

$\underline{\textbf{TELECOMMUNICATION}}$

Etude des chaines de transmission en bande de base $\mbox{Première Ann\'ee, D\'epartement SN}$



Issam HABIBI Younes SAOUDI

2019 - 2020

Contents

1	Première chaine à étudier : "chaine de référence"		•
	1.1 Etude théorique		
	1.2 Implantation sous Matlab		
2	Deuxième chaîne à étudier : impact du choix du filtre de réception		•
	2.1 Etude théorique		
	2.2 Implantation sous Matlab		
3	Troisième chaine à étudier : impact du choix du filtre de mise en for	me et d'un	canal
	de propagation à bande limitée		1
	3.1 Etude théorique		1
	3.2 Implantation sous Matlab		
4	Quatrième chaine à étudier :		20
	4.1 Etude théorique		20
	4.2 Implantation sous Matlab		
5	Code Source		20
	5.1 1ère Chaîne		20
	5.2 2ème Chaîne		
	5.3 3ème Chaîne		
	5.4 4ème Chaîne		

Première chaine à étudier : "chaine de référence"

1.1 Etude théorique

Question 1 : Calculer la densité spectrale de puissance (DSP) du signal transmis. Quelle est, en théorie, la bande nécessaire 'a la transmission d'un tel signal ?

En utilisant la formule générale de la DSP du signal transmis:

$$S_x(f) = \frac{{\sigma_a}^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2\frac{{\sigma_a}^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{n=1}^{\infty} Re[R_a(k) \exp(j2\pi f k T_s)] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k |H(\frac{k}{T_s}|)^2 \delta(f - \frac{k}{T_s})$$

Selon l'énonce , les a_k sont des variables aléatoires discrètes équiprobables donc $m_a = E[a_k] = 0$. D'autre part :

$$\sigma_a^2 = E[|a_k - m_a|^2] = E[|a_k|^2] = 1$$

$$R_a = \frac{E[a_m^* - |m_a|^2}{\sigma_a^2} = 0 \text{ si } k \neq 0$$

Il vient que : $S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2$

D'où finalement :
$$S_x(f) = \frac{1}{T_s} |T_s sinc(\pi f T_s)|^2 = T_s sinc(\pi f T_s)^2$$

En théorie , la bande nécessaire pour transmettre ce signal est infinie mais on a B proportionnelle avec T_s , on pourra l'estimer avec des outils de calcule numérique des intégrales.

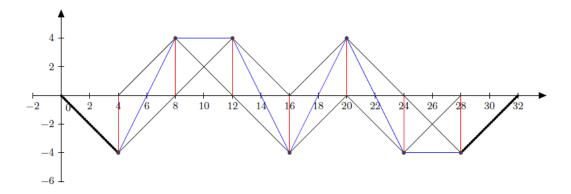
Question 2 : La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist? Justifiez votre réponse

On pose $g(t) = h(t) * h_r(t)$, pour $t_0 = T_s$ on remarque selon la figure 2 que :

$$\begin{cases} g(t_0) \neq 0 \\ g(t_0 + pT_s) = 0 \text{ pour tout } p \in \mathbb{Z}^* \end{cases}$$

donc le critère de Nyquist est vérifié par la chaîne de communication.

Question 3: Sans bruit, tracer le signal z(t) en sortie du filtre de réception hr(t) pour la suite de bits émise suivante : 0110100. Retrouve-t-on sur ce signal le fait que la chaîne de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ?



Sachant que le signal à la sortie du filtre de réception s'écrit sous la forme :

$$z(t) = \sum_k a_k g(t-kT_s)$$
 où $g(t) = h(t) * h_r(t)$

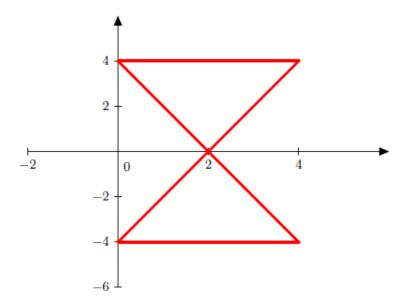
Si on échantillone le signal de sortie avec $t=mT_s+t_0$ on obtient :

$$z(mT_s + t_0) = \sum_k a_k g((m - k)T_s + t_0) = a_m g(t_0) + \sum_k a_k g((m - k)T_s + t_0)$$

annuler le terme d'interférence revient à dire : $\overline{\sum_{k \neq m} a_k g((m-k)T_s + t_0) = 0 }$

donc le critère de Nyquist est respecté.

Question 4 : Toujours sans bruit, tracer le diagramme de l'oeil avec une base de temps de Ts. Retrouvet-on sur le diagramme de l'oeil le fait que la chaine de transmission puisse respecter le crit'ere de Nyquist ?



à l'instant $t_0 = Ts = 4s$ On a deux valeurs possibles sur le diagramme de l'oeil, donc la chaine de transimission respecte le critère le Nyquist.

Question 5: En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux (sans ISI), calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'éantillonnage (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception).

On note P_s la puissance du signal, P_b la puissance du bruit et SNR le rapport signal sur bruit . On a la formule suivante : $SNR = \frac{P_s}{P_b}$

Or,
$$P_s = \int_{\mathbf{R}} S_x(f) df = E[|x(t)|^2] = E[|a_m T_s|^2] = E[|a_m|^2] E[|T_s|^2] = T_s^2$$

Comme hypothèse, la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré . En appliquant la relation de Wiener-Lee on obtient :

$$P_b = \int_{\mathbf{R}} S_w(f) df = \int_{\mathbf{R}} S_n(f) |H_r(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(f)|^2 df$$

Par l'inégalité de Parseval : $P_b=\frac{N_0}{2}\int_{\bf R}|H_r(t)|^2dt=\frac{N_0}{2}\int_0^{T_s}dt=\frac{N_0T_s}{2}$

Finalement:

$$SNR = \frac{2T_s}{N_0}$$

Question 6 : On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.

Selon l'énoncé $a_k \in -1, 1$, et on a montré dans la question 3 que $z_m = a_m g(t_0) + w_n$.

Or, w_n suit la loi normale $N(0, \sigma^2)$ donc z_m suit la loi normale $N(a_m g(t_0), \sigma^2)$.

A $t_0 + mT_s$ le symbole décidé vérifier la relation $\hat{a_m} = argmax_{a_m}P(\hat{a_m}/z_m)$

D'autre part , la règle de décision MAP :

$$\begin{cases} z_m \ge 0 \text{ et } \hat{a_m} = 1\\ z_m < 0 \text{ et } \hat{a_m} = -1 \end{cases}$$

Donc le seuil optimal à utiliser est 0.

Question 7: En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ , σ^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.

$$TES = \sum_{a_k} P(\hat{a_k} \neq a_k)$$

$$= P(a_k = -1)P(\hat{a_k} = 1/a_k = -1) + P(a_k = 1)P(\hat{a_k} = -1/a_k = 1)$$

$$= \frac{1}{2}P(w_n - g(t_0) \ge 0) + \frac{1}{2}P(w_n + g(t_0) < 0)$$

$$= P(\frac{w_n}{\sigma} \ge \frac{g(t_0)}{\sigma})$$

$$= Q(\frac{g(t_0)}{\sigma} = Q(\frac{T_s}{\sigma})$$

Sachant que $TEB = \frac{TES}{log_2(2)}$

On a :
$$TEB = Q(\frac{T_s}{\sigma})$$

Question 8: Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ^2 en fonction de N_0 et de T_s .

Avec les mêmes hypothèses que les questions précédentes et l'égalité de Parseval :

$$P_b = \int_{\mathbf{R}} S_w(f) df = \int_{\mathbf{R}} S_n(f) |H_r(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(f)|^2 df$$

$$P_b = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \int_0^{T_s} dt = \boxed{\frac{N_0 T_s}{2}}$$

Question 9 : Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s , en fonction de T_s .

$$E_s = \int_{\mathbf{R}} |a_k h(t - kT_s)|^2 dt = \int_{\mathbf{R}} h(t - kT_s)^2$$

$$\operatorname{donc} \boxed{E_s = Ts}$$

Question 10 : Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour la chaîne étudiée.

On est arrivé dans la question 7 à l'expression $TEB=Q(\frac{T_s}{\sigma})$ où $\sigma=\sqrt{\frac{N_0T_s}{2}}$

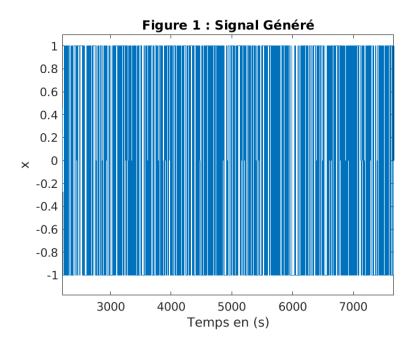
En binaire , Es = Eb donc :

$$TEB = Q(\frac{T_s}{\sqrt{\frac{N_0T_s}{2}}}) = Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}})$$

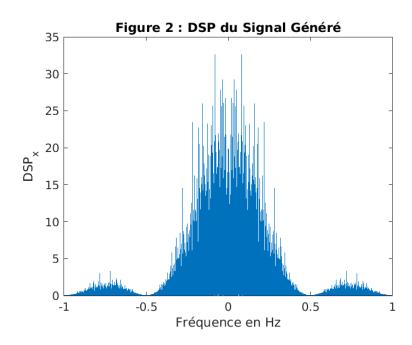
Finalement :
$$TEB = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}})$$

1.2 Implantation sous Matlab

1. Génération de l'information binaire à transmettre avec un MAPPING binaire à moyenne nulle et un filtre de MEF rectangulaire (période Ts)



2. La densité spectrale du signal généré à la forme d'un sinus cardinal levé au carré (cf. Etude Théorique)

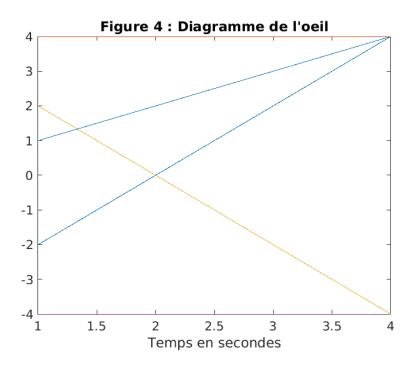


3. Le signal en sortie du filtre de réception (Produit de convolution donné par une fenêtre triangulaire; cf. Etude Théorique)

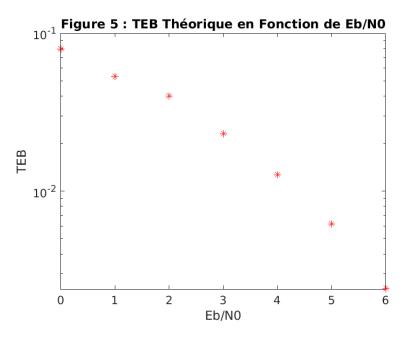
Figure 3 : Signal en Sortie du Filtre de Réception

4
3
2
1
> 0
-1
-2
-3
-4
3000 4000 5000 6000 7000 8000
Temps en (s)

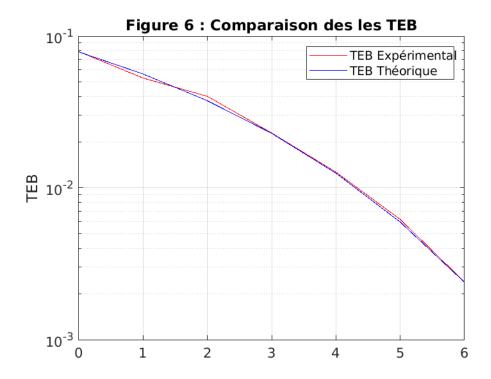
4. Le diagramme de l'oeil montre que l'instant optimale d'échantillonnage est Ts ce qui a été confirmé dans l'étude théorique.



5. Ajout d'un bruit Gaussien au signal généré et visualisation du TEB théorique



6. Comparaison des TEB théorique et expérimental



Deuxième chaîne à étudier : impact du choix du filtre de réception

2.1 Etude théorique

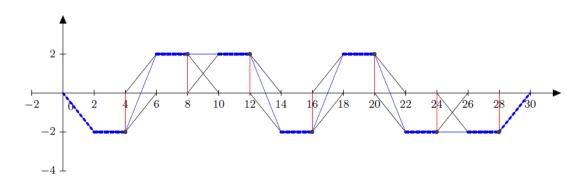
Question 1 : La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse?

On pose $g(t) = h(t) * h_r(t)$, pour $t_0 \in [\frac{T_s}{2}, T_s]$ on remarque selon la figure 4 que :

$$\begin{cases} g(\mathbf{t}_0) \neq 0 \\ g(\mathbf{t}_0 + pT_s) = 0 \text{ pour tout } \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^* \end{cases}$$

D'où le critère de Nyquist est respecté .

Question 2: Sans bruit, tracer le signal z(t) en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la suite de bits émise suivante : 0110100. Retrouve-t-on sur ce signal le fait que la chaîne de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ? Expliquez votre réponse.



Pour $T_s = 4s$ sur la figure et sachant que le signal à la sortie du filtre de réception s'écrit sous la forme :

$$z(t) = \sum_k a_k g(t-kT_s)$$
 où $g(t) = h(t) * h_r(t)$

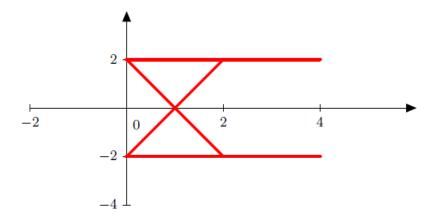
Si on échantillonne le signal de sortie avec $t=mT_s+t_0$ on obtient :

$$z(mT_s + t_0) = \sum_k a_k g((m-k)T_s + t_0) = a_m g(t_0) + \sum_k a_k g((m-k)T_s + t_0)$$

annuler le terme d'interférence revient à dire : $\sum_{k \neq m} a_k g((m-k)T_s + t_0) = 0$

D'où le critère de Nyquist est respecté.

Question 3: Toujours sans bruit, tracer le diagramme de l'oeil avec une base de temps de T_s . Retrouvet-on sur le diagramme de l'oeil le fait que la chaîne de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.



Le critère de Nyquist est vérifié , il suffit de prendre l'instant t_0 où deux valeurs sont possibles.

Question 4: En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux (sans ISI), calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'échantillonnage (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception). Comparer le rapport signal sur bruit obtenu ici avec celui obtenu dans la chaîne de référence. Que peut-on supposer sur la comparaison des TEBs des deux chaînes de transmission ?

Le rapport signal sur bruit vérifier la relation $SNR = \frac{P_s}{P_b}$ où P_s est la puissance du signal et P_b est la puissance du bruit.

Or,
$$P_s = \int_{\mathbf{R}} S_x(f) df = E[|x(t)|^2] = E[|a_m \frac{T_s}{2}|^2] = E[|a_m|^2] E[\frac{T_s^2}{4}]$$

d'où:

$$P_s = \frac{T_s^2}{4}$$

Par hypothèses de la question et la relation de Wiener-Lee:

$$P_b=\int_{\mathbf{R}}S_w(f)df=\int_{\mathbf{R}}S_n(f)|H_r(f)|^2df=\frac{N_0}{2}\int_{\mathbf{R}}|H_r(f)|^2df$$

Par l'égalité de Parseval :

$$P_b = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \int_0^{\frac{T_s}{2}} dt$$

donc:

$$P_b = \frac{N_0 T_s}{4}$$

Finalement:

$$SNR = \frac{T_s}{N_0}$$

Question 5: On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.

A $t_0 + mT_s$ le symbole décidé vérifier la relation $\hat{a_m} = argmax_{a_m}P(\hat{a_m}/z_m)$

D'autre part , la règle de décision MAP :

$$\begin{cases} \mathbf{z}_m \geq 0 \text{ et } \hat{a_m} = 1 \\ \mathbf{z}_m < 0 \text{ et } \hat{a_m} = -1 \end{cases}$$
 Donc le seuil optimal à utiliser est 0 .

Question 6 : En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ , σ^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.

$$TES = \sum_{a_k} P(\hat{a_k} \neq a_k)$$

$$= P(a_k = -1)P(\hat{a_k} = 1/a_k = -1) + P(a_k = 1)P(\hat{a_k} = -1/a_k = 1)$$

$$= \frac{1}{2}P(w_n - g(t_0) \ge 0) + \frac{1}{2}P(w_n + g(t_0) < 0)$$

$$=P(\frac{w_n}{\sigma}\geq \frac{g(t_0)}{\sigma})$$

$$=Q(\frac{g(t_0)}{5}=Q(\frac{T_s}{25})$$

 $=Q(\frac{g(t_0)}{\sigma}=Q(\frac{T_s}{2\sigma})$ Sachant que $TEB=\frac{TES}{log_2(2)}$

On a :
$$TEB = Q(\frac{T_s}{2\sigma})$$

Question 7 : Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ^2 en fonction de N_0 et de T_s .

Par hypothèses de la question 4 et la relation de Wiener-Lee:

$$P_b = \int_{\mathbf{R}} S_w(f) df = \int_{\mathbf{R}} S_n(f) |H_r(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(f)|^2 df$$

Par l'égalité de Parseval :

$$P_b = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \int_0^{\frac{T_s}{2}} dt$$

donc:

$$P_b = \frac{N_0 T_s}{4}$$

Question 8 : Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s , en fonction de T_s .

$$E_s = \int_{\mathbf{R}} |a_k h(t - kT_s)|^2 dt = \int_{\mathbf{R}} h(t - kT_s)^2 dt = T_s$$

En binaire on a $E_s=E_b$

Question 9 : Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire en fonction de E_b/N_0 pour la chaîne étudiée.

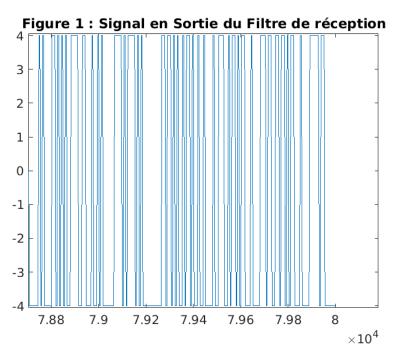
D'après la question 7 :
$$TEB = Q(\frac{T_s}{2\sigma})$$
 où $\sigma = \sqrt{\frac{N_0 T_s}{4}}$

Comme
$$E_s=E_b$$
 on conclut que $TEB=Q(\frac{T_s}{2\sqrt{\frac{N_0T_s}{4}}})=Q(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}})$

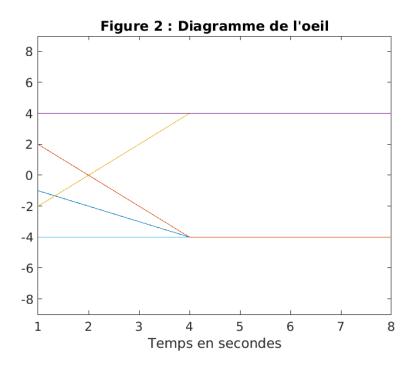
Finalement :
$$\boxed{\text{TEB=Q}(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}})}$$

2.2 Implantation sous Matlab

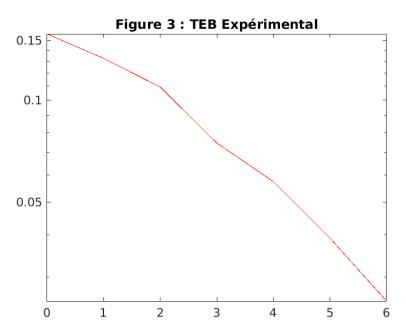
1. Génération de l'information binaire à transmettre avec un MAPPING binaire à moyenne nulle et un filtre de MEF rectangulaire (période Ts en sortie du filtre de réception)



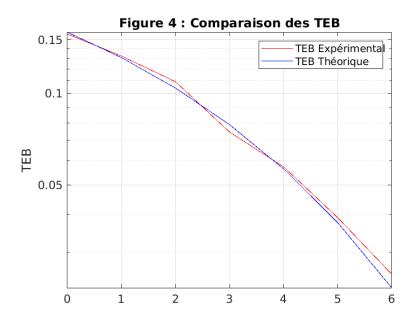
2. Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception



3. Ajout du bruit blanc Gaussien de même DSP quelque soit la fréquence et visualisation du TEB estimé



4. Comparaison des TEB théorique et expérimental.



Troisième chaine à étudier : impact du choix du filtre de mise en forme et d'un canal de propagation à bande limitée

3.1 Etude théorique

Question 1 : La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.

Dans le domaine fréquentiel , le critère de Nyquist est traduit par :

$$\sum_{k} G^{t_0}(f - \frac{k}{T_s}) = cste$$

où
$$G^{t_0}(f) = TF(g(t+t_0)g(t_0))$$

D'autre part, $G(f) + G(f - R_s) = cste$ car |G(f)| = 0 pour tout $|f| > R_s$

Pour $f = \frac{R_s}{2}$, le point de symétrie, on retrouve que $\sum_k G^{t_0}(f - \frac{k}{T_s}) = cste$. Donc le critère de Nyquist est vérifié

Question 2 : La chaîne de communication vérifie t-elle le critère de filtrage adapté ? Justifiez votre réponse.

on pose
$$g(t) = h(t) * h_r(t)$$

En passant à la transformée de Fourier: $G(f) = H(f).H_r(f)$

puisque les deux filtres de mise en forme et de réception sont identiques, on peut dire que $H(f) = H_r(f)$

Il en découle que $|G(f)| = |H(f)|^2$ et d'où $|H(f)| = \sqrt{|G(f)|}$ et donc le critère de filtrage adapté est respecté.

Question 3 : Donner (sans le calculer) le taux d'erreur binaire théorique de la transmission, en justifiant votre choix de formule.

Puisque le filtre de réception est un filtre adapté , alors le TEB est minimal et il vérifier la relation $\boxed{\text{TEB=Q}(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}})}$

Question 4 : A quelle condition, sur le rythme symbole Rs, pourrait-on transmettre le signal généré par le modulateur proposé dans un canal de transmission idéal de bande BW = 1500Hz, tout en continuant de respecter le critère de Nyquist ?

Il faut que le débit de symbole respecte le critère de Nyquist:

$$(1+\alpha)\frac{R_s}{2} \le BW ==> R_s \le \frac{2BW}{1+\alpha}$$

donc:
$$R_s = 2000bits/s$$

Question 5 : Afin d'implanter la chaîne de transmission en numérique, quelle est la fréquence d'échantillonnage minimum à utiliser ? En déduire le facteur de suréchantillonnage minimal à utiliser.

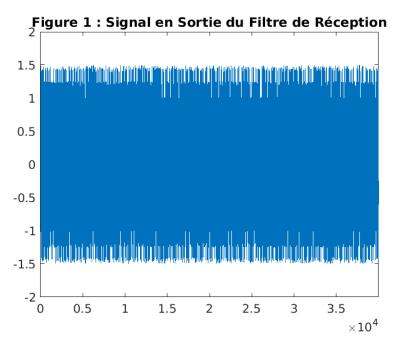
Pour $g(t) = h(t) * h_r(t)$ on obtient un cosinus surélevé de roll-off $\alpha = 0.5$ et $R_s = 1T$. Pour respecter le critère de Nyquist et obtenir un nombre entier d'échantillons , il faut :

$$F_e \ge (1+\alpha)R_s \text{ donc } \boxed{F_e = 2R_s}$$

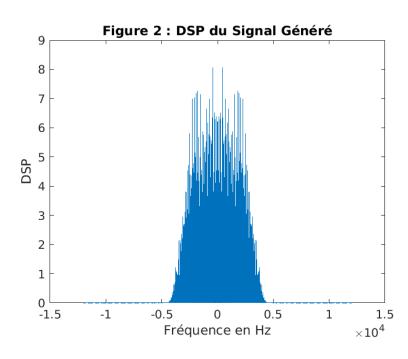
3.2 Implantation sous Matlab

1. Génération de l'information binaire à transmettre avec un MAPPING binaire à moyenne nulle et des réponses impulsionnelles des filtres de MEF et de réception en racine de cosinus surélevé de même roll-off $\alpha = 0.5$.

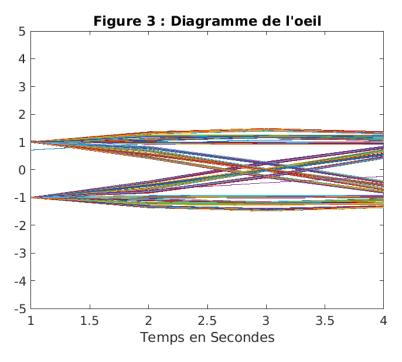
On respecte la condition de Shannon car on a Fmax = (1+alpha)*Rs/2 = 4500/2, donc Fe=12000> 2*Fmax



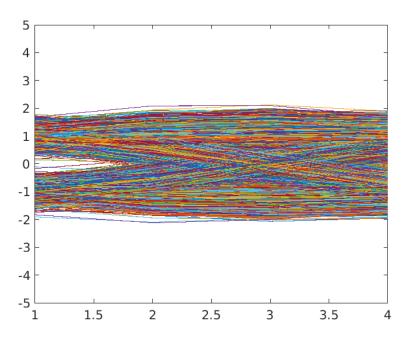
2. La densité spectrale du signal généré



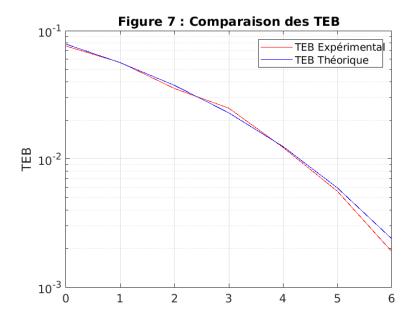
3. Diagramme de l'oeil sans bruit. Les instants optimaux d'échantillonnage et un détecteur à seuil optimal montrent que le TEB obtenu est bien nul (Chaîne de transmission idéale).



4. Ajout d'un bruit Gaussien au signal généré et visualisation du diagramme de l'oeil qui montre que le TEB est plus ou moins égale au TEB théorique.



5. Comparaison des TEB théorique et expérimental



Quatrième chaine à étudier :

4.1 Etude théorique

Question 1: Proposer un instant optimal t_0 pour démarrer l'échantillonnage en expliquant votre choix. On échantillonnera alors aux instants optimaux $t_0 + mT_s$, m = 0, 1, 2, ...

On est dans le même cas que pour la chaîne de référence car les deux filtres sont rectangulaires , donc on choisit $t_0=T_s$

Question 2 : En supposant que l'on utilise un détecteur à seuil pour prendre les décisions, quels sont les seuils optimaux à utiliser ? Justifiez votre réponse.

A $t_0 + mT_s$ le symbole décidé vérifier la relation $\hat{a_m} = argmax_{a_m}P(\hat{a_m}/z_m)$

D'autre part , la règle de décision MAP pour $a_k \in (+3, -3, +1, -1)$:

$$\begin{cases} \mathbf{z}_m \leq -2g(t_0) \text{ et } \hat{a_m} = -3 \\ -2\mathbf{g}(t_0) < z_m \leq 0 \text{ et } \hat{a_m} = -1 \\ 0 < \mathbf{z}_m \leq 2g(t_0) \text{ et } \hat{a_m} = +1 \\ \mathbf{z}_m \geq 2g(t_0) \text{ et } \hat{a_m} = +3 \end{cases}$$
 D'où en utilisera $-2Vg(t_0), 0$ et $2Vg(t_0)$ avec $V = 1$ et $g(t_0) = T_s$

Question 3: On suppose que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise un détecteur à seuil avec seuils optimaux. En utilisant le mapping suivant : 00 : 3, 01 : 1, 11 : +1, 10 : +3.

(a) : Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole 1 alors que l'on a émis 3.

$$\begin{split} &P(\hat{a_m} = -1/a_m = -3) = P(-2T_s < z_m \le 0/z_m = -3T_s + w_m) = P(-2T_s < -3T_s + w_m \le 0) \\ &= P(\frac{T_s}{\sigma} < \frac{w_m}{\sigma} < \frac{3T_s}{\sigma}) = P(\frac{w_m}{\sigma} > \frac{T_s}{\sigma}) - P(\frac{w_m}{\sigma} > \frac{3T_s}{\sigma}) \\ &= \boxed{Q(\frac{T_s}{\sigma}) - Q(\frac{3T_s}{\sigma})} \end{split}$$

(b): Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole +1 alors que l'on a émis 3.

$$P(\hat{a_m} = +1/a_m = -3) = P(0 < z_m \le 2T_s/z_m = -3T_s + w_m) = P(0 < -3T_s + w_m \le 2T_s) = P(3T_s < w_m \le 5T_s)$$

$$=P(\tfrac{3T_s}{\sigma}<\tfrac{w_m}{\sigma}<\tfrac{5T_s}{\sigma})=P(\tfrac{w_m}{\sigma}>\tfrac{3T_s}{\sigma})-P(\tfrac{w_m}{\sigma}>\tfrac{5T_s}{\sigma})$$

$$= Q(\frac{3T_s}{\sigma}) - Q(\frac{5T_s}{\sigma})$$

(c): Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole +3 alors que l'on a émis 3.

$$P(\hat{a_m} = +3/a_m = -3) = P(z_m \ge 2T_s/z_m = -3T_s + w_m) = P(-3T_s + w_m \ge 2T_s) = P(w_m \ge 5T_s) = P(\frac{w_m}{\sigma} \ge \frac{5T_s}{\sigma})$$

$$= Q(rac{5T_s}{\sigma})$$

(d): Application numérique.

$$\sigma^2 = P_b = \frac{N_0}{2} \int_{\mathbf{R}} |H_r(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \int_0^T {}_s dt = \frac{N_0 T_s}{2}$$

d'où
$$\sigma = \sqrt{\frac{N_0 T_s}{2}}$$
, et on a aussi $R_s = 2R_b$ donc $T_s = \frac{1}{2R_b}$

finalement : $P(\hat{a_m} = -1/a_m = -3) = 0.15$ et $P(\hat{a_m} = +1/a_m = -3) = 0.0013$ et $P(\hat{a_m} = +3/a_m = -3)$ est presque nulle .

(e) : La règle de codage choisie pour le mapping vous parait-elle intéressante ? Si oui, quel est son intérêt. ?.

Le codage de Gray est interessant car il nous permet de passer d'un symbole à un autre en changeant seulement un bit

(f): Sachant que le taux d'erreur symbole de la liaison est donné par :

 $TES = \frac{3}{2}Q(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}})$ Avec la règle de codage choisie pour le mapping donnez le taux d'erreur binaire (TEB) de la liaison, en expliquant votre réponse.

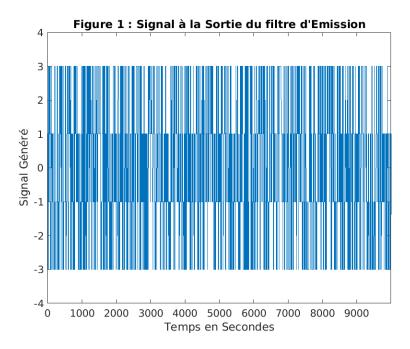
Le principe de Gray consiste à changer un seul bit entre deux niveaux consécutifs , donc les symboles adjacents ne diffèrent que d'un bit , donc une erreur sur un symbole entraı̂ne qu'un seul bit est erroné. donc $P_b = \frac{P_s}{n}$ où M = 2n.

Dans notre cas ,
$$M=4$$
 donc $P_b=\frac{P_s}{log_2(4)}$ donc $TEB=\frac{TES}{log_2(4)}$

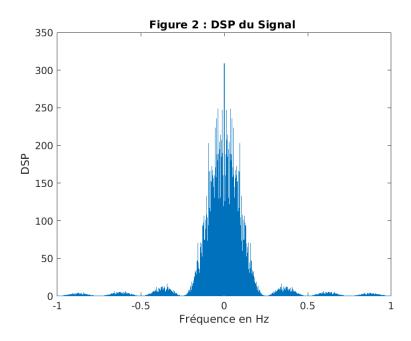
d'où
$$TEB = \frac{3}{4}Q(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}})$$

4.2 Implantation sous Matlab

1. Génération de l'information binaire à transmettre (bits a_k (-3, -1, 1, 3) équiprobables et indépendants), avec un MAPPING binaire à moyenne nulle ainsi un filtre de mise en forme rectangulaires de durée T_s :



2. Densité Spectrale de Puissance du signal généré



3. Une comparaison de l'efficacité spectrale de la chaîne étudiée avec celle de la chaîne de référence montre que la DSP de la chaîne de référence est plus efficace du fait que sa bande passante est plus petite.

ure 3 :Les DSP des signaux de la chaîne de référence et de la chaîne ac

DSP
DSP de la chaîne de référence

250

200

150

100

-1

-0.5

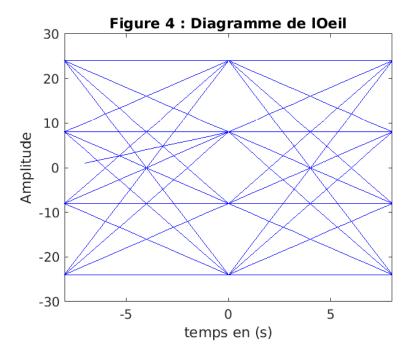
0

0.5

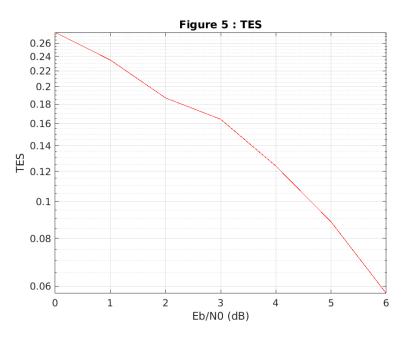
1

Fréquence Normalisée par rapport à Rs

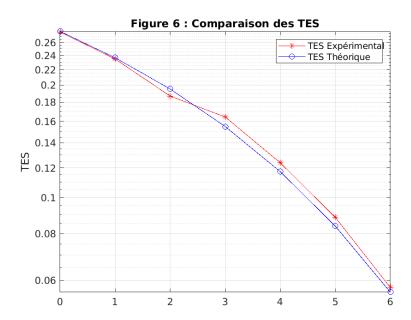
4. Diagramme de l'oeil



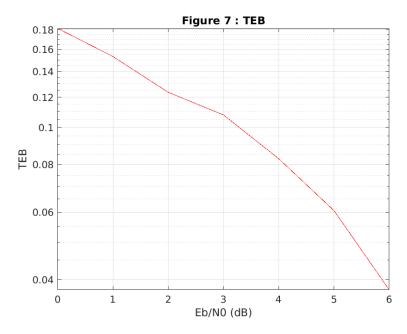
5. Ajout du bruit gaussien normale de DSP constante pour toutes les fréquences de la bande passante. Le TES est obtenu en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ en dB



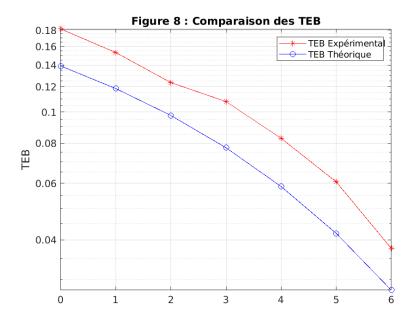
6. Une comparaison des TES montre qu'ils sont plus ou moins égaux:



7. Le TEB est obtenu en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ en dB



8. Une comparaison des TEB montre qu'ils sont plus ou moins égaux:



Code Source

5.1 1ère Chaîne

```
1 % ENSEEIHT - 1SN - T l communications
2 % Etudes de chaines de transmission en BdB
3 % Auteurs : Younes SAOUDI & Issam HABIBI
5 clear;
6 close all;
7 clc;
9 % I-Chaine de r f rence
10
11 %Les donn es
bits_nbr = 10000; %Nombre de bits g n r s
14 \text{ Ns} = 4;
                      %Condition de shannon Fe>=2.Fmax et Fmax = 4/Ts
15 Te = 1;
                      %Dur e d'echatillonnage
16 \text{ Fe} = 1;
                     % Fr quence d' chantillonnage
17
18 %1.
19
20 bits = randi([0,1], 1, bits_nbr);
                                                       %G n ration de l'information binaire
symboles = 2*bits - 1;
                                                      %Mapping binaire (moyenne nulle)
Diracs = kron(symboles, [1 zeros(1, Ns - 1)]); %G n ration de la suite de Diracs
     pond r s par les symboles
23 h = ones(1, Ns);
                                                      %R ponse impusionnelle du filtre de mise
       en forme
25 x = filter(h, 1, Diracs);
26 figure;
27 plot(x);
28 axis([0 bits_nbr - 1 -2 2]);
29 title('Figure 1 : Signal G n r ');
30 xlabel('Temps en (s)');
31 ylabel('x');
32
^{33} % Calcul de la DSP du signal g n r
DSP_x = (1 / length(x)) * abs(fft(x, 2 ^ nextpow2(length(x)))) .^ 2;
35
_{36} % Affichage de la DSP
37 figure;
plot(linspace(-Fe, Fe, length(DSP_x)), fftshift(DSP_x));
39 title('Figure 2 : DSP du Signal G n r ');
40 xlabel('Fr quence en Hz');
ylabel('DSP_x');
42
43 %2-a
44 %Filtrage de r ception
45 hr = fliplr(h);
```

```
46 y = filter(hr, 1, x);
47 figure;
48 plot(y);
49 axis([0 bits_nbr - 1 -5 5]);
50 title('Figure 3 : Signal en Sortie du Filtre de R ception');
s1 xlabel('Temps en (s)');
52 ylabel('y');
53
54 %2-b
55 % Diagramme de l'oeil
56 oeil = reshape(y, Ns, length(y)/Ns);
57 figure
58 plot(oeil);
59 title("Figure 4 : Diagramme de l'oeil");
xlabel('Temps en secondes');
62
63 %Question 2-c
64 %Calcul du TEB et du TES
signal_echanntillon = y(Ns:Ns:end);
symboles_decides = sign(signal_echanntillon);
68 %TEB et TES
TES1 = length(find(symboles_decides ~= symboles)) / length(symboles)
70 bits_deci = (1+symboles_decides)/2;
71 %Taux d'erreur binaire
72 TEB1 = length(find(bits_deci ~= bits))/length(bits)
73
74
75 %3
76 %Chaine avec bru t
F = mean(abs(x).^2);
                           %Puissance du signal
78 TEB = zeros(0, 6);
79
so for Eb_sur_N0_dB = 0 : 6
81
       sigma_n_carre = (F * Ns) / (2 * log2(2) * 10^(Eb_sur_N0_dB / 10));
82
83
       Bruit_gaussien = sqrt(sigma_n_carre) * randn(1, length(x));
       y2 = x + Bruit_gaussien;
84
85
       z2 = filter(hr, 1, y2); % Filtrage de r ception
86
87
       z_echant = z2(Ns : Ns : end); % Echantillonnage du signal
       symboles_decides = sign(z_echant); % Detecteur
89
                                                          seuil
       TES = length(find(symboles_decides ~= symboles) / length(symboles));
90
91
       bits_decides = (symboles_decides + 1) / 2; %Demapping
92
93
       TEB (Eb_sur_N0_dB + 1) = length(find(bits_decides ~= bits)) / length(bits);
94 end
96 figure;
97 semilogy(0 : 6, TEB, 'r*');
98 title('Figure 5 : TEB Th orique en Fonction de Eb/NO');
99 ylabel('TEB');
100 xlabel('Eb/N0');
101
102 %4-
103 %TEB Th orique et TEB Experimentale
104 figure;
105 semilogy([0 : 6], TEB, 'r-');
106 hold on;
107 semilogy([0 : 6], qfunc(sqrt((2 * 10 .^ ([0 : 6] / 10)))), 'b-');
108 grid
title('Figure 6 : Comparaison des les TEB');
110 legend('TEB Exp rimental', 'TEB Th orique')
```

ylabel('TEB');

5.2 2ème Chaîne

```
1 % ENSEEIHT - 1SN - T l communications
2 % Etudes de chaines de transmission en BdB
3 % Auteurs : Younes SAOUDI & Issam HABIBI
5 clear;
6 close all;
7 clc;
10 % II- Choix du Filtre de R ception
12 %Les donn es
13 bits_nbr = 10000;
                      %Nombre de bits g n r s
                       %Condition de shannon Fe>=2.Fmax et Fmax = 4/Ts
14 \text{ Ns} = 8;
15 Te = 1;
                       %Dur e d'echatillonnage
16 \text{ Fe} = 1;
                       % Fr quence d' chantillonnage
17
18 % 1.a-
19 bits = randi([0,1], 1, bits_nbr);
                                                         %G n ration de l'information binaire
20 symboles = 2*bits - 1;
                                                        %Mapping binaire (moyenne nulle)
21 Diracs = kron(symboles, [1 zeros(1, Ns - 1)]); %G n ration de la suite de Diracs
      pond r s par les symboles
                                                    %R ponse impusionnelle du filtre de mise en
22 h = ones(1, Ns);
       forme
24
x = filter(h,1,Diracs); %Filtrage de mise en forme
_{26} \text{ hr} = \text{ones}(1, \text{Ns} / 2) ;
                              %Filtrage de r ception
y = filter(hr, 1, x);
28 figure;
29 plot(y);
30 title('Figure 1 : Signal en Sortie du Filtre de r ception');
32 %1.b-
33 oeil = reshape(y, Ns, length(y)/Ns); %Diagramme de l'oeil
34 figure;
35 plot(oeil);
36 axis([1 Ns -Ns-1 Ns+1]);
37 title("Figure 2 : Diagramme de l'oeil");
xlabel('Temps en secondes');
39
40 %1.c-
signal_echantillone = y( 3 * Ns/4 : Ns : end );
42 symboles_decides = sign(signal_echantillone);
TES = length(find(symboles_decides ~= symboles))/length(symboles)
44 bits_decides = (1+symboles_decides)/2;
TEB = length(find(bits_decides ~= bits))/length(bits)
46
48 %2-
49 %Chaine avec bru t
TEB_Exp = zeros(1,7);
51
52 for i=0:6
     F1 = mean(abs(x).^2);
                                 %Puissance du signal modul
53
      sigma_n_carre1 = (F1 * Ns) / (2 * 10^(i/10));
54
      bruit1 = sqrt(sigma_n_carre1) * randn(1,length(x));
55
      z1 = x + bruit1;
56
      z2 = filter(hr, 1, z1);
57
      signal_echan2 = z2(3 * Ns/4 : Ns : end);
                                                   % chantillonnage
                                                                      en N s
58
      symboles_decides_2 = sign(signal_echan2);
59
bits_d2 = (symboles_decides_2 + 1) / 2;
```

```
TEB_1=length( find(bits_d2 ~= bits) );
TEB_Exp(1, i+1) = TEB_1 / length(bits);
63 end
64 figure;
65 semilogy([0:6], TEB_Exp,'r-');
66 title('Figure 3 : TEB Exp rimental');
67
68 %3-
69 %TEB Exp rimental et TEB Th orique
70 figure;
71 semilogy([0:6], TEB_Exp, 'r-');
hold on;
73 semilogy([0:6], qfunc( sqrt( 10.^ ([0:6]/10) ) ), 'b-');
75 grid
title('Figure 4 : Comparaison des TEB');
1 legend('TEB Exp rimental','TEB Th orique')
78 ylabel('TEB');
```

5.3 3ème Chaîne

```
1 % ENSEEIHT - 1SN - T l communications
2 % Etudes de chaines de transmission en BdB
3 % Auteurs : Younes SAOUDI & Issam HABIBI
5 clear;
6 close all;
7 clc;
10 %III - Choix du Filtre de MEF - Canal de Propagation
12
13 %Les donn es
14
bits_nbr = 10000; %Nombre de bits g n r s
                      %Condition de shannon Fe>=2.Fmax et Fmax = 4/Ts
16 \text{ Ns} = 4;
                          % Fr quence d' chantillonnage
_{17} Fe = 12000;
18 Te = 1/Fe;
                          %Dur e d'echatillonnage
19 Rythm = 3000;
                      %Rythm Symbol
20 alpha = 0.5;
                  % Roll-off
21 \text{ span} = 10;
22
23
24 %2-b
25 bits = randi([0,1], 1, bits_nbr);
                                                        %G n ration de l'information binaire
26 symboles = 2*bits - 1;
                                                       %Mapping binaire (moyenne nulle)
h = rcosdesign(alpha, span, Ns); %Fonction Cosinus Sur lev e
28 hr = fliplr(h);
delay = span * Ns/2;
30 g = conv(hr, h, 'same');
3.1
32 figure
33 plot(g);
34
35 Diracs = kron(symboles, [1 zeros(1, Ns - 1)]); %G n ration de la suite de Diracs
      pond r s par les symboles
36 x = filter(h, 1, [ Diracs zeros(1, delay) ]); %Filtrage de MEF
x = x(delay + 1 : end);
38
39 plot(x);
40 axis([0 length(x)-1 -2 2]);
42 y = filter(hr,1,[x zeros(1,delay)]); %Signal en Sortie du Filtre de R ception
y = y(delay + 1 : end);
44
45 figure
46 plot(y)
47 axis([0 length(y) - 1 -2 2]);
48 title('Figure 1 : Signal en Sortie du Filtre de R ception');
50 % Calcul de la DSP du signal
51 DSP_x = (1 / length(x)) * abs(fft(x, 2 ^ nextpow2(length(x)))) .^ 2;
52
53 figure;
54 plot(linspace(-Fe, Fe, length(DSP_x)), fftshift(DSP_x));
55 title('Figure 2 : DSP du Signal G n r ');
s6 xlabel('Fr quence en Hz');
57 ylabel('DSP');
59 %2.c-
60 oeil = reshape(y, Ns, length(y) / Ns); % Diagramme de l'oeil
61 figure
```

```
62 plot(oeil);
63 axis([1 Ns -Ns-1 (Ns + 1)]);
64 title("Figure 3 : Diagramme de l'oeil");
xlabel('Temps en Secondes');
67
68
69 %2.d-
70 %TEB
71 signal_echantillone = y( 1 : Ns : end);
72 symboles_decides = sign(signal_echantillone);
73 %Taux d'erreur symbole
74 TES_1 = length( find(symboles_decides ~= symboles) ) / length(symboles)
75 bits_decides = (1 + symboles_decides) / 2;
76 %Taux d'erreur binaire
77 TEB_1 = length( find(bits_decides ~= bits) ) / length(bits)
78
79
81 %3-
82 %Chaine avec bru t
83 F = mean(abs(x).^2); %Puisssance
84 Eb_sur_NO_db = 10; %Calcul de bruit
85 \text{ sigma_n_carre} = (F * Ns) / (2 * log2(2) * 10^(Eb_sur_N0_db/10));
86 bruit = sqrt(sigma_n_carre) * randn(1, length(x));
87 z = x + bruit; % Signal avec bru t
89 % Filtrage de R ception
90 z_1 = filter(hr, 1, [z zeros(1, delay)]);
z_1 = z_1(delay + 1 : end);
oeil_1 = reshape(z_1, Ns, length(z_1) / Ns);
93 figure;
94 plot(oeil_1);
95 axis([1 Ns -Ns-1 Ns+1]);
96 signal_echantillone_1 = z_1(1 : Ns : end);
98 %TES
symboles_decides_1 = sign(signal_echantillone_1);
100 TES2 = length( find(symboles_decides_1 ~= symboles) ) / length(symboles)
bits_decides_1 = (1 + symboles_decides_1) / 2;
102 %TEB
103 TEB2 = length( find(bits_decides_1 ~= bits) ) / length(bits)
105
106
107 %4-
108 %TEB Exp rimental et TEB Th orique
TEB = zeros(0, 6);
   for Eb_sur_N0_dB = 0 : 6
       sigma_n_carre = (F * Ns) / (2 * log2(2) * 10^(Eb_sur_N0_dB/10));
112
       bruit_gaussien = sqrt(sigma_n_carre) * randn(1, length(x));
114
       y_2 = x + bruit_gaussien;
115
116
       z_2 = filter(hr, 1, [y_2 zeros(1, delay)]); % Filtrage de R ception
       z_2 = z_2(delay + 1 : end);
       z_echantillonne = z_2(1: Ns : end);% Echantillonnage du signal
118
119
       symboles_decides = sign(z_echantillonne);
120
       TES = length( find(symboles_decides ~= symboles) ) / length(symboles);
121
       bits_decides = (symboles_decides + 1) / 2; %Demapping
       TEB(Eb_sur_NO_dB + 1) = length( find(bits_decides ~= bits) ) / length(bits);
123
124 end
125
126 figure;
```

```
semilogy(0 : 6, TEB, 'r-');
hold on
semilogy([0 : 6], qfunc(sqrt((2 * 10 .^ ([0 : 6] / 10)))),'b-');
grid
title('Figure 7 : Comparaison des TEB');
legend('TEB Exp rimental','TEB Th orique')
ylabel('TEB');
```

5.4 4ème Chaîne

```
1 % ENSEEIHT - 1SN - T l communications
2 % Etudes de chaines de transmission en BdB
3 % Auteurs : Younes SAOUDI & Issam HABIBI
5 clear;
6 close all;
7 clc;
10 %IV - Choix du MAPPING
12
13 %Les donn es
bits_nbr = 10000; %Nombre de bits g n r s
                      %Condition de shannon Fe>=2.Fmax et Fmax = 4/Ts
16 \text{ Ns} = 8;
17 \text{ Fe} = 1;
                      % Fr quence d' chantillonnage
18 Te = 1/Fe;
                        %Dur e d'echatillonnage
19
20 %1.a-
21 bits = randi([0,1], 1, bits_nbr);
                                                      %G n ration de l'information binaire
symboles = (2 * bi2de(reshape(bits, 2, length(bits) / 2).')-3).';
23 Diracs = kron(symboles, [1 zeros(1, Ns - 1)]); %G n ration de la suite de Diracs
      pond r s par les symboles
h = ones(1, Ns);
                                                 %R ponse impusionnelle du filtre de mise en
       forme
x = filter(h,1,Diracs); %Filtrage de mise en forme
26 figure
27 plot(x)
28 axis([0 bits_nbr - 1 -4 4]);
                            la Sortie du filtre d'Emission");
29 title("Figure 1 : Signal
xlabel('Temps en Secondes');
31 ylabel("Signal G n r ");
32
33 % Calcul de la DSP
34 DSP_x = (1 / length(x)) * abs(fft(x, 2 ^ nextpow2(length(x)))) .^ 2;
35 figure;
plot(linspace(-Fe, Fe, length(DSP_x)), fftshift(DSP_x));
37 title('Figure 2 : DSP du Signal ');
38 xlabel('Fr quence en Hz');
39 ylabel('DSP');
41 %1.b-
42 Ns_1 = 8;
43 h_1 = ones(1, Ns_1);
44 hr_1 = fliplr(h_1);
45 \text{ Fe}_1 = 1;
_{46} symboles_1 = 2*bits - 1;
48 x1 = filter(h_1, 1, Diracs_1);
49 % Calcul de la DSP
DSP_x = (1 / length(x)) * abs(fft(x, 2 ^ nextpow2(length(x)))) .^ 2;
51 figure:
52 plot(linspace(-Fe, Fe, length(DSP_x)), fftshift(DSP_x)); hold on;
53 %DSP de la Chane de R f rence
DSP_x1 = (1 / length(x1)) * abs(fft(x1, 2 ^ nextpow2(length(x1)))) .^ 2;
55 plot(linspace(-Fe, Fe, length(DSP_x1)), fftshift(DSP_x1));
56 ylabel('DSP');
57 xlabel('Fr quence Normalis e par rapport
18 legend('DSP', 'DSP de la cha ne de r f rence');
59 title('Figure 3 :Les DSP des signaux de la cha ne de r f rence et de la cha ne actuelle'
  );
```

```
60
61
62 %1-c-
63 %Filtrage de r ception
64 hr = fliplr(h);
65 y = filter(hr,1,x);
67 % Diagramme de l'oeil
68 oeil = eyediagram(y,2*Ns,2*Ns,Ns-1);
69 title('Figure 4 : Diagramme de 10eil');
70 xlabel('temps en (s)');
72
73 %1-d/
74
75 %TES & TEB
76
signal_echantillonne = y(Ns : Ns : end);
78 symboles_decides = zeros(1, length(signal_echantillonne));
79 for i=1:length(signal_echantillonne)
       if (signal_echantillonne(i) > 2*Ns)
81
           symboles_decides(i) = 3;
82
83
       elseif (signal_echantillonne(i) >= 0)
           symboles_decides(i) = 1;
84
       elseif (signal_echantillonne(i) < - 2*Ns)</pre>
85
           symboles_decides(i) = -3;
86
87
88
           symboles_decides(i) = -1;
89
90 end
91 %TES
92 bits_decides = reshape(de2bi((symboles_decides + 3)/2).',1,length(bits));
93 %TEB
94 TEB1 = length(find(bits_decides ~= bits))/length(bits)
96
97 %2.
98 %Implantation de la chaine avec bruit
99 TES_b = zeros(1,7);
100 TEB_bruit = zeros(1,7);
   for i = 0:6
102
       sigma_n_carre = mean(x.^2) * Ns / (4 *10^(i/10));
       Bruit = sqrt(sigma_n_carre) * randn(1, length(x));
104
       signal_bruite = x + Bruit;
       y_b = filter(hr, 1, signal_bruite);
106
107
       y_echantillone = y_b(Ns : Ns : end);
       symboles_decides = zeros(1, length(y_echantillone));
108
       for j=1:length(y_echantillone)
           if (y_echantillone(j) > 2*Ns)
112
                symboles_decides(j) = 3;
           elseif (y_echantillone(j) >= 0)
114
                symboles_decides(j) = 1;
           elseif (y_echantillone(j) < -2*Ns)</pre>
               symboles_decides(j) = -3;
116
117
118
                symboles_decides(j) = -1;
           \verb"end"
119
       end
120
       %TES
       err = length(find(symboles ~= symboles_decides));
       TES_b(i+1) = err/length(symboles);
124
       %TEB
```

```
bits_decides = reshape(de2bi((symboles_decides + 3)/2)',1,length(bits));
125
126
       TEB_b(i+1) = length(find(bits ~= bits_decides))/length(bits);
127 end
128
129 % TES en fonction de Eb/NO
130 figure
131 semilogy([0:6], TES_b, 'r-');
132 grid;
title("Figure 5 : TES");
xlabel('Eb/N0 (dB)');
135 ylabel('TES');
136
137
138 %3.
139 %TES Exp rimental et TES Th orique
140 figure
141 semilogy([0:6], TES_b, 'r-*');
142 hold on
TES_theorique = (3/2) *qfunc(sqrt((4/5)*10.^([0:6]/10)));
semilogy([0 : 6], TES_theorique,'b-o');
title('Figure 6 : Comparaison des TES');
legend('TES Exp rimental', 'TES Th orique')
ylabel('TES');
149
150
151 %4.
152 % TEB
153 figure
154 semilogy([0:6], TEB_b, 'r-');
grid;
title('Figure 7 : TEB');
157 xlabel('Eb/NO (dB)');
158 ylabel('TEB');
159
160 %5.
161 %Comparaison des TEB
162 figure
semilogy([0:6], TEB_b, 'r-*');
164 hold on
TEB_theorique = (3/4)*qfunc( sqrt( (4/5) * 10.^([0:6]/10)) );
semilogy([0 : 6], TEB_theorique,'b-o');
title('Figure 8 : Comparaison des TEB');
legend('TEB Exp rimental','TEB Th orique')
170 ylabel('TEB');
```