

問題

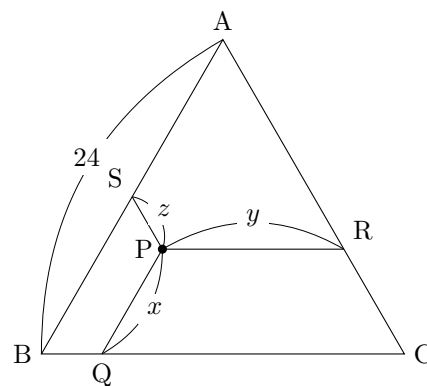
O を原点とする xy 平面上に、正方形 OABC がある。P(4,0) が辺 AB 上に、 $Q(2\sqrt{3}, 2)$ が辺 BC 上にあるとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) OQ、 $\angle QOP$ を求めなさい。
- (2) 正方形の 1 辺の長さ、および、B の座標を求めなさい。
- (3) OP を折り目として $\triangle OAP$ を折り返し、A が移る点を A' とする。次に、BC 上の点 R に対して、OR を折り目として OC が OA' に重なるように折り返す。このとき、直線 AC と OR の交点を D とする。
 - (i) 直線 OR の式を求めなさい。
 - (ii) $PD \perp OR$ を証明しなさい。

問題

1 辺の長さが 24 の正三角形の内部 (周は含まない) に 1 点 P をとり、P を通って AB に平行にひいた線と辺 BC との交点を Q、BC に平行な線と辺 CA との交点を R、CA に平行な線と辺 AB との交点を S とする。PQ = x , PR = y , PS = z として、次の各問いに答えなさい。

- (1) x, y, z が全て整数であるような点 P の個数を求めなさい。
- (2) (1) の点を P_1, P_2, \dots, P_n として、それらの点における x, y の値をそれぞれ $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ とする。このとき、 $x_1 + x_2 + \dots + x_n, y_1 + y_2 + \dots + y_n$ の値をそれぞれ求めなさい。
- (3) $1 \times 22 + 2 \times 21 + 3 \times 20 + 4 \times 19 + \dots + 19 \times 4 + 20 \times 3 + 21 \times 2 + 22 \times 1$ を計算しなさい。
- (4) $1 \times 100 + 2 \times 99 + 3 \times 98 + 4 \times 97 + \dots + 97 \times 4 + 98 \times 3 + 99 \times 2 + 100 \times 1$ を計算しなさい。



References

[1]Ernest Hemingway. 老人と海. Charles Scribner's Sons, 1952.