

## بررسی تمرکز تنش در صفحه

بررسی تمرکز تنش در صفحه در نرم افزارهای آباکوس ، انسیس و سالیدورکز در حالت  
چند سوراخ برای کاهش تمرکز تنش



استاد ضیائی  
طراحی اجزاء ۱

۹۸/۰۸/۳۰

دانشگاه شهید مدنی آذربایجان  
یاسین ریاضی

بنام آنکه هستی از او هست یافت

ای قادری که خدایی را سزایی و ای احده که در ذات و صفات  
بی همتائی ، به عزت و جلال خود و به عظمت و جمال خود  
جان ما را صفائی خود ده و دل ما را هوای خود ده و چشم ما  
را ضیاء خود ده و ما را از روی رحمت آن ده که آن به .

قدردانی و تشکر خالصانه خود را از استاد ارجمند  
جناب دکتر علی ضیائی اصل  
که به حق مسئولیت سنگین و خطیری را به عهده دارند و  
شبانه روز در جهت ارتقاء تحصیلی دانشجویان فعالیت  
دارند را ابراز می دارم و سلامت و سعادت ایشان را از  
خداوند منان خواهانم.

با تقدیم احترام : یاسین ریاضی

## خلاصه :

هدف در این تحقیق بررسی تغییرات تمرکز تنفس با تغییرات ابعاد سوراخ درون جسم می‌باشد . با توجه به داده‌های تجربی موجود در کتاب‌های طراحی اجزا و تمرکز تنفس با تغییر شکل یافتن سطح مقطع قطعه از دایره به بیضی (قطر بزرگ در راستای بارگذاری) از چگالی خطوط تنفس کاسته و در نتیجه مقدار ضریب تمرکز تنفس کمتر می‌شود . بنابراین بدون بررسی هم می‌توان با حدسی نسبتا خوب تمرکز تنفس قطعات را با هم مقایسه کرد. ( این فرضیه مورد بررسی قرار خواهد گرفت و درستی یا نادرستی آن اثبات می‌شود .)

در این تحقیق با مقدمه‌ای بر تنفس ، تمرکز تنفس و راه‌های بررسی تمرکز تنفس و المان محدود شروع شده و با بررسی ۵ حالت قطعه در ۳ نرم افزار المان محدود و مقایسه نتایج آن‌ها به پایان می‌رسد. ابتدا با ثابت نگه داشتن فاصله مراکز دایره‌ها و تغییر شعاع‌ها ضرایب تمرکز تنفس را به دست آورده و سپس برای کمترین میزان ضریب تمرکز تنفس شعاع را خوانده و آن را ثابت نگه داشته و سپس با تغییر فاصله مراکز تمامی ضرایب تمرکز تنفس‌ها را می‌خوانیم.

## فهرست

۱	فصل ۱ (مقدمه).....
۱	تنش و تمرکز تنش.....
۲	روش فتوالاستیسیته:.....
۵	روش کرنش سنج:.....
۷	روش تشابه الکتریکی ، تمرکز تنش در یک محور استوانه ای تحت پیچش:.....
۸	روش غشاء الاستیک، تمرکز تنش پیچشی :.....
۹	روش المان محدود.....
۱۰	تاریخچه روش المان حدی مبتنی بر روش المان محدود.....
۱۲	فصل ۲ (تجزیه و تحلیل و تئوری) .....
۱۲	اصل سنت-ونانت .....
۱۳	ضریب تمرکز تنش.....
۱۷	ضریب تمرکز تنش، تئوری الاستیسیته:.....
۱۷	سوراخ کوچک در یک ورق بزرگ تحت کشش تک محوری:.....
۲۰	مفاهیم اساسی روش المان محدود.....
۲۴	انواع روش‌های المان محدود.....
۲۴	۱. روش المان کاربردی.....
۲۴	۲. روش المان محدود تعمیم یافته .....
۲۵	۳. روش المان محدود ترکیبی .....
۲۵	۴. نسخه hp روش المان محدود .....
۲۵	۵. روش المان محدود توسعه یافته .....
۲۶	۶. روش المان محدود مرزی مقیاس شده .....
۲۶	۷. روش المان محدود هموار .....
۲۶	۸. روش المان طیفی.....
۲۷	۹. روش‌های بدون مش .....
۲۷	۱۰. روش‌های گالرکین ناپیوسته .....
۲۷	۱۱. تحلیل حدی المان محدود .....
۲۷	۱۲. روش شبکه کشیده .....
۲۸	۱۳. بتکرار لوییگاک .....
۲۸	مقایسه روش المان محدود با روش تفاضل محدود.....
۳۰	کاربرد روش المان محدود.....

۳۳ .....	فصل ۳ (روش بررسی المان محدود در نرم افزارها )
۳۳ .....	بررسی تمرکز تنش در نرم افزار آباکوس.....
۳۴ .....	مرحله اول (مدل کردن).....
۳۶ .....	مرحله دوم (تعیین خواص) .....
۳۸ .....	مرحله سوم (وارد کردن مدل).....
۳۹ .....	مرحله چهارم (تعریف نوع تحلیل و تنظیمات) .....
۴۲ .....	مرحله پنجم (تعریف شرایط مرزی).....
۴۴ .....	مرحله ششم (مش بندی) .....
۴۷ .....	مرحله هفتم کار.....
۴۹ .....	مرحله هشتم خروجی گرفتن.....
۵۰ .....	خروجی های نرم افزار آباکوس برای داده ها مسئله .....
۵۳ .....	بررسی تمرکز تنش در نرم افزار انسیس.....
۵۴ .....	مرحله اول (مدل کردن یا امپورت مدل) .....
۵۵ .....	مرحله دوم (مدل کردن) .....
۵۶ .....	مرحله سوم (مش زدن).....
۶۰ .....	مرحله چهارم (تنظیمات آنالیز).....
۶۳ .....	مرحله ششم نتایج.....
۶۴ .....	خروجی های نرم افزار انسیس برای داده ها مسئله .....
۶۷ .....	بررسی تمرکز تنش در نرم افزار سالیدورکز .....
۶۸ .....	مرحله اول (مدل کردن) .....
۶۹ .....	مرحله دوم (آماده سازی آبرای آنالیز) .....
۷۵ .....	خروجی های نرم افزار سالیدورکز برای داده ها مسئله .....
۷۸ .....	فصل ۴ (بحث و تفسیر نتایج و نتیجه گیری) .....
۷۸ .....	تمرکز تنش در پیترسون.....
۷۸ .....	فصل ۴ کتاب پیترسون .....
۷۸ .....	سوراخ ها.....
۷۸ .....	توضیحات .....
۷۹ .....	ضریب تمرکز تنش.....
۸۰ .....	سوراخ بیضی گون: .....
۸۹ .....	بررسی صحت آنجام آزمایش : .....
۹۲ .....	روش های کاهش ضریب تمرکز تنش: .....

پیوست ۹۷

تعدادی از خواص فولادها .....	۹۷
فهرست اشکال جداول و تصاویر....	۹۹
منابع	۱۰۲

## فصل ۱ (مقدمه)

### تنش و تمرکز تنش

تنش در سیستم بین‌المللی واحدها<sup>۱</sup> با واحد نیوتن بر مترمربع  $\frac{N}{m^2}$  نشان داده می‌شود که معادل یک پاسکال<sup>۲</sup> است.

نیرویی که بر یک سازه وارد می‌شود، باعث ایجاد تغییر طول در آن خواهد شد. طول این تغییر شکل، به میزان مدول یانگ جسم بستگی دارد. کرنش را می‌توان به صورت نسبت طول تغییر شکل بر طول اصلی تعریف کرد. بر اساس این تعریف، معادله کرنش به شکل زیر خواهد بود.

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\delta}{l_0}$$

کرنش:

طولنهایی سازه بعد از اعمال نیرو؛  $L$

طول اولیه سازه بدون تغییر شکل؛  $L_0$

میزان تغییر شکل (اختلاف بین طول اولیه و طولنهایی)؛  $\delta$

از آنجایی که صورت و مخرج معادله بالا دارای واحدی یکسان است، کرنش به عنوان یک پارامتر بدون بعد شناخته می‌شود. بارگذاری، دارای انواع مختلفی است که هر نوع آن، یک تنش بخصوص را ایجاد می‌کند.

به منظور محاسبه میزان تنش‌های موجود در میله‌های تحت بار محوری معمولاً از رابطه معروف  $\sigma = \frac{P}{A}$  استفاده می‌شود. در این رابطه،  $P$  نیروی محوری اعمال شده و  $A$  مساحت سطح مقطع میله را نمایش می‌دهد. این رابطه بر اساس فرض یکنواخت بودن توزیع تنش بر روی سطح مقطع به دست می‌آید. در شرایط واقعی، وجود حفره، شیار، فرورفتگی، برآمدگی، شانه، رزو و دیگر تغییرات هندسی میله، برهمن خوردن الگوهای یکنواخت تنش را در پی دارد. چنین عواملی باعث تجمع تنش‌های بزرگ در نواحی کوچک میله می‌شود.

<sup>۱</sup> International System of Units

<sup>۲</sup> Pascal

این تنش‌های بزرگ، «تمرکز تنش<sup>۳</sup>» و به عوامل به وجود آورنده آن‌ها، «تنش افزای<sup>۴</sup>» نام دارند. در این مقاله، به معرفی مفاهیم مرتبط با تمرکز تنش، اصل سنت-ونانت و طراحی بر اساس تمرکز تنش خواهیم پرداخت.

در عمل حالت‌های زیادی وجود دارد که فرض توزیع تنش یکنواخت همراه با خطأ خواهد بود. از جمله این موارد می‌توان حالت‌های زیر را نام برد؛

- تغییر ناگهانی در مقطع، مثل: تغییر قطر یک محور، جای خار در یک محور، سوراخ در یک ورق کششی، انتهای دنده‌های یک پیچ، انتهای دنده یک چرخ دنده؛
- بار خارجی موضعی، مثل: بار فشاری در سطح کوچکی از یک جسم، بار در محل تکیه گاه یک تیر، نیروی بین چرخ لکوموتیو و ریل، بار در محل تماس دنده‌های دو چرخ دنده؛
- ناپیوستگی در جنس جسم، مثل: حفره‌های هوا در بتون، گره‌ها در یک تیر چوبی، وجود اجسام غیرفلزی در فولاد، تغییر مقاومت یا سفتی المان‌هایی که یک قطعه از آنها ساخته شده است؛
- تنش‌های اولیه در یک قطعه در اثر: سردکاری، عملیات حرارتی، جازدن، تنش‌های پس ماند در عملیات جوشکاری؛
- شکاف در یک قطعه، که ممکن است در موقع ساخت در اثر: سردکاری، جوشکاری، سنگ‌زدن و یا علل دیگر در آن ایجاد شده باشد.

### روش فتوالاستیسیته<sup>۵</sup>:

یکی از روش‌های قابل اطمینان تعیین تنشها در یک نقطه، روش فتوالاستیسیته است و بطور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

<sup>۳</sup> Stress Concentration

<sup>۴</sup> Stress Raiser

<sup>۵</sup> Photo Elasticity Method

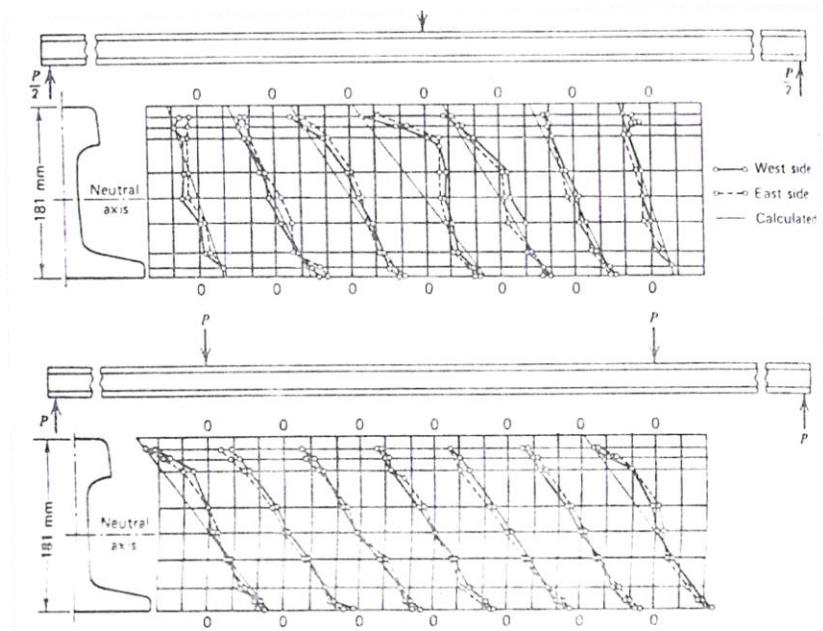


شکل ۱: ماده‌ای با شکست مضاعف در روش فوتوالاستیسیته

ماده شفافی که دارای خواص شکست مضاعف است، هنگام تحت تنش قرار گرفتن، همانند قطعه‌ای که تعیین تنشهای آن مورد نظر است، بریده می‌شود. مدل در داخل قاب بارگذاری قرار می‌گیرد و باریکه‌ای از نور قطبی شده که توسط دستگاهی به نام پلاریسکوپ<sup>۶</sup> تولید می‌شوداز درون آن به روی یک صفحه عکاسی یا پرده هدایت می‌شود. وقتی مدل را بارگذاری می‌کنند، حلقه‌های نور رنگی از نقاط تنش حداکثر سرچشمه می‌گیرند و با افزایش بار، از لبه‌های تصویر به طرف مرکز آن حرکت می‌کند. هر حلقه مربوط به یک تنش معین است. ضرایب تمرکز به دست آمده توسط روش فوتوالاستیسیته، با نتایج تئوری هم آهنگی دارد. در نتیجه این روش می‌تواند برای کنترل نتایج تئوری، و یا برای به دست آوردن ضریب تمرکز در مسائلی که راه حل تئوری ندارد، به کار رود.

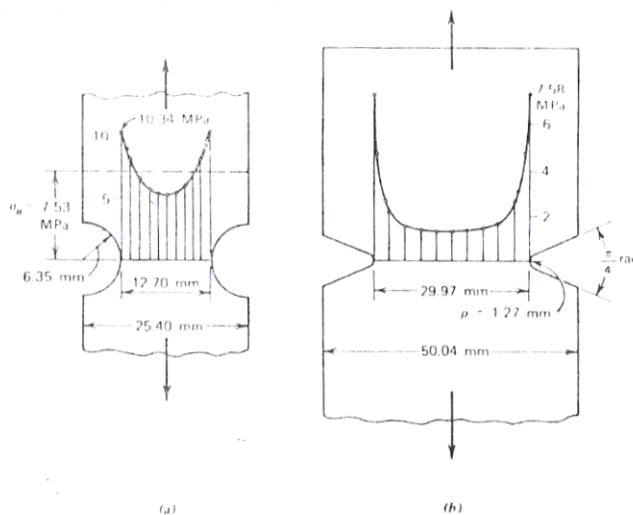
مقدار  $S_{cc}$  برای سوراخ و شیار را می‌توان از گراف نوبر، شکل (۸)، نیز به دست آورد. نتایج به دست آمده از گراف نوبر و روش فوتوالاستیسیته به هم نزدیک هستند. در حالت تغییر مقطع، شکل (۵)، ضریب  $S_{cc}$  برای دو حالت  $t = \rho$  و  $t = \frac{t}{\rho}$  نشان داده شده است. اثر  $\frac{t}{\rho}$  در این حالت برای دو حالت کشش و خمش توسط Frocht مطالعه شده است.

<sup>۶</sup> Polariscop

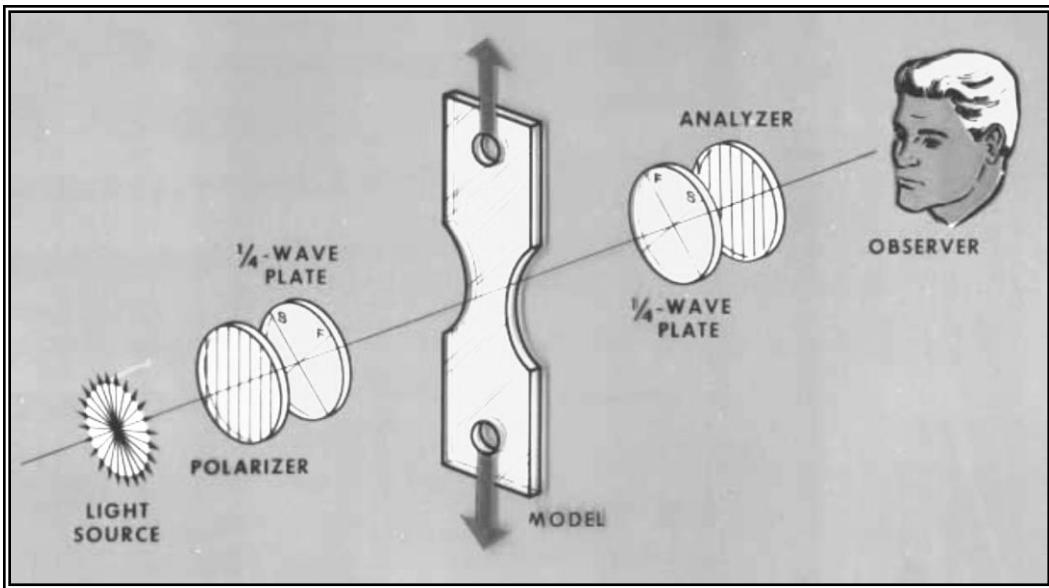


شکل ۲: گراف نویر برای سوراخ

توزيع تنش در دو نوع شیار، شکل (۳)، توسط Coker با روش فتوالاستیسیته به دست آمده است. در حالت (a)، تنش ماگزیمم در لبه شیار،  $1/37$  برابر تنش متوسط است. به عبارت دیگر در این حالت  $S_{cc} = 1/37$  می باشد. این ضریب از گراف Neuber برابر  $= 1/45$  است. در حالت (b)، شیار باریک تر است و در عین حال عرض ورق نیز بیشتر است. در این حالت ضریب تمرکز تنش  $S_{cc} = 4/77$  و از گراف Neuber  $S_{cc} = 5/5$  می باشد.



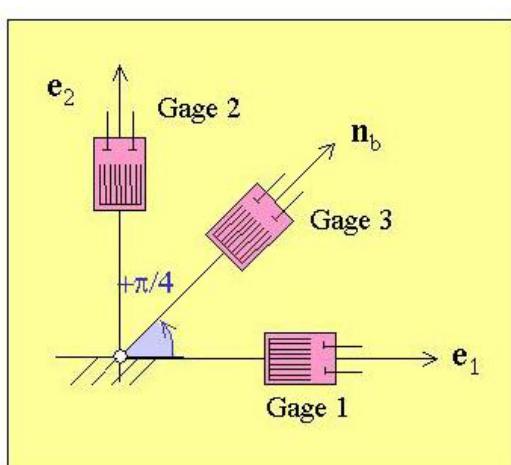
شکل ۳: مثال برای فتوالاستیسیته



شکل ۴: شماتیم دیاگرام کارکردی فوتولاستیوپنی

### روش کرنش سنج<sup>۷</sup>:

برای اندازه گیری کرنشها، وسایل مکانیکی یا الکتریکی به کار گرفته می شود. همانند روش‌های شبکه، کرنشها در طول حالت میانگین دارند و در نتیجه، تنش‌های حقیقی تک تک نقاط بدست نخواهد آمد.



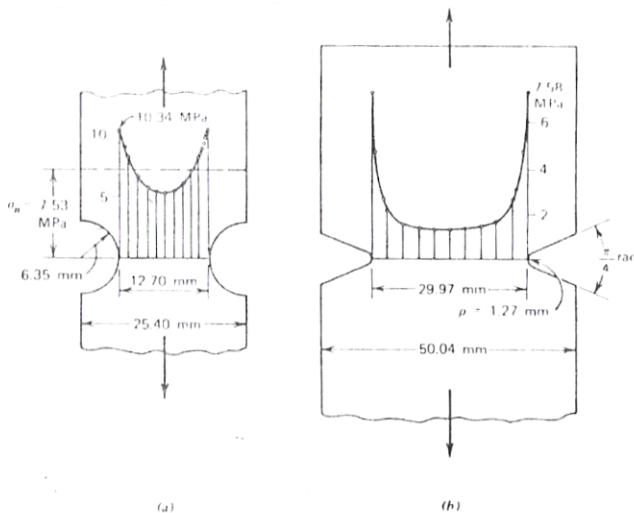
$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_1 \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_2 \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_3 \cdot \cos \theta_3\end{aligned}$$

در این قسمت دو مثال از کاربرد روش کرنش سنج، سوراخی در یک محور و توزیع تنش در تیر تحت بار عرضی، برای برآورد ضریب تمرکز تنش بیان می شود.

سوراخ عرضی در یک محور با استفاده از یک طرح خاص، و با به کار بردن کرنش سنج های دقیق مکانیکی، Wahl, Peterson، ضریب تمرکز تنش در یک محور با سوراخ عرضی را به دست آورده‌اند، شکل (۷). با همان تجهیزات موفق

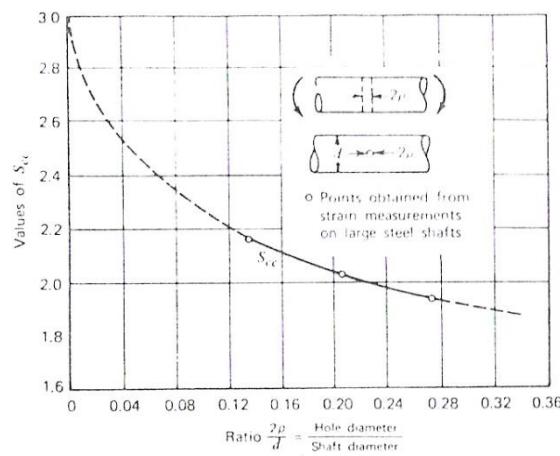
<sup>۷</sup> Strain Guage

شدند توزیع تنش در حالت تغییر مقطع را نیز به دست آورند. در اینحالت نتایج آنها با نتایج شکل (۶) توافق کامل دارد.



شکل ۵: کرنش سنج

اثر فشار موضعی در توزیع کرنش (تنش) در یک تیر- اثر بار متتمرکز در کرنش های (تنش های) خمی برای یک ریل در شکل (۸) نشان داده شده است. در قسمت بالا ریل تحت یک بار متتمرکز (که به صورت خطی در امتداد عرض ریل وارد شده) قرار گرفته است. دیده می شود که در اثر بار عرضی، توزیع تنش مثل حالت ممان خالص خطی نبوده، و بخصوص در مقطع زیر بار، لایه وسط ریل تحت تنش قرار دارد. لایه تنش صفر، در مقطع زیر بار، حدود ۲۵ میلی متر تا وسط ریل فاصله دارد. باید توجه داشت که در این مقطع نتایج به دست آمده تقریبی است.



شکل ۶: جدول مقدار تممرکز تنش به نسبت شیار به قطر

## روش تشابه الکتریکی ، تمرکز تنش در یک محور استوانه ای تحت پیچش:

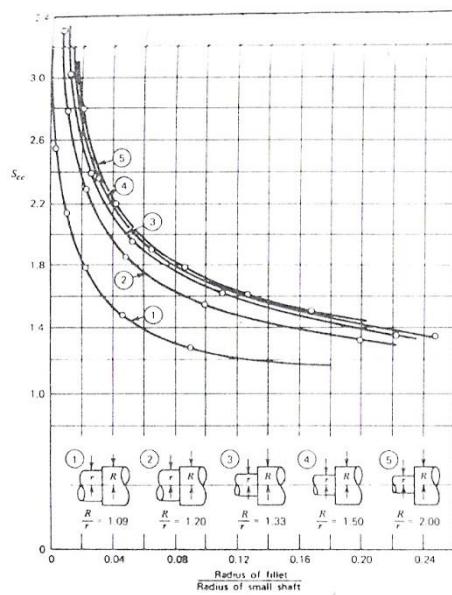
وقتی یک محور استوانه ای تحت پیچش قرار دارد، اگر محور تغییر قطر داشته باشد، در این محل تمرکز تنش وجود دارد. Jacobsen با روش تشابه الکتریکی، تمرکز تنش در  $\frac{\rho}{r}$  این محور را بررسی کرده است. این نتایج در شکل (۹) برای نسبت های مختلف  $\frac{R}{r}$  و

آورده شده است. برای مثال در حالت  $\frac{R}{r} = \frac{1}{33}$  (شعاع بزرگتر  $R = 52 \text{ mm}$  و شعاع کوچکتر  $r = 39 \text{ mm}$ )، وقتی  $\frac{\rho}{r} = \frac{1}{12}$ ، است ضریب تمرکز تنش  $\frac{1}{7}$  می باشد.

## روش غشاء الاستیک، تمرکز تنش پیچشی :

با استفاده از غشاء الاستیک، Taylor Griffith، توزیع تنش برشی (در اثر پیچش) را در یک محور توخالی، در گوشه های یک جا خار به دست آوردند، شکل (۷). ابعاد نمونه ای که به کار بردن در شکل نشان داده شده است.

در شکل (۷)، برای مقادیر مختلف  $\frac{R}{r}$  (شعاع گوشه جا خار) نسبت مانگزیمم تنش، به تنش در حالت بدون جا خار، آورده شده است. به عبارت دیگر محور قائم در این شکل ضریب تمرکز تنش،  $S_{cr}$ ، را نشان می دهد. برای ته جا خار، ضریب تمرکز تنش با خط چین، شکل (۱۰)، نشان داده شده است. در این محل ضریب تمرکز تنش تقریباً برابر ۲ می باشد.



شکل ۷: توزیع تنش برشی در محور توخالی

## روش المان محدود<sup>۸</sup>

یک روش عددی برای حل مسائل موجود در حوزه‌های مهندسی و ریاضی فیزیک است. این روش در مسائلی نظری تحلیل سازه‌ها، انتقال حرارت، دینامیک سیالات، انتقال جرم و پتانسیل الکترومغناطیسی کاربرد دارد. برای حل این گونه مسائل از طریق روش‌های تحلیلی (فرم بسته)، باید جواب چندین مسئله مقدار مرزی را برای معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی به دست آورد.

روش المان حدی مسئله مورد نظر را به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌کند. این روش، مقادیر تخمینی پارامترهای مجھول را برای تعدادی از نقاط مجزا در محدوده تعریف مسئله به دست می‌آورد. راه حل روش المان محدود، تقسیم مسائل بزرگ به بخش‌های کوچک‌تر و ساده‌تری به نام المان‌های محدود<sup>۹</sup> است. در مرحله بعد، معادلات ساده‌ای که معرف این المان‌های محدود هستند، در یک دستگاه معادلات بزرگ‌تر در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند و فرم کلی مسئله اصلی را تشکیل می‌دهند. انجام مطالعه یا تحلیل بر روی یک پدیده با استفاده از FEM ، با عنوان تحلیل المان محدود<sup>۱۰</sup> شناخته می‌شود.

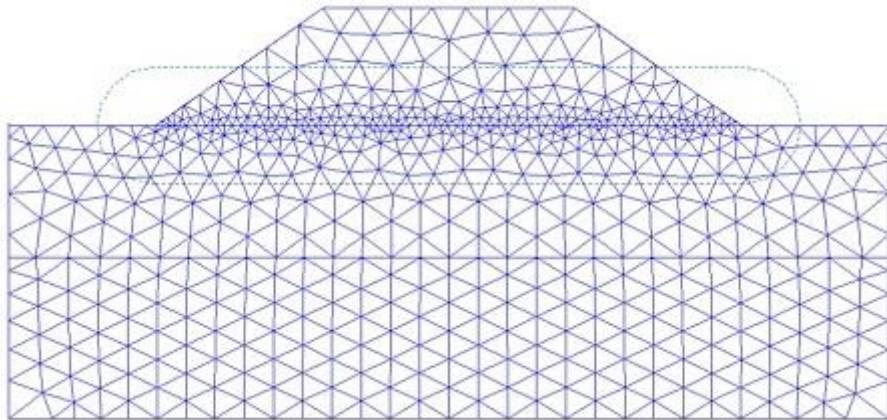
---

<sup>۸</sup> Finite Element Method

<sup>۹</sup> Finite Elements

<sup>۱۰</sup> Finite Element Analysis

## تاریخچه روش المان حدی مبتنی بر روش المان محدود



شکل ۱: نمونه‌ای از تقسیم‌بندی محدوده یک مسئله مرتبط با سد در یک نرم‌افزار

معرفی زمان دقیق پیدایش روش المان حدی کار ساده‌ای نیست. با این حال می‌توان عنوان کرد که شروع این روش به یافتن راه حل برای مسائل مربوط به تحلیل‌های پیچیده سازه و الاستیسیته در مهندسی عمران و هوافضا بازمی‌گردد. **تحقیقات الکساندر هرنیکوف<sup>۱۱</sup>** ریچارد کورانت<sup>۱۲</sup> در اوایل دهه ۱۹۴۰ میلادی، جز اولین تلاش‌های صورت گرفته برای توسعه روش المان حدی به حساب می‌آیند. در اتحاد جماهیر شوروی، شروع به کارگیری روش المان حدی در مسائل عملی در اغلب منابع به «لئونارد هوهانسیان<sup>۱۳</sup> نسبت داده می‌شود. در اوخر دهه ۱۹۵۰ تا اوایل دهه ۱۹۶۰، کانگ فنگ<sup>۱۴</sup>، ریاضیدان و دانشمند چینی، یک روش عددی سیستماتیک را برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی پیشنهاد کرد. این روش که با عنوان **روش تفاضل محدود بر اساس اصل واریانس** شناخته می‌شود، در آن زمان یک نوآوری جدید به حساب می‌آمد. رویکردهای مورد استفاده توسط این محققین با هم متفاوت بود اما یک ویژگی مشترک در تمام آن‌ها وجود داشت. تمام این روش‌ها برای حل مسئله، یک **محدوده پیوسته** را به **مجموعه‌ای از محدوده‌های کوچک تر** تقسیم می‌کردند که به آن‌ها **المان**<sup>۱۵</sup> گفته می‌شد.

<sup>۱۱</sup> Alexander Hrennikoff

<sup>۱۲</sup> Richard Courant

<sup>۱۳</sup> Leonard Oganessian

<sup>۱۴</sup> Kang Feng

<sup>۱۵</sup> Element

روش ارائه شده توسط هرنیکوف، محدوده مسئله را با استفاده از مفهوم شبکه تقسیم‌بندی می‌کند؛ در حالی که تقسیم‌بندی محدوده در رویکرد کورانت توسط زیرمجموعه‌های مثلثی محدود صورت می‌گیرد و معادلات دیفرانسیل با مشتق‌ات جزئی به دست آمده از مسئله پیچش یک سیلندر حل می‌شوند. مشارکت کورانت در این زمینه باعث بهبود نتایج مطالعات پیشین شد.

تمایل به استفاده از روش المان محدود در دهه ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ اوج گرفت. در سال ۱۹۷۳، گیلبرت استرنگ<sup>۱۶</sup> جورج فیکس<sup>۱۷</sup>، یک مبنای ریاضی دقیق برای این روش ارائه دادند. پس از این مطالعه، روش المان محدود برای مدل‌سازی عددی سیستم‌های فیزیکی تعمیم داده شد و در محدوده گسترده‌ای از مسائل مهندسی نظریه الکترومغناطیس، انتقال حرارت، دینامیک سیالات و بسیاری از مسائل دیگر مورد استفاده قرار گرفت.

---

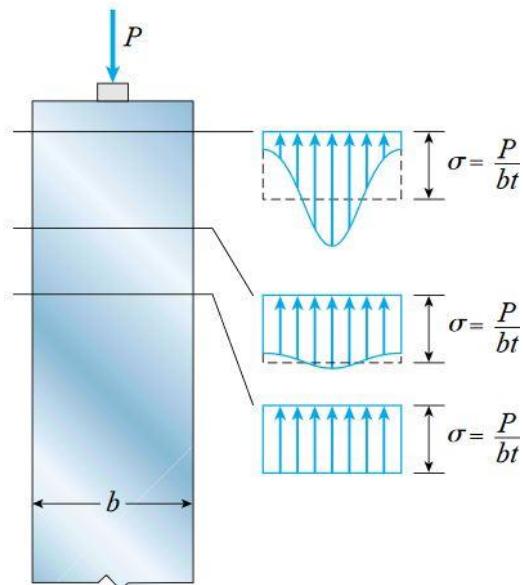
<sup>۱۶</sup> Gilbert Strang

<sup>۱۷</sup> George Fix

## فصل ۲ (تجزیه و تحلیل و تئوری)

### اصل سنت-ونانت<sup>۱۸</sup>

برای درک بهتر ماهیت مرکز تنش، تنش‌های درون میله‌ای با سطح مقطع مستطیلی شکل، عرض  $b$  و ضخامت  $t$  را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. این میله تحت بار مرکز  $P$  قرار گرفته است. در این شرایط، حداکثر تنش موجود در ناحیه اعمال بار می‌تواند چندین برابر تنش میانگین  $\frac{P}{A} = \sigma$  باشد. نسبت تنش حداکثر به تنش میانگین به مساحت سطح اعمال بار بستگی دارد. همان‌گونه که در شکل نیز مشاهده می‌شود، با حرکت از نقطه اعمال بار به سمت مرکز میله، میزان تنش به سرعت کاهش می‌یابد. در یک فاصله مشخص از انتهای میله (فاصله‌ای برابر با عرض میله)، توزیع تنش به حالت یکنواخت نزدیک می‌شود. در این ناحیه، تنش ماکسیمم تنها چند درصد بیشتر از تنش میانگین است.



شکل ۹: توزیع تنش در نزدیکی انتهای میله‌ای با سطح مقطع مستطیلی شکل در حین اعمال بار مرکز  $P$  بر روی ناحیه کوچکی از میله.

رابطه  $\frac{P}{A} = \sigma$ ، به طور کلی میزان تنش‌های محوری بر روی سطح مقطع میله در فاصله  $b$  از محل بار مرکز یا محل تغییرات هندسی را به دست می‌آورد ( $b$  بزرگ‌ترین بعد جانبی

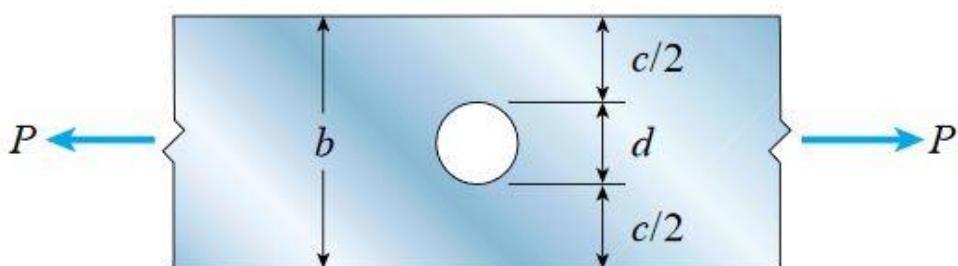
<sup>۱۸</sup> Saint-Venant's principle

میله است). این جمله، بخشی از یک قاعده کلی به نام اصل سنت-ونانت است. این اصل برای تمامی اجسام الاستیک خطی قابل استفاده است. برای درک اصل سنت-ونانت باید جسمی را در نظر بگیرید که بخش کوچکی از سطح آن در معرض چندین بار متمرکز قرار گرفته است (شکل زیر). برای سادگی بیشتر، بارها را به صورت متقاض و تنها برآیند برداری آن‌ها را نمایش می‌دهیم.

اصل سنت-ونانت در طراحی و تحلیل میله‌ها، تیرها، شفت‌ها و دیگر سازه‌های مورد استفاده در مکانیک مواد اهمیت بسیار بالایی دارد. به دلیل اثرات نواحی مرکز تنش بر روی یک محدوده خاص، در فواصل دور از این نواحی می‌توان تمامی فرمول‌های استاندارد مقاومت مصالح نظیر  $\frac{P}{A} = \sigma$  را مورد استفاده قرار داد. در نقاط نزدیک به نواحی مرکز تنش، مقدار تنش‌های موجود به جزئیات شرایط بارگذاری و ویژگی‌های هندسی جسم بستگی دارد. علاوه بر این، فرمول‌هایی ارائه شده برای محاسبه پارامترهایی نظیر تغییر طول، جابجایی و انرژی کرنشی، در هنگام وجود مرکز تنش نیز نتایج قابل قبولی را ارائه می‌کنند. دلیل این موضوع، محلی بودن پدیده مرکز تنش و تأثیر بسیار کم آن بر روی رفتار کلی ماده است.

### ضریب مرکز تنش

در این بخش می‌خواهیم به معرفی برخی از حالت‌های خاص مرکز تنش بپردازیم. به این منظور، میله‌ای با سطح مقطع مستطیلی شکل به همراه یک حفره دایره‌ای در مرکز سطح مقطع را در نظر بگیرید (شکل زیر). این میله تحت نیروی کششی  $P$  قرار دارد. این میله دارای عرض  $b$  و ضخامت  $t$  و حفره درون آن نیز دارای قطر  $d$  است. ( $t > b$ )

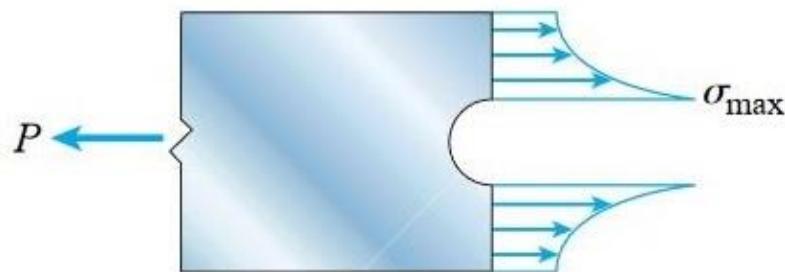


شکل ۱۰: اعمال نیروی کششی به یک میله دارای حفره

در شکل زیر، توزیع تنش‌های نرمال بر روی سطح مقطع گذرنده از مرکز حفره نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، تنش ماکسیمم  $\sigma_{max}$  بر روی گوشه‌های حفره ایجاد می‌شود. مقدار  $\sigma_{max}$  می‌تواند بسیار بیشتر از تنش اسمی موجود بر روی این سطح مقطع باشد.

$$\sigma_n = \frac{P}{ct}$$

مساحت خالص سطح مقطع گذرنده از مرکز حفره را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۱: توزیع تنش در سطح مقطع میله‌ای با یک حفره دایره‌ای در مرکز آن

شدت تمرکز تنش معمولاً از تقسیم تنش ماکسیمم بر تنش اسمی به دست می‌آید.

این نسبت با عنوان ضریب تمرکز تنش<sup>۱۹</sup> شناخته می‌شود:

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}}$$

برای یک میله تحت کشش، تنش اسمی از طریق محاسبه میانگین تنش بر روی مساحت خالص سطح مقطع تعیین می‌شود. در شرایط بارگذاری مختلف می‌توان از تنش‌های دیگری برای انجام محاسبات استفاده کرد. بنابراین، هنگام به کارگیری ضریب تمرکز تنش باید نحوه تعیین تنش اسمی را نیز مد نظر قرار داد.

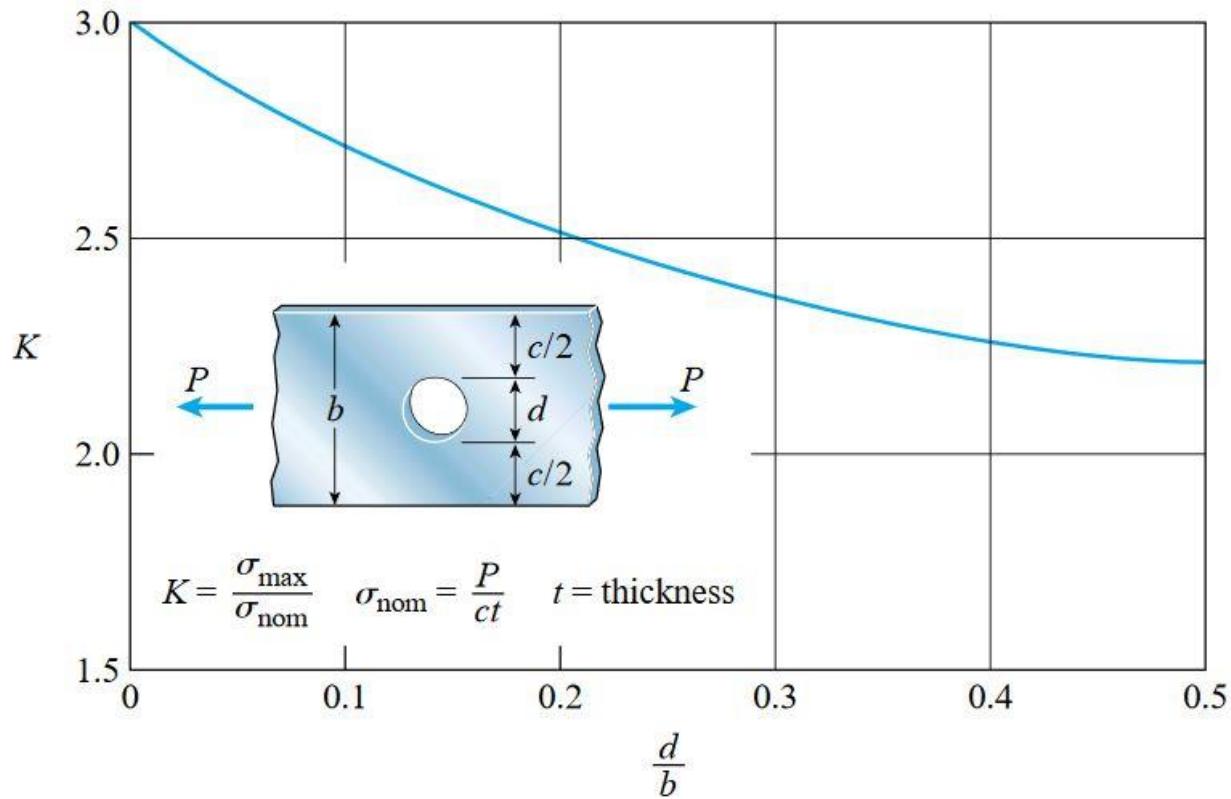
شکل زیر، نمودار تغییرات ضریب تمرکز تنش در طول یک میله حفره‌دار را نمایش می‌دهد.

اگر ابعاد این حفره (نسبت قطر حفره به عرض میله) کوچک باشد، ضریب K برابر با ۳ خواهد بود. در این ضریب، میزان تنش ماکسیمم در سطح مقطع گذرنده از مرکز حفره سه برابر تنش اسمی است. با افزایش قطر حفره نسبت به عرض میله، ضریب K کوچک‌تر می‌شود و تأثیر تمرکز تنش کاهش می‌یابد. بر اساس اصل سنت-ونانت، با فاصله گرفتن از

<sup>۱۹</sup> Stress Concentration Factor

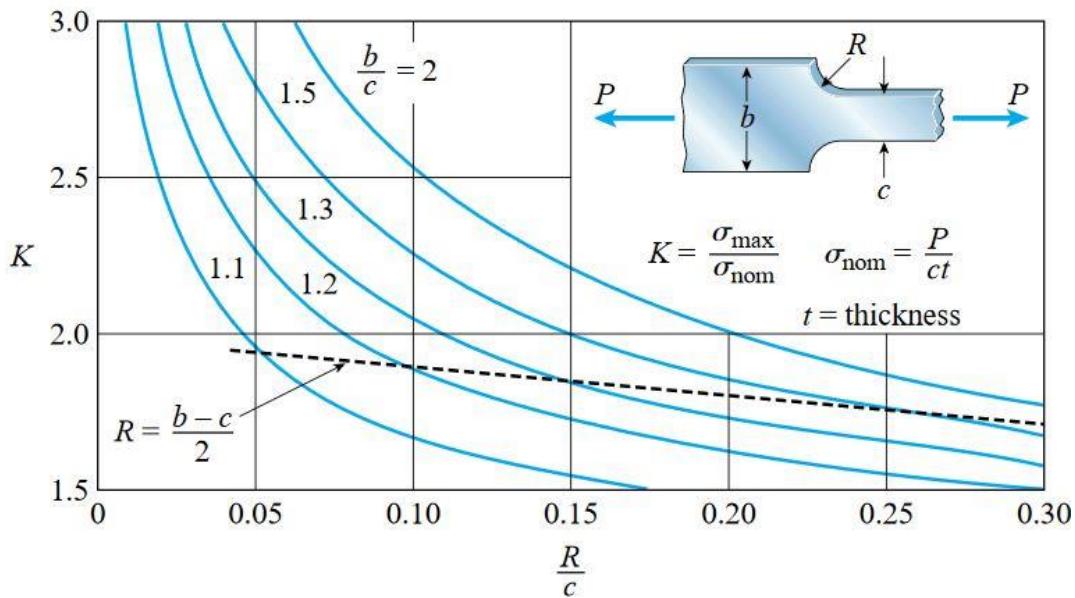
<sup>۲۰</sup> Dieter, G.E., Mechanical Metallurgy, McGraw-Hill, ۱۹۸۶

حفره به اندازه عرض میله(b)، نحوه توزیع تنش به صورت یکنواخت خواهد شد و مقدار تنش از تقسیم  $P$  بر مساحت سطح مقطع ( $bt$ ) به دست خواهد آمد.

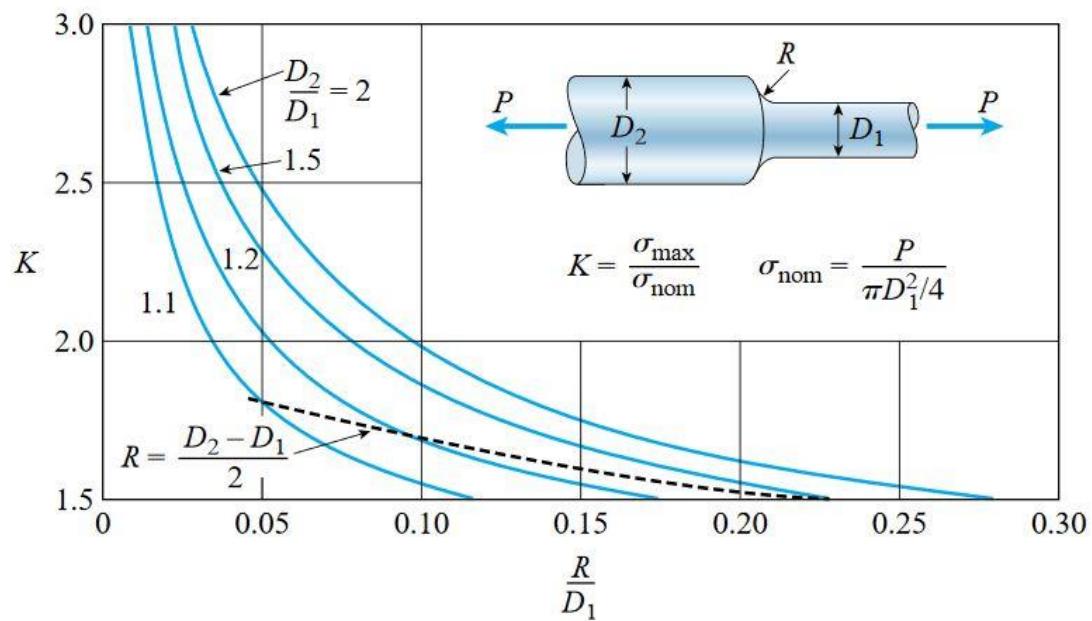


شکل ۱۲: ضریب تمرکز تنش  $K$  برای میله‌های تخت با حفره‌های دایره‌ای

شکل‌های زیر، دو حالت خاص و کاربردی دیگر برای مسئله تمرکز تنش درون قطعات را نمایش می‌دهند. این نمودارها برای میله‌های تخت و مدوری رسم شده‌اند که اندازه سطح مقطع‌شان در راستای طول کاهش یافته و باعث ایجاد شانه شده است. در این موارد، به منظور کاهش اثرات تمرکز تنش بر روی رفتار میله‌ها در حین بارگذاری، از گوشه‌های گرد شده در ناحیه تغییر سطح مقطع استفاده می‌شود. این گوشه‌های گرد شده، «ماهیچه» (Fillet) نام دارند. بدون ایجاد ماهیچه، میزان تمرکز تنش به مقدار بسیار زیادی افزایش می‌یابد. همان‌گونه که در سمت چپ نمودارهای زیر مشاهده می‌شود، با کاهش شعاع ماهیچه تا مقدار صفر، ضریب  $K$  به سمت بی‌نهایت می‌کند. برای هر دو حالت زیر، تنش ماقسیمم در کوچک‌ترین سطح مقطع محدوده ماهیچه رخ می‌دهد.



شکل ۱۳: ضریب تمرکز تنש  $K$  برای میله‌های تخت دارای ماهیچه. منحنی خط چین برای ماهیچه‌ای با انحنای کامل (پیک چهارم دایره) کامل است.

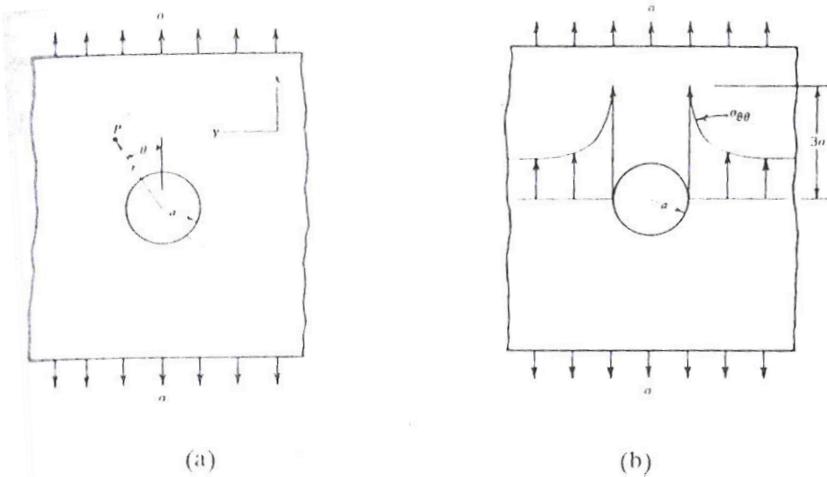


شکل ۱۴: ضریب تمرکز تنش  $K$  برای میله‌های دور دارای ماهیچه. منحنی خط چین برای ماهیچه‌ای با انحنای کامل (پیک چهارم دایره) است.

## ضریب تمرکز تنش، تئوری الاستیسیته:

سوراخ کوچک در یک ورق بزرگ تحت کشش تک محوری:

توزیع تنش در یک ورق تحت تنش کششی  $\sigma$ ، وقتی سوراخ کوچکی به شعاع  $a$  در آن وجود دارد (شکل ۳)، به صورت زیر است.



شکل ۱۵: سوراخ کوچک در ورقهای بزرگ

برای  $r=a$ ، تنش محیطی برابر می شود با:

$$\sigma_\theta = \sigma(1 - 2\cos 2\theta)$$

در نتیجه برای  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  تنش محیطی بیشترین مقدار خود را داراست و برابر است با:

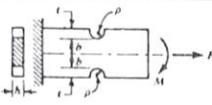
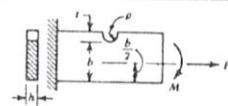
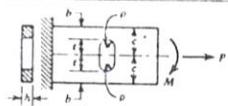
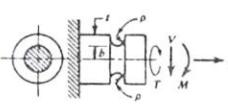
$$\sigma_{\theta,max} = 3\sigma$$

در این صورت ضریب تمرکز تنش در سوراخ،  $k_t = 3$  توزیع تنش  $\sigma_\theta$  نسبت  $r\theta$  در شکل نشان داده شده است. به طوری که از شکل پیدا است نرخ تنش نسبت به  $r$  زیاد است و به سرعت تنش به مقدار یکنواخت خود می رسد. رابطه فوق برای ورق بزرگ با ضخامت کم و عرض زیاد قابل استفاده است. به هر حال وقتی قطر سوراخ قابل مقایسه با عرض ورق است، استفاده از این رابطه همراه با خطای خواهد بود. تأثیر عرض ورق در مقایسه با قطر سوراخ با روش های تئوری و آزمایشی مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به این نتایج می توان ضریب تمرکز تنش را به صورت زیر نشان داد:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = \frac{3k - 1}{k + 0.3}$$

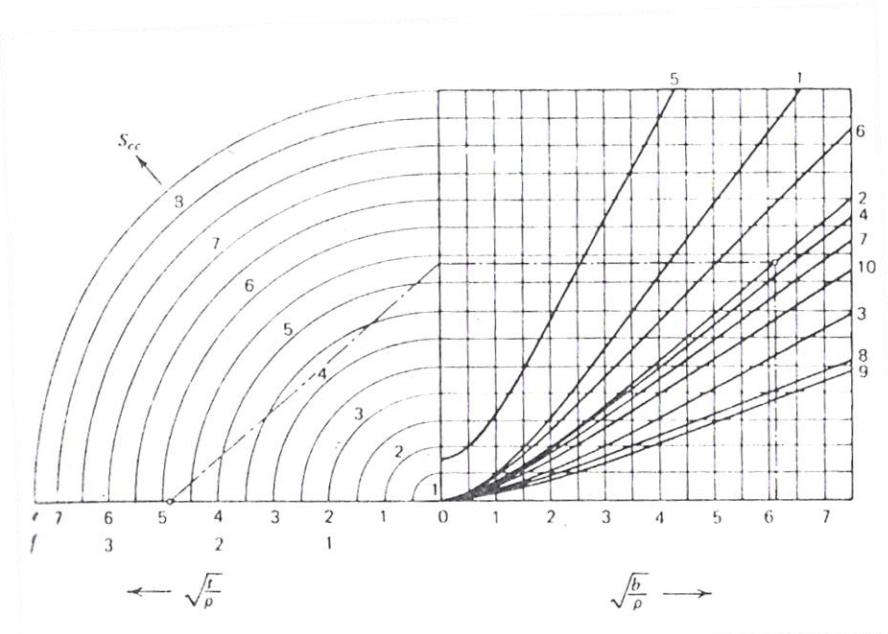
در این رابطه  $k$  نسبت عرض ورق به قطر سوراخ می باشد.

### شیارها و سوراخ ها:

Type of Notch	Type of Load	Formula for Nominal Stress	Scale for	Curve for Finding $S_a$
 Fig. A	Tension	$\frac{P}{2bh}$	$f$	1
	Bending	$\frac{3M}{2b^2h}$	$f$	2
 Fig. B	Tension	$\frac{P}{bh}$	$f$	3
	Bending	$\frac{6M}{b^2h}$	$f$	4
 Fig. C	Tension	$\frac{P}{2bh}$	$f$	5
	Bending	$\frac{3Mt}{2h(c^3 - t^3)}$	$e$	5
 Fig. D	Tension	$\frac{P}{\pi b^2}$	$f$	6
	Bending	$\frac{4M}{\pi b^3}$	$f$	7
	Direct shear	$\frac{1.23V}{\pi b^2}$	$e$	8
	Torsional shear	$\frac{2T}{\pi b^3}$	$e$	9

جدول ۱

ضرایب تمرکز تنش برای شیارهای نشان داده شده در شکل های A تا D، جدول (۱)، با استفاده از دیاگرام Neuber، شکل (۱۶)، قابل محاسبه است. برای مثال فرض می شود قطعه ای دارای شیار، مطابق شکل A جدول (۱)، است و بار محوری  $P$  را تحمل می کند.



شکل ۶: دیاگرام نیبر

اگر شیار کم عمق باشد، ضریب تمرکز تنش  $k_t$ ، از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$k_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

در حالتی که شیار عمیق است، ضریب تمرکز تنش  $k_t$ ، به صورت زیر بیان می گردد:

$$k_t = \frac{2(\frac{b}{a} + 1) \sqrt{\frac{b}{\rho}}}{(\frac{b}{\rho} + 1) \tanh^{-1} \sqrt{\frac{b}{\rho}} + \sqrt{\frac{b}{\rho}}}$$

حال فرض می شود  $k_t$  ضریب تمرکز تنش محاسبه شده برای هر عمق از شیار باشد. در این صورت طبق رابطه  $k_t$  Neuber برابر خواهد شد با:

$$k_t = 1 + \frac{(S_{cs} - 1) \cdot (S_{cd} - 1)}{\sqrt{(S_{cc} - 1)^2 + (S_{cd} - 1)^2}}$$

به عنوان یک مثال عددی فرض می شود؛  $b = 241$  و  $t = 38.0 \text{ mm}$ ,  $\rho = 6.35 \text{ mm}$  میلیمتر برای شکل A جدول (۱)، بوده و میله تحت ممان خمسی M قرار داشته باشد. با

توجه به مقادیر داده شده،  $\sqrt{b/\rho} = 2.45$  و  $\sqrt{t/\rho} = 6.16$  می باشد. از جدول (۱)، مقیاس  $f$  برای  $\sqrt{t/\rho}$  و منحنی ۲ برای  $\sqrt{b/\rho}$  باید به کار رود.

## مفاهیم اساسی روش المان محدود

همان‌گونه که اشاره شد، محدوده مسئله مورد تحلیل با روش المان محدود، به بخش‌های کوچک‌تر و ساده‌تر تقسیم می‌شود. این تقسیم‌بندی دارای چندین مزیت است:

- نمایش دقیق هندسه‌های پیچیده
- در نظر گرفتن خصوصیات متفاوت ماده
- نمایش ساده راه حل کلی
- تشخیص تغییرات محلی

فرآیند کلی حل مسئله در روش المان محدود دارای دو مرحله است. در ابتدا، محدوده مسئله به مجموعه‌ای از محدوده‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. هر یک از این محدوده‌های کوچک بیانگر یک دستگاه معادلات مختص به هر یک از المان‌ها هستند. در ادامه، تمام این دستگاه‌ها به منظور انجام محاسبات نهایی در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. این دستگاه معادلات کلی را می‌توان با استفاده از مقادیر اولیه مسئله اصلی حل کرد و نتایج عددی مربوط به آن را به دست آورد. در ادامه، هر یک از مراحل حل مسئله با استفاده از FEM را به طور تخصصی توضیح می‌دهیم.

در مرحله اول، معادله مرتبط با هر یک از المان‌ها به صورت مجموعه معادلات ساده‌ای است که معادلات پیچیده اصلی (اغلب معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی) را در نواحی مختلف تخمین می‌زنند. برای انجام این تخمین، معمولاً FEM به عنوان حالت خاص روش گالرکین<sup>۲۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. این فرآیند در ریاضیات، با انتگرال‌گیری از ضرب داخلی توابع وزنی و باقیمانده و همچنین برابر با صفر قرار دادن حاصل انتگرال صورت می‌گیرد. به عبارت ساده‌تر، این فرآیند با برازش توابع آزمایشی به معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی، میزان خطای تخمین را به حداقل می‌رساند. مقدار باقیمانده، خطای به دست آمده از

<sup>۲۱</sup> Galerkin Method

توابع آزمایشی است. توابع وزنی نیز توابع تقریب چندجمله‌ای هستند که میزان باقیمانده را نشان می‌دهند. فرآیند مذکور، تمام مشتقات فضایی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی را حذف می‌کند و آن‌ها را از طریق دو دستگاه زیر به صورت ناحیه‌ای تخمین می‌زنند:

- دستگاه معادلات جبری برای مسائل حالت پایدار

- دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی برای مسائل گذرا

این دو دستگاه معادلات مختص به المان‌های مسئله هستند. اگر معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به صورت خطی باشند، معادلات المان‌ها نیز خطی خواهند بود و بالعکس. معادلات جبری به دست آمده از مسائل حالت پایدار با استفاده از روش‌های جبر خطی عددی حل می‌شوند؛ در حالی که حل معادلات دیفرانسیل معمولی به دست آمده از مسائل گذرا توسط روش‌های استاندارد انتگرال‌گیری عددی نظیر روش اویلر یا رونگه-کوتا<sup>۲۲</sup> صورت می‌گیرد.

در مرحله دوم، یک دستگاه معادلات کلی با استفاده از معادلات مربوط به المان‌ها تشکیل می‌شود. این فرآیند از طریق تبدیل مختصات گره‌های محلی محدودهای کوچک به گره‌های کلی محدوده اصلی صورت می‌گیرد. برای انجام این تبدیلات فضایی به تنظیم جهت‌گیری مناسب نسبت به دستگاه مختصات مرجع نیاز است. در اغلب موارد، این عملیات توسط نرم‌افزاری مبتنی بر FEM و با استفاده از داده‌های مختصاتی به دست آمده از محدودهای کوچک اجرا می‌شود.

درک روش المان محدود با استفاده از کاربرد عملی آن یعنی «تحلیل المان محدود»<sup>۲۳</sup> ساده‌تر است. المان محدود یک ابزار محاسباتی برای اجرای تحلیل‌های مهندسی است. این ابزار از روش‌های تولید مش برای تقسیم‌بندی یک مسئله پیچیده به المان‌های کوچک و کدهای نرم‌افزاری الگوریتم‌های المان محدود بهره می‌برد. در هنگام به کارگیری المان محدود، یک مسئله پیچیده معمولاً به صورت یک سیستم فیزیکی بر مبنای قواعدی نظیر معادله تیر اویلر-برنولی<sup>۲۴</sup>، معادله گرمای<sup>۲۵</sup> یا معادلات ناویه-استوکس<sup>۲۶</sup> در نظر گرفته می‌شود که توسط معادلات انتگرالی یا معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بیان شده است. هر یک از

<sup>۲۲</sup> Runge-Kutta

<sup>۲۳</sup> Finite Element Analysis

<sup>۲۴</sup> Euler-Bernoulli Beam Equation

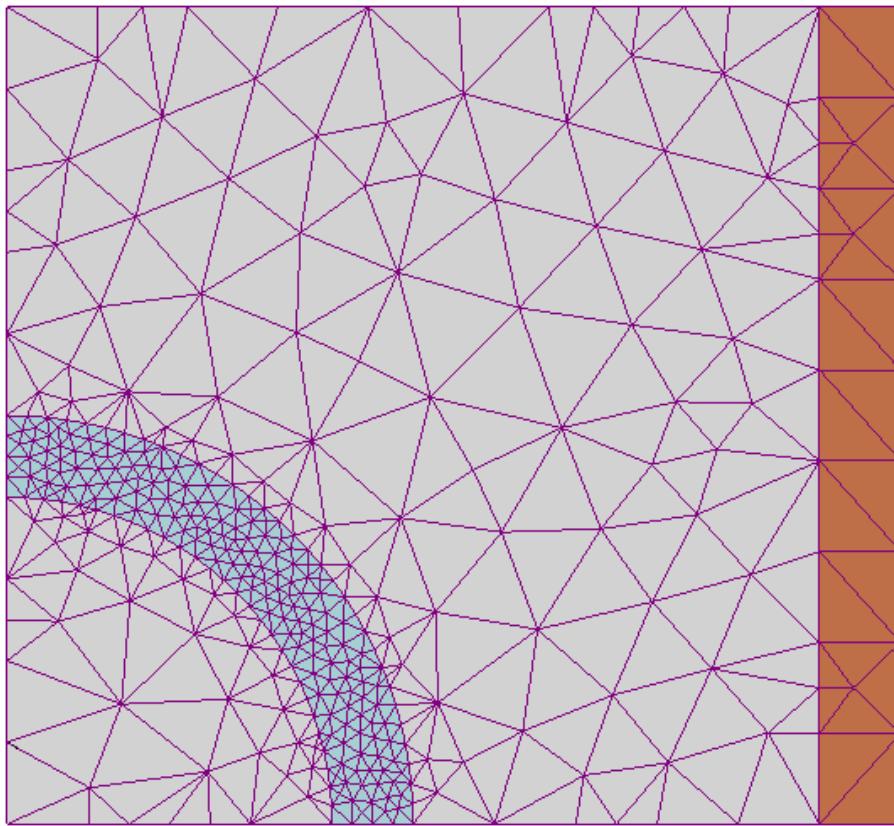
<sup>۲۵</sup> Heat Equation

<sup>۲۶</sup> Navier-Stokes Equations

المان‌های کوچک این مسئله پیچیده، نواحی مختلف سیستم فیزیکی تعریف شده را نشان می‌دهند.

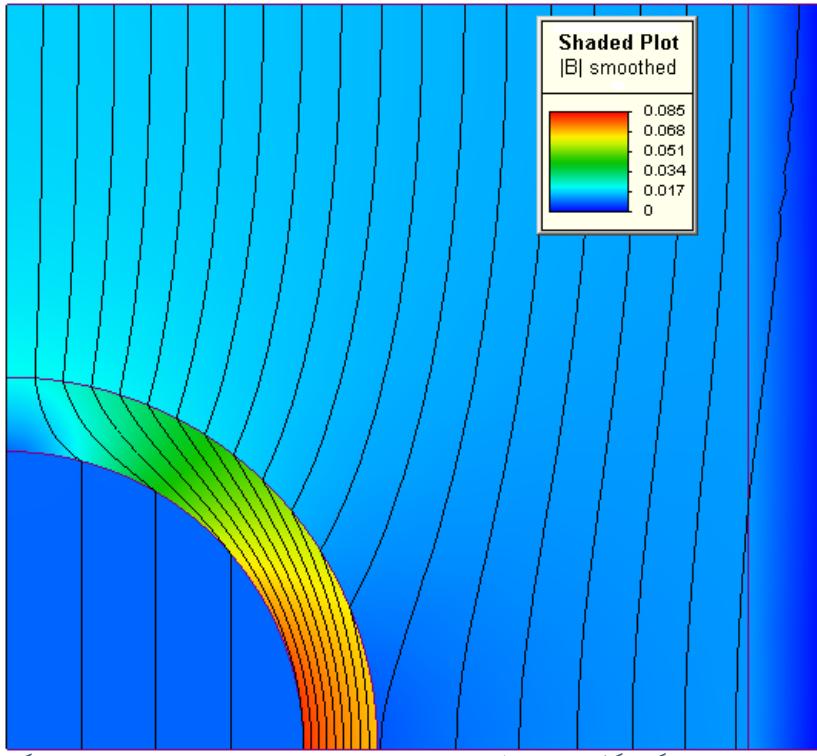
به منظور تحلیل مسائلی با محدوده‌های بسیار پیچیده (ماشین‌ها و خطوط انتقال نفت)، محدوده‌های متغیر (در حین واکنش حالت جامد به همراه تغییر مرز)، نیاز به دقت‌های متفاوت در بخش‌های مختلف محدوده یا عدم هموار بودن روش حل، المان محدود گزینه مناسبی خواهد بود. در شرایطی که نیاز به ساخت نمونه‌های اولیه با دقت بالا باشد، شبیه‌سازی‌های FEA با فراهم کردن یک ابزار ارزشمند، تعداد نمونه‌های مورد نیاز را کاهش می‌دهند. به عنوان مثال، در شبیه‌سازی تصادف خودرو از جلو، امکان افزایش دقت نواحی مهم نظری برخشنده جلویی ماشین و کاهش این دقت در بخش عقب وجود دارد. این کار باعث کاهش هزینه شبیه‌سازی می‌شود. در پیش‌بینی آب و هوا توسط روش‌های عددی نیز پیش‌بینی دقیق پدیده‌های شدید غیرخطی (مانند گردباد یا گرداب) از اهمیت بالاتری نسبت به نواحی نسبتاً آرام برخوردار است.

برای درک بهتر کاربرد روش المان محدود، به معرفی یک مثال می‌پردازیم. به تصویر زیر دقت کنید. این تصویر، نمونه‌ای از مش المان محدود ساخته شده برای حل یک مسئله مغناطیسی را نمایش می‌دهد. رنگ‌های مختلف در این مش‌بندی، بیانگر خصوصیات مادی متفاوت برای هر ناحیه هستند. در این مثال، سیم‌پیچ رسانا با رنگ نارنجی، قطعه فرومغناطیس (احتمالاً آهن) با رنگ آبی روشن و هوا با رنگ خاکستری نشان داده شده است. تفاوت اندازه المان‌ها در نواحی مختلف، دقت تحلیل در آن محل‌ها را تغییر می‌دهد. عموماً هر چه اندازه المان‌ها کوچک‌تر باشد (مش‌بندی ریز)، دقت نتایج و متعاقباً زمان مورد نیاز برای اجرای تحلیل افزایش می‌یابد. به این ترتیب، تحلیل‌گر برای ایجاد توازن بین زمان تحلیل و دقت بالا در نواحی مهم، مش‌بندی مسئله را تقریباً بهینه می‌کند. با اینکه هندسه این مسئله ساده به نظر می‌رسد، محاسبه میدان مغناطیسی آن بدون استفاده از یک نرم‌افزار المان محدود و تنها با به کارگیری معادلات جبری کار بسیار چالش‌برانگیزی خواهد بود.



شکل ۱۷ : مثلاًی برای مش بندی مواد چند بخشی

تصویر زیر، نتایج تحلیل مسئله بالا به همراه یک حفاظت مغناطیسی استوانه‌ای شکل نمایش می‌دهد. اکنون به تفسیر کلی نتایج به دست آمده می‌پردازیم. بخش فرومغناطیسی استوانه از ناحیه داخل استوانه محافظت می‌کند. این عمل از طریق انحراف میدان مغناطیسی سیم پیچ (ناحیه مستطیلی در سمت راست) صورت می‌گیرد.



شکل ۱۸ : رنگ هر یک از نواحی، بیانگر چگالی شار مغناطیسی است. با توجه به مقیاس های مشخص شده در راهنمای رنگ قرمز بیشترین دامنه مغناطیسی را نشان می دهد و ناحیه داخلی استوانه، کمترین مقدار دامنه (این تیره به همراه خطوط شار با فاصله زیاد) را دارد. این مسئله، عملکرد

## أنواع روشهای المان محدود

### ۱. روش المان کاربردی<sup>۲۷</sup>

یک روش تحلیل عددی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های پیوسته و ناپیوسته است. این روش برای ارزیابی آسیب‌پذیری سازه‌ها (خرابی پیش‌روند، تحلیل انفجار، تحلیل ضربه و تحلیل لرزه‌ای)، مهندسی قانونی، طراحی مبتنی بر عملکرد، تحلیل تخریب، تحلیل عملکرد شیشه و ایجاد جلوه‌های بصری به کار می‌رود.

### ۲. روش المان محدود تعمیم یافته<sup>۲۸</sup>

به منظور بهبود تخمین‌های محلی در مدل‌های المان محدود توسعه یافته است. استفاده از این روش مسائلی با شرایط مرزی پیچیده، مقیاس میکرو و لایه‌های مرزی پیشنهاد می‌شود.

<sup>۲۷</sup> (Applied Element Method) یا «AEM»

<sup>۲۸</sup> (Generalized Finite Element Method) یا «GFEM»

### ۳. روش المان محدود ترکیبی<sup>۲۹</sup>

در این روش، هنگام گسسته سازی معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی، چندین متغیر مستقل به عنوان متغیرهای گرهای به مسئله افزوده می‌شوند. این روش برای مسائلی مناسب است که از نظر عددی (بدطرح) (Ill-Posed) هستند. به عنوان مثال، تعیین میدان تنش و کرنش در یک جسم تقریباً تراکم ناپذیر، یک مسئله بسط طرح به حساب می‌آید.

### ۴. نسخه *hp* روش المان محدود<sup>۳۰</sup>

فرم کلی روش المان محدود استاندارد است که برای حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی از رویکرد تخمین چندجمله‌ای‌های تکه‌ای استفاده می‌کند. در سال ۱۹۹۲، «بابوسکا و همکاران»<sup>۳۱</sup> دریافتند که در صورت تقسیم‌بندی المان‌ها به بخش‌های کوچک‌تر) نسخه  $h$  و افزایش مرتبه چندجمله‌ای آن‌ها (نحوه  $p$ )، سرعت همگرایی روش المان محدود به صورت نمایی افزایش می‌یابد. این ویژگی باعث جذابیت بیشتر *hp*-FEM نسبت به دیگر روش‌های المان محدود می‌شود. با این وجود، با توجه به عواملی نظیر زمان مورد نیاز برای تحلیل، درک مبانی ریاضی، اجرای تحلیل و غیره، استفاده از این روش نسبت به روش استاندارد چالش‌برانگیزتر است.

### ۵. روش المان محدود توسعه یافته<sup>۳۲</sup>

یک روش عددی بر پایه GFEM و «روش تقسیم واحد»<sup>۳۳</sup> است. این روش به منظور حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، با افزودن توابع ناپیوسته به فضای حل مسئله روش المان محدود قدیمی را توسعه می‌دهد. به این ترتیب، امکان بهره‌گیری از ویژگی‌های مرتبط با ناپیوستگی‌ها، تکینگی‌های جبری، لایه‌های مرزی، مش‌بندی معمولی ریزساختارها و غیره فراهم می‌شود. نتایج به دست آمده از XFEM، بهبود دقیق و نرخ همگرایی را نشان می‌دهند. به علاوه، به دلیل عدم نیاز به مش‌بندی

<sup>۲۹</sup> (Mixed Finite Element Method) «این روش با عنوان Hybrid Finite Element Method»

<sup>۳۰</sup> (hp-version of Finite Element Method) یا «hp-FEM»

<sup>۳۱</sup> Babuska et al

<sup>۳۲</sup> (Extended Finite Element Method) یا «XFEM»

<sup>۳۳</sup> «PUM» یا اصطلاحاً Partition of Unity Method

مجدد سطوح ناپیوستگی‌ها در این روش، زمان محاسباتی و خطاهای رایج در روش‌های مرسوم المان محدود کاهش می‌یابد.

نرم‌افزارهایی نظیر « $\text{xfem}_{++}$ »، « $\text{GetFEM}_{++}$ » و « $\text{openxfem}_{++}$ »، از روش XFEM برای تحلیل مسائل مختلف استفاده می‌کنند. این روش در کدهایی نظیر « $\text{ASTER}$ »، « $\text{Morfeo}$ » و « $\text{Radioss}$ » و نرم‌افزارهای معروف آباکوس و انسیس نیز به کار گرفته می‌شود.

#### ۶. روش المان محدود مرزی مقیاس شده<sup>۳۴</sup>

در سال ۱۹۹۷ توسط سانگ (Song) و ولف (Wolf) «معرفی شد. این روش مفیدترین مشارکت صورت گرفته در حوزه تحلیل عددی مسائل مربوط به مکانیک شکستگی به حساب می‌آید SBFEM. از نقاط قوت فرآیندها و مبانی ریاضی روش المان محدود و همچنین فرآیند گسته سازی روش المان مرزی بهره می‌برد.

#### ۷. روش المان محدود هموار<sup>۳۵</sup>

روش‌های المان محدود هموار، دسته‌ای از الگوریتم‌های شبیه‌سازی عددی برای شبیه‌سازی پدیده‌های فیزیکی به شمار می‌روند. این روش‌ها از ترکیب روش‌های بدون مش با روش المان محدود توسعه یافته‌اند S-FEM. برای مسائلی مانند مکانیک سازه‌های جامد و پیزو الکترونیک، مکانیک شکست و رشد ترک، مسائل غیرخطی، تحلیل‌های تصادفی، انتقال حرارت، آکوستیک سازه‌ها، مدل‌سازی پلاستیسیته بلورها و غیره کاربرد دارد.

#### ۸. روش المان طیفی<sup>۳۶</sup>

روش‌های المان طیفی، پیچیدگی هندسی المان‌های محدود و دقت بالای روش‌های طیفی را با هم ترکیب می‌کنند SEM. برای تشخیص عیب و نقص‌های کوچک سازه کاربرد دارد. نحوه مدل‌سازی هندسه‌های پیچیده در این روش نسبت به روش المان محدود دشوارتر است.

<sup>۳۴</sup> (Scaled Boundary Finite Element Method) یا «SBFEM»

<sup>۳۵</sup> (Smoothed Finite Element Method) یا «S-FEM»

<sup>۳۶</sup> (Spectral element method) یا «SEM»

### ۹. روش‌های بدون مش<sup>۳۷</sup>

در حوزه تحلیل عددی، روش‌های بدون مش به روش‌هایی اطلاق می‌شود که در آن‌ها نیازی به ایجاد ارتباط بین تمام گره‌های مدل وجود ندارد. با این وجود، فعل و انفعالات بین هر گره با گره‌های اطراف آن در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب، به جای اختصاص خواصی نظیر جرم یا انرژی جنبشی به المان‌های مش، هر یک از این خواص برای گره‌های منفرد تخصیص می‌یابند. روش‌های بدون مش می‌توانند برخی مسائل دشوار را با صرف زمان محاسباتی و برنامه‌نویسی بیشتر شبیه‌سازی کنند. این روش‌ها برای شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده، ایجاد ترک، خمش، رفتار غیرخطی، ناپیوستگی‌ها و تکینگی مفید هستند.

### ۱۰. روش‌های گالرکین ناپیوسته<sup>۳۸</sup>

در ریاضیات کاربردی، روش‌های گالرکین ناپیوسته گروهی از روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل به حساب می‌آیند. این روش‌ها، ویژگی‌های رویکرد المان محدود و حجم محدود را با هم ترکیب می‌کنند. در مسائل حوزه‌های الکترودینامیک، مکانیک سیالات و فیزیک پلاسمای تمایل زیادی به استفاده از روش‌های گالرکین ناپیوسته وجود دارد.

### ۱۱. تحلیل حدی المان محدود<sup>۳۹</sup>

از روش‌های بهینه‌سازی برای محاسبه مستقیم کران‌های بالا و پایین بار شکست پلاستیک برای یک سیستم مکانیکی استفاده می‌شود. کاربرد اصلی این روش در حوزه مکانیک خاک و به منظور تعیین بارهای مورد نیاز برای ایجاد شکست در مسائل ژئوتکنیکی (تحلیل پایداری شیب) است. نرم‌افزارهای «OptumG2» و «OptumG3» از مبانی FELA برای تحلیل مسائل ژئوتکنیکی بهره می‌برند.

### ۱۲. روش شبکه کشیده<sup>۴۰</sup>

روش شبکه کشیده، یک روش عددی برای یافتن راه حل‌های تقریبی در مسائل مهندسی و ریاضی است. هواشناسان از این روش برای پیش‌بینی آب و هو استفاده

<sup>۳۷</sup> Meshfree Methods

<sup>۳۸</sup> Discontinuous Galerkin Methods

<sup>۳۹</sup> (Finite Element Limit Analysis) یا «FELA»

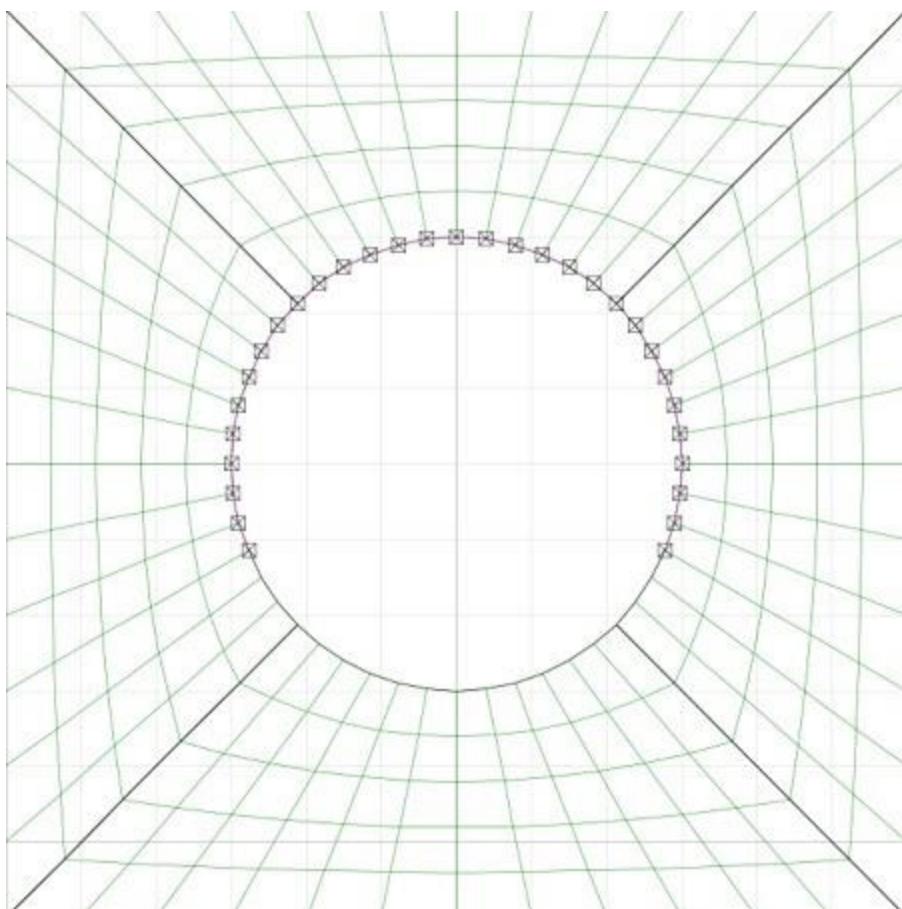
<sup>۴۰</sup> (Stretched Grid Method) یا (SGM)

می‌کنند. در علوم مهندسی نیز از SGM برای طراحی سقف‌ها و دیگر سازه‌های کششی استفاده می‌شود.

### ۱۳. تکرار لوبيگناک<sup>۱</sup>

در ریاضیات کاربردی، تکرار لوبيگناک یک روش تکراری در روش‌های المان حدی است. این روش که در سال ۱۹۷۷ توسط «ژیل لوبيگناک<sup>۲</sup>» معرفی شد، میدان تنش پیوسته را به دست می‌آورد. تکرار لوبيگناک برای تحلیل استاتیک المان حدی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### مقایسه روش المان محدود با روش تفاضل محدود



شکل ۱۹: تصویر مشیندی دهانه توزل در یک نرم‌افزار مبتنی بر روش تفاضل محدود (المان‌های چهارضلعی).

<sup>۱</sup> Loubignac iteration

<sup>۲</sup> Gilles Loubignac

یکی از روش‌های جایگزین FEM برای تخمین معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی است. موارد زیر، تفاوت‌ها و شباهت‌های بین FEM و FDM را بیان می‌کنند:

- جذاب‌ترین ویژگی FEM، مدل‌سازی نسبتاً راحت هندسه و شرایط مرزی پیچیده است. المان‌های FDM باید به صورت مستطیلی شکل باشند در صورتی که تغییرات هندسه مدل در FEM از نظر تئوری نیز ساده است.
- معمولاً از FDM برای هندسه‌های نامنظم استفاده نمی‌شود. در اغلب موارد، مدل‌های بلوکی یا مستطیلی با استفاده از این روش مورد تحلیل قرار می‌گیرند.
- جذاب‌ترین ویژگی FDM، اجرای آسان تحلیل است.
- در برخی از موارد می‌توان FDM را یک حالت خاص از FEM در نظر گرفت. در معادله پواسن، اگر مسئله با استفاده از مش‌های مستطیلی مدل‌سازی و هر مستطیل به دو مثلث تقسیم شود، FEM مرتبه اول با FDM یکسان خواهد بود.
- دلایل زیادی برای منطقی‌تر بودن مبانی ریاضی FEM وجود دارد. به عنوان مثال، کیفیت تخمین مقادیر بین نقاط گره‌ای در FDM پایین‌تر از FEM است.
- مقدار تخمین‌هایی که با استفاده FEM به دست می‌آیند، در اغلب موارد بیشتر از مقدار به دست آمده از FDM هستند. البته این موضوع وابستگی زیادی به نوع مسئله دارد و در برخی از موارد نتایج عکس نیز مشاهده شده است.

در مکانیک سازه‌ها، به منظور اجرای انواع مختلف تحلیل‌ها (مانند تحلیل تغییر شکل و تنش‌های موجود در اجسام صلب یا رفتار دینامیکی سازه)، معمولاً FEM به عنوان انتخاب اصلی در نظر گرفته می‌شود. در حالی که برای مسائل مربوط به «دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۴۳</sup>» یا اصطلاحاً «CFD»، روش‌هایی نظیر FDM یا روش حجم محدود<sup>۴۴</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد. معمولاً در مسائل حوزه CFD، یک مسئله به تعداد بسیار زیادی سلول یا نقطه گره‌ای<sup>۴۵</sup> تقسیم می‌شود. از این‌رو، با توجه به زمان و تجهیزات احتمالی مورد نیاز، برای تخمین ویژگی‌های درون هر سلول، استفاده از روش‌های ساده‌تر به همراه الگوریتم‌هایی با مرتبه پایین‌تر در اولویت قرار می‌گیرد. این موضوع، برای مسائلی

<sup>۴۳</sup> Computational Fluid Dynamics

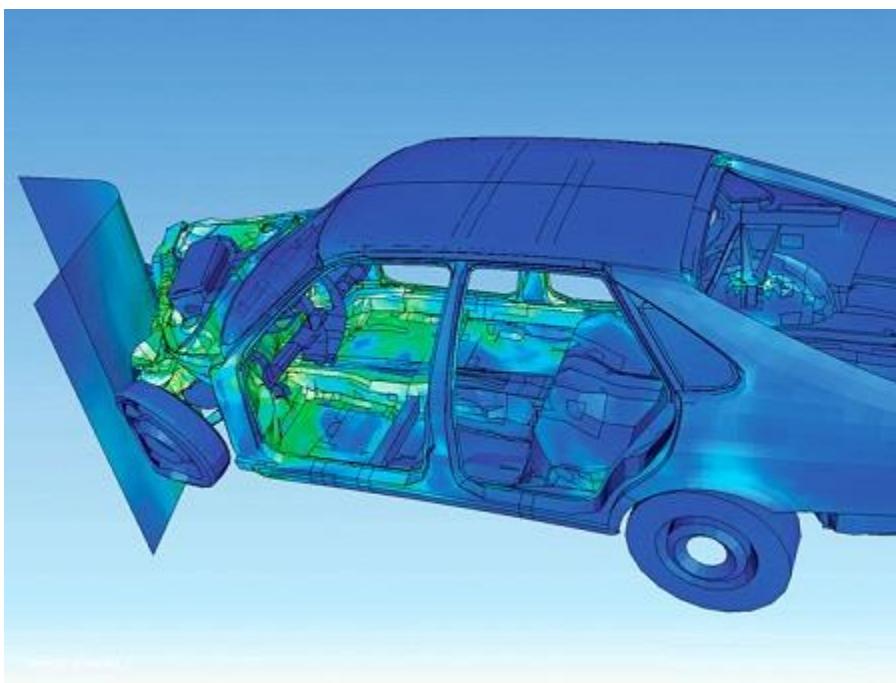
<sup>۴۴</sup> (Finite Volume Method) «با به اختصار FVM»

<sup>۴۵</sup> Grid point

با جریان خارجی<sup>۴۶</sup> مانند جریان هوا در اطراف یک خودرو یا هواپیما و شبیه‌سازی وضعیت آب و هوا نیز صادق است.

### کاربرد روش المان محدود

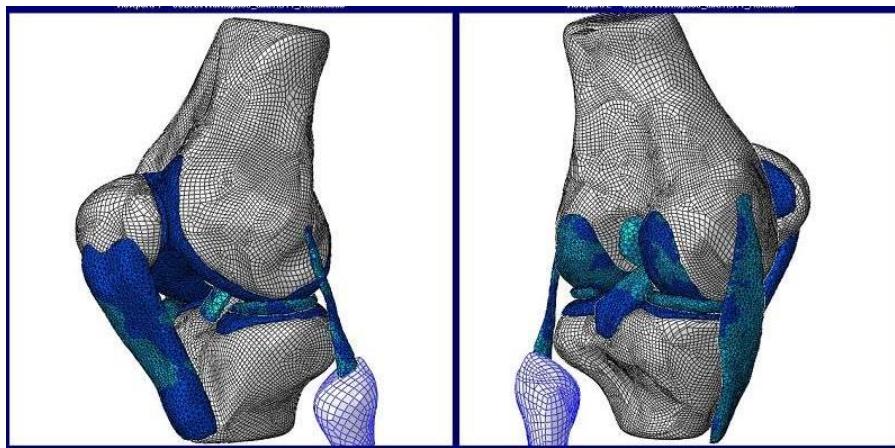
بسیاری از شاخه‌های مهندسی مکانیک نظریه علوم وابسته به هوانوردی، بیومکانیک و صنایع خودروسازی برای طراحی و توسعه محصولات خود از روش المان محدود کمک می‌گیرند. امروزه، مجموعه‌های نرم‌افزاری FEM ، توانایی در نظر گرفتن شرایط ویژه دمایی، الکترومغناطیسی، مواد سیال و سازه‌ها را دارند. در شبیه‌سازی سازه‌ها، FEM در به تصویر کشیدن سختی و مقاومت مواد و همچنین به حداقل رساندن وزن مواد به کار گرفته شده و در نتیجه کاهش هزینه ساخت سازه کمک فوق العاده‌ای می‌کند.



شکل ۲۰: نحوه تغییر شکل یک ماشین در حین تصادف

نمایش نحوه تغییر شکل یک ماشین در حین تصادف با استفاده از تحلیل المان حدی FEM ، امکان نمایش دقیق محل خمش یا پیچش سازه و تشخیص نحوه توزیع تنش‌ها و جابجایی‌ها فراهم می‌شود. نرم‌افزارهای FEM گزینه‌های زیادی را برای کنترل پیچیدگی مدل‌سازی و تحلیل یک سیستم در اختیار طراحان قرار می‌دهند. به این ترتیب می‌توان سطح دقیق نیاز و زمان انجام محاسبات برای اکثر مسائل مهندسی را

مدیریت کرد. روش المان محدود، ساخت، اصلاح و بهینه‌سازی طراحی‌ها را پیش از شروع تولید امکان‌پذیر می‌کند.



شکل ۲۱: مدل المان محدود که یک مفصل زانوی انسان

نمونه‌ای از یک مدل المان محدود که یک مفصل زانوی انسان را مورد تحلیل قرار می‌دهد.

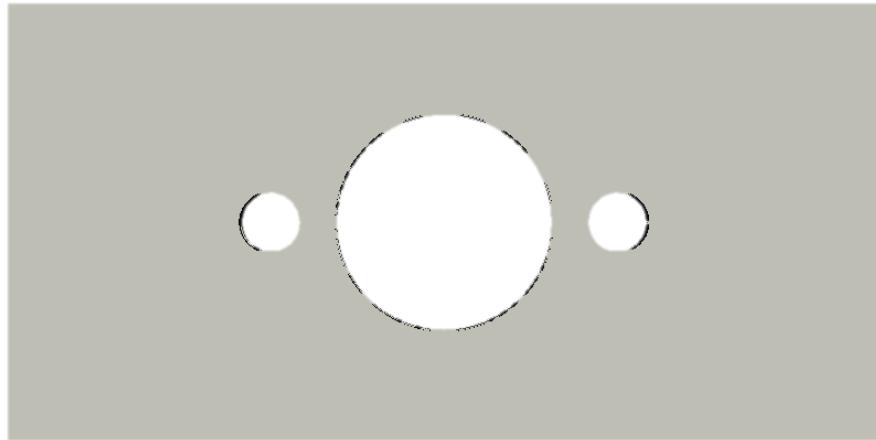
استفاده از ابزارهای قدرتمند FEM، استانداردهای طراحی‌های مهندسی و روش‌های به کار گرفته شده در فرآیند این طراحی‌ها را به طور قابل توجهی بهبود بخشد. با معرفی این روش، زمان بین ایجاد یک طراحی مفهومی از محصول و شروع به کار خط تولید آن به طور چشمگیری کاهش یافت. دلیل اصلی این موضوع در وله اول، بهبود طراحی نمونه‌های اولیه با استفاده از FEM بود. این روش سرعت آزمایش و توسعه محصول را افزایش داد. در مجموع، دقت بالا، طراحی پیشرفته، درک بهتر پارامترهای بحرانی طراحی، نمونه‌سازی مجازی، کاهش نیاز به ساخت نمونه‌های فیزیکی، چرخه‌های طراحی سریع‌تر و ارزان‌تر، بهبود بهره‌وری و بهبود درآمد را می‌توان به عنوان مزایای FEM بر شمرد. علاوه بر این موارد، مزایای این روش باعث شده است تا FEA برای به کارگیری در مدل‌سازی‌های تصادفی به منظور حل عددی مدل‌های احتمالاتی نیز پیشنهاد شود. مقدار تنش‌های موجود در نواحی تمرکز تنش با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی یا تحلیل‌های پیشرفته عددی نظری روش المان محدود قابل محاسبه است. نقاط بارگذاری به عنوان یکی از نواحی مستعد تمرکز تنش شناخته می‌شوند. در این حالت، اگر بار برابر روی یک ناحیه کوچک اعمال شود، امکان ایجاد تنش‌های بزرگ در اطراف نقطه بارگذاری وجود خواهد داشت. به عنوان مثال، در هنگام اعمال بار برابر روی یک

اتصال مفصلی، سطح تکیه‌گاه میخ در معرض بارهای اعمال شده قرار می‌گیرد.

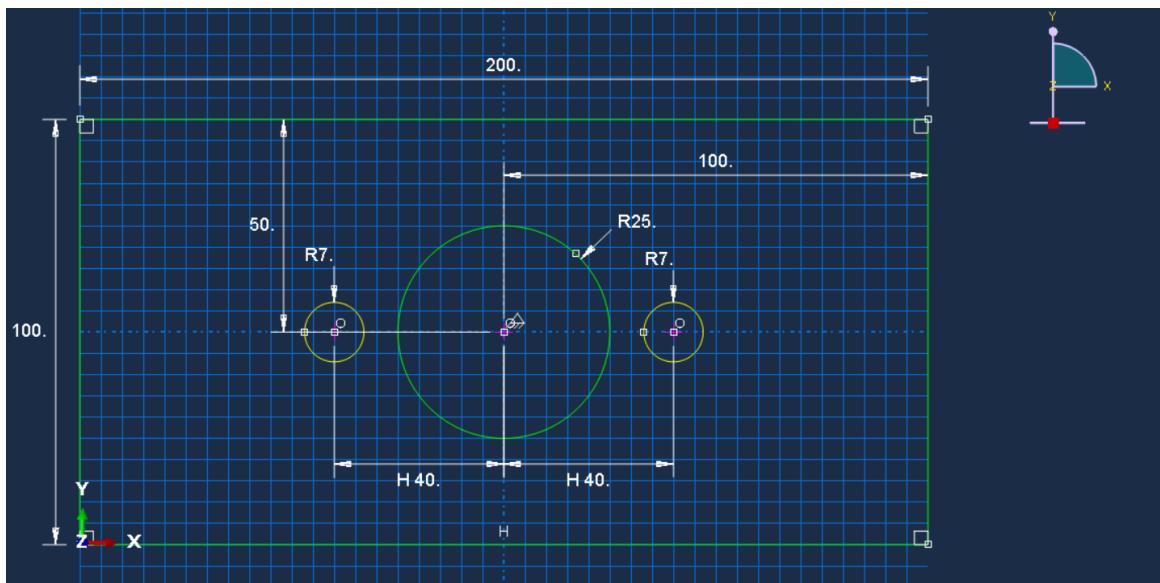
## فصل ۳ (روش بررسی المان محدود در نرم افزارها )

### بررسی تمرکز تنش در نرم افزار آباکوس

در این جا می خواهیم تمرکز تنش را ب روی شکل روبرو بررسی کنیم.



تصویر ۱ : یک تصویر مدل سازی شده در نرم افزار آباکوس



تصویر ۲ : تصویری از محیط رسم در آباکوس

## مشخصات هندسی

شعاع دایره بزرگ: ۲۵ میلی‌متر (در مرکز صفحه)

قطر دایره‌های کوچک: ۲۵-۱۵-۵ میلی‌متر

فاصله مراکز: ۴۰-۳۵-۳۰ میلی‌متر

ضخامت ورق ۵ میلی‌متر

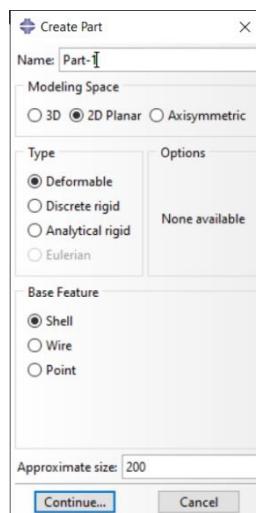
مقدار بارگزاری کششی: ۳۶ مگاپاسکال

■ فاصله مرکز دایره‌های کوچک از مرکز دایره بزرگ: ۴۰ میلی‌متر

■ حالت تکیه‌گاه با محدودیت حرکت در شش درجه فضایی باشد.

## مرحله اول (مدل کردن)

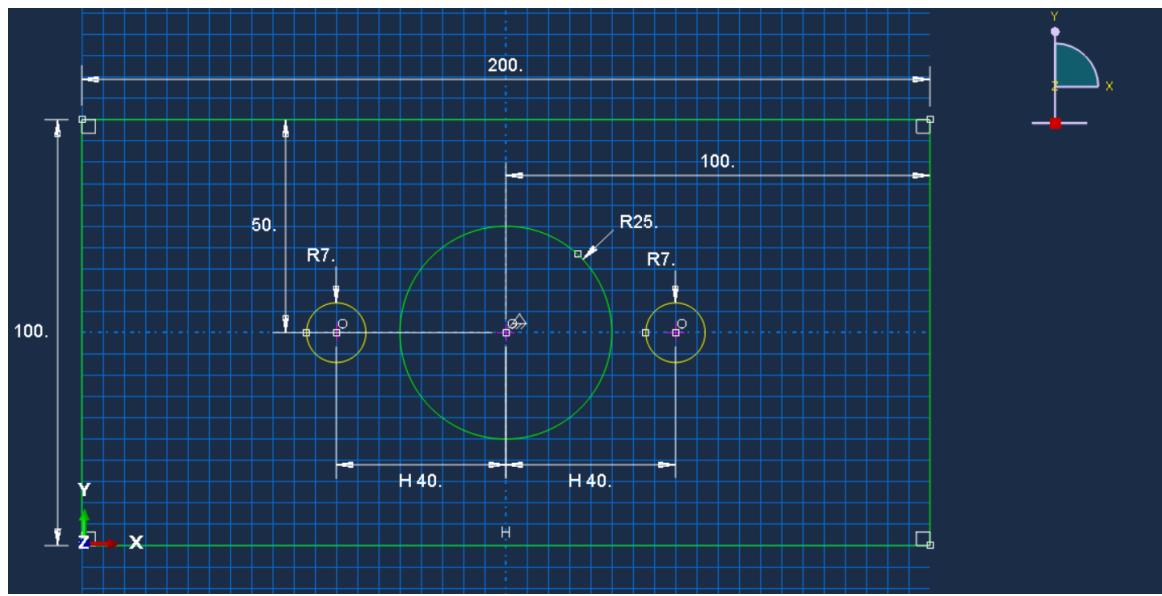
از قسمت مازول گزینه پارت<sup>۴۷</sup> را کلیک کرده و بر روی ایکن کریت پارت کلیک کرده تا پنجره زیر باز شود و مقادیر را وارد نموده در قسمت اندازه تخمینی<sup>۴۸</sup> مقدار ۲۰۰ را وارد نموده و کانتیو را کلیک کرده تا وارد قسمت اسکچ شود با توجه به شکل زیر طراحی می‌کنید.



تصویر ۳: تصویری از پنجره انتخاب مشخصات اولیه‌ی قطعه

<sup>۴۷</sup> Part

<sup>۴۸</sup> Approximate size

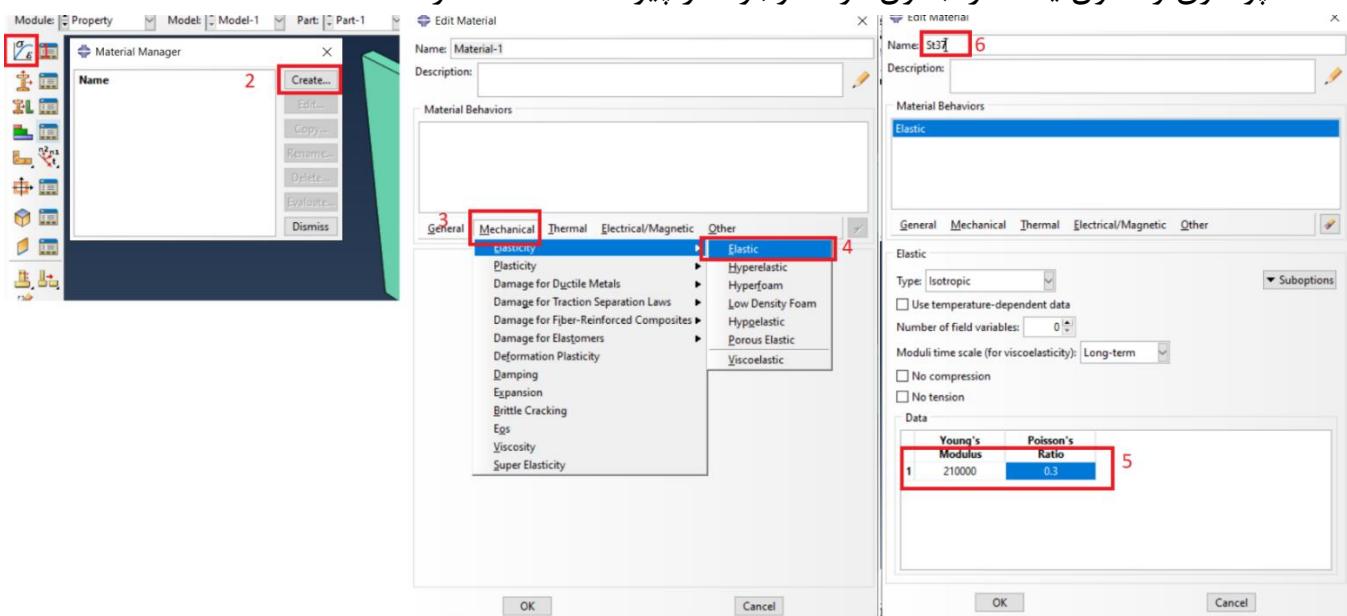


: تصویری از اسکچ قطعه ۴ تصویر

## مرحله دوم (تعیین خواص)

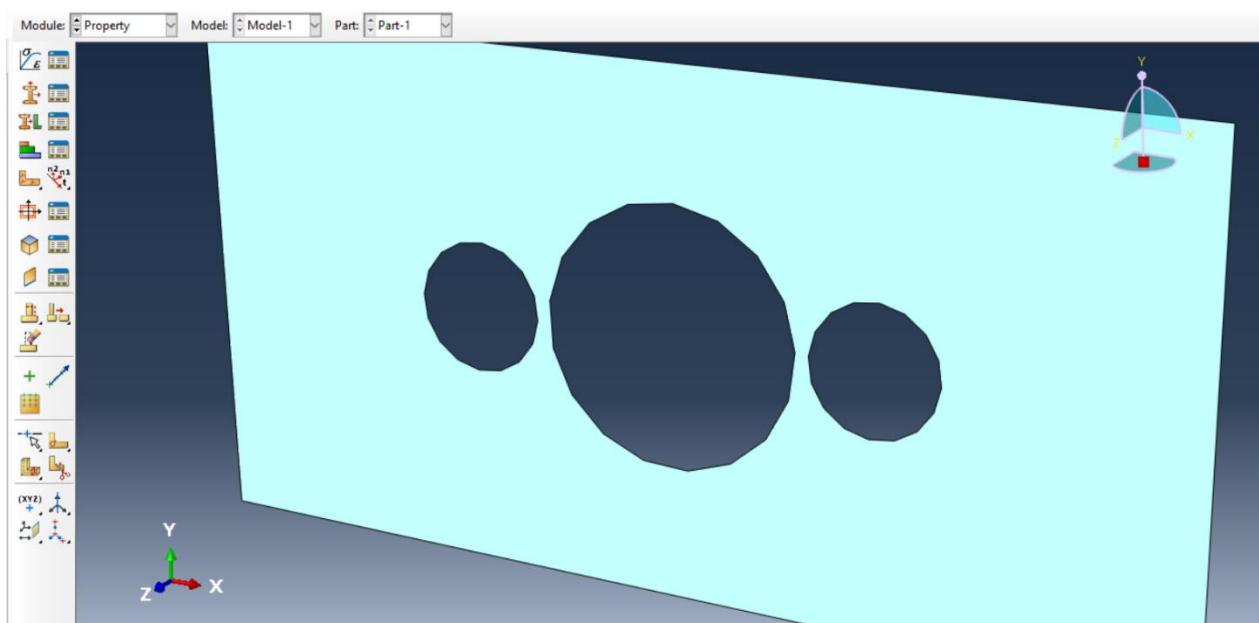
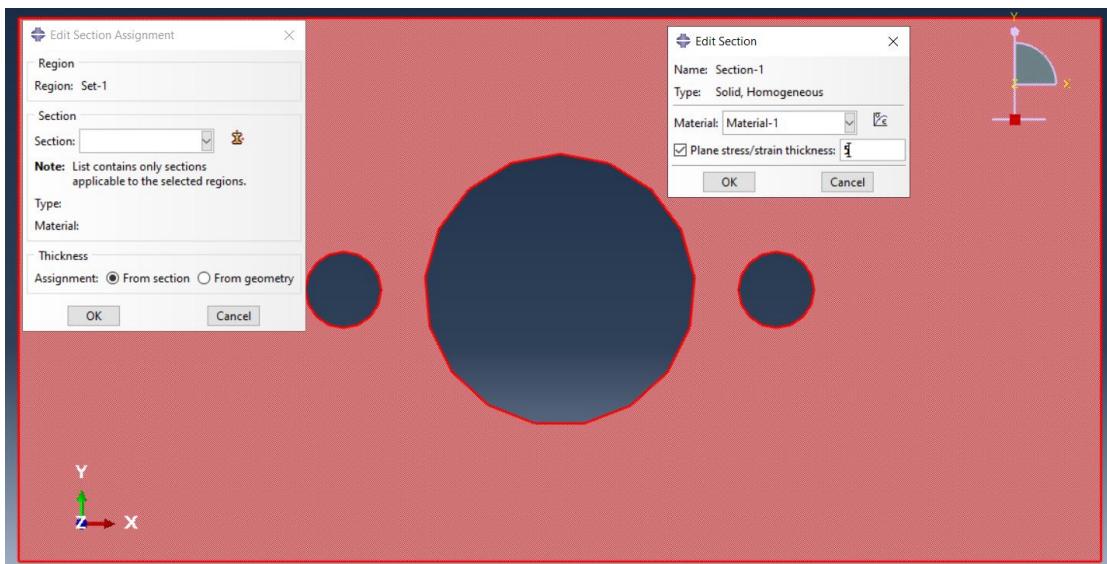
در این مرحله با مراجعه به ماثول پرایپری<sup>۴۹</sup> یا خواص با مشخص کردن خواصی که در آزمایش احتیاج داریم سکشنی با ماده مورد نظر درست کرده و سپس سکشن رابه قطعه مربوط کرده.

بر روی آیکن تغییر ماده کلیک کرده ، از نچره باز شده و در تب مکانیکی قسمت الاستیسیتگی ، الاستیک را انتخاب کرده. نوع ماده باید ایزنتروپیک و برای مقادیر ضریب پواسون و مدول یانگ از جدول مواد موجود در پیوست استفاده کرده.



تصویر ۵: تصاویری از پنجره‌های تعریف خاصیت‌های ماده

سپس به قطعه طراحی شده خاصیت‌های مادی که در بالا تعریف کردم را نسبت می‌دهم ، برای این باید یک سکشن ایجاد کنم و قطعه را انتخاب کنم. با کلیک کردن بر دکمه اساین سکشن کلیک ، سپس بر گزینه ایجاد سکشن کلیک می‌کنم. پنجره ادیت سکشن باز می‌شود ، در این پنجره ماده تعریف شده را انتخاب می‌کنم

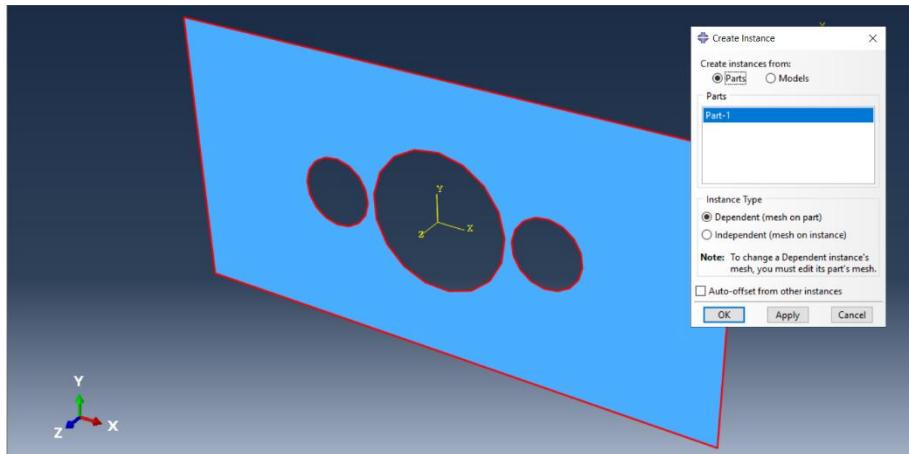


تصویر آ: نمایی که پس طی کردن مراحل فوق باید به آن برسیم

### مرحله سوم (وارد کردن مدل)

در ماژول اسambilی<sup>۰</sup> مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

در این مرحله با وارد کردن قطعه (ایمپورت کردن) به مرحله‌ی بعد می‌رویم  
باید روی ساخت مدل<sup>۱</sup> کلیک کرد و سپس قطعه (پارت) را به تعداد لازم (یکی) وارد کرده.  
روی قسمت وابسطه (که مش روی قطعه زده شود) کلیک کرده.



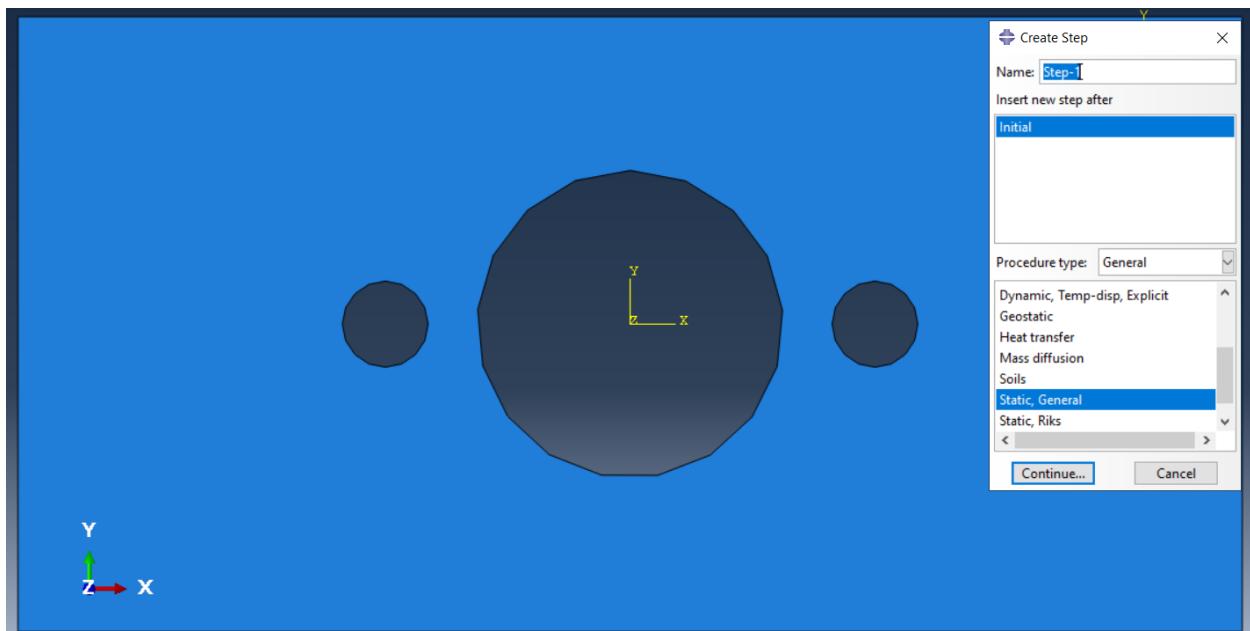
تصویر ۷: تصویری از هنگام امپورت کردن

---

<sup>۰</sup> Assembly  
<sup>۱</sup> Create instance

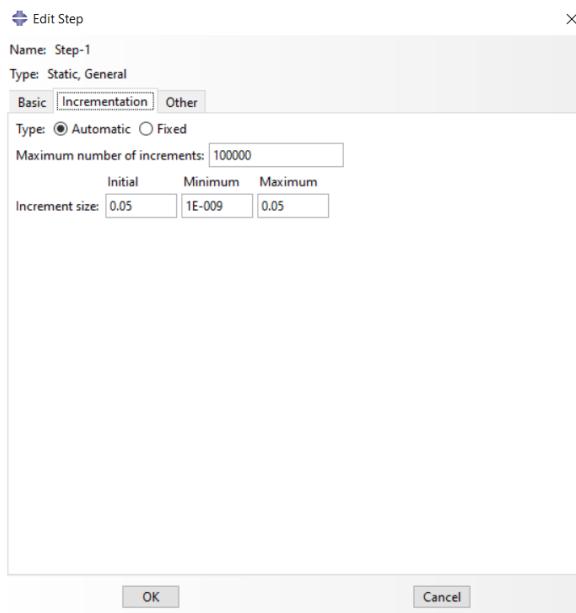
## مرحله چهارم (تعریف نوع تحلیل و تنظیماتش)

در ماژول گام <sup>۵۲</sup> باید نوع آنالیز و دقت بازه‌های تحلیل (انکریمت) را مشخص کرد.  
روی آیکن کریت استپ کلیک ، و گزینه استاتیک جنرال را انتخاب می کنیم

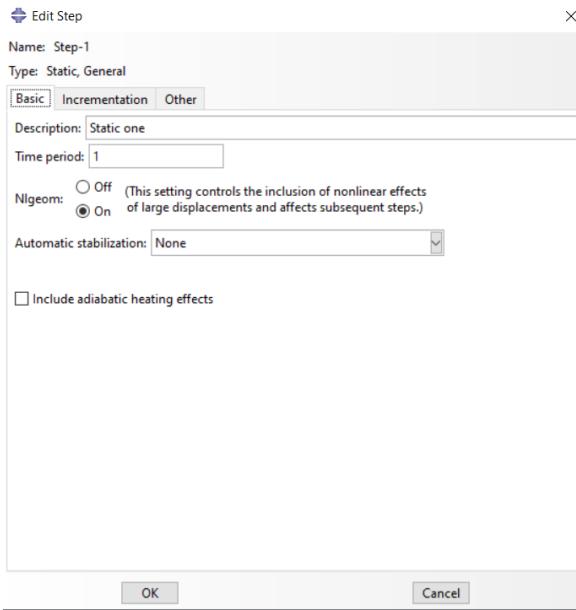


تصویر ۸ : برای انتخاب تحلیل از نوع استاتیکی باید گزینه استاتیک جنرال را انتخاب کرد

با کلیک بر روی گزینه کانتینیو پنجره ادیت استپ باز می شود . در این پنجره تنظیمات مربوط به آنالیز را می توان تعیین کرد . حداکثر تعداد انکریمت به ۱۰۰۰ و بازه ها را در مقدار ۰.۰۵ تنظیم کرده .

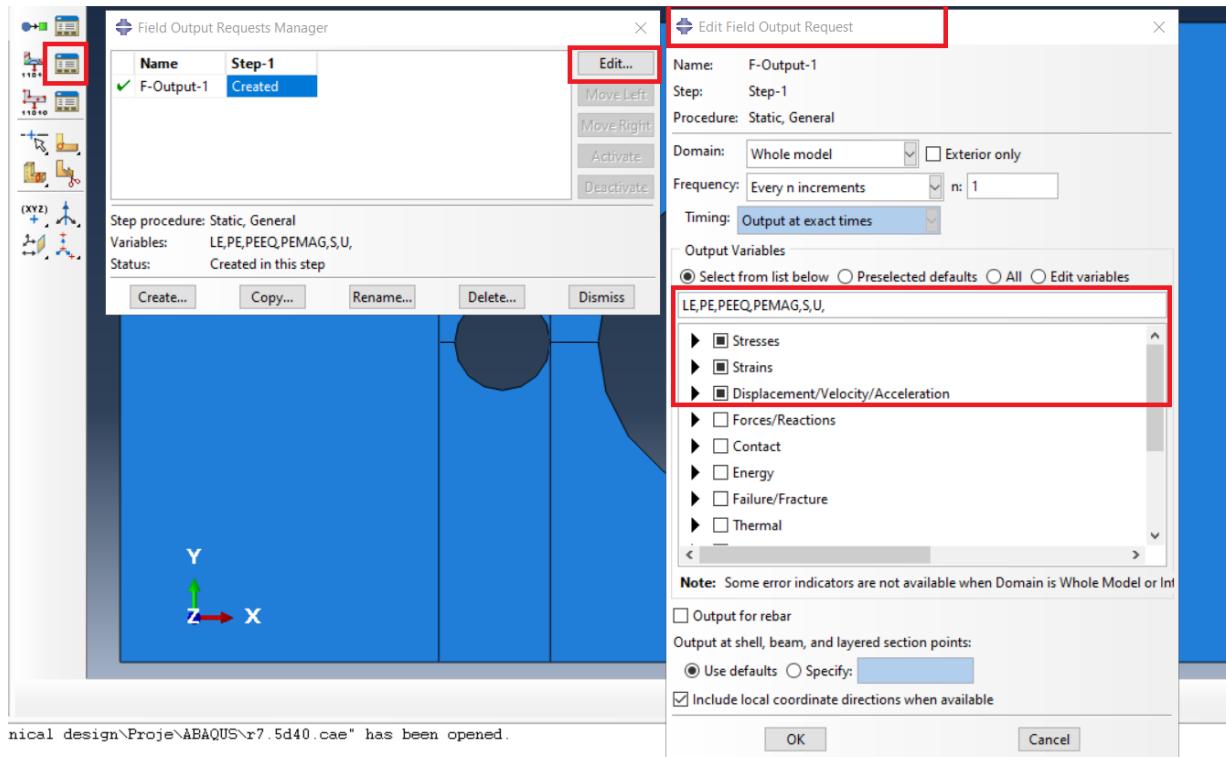


: تعداد انکریمت ها را به ۰.۰۵ کاهش می دهیم این مقدار تجربی است و تصویر



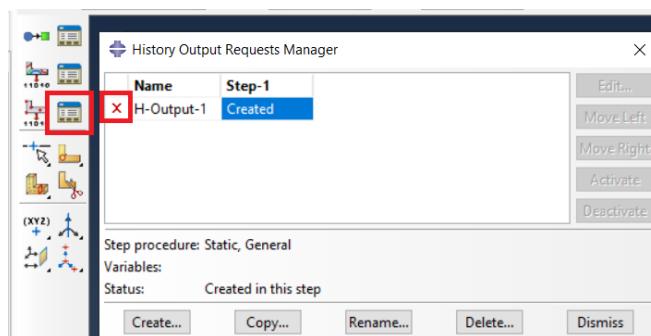
تصویر ۱۰: گزینه نگیثروم را روشن کرده تا اثرات غیر خطی را در نظر بگیرد تا دقت حل افزایش یابد

در گام بعد از مشخص کردن بازه‌های انکریمت‌ها و حداکثر تعداد انکریمت می‌توان خروجی‌های نرم‌افزار را مشخص کرد. برای تحلیل این تحقیق تنش‌ها، کرنش‌ها و جابه‌جایی کافی می‌باشد.



تصویر ۱۱: کرده موارد مورد نظر برای گزارش‌گیری را انتخاب کرده برای مثال تنش، کرنش و سرعت‌ها و شتاب جابه‌جایی

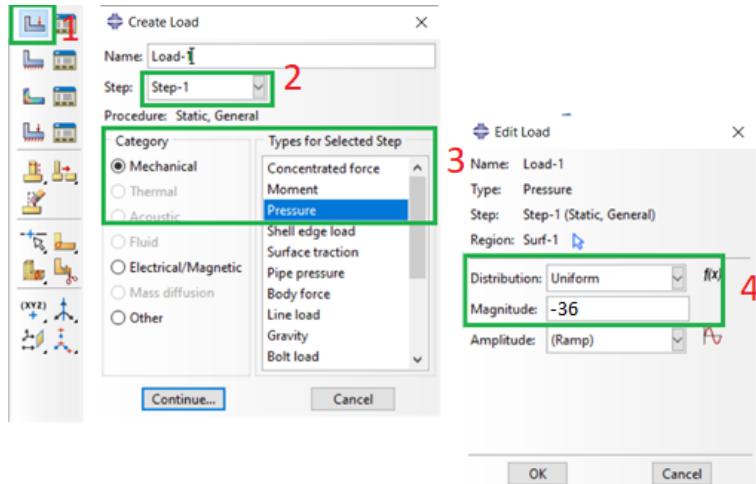
هیستوری اوت پوت را کاملاً غیر فعال کرده این گزینه برای بارگذاری به صورت خستگی مناسب است و در اینجا چون بارگذاری ثابت است فقط حجم کار را زیاد می‌کند. (هیستوری اوت پوت برای ثبت تغییرات تک تک مشخصه‌های نقاط به کار گرفته می‌شود).



تصویر ۱۲: هیستوری اوت پوت را کاملاً غیر فعال کرده این گزینه برای بارگذاری به صورت خستگی مناسب است و در اینجا چون بارگذاری ثابت است فقط حجم کار را زیاد می‌کند.

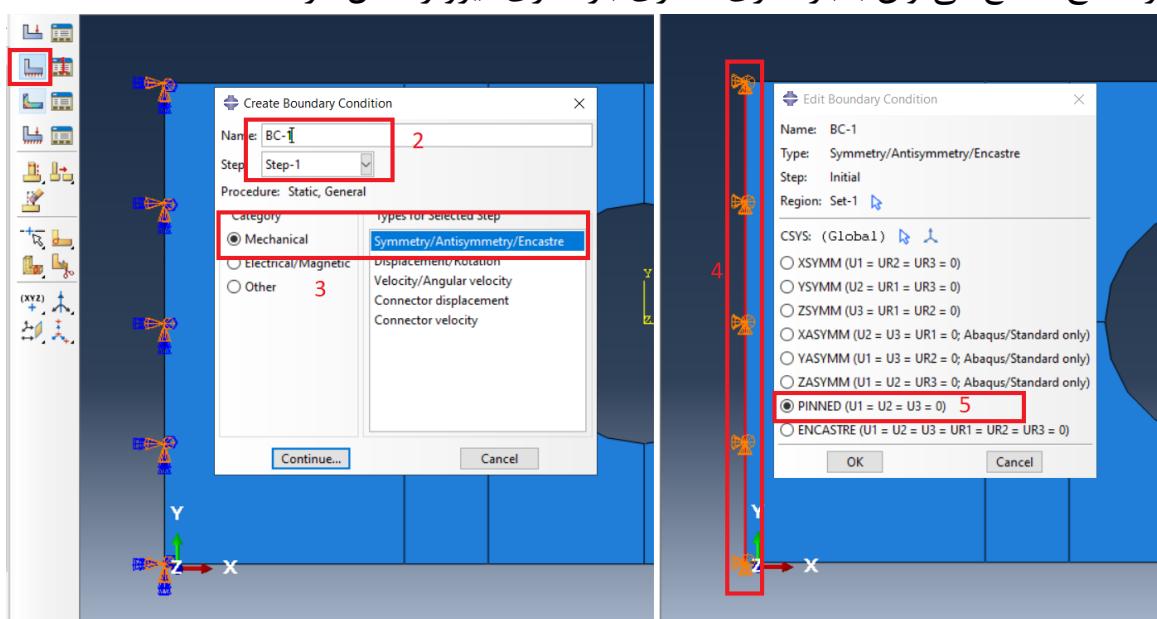
## مرحله پنجم (تعریف شرایط مرزی)

برای تعریف شرایط مرزی به سراغ ماژول بارگذاری<sup>۵۳</sup> می‌رویم  
در این مرحله می‌بایست بارگذاری و نوع مقید کردن تکیه‌گاه را مشخص کنیم.



تصویر ۱۳: بارگذاری معادل  $-36$  مگاپاسکال بر روی ضلع گوشاهی انجام می‌شود

شیوه حل مسئله انتخابی در تحقیق بارگذاری المان پوسته‌ای با بارگذاری فشاری است و چون بارگذاری فشاری در ذات خود فشاری است و در صورت مسئله  $18000$  نیوتون است با تقسیم بر سطح مقطع می‌توان با بارگذاری فشاری بارگذاری نیرو را مدل کرد.



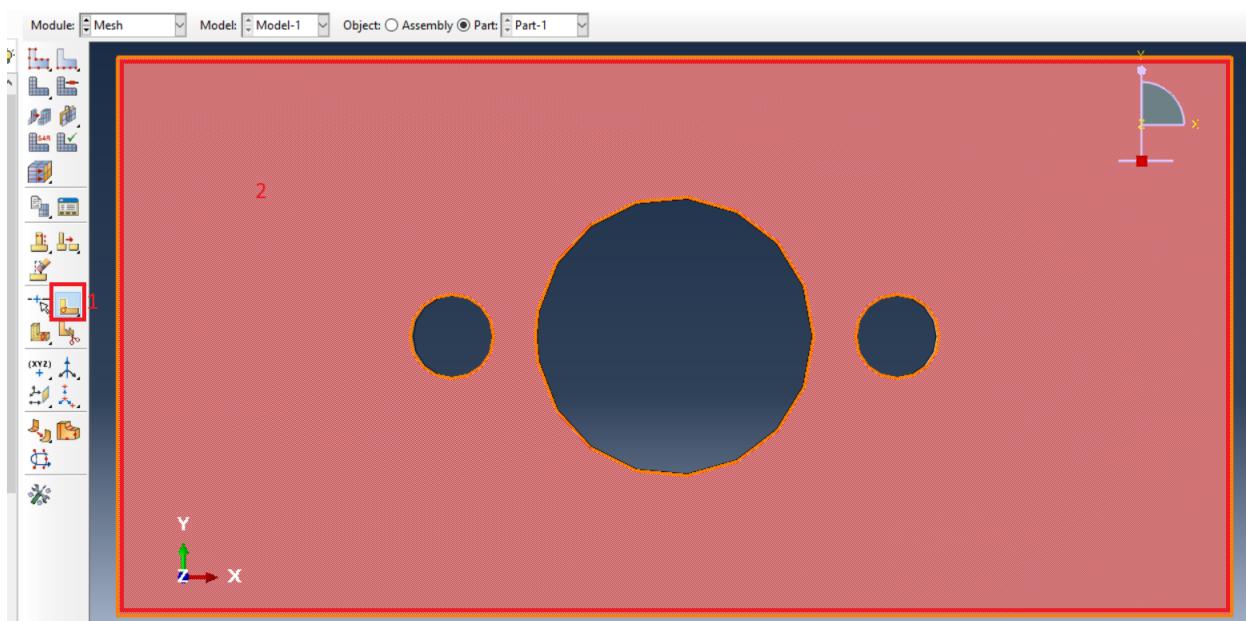
تصویر ۱۴: نحوه مقید کردن

سپس برای مقید کردن تکیه گاه درجات آزادی تکیه گاه را محدود می کنیم . می توان در تکیه گاه را در جهت بارگذاری و یک نود در راستای عمودی مقید کرد و لی در این تحقیق کل درجات آزادی را محدود کردم.

## مرحله ششم (مش بندی)

پس از مشخص کردن شکل ، خواص و شرایط مرزی نوبت آن رسیده است که قطعه را مش بندی کنیم.

در ابتدا می توانستیم ربع قطعه را مدل کنیم و بررسی را انجام دهیم اما اعداد کل قطعه به واقعیت نزدیک تر می باشند.



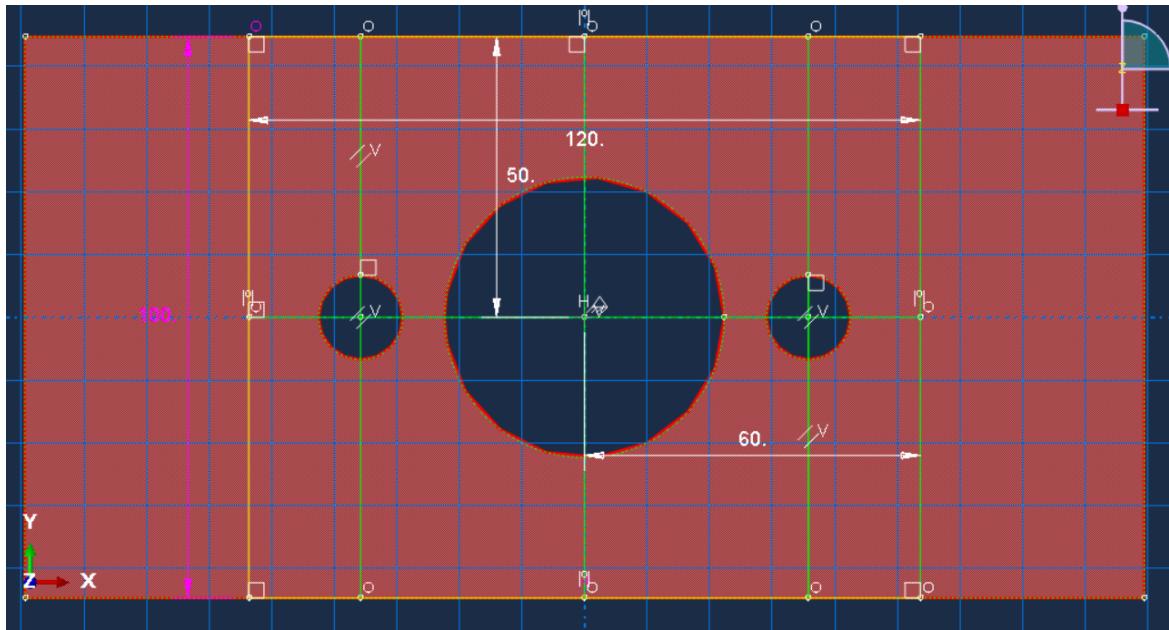
تصویر ۱۵: محیط ماثول مش

برای درست مش بندی شدن قطعه می بایست برای نرم افزار خطوطی راهنمای ترسیم کرد ، به اصطلاح باید قطعه را پارتبیشن بندی کرد .

با توجه به تصویر(۱۵) با کلیک بر دکمه اساین پارتبیشن و انتخاب سطح مقطع مورد نظر دکمه دان را کلیک کرده تا محیطی شبیه به اسکتچ باز شود فقط با این تفاوت که قطعه در پشت صفحه ترسیم موجود می باشد .

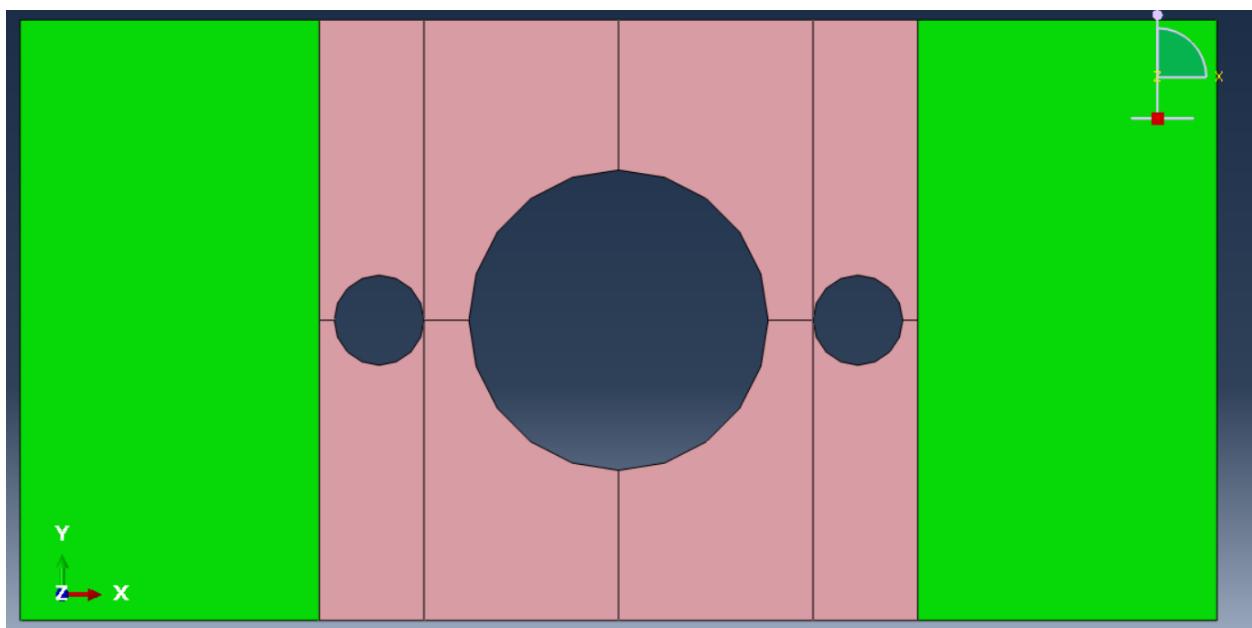
باید ترسیمات به صورتی باشند که نرم افزار قادر باشد تا المان های کواد<sup>۵۵</sup> بزند . برای این مورد می بایست ربع ، ربع از قطعه جدا کرد .

<sup>۵۴</sup> Mesh  
<sup>۵۵</sup> Quad



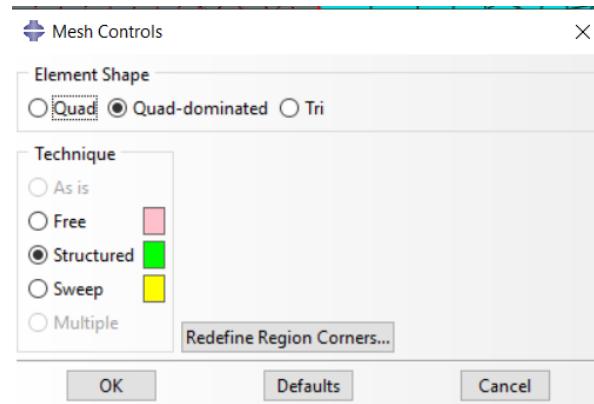
تصویر ۱۶: تصویر از محیط پارسیشن

باید با استفاده از اسین مش کنترل<sup>۵۶</sup> نوع مش زنی را مشخص کرد. ابتدا دو گوشه کناری که از اهمیت کمتری برای ما برخوردارند را انتخاب کرده و مش کواد و مش استراکچرال را برای آن‌ها انتخاب کرده.



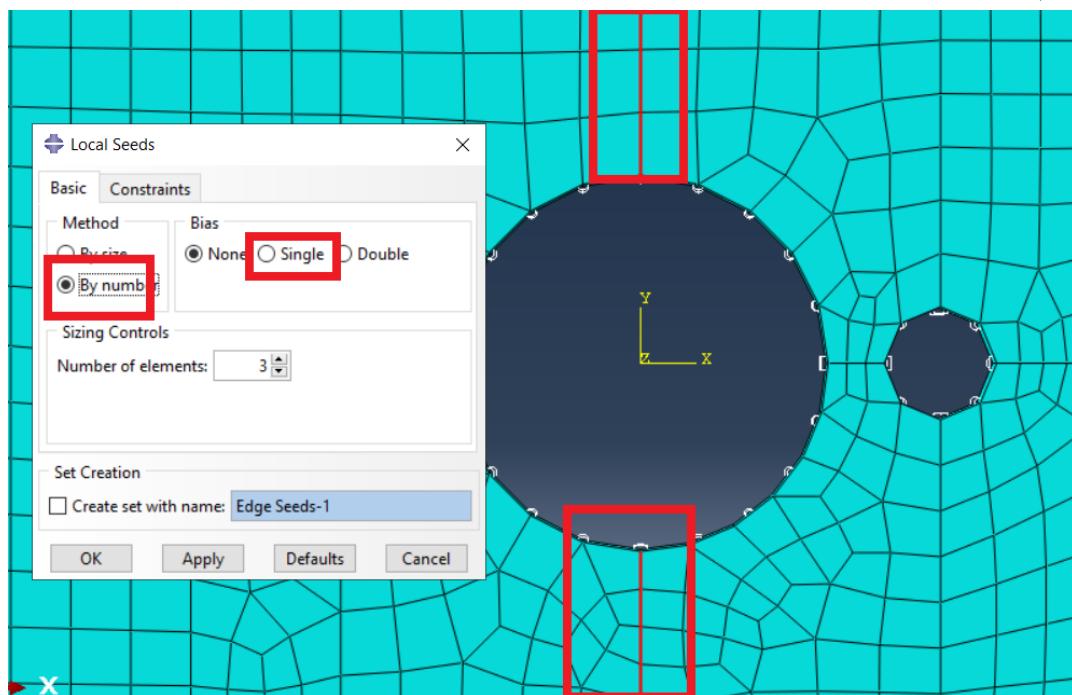
تصویر ۱۷: بخش‌های کناری را مش استراکچرال می‌زنیم

<sup>۵۶</sup> Assign mesh control



تصویر ۱۸: پنجره مش کنترل

پس از قسمت ، قسمت کردن و مشخص کردن نوع مش قطعه باید روی قطعه<sup>۵۷</sup> دانه پاشی کرد. با استفاده از دستور فوق می‌توان بر فاصله‌های ثابت یک نود قرار داد. اما در نقاطی که تمرکز تنش رخ می‌دهد برای ما از اهمیت بیشتری برخوردار هستند. روی خطوطی که در شکل ۱۹ نشان داده شده است دستور سید ادج را اجرا می‌کنیم و همانند شکل ۱۹ از قسمت متدهای نامبر و از تب بیاس سینگل را انتخاب کرده و تعداد المتها را ۲۱ و نسب بیاس را ۵ قرار می‌دهیم.

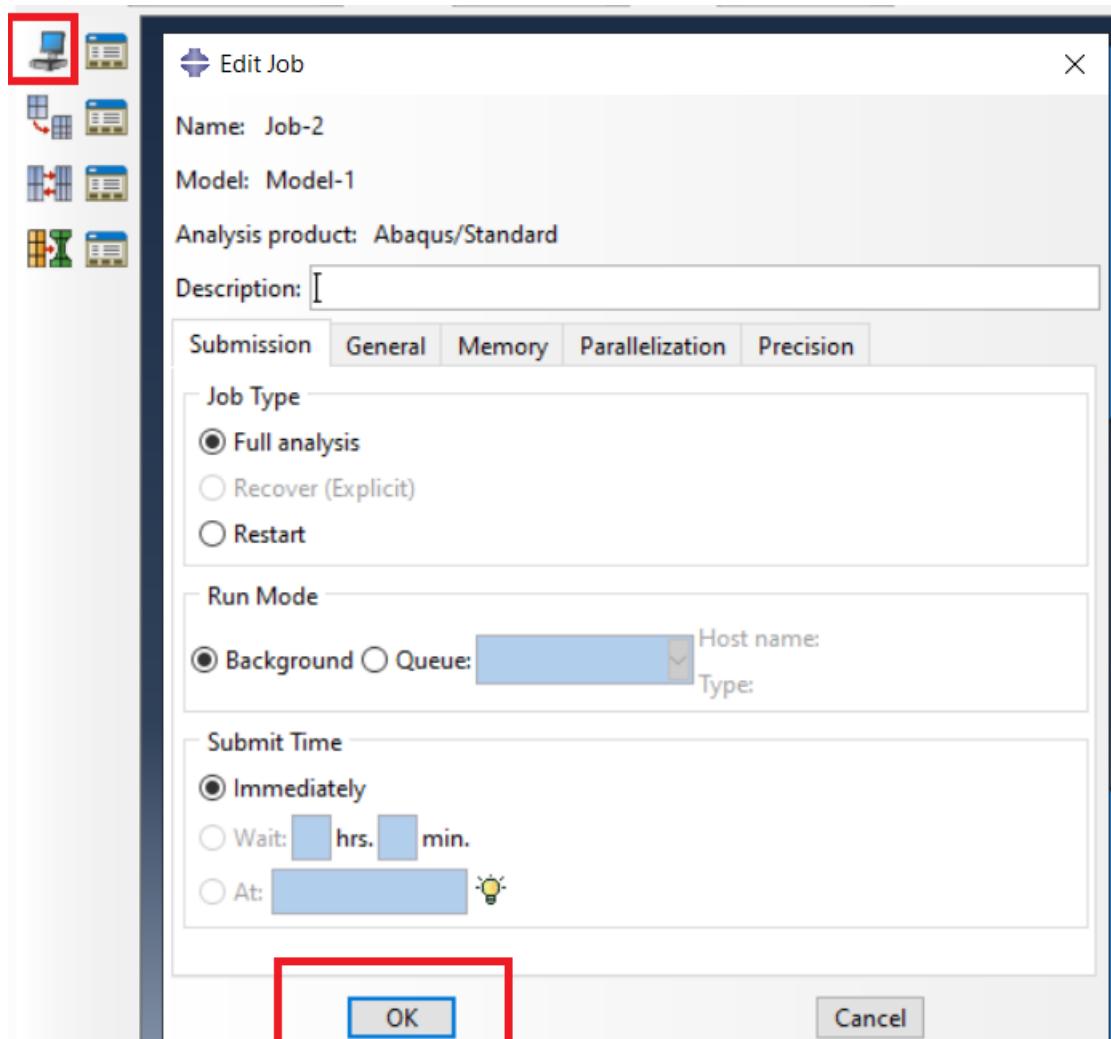


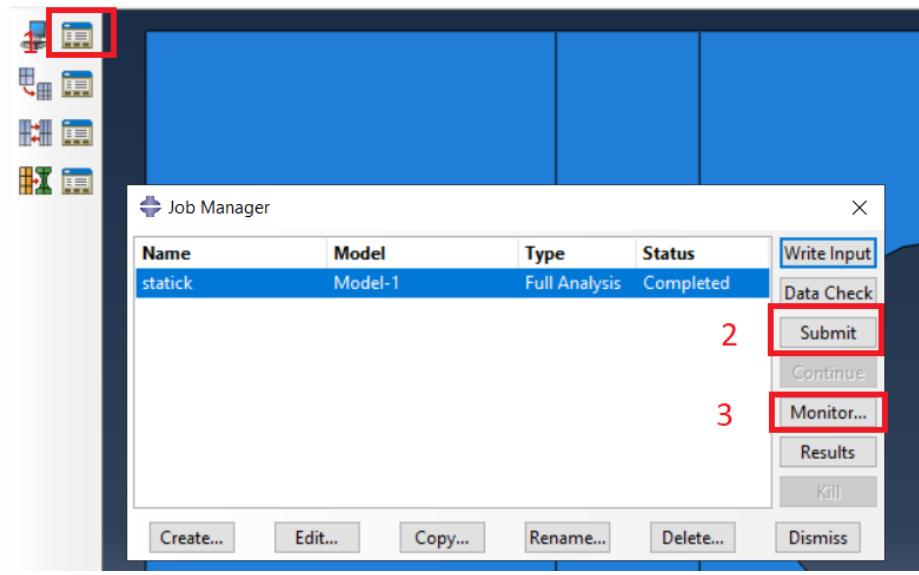
تصویر ۱۹: دستور سید ادج

<sup>۵۷</sup> Seep part instance

## مرحله هفتم کار

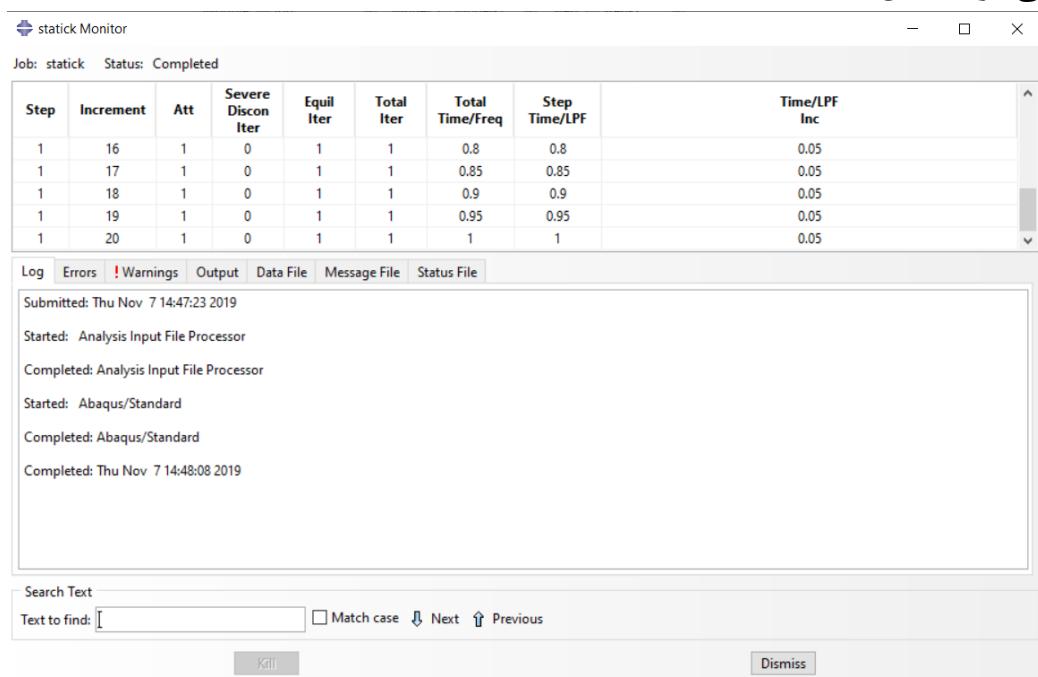
بعد از تعریف تمام موارد می‌بایست یک کار<sup>۵۸</sup> برای نرم‌افزار تعریف کرد.  
برای تعریف کار به مازول جاب مراجعه کرده و با کلید بر دکمه کریت جاب و تائید با فشردن دکمه جاب منیجر شکل(۲۱) باز می‌شود.





تصویر ۲۱: پنجره جاب منیجر

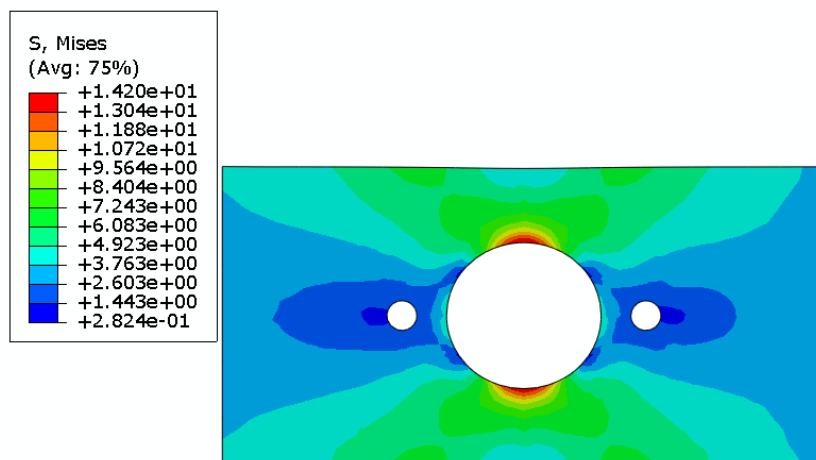
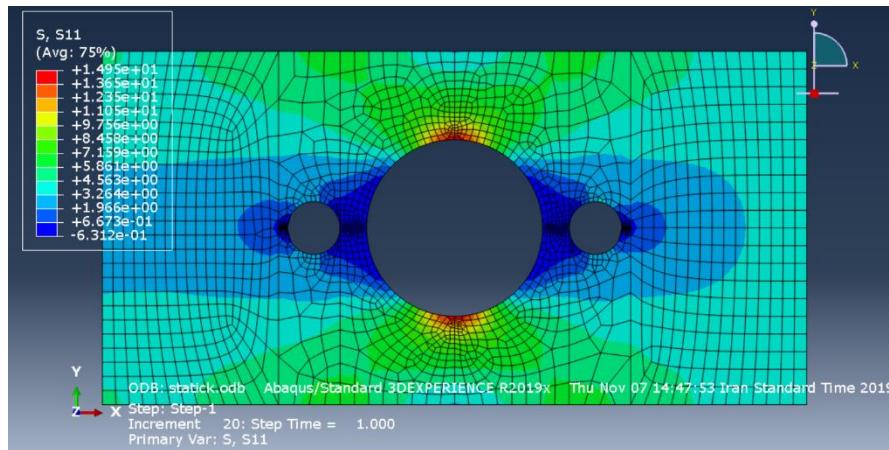
با فشردن دکمه ساپمیت و سپس کلید مانیتور همانند شکل (۲۱) پنجره جاب مانیتور باز می‌شود. شکل (۲۲)



تصویر ۲۲: پنجره جاب کنترل

## مرحله هشتم خروجی گرفتن

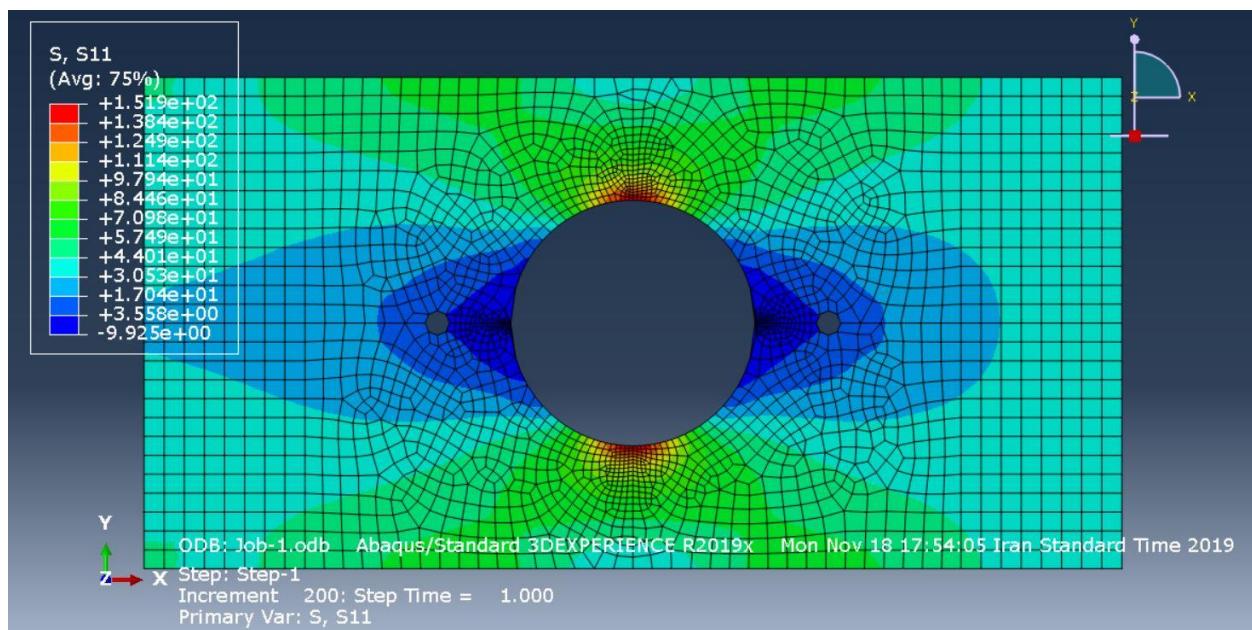
با رفتن به ماژول مصورساز<sup>۵۹</sup> و کلیک بر رسم کانتور بر شکل تغییر یافته<sup>۶۰</sup> و انتخاب تنیش محوری در تایتل بار نرم افزار به خروجی ها دسترسی یافت.



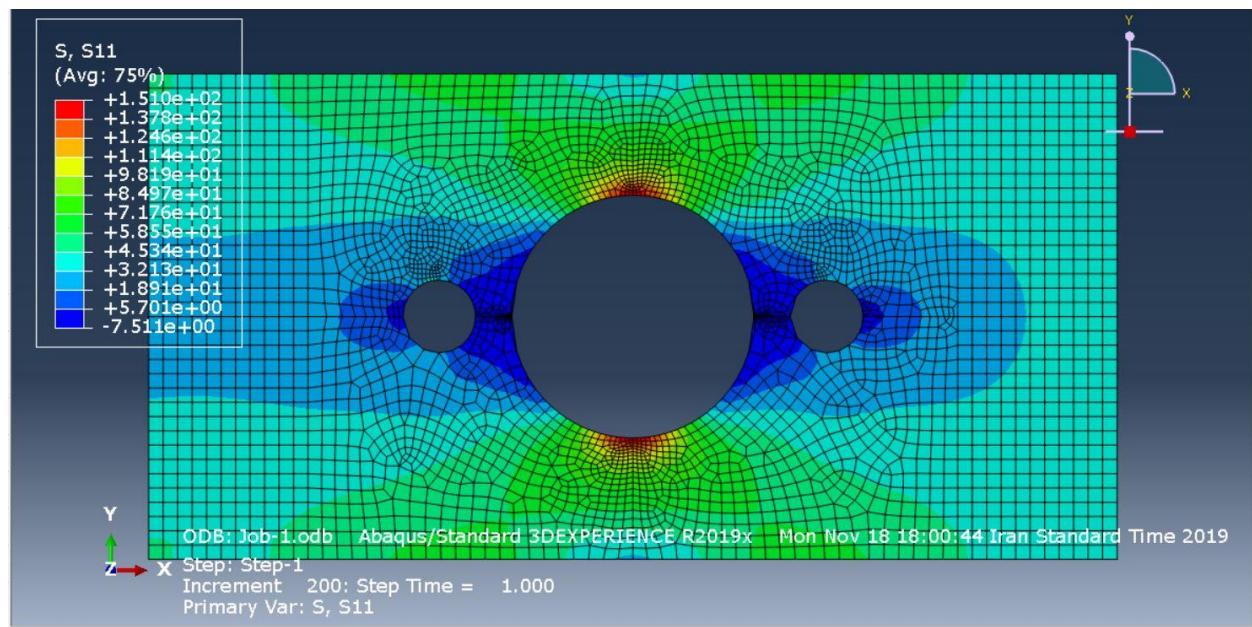
<sup>۵۹</sup> Visualization

<sup>۶۰</sup> Plot Contour on deformed shape

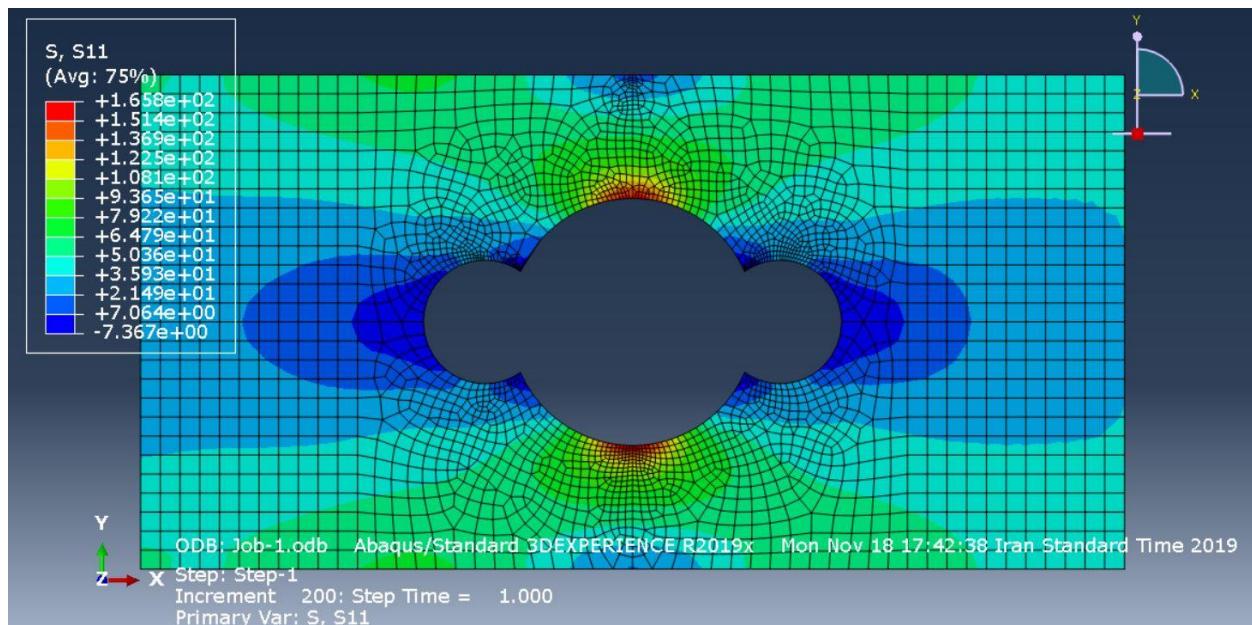
## خروجی‌های نرم‌افزار آباکوس برای داده‌ها مسئله



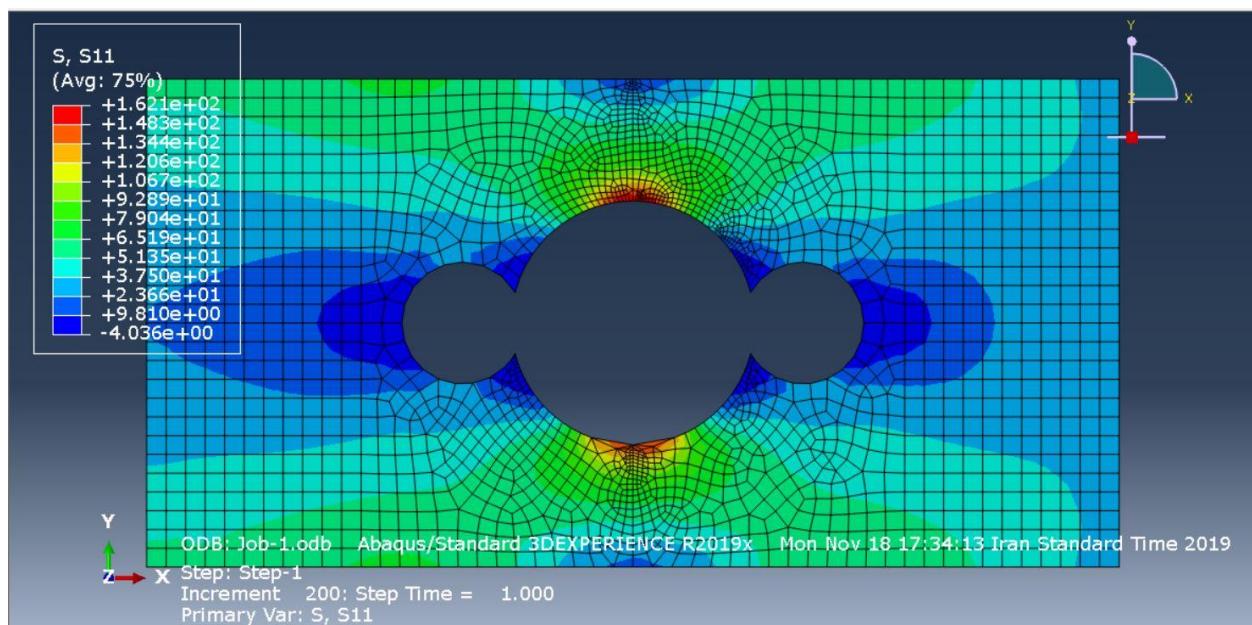
تصویر ۲۳: قطعه d5D40-k=2.109



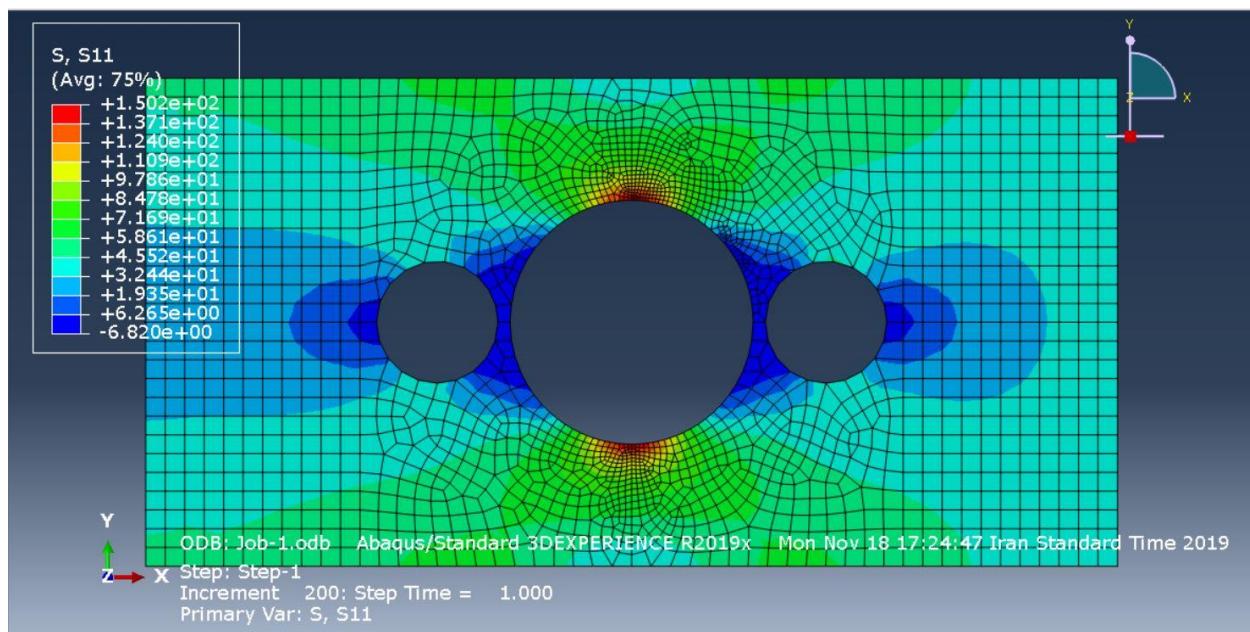
تصویر ۲۴: قطعه d15D40-k=2.097



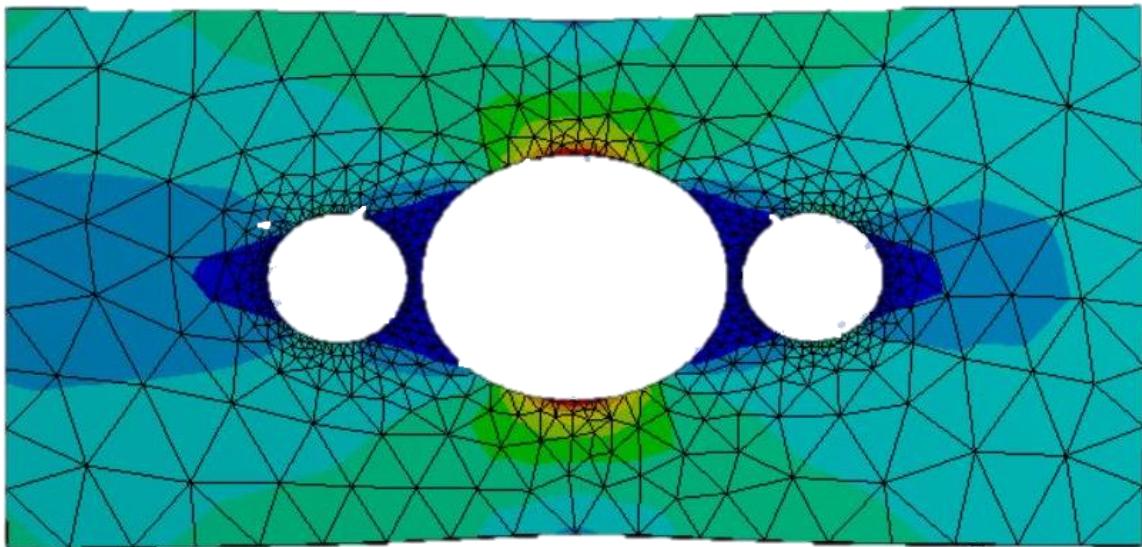
تصویر ۲۵:  $d25D30-k=2.302$



تصویر ۲۶:  $d25d35-k=2.251$



## بررسی تمرکز تنش در نرم افزار انسیس



## مرحله اول (مدل کردن یا امپورت مدل)

مدل سازی<sup>۶۱</sup> را در نرم افزار سالید ورک انجام می دهیم و سپس قطعه را وارد انسیس کرد.<sup>۶۲</sup>

شعاع دایره بزرگ: ۲۵ میلی متر (در مرکز صفحه)

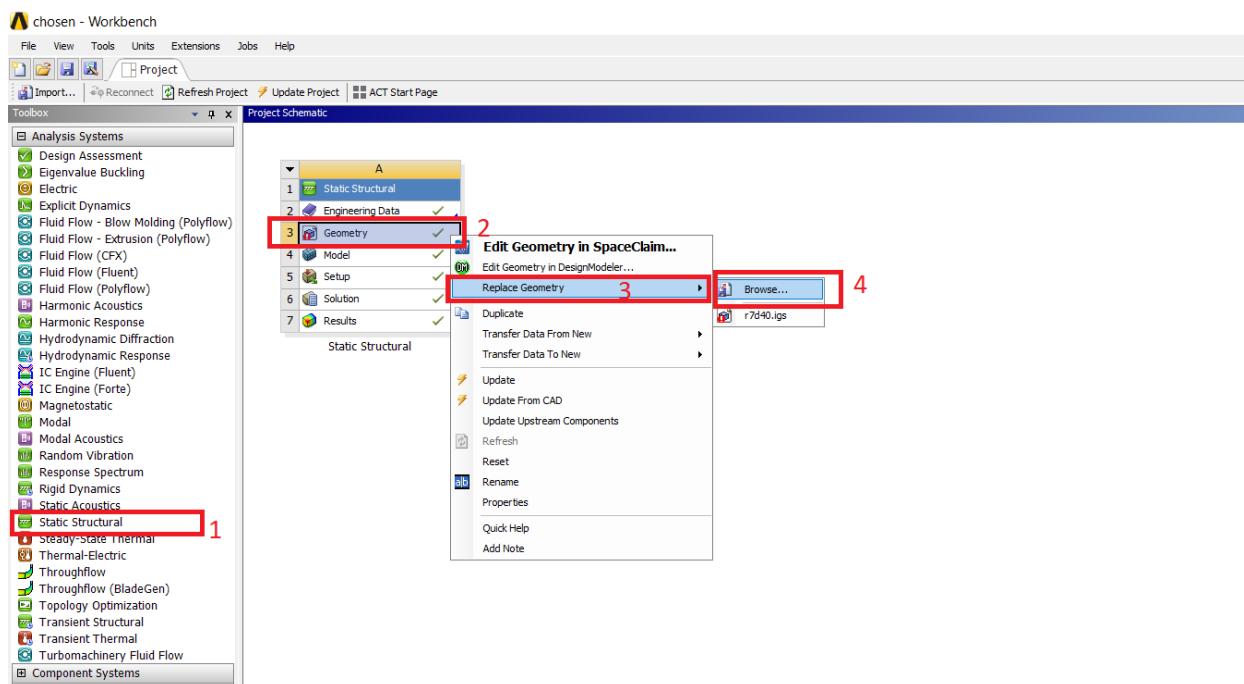
قطر دایره های کوچک: ۲۵-۱۵-۵ میلی متر

فاصله مراکز: ۴۰-۳۵-۳۰ میلی متر

ضخامت ورق ۵ میلی متر

مقدار بارگزاری کششی: ۳۶ مگا پاسکال

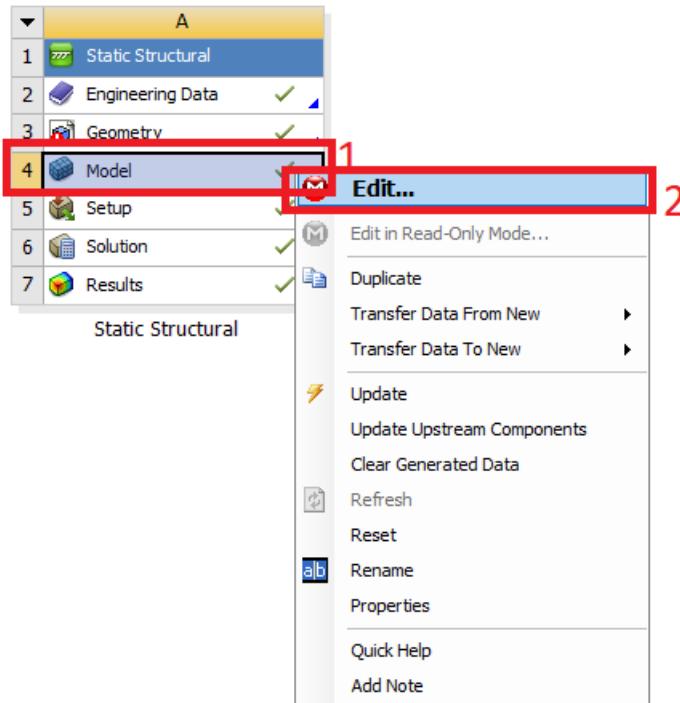
- فاصله مرکز دایره های کوچک از مرکز دایره بزرگ: ۴۰ میلی متر
- حالت تکیه گاه با محدودیت حرکت در شش درجه فضایی باشد.



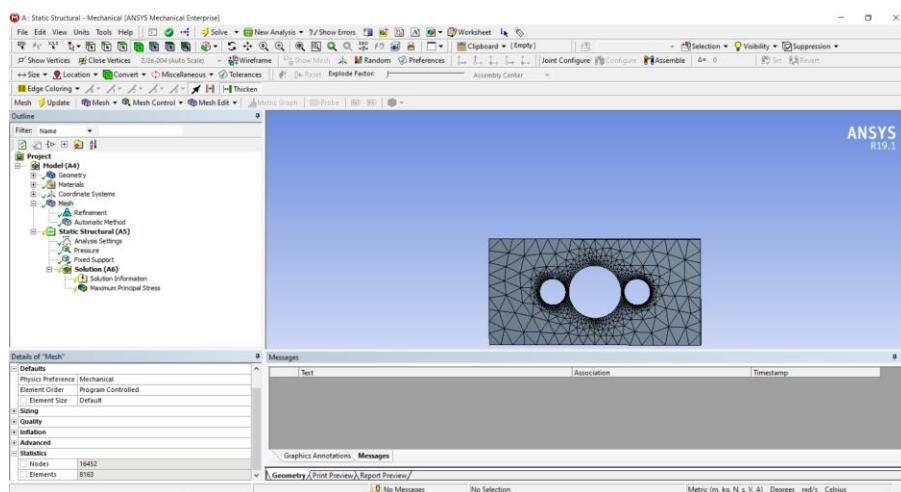
تصویر ۲۱: محیط ورکbenج

## مرحله دوم (مدل کردن)

در صفحه اصلی ورکبنچ<sup>۶۲</sup> روی قسمت مدل کلیک راست می‌کرده و سپس روی ادیت کلیک می‌کنیم.



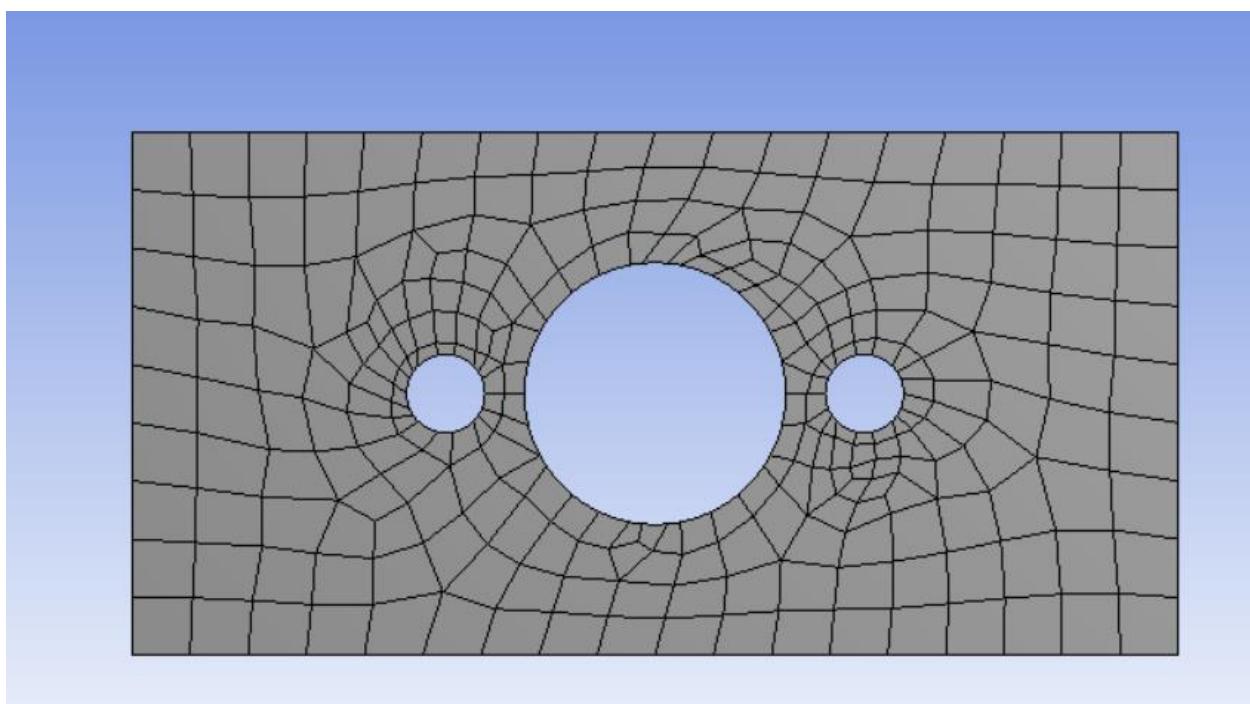
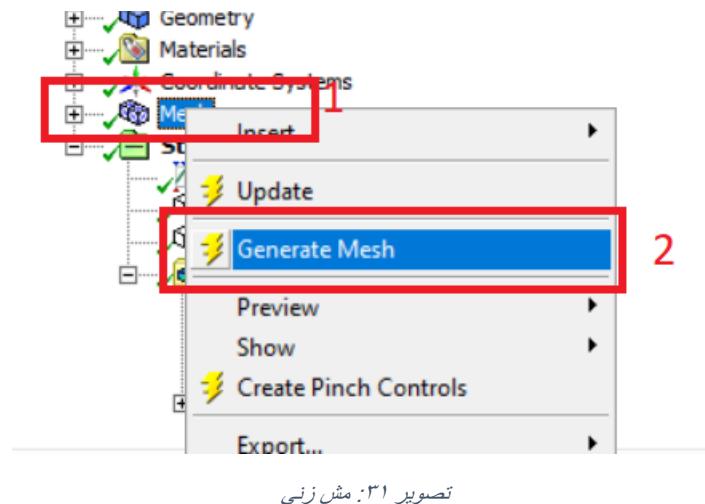
تصویر ۲۹: وارد شدن به محیط مکانیکال



تصویر ۳۰: محیط مکانیکال

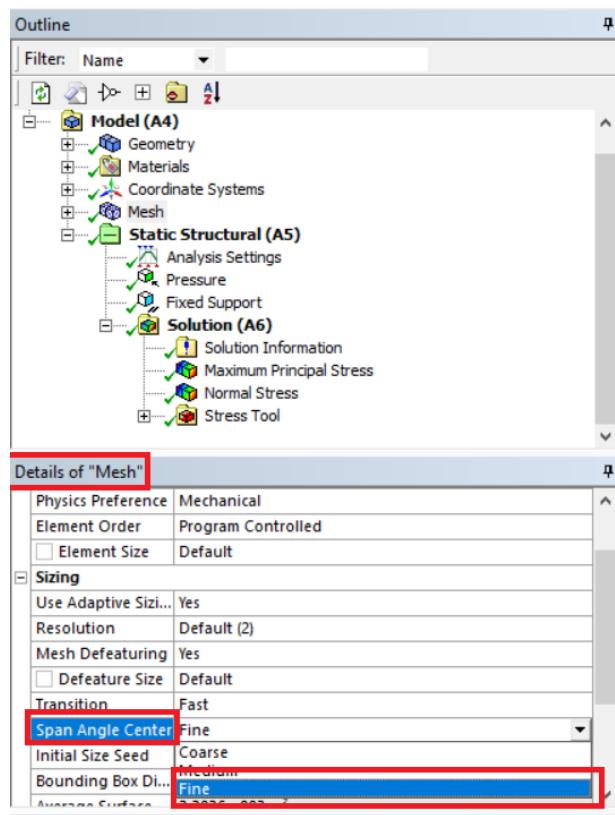
### مرحله سوم (مش زدن)

برای مش زدن می بایست روی مش <sup>۶۳</sup> کلیک راست کرده و روی جنرت مش کلیک کرد.

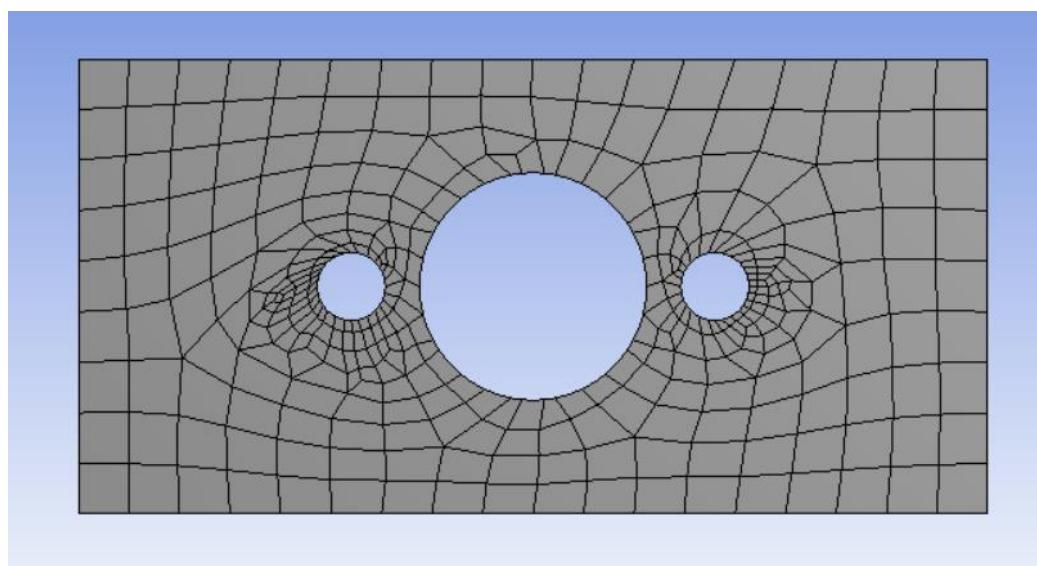


تصویر ۳۲: تصویر از مش فری خود نرم افزار

برای بهبود یافتن اندازه‌های مش می‌توان از قسمت جزئیات مش در اسپن انگل سنتر از کورسور به فاین تغییرش داد.



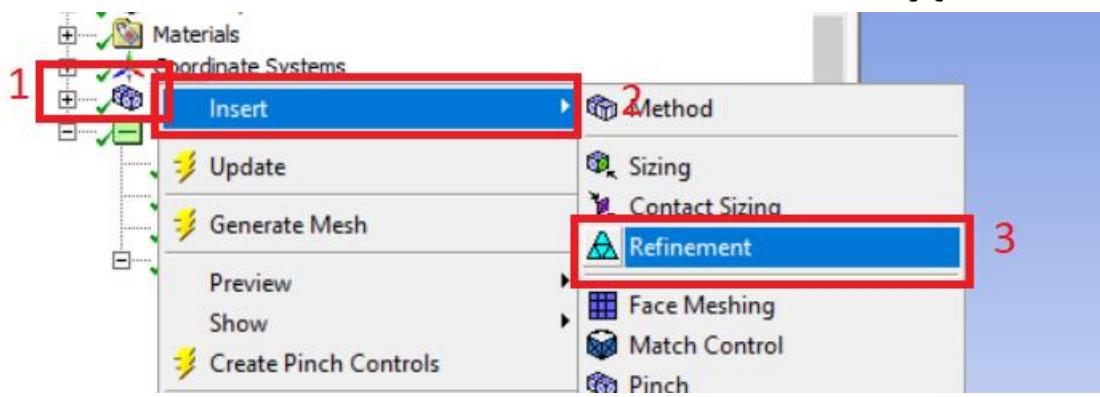
تصویر ۳۳: بهبود المان‌ها



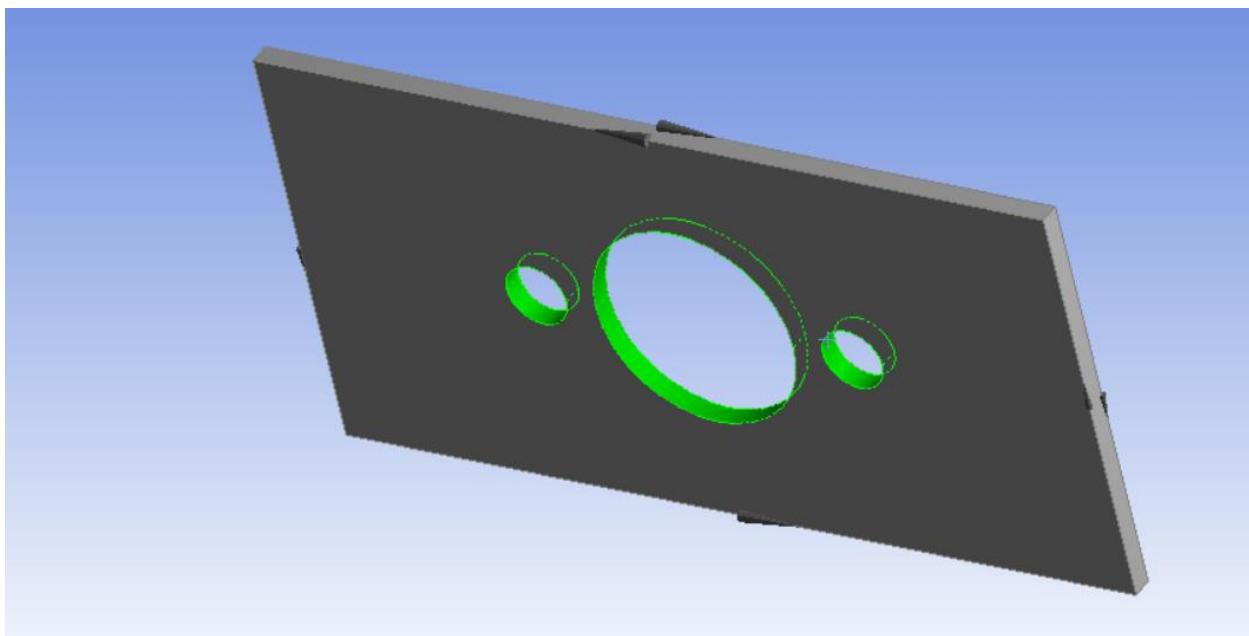
تصویر ۳۴: حتی با غیر کرسور مش کیفیت مش مناسب نمی‌باشد بنابراین می‌بایست ریفاینمیت انجام داد

برای متوجه کردن المان‌ها در لبه‌های سوراخ می‌بایست از ریفاینمنت استفاده کرد.

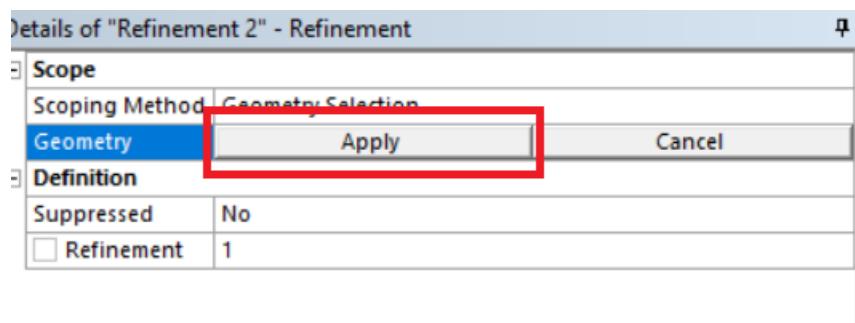
همانند تصویر (۳۵) تا (۳۹)



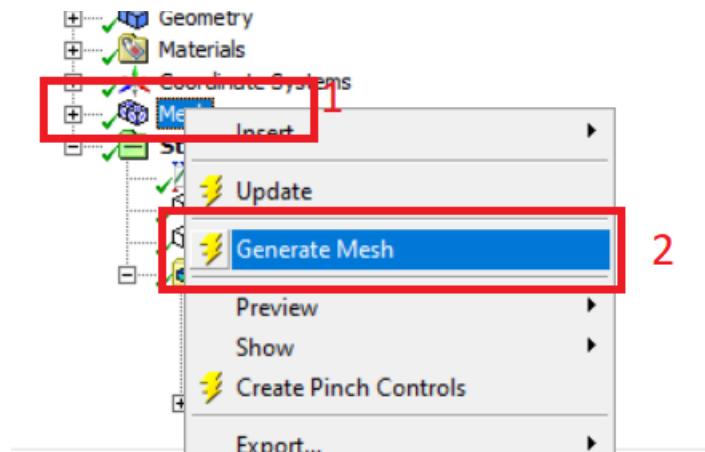
تصویر ۳۵ : ریفاینمنت



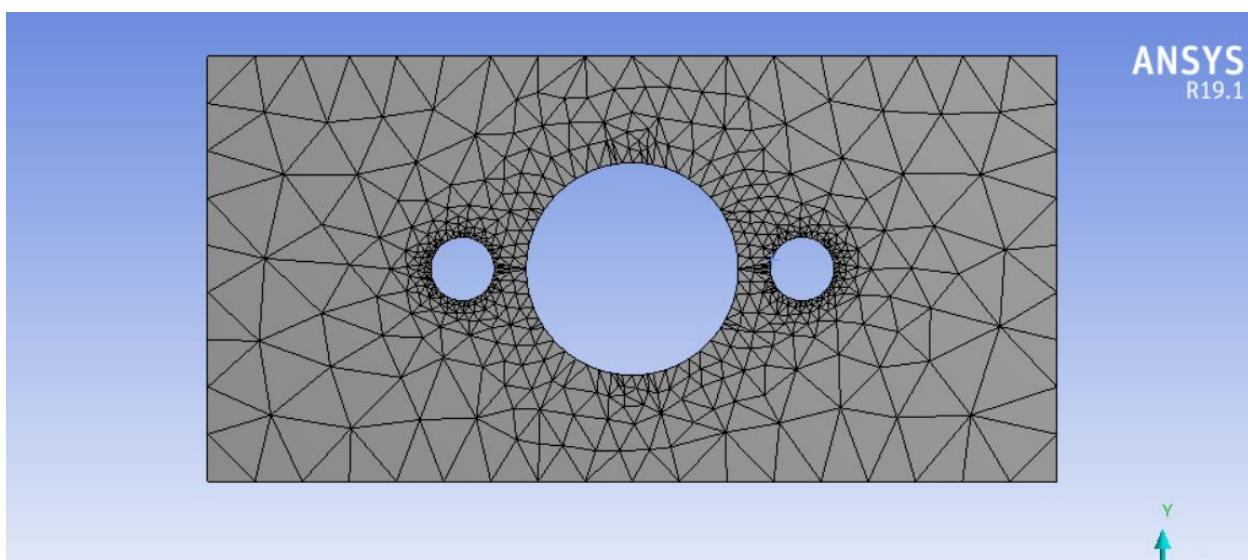
تصویر ۳۶ : با گرفتن دکمه کنترل از کبیرد و انتخاب سطح داخلی سوراخ ها اصلاحیه مش را اعمال می کنیم



تصویر ۳۷ : تایید نهایی ریفاینمنت



تصویر ۳۸ : دوباره مشن میز نمایم

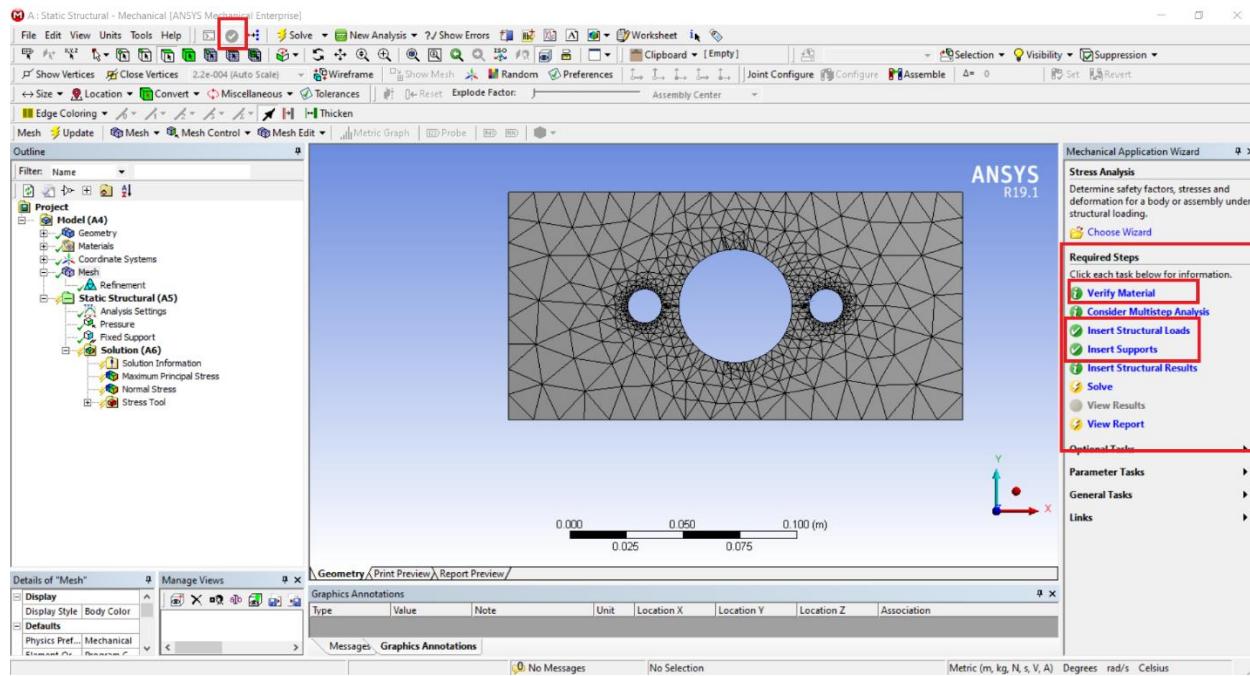


تصویر ۳۹ : شکل نهایی

## مرحله چهارم (تنظیمات آنالیز)

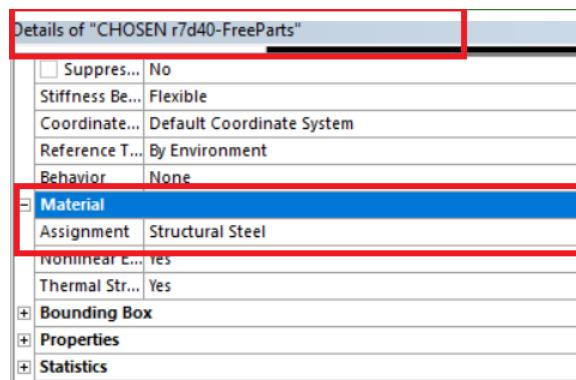
در این قسمت می‌بایست شرایط اولیهٔ آنالیز<sup>۶۴</sup> را مشخص کنیم.

به طور مثال می‌بایست تکیه‌گاه، نیرو و خروجی‌های لازم را مشخص کرد.



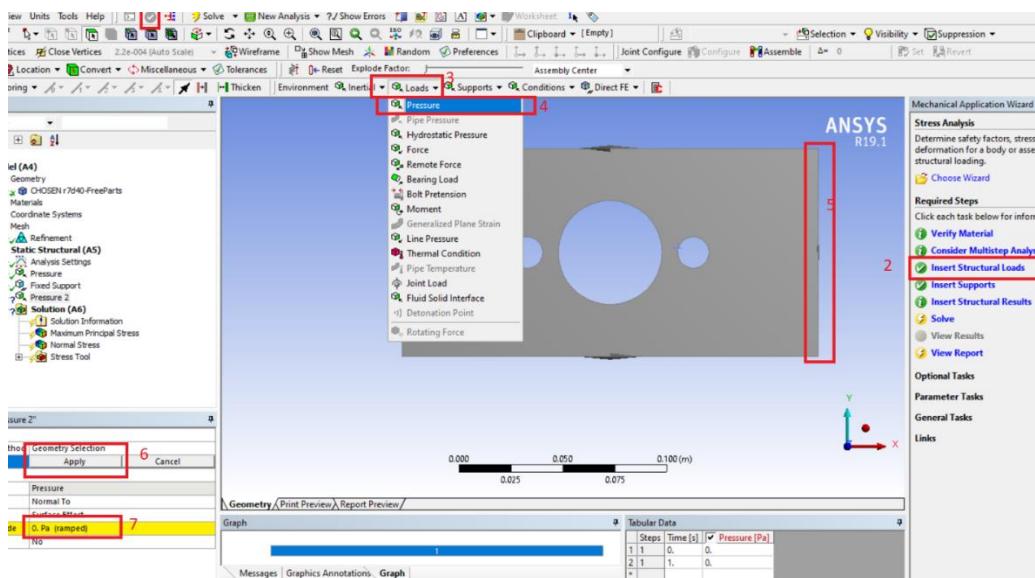
تصویر ۳۰: محیط مدل تعريف شرایط آنالیز

ابتدا می‌بایست برای قطعه ماده تعريف کرد.



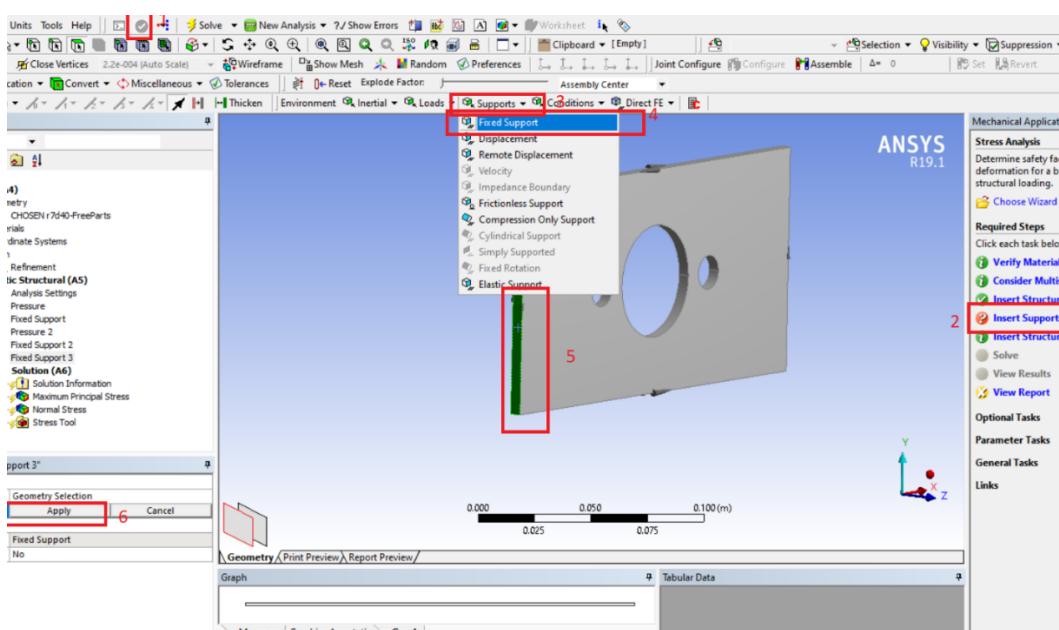
تصویر ۳۱: اختصاص ماده به قطعه

در مرحله‌ی بعدی باید بارگذاری کششی تعريف کرد ولی همانند نرم‌افزار آباکوس برای بارگذاری کششی می‌بایست روی کادر (۲) سپس (۳) بارگذاری فشار (۴)، انتخاب لبه‌ی مورد نظر و تایید در کادر (۶) و در نهایت ۳۶- مگاپاسکال در کادر (۷) تصویر (۴۲) تعريف کرد.



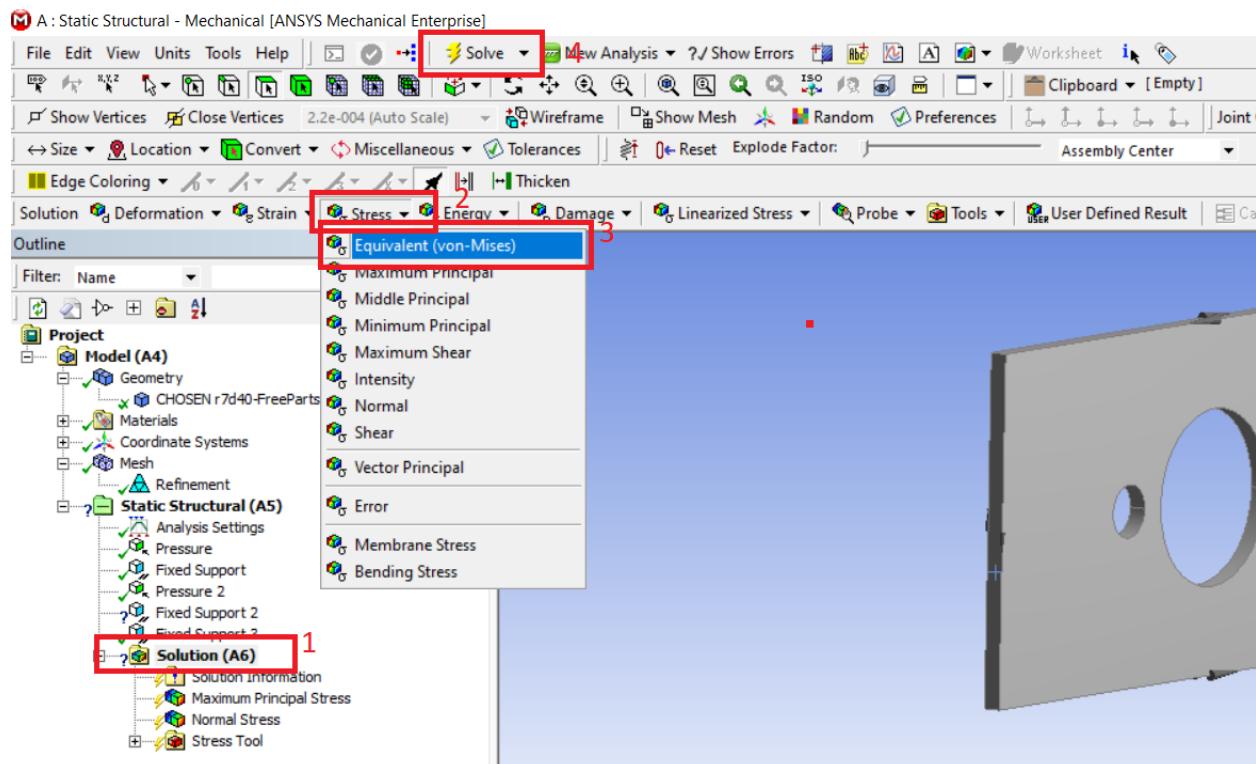
تصویر ۴۲ : مراحل تعريف بارگذاري

در مرحله بعد، نوع تکيه‌گاه را تعريف کرده با کلیک در کادر (۲) و کادر (۳) فیکس ساپورت را انتخاب کرده. لبه مجاور لبه‌ی بارگذاری را انتخاب کرده و روی کادر (۶) کلیک باید کرد.

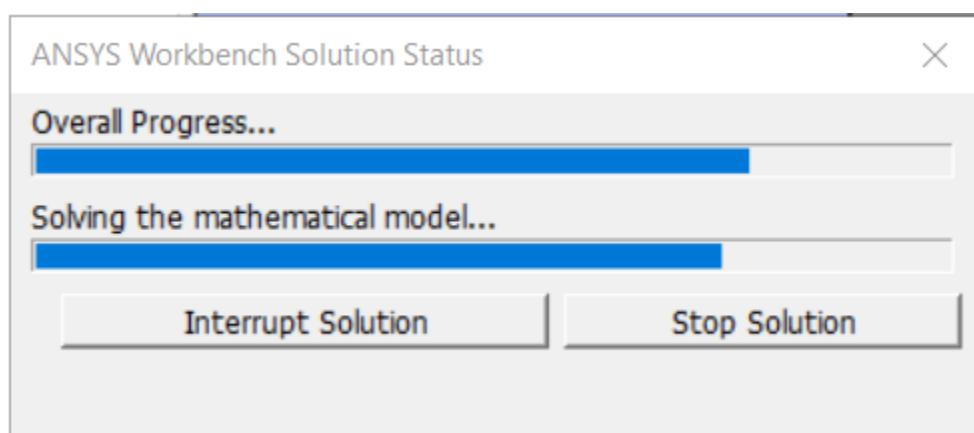


تصویر ۴۳ : تعريف تکيهگاه

درنهایت باید برای نرم افزار نوع خروجی ها از قبیل معیار تنش شکست وان-میسز ، تنش های اصلی و کرنش را مشخص کرد. همانند تصویر (۴۴) میباشد روی قسمت سولوشن کلیک کرد و سپس با انتخاب کادر ۲ گزینه مورد نظر را انتخاب کرد . در نهایت با کلیک در کادر ۴ تست شروع می شود.

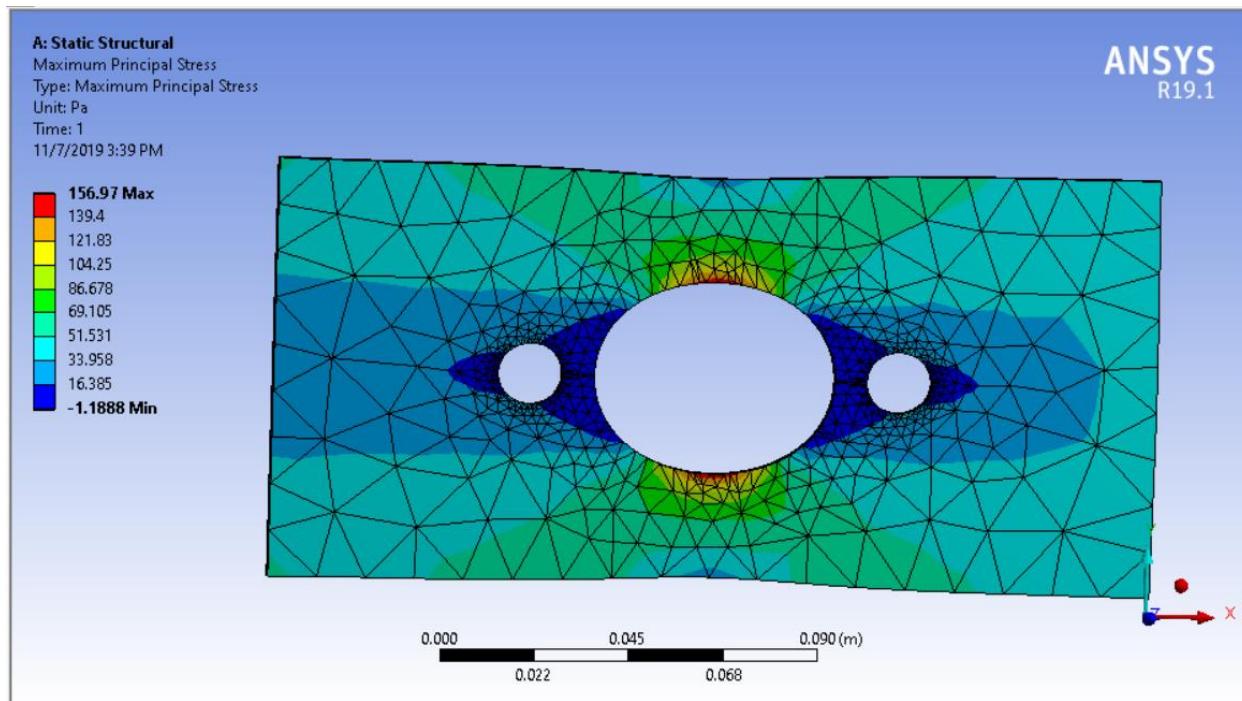


تصویر ۴۴ : انتخاب خروجی نرم افزار



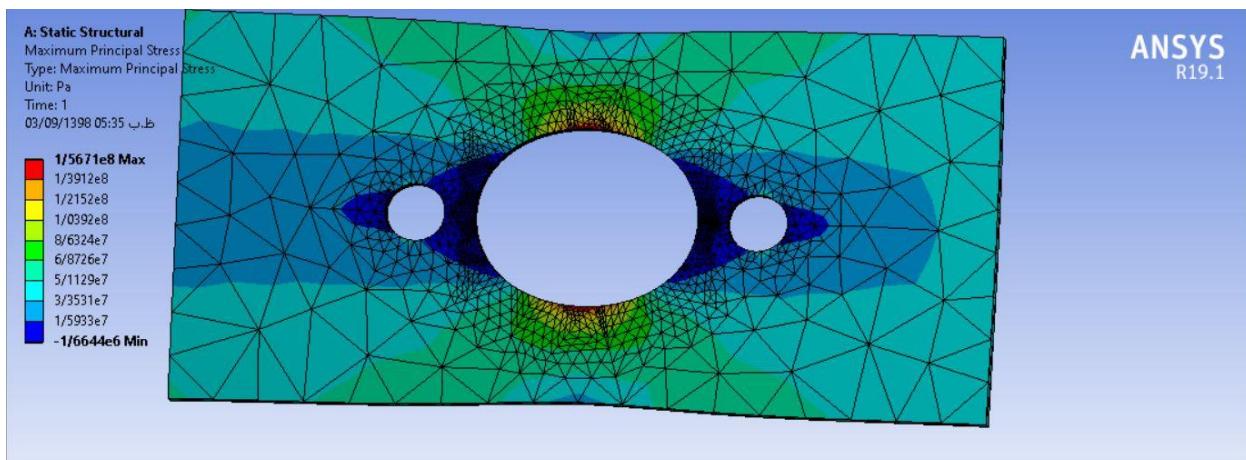
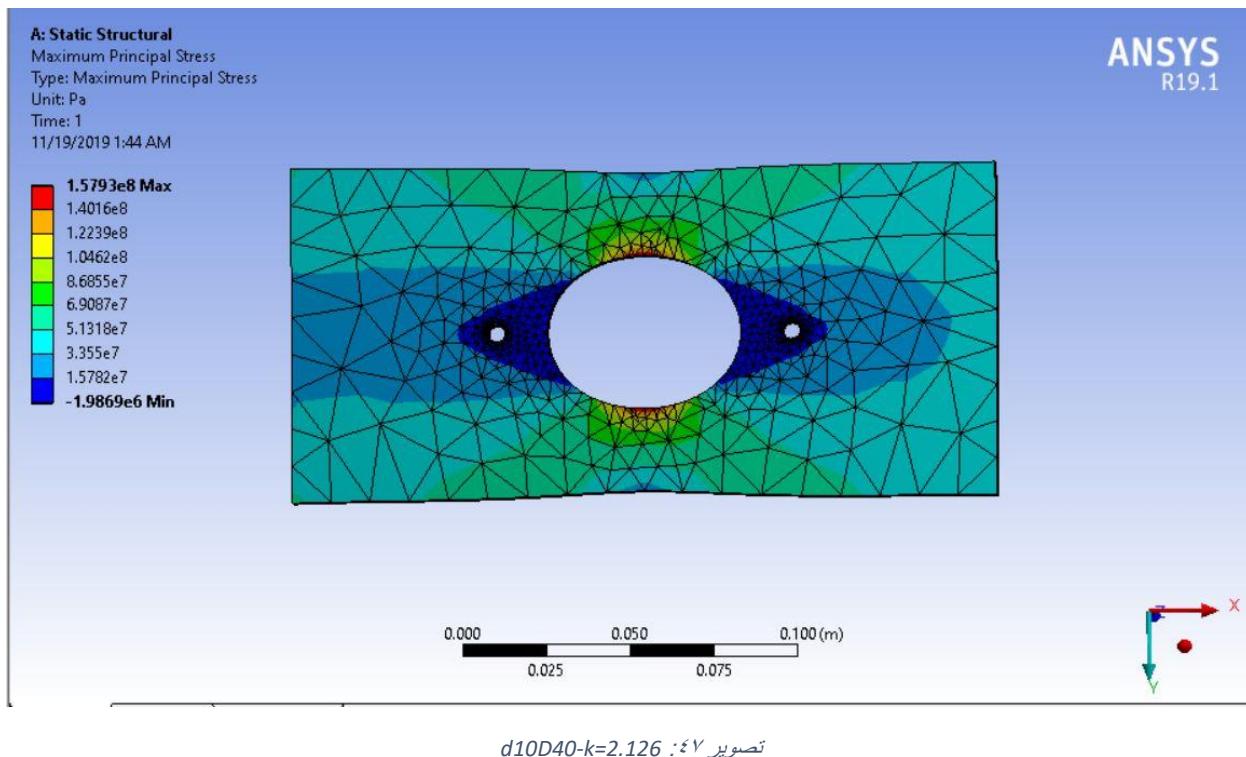
تصویر ۴۵ : نمایی از حلگر انسیس

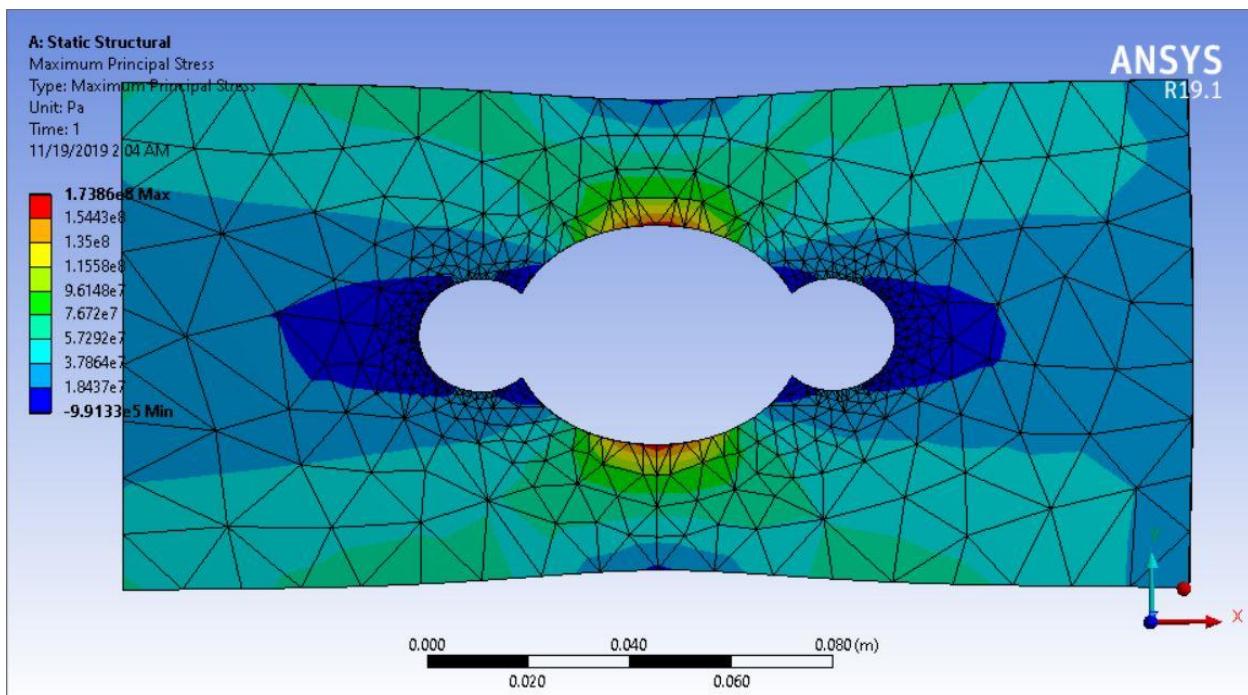
## مرحله ششم نتایج



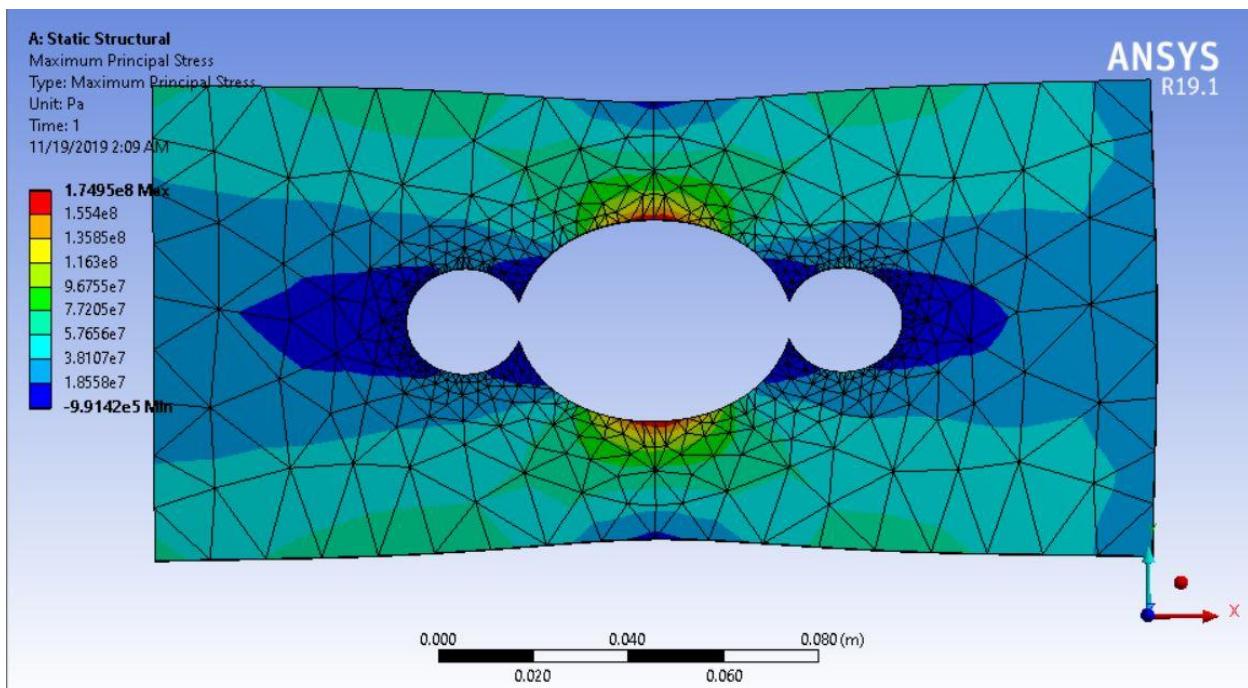
تصویر ۶۴ : نمونه نتایج

## خروجی‌های نرم‌افزار انسیس برای داده‌ها مسئله

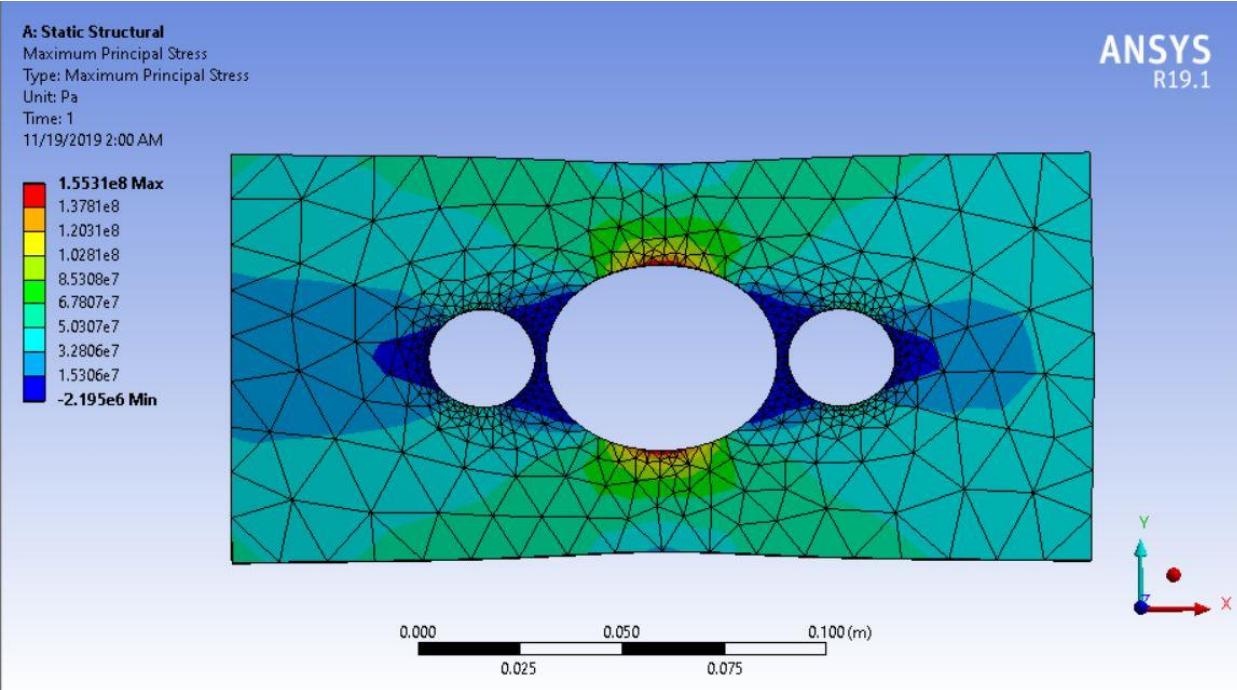




تصویر  $\varepsilon^q$  :  $d25D30-k=2.414$

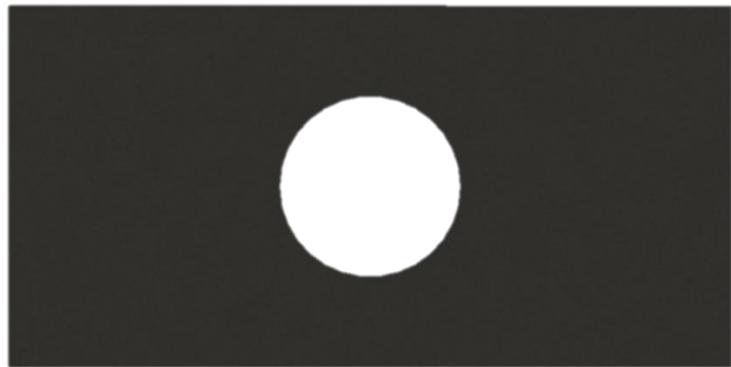


تصویر  $\sigma$  :  $d25D35-k=2.369$



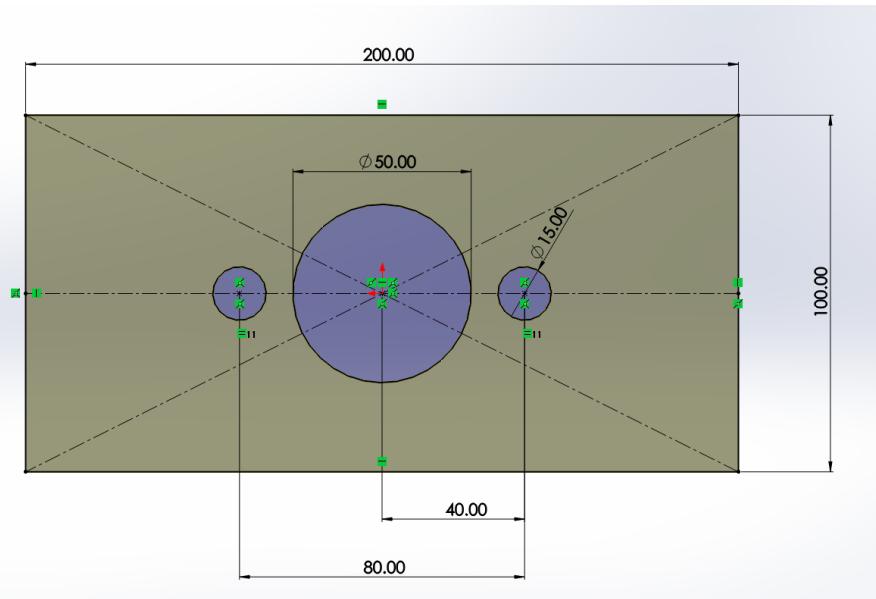
تصویر ۱ :  $d25D40-k=2.112$

## بررسی تمرکز تنیش در نرم افزار سالیدورکر

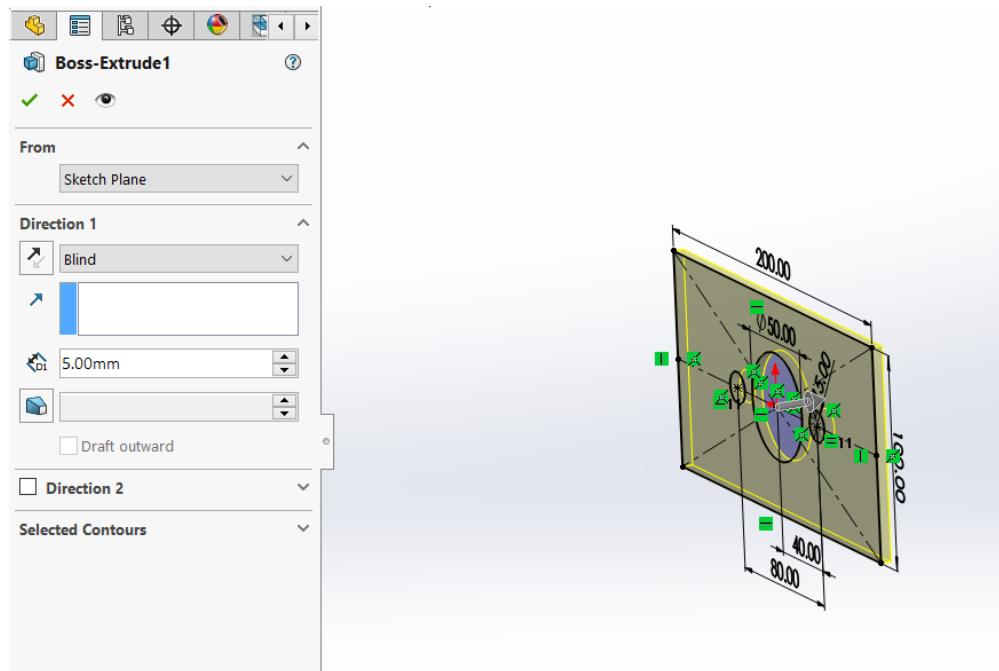


## مرحله اول (مدل کردن)

بعد از وارد شدن به نرم افزار سالیدورکس و انتخاب صفحه ای بی وارد اسکچ<sup>۶</sup> تصویر (۵۲) شده و الگوی زیر را طراحی کرده و به اندازه ۵ میلیمتر اکستروود تصویر (۵۳) می کنم.



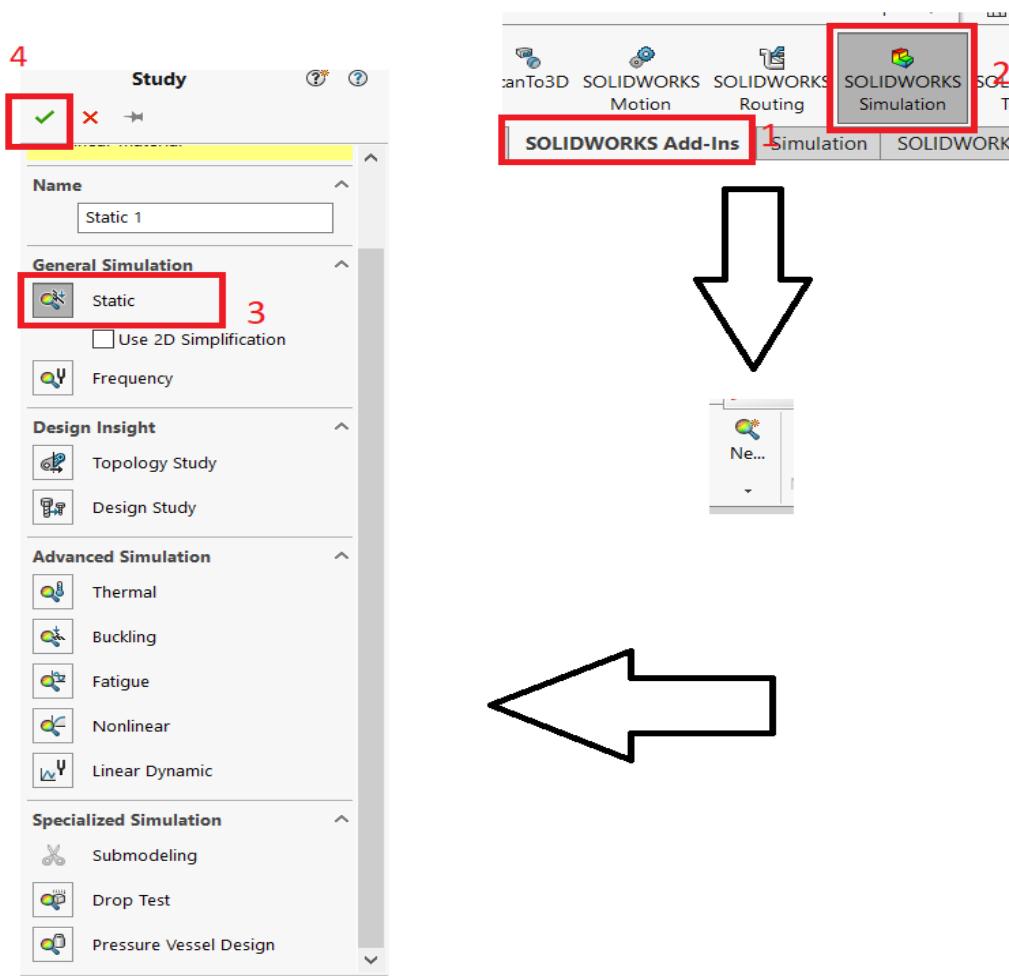
تصویر ۵۲: مدل کردن



تصویر ۵۳: اکستروود

## مرحله دوم (آماده سازی آبرای آنالیز)

نرم افزار سالیدورکس نسبت به دیگر نرم افزارهای المان محدود موجود کاربری ساده تری دارد و برای تعریف آنالیز<sup>۶۶</sup> می بایست همانند تصویر (۵۴) به تب سالیدورکز ادد این رجوع کرده و بر روی کادر دوم یا شبیه سازی سالیدورکز کلیک کرده و در منوی کناری که باز می شود بر روی گزینه استاتیک کلیک تایید کند.

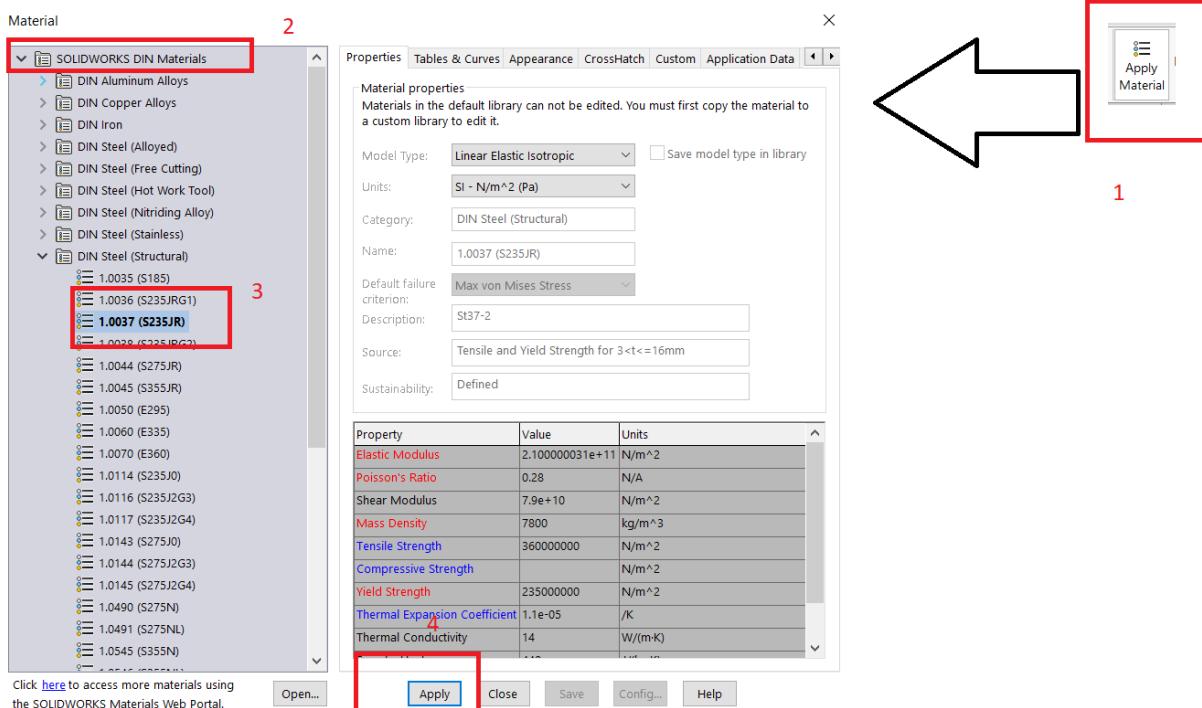


تصویر ۵۴ : مراحل تعریف آنالیز

برای اختصاص ماده به قطعه باید از تب شبیه‌سازی با کلیک در کادر ۲ تصویر (۵۵) پنجره زیر باز می‌شود.



برای انتخاب ماده معادل ۱۰۰۳۷ از ۶۸۶۷ در استاندارد دین استفاده کرد.

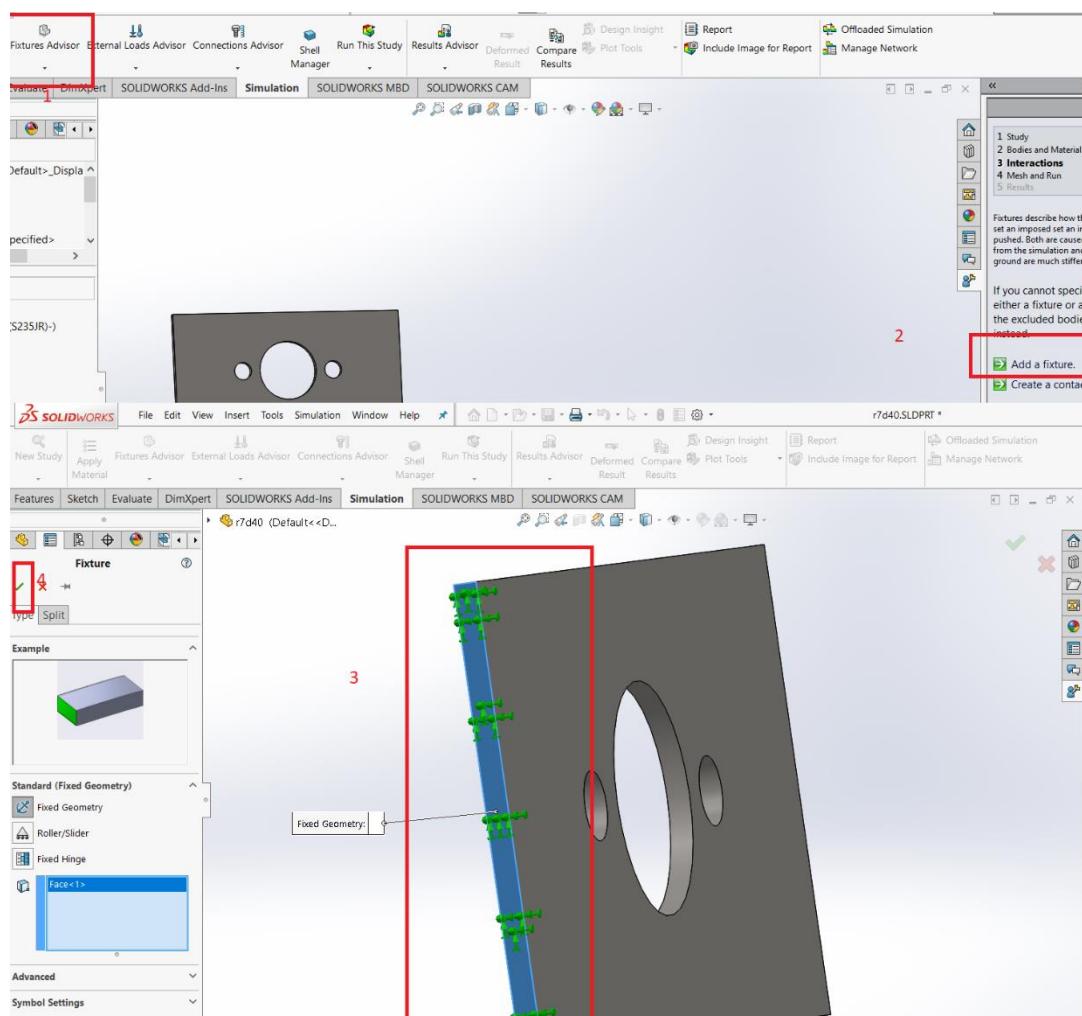


تصویر ۵۶ : پنجره انتخاب ماده

<sup>۱۷</sup> www.htsteelmill.com/din-1V1--st-3V-2-steel

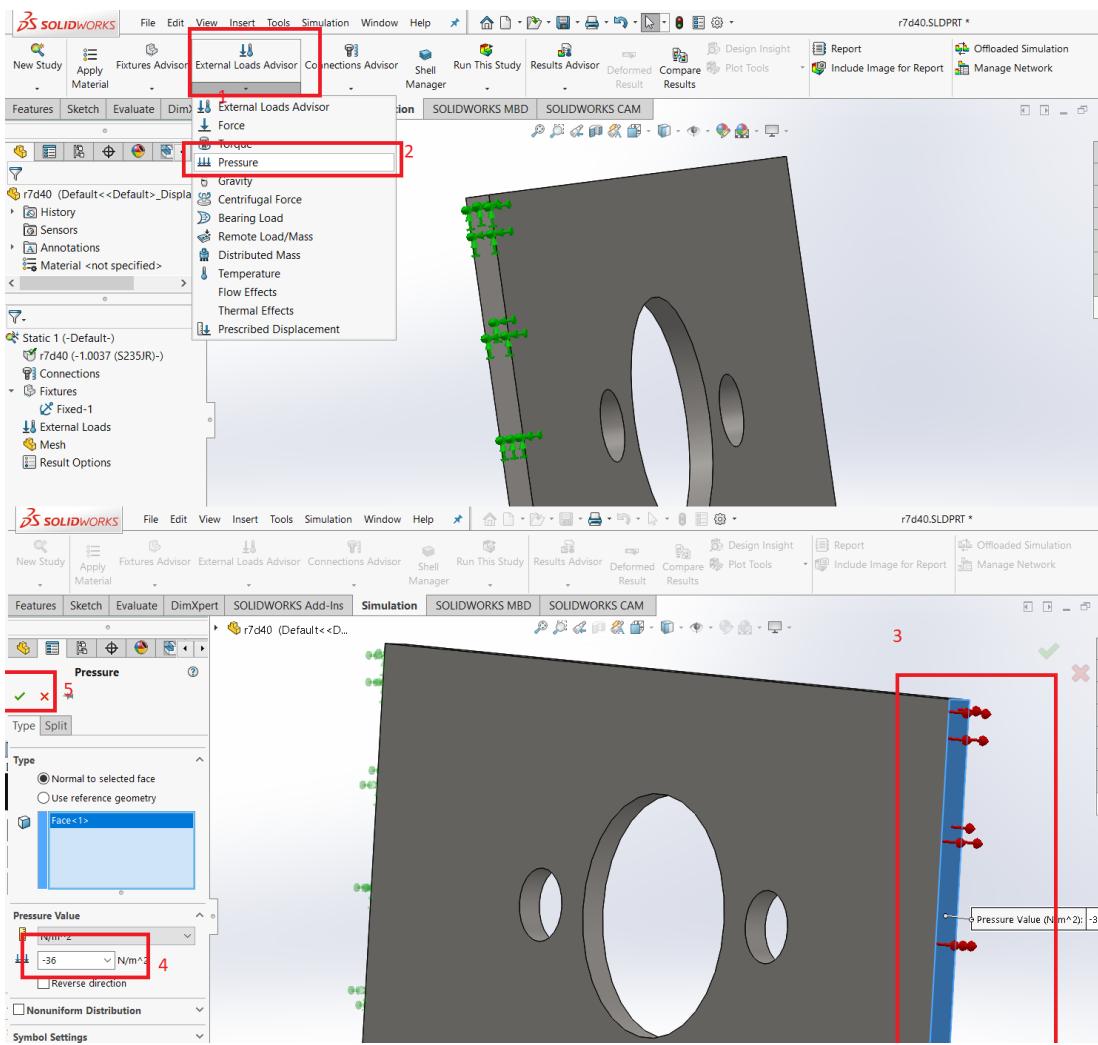
<sup>۱۸</sup> DIN 1V1-- St 3V-2 steel equivalent grade: St 3V-2 steel plate/sheet is in DIN 1V1-- standard; the material number is 1.0037. The equivalent grade of St 3V-2 steel is EN 10020 EN 1020, NFA 35-0-1 E 24-2, UNI V.V. Fe 21. B, BS 4340. 4. A, ASTM A 283 C-A 0V. Gr. 33.

حال باید قطعه را در فضا مقید کرد. برای منظور می‌بایست از تب شبیه‌سازی گزینه فیکسچر ادوایزر را انتخاب و سپس اد فیکسچر در کادر ۲ تصویر (۵۷) و در نهایت با انتخاب سطح مقطع مورد نظر و تایید کردن آن به گام بعدی می‌رویم.



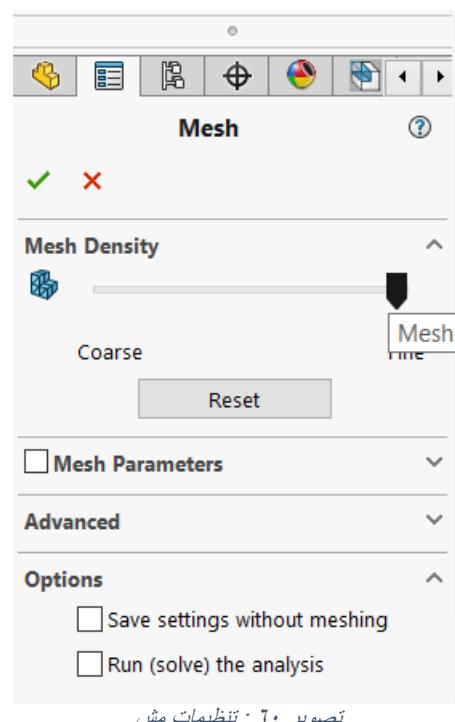
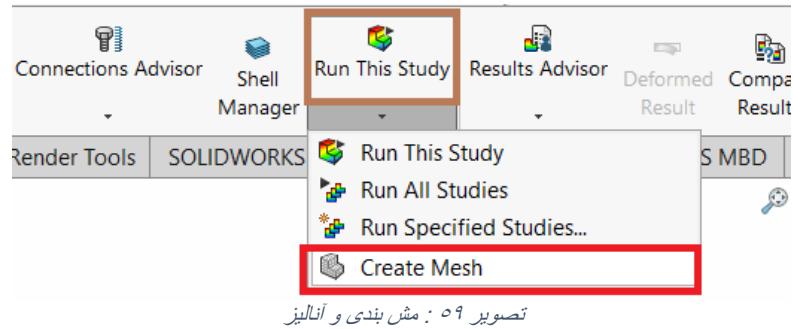
تصویر ۵۷ : مشخص کردن تکیهگاه

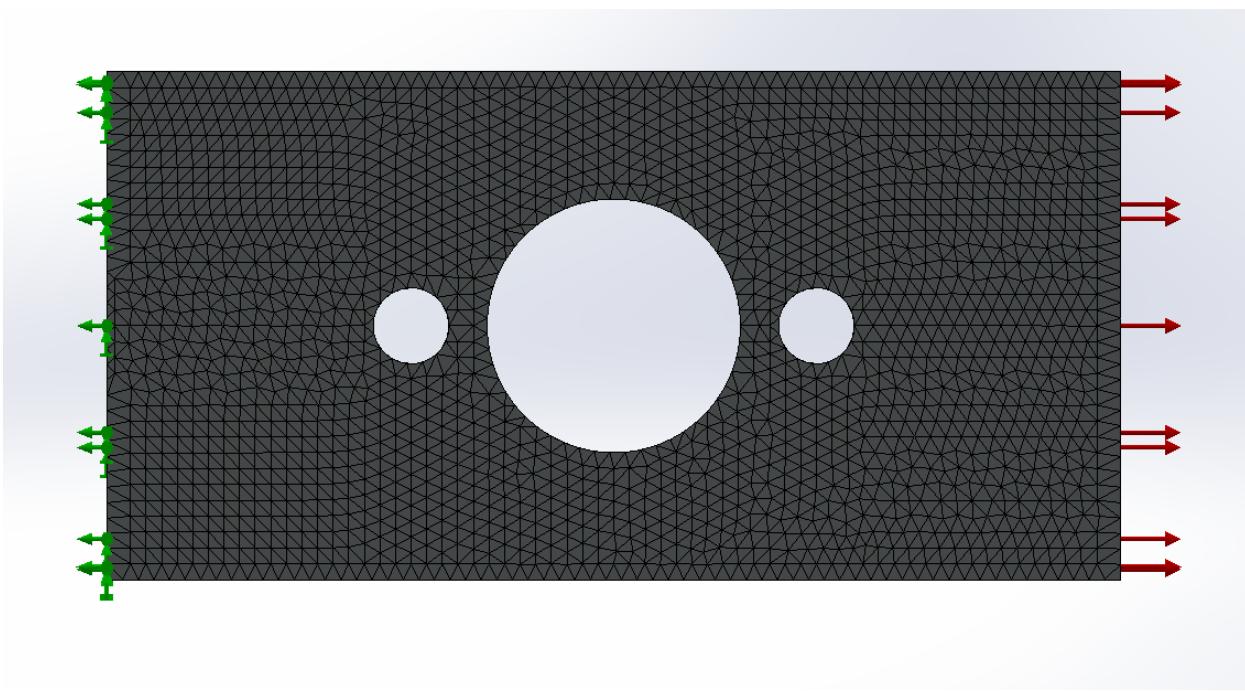
حال باید بارگذاری را برای آنالیز تعریف کرد. مطابق با تصویر (۵۸) با کلیک در کادر ۱ و انتخاب بارگذاری فشاری سپس باید لبه‌ای از قطعه که بارگذاری به آن اعمال می‌شود را انتخاب کرد و مقدار ۳۶۰۰۰۰۰ پاسکال را وارد می‌کنیم و سپس تایید می‌کنیم.



تصویر ۵۸ : تعریی بارگذاری

با کلیک بر دکمه کریت مش پنجره تنظیمات مش باز می‌شود با تنظیم تعداد مش به حد اکثر مقدار خود دقت کار را افزایش می‌دهیم. همانند تصویرهای (۵۹) تا (۶۱)



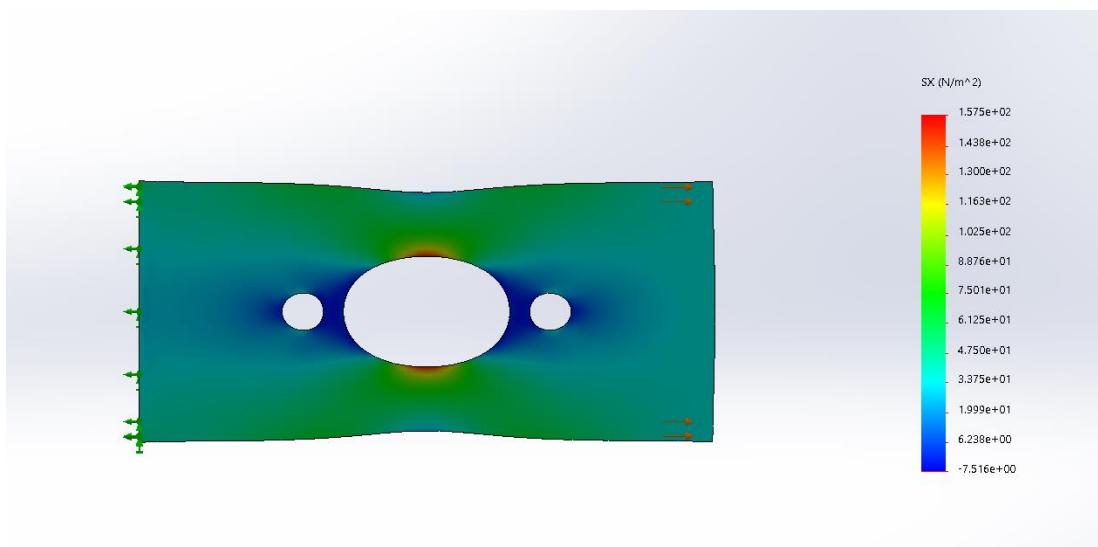


تصویر ۶۱ : قطه متش خورده

حال نوبت به آن رسیده است که آنالیز را شروع کرد . تصاویر (۶۳) تا (۶۴)

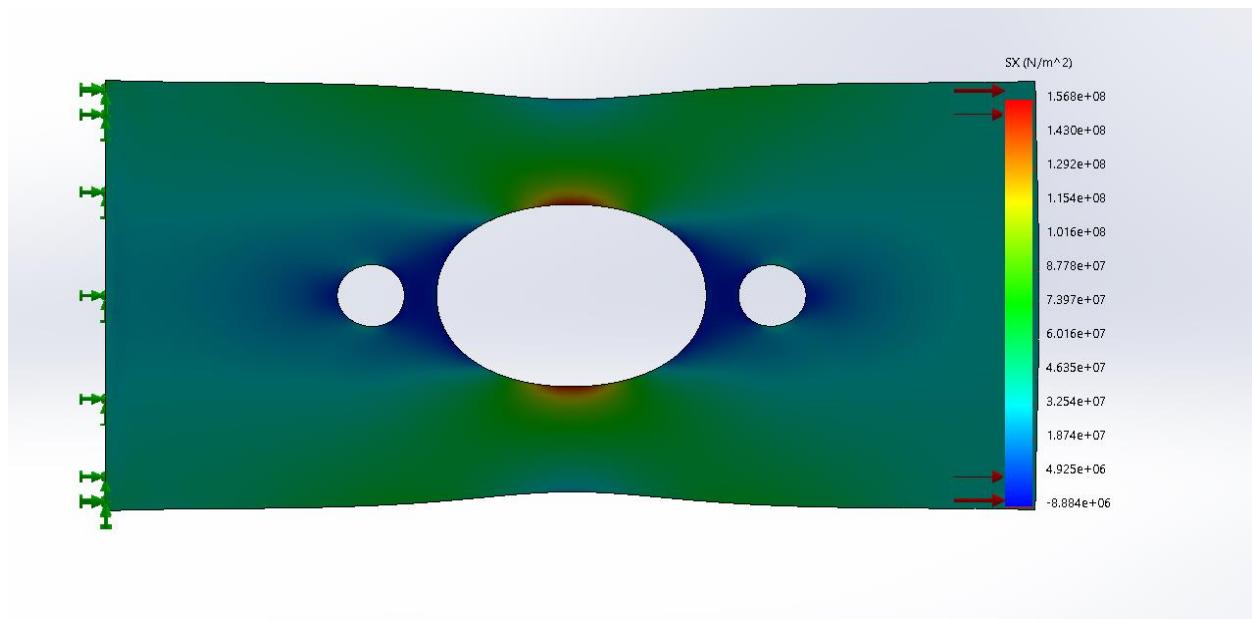
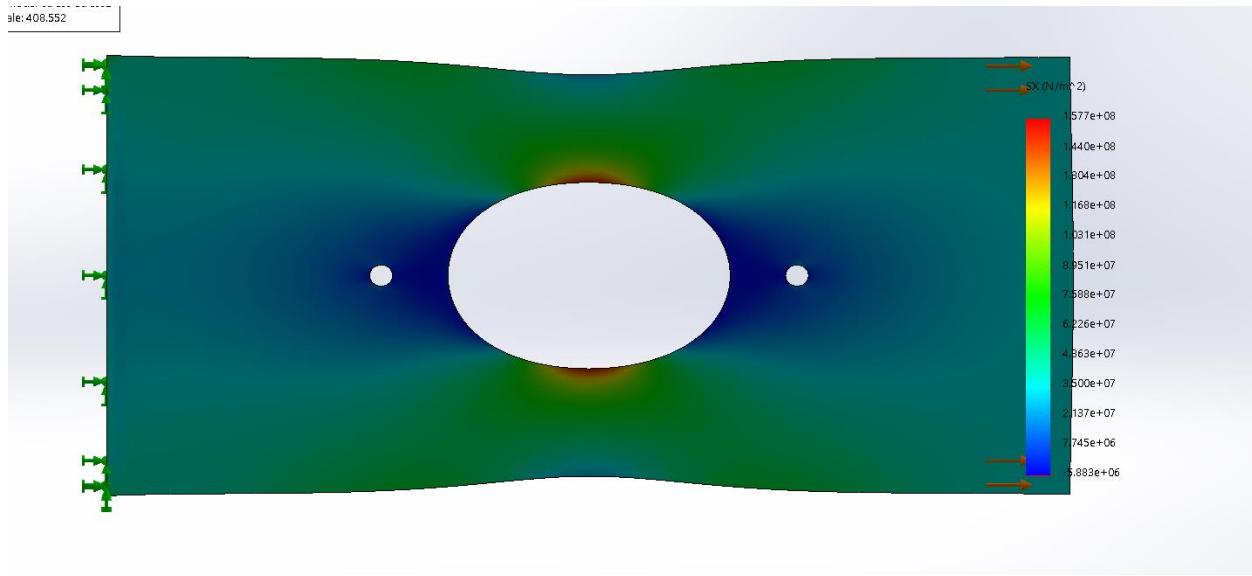


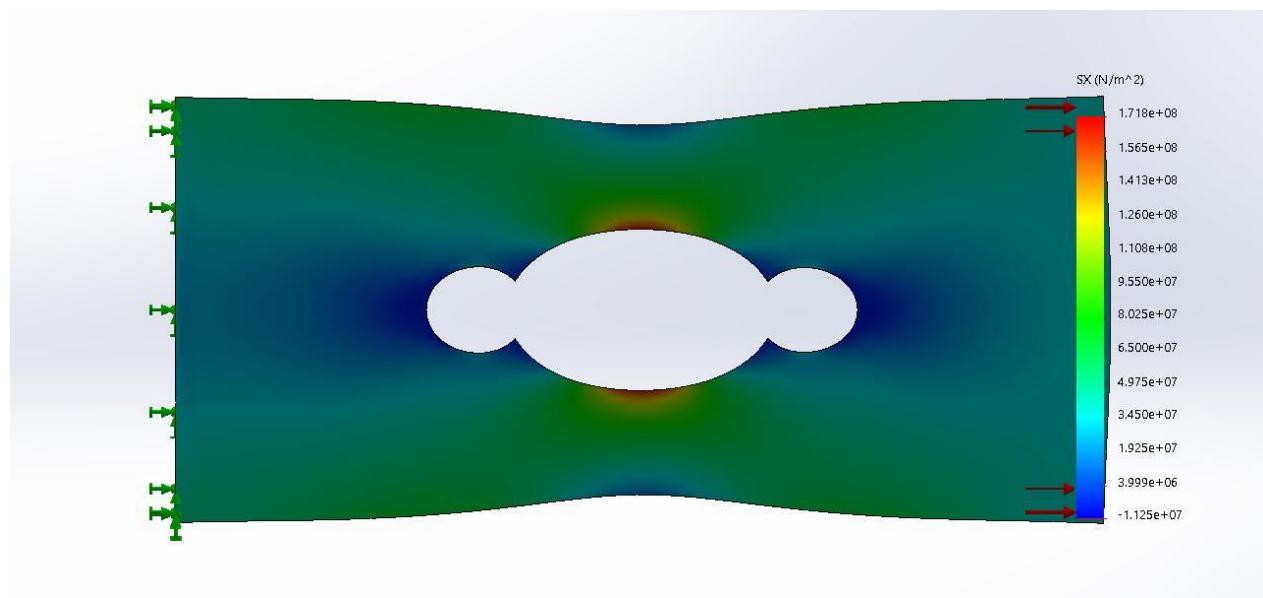
تصویر ۶۲ : شروع آنالیز



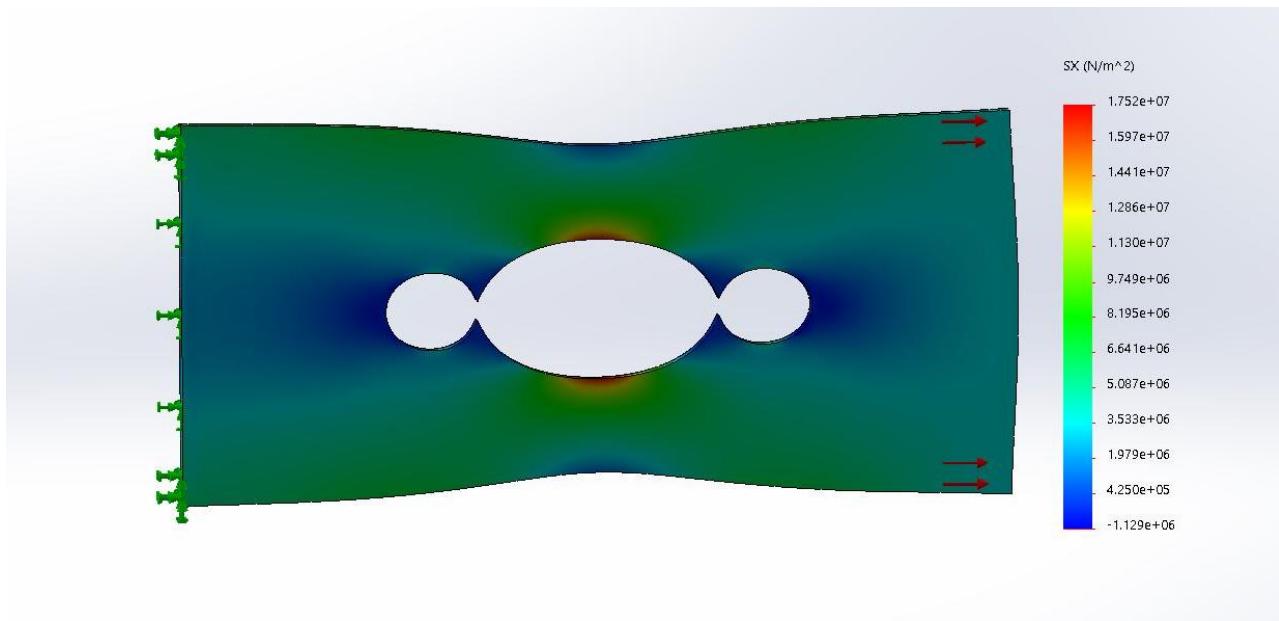
تصویر ۶۳ : مثالی از آنالیز

## خروجی‌های نرم‌افزار سالیدورکز برای داده‌ها مسئله

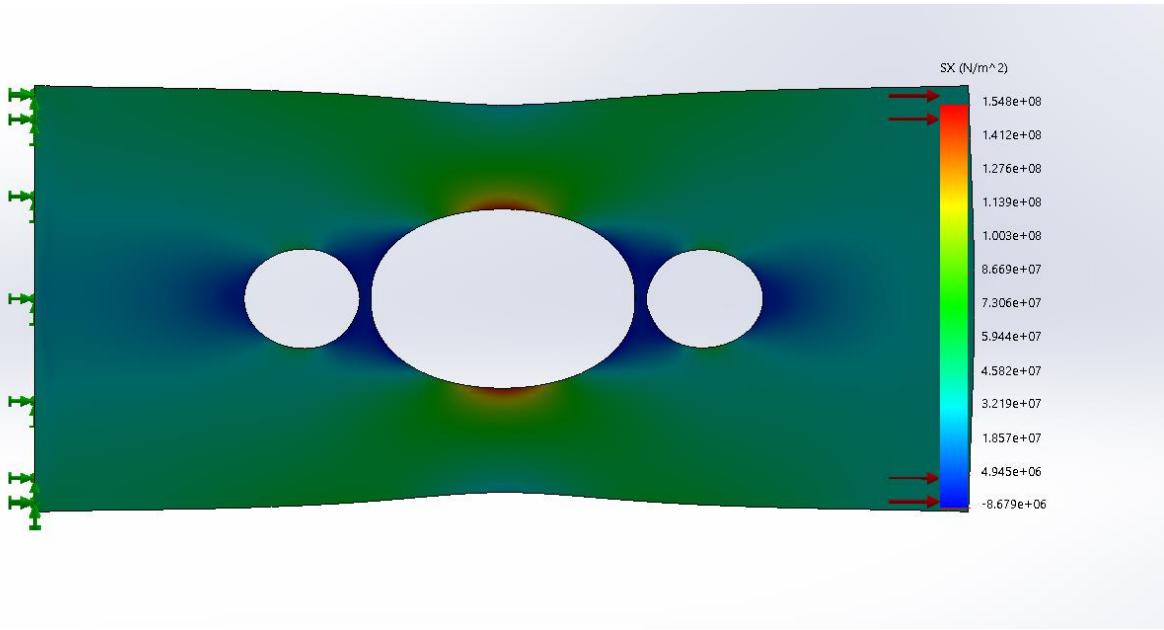




تصویر ۶۶ :  $d25D30-k=2.3845$



تصویر ۶۷ :  $d25D35-k=2.433$



تصویر ۶۴ :  $d25D40-k=2.15258$

## فصل ۴ (بحث و تفسیر نتایج و نتیجه گیری)

سیستم یکاها

سیستم یکا	Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius
زاویه	درجه
سرعت دورانی	rad/s
دما	سلسیوس

### تمرکز تنش در پیترسون<sup>۶۹</sup>

در ابتدا مهم است که تعاریف تمرکز تنش را دوباره از فصل ۴ کتاب پترسون مرورو کنیم.

## فصل ۴ کتاب پترسون

### سوراخ‌ها

برخی از اعضای ساختاری با سوراخ‌های عرضی در شکل ۴.۱ نشان داده شده‌اند: فرمول‌های و شکل‌های عوامل تمرکز تنش در این فصل با توجه به بارگذاری (تنش، پیچش، خمش و غیره)، شکل حفره (دایروی، بیضی، مستطیلی، غیره)، تک و چند بعدی، ترتیب داده می‌شوند. علاوه بر "حفره‌های خالی"، "عناصر مختلف" تحت درمان قرار می‌گیرند.

### توضیحات

پنل. یک آلمان نازک و تخت با بارگذاری درون صفحه است. این صفحه صفحه‌ای است که گاهی به عنوان غشا یا دیافراگم منسوب است. صفحه یک آلمان تخت نازک با بارگذاری عرضی است. این آلمان با جابجایی عرضی (به عنوان مثال، تغییر شکل) مشخص می‌شود.

<sup>۶۹</sup> Peterson (stress concentration ۲۰۱۲)

### ضریب تمرکز تنش

ضریب تمرکز تنش به عنوان نسبت تنش حداکثر در قطعه به تنش مرجع تعریف می‌شود. معمولاً ضریب تراکم استرس  $K_{tg}$  است، که در آن تنش مرجع مبتنی بر سطح مقطع عرضی یا  $K_{tn}$  است، که تنش مرجع بر مبنای سطح مقطع عرضی نازک‌تر است.

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

در فرمول بالا  $K_{tg}$  ضریب تمرکز تنش نسبت به تنش در مقطع نازک نشده می‌باشد.  $\sigma_{max}$  در حقیقت تنش در لبه‌های سوراخ می‌باشد.

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

در فرمول بالا  $K_{tn}$  ضریب تمرکز تنش نسبت به تنش در مقطع نازک شده می‌باشد.  $\sigma_{max}$  در حقیقت تنش در لبه‌های سوراخ می‌باشد و  $\sigma_n$  تنش در سطح  $\frac{\sigma}{1 - \frac{d}{h}}$  می‌باشد.

$$K_{tn} = K_{tg} \left( 1 - \frac{d}{h} \right) = K_{tg} \frac{\sigma}{\sigma_n}$$

$$K_{tg} = K_{tn} \frac{\sigma_n}{\sigma}$$

اهمیت  $K_{tn}$  و  $K_{tg}$  را می‌توان با اشاره به نمودار ۴.۱ مشاهده کرد. فاکتور  $K_{tg}$  دو اثرات را در بر می‌گیرد:

۱. افزایش استرس ناشی از دست دادن بخش
  ۲. تنش ناشی از هندسه را افزایش می‌دهد
- وقتی آلمان باریک‌تر می‌شود (سوراخ بزرگ‌تر می‌شود).

نسبت

$$\frac{d}{H} \rightarrow 1$$

$$K_{tg} \rightarrow \infty$$

در همین حین

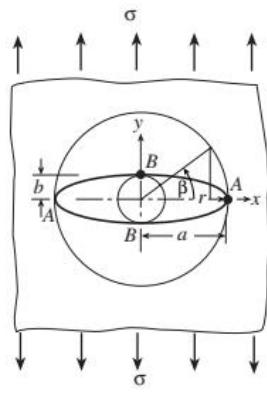
$$K_{tn} \rightarrow 1$$

سوراخ بیضی‌گون:

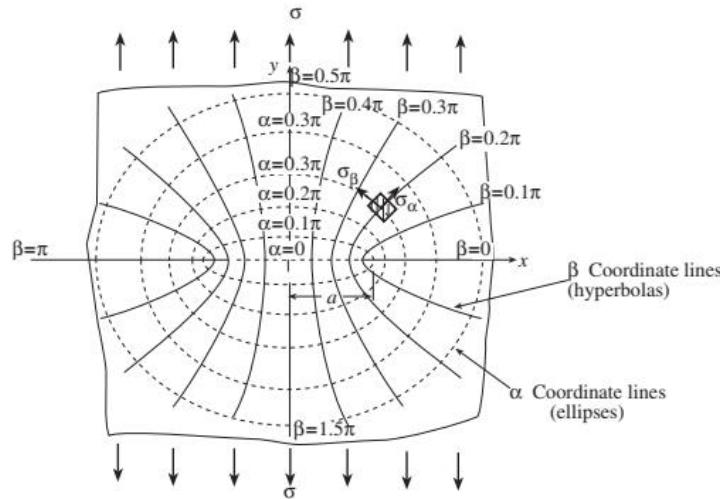
بیضی به قطرهای  $2a$  و  $2b$  تصور کنید.

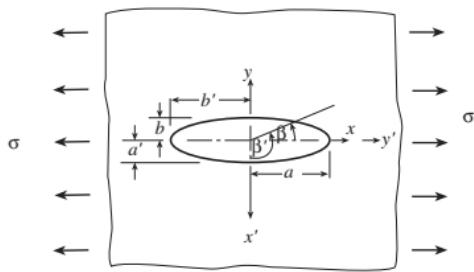
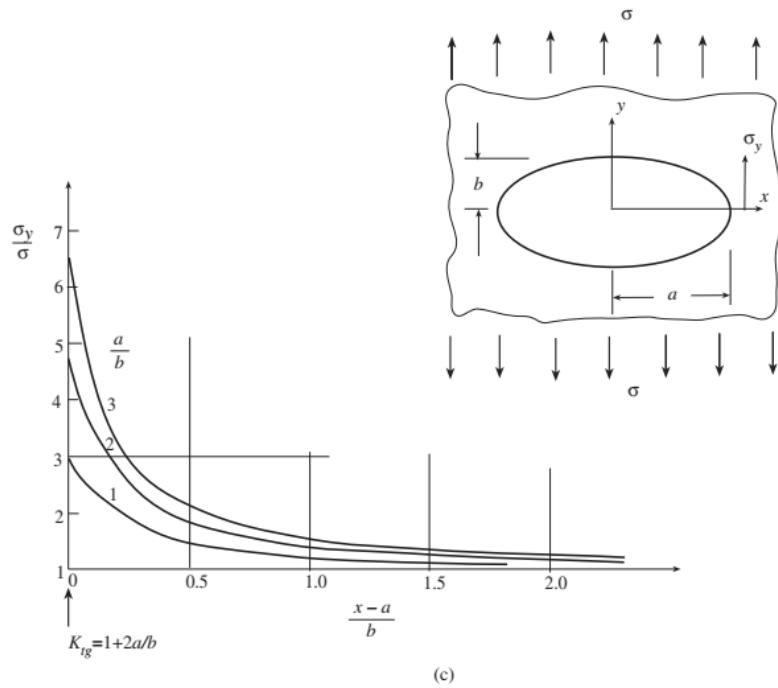
$$x = \sqrt{a^2 - b^2} \cosh \alpha \cos \beta$$

$$y = \sqrt{a^2 - b^2} \sinh \alpha \sin \beta$$



(a)





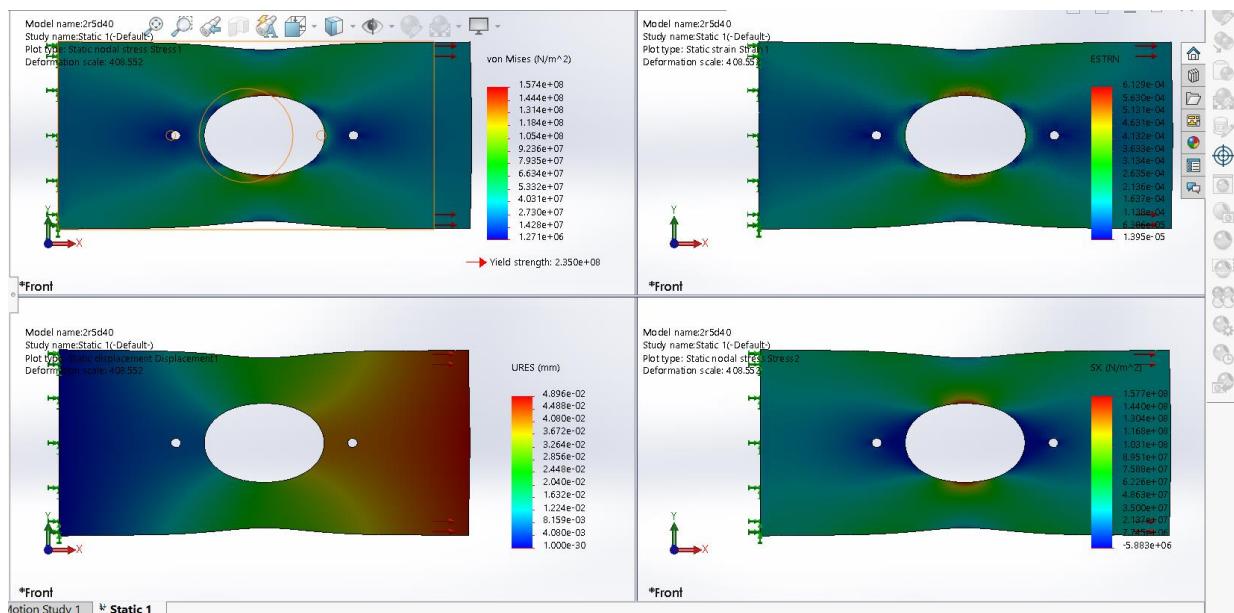
شش حالت باید در کل بررسی شوند .

متغیر اولیه ، شعاع دایره کوچکتر از ابعاد زیر انتخاب کرده.

- قطر دایره های کوچک ۵ میلیمتر

در حالت فوق حداقل تنش ۱۵۷.۴ مگاپاسکال می باشد و ضریب تمرکز تنش

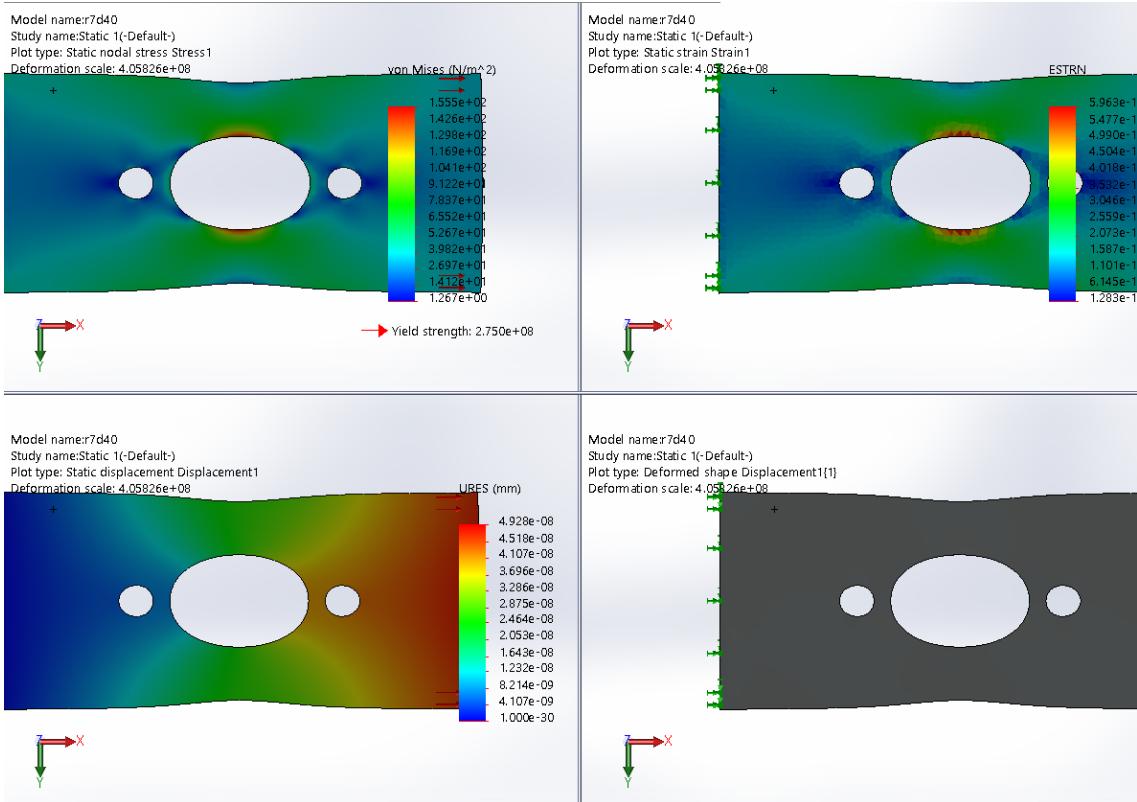
$$K_{tg} = 4.38, K_{tn} = 2.185$$



- قطر دایره های کوچک ۱۵ میلیمتر

در حالت فوق حداقل تنش ۱۵۶.۸ مگاپاسکال می باشد و ضریب تمرکز تنش

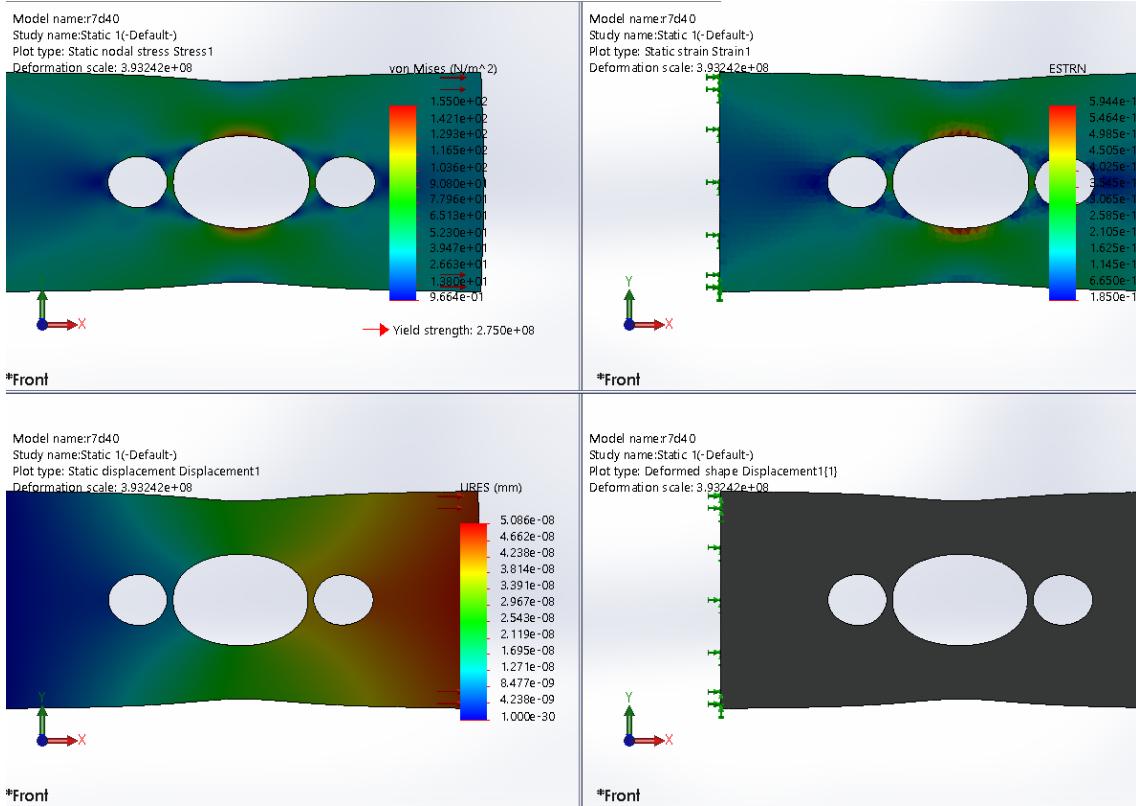
$$K_{tg} = 4.355, K_{tn} = 2.189$$



قطر دایره‌های کوچک ۲۵ میلیمتر •

در حالت فوق حداقل تنش ۱۷۱.۸ مگاپاسکال می‌باشد و ضریب تمرکز تنش

$$K_{tg} = 4.3, K_{tn} = 2.15$$

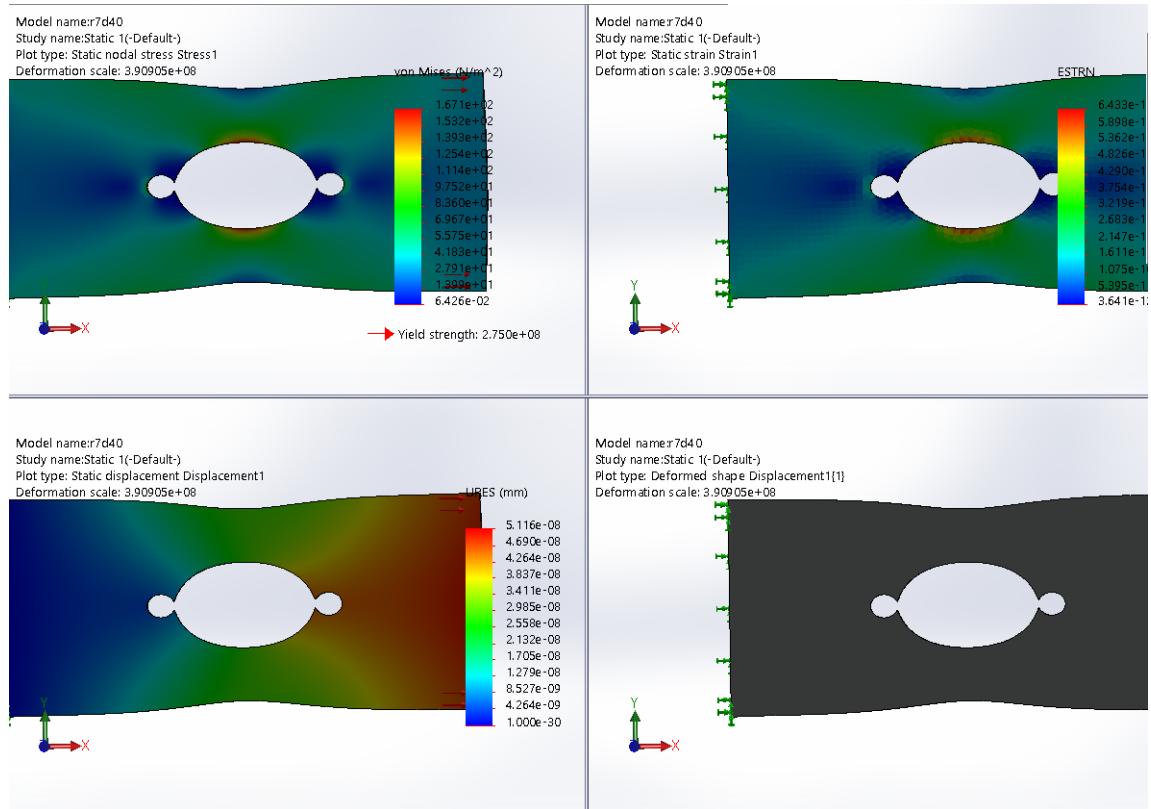


در حالات فوق با ثابت نگه داشتن فاصله مراکز دایره‌ها بررسی را انجام دادیم حال با ثابت مگه داشتن شعاع دایره‌ها و تغییر فاصله مراکز آزمایش را تکرار کرد. با بررسی های سطحی در نرم افزار سالید ورکز به این نتیجه می‌رسیم که بهترین حالت زمانی رخ می‌دهد که سوراخ‌ها در داخل بیضی محاط شوند و این اتفاق در بین سه شعاع بالا در اندازه قطر ۱۵ میلیمتر رخ می‌دهد.

■ با فاصله مراکز ۳۰ میلیمتر

در حالت فوق حداقل تنش ۱۶۷.۰۵ مگاپاسکال می‌باشد و ضریب تمرکز تنش

$$K_{tg} = 4.771, K_{tn} = 2.3605$$

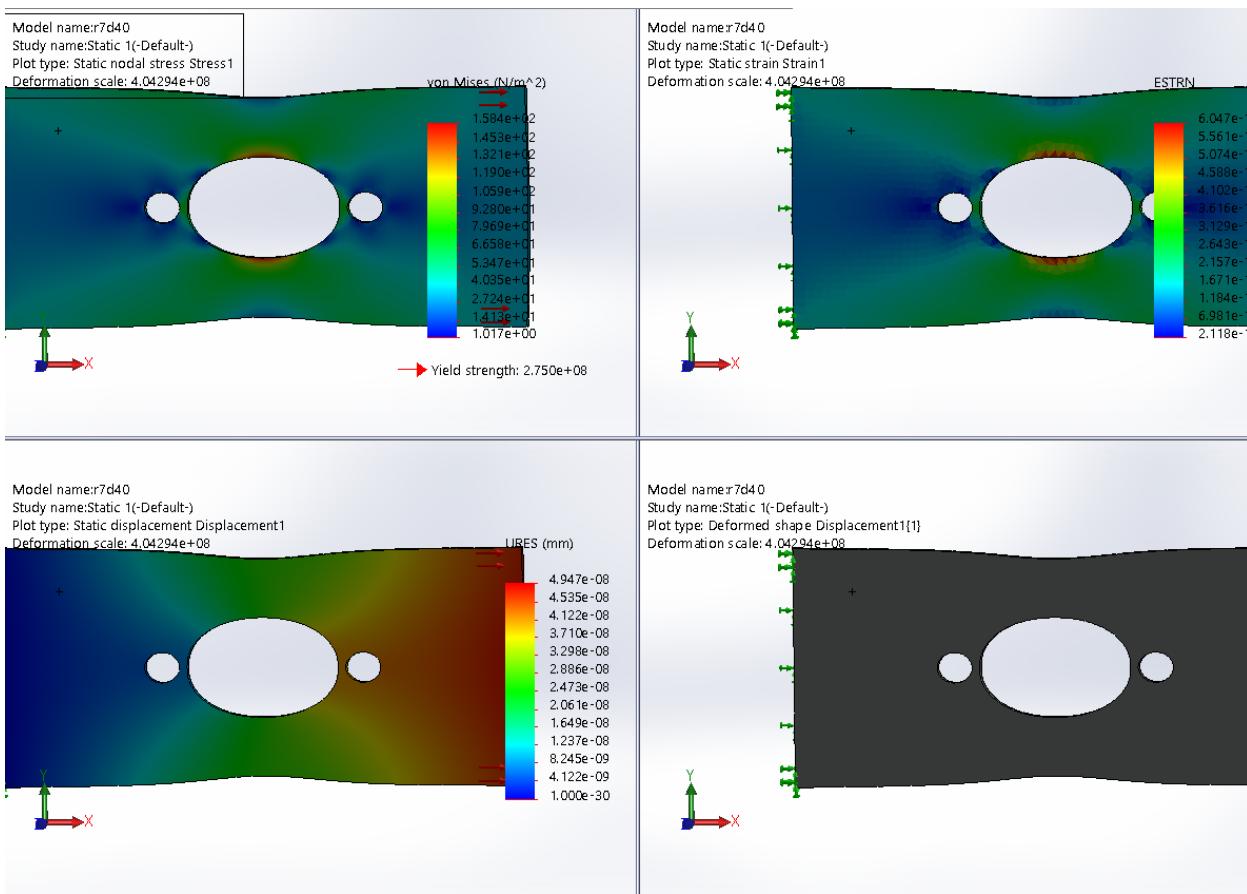


با فاصله مراکز ۳۵ میلیمتر ■

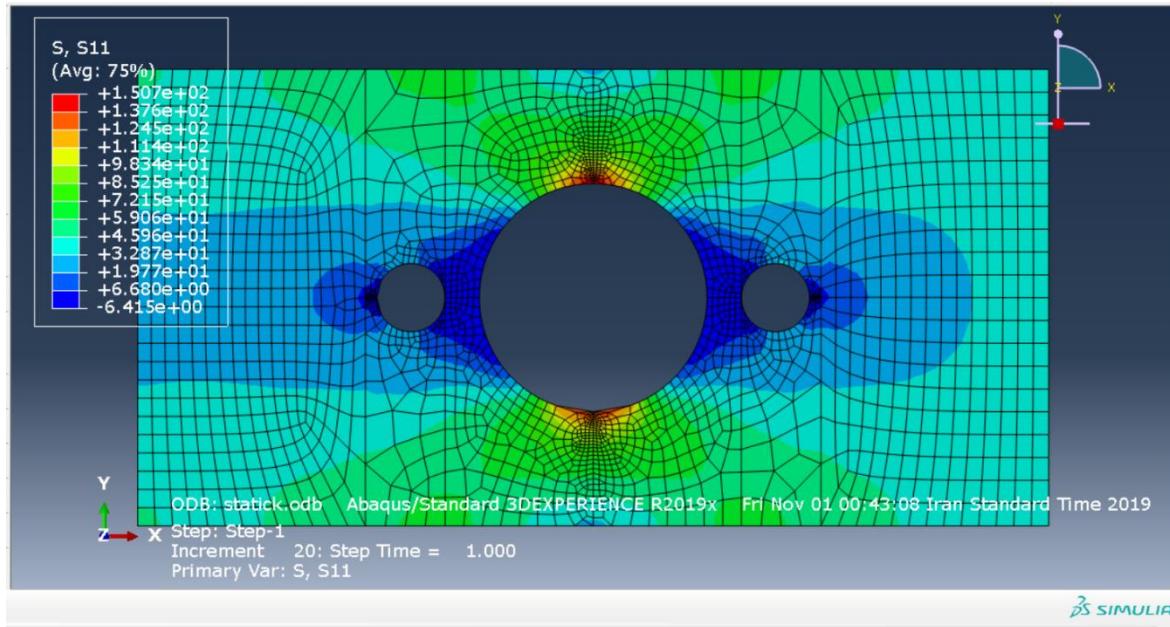
در حالت فوق حداقل تنش  $158.4$  مگاپاسکال می‌باشد و ضریب تمرکز تنش  $4.4$

$$K_{tg} = 4.866, K_{tn} = 2.433$$

در این قسمت با بررسی داده‌های قبلی و بعدی متوجه تغییر ناگهادی در داده‌های حاصل از نرم‌افزار سالیدور کز می‌شویم که به علت هندسه قطعه می‌باشد .



مقدار عددی حاصل از تحلیل در نرم افزار اباکوس برای فولاد ساختمانی با مدول یانگ و ضریب پوآسون ۰.۳ به شرح زیر است

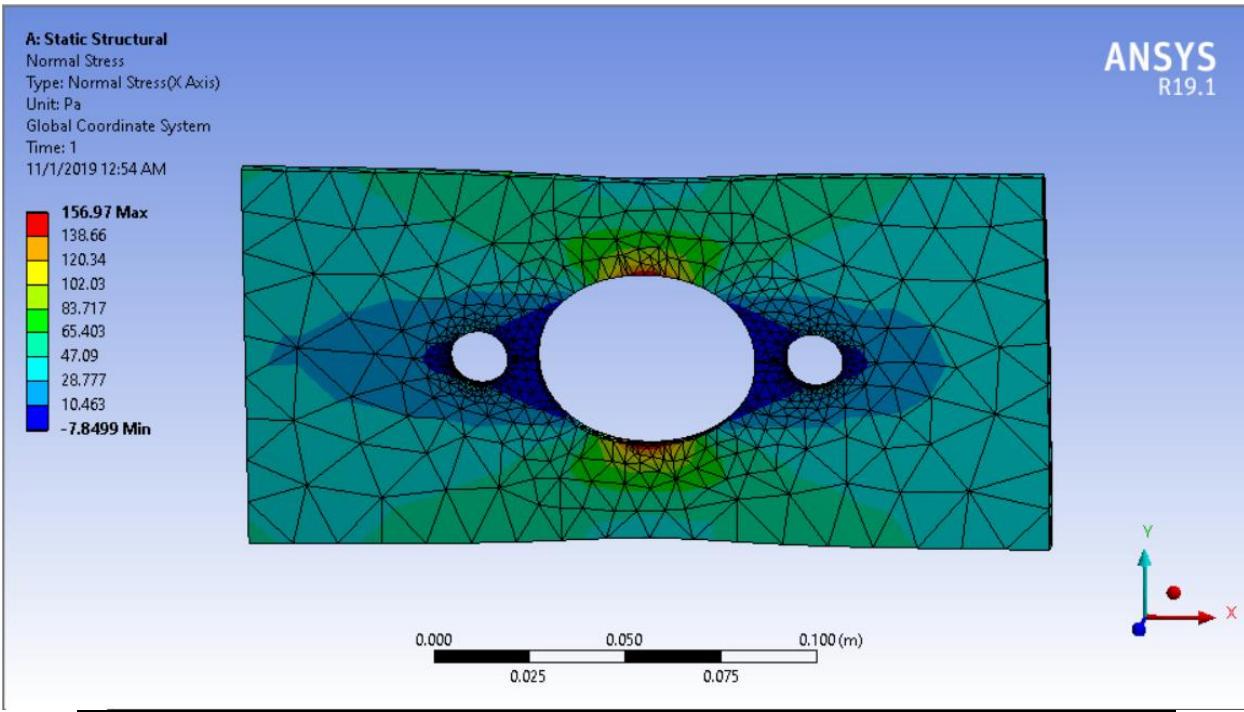


با فرض بارگزای فشاری ۳۶-مگاپاسکال و مقید کردن سه درجه آزادی تکیه‌گاهی در جهات اصلی و المان‌های مربعی در نرم‌افزار اباکوس (۲۱۹۲ المان) حدکثر میزان تنش ۱۵۰.۷ مگاپاسکال می‌باشد

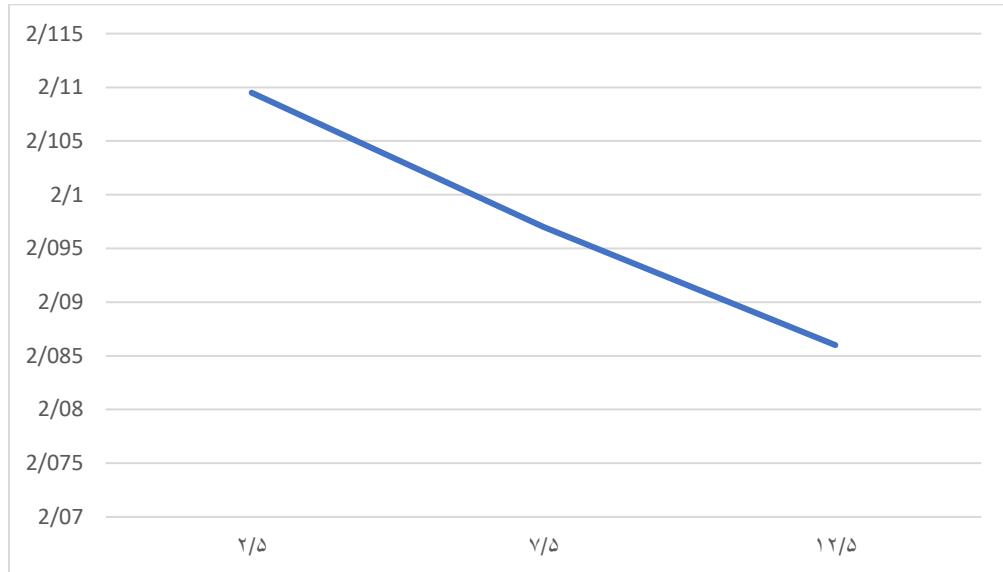
و ضریب تمرکز تنش در اینجا ۲۰.۹۳ است.

و با همان مفروضات فوق و اجرا در نرم‌افزار انسیس با مش مثلثی (۷۱۳۲ المان) مقدار تنش ۱۵۶.۹۷ مگاپاسگال ظاهر شد

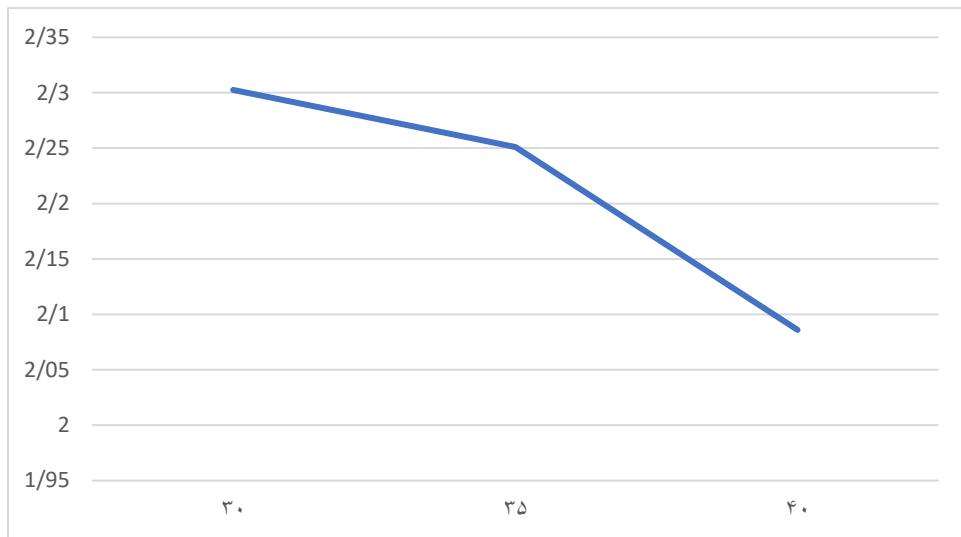
و ضریب تمرکز تنش در اینجا ۲۱۸ است



Part	Small Radius	Ansys	solid works	ABAQUS $K_t$	ABAQUS $K_n$
$\gamma_{rod\circ}$ .	$\gamma_0$	$\epsilon/2027$	$\epsilon/38000006$	$\epsilon,219$	$\gamma,1.90$
$\gamma_{10d\circ}$ .	$\gamma_0$	$\epsilon/243$	$\epsilon/300000006$	$\epsilon,194$	$\gamma,0.9V$
$\gamma_{20d\circ}$ .	$12,0$	$\epsilon/224$	$\epsilon/3$	$\epsilon,172$	$\gamma,0.87$

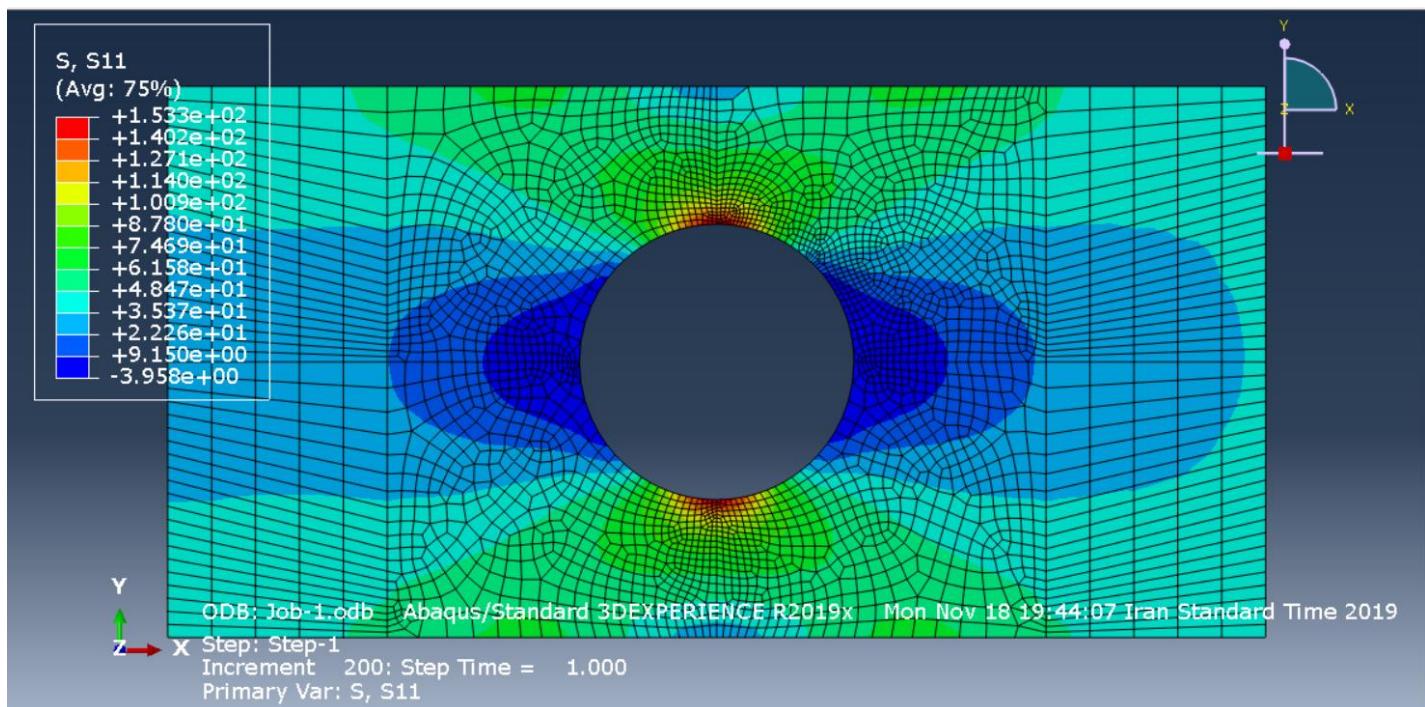


Part	Center Distance	Ansys	solid works	ABAQUS $K_t$	ABAQUS $K_n$
$\gamma_{20d\circ}$ .	$\gamma.$	$\epsilon/8294$	$\epsilon/7722222222$	$\epsilon,7.0$	$\gamma,3.20$
$\gamma_{20d\circ 0}$	$\gamma 0$	$\epsilon/7397$	$\epsilon/866666667$	$\epsilon,0.2$	$\gamma,201$
$\gamma_{20d\circ}$ .	$\gamma.$	$\epsilon/314$	$\epsilon/3$	$\epsilon,172$	$\gamma,0.87$

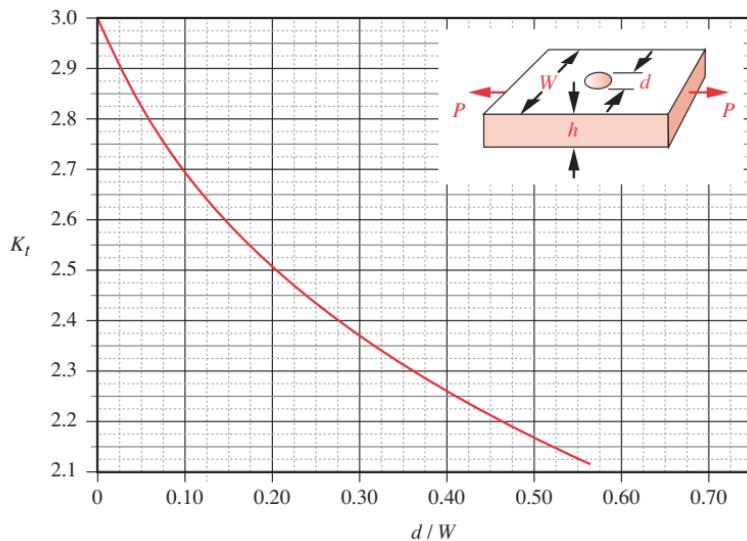


## فصل ۴ (بررسی صحت آنجام آزمایش )

یک صفحه با تک سوراخ دایره‌ای مدل کرده.



$$k_t = 3.0039 - 3.753 \left(\frac{d}{W}\right) + 7.9730 \left(\frac{d}{W}\right)^2 - 9.2659 \left(\frac{d}{W}\right)^3 + 1.8145 \left(\frac{d}{W}\right)^4 + 2.9684 \left(\frac{d}{W}\right)^5.$$



عددی که از فرمول به دست می آید  $2.12986$  می باشد و خروجی نرم افزار آباکوس  $2.129$  می باشد.

در میان داده های به دست آمده نرم افزار آباکوس با کمترین تعداد المان توانسته دقیق ترین تحلیل را ارایه دهد و نرم افزار انسیس با دقت  $2.36$  درصد و نرم افزار سالید ورک با دقت  $2.5$  درصد عملکردند.

Part	Ansys	solid works	$K_t$	$K_n$
radius 5.	4,36	4,369	4,2583	2,12910
difference from real K	2/361844	2,04.6271	7,.0450.6E-.3	

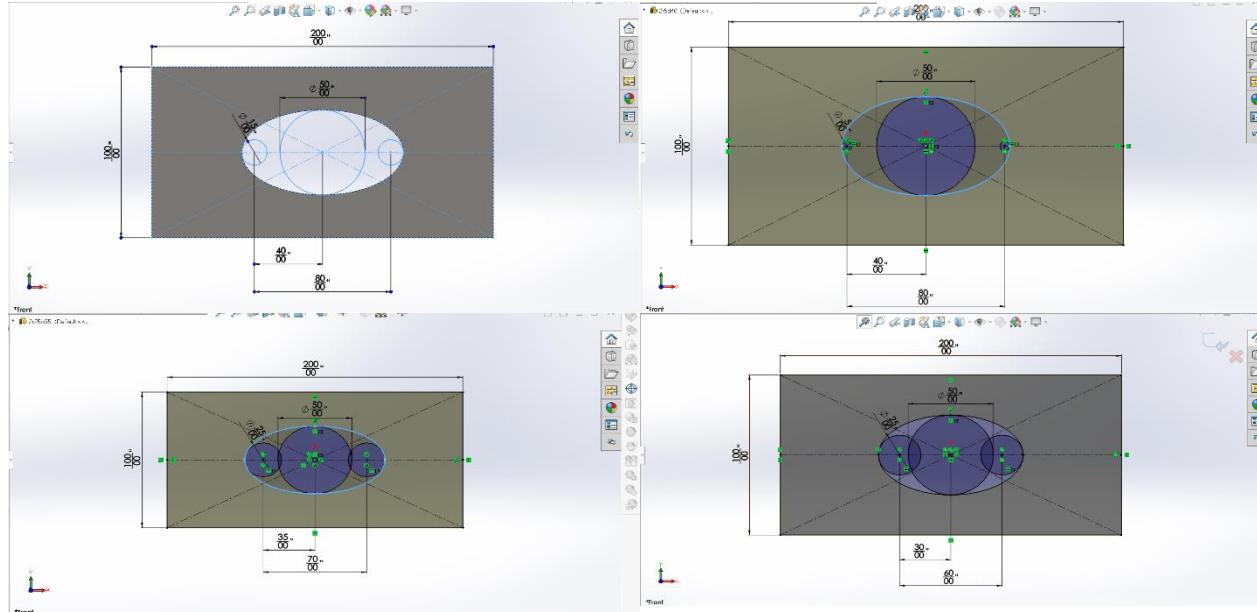
## بررسی ارتباط تفاضل مساحت دایره‌ها با بیضی به ابعاد مشابه ضریب تمرکز

### تنش بهینه

باید به این موضوع اشاره کرد که در ابتدا این طور به نظر می‌رسد که هرچه شکل به بیضی نزدیک‌تر باشد و تفاضل مساح آن‌ها کمتر باشد ضریب تمرکز تنش کمتر است در حالی که حقیقت بر خلاف تصور است . به جدول زیر نگاه کنید .

قطعه	$A_c(\text{mm}^2)$	$A_e(\text{mm}^2)$	Delta A	انسیس	سالیدورکز	آبکوس	$k_n$
d25D30	17267/38	16601/17	616/21	4/8294	4/772	4/605	2/3025
d25D35	17097/94	16267/78	830/16	4/7397	4/867	4/502	2/251
d25D40	17054/76	15873/43	1181/33	4/224	4/300	4/172	2/086
d0D40	17997/23	16601/17	1346/6	4/2527	4/381	4/219	2/1090
d15D40	17683/08	16267/78	1410/3	4/243	4/356	4/194	2/097

کمترین تمرکز تنش برای قطعه  $d25D40$  است در حالی که کمترین میزان انحراف مساحت مربوط به قطعه  $d25D30$  است .



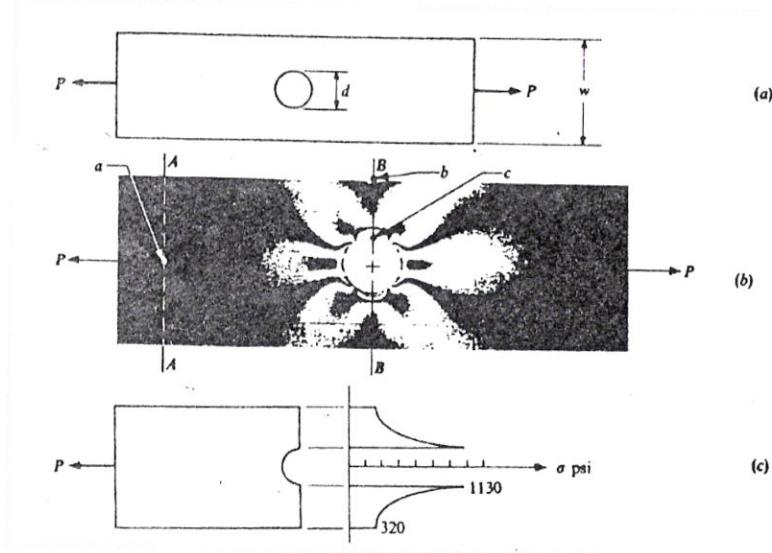
## روش های کاهش ضریب تمرکز تنش:

در قسمت فصل اول و دوم گفتیم که وقتی تغییر ناگهانی در مقطع اتفاق می افتد، توزیع تنش یکنواخت نخواهد بود. یک مثال معمول از تمرکز تنش، ورقی است که تحت بار کششی قرار گرفته و در وسط سوراخی داشته باشد. تحلیل تئوری این مسئله خارج از بحث ماست، و در اینجا با استفاده از روش فوتوالاستیسیته نمونه ای را ذکر می کنیم. برای قطعه ای به ابعاد  $t=5/16\text{cm}$  ،  $W=15/4\text{cm}$  ،  $d=5/4\text{cm}$  ، وقتی تحت بار کششی  $p=300\text{N}$  ، قرار می گیرد، فرنچ های حاصل از روش فوتوالاستیسیته در شکل (۲۲) نشان داده شده است. در منطقه A-A، رفتار یکنواخت است، و حال آنکه در B-B غیر یکنواخت می باشد. با استفاده از تحلیل فوتوالاستیسیته در نقاط a, b و c تنش ها به صورت زیر به دست می آیند.

$$\text{منطقه A-A} \quad \sigma_a = 2/56\text{Mpa}$$

$$\text{منطقه B-B} \quad \sigma_b = 2/56\text{Mpa} \quad \sigma_c = 9/04\text{Mpa}$$

این توزیع تنش در شکل (C) رسم شده است. شکل (۱۱):



شکل ۲۲ : نمونه مثال فوتوفالاستیسیته

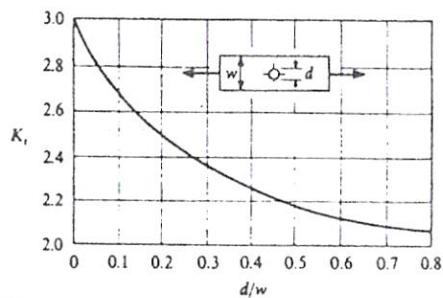
تحلیل تئوری حالت های دیگر نیز خارج از بحث ماست، ولی در بسیاری موارد می توان به تحلیل تئوری و یا تجربی دست یافت. نتایج معمولاً به صورت گرافیک داده شده اند و در آنها از «ضریب تمرکز تنش»،  $k_t$ ، که به صورت زیر تعریف می شود، استفاده شده است.

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$$

در این رابطه  $\sigma_{nom}$ ، تنش اسمی، تنش به دست آمده از روابط ساده مقاومت مصالح است. معمولاً برای به دست آوردن تنش اسمی سطح خالص مقطع به کار می رود. مثلاً در مقطع B-B مثال قبل تنش اسمی برابر  $3/86 \text{ MPa}$  می شود، و در نتیجه ضریب تمرکز تنش برابر خواهد شد با:

$$k_t = \frac{9/0.4 \times 10^6}{3/86 \times 10^6} = 2/75$$

ضریب تمرکز تنش برای ورق سوراخ دار تحت کشش، بستگی به نسبت  $d/w$  دارد. شکل (۱۲) وابستگی ضریب تمرکز تنش به شکل هندسی جسم را به دست می دهد. شکل (۱۲):

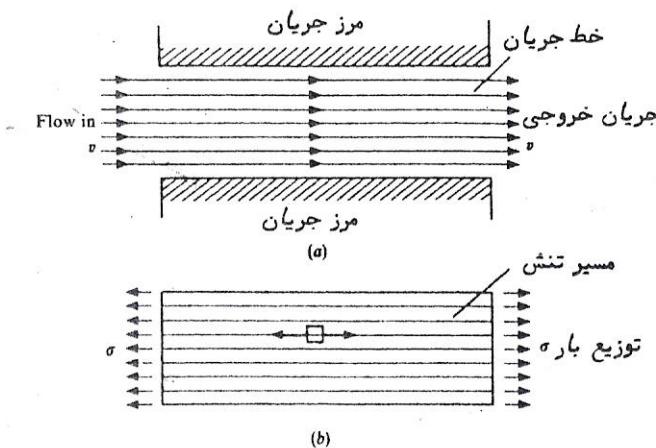


منحنی های دیگری برای شکل های مختلف هندسی و نحوه های مختلف بارگذاری در دسترس است در پیوست تعدادی از این منحنی ها ارائه شده است.

اگر قطعه ای از جنس نرم باشد و تحت بار استاتیکی و تدریجی قرار گیرد، ضریب تمرکز تنش به ندرت در طراحی به کار می رود، چون منطقه تحت تمرکز تنش معمولاً کوچک است و از تغییر مکان دائمی آن می توان صرف نظر کرد. اگر تسلیم اتفاق افتد، توزیع تنش به سمت یکنواخت شدن میل می کند. در منطقه ای که تسلیم اتفاق می افتد، خطر شکست برای جسم نرم وجود ندارد، ولی اگر امکان شکست ترد وجود داشته باشد، باید ضریب تمرکز تنش را منظور نمود. باید توجه داشت که در برخی موارد برای اجسام نرم، شکست نوع ترد پیش خواهد آمد. از جمله این موارد می توان، بارهای نوسانی، بارهای ناگهانی و بارگذاری در درجات حرارت پائین را نام برد.

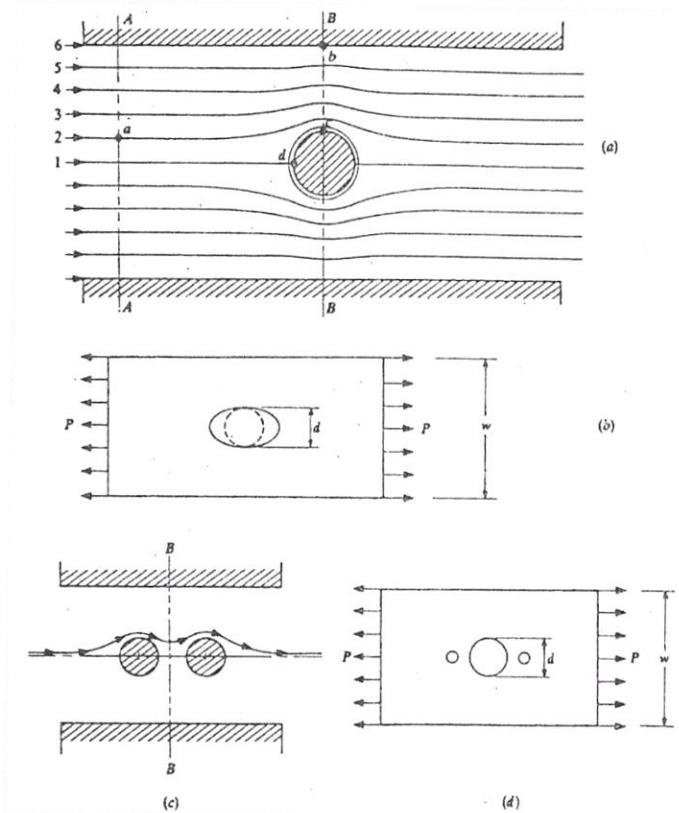
ضریب تمرکز تنش معمولاً به صورت تجربی و آزمایشی به دست می آید. روش متداول برای این منظور روش فوتوالاستیسیته است. به هر حال روش های دیگر مثل روش «تشابه جریان» می تواند به طراح برای کم کردن ضریب تمرکز تنش کمک نماید. برای مثال نحوه استفاده از این روش در زیر توضیح داده می شود.

تشابهی بین سرعت جریان یک مایع ایده آل و جریان تنش در یک جسم با همان شکل وجود دارد. مثلاً برای جریان یکنواخت مایع در یک کانال طبق شکل (۱۳)، سرعت مایع در همه جا ثابت و یکنواخت است. مشابه آن، تنش ها در یک ورق تحت بار یکنواخت، ثابت و یکنواخت خواهد بود. توجه داشته باشید که  $\sigma$  مشابه  $V$  و مرزهای کانال مشابه مرزهای قطعه تحت بار است. شکل (۱۳):



شکل ۲۳ : مسیرهای تنش

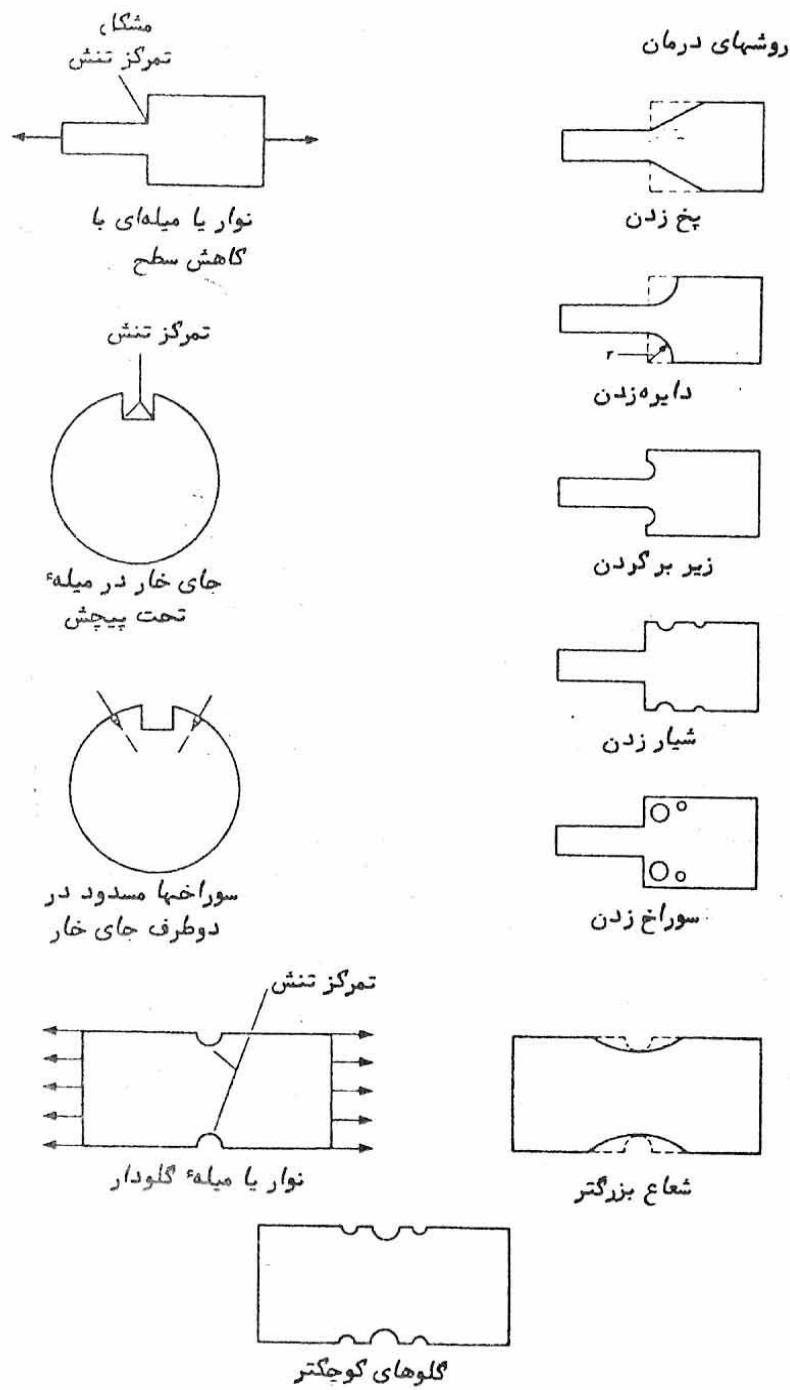
حال اگر بخواهیم برای ورق با سوراخ، تحت بار محوری، حالت مشابه ایجاد کنیم، کافی است در مرکز کanal یک استوانه توپر، شکل (۱۴)، قرار دهیم. در امتداد مقطع A-A جریان ثابت و یکنواخت است، ولی وقتی ذرات هر مسیر جریان به مقطع B-B نزدیک می شوند، مسیر آنها با توجه با مانع قرار داده شده عوض می شود. بیشترین تغییرات برای ذرات مسیر ۱ اتفاق می افتد. مایع در نقطه C، بیشترین سرعت را دارد، و از نظر تئوری سرعت آنی مایع در نقطه d عمود بر مسیر جریان است. در ورق تحت کشش، به طور مشابه بیشترین تنش برای نقطه C اتفاق افتاده و در d تنش فشاری و عمود بر مسیر بارگذاری خواهد بود.



شکل ۱۴

از این تشابه می‌توان برای کم کردن ضریب تمرکز کمک گرفت. یک روش کم کردن ضریب تمرکز این است که سوراخ را بیضی شکل بسازیم، شکل (۱۴ b). این عمل انتقال سرعت در B-B را بهبود خواهد بخشید، ولی ساخت سوراخ بیضوی شکل زیاد عملی نیست. روش دیگر این است که در همان مسیر سوراخ اول، سوراخ دیگری به فاصله کمی از آن ایجاد کنیم، شکل (۱۴ c). سوراخ دوم باعث تغییر تمرکز تنفس خواهد شد. روش دیگر اضافه کردن دو سوراخ کوچک در دو طرف سوراخ اولی است، شکل (۱۴ d). این حالت رفتاری مشابه سوراخ بیضی خواهد داشت. شکل (۱۴) :

مثال های دیگری برای حالت هایی که تمرکز تنفس وجود دارد، و روش های تعدیل آنها در شکل (۱۵) داده شده است. توجه داشته باشید که در هر موردی کم کردن ضریب تمرکز با برداشتن جسم امکان پذیر است.



شکل ۲۵: روش‌ها کاشه‌ده ضریب تمرکز تنفس

## تعدادی از خواص فولادها

Material	Temperature in Degree	Youngs-modulus in N/mm²	Poisson- ratio	Density
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	20.	20.....	,3	7,98
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	100.	194....	,3	7,98
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	200.	187....	,3	7,98
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	300.	179....	,3	7,98
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	400.	172....	,3	7,98
1,4571 X 7 CrNiMoTi 1V 22 DIN 17458	500.	160....	,3	7,98
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	20.	207....	,3	7,8
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	0.	207....	,3	7,8
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	100.	197....	,3	7,8
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	200.	19....	,3	7,8
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	20.	187....	,3	7,8
Niedrig leg. Stahl / Low alloy steel	300.	181....	,3	7,8
St 37	20.	21....	,3	7,8
St 52	20.	21....	,3	7,8
St 0.	20.	21....	,3	7,8
St 02	20.	21....	,3	7,8
St 1.	20.	21....	,3	7,8
St V.	20.	21....	,3	7,8
0. Cr Mo 4	20.	21....	,3	7,8
Y. Mn Cr 0	20.	21....	,3	7,8
Aluminium	20.	70....	,3	2,7
Aluminium	0.	79....	,3	2,7
Aluminium	100.	68....	,3	2,7
Aluminium	100.	66....	,3	2,7

Aluminium	2..	73...	.,3	V,V
Aluminium	20.	5V...	.,3	V,V
Al Cu Mg	2.	72...	.,3	V,V
SF-Cu	-203	12A...	.,3	A,92
SF-Cu	-190	127...	.,3	A,92
SF-Cu	-1..	122...	.,3	A,92
SF-Cu	2.	12A...	.,3	A,92
SF-Cu	0.	12V...	.,3	A,92
SF-Cu	1..	120...	.,3	A,92
SF-Cu	10.	12Y...	.,3	A,92
SF-Cu	2..	12....	.,3	A,92
SF-Cu	20.	11A...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	-190	1..A...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	-1..	1..7...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	2.	1..0...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	0.	1.....	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	1..	93...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	10.	91...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	2..	89...	.,3	A,92
CuZn $\zeta$ · /				
CuZn $\gamma\delta$ Pb·,0	20.	83...	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	2.	11....	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	0.	11....	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	1..	1..A...	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	10.	1..V...	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	2..	1..7...	.,3	A,92
CuZn $\gamma$ ·Al2	20.	1..0...	.,3	A,92
GG 12	2.	V0...	.,3	V,V
GG 14	2.	V....	.,3	V,V
GG 18	2.	1.....	.,3	V,V
GG 22	2.	12....	.,3	V,V
GG 26	2.	12....	.,3	V,V
GG 3.	2.	12....	.,3	V,V
GTW 30	2.	1V....	.,3	V,V
GTS 30	2.	1V....	.,3	V,V

## فهرست اشکال جداول و تصاویر

..... ۳	..... شکل ۱: ماده‌ای با شکست مضاعف در روش فتوالاستیسیته
..... ۴	..... شکل ۲: گراف نویر برای سوراخ
..... ۴	..... شکل ۳: مثال برای فتوالاستیسیته
..... ۵	..... شکل ۴: شماتیم دیاگرام کارکردی فتوالاستیسیته
..... ۶	..... شکل ۵: کرنش سنج
..... ۶	..... شکل ۶: جدول مقدار تمرکز تنش به نسبت شیار به قطر
..... ۸	..... شکل ۷: توضیع تنش برشی در محور تو خالی
..... ۱۰	..... شکل ۸: نمونه‌ای از تقسیم‌بندی محدوده یک مسئله مرتبط با سد در یک نرم‌افزار
..... ۱۲	..... شکل ۹: توزیع تنش در نزدیکی انتهای میله‌ای با سطح مقطع مستطیلی شکل در حین اعمال بار تمرکز P بر روی ناحیه کوچکی از میله.
..... ۱۳	..... شکل ۱۰: اعمال نیروی کششی به یک میله دارای حفره
..... ۱۴	..... شکل ۱۱: توزیع تنش در سطح مقطع میله‌ای با یک حفره دایره‌ای در مرکز آن
..... ۱۵	..... شکل ۱۲: ضریب تمرکز تنش K برای میله‌های تخت با حفره‌های دایره‌ای
..... ۱۶	..... شکل ۱۳: ضریب تمرکز تنش K برای میله‌های تخت دارای ماهیچه. منحنی خط چین برای ماهیچه‌ای با انحنای کامل (یک چهارم دایره) کامل است.
..... ۱۶	..... شکل ۱۴: ضریب تمرکز تنش K برای میله‌های دور دارای ماهیچه. منحنی خط چین برای ماهیچه‌ای با انحنای کامل (یک چهارم دایره) است.
..... ۱۷	..... شکل ۱۵: سوراخ کوچک در ورقه‌ی بزرگ
..... ۱۹	..... شکل ۱۶: دیاگرام نیور
..... ۲۳	..... شکل ۱۷: مثالی برای مش بندی مواد چند بخشی
..... ۲۴	..... شکل ۱۸: رنگ هر یک از نواحی، بیانگر چگالی شار مغناطیسی است. با توجه به مقیاس‌های مشخص شده در راهنمای قرمز بیشترین دامنه مغناطیسی را نشان می‌دهد و ناجیه داخلی استوانه، کمترین مقدار دامنه (آبی تیره به همراه خطوط شار با فاصله زیاد) را دارد. این مسئله، عملکر
..... ۲۸	..... شکل ۱۹: تصویر مش بندی دهانه توول در یک نرم‌افزار مبتنی بر روش تفاضل محدود (مانهای چهارضلعی).
..... ۳۰	..... شکل ۲۰: نحوه تغییر شکل یک ماشین در حین تصادف
..... ۳۱	..... شکل ۲۱: مدل المان محدود که یک مفصل زانوی انسان

..... ۳۳	..... تصویر ۱: یک تصویر مدل سازی شده در نرم‌افزار آباکوس
..... ۳۳	..... تصویر ۲: تصویری از محیط رسم در آباکوس
..... ۳۴	..... تصویر ۳: تصویری از پنجه انتخاب مشخصات اولیه‌ی قطعه
..... ۳۵	..... تصویر ۴: تصویری از اسکلت قطعه
..... ۳۶	..... تصویر ۵: تصاویری از پنجره‌های تعریف خاصیت‌های ماده
..... ۳۷	..... تصویر ۶: نمایی که پس طی کردن مراحل فوق باید به آن برسیم
..... ۳۸	..... تصویر ۷: تصویری از هنگام امپورت کردن
..... ۳۹	..... تصویر ۸: برای انتخاب تحلیل از نوع استانیکی باید گزینه استانیک جنرال را انتخاب کرد
..... ۴۰	..... تصویر ۹: تعداد انکریمت‌ها را به ۰/۰۵ کاهش می‌دهیم این مقدار تجربی است
..... ۴۰	..... تصویر ۱۰: گزینه نگیزوم را روشن کرده تا اثرات غیر خطی را در نظر بگیرد تا دقت حل افزایش یابد
..... ۴۱	..... تصویر ۱۱: کرده موارد مورد نظر برای گزارش‌گیری را انتخاب کرده برای مثال تنش، کنش و سرعت‌ها و شتاب جابه‌جایی

تصویر ۱۲ : هیستوری اوت پوت را کاملا غیر فعال کرده این گزینه برای بارگذاری به صورت خستگی مناسب است و در	
اینجا چون بارگذاری ثابت است فقط حجم کار را زیاد می کند.	۴۱
تصویر ۱۳ : بارگذاری معادل ۳۶-مگاپاسکال بر روی ضلع گوشهای انجام می دهیم	۴۲
تصویر ۱۴ : نحوه مقید کردن	۴۲
تصویر ۱۵ : محیط مازول مش	۴۴
تصویر ۱۶ : تصویر از محیط پارتبیشن	۴۵
تصویر ۱۷ : بخش های کناری را مش استراکچر ال می زنیم	۴۵
تصویر ۱۸ : پنجره مش کنترل	۴۶
تصویر ۱۹ : دستور سید ادج	۴۶
تصویر ۲۰ : پنجره تعریف جاب	۴۷
تصویر ۲۱ : پنجره جاب منیجر	۴۸
تصویر ۲۲ : پنجره جاب کنترل	۴۸
تصویر ۲۳ : قطعه ۲,۱۰۹-d۰D۴۰-k=۲,۰۹۷	۵۰
تصویر ۲۴ : قطعه ۲,۰۹۷-d۱۰D۴۰-k=۲,۰۹۷	۵۰
تصویر ۲۵ : قطعه ۲,۰۲۰-d۲۰D۳۰-k=۲,۰۲۰	۵۱
تصویر ۲۶ : مش ۲۵۱-d۲۵d۳۵-k=۲,۰۲۵	۵۱
تصویر ۲۷ : مش ۰,۸۶-d۲۵D۴۰-k=۰,۸۶	۵۲
تصویر ۲۸ : محیط و رکبنچ	۵۴
تصویر ۲۹ : وارد شدن به محیط مکانیکال	۵۵
تصویر ۳۰ : محیط مکانیکال	۵۵
تصویر ۳۱ : مش زنی	۵۶
تصویر ۳۲ : تصویر از مش فری خود نرم افزار	۵۶
تصویر ۳۳ : بهبود المان ها	۵۷
تصویر ۳۴ : حتی با غیر کرسور مش کیفیت مش مناسب نمی باشد بنابراین می بایست ریفاینمت انجام داد	۵۷
تصویر ۳۵ : ریفاینمت	۵۸
تصویر ۳۶ : با گرفتن دکمه کنترل از کیبرد و انتخاب سطح داخلی سوراخ ها اصلاحیه مش را اعمال می کنیم	۵۸
تصویر ۳۷ : تایید نهایی ریفاینمت	۵۸
تصویر ۳۸ : دوباره مش می زنیم	۵۹
تصویر ۳۹ : شکل نهایی	۵۹
تصویر ۴۰ : محیط مدل تعريف شرایط آنالیز	۶۰
تصویر ۴۱ : اختصاص ماده به قطعه	۶۰
تصویر ۴۲ : مراحل تعريف بارگذاری	۶۱
تصویر ۴۳ : تعریف تکیهگاه	۶۱
تصویر ۴۴ : انتخاب خروجی نرم افزار	۶۲
تصویر ۴۵ : نمایی از حلگر انسپس	۶۲
تصویر ۴۶ : نمونه نتیجه	۶۳
تصویر ۴۷ : d۱۰D۴۰-k=۲,۱۲۶	۶۴
تصویر ۴۸ : d۱۰D۴۰-k=۲,۱۲۱۸	۶۴
تصویر ۴۹ : d۲۰D۳۰-k=۲,۴۱۴	۶۵
تصویر ۵۰ : d۲۰D۳۵-k=۲,۳۶۹	۶۵
تصویر ۵۱ : d۲۰D۴۰-k=۲,۱۱۲	۶۶
تصویر ۵۲ : مدل کردن	۶۸
تصویر ۵۳ : اکسترود	۶۸
تصویر ۵۴ : مراحل تعريف آنالیز	۶۹
تصویر ۵۵ : تعريف ماده	۷۰
تصویر ۵۶ : پنجره انتخاب ماده	۷۰

۷۱	تصویر ۵۷ : مشخص کردن تکیهگاه
۷۲	تصویر ۵۸ : تعری بارگذاری
۷۳	تصویر ۵۹ : مش بندی و آنالیز
۷۳	تصویر ۶۰ : تنظیمات مش
۷۴	تصویر ۶۱ : قطه مش خورده
۷۴	تصویر ۶۲ : شروع آنالیز
۷۴	تصویر ۶۳ : مثالی از آنالیز
۷۵	تصویر ۶۴ : $d_{50D40-k}=2,175$
۷۵	تصویر ۶۵ : $d_{10D40-k}=2,1095$
۷۶	تصویر ۶۶ : $d_{20D30-k}=2,3845$
۷۶	تصویر ۶۷ : $d_{20D35-k}=2,433$
۷۷	تصویر ۶۸ : $d_{20D40-k}=2,10208$

## منابع

- Barry J. Goodno, James M. Gere.(۲۰۰۶) .
- Dieter, G.E., Mechanical Metallurgy .(۱۹۸۶) .McGraw-Hil.
- Lekkerkerker, J. G., 1964, Stress concentration around circular holes in cylindrical shells, Proc. 11th International Congress on Applied Mechanics, Springer-Verlag, Berlin, p. 283.
- Leven, M. M., 1938, 1952, unpublished data obtained at Carnegie Institute of Technology and Westinghouse Research Laboratories.
- Leven, M. M., 1955, Quantitative three-dimensional photoelasticity, Proc. SESA, Vol. 12, p. 157.
- Leven, M. M., 1963, Effective elastic constants in plane stressed perforated plates of low ligament efficiency, Res. Rep. 63-917-520-R1, Westinghouse Research Laboratories, Pittsburgh, PA.
- Paloto, J. C., Santos, R. D., and Dom'inguez, P., 2003, Stress concentration factors for a circular hole in curved beams under bending loads, Strain, Vol. 39, p. 27.
- Papirno, R., 1962, Stress concentrations in tensile strips with central notches of varying end radii, J. R. Aeronaut. Soc., Vol. 66, p. 323.
- Paris, P. C., and Sih, G. C., 1965, Stress analysis of cracks, ASTM Spec. Tech. Publ., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, p. 34.

مقاومت مصالح پیشرفت و تئوری الاستیسیته / تالیف دکتر محمود شاکری / دانشگاه صنعتی امیر کبیر

مقاومت مصالح پیشرفت و تحلیل تجربی تنش / تالیف دکتر محمود شاکری .

رفتار مکانیکی مواد / تدوین دکتر عبد الکربل سجادی / استادیار دانشگاه فردوسی

مقدمه ای بر روش اجزای محدود / تالیف دکتر سید امیر الدین صدر نژاد / دانشیار دانشگاه صنعتی خواجه نصیر

. طوسی