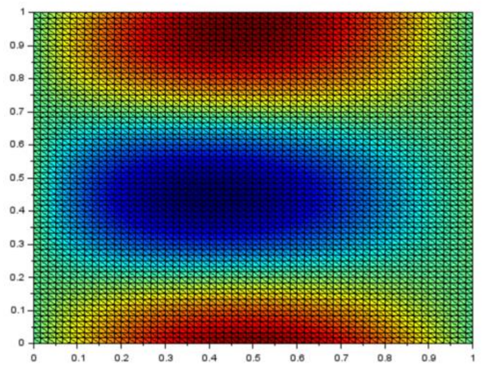
"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.0523918	-0.0521916	-0.0509164	189.16988
961.	21.866804	22.064377	20.106274	1.3759191
3721.	-2.5661958	-2.6094525	-2.1772286	8.3968494

"---"

Conclusion : comme précédemment d'après analyser les résultats, la convergence n'est pas optimale pour *Pk*+1*(k = 1,2,3)* dans le problème de convection.

➢ betx = bety =dh^m, cx = 0.1, cy = 0.05 et alpha =0, avec $dh = \sqrt{\frac{L_x * L_y}{N_e}}$

- **m = 1**



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3** :

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.997658	-0.9940424	-1.0253249	0.0786693
961.	-0.986758	-0.992802	-1.0578526	0.0981788
3721.	-0.9685857	-0.9796966	-1.0468214	0.1936136

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k =2."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.987344	-0.991142	-0.9472524	0.117573
961.	-0.9739025	-0.9834065	-1.0494364	0.1464231
3721.	-0.9329191	-0.951982	-1.0195544	0.2832596

"---"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1 :**

"Elements Finis Pk avec k =1."

"---"

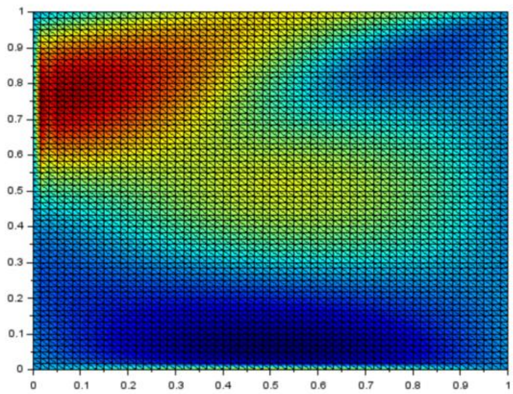
"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.9686733	-0.9664585	-0.9081513	0.2294624
961.	-0.9125022	-0.9330543	-0.9741902	0.282575
3721.	-0.7920587	-0.8163636	-0.8437623	0.4976038

"---"

Conclusion : Les ordres de convergence estimés pour les éléments finis P3, P2 et P1 tournent autour de valeurs proches de –1 Ces valeurs indiquent une décroissance régulière de l'erreur avec l'affinement du maillage, elles restent nettement en deçà de l'ordre théorique optimal.

- **m = 2**



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3 :**

"Elements Finis Pk avec k =3."

"---"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-1.5054155	-1.5441606	-1.6033066	0.6353351
961.	-0.820528	-0.7953857	-0.6877993	0.7587237
3721.	-0.3260967	-0.2903696	-0.1397601	0.9278839

"--"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2** :

"Elements Finis Pk avec k =2."

"--"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.9214136	-0.9103135	-0.8102536	0.8304406
961.	-0.3368109	-0.2940964	-0.0936747	0.8867669
3721.	-0.1287345	-0.1169657	-0.2429335	0.9616557

"--"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1** :

"Elements Finis Pk avec k =1."

"--"

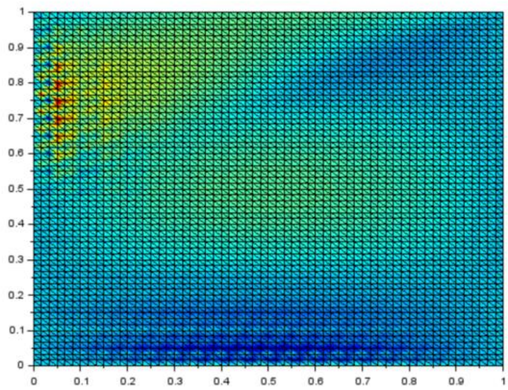
"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.2226368	-0.1900884	-0.4825738	0.9521408
961.	-0.0748529	-0.0738699	-0.363403	0.9679655
3721.	-0.0358461	-0.0403838	-0.2380699	0.9954435

"--"

- **Conclusion :** Pour P3, on observe une légère amélioration avec des ordres autour de –1,5. En revanche, pour P2 et P1, les ordres restent faibles, traduisant une convergence encore sous-optimale.

- **m = 3**



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P3** :

"Elements Finis Pk avec k =3."

"--"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.4194001	-0.3772687	-0.3797975	0.9539691
961.	-0.0779827	-0.0903927	-0.4099959	0.9734065
3721.	-0.0300805	-0.0436803	-0.6126138	1.0033289

"--"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P2 :**

"Elements Finis Pk avec k =2."

"--"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.1105508	-0.1243575	-0.3167243	1.0074454
961.	-0.0365353	-0.0501604	-0.2208954	1.018785
3721.	-0.0020954	-0.0168694	-0.1306947	1.0307676

"--"

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j'ai obtenu les résultats suivants pour **P1 :**

"Elements Finis Pk avec k =1."

"--"

"******* Ordre de convergence estimé *********"

"Nv"	"Norme L1"	"Norme L2"	"Norme Linf"	"Erreur"
625.	-0.0888192	-0.0701663	-0.2646991	1.1273545
961.	-0.0556101	-0.0336344	-0.3236915	1.1358475
3721.	-0.0328512	-0.0171391	-0.1130755	1.1494217

"--"

Conclusion : Les ordres de convergence chutent encore. Cela suggère qu'un accroissement de m dégrade la qualité de la convergence.

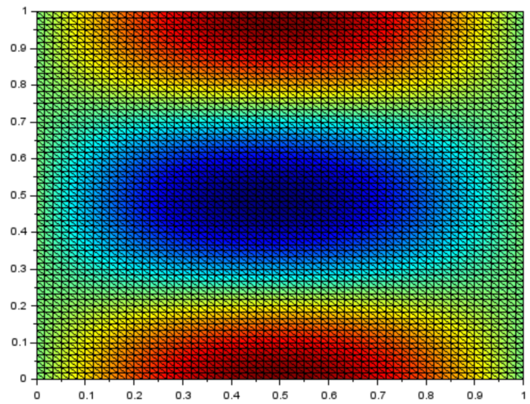
Conclusion pour betx = bety =dh^m: Dans ce cas, la décroissance du coefficient de diffusion altère la nature elliptique de l'équation, la dominance de la convection entraîne des oscillations numériques. Lorsque m=1, la stabilité faible est à peine maintenue, mais l'erreur ne converge pas ; lorsque m≥2, l'erreur diverge avec le raffinement du maillage, et le problème dégénère en un problème dominé par la convection pure, rendant notre méthode inefficace. Les éléments d'ordre supérieur nécessitent l'ajout de termes de stabilisation pour exploiter leur avantage en termes de précision, tandis que les éléments d'ordre inférieur ne sont appropriés que pour une analyse préliminaire sur des maillages grossiers.

Conclusion de la section 6. :

L'ajout de betx = bety = dh^mpermet de « stabiliser » partiellement le problème convectif. Toutefois, le choix de l'exposant m est crucial : m = 1 offre des résultats relativement meilleurs (même si l'ordre de convergence reste en deçà de l'optimal théorique), tandis que m = 2 ou m = 3 conduisent à une dégradation significative de la convergence ; Sans diffusion (betx = bety = 0), la méthode ne parvient pas à produire une convergence régulière ni optimale. Cela confirme que la présence d' un terme de diffusion est indispensable pour atténuer les effets non symétriques du terme de convection.

7. Problème de convection-réaction-diffusion anisotrope :

betx =1, bety = 2, cx = 1, cy = 0.5 et alpha = -5



✧ Dans le cadre du problème de réaction, j’ai obtenu les résultats suivants pour **P3** :

```
"Elements Finis Pk avec k =3."
"--------------------------------------------------------"
"******* Ordre de convergence estimé *********"
 "Nv"     "Norme L1"    "Norme L2"    "Norme Linf"    "Erreur"
 625.     -0.002089      0.0023862     0.0272591      0.0441445
 961.      0.0010757     0.0000286     0.0039384      0.0441442
 3721.    -0.0000661     0.0000032    -0.0020475      0.0441441
"--------------------------------------------------------"
```

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j’ai obtenu les résultats suivants pour **P2** :

```
"Elements Finis Pk avec k =2."
"--------------------------------------------------------"
"******* Ordre de convergence estimé *********"
 "Nv"     "Norme L1"    "Norme L2"    "Norme Linf"    "Erreur"
 625.      0.0052773     0.005956      0.1312228      0.0441458
 961.     -0.0003362     0.0001456     0.0303551      0.0441444
 3721.    -0.0001289     0.0000085     0.0093247      0.0441441
"--------------------------------------------------------"
```

✧ Dans le cadre du problème de réaction, j’ai obtenu les résultats suivants pour **P1** :

```
"Elements Finis Pk avec k =1."
"---------------------------------------------------------"
"******* Ordre de convergence estimé *********"
 "Nv"     "Norme L1"   "Norme L2"   "Norme Linf"   "Erreur"
 625.      0.0975173    0.1439065    0.4218511     0.0444078
 961.      0.0050979    0.0179481    0.1811561     0.0442303
 3721.    -0.0012261    0.0030232    0.0755043     0.0441377
"---------------------------------------------------------"
```

<u>Conclusion de la section 7.</u> :

Dans tous les cas pour k=1, 2, 3, l'ordre de convergence théorique optimal k+1 n'a pas été atteint. Pour les éléments P3, P2 et P1, l'erreur (Erreur) est passée de 0,0441445 (Nv=625) à 0,0441441 (Nv=3721), une variation très faible. Les valeurs des normes L^1, L^2 et L^∞ fluctuent sous différents maillages, allant même jusqu'à devenir négatives, ce qui indique la présence d'oscillations numériques ou d'instabilité de calcul.

La cause de ce résultat pourrait être que les paramètres cx=1 et cy=0,5 dominent le terme de convection, tandis que les termes de diffusion anisotropes (betx=1, bety=2) ne sont pas suffisants pour garantir la stabilité du système. De plus, alpha=-5 représente un terme de réaction négatif, ce qui pourrait aggraver l'instabilité du système.

Malgré le raffinement du maillage (Nv passant de 625 à 3721), l'erreur n'a pas diminué de manière significative, ce qui indique que la méthode de discrétisation utilisée n'arrive pas à maîtriser efficacement les erreurs numériques dues au terme de convection, limitant ainsi la précision globale de la solution.