下半身ジャンケン

1 はじめに

1-1 ルール

2 人プレイ専用のジャンケン
初期状態では「グー」「チョキ」「パー」「下半身」の 4 種類が出せる
https://shindanmaker.com/888760

・下半身はグーとパーに勝つことができるが、チョキには負ける
・負けた場合、下半身を取られてしまい、次回以降の勝負では出す事ができなくなる
（その後相手の下半身を奪っても、出す事はできない）

・複数回じゃんけんを繰り返し、最終的な勝数が多いプレイヤーの勝ち
（最終的な下半身の有無は関係ない）

自分の手/相手の手	グー	チョキ	パー	下半身
グー	△	○	×	×
チョキ	×	△	○	○
パー	○	×	△	×
下半身	○	×	○	△

2 最適戦略

ミニマックス法…相手が最善の戦略を取ったときの相手の利得を最小化する
状態の終わりから逆に考えていくことにする
[自分〇/相手〇]→[自分×/相手〇 または 自分〇/相手×]→[自分×/相手×]

次回の試合で下半身を持っている事の価値を a とすると、

1 試合における勝利を+1 点、敗北を−1 点とする。
じゃんけんの手の組み合わせによる、相手の利得を考える

(グー,チョキ,パー,下半身)を出す確率をそれぞれ(p,q,r,s)としたとき、
p+q+r+s=1 を満たす

1. 自分×/相手×（ただの普通のじゃんけん）
自明に(グー,チョキ,パー)=(1/3,1/3,1/3)が最適解

2. 自分〇/相手×

相手の手		相手の期待利得
グー	E1=	(q−r−s)−a
チョキ	E2=	(−p+r+s)−a(p+q+r)
パー	E3=	(p−q−s)−a

max(E1,E2,E3)を最小化するような(p,q,r,s)の組み合わせを考えればよい。

出す確率が正の手が 2 種類以下の場合は、相手の最適解にはならない(証明は省略)
出す確率が正の手は、期待利得が等しくなるため、**E1=E2=E3 が成立する。これを E とおいて、次の連立方程式を解く。**

```
(q-r-s)-a = E
(-p+r+s)-a(p+q+r) = E
(p-q-s)-a = E
p+q+r+s = 1
```

筆者は計算能力がないので、WolframAlpha に解いてもらいます…
https://www.wolframalpha.com/

a≠1 のとき、

```
p = (3a^2+3aE+4a+3E-1)/{3(a-1)}
q = (-2a-3E-1)/{3(a-1)}
r = (-3a^2-3aE-8a-9E-1)/{3(a-1)}
s = 3(a+E)/(a-1)
```

a=1 のとき、

```
p = 1
q = (1-p)/2
r = 1-2p
s = (3p-1)/2
E = -1
```

E は相手の期待利得であり、E を最小化するような(p,q,r,s)が求める自分の混合戦略である。
④式を E について解くと、E={−s(1−a)+3a}/3

0≦a<1 のとき、0≦p,q,r,s≦1 を満たす、最大の s を求めることになる

これを解くと、

```
p = 2(a+2)/{3(a+3)}
q =  (a+2)/{3(a+3)}
r =            0
s =       1/(a+3)
```

を得られ、期待利得 E = (−3a^2−8a−1)/{3(a+3)}< 0 となる。

3. 自分×/相手〇

自分は下半身が出せないので、s=0 となる。

相手の手		相手の期待利得
グー	E1=	(q−r) + a
チョキ	E2=	(−p+r) + a
パー	E3=	(p−q) + a
下半身	E4=	(p−q+r) + a(p+r)

前項より、相手はグー、チョキ、下半身の手を出すことがわかる
このとき E1=E2=E4 が成立する。これを E とおいて、次の連立方程式を解く。

```
(q-r) + a = E
(-p+r) + a = E
(p-q+r) + a(p+r) = E
p+q+r = 1
```

これを解くと、

```
p = 2(a+1)/{3(a+3)}
q = 4/{3(a+3)}
r = 1/3
```

が得られ、このときの相手の期待利得 E = (3a^2+8a+1)/{3(a+3)} > 0 となる。
(対称性より当たり前ですが)この期待利得は、自分〇/相手×のときの −1 倍となることがわかる。

a(0) = 0
a(n+1) = {3*a(n)^2+8*a(n)+1}/{3*a(n)+9}

残試合数 n	下半身所持による期待利得 a(n)
0	0.0000
1	0.1111
2	0.2063
3	0.2889
4	0.3609
5	0.4243
∞	1.0000

つまり、6 回勝負での 1 回戦では、下半身を奪うことに 0.4243 勝分の付加価値があるが、残り試合数が減るごとにその価値は薄れていく
お互いの下半身が奪われるまで行われるサドンデス戦(n→∞)のとき a=1 となる

4. 自分〇/相手〇（初期状態）

相手の手		相手の期待利得
グー	E1=	q−r−s
チョキ	E2=	−p+r+(a+1)s
パー	E3=	p−q−s
下半身	E4=	p−(a+1)q+r

・ゲームの対称性より、出す手の期待利得は 0 になる
また、相手が出さない手の期待利得は 0 未満となる(あえて不利になる手は出さない)

戦略	a の範囲
全ての手を出す	a = 1
グーのみ出さない	解なし
チョキのみ出さない	解なし
パーのみ出さない	0 ≦ a < 1
下半身のみ出さない	a > 1

（ア）0≦a<1 のとき：パーのみ出さない

```
p = (a+1)/(a+3)
q = 1/(a+3)
r = 0
s = 1/(a+3)
```

（イ）a=1 のとき：全ての手を出す

```
p = (1+2s)/3
q = (1-s)/3
r = (1-4s)/s
(0≦s≦1/4 で自由に変化させることができる)
```

（ウ）a＞1 のとき：下半身のみ出さない

```
p = 1/3
q = 1/3
r = 0
s = 1/3
```

サドンデス戦(a=1)では、下半身の出す割合の異なる最適混合戦略が複数存在することになる
例えば、
・(グー,チョキ,パー,下半身)=(40%,30%,20%,10%) の露出控えめ戦略と
・(グー,チョキ,パー,下半身)=(50%,25%, 0%,25%) の露出狂戦略が互角に戦えることになる

また、以上の結果より、6 回勝負の場合の手の出し方の最適な混合戦略は以下の通りとなる。

・自分〇/相手〇 のとき

自分の手	グー	チョキ	下半身
1 回戦	41.59%	29.20%	29.20%
2 回戦	40.49%	29.75%	29.75%
3 回戦	39.19%	30.41%	30.41%
4 回戦	37.62%	31.19%	31.19%
5 回戦	35.71%	32.14%	32.14%
6 回戦	33.33%	33.33%	33.33%

・自分〇/相手× のとき

自分の手	グー	チョキ	下半身
1 回戦	47.20%	23.60%	29.20%
2 回戦	46.83%	23.42%	29.75%
3 回戦	46.40%	23.20%	30.41%
4 回戦	45.87%	22.94%	31.19%
5 回戦	45.24%	22.62%	32.14%
6 回戦	44.44%	22.22%	33.33%

・自分×／相手〇のとき

自分の手	グー	チョキ	下半身
1 回戦	27.73%	38.94%	33.33%
2 回戦	27.00%	39.67%	33.33%
3 回戦	26.13%	40.54%	33.33%
4 回戦	25.08%	41.58%	33.33%
5 回戦	23.81%	42.86%	33.33%
6 回戦	22.22%	44.44%	33.33%

・自分×／相手×のとき

自分の手	グー	チョキ	パー
1～6 回戦	33.33%	33.33%	33.33%

3 実装

[LIST1]～[LIST6]は、試合結果(「じゃんけんの手」と「勝敗判定」)が格納されている

・[LIST1]～[LIST4]は、試合で下半身が奪われなかった場合の試合結果
　下半身の有無によって出せる手の組み合わせが異なるので、4 通りに分けてリストを作成
・n 番目の要素に、n 回目の試合結果に対するリストが格納されている

リスト名	リストの説明
[LIST1]	自分:〇/相手:〇
[LIST2]	自分:〇/相手:×
[LIST3]	自分:×/相手:〇
[LIST4]	自分:×/相手:×

・[LIST5]～[LIST6]は、試合で下半身が奪われた場合の試合結果
　チョキ−下半身か、下半身−チョキの 2 通りのみ

リスト名	リストの説明	演出
[LIST5]	**自分**が**相手**の下半身を奪取	★ちんちんを奪った！
[LIST6]	**相手**が**自分**の下半身を奪取	★ちんちんを奪われた…

・[LIST7]は、6 試合分のリストを並べることで、状態遷移を表したもの
　例えば、2 回戦で相手の下半身を奪い、4 回戦で自分の下半身を奪われた場合

試合数	1 回戦	2 回戦	3 回戦
下半身の状態	自分:〇/相手:〇	下半身を奪った	自分:〇/相手:×
参照するリスト	[LIST1,**1**]	[LIST6]	[LIST3,**3**]

試合数	4 回戦	5 回戦	6 回戦
下半身の状態	下半身を奪われた	自分:×/相手:×	自分:×/相手:×
参照するリスト	[LIST5]	[LIST4,**5**]	[LIST4,**6**]

・[LIST8]～[LIST10]は、各種カウント

リスト名	リストの説明
[LIST8]	自分の勝利数
[LIST9]	自分の敗北数
[LIST10]	下半身の奪取があった回数

【抽選方法】

・最初に[LIST7]で、各試合での下半身の状態の遷移を抽選する

・次に[LIST7]から参照される[LIST1]～[LIST6]で、各試合でのジャンケンの手と勝敗判定を抽選する

結果表示例

```
下半身ジャンケン！
赤きち VS 不審者
1 回 〇 ✊ – ✌ ×
2 回 ×╰U╯ – ✌ 〇
★ちんちんを奪われた…
3 回 × ✋ – ✌ 〇
4 回 × ✊ – ╰U╯ 〇
5 回 × ✊ – ╰U╯ 〇
6 回 〇 ✊ – ✌ ×
You Lose…(2 勝 4 敗)
```

なお、下半身の奪取が 1 度も起きなかった場合、「★下半身の平和は守られた！」と表示される

4 いろいろな確率

★自分:〇/相手:〇のとき

イベント発生確率	下半身を奪う	下半身を奪われる	変化なし
1 回戦	8.53%	8.53%	82.94%
2 回戦	8.85%	8.85%	82.29%
3 回戦	9.25%	9.25%	81.51%
4 回戦	9.73%	9.73%	80.55%
5 回戦	10.33%	10.33%	79.34%
6 回戦	11.11%	11.11%	77.78%

★自分:〇/相手:×のとき（自分:×/相手:〇のとき）

イベント発生確率	下半身を奪う （下半身を奪われる）	変化なし
2 回戦	11.80%	85.19%
3 回戦	12.33%	86.22%
4 回戦	12.97%	87.03%
5 回戦	13.78%	87.67%
6 回戦	14.81%	88.20%

各試合終了時の下半身の状態の確率

各状態の確率	自分:〇/相手:〇	自分:〇/相手:×	自分:×/相手:〇	自分:×/相手:×
1 回戦終了時	82.94%	8.53%	8.53%	0.00%
2 回戦終了時	68.26%	14.86%	14.86%	2.01%
3 回戦終了時	55.64%	19.34%	19.34%	5.68%
4 回戦終了時	44.81%	22.25%	22.25%	10.70%
5 回戦終了時	35.55%	23.81%	23.81%	16.82%
6 回戦終了時	27.65%	24.23%	24.23%	23.88%

4-2 下半身を先取する事で、<勝敗数が同じときに>どれだけ試合が有利になるのか？（計算中）

先取した回数	勝利率	引分率	敗北率
2 回戦			
3 回戦			
4 回戦			
5 回戦	45.68%	19.75%	34.57%