2020 年下学期其中考试评分细则

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

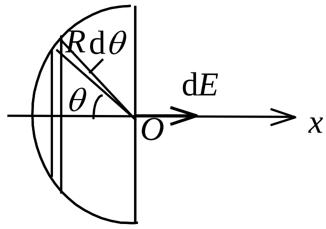
1、C　2、B　3、A　4、A　5、B　6、B　7、D　8、D　9、C　10、C

二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1、$\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$　　2、$\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\Delta S$　　3、$\frac{3\varepsilon_0\varepsilon_r S}{(2\varepsilon_r+1)d}$　　4、$\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$　　5、$\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{a+2l}{a}$

6、$\frac{\mu_0 ih}{2\pi R}$　　7、$\frac{\mu_0\omega q}{2\pi R}$　　8、BIa　　9、$\frac{\mu_0 Il}{\pi}\ln 3$　　10、$\frac{eB}{m}\sqrt{R^2+\frac{h^2}{4\pi^2}}$

三、计算题（每题 10 分，共 40 分）



1．解：选取坐标轴 Ox 沿半球面的对称轴，如图所示。把半球面分成许多微小宽度的环带，每一环带之面积：

$$\mathrm{d}S = 2\pi R\sin\theta\, R\,\mathrm{d}\theta = 2\pi R^2\sin\theta\, d\theta$$

小环带上带电荷：

$$\mathrm{d}q = \sigma\,\mathrm{d}S = 2\pi\sigma R^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

（3 分）

该电荷元在 O 点产生的场强：

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}qR\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2\pi\sigma R^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta}{R^2}\cos\theta$$

$$= \left(\sigma\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta\right)/\left(2\varepsilon_0\right)$$

（3 分）

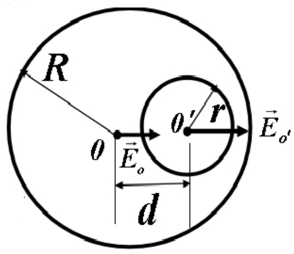
O 点处的总场强：

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\,\mathrm{d}\left(\sin\theta\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

（3 分）

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\vec{i}$$

($\vec{i}$ 为沿 x 轴正方向的单位矢量)　（1 分）



2. 解：整个有空腔带电体可以看成半径为 R 的均匀带正电荷（体密度为 ρ ）的无空腔大球体及半径为 r 的均匀带负电荷（体密度为 $-\rho$ ）的小球体叠加而成（带负电荷的球体球心在 o' ），用补偿法求解，

（1）大球体在 O 点产生的场强为零

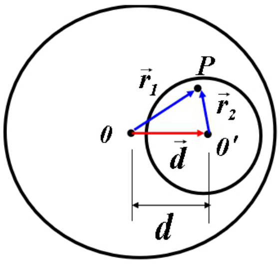
小球体在 O 点产生场强方向为 OO'，由高斯定理有

$$\oint\!\!\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{\varepsilon_0}，\text{即大小为 } E_O = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{\rho r^3}{3\varepsilon_0 d^2}$$

（4 分）

（2）设 P 为空腔内任一点，令 $o\vec{p}=\vec{r}_1$，$o'\vec{p}=\vec{r}_2$，$o\vec{o}'=\vec{d}$，则 $\vec{r}_1-\vec{r}_2=\vec{d}$

对无空腔均匀带电体球，由高斯定理



$$\oiint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{\varepsilon_0}$$ 得 $\vec{E}_1=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_1$（2 分）

同理可得均匀带电负球体 $\vec{E}_2=-\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_2$（2 分）

P 点 $\vec{E}$ 由叠加原理得 $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{d}$ （2 分）

3. 解：各载流直导线在 O 点产生磁场方向均垂直纸面，设 $B_0=B_1+B_2+B_\Delta$，

O 点到直导线 1 距离为 $$r_1=\frac{\sqrt{3}}{2}L\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}L$$

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_1}=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi L}$$，方向垂直纸面向里 (2 分）

O 点到直导线 2 距离为 $$r_2=\frac{\sqrt{3}}{2}L\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}L$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_2}(\cos150°-\cos180°)=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi L}(2-\sqrt{3})$$，方向垂直纸面向里 (3 分）

三角形 ab 边在 O 点产生磁场垂直纸面向外，ac、bc 边产生磁场垂直纸面向里，O 点到各边距离均为 $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}L\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}L$，$r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}L\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}L$，$I'=2I''$ 即有

$$B_\Delta=B_{bc}+B_{ca}-B_{ab}=2\times\frac{\mu_0 I''}{4\pi r}(\cos30°-\cos150°)-\frac{\mu_0 I'}{4\pi r}(\cos30°-\cos150°)=0$$

(4 分）

$$B=B_1+B_2+B_\Delta==\frac{(3\sqrt{3}-3)\mu_0 I}{4\pi L}$$，方向垂直纸面向里 (1 分）

4. 解：（1）电流分布具有轴对称性，均匀各向同性磁介质也具有轴对称性，所以，空间磁场分布具有轴对称性。

以轴到场点的距离为半径，以轴线上一点为圆心。做垂直于轴过场点的圆环为闭合回路，绕向与 I 成右手系，则：$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot 2\pi r = \sum I$ (2 分）

$r < R$ $\quad \Sigma I = \frac{I}{\pi R^2}\cdot \pi r^2 = \frac{Ir^2}{R^2}$ $\quad \therefore\ H\cdot 2\pi r = Ir^2/R^2$

则：$H = \frac{Ir}{2\pi R^2}$ $\quad B = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$ (2 分）

$R < r < R+d$ $\quad \Sigma I = I$ $\quad \therefore\ H = \frac{I}{2\pi r}$

注意到，该处为磁介质，$\therefore$ $\quad B = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}$ (2 分）

$r > R+d$ $\quad \Sigma I = I$ $\quad \therefore\ H = \frac{I}{2\pi r}$

此处为真空 $\quad \therefore\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (2 分）

（2）$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_S$ $\quad \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_S}{2\pi r}$ $\quad I_S = (\mu_r - 1)I$ $\quad \alpha_S = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi \mathrm{R}}$ (2 分）