

Final Appendix



[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 18 [5.60점]

1. 실수 x 에 대한 조건

$$p : |x - n| \geq \frac{k}{5}$$

에 대하여 조건 $\sim p$ 의 진리집합에 포함되는 모든 자연수의 합이 15일 때, 자연수 n, k 의 순서쌍 (n, k) 의 개수는?

- ① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

[출처]

일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 8 [4.10점]

2. 두 명제

‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(k-2)x - 4(k-5) \geq 0$ ’,

‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2kx + (k+2) < 0$ ’

이 모두 참이 되는 모든 정수 k 의 절댓값의 합은?

- ① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

[출처] 고양국제고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 17 [5.20점]

3. 다음 두 명제가 모두 참이 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합을 구하시오.

- (가) $3 \leq x \leq 7$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $|x-6| < 1+a$ 이다.
 (나) $5 < x < 10$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $(x-a-2)(x-2a) \leq 0$ 이다.

[출처] 일산 저현고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 14 [5.20점]

4. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

- p : 집합 A 의 원소 중 적어도 3개는 3보다 크다.
 q : 집합 A 의 원소 중 3보다 작은 원소는 2개 이하이다.

$\sim p$ 와 q 가 동시에 참이 되도록 하는 집합 A 의 개수는?

- ① 53 ② 54 ③ 55
 ④ 56 ⑤ 57

[출처]

일산 백신고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 18

5. 다음 두 명제가 모두 참이 되도록 하는 정수 a 의 개수는?

(가) 10 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n^2 + (-a-2)n + a \leq 0$$

(나) 40 이하의 어떤 자연수 n 에 대하여

$$|n-a|=2 \text{ 또는 } |n-a-2|=2$$

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

[출처]

일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 18 [5.00점]

6. 두 함수

$$f(x) = -x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = |x-t| + 3 \quad (t \text{는 실수})$$

가 있다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) < g(x)) \\ g(x) & (f(x) \geq g(x)) \end{cases} \text{라 할 때,}$$

명제 ‘어떤 실수 t 에 대하여 함수 $y = h(x)$ 의 그래프와 직선

$y = k$ 는 서로 다른 네 점에서 만난다.’가 참이 되도록 하는 실수

k 값의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이때 $b-a$ 의 값은? (단, a ,

b 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

[출처] 일산 백석고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 13 [5.00점]

7. 실수 전체의 집합에서 명제 어떤 실수 x 에 대하여

$$ax^2 + 2bx + 8 \leq 0$$

의 부정이 참이 되도록 하는 음이 아닌 4 이하의 두 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는?

- ① 13개 ② 14개 ③ 17개
④ 18개 ⑤ 19개

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 14 [4.30점]

8. 실수 전체의 집합에서 명제

‘어떤 실수 x 에 대하여 $ax^2 - bx - 2 \geq 0$ 이다.’

의 부정이 참이 되도록 하는 양이 아닌 -6 이상의 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

[출처] 일산 저동고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 17 [5.10점]

9. 전체집합 U 가 실수 전체의 집합일 때, 두 정수 a, b 에 대하여

두 조건 p, q 가

$$p: 5-a < x < b, q: |x-6| > 3 \text{ (단, } a+b > 5)$$

이다. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— <보 기> —

ㄱ. $a=1, b=7$ 일 때, $P-Q^C = \emptyset$ 이다.

ㄴ. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 a, b 에 대하여

$$a^2 + b^2 \text{의 최솟값은 } 18 \text{이다.}$$

ㄷ. p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a, b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 의 개수는 20이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 대진고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [4.30점]

10. 두 조건 p, q 에 대하여 $p \Delta q$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$p \Delta q = \begin{cases} 1 & (p \text{는 } q \text{이기 위한 충분조건}) \\ 2 & (p \text{는 } q \text{이기 위한 필요조건}) \end{cases}$$

세 집합 A, B, C 에 대하여 세 조건 p, q, r 가

$$p: A \subset (B \cap C)$$

$$q: A \subset (B \cup C)$$

$$r: A \subset B \text{ 또는 } A \subset C$$

일 때, $(q \Delta p) + 2(\sim r \Delta \sim q) + 3(\sim r \Delta \sim p)$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 5 [4.00점]

11. 두 조건 p, q 의 진리집합 P, Q 에 대하여

$$P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

$$P \cap Q = \{2, 4, 7, 8\},$$

$$P^C \cap Q = \{1, 5\}$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여 주는 반례에 해당되는 모든 원소의 합은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[출처] 일산 일산동고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [4.60점]

12. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 항상 옳은 것만을 <보기>에서 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $Q^C \subset P^C$ 이다.
ㄴ. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 명제 $q \rightarrow p$ 는 거짓이다.
ㄷ. $P \neq U$ 이면 ‘모든 x 에 대하여 p 이다.’는 거짓이다.
ㄹ. $P \neq \emptyset$ 이면 ‘어떤 x 에 대하여 p 이다.’는 거짓이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

[출처] 일산 저현고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 9 [5.00점]

13. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : x > m, q : x^2 + mx - 10 > 0$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 m 의 최솟값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

[출처] 파주 운정고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 10 [5.00점]

14. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p : x^2 - 4kx + 4k^2 - 1 \leq 0,$$

$$q : \left| x - \frac{k}{3} \right| \leq 4$$

명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $\sim p$ 또는 q 이다.’가 거짓일 때, 이를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 14 [4.60점]

15. 실수 x 에 대한 세 조건

$$p : x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$q : (x+5)(x-a) < 0$$

$$r : |x-3| > b$$

가 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 와 명제 $p \rightarrow \sim r$ 가 모두 거짓이 되도록 하는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 21 [8.00점]

16. 다음 조건을 만족시키는 집합 A 의 개수를 구하는 풀이

과정과 답을 서술하시오.

(가) $\{0\} \subset A \subset \{x | x \text{는 실수}\}$

(나) $\frac{a^2-8}{2} \notin A$ 이면 $a \notin A$ 이다.

(다) $n(A) = 4$

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 19 [5.00점]

17. 다음 조건을 만족시키는 집합 A 의 개수를 구하고, 그 과정을 논술하시오.

- (가) $\{2\} \subset A \subset \{x \mid x \text{는 실수}\}$
 (나) $a^2 - 6 \notin A$ 이면 $a \notin A$ 이다.
 (다) $n(A) = 3$

[출처] 일산 안곡고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 14 [5.00점]

18. 다음 조건을 만족시키는 집합 A 의 개수는?

- (가) $\{1\} \subset A \subset \{x \mid x \text{는 자연수}\}$
 (나) $\frac{36}{a} \notin A$ 이면 $a \notin A$ 이다.
 (다) $5 \leq n(A) \leq 6$

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 16 [4.40점]

19. 세 집합 A, B, X 에 대하여 세 조건 p, q, r 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p &: X \subset (A \cup B) \\ q &: X \subset A \text{ 또는 } X \subset B \\ r &: (A \cup X) \cap (A^c \cup X^c) = \emptyset \end{aligned}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 ㄴ. p 는 r 이기 위한 필요조건이다.
 ㄷ. q 는 r 이기 위한 필요조건이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 9 [4.10점]

20. 두 조건 p, q 에 대하여 <보기>에서 p 가 q 이기 위한

충분조건이지만 필요조건이 아닌 것의 개수는? (단, a, b 는 실수이다.)

<보 기>

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| ㄱ. $p: a+b < 0$ | $q: ab < 0$ |
| ㄴ. $p: a+b = a + b $ | $q: ab = 0$ |
| ㄷ. $p: ab > 0$ | $q: a+b = a + b $ |
| ㄹ. $p: a = b $ | $q: a+b = a + b $ |
| ㅁ. $p: a+b = a + b $ | $q: ab \geq -1$ |

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

[출처] 일산 덕이고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [5.00점]

21. 두 실수 a, b 에 대하여 조건 p 가 조건 q 이기 위한
충분조건이지만 필요조건이 아닌 것만을 <보기>에서 있는 대로
고른 것은?

<보 기>	
$\neg. p : a^2 + b^2 = 0$	$q : a = b$
$\neg. p : ab < 0$	$q : a < 0$ 또는 $b < 0$
$\neg. p : a^3 - b^3 = 0$	$q : a^2 - b^2 = 0$
$\neg. p : a^2 - 2ab + b^2 = 0$	$q : a + b = 0$
$\neg. p : a + b = a - b $	$q : a = b$

- ① \neg, \neg ② \neg, \neg ③ \neg, \neg, \neg
 ④ \neg, \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg, \neg

[출처] 일산 백마고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 12 [5.30점]

22. <보기>에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건이지만
필요조건이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는
실수이다.)

<보 기>	
$\neg. p : ab + ab = 0$	$q : a < 0$ 또는 $b < 0$
$\neg. p : a + b = a - b $	$q : a^2 - 2ab + 2b^2 = 0$
$\neg. p : a + b + c = a + b + c $	$q : ab + bc + ca \geq 0$

- ① \neg ② \neg ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 11 [4.20점]

23. <보기>에서 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것의 개수는?

<보 기>	
(가) $p : x+y = x-y $	
$q : x + y = 0$	
(나) $p : 0 < x < y$	
$q : x^3y < xy^3$	
(다) $p : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$	
$q : x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = 0$	
(라) $p : x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$	
$q : xyz \neq 0$	
(마) $p : x+y = x + y $	
$q : xy = 0$	

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 12 [5.00점]

24. 두 실수 a, b 에 대하여 <보기>에서 조건 q 가 조건 p 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>	
ㄱ. $p : a > b > c$	$q : (a-b)(b-c)(c-a) < 0$
ㄴ. $p : 0 < a+b < ab$	$q : a > 0, b > 0$
ㄷ. $p : \frac{1}{ab} > 1$	$q : ab < 1$
ㄹ. $p : b-a \geq b - a $	$q : a+b \geq a-b $

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄱ, ㄴ, ㄹ ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

[출처] 일산 저동고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 18 [5.20점]

25. x, y 가 실수일 때, 두 조건 p, q 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

$\neg. p : xy \leq 1$

$q : \frac{1}{xy} \geq 1$

$\neg. p : (x-y)^2 = 0$

$q : |x| + |y| = 0$

$\sqsubset. p : |x-y| = |x+y|$

$q : x^2 - xy + y^2 \leq 0$

- ① \neg ② \sqsubset ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \sqsubset ⑤ \neg, \neg, \sqsubset

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 7 [4.80점]

26. 실수 x 에 대한 두 조건

$$'p : |3x - a| \leq 6', 'q : x^2 - 5x + 4 > 0'$$

에 대하여 p 가 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최댓값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9
 ④ 12 ⑤ 15

[출처] 일산 백마고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 15 [5.00점]

27. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 + ax + 4 \leq 0, q : x^2 + 2bx + 1 \geq 0$$

이 있다.

- 모든 실수 x 에 대하여 q 이다.
- p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

위의 두 문장이 모두 참인 명제가 되도록 하는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 15 ② 21 ③ 24
④ 27 ⑤ 30

[출처] 고양국제고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 12 [4.80점]

28. $2 \leq x \leq 6$ 인 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - 6x + 2a \leq 0,$$

$$q : x^2 - 2ax - 3a^2 > 0$$

이 있다. 다음 두 문장이 모두 참인 명제가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합은?

- 어떤 실수 x 에 대하여 p 이다.
- p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 14 [5.20점]

29. 다음은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2-1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

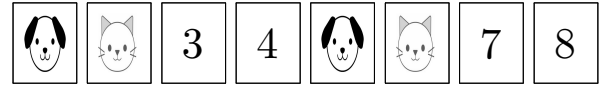
$\sqrt{n^2-1}$ 이 유리수라고 가정하면 $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.
 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 $p^2(n^2-1) = q^2$ 이다.
 p 는 q^2 의 약수이고 p, q 는 서로소인 자연수이므로 $n^2 = \boxed{\text{가}}$ 이다.
 자연수 k 에 대하여
 (i) $q = 2k$ 일 때
 $(2k)^2 < n^2 < \boxed{\text{나}}$ 인 자연수 n 이 존재하지 않는다.
 (ii) $q = 2k+1$ 일 때
 $\boxed{\text{나}} < n^2 < \boxed{\text{다}}$ 인 자연수 n 이 존재하지 않는다.
 (i)과 (ii)에 의하여 $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)를 만족하는 자연수 n 은 존재하지 않는다.
 따라서 $\sqrt{n^2-1}$ 은 무리수이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(q), g(k), h(k)$ 라 할 때, $f(3)+g(2)+h(1)$ 의 값은?

- ① 50 ② 51 ③ 54
 ④ 56 ⑤ 58

[출처] 일산 안곡고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 13 [4.10점]

30. 다음 그림과 같이 한쪽 면에는 숫자가 적혀 있고, 다른 쪽 면에는 강아지 또는 고양이 그림이 있는 카드 8장이 있다. 명제 '소수가 적힌 카드의 다른 쪽 뒷면에는 강아지 그림이 있다.'가 참인지 확인하기 위하여 뒤집어 보아야 할 최소한의 카드는 몇 개인가?



- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 6 [4.70점]

31. 어느 반이 교내 야구 시합에서 A, B, C, D, E 다섯 명 중 한 명이 홈런을 기록해서 1 : 0으로 승리하였다. 이때 A, B, C, D, E 다섯 명이 다음과 같이 말하였다.

A : C가 홈런을 기록했다.
B : D가 홈런을 기록했다.
C : B의 진술은 거짓이다.
D : 나는 홈런을 기록하지 않았다.
E : 내가 홈런을 기록했다.

다섯 학생 중 한 학생의 진술만이 참일 때, 이 학급에서 홈런을 기록한 학생은?

- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ E

[출처] 일산 풍동고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 14 [5.60점]

32. 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E에게 수학 과목의 선호도를 조사한 결과, 다음 다섯 가지 명제가 모두 참이 되었다.

(가) 수학을 좋아하는 사람은 두 명이다.
(나) A와 B는 함께 수학을 좋아하거나 싫어한다.
(다) E가 수학을 싫어하면, A와 D도 싫어한다.
(라) C가 수학을 싫어하면 B도 싫어한다.
(마) C가 수학을 좋아하면 D도 좋아한다.

수학을 좋아하는 학생만을 고른 것은?

- ① A, B ② B, C ③ C, D
④ D, E ⑤ A, E

[출처] 일산 저동고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 14 [5.90점]

33. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $a > b, c > d$ 일 때, 대소 관계가 항상 성립하는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $ac > bd$

ㄴ. $ac + bd > bc + ad$

ㄷ. $\frac{2a}{b} + \frac{b}{2a} \geq 2$

ㄹ. $\frac{\sqrt{a-b} - \sqrt{c-d}}{2} < \sqrt{a+c-b-d}$ (단, $a-b > c-d$)

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 5 [3.90점]

34. a, b 는 실수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 옳은 것의 개수는?

<보 기>

ㄱ. $a^2 + \frac{4}{a^2+1} \geq 4$

ㄴ. $|a+b| \geq |a| + |b|$

ㄷ. $|a-b| \leq |a| + |b|$

ㄹ. $|a| - |b| \geq |a-b|$

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

[출처] 일산 안곡고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 21 [6.00점]

35. $x > 0, y > 0, z > 0$ 일 때

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x+2y} + \frac{1}{x+2z}\right)$$

의 최솟값을 구하고, 최솟값을 가질 때의 x, y, z 사이의 관계식을 구하는 과정을 서술하시오.

[출처] 일산 저동고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 20 [7.00점]

36. $x > 3$ 인 실수 x 에 대하여 $\frac{x^3 - 12x^2 + 52x - 71}{x-3}$ 은 $x = a$ 일

때, 최솟값 m 을 갖는다. 이때 두 실수 a, m 의 값을 각각 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오.

[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [4.60점]

37. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{(5a-12b)^2}{a^2+b^2}$ 의 최댓값은?

- ① 48 ② 81 ③ 105
④ 121 ⑤ 169

[출처] 일산 대진고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 17 [4.40점]

38. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{16c}{a+b} + \frac{9a}{b+c} + \frac{4b}{c+a}$ 의 최솟값이

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수)

- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

[출처] 일산 백신고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 18 [5.30점]

39. x, y, z 가 양의 실수일 때,

$$\frac{9z}{x+y} + \frac{25x}{y+z} + \frac{36y}{z+x}$$

의 최솟값은?

- ① 28 ② 35 ③ 63
④ 93 ⑤ 128

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [5.10점]

40. 양수 a 에 대하여 이차함수 $f(x) = x^2 - 6ax$ 의 그래프와 직선

$$g(x) = \frac{1}{a}x$$
가 두 점 O, A에서 만난다. 이차함수 $y = f(x)$ 의

그래프의 꼭짓점을 B라 하고, 선분 AB의 중점을 C라 하자. 점 C에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 CH의 길이의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

[출처]

일산 백신고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 17

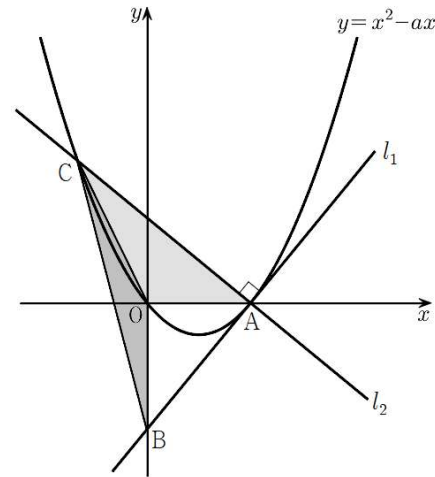
41. 양수 a 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 4a^2$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{a}x + 4a^2$ 이 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B의 중점을 M이라 하고, 점 M에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OH}^2 + \overline{MH}$ 는 $a = k$ 에서 최솟값 m 을 갖는다.
 $m + 32k^4 = p + q\sqrt{6}$ (p, q 는 양의 정수)일 때, $p + q$ 의 값은?
 (단, O는 원점이고, k, m 은 실수이다. 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

[출처]

고양국제고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 19 [5.10점]

42. 그림과 같이 양수 a 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - ax$ 의 그래프 위의 점 $A(a, 0)$ 에서의 접선을 l_1 , 점 A를 지나고 직선 l_1 에 수직인 직선을 l_2 라 하자. 직선 l_1 이 y 축과 만나는 점을 B, 직선 l_2 가 이차함수 $y = x^2 - ax$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 OAC의 넓이를 S_1 , 삼각형 OCB의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 는 $a = p$ 에서 최솟값 q 를 갖는다.
 두 상수 p, q 에 대하여 $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



[출처] 일산 대화고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 12 [5.00점]

43. 양수 m 에 대하여 직선 $y = mx - 4m - 5$ 가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이의 최솟값을 구하면? (단, O는 원점이다.)

- ① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

[출처] 일산 가좌고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 18 [6.00점]

44. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 점 (a, b) 와 $(0, -2)$ 를 지나는 직선 l 이 x 축과 만나는 점을 P, 점 (a, b) 를 지나면서 직선 l 과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 점 Q라 하자. 선분 PQ의 길이의 최솟값이 6일 때, 그때의 a, b 값을 구하고, 그 풀이 과정을 논술하시오.

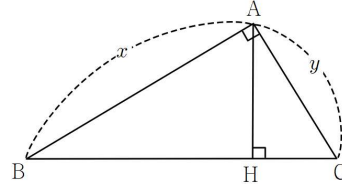
[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 15 [5.30점]

45. 좌표평면에서 기울기가 a ($0 < a < 2$)인 직선 l 과 기울기가 b 인 직선 m 이 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 의 넓이를 4등분한다. 직선 l 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 s_1 , 직선 m 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 s_2 라 할 때, $s_1 + s_2$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 5 ③ 8
④ 11 ⑤ 14

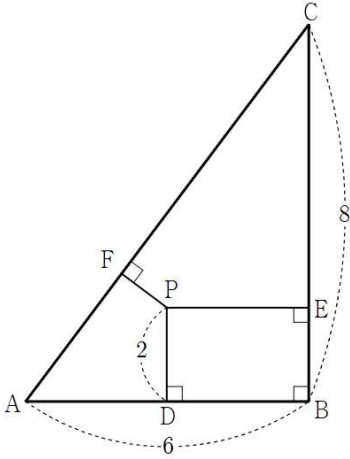
[출처] 일산 정발고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 20

46. 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 밑변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = x$, $\overline{AC} = y$ 라고 하자. $xy = 8$ 일 때, \overline{AH} 의 최댓값과 그때의 x , y 의 값을 각각 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오.



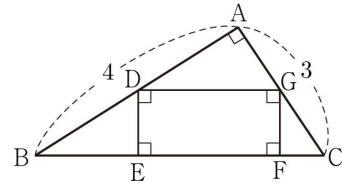
[출처] 일산 정발고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 20 [7.00점]

47. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$ 인 직각삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자. $\overline{PD}=2$ 일 때, $\frac{8}{\overline{PE}} + \frac{10}{\overline{PF}}$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하시오.



[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 16 [4.80점]

48. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에 내접하는 직사각형 DEFG가 있다. 직사각형 DEFG의 넓이의 최댓값을 M , 직사각형 DEFG의 넓이가 최대일 때 직사각형 DEFG의 둘레의 길이를 l 이라 하자. 이때, $M+5l$ 의 값은?



- ① 30 ② 37 ③ 40
④ 48 ⑤ 52

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 13 [4.50점]

49. 한 변의 길이가 2인 정사각형이 있다. 서로 수직인 임의의 두 직선을 이용하여 그림과 같이 네 개의 직사각형으로 나누었을 때, 이들의 넓이를 각각 A, B, C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

A	B
C	D

<보 기>

- ㄱ. $B > 1$ 이면, $D < 1$ 이다.
 ㄴ. $A < 1$ 이면, $D > 1$ 이다.
 ㄷ. $B > 1$ 이면, $C < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 10 [4.90점]

50. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 허근을 가질 때, $a + \frac{1}{a-9}$ 의

최솟값을 m 이라 하고, 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 4y^2 = 13$ 이 성립할 때, $3x + 4y$ 의 최댓값을 M 이라고 하자. 이때 $M - m$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 9
 ④ 11 ⑤ 13

[출처]

일산 세원고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 8

51. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ab + xy$ 의 최댓값을 M ,
 $ax + by$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? (단, a, b, x, y 는 실수)

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[출처]

일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 6 [4.00점]

52. 정의역이 집합 X 이고 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수

$$f(x) = 2x^3 + 2ax^2 - 3ax, \quad g(x) = x^2 - a$$

에 대하여 $f = g$ 가 성립하도록 하는 공집합이 아닌 집합 X 의
 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

[출처] 파주 윤정고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 5 [4.90점]

53. 공집합이 아닌 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수

$f(x) = x^4 - 3x^2$, $g(x) = x^2$ 에 대하여 $f = g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 12 [4.40점]

54. 집합

$$X = \{x \mid -1 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$$

의 부분집합 A 에 대하여 A 를 정의역으로 하는 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ x^2-4x+4 & (x > 0) \end{cases}$$

가 상수함수가 되도록 하는 집합 A 의 개수는? (단, $A \neq \emptyset$)

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 15 ⑤ 16

[출처] 일산 정발고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 11 [4.50점]

55. 집합 $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$f(x) = |x+2| - |x-3|$ 이 항등함수일 때, $a+b+c$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 서로 다른 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 파주 윤정고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 14 [5.50점]

56. 두 실수 a, b 와 두 함수 $f(x) = -x^2 - 2x + 1$,

$g(x) = x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x+b) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의
집합으로의 일대일대응이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍
 (a, b) 만을 원소로 하는 집합을 A 라 하고, 집합 X 를

$$X = \{m+b \mid (m, b) \in A \text{이고 } m \text{은 정수}\}$$

라 정의할 때 집합 X 의 모든 원소의 합은?

- ① $-5 - \sqrt{3}$ ② $-5 + \sqrt{3}$ ③ 0
④ $17 - \sqrt{3}$ ⑤ $17 + \sqrt{3}$

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 17 [5.50점]

57. 두 실수 a, b 와 두 함수

$$f(x) = -x^2 - 4x + 3, g(x) = x^2 - 4x - 3$$

에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x+b) & (x \geq a) \end{cases}$ 라 하자. 함수

$h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 만을 원소로 하는 집합을 A 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $(-1, k) \in A$ 를 만족시키는 실수 k 는 존재하지 않는다.
 ㄴ. $(-2, 3) \in A$
 ㄷ. 집합 $\{m+b \mid (m, b) \in A \text{이고 } m \text{은 정수}\}$ 의 원소의 개수는 4개이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 3 [3.90점]

58. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + b & (x \geq 1) \\ ax + 1 & (x < 1) \end{cases}$$
이 일대일대응일 때, 정수 a, b 에

대하여 $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 19 [5.10점]

59. 두 실수 a, b 와 두 함수 $f(x) = -x^2 - 2x + 1$,

$g(x) = x^2 - 2x - 1$ 에 대하여

함수 $h(x)$ 를 $h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 가

실수 전체집합에서 실수 전체집합으로의 일대일대응이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 만을 원소로 하는 집합을 A 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $(0, k) \in A$ 를 만족시키는 실수 k 가 존재하지 않는다.

ㄴ. a 가 정수일 때, $(a, b) \in A$ 이면 $a+b$ 의 최솟값은 -5 이다.

ㄷ. a 가 정수일 때, $(a, b) \in A$ 이면 $(h \circ h)(-2)$ 의 모든 값의 합은 $26 + 6\sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 백석고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 19 [4.50점]

60. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = -2|x-1| + ax$$

가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하시오.

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 12 [4.20점]

61. $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & (0 \leq x < 3) \\ x - 3 & (3 \leq x \leq 5) \end{cases} \text{가 일대일대응일 때, } f(1) \text{의 값은?}$$

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$
 ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

[출처] 일산 백신고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 7 [4.00점]

62. 함수 $f(x) = \begin{cases} x + 4 & (x \leq a) \\ x^2 - 3x + a & (x > a) \end{cases}$ 가 일대일함수이지만

일대일대응은 아닐 때, 정수 a 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

[출처] 일산 저현고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 12 [5.00점]

63. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 정의역과 공역이 모두 X 인 세 함수 f, g, h 가 주어진 조건을 모두 만족시킬 때, $f(4)g(3)h(2)$ 의 값은?

- (가) $4f(1)=g(4)=2h(2)+2$
 (나) $f(2)g(3)+f(3)h(4)=10$
 (다) f 는 일대일대응, g 는 항등함수, h 는 상수함수이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

[출처] 파주 윤정고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 10 [5.10점]

64. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응, 항등함수, 상수함수를 각각 $f(x), g(x), h(x)$ 라 하자. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)+h(3)-f(2)$ 의 값은?

- (가) $f(3)=2g(1)=h(4)$
 (나) $f(1)-f(2)=f(4)$
 (다) $f(4)\times g(2)\times h(1)=12$

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[출처]

일산 대화고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 11

65. 집합 $X = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응, 항등함수, 상수함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 라 하자. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)+h(2)$ 의 값은?

- (가) $f(4)=g(8)$
 (나) $g(4)h(4)=8$
 (다) $(g \circ f)(2)=4$

- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

[출처]

일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 16 [5.40점]

66. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2024)$ 의 값은?

- (가) $f(x)=1-|x-2|$ ($1 \leq x \leq 3$)
 (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(3x)=3f(x)$ 이다.

- ① 163 ② 164 ③ 165
 ④ 166 ⑤ 167

[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 16 [4.80점]

67. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 6x| + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 합은?

- ① 30 ② 42 ③ 54
④ 62 ⑤ 70

[출처] 일산 주업고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 8 [4.80점]

68. 임의의 자연수 n 에 대하여 함수 f 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(60) + f(81)$ 의 값은?

- (가) $f(3n) = f(n)$
(나) $f(3n-1) = n+2$
(다) $f(3n-2) = n+1$

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기중간_수학(하) 16 [4.60점]

69. 자연수 n 에 대하여 정의된 함수 $f(n)$ 이 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1)=1$
(나) $f(2n)=f(n)$, $f(2n+1)=f(n)+1$

$1 \leq n \leq 64$ 에서 $f(n)$ 은 $n=a$ 일 때 최댓값 M 을 갖는다.
 $a+M$ 의 값은?

- ① 67 ② 68 ③ 69
④ 70 ⑤ 71

[출처] 일산 자동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 12 [5.70점]

70. 두 집합

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
에 대하여 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는?

- (가) $f(2)f(3)=12$
(나) $f(n) < f(n+1)$ (단, n 은 4 이하의 자연수)

- ① 22 ② 26 ③ 31
④ 36 ⑤ 41

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 12 [5.00점]

71. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

X 에서 Y 로의 함수 f 중에서

$$\{f(x)-3\}\{f(x)-4\} \neq 0, f(3) < f(4)$$

를 만족시키는 함수의 개수는?

- ① 32 ② 56 ③ 64
④ 78 ⑤ 96

[출처] 일산 안곡고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14 [5.00점]

72. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여

집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f 의 개수는?

(가) 함수 f 는 일대일함수이다.

(나) $f(1)+f(2)+f(3)$ 의 값은 짝수이다.

- ① 54 ② 56 ③ 58
④ 60 ⑤ 62

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 13 [4.80점]

73. 두 집합

$X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$
에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

- (가) f 는 일대일 함수이다.
(나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.
(다) $|f(1) + f(-1)| = |f(2) + f(-2)| = 1$

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 6 [4.00점]

74. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow A$ 가
다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) < f(2) < f(3)$
(나) $f(4) < f(5) < f(6)$

함수 f 의 개수는?

- ① 225 ② 280 ③ 340
④ 400 ⑤ 465

[출처] 파주 윤정고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 19 [6.00점]

75. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하고 풀이 과정을 서술하시오.

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.
 (나) $f(2) + f(5)$ 의 값은 홀수이다.

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 11 [4.10점]

76. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, X 에서 X 로의 함수 f 에 대하여 <보기>에서 옳은 것의 개수는?

- ㄱ. X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = x$ 를 만족하는 함수의 개수는 1이다.
 ㄴ. X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 를 만족하는 함수의 개수는 9이다.
 ㄷ. X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수의 개수는 3이다.
 ㄹ. X 의 모든 원소 x 에 대하여 $2xf(x) = 0$ 을 만족하는 함수의 개수는 3이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14 [4.60점]

77. 집합 $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) X 의 $x \geq 0$ 인 원소 x 에 대하여
 $|f(x) - 2f(-x)| = 1$ 이다.
 (나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

- ① 2^3 ② 2^4 ③ 2^5
 ④ 2^6 ⑤ 2^7

[출처] 일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 13

78. 집합 $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) X 의 0이 아닌 모든 원소 x 에 대해
 $|f(x) + f(-x)| = 1$ 이다.
 (나) $x < 0$ 이면 $f(x) < 0$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 개수는?

- ① 770 ② 805 ③ 840
 ④ 875 ⑤ 910

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 9 [4.40점]

79. 집합 $X = \{1, 2\}$ 를 정의역으로 하는 함수

$f(x) = -ax + 2a$ 와 함수 $f(x)$ 의 치역을 정의역으로 하고 집합 X 를 공역으로 하는 함수 $g(x) = x^2 - 2x + b$ 가 있다. 함수 $g \circ f : X \rightarrow X$ 가 항등함수일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 6 [4.70점]

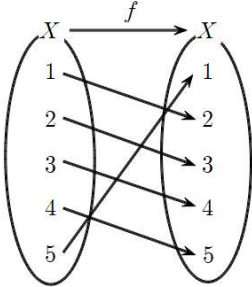
80. 집합 $X = \{3, 4\}$ 를 정의역으로 하는 함수 $f(x) = ax - 4a$ 와

함수 $f(x)$ 의 치역을 정의역으로 하고 집합 X 를 공역으로 하는 함수 $g(x) = x^2 + 2x + b$ 가 있다. 함수 $g \circ f : X \rightarrow X$ 가 항등함수일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

[출처] 일산 저현고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 5 [4.60점]

81. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 그림과 같다. $f^1 = f$, $f^{n+1} = f^n \circ f$ (n 은 자연수)라 할 때, 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f^n(x) = x$ 가 되는 n 의 최솟값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 9 [4.10점]

82. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 3) \\ 1 & (x = 4) \end{cases} \text{로 정의하자.}$$

$$f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 할 때, $f^{2022}(2) + f^{2023}(4)$ 의 값은?

- ① 7 ② 6 ③ 5
④ 4 ⑤ 3

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 10 [4.20점]

83. 함수 $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $f^6(a) = 257$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은?

(단, $f^1(x) = f(x)$, $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f^2(x))$, ..., $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$, n 은 자연수)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 10 [4.20점]

84. 실수 전체집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + 3 & (x < 0) \\ x + 3 & (x \geq 0) \end{cases}, \quad g(x) = x + 6$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 의 치역이 $\{y \mid y \geq 0 \text{인 실수}\}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 4 ② 3 ③ -1
④ -3 ⑤ -4

[출처] 일산 백석고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 16 [5.40점]

85. 두 함수 $f(x) = 4 - \sqrt{2x-6}$, $g(x) = -\sqrt{x+1} + 3$ 에 대하여

함수 $h(x) = (g \circ f^{-1})(x)$ 라 하자. $0 \leq x \leq 2$ 에서 $h(x)$ 의
최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $(M-3)(m-3)$ 의 값은?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

[출처] 고양국제고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 14 [4.90점]

86. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x+1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$$

일 때, $f(49) + f^2(49) + f^3(49) + \dots + f^{10}(49)$ 의 값을 구하시오.

(단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$)

[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 11 [4.80점]

87. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 다음 두 조건을 모두 만족한다.

- (가) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq x$
 (나) 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) \geq f(x)+f(y)$

〈보기〉 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㉠. $f(0)=0$
 ㉡. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x)=x$ 이다.
 ㉢. 임의의 실수 x 에 대하여 $(f \circ f)(x)=f(x)$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

[출처] 일산 대진고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 11 [4.20점]

88. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 두 자연수 n, k 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1)=1$
 (나) $f(n^2+k)=2f(n)+k$ ($1 \leq k \leq 2n+1$)

$f(5)+f(10)+f(30)$ 의 값은?

- ① 35 ② 37 ③ 39
 ④ 41 ⑤ 43

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14 [4.30점]

89. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 X 로의 함수 f 의 개수는?

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
 (나) $f(f(1)) = 1$
 (다) $f(2) - f(1) = 2$

- ① 24 ② 28 ③ 32
 ④ 36 ⑤ 40

[출처] 일산 백석고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 15 [5.40점]

90. $X = \{a, b\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$, $Z = \{e, f\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

- (가) 함수 f 가 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족한다.
 (나) 합성함수 $g \circ f$ 의 치역은 집합 Z 이다.

이때, 두 함수 f, g 의 순서쌍 (f, g) 의 개수는?

- ① 24 ② 36 ③ 96
 ④ 125 ⑤ 192

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 22 [5.00점], [3.00점]

91. 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다. 다음 물음에 답하시오.

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
 (나) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = x$ 이다.
 (다) 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = -x$ 이다.

- (1) 조건을 만족하는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.
 (2) 명제 ' $f(1) = 1, f(-1) = -1$ 이면 함수 f 는 항등함수이다.'가 참이면 증명하고 거짓이면 반례를 제시하시오.

[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18 [5.60점]

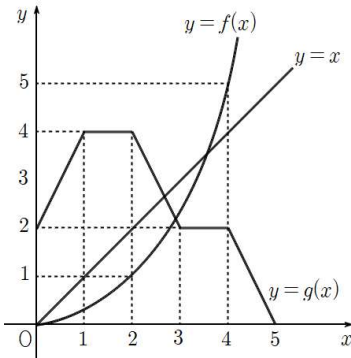
92. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) 함수 f 는 일대일대응이다.
 (나) $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = x$ 를 만족시키는 x 의 개수는 1개 이상이다.
 (다) 임의의 $x \in X$ 에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = x$ 를 만족한다.

- ① 351 ② 386 ③ 421
 ④ 496 ⑤ 524

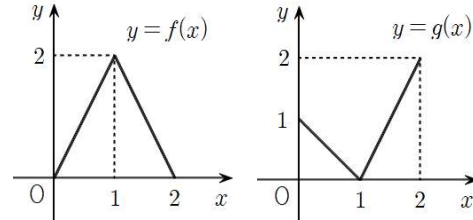
[출처] 파주 윤정고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 17 [6.00점]

93. 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 인 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $h(x)=(f \circ g)(x)$ 를 만족시킬 때, $h^{2022}(1)$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 서술하시오. (단, 자연수 n 에 대하여 $h^{n+1} = h^n \circ h$, $f^1 = f$ 이다.)



[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 12 [5.00점]

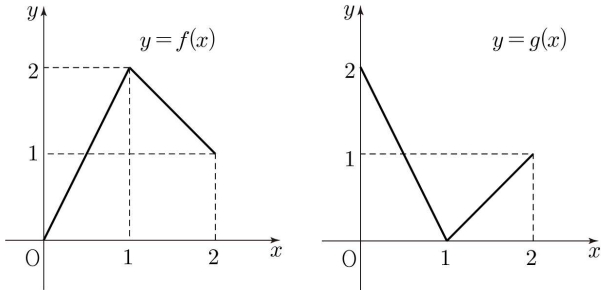
94. 집합 $X = \{x|0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $y = (f \circ g \circ f)(x)$ 의 그래프의 길이는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다. 두 실수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?



- ① 15 ② 22 ③ 70
④ 82 ⑤ 91

[출처] 일산 백신고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 16 [5.50점]

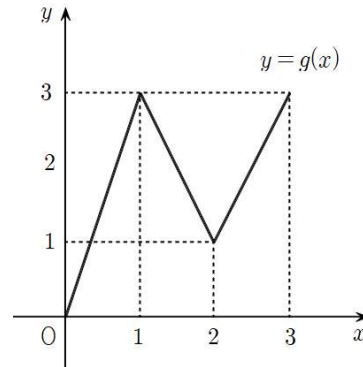
95. 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
방정식 $(f \circ g)(x) = kx + 1$ 이 세 개의 실근을 갖기 위한 k 의
최댓값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 16 [5.40점]

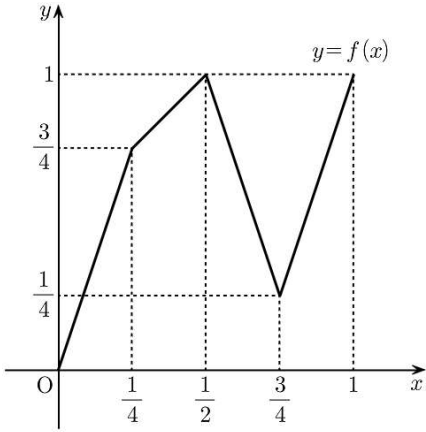
96. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수
 f 와 g 가 있다. 함수 $f(x) = \sqrt{3x}$ 이고 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가
그림과 같을 때, 집합 $\{x | (f \circ g)(x) = 2, x \in X\}$ 의 모든 원소의
합은?



- ① $\frac{40}{9}$ ② 5 ③ $\frac{55}{9}$
④ $\frac{20}{3}$ ⑤ $\frac{65}{9}$

[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 17 [5.40점]

97. $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = f(x)$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 합은? (단, $0 \leq x \leq 1$ 이다.)



- ① $\frac{25}{8}$ ② $\frac{77}{24}$ ③ $\frac{79}{24}$
 ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{83}{24}$

[출처] 일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 20

98. 함수 $f(x) = 2 - 2|x|$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

- <보 기>
 ㄱ. $f(f(1)) = 1$
 ㄴ. $f(f(x)) = x$ 의 모든 실근의 개수는 3개다.
 ㄷ. $f(f(x)) = f(x)$ 의 모든 실근의 합은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 백신고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 20 [5.50점]

99. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{3}x + 4 & (x < 4) \\ x^2 - 11x + 36 & (x \geq 4) \end{cases}$$

에 대하여 $(f \circ f)(k) = f(k)$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 개수를 a , 모든 실수 k 의 값의 합을 b 라 할 때, $a + 5b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 17
④ 35 ⑤ 64

[출처] 일산 정발고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 14 [4.90점]

100. 함수 $f(x) = 2|x| - 3$ 에 대하여 방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 를

만족시키는 서로 다른 실수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18 [5.00점]

101. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x < 3) \\ x^2-5x+9 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 $(f \circ f)(a) = f(a)$ 를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18 [5.00점]

102. 이차함수 $f(x) = a(x-1)^2 - 10$ ($a > 0$)과 실수 k 에 대하여

$k \leq x \leq k+2$ 에서 함수 $y = |f(x)|$ 의 최댓값을 $g(k)$ 라 할 때, $g(k) = 10$ 을 만족시키는 실수 k 의 최댓값은 $\sqrt{10} - 1$ 이다.

방정식 $f(f(x)) = f(a)$ 를 만족시키는 모든 실근의 곱은?

- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

[출처]

일산 대진고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 9 [4.10점]

103. 함수 $y = f(x)$ 의 정의역은 $\{x | 0 < x < 4\}$ 이다.

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 4 & (0 < x < 1) \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & (1 \leq x < 4) \end{cases}$$

방정식 $f(f(x)) = 3 - f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처]

일산 저현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 19

104. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & (x < 1) \\ -x + 3 & (1 \leq x \leq 3) \\ x - 3 & (3 < x) \end{cases}, g(x) = x^2 - a$$

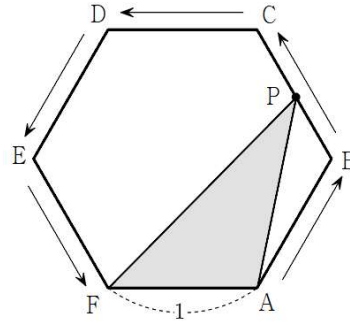
와 같을 때, 방정식 $f(g(x)) = f(x)$ 의 실근이 존재하지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.

[출처] 일산 정발고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 21 [8.00점]

105. 두 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + a$, $g(x) = x^2 - 4x + 3$ 이 있다.
 x 에 대한 방정식 $g(f(x)) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 a 의 값의 합을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하시오.

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 15 [5.30점]

106. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 점 F까지 화살표 방향으로 정육각형 ABCDEF의 변을 따라 움직인다. 점 P가 점 A로부터 움직인 거리가 x ($0 < x < 5$)이고, 삼각형 PFA의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 함수 $f'(x)$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = \frac{3}{16}$ 인 모든 실수 a 의 값의 곱은?

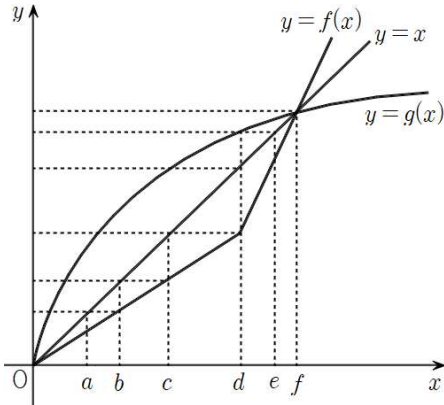


- ① 4 ② $\frac{75}{16}$ ③ $\frac{44}{9}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{21}{4}$

[출처]

일산 안곡고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 6

107. 다음 그림은 직선 $y=x$ 와 $x>0$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 두 함수 f , g 의 역함수가 존재할 때, $f(g^{-1}(e))$ 의 값은? (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



- ① b ② c ③ d
④ e ⑤ f

[출처]

일산 정발고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 19 [5.40점]

108. 정의역이 $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$ 인 두 함수

$$f(x) = \frac{ax}{x-2}, \quad g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x < 2) \\ f(x)+b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $g(x)=t$ 를 만족시키는 실수 x 가 하나만 존재하도록 하는 실수 t 의 범위가 $t \leq 0$ 또는 $t \geq 3$ 일 때, $g(3)$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이고, $a \neq 0$ 이다.)

- ① -9 ② -6 ③ -3
④ 3 ⑤ 6

[출처]

일산 저현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 6

109. 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(2x-1)=x-7$ 이고, $f(x)$ 의 역함수가 $f^{-1}(x)=ax+b$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 15 ② 16 ③ 17
 ④ 18 ⑤ 19

[출처]

일산 저현고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 18 [5.80점]

110. $0 \leq x \leq 6$ 에서 정의된 두 함수

$f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x \leq 3) \\ -2x+12 & (3 < x \leq 6) \end{cases}$ 과 이차함수 $g(x)$ 가 다음을
 만족시킨다.

(가) 합성함수 $g \circ f$ 의 치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 4\}$ 이다.
 (나) $0 \leq x \leq 6$ 에서 방정식 $g(f(x))=4$ 의 실근의 개수는
 3이다.

함수 $g \circ f$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로
 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $g \circ f$ 의 역함수가 존재한다.
 ㄴ. $0 \leq x \leq 6$ 에서 방정식 $g(f(x))=f(x)$ 의 모든 실근의
 합은 6이다.
 ㄷ. $0 \leq a < b \leq 6$ 인 두 정수 a, b 에 대하여
 $\{g(f(x)) | a \leq x \leq b\} \subset \{x | a \leq x \leq b\}$ 를 만족하는 서로
 다른 순서쌍 (a, b) 의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 파주 윤정고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 14 [5.30점]

111. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 5 & (x \geq a) \\ x + b & (x < a) \end{cases}$$

의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재한다. b 의 값이 최소일 때, $f^{-1}(-1)$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 21 [2.00점], [5.00점]

112. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (단, a, b, c 는 상수)에 대하여

함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & (x < -1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 3) \\ x + 2 & (x > 3) \end{cases}$$

함수 $g(x)$ 의 치역이 실수 전체집합이고, 함수 $g(x)$ 의 역함수가 존재할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $|g(-1) - g(3)|$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

(2) $g(0) = \frac{1}{2}$ 일 때, $g(1) + g^{-1}(1)$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

[출처] 일산 정발고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 15 [4.70점]

113. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x) = \begin{cases} x-2 & (x < -3) \\ f(x) & (-3 \leq x \leq 1) \\ x+4 & (x > 1) \end{cases}$$

함수 $g(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합이고, 함수 $g(x)$ 의 역함수가 존재한다. $g(0)=1$, $g(1)=5$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 의 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① $-\frac{9}{2}$ ② -4 ③ $-\frac{7}{2}$
 ④ -3 ⑤ $-\frac{5}{2}$

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 20 [5.20점]

114. 두 함수 $f(x)=x^2+2x-1$, $g(x)=-x^2+2x$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < m) \\ g(x+a)+2a & (x \geq m) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 정수 m 과 실수 a 의 모든 순서쌍 (m, a) 만을 원소로 하는 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 의 값을 구하시오.

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 7 [4.20점]

115. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = |2x + 1| + ax - 1$$

의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[출처] 일산 대화고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14

116. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 역함수가 존재하는 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4) + g(2)$ 의 값은?

$$(가) \ f(1) = 4, \ g(3) = 2$$

$$(나) \ (g \circ f)^{-1}(2) = (f \circ g^{-1})(2) = (g^{-1} \circ f)(1) = 2$$

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

[출처] 고양국제고_1학년_2022_2학기중간_수학(하) 18 [5.30점]

117. 그림과 같은 그래프를 갖는 함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. 방정식

$$\{f^{-1}(x-1)\}^3 = f^{-1}(x-1) \cdot \{f(x-1)\}^2$$

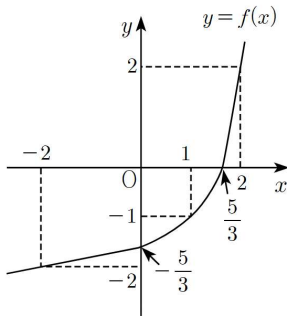
의 서로 다른 모든 실근의 합을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

(가) 실수 전체에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 는 일대일대응이다.

(나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 세 점

$(0, -\frac{5}{3}), (1, -1), (\frac{5}{3}, 0)$ 을 지난다.

(다) 방정식 $f(x)=x$ 의 실근은 $-2, 2$ 이다.



[출처] 일산 백신고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 12 [4.50점]

118. 함수

$$f(x)=x^2+4x+a \quad (x \geq -2)$$

에 대하여 두 함수 $y=f(x), y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 두 점에서 만날 때, 이 두 점 사이의 거리가 1이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① $\frac{17}{8}$

② $\frac{9}{4}$

③ $\frac{19}{8}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{21}{8}$

[출처]

일산 백마고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 5

119. 정의역이 $\{x \mid x \geq -2\}$ 인 함수 $f(x) = a(x+2)^2 - 2$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

[출처]

일산 백석고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 14 [4.60점]

120. $x \geq 2$ 인 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$$

의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점을 각각 A, B 라 하자. 원

$$x^2 + y^2 - 16x - 4y + 66 = 0$$

위의 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이와 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+2m$ 의 값은?

(단, 점 A 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 작다.)

- ① 8 ② 12 ③ 20
 ④ 26 ⑤ 32

[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 15 [5.20점]

121. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x-4 & (x \geq 1) \\ \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} & (x < 1) \end{cases}$ 의 그래프와 그 역함수

$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

[출처] 고양국제고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 20 [2.00점], [6.00점]

122. 집합 $\{x|x \geq a\}$ 에서 집합 $\{y|y \geq 2\}$ 로의 함수

$f(x) = \frac{1}{4}(x-b)^2 + 2$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 두 실수 a, b 의 관계식을 구하시오.
(2) 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재할 때, 그 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하고 그 과정을 서술하시오.

[출처] 고양국제고_1학년_2023_2학기중간_수학(하) 18 [5.10점]

123. 두 집합

$$X = \{3, 4, 5, 6, 7\}, Y = \{5, 6, 7\}$$

에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 f 는 일대일대응이다.
 (나) $3 \leq n \leq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $f(n) + f(n+2)$ 의 값은 짝수이다.
 (다) 집합 $X \cap Y$ 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 이고 $g(x) - f(x) = 2$ 이다.

$f(5) = a$, $g(6) = b$, $f^{-1}(7) = c$ 일 때, $100a + 10b + c$ 의 값을 구하시오.

[출처] 일산 대진고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 16 [4.40점]

124. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = 1, 2, 5$ 일 때, $(f \circ f)(x) + f^{-1}(x) = 2x$ 이다.
 (나) $f(3) + f(6) = 10$

$f(5) \neq 5$ 일 때, $|f(4) - f(6) - 3f(2) + f(1)|$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

[출처] 일산 안곡고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 13 [4.90점]

125. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 X 로의 일대일대응인 두 함수 f, g 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(3) + (g \circ f^{-1})(2)$ 의 값은?

- (가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 이다.
 (나) g 는 항등함수이다.
 (다) $f(1) = g(4), f(2) \neq g(2)$

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 13 [5.10점]

126. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $x_1 \in X, x_2 \in X$ 인 임의의 x_1, x_2 에 대하여
 $1 \leq x_1 < x_2 \leq 3$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.
 (나) 함수 f 의 역함수가 존재하지 않는다.

- ① 1000 ② 3160 ③ 3840
 ④ 4200 ⑤ 4640

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 15 [5.30점]

127. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 함수 f 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 이다.
 (나) 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $f(x) = x + 3$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.
 ㄴ. $f(1) = 3$ 이면 $f(5) = 2$ 이다.
 ㄷ. 가능한 함수 f 의 개수는 7이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 7 [4.80점]

128. 집합 $X = \{-2, -1, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 이다.
 (나) 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $f(x) = x + 1$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $f(-1) = f^{-1}(-1)$
 ㄴ. $f(2) = 1$ 이면 $f(-2) = -1$
 ㄷ. 가능한 함수 f 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 백석고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 5 [4.40점]

129. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. 모든 다항함수는 유리함수이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)=3$ 은 상수함수이지만, 유리함수는 아니다.
 ㄷ. 함수 $g(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ 에서 분자를 인수분해하여 간단히
 하면 $g(x)=x+1$ 로 표현되므로 함수 $g(x)$ 는
 다항함수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 일산동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 15

130. 함수 $y=\frac{k}{x-5}+7$ 의 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지나고,

함수 $y=\frac{k}{x+3}-4$ 의 그래프는 모든 사분면을 지나도록 하는

정수 k 의 개수는? (단, $k \neq 0$)

- ① 21 ② 22 ③ 23
 ④ 24 ⑤ 25

[출처]

고양국제고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 18

131. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프 위의 두 점 P, Q가 두

점근선의 교점에 대하여 대칭이다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킬 때, $60 \times f(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

- (가) 그래프는 직선 $y = -x+2$ 에 대칭이다.
- (나) 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.
- (다) 선분 PQ의 길이의 최솟값은 $2\sqrt{6}$ 이다.

[출처]

일산 가좌고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 20

132. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0, c \neq 0$)이 다음 조건을

만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = |f(x)|$ 는 직선 $y=1$ 과 한 점에서만 만난다.
- (나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x-1$ 에 대하여 대칭이다.
- (다) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지난다.
- (라) 곡선 $y=f(x)$ 가 x 축, y 축과 만나는 점과 이 곡선의 두 점근선의 교점이 한 직선 위에 있다.
(단, 이 직선은 원점을 지나지 않는다.)

$f(8)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

[출처] 일산 저동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 18 [9.00점]

133. 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 인 유리함수 $f(x) = \frac{-2x+k}{x+2}$ 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 하자. $m = -\frac{3}{2}$ 일 때, $M+k$ 의

값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, $k \neq -4$ 인 상수이다.)

[출처] 파주 운정고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 9 [5.00점]

134. 함수 $y = \frac{2|x|-1}{|2x+1|} \left(x \neq -\frac{1}{2} \right)$ 의 그래프와 직선

$y = kx + k - 2$ 의 교점이 존재하지 않을 때, k 의 최댓값과
최솟값의 합은? (단, $k \neq 0$ 인 상수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[출처]

일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 17

135. 정의역이 $\{x \mid 3 \leq x \leq 5\}$ 인 함수 $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ 가 함수

$g(x) = ax^2 - 2ax + a - 1$ 과 만나도록 하는 양의 실수 a 의 값의
범위가 $m \leq a \leq n$ 일 때, $8mn$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

[출처]

일산 백신고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 9 [4.90점]

136. $2 \leq x \leq 4$ 에서 $ax + 1 \leq \frac{x+3}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립할

때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는
상수이다.)

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

[출처] 일산 백신고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 22 [5.00점]

137. $2 \leq x \leq 4$ 에서 부등식 $ax + 3 \leq \frac{4x-6}{x-1} \leq bx + 3$ 이 항상

성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 최솟값을 구하는
풀이 과정과 답을 서술하시오.

[출처] 일산 대화고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18

138. 그림과 같이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 20$ 과 유리함수

$$y = \frac{k}{x-a} + b$$

의 그래프가 서로 다른 네 점 $A(x_1, y_1),$

$B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ 에서 만나고

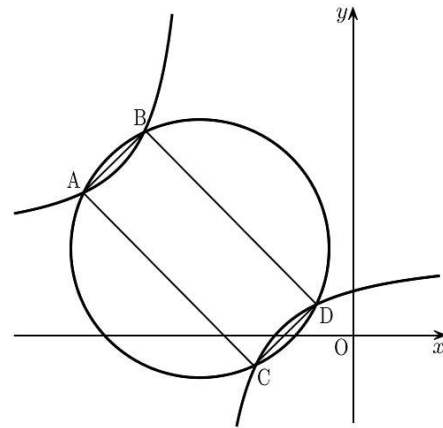
$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ 이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을

만족시킬 때, $a \times b \times k$ 의 값은? (단, a, b, k 는 상수이고, $a < 0,$
 $b > 0, k \neq 0$ 이다.)

(가) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -20$

(나) 선분 CD의 중점은 x 축 위에 있다.

(다) $\overline{AB} < \overline{AC}$ 이고, 사각형 ACDB의 넓이는 24이다.



- ① 60 ② 75 ③ 90
④ 105 ⑤ 120

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14 [5.20점]

139. 두 양수 a, k 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{2k}{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, f(a)), Q(a+3, f(a+3))$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, k 의 값은?

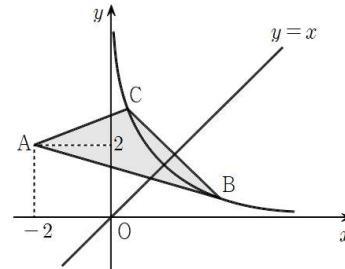
- (가) 직선 PQ의 기울기는 -1 이다.
 (나) 두 점 P, Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 R, S라 할 때, 사각형 PQRS의 넓이는 42이다.

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

[출처] 일산 저현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 17

140. 그림과 같이 점 $A(-2, 2)$ 와 곡선 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 위의 두 점 B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 ABC의 넓이는 $\sqrt{3}$ 이다.
 (나) 점 B와 점 C는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.



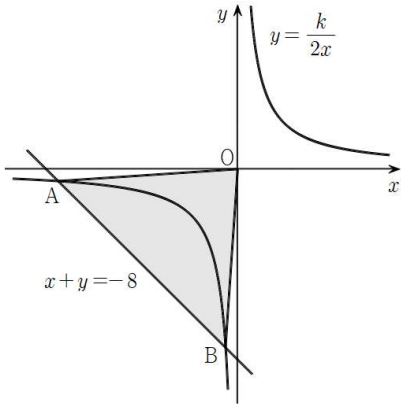
점 B의 좌표를 (α, β) 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ 4
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

[출처] 일산 저동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 11 [5.60점]

141. 그림과 같이 유리함수 $y = \frac{k}{2x}$ 의 그래프가 직선

$x + y = -8$ 과 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 삼각형 OAB의 넓이가 28이다. 점 A의 좌표가 (a, b) 일 때, $b - a + k$ 의 값은? (단, O는 원점이고, a, b, k 는 상수이다.)

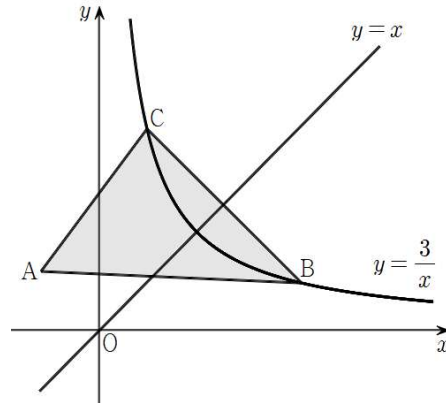


- ① $\frac{25}{2}$ ② 13 ③ $\frac{27}{2}$
 ④ 14 ⑤ $\frac{29}{2}$

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 14 [5.20점]

142. 그림과 같이 점 $A(-1, 1)$ 과 곡선 $y = \frac{3}{x}$ 위의 두 점 B, C가 다음 조건을 만족시킨다. 점 B의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > \sqrt{3}$ 이다.)

- (가) 점 B와 점 C는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) 삼각형 ABC의 넓이는 6이다.

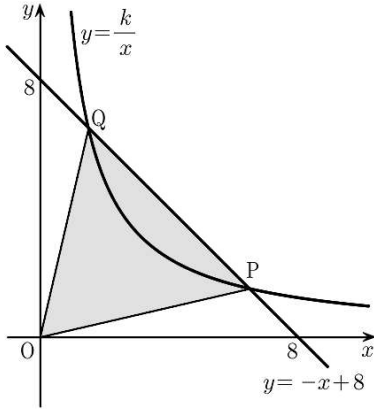


- ① $3\sqrt{5}$ ② 12 ③ $6\sqrt{5}$
 ④ 14 ⑤ $7\sqrt{5}$

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 17 [4.70점]

143. 그림과 같이 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)의 그래프가 직선

$y = -x + 8$ 과 두 점 P, Q에서 만난다. 삼각형 OPQ의 넓이가 14일 때, 상수 $16k$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

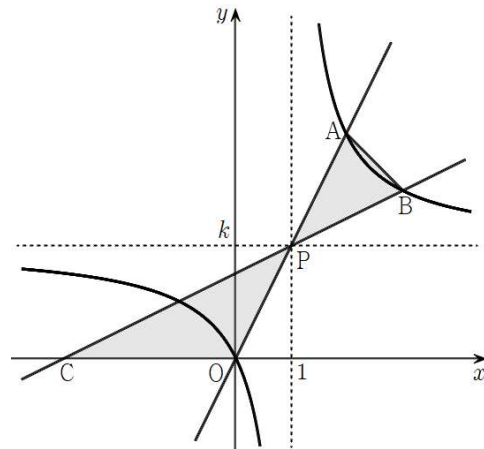


- ① 191 ② 207 ③ 223
④ 239 ⑤ 255

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 18 [5.60점]

144. 그림과 같이 함수 $f(x) = \frac{k}{x-1} + k$ ($k > 1$)의 그래프가

있다. 점 P(1, k)에 대하여 직선 OP와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A라 하자. 점 P를 지나고 원점으로부터 거리가 1인 직선 BC가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 B, x축과 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 PBA의 넓이를 S_1 , 삼각형 PCO의 넓이를 S_2 라 할 때, $\sqrt{3}S_1 = S_2$ 이다. 점 C의 x좌표를 a라 할 때, 상수 k에 대하여 $a^2 + k^2$ 의 값은? (단, O는 원점, a는 상수이고, 직선 BC는 좌표축에 평행하지 않다.)

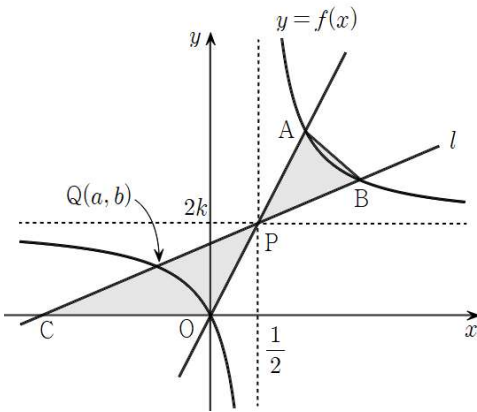


- ① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 15 [4.70점]

145. 함수 $f(x) = \frac{k}{x - \frac{1}{2}} + 2k$ ($k > 0$)의 그래프가 있다. 점

$P(\frac{1}{2}, 2k)$ 에 대하여 직선 OP와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A라 하자. 점 P를 지나고 원점으로부터의 거리가 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직선 l 이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 B, x 축과 만나는 점을 C라 하고 직선 l 이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 제2사분면에서 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PBA의 넓이를 S_1 , 삼각형 PCO의 넓이를 S_2 라 할 때, $2S_1 = S_2$ 이다. 다음은 상수 k 에 대하여 $7k^2$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이고, 직선 l 의 기울기는 양수이며 직선 OP의 기울기보다 작다.)



직선 l 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점 중 B가 아닌 점은 $Q(a, b)$ 이다. $S_2 = 2S_1$ 이므로 $\overline{PB} = \overline{QP} = \overline{CQ}$ 이고, 점 Q의 y 좌표를 k 를 이용하여 나타내면 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$f(a) = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $\therefore a = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

\vdots
(중략)

직선 l 의 방정식을 이용하여 $7k^2$ 의 값을 구하면 $7k^2 = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

(가)에 들어갈 식을 $g(k)$ 라 하고 (나), (다)에 들어갈 값을 각각 m , n 이라 할 때, $g(m+n)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 7 [4.00점]

146. 함수 $f(x) = \frac{3x-1}{7x-2}$ 에 대하여

$$f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 할 때, $f^1(1) + f^3(1) + f^6(1) + f^{10}(1) = \frac{q}{p}$ 이다. 서로소인

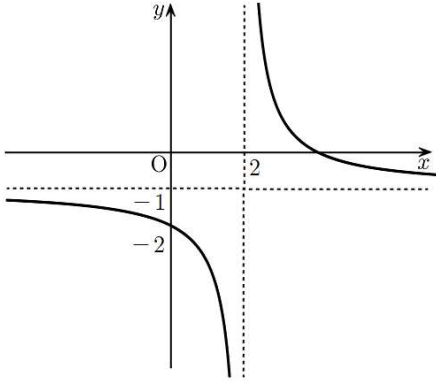
자연수 p , q 에 대하여 $p+q$ 의 값은?

- ① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

[출처] 일산 가좌고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 10 [5.00점]

147. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 그림과 같다.

$1 \leq x \leq 5$ 에서 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)



- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[출처] 일산 대진고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 20 [10.00점]

148. 정의역이 $\{x | x \geq -2, x \text{는 실수}\}$ 이고, 공역이

$\{y | y \geq -1, y \text{는 실수}\}$ 인 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax + |x-3| & (x \geq 1) \\ \frac{bx}{x-a} & (-2 \leq x < 1) \end{cases}$$

의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 값을 구하는 과정을 자세히 논술하시오.

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 11 [5.00점]

149. 함수 $f(x) = \frac{a+1}{x-2} + b - 2$ ($x \neq 2$)에 대하여 함수 $y = |f(x-a) + 2a|$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭일 때, $f\left(\frac{b}{6}\right)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a \neq -1$ 이다.)

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 16 [4.80점]

150. 함수 $f(x) = \frac{a}{x} + b$ ($a \neq 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = |f(x)|$ 는 직선 $y = 3$ 과 한 점에서만 만난다.
(나) $f(3) = f^{-1}(3) + 1$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수)

<보 기>

- ㄱ. $f(4)$ 의 값은 3이다.
ㄴ. $y = |f(x) - b|$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y = f(|x| + b) + \frac{a}{2}$ 의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.
ㄹ. $y = f(|x| + b) + \frac{a}{2}$ 의 그래프는 직선 $y = x - 3$ 과 한 점에서 만난다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 20 [7.00점]

151. 두 실수 a ($a < 1$), b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-a}{x-1} + 3 & (x \leq a) \\ bx(x-a) + 2 & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 다음

조건을 만족시키도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍이 $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ 일 때, $-9 \times (a_1 + b_1 + a_2 + b_2)$ 의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오.

- (가) $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$ 이다.
 (나) 방정식 $|f(x)| = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 17 [4.90점]

152. 두 실수 a ($a < 1$), b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-a}{2x-2} + \frac{3}{2} & (x \leq a) \\ bx(x-a) + 1 & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍이 $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ 일 때, $a_1 + b_1 + a_2 + b_2$ 의 값은?

(가) $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-1)$ 이다.

(나) 방정식 $|f(x)| = \frac{3}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① $-\frac{11}{2}$ ② $-\frac{9}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}$
 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14 [4.90점]

153. 함수 $f(x) = \left| \frac{2x+3}{x} \right|$ 과 서로 다른 두 양의 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $\{f(x)-\alpha\}\{f(x)-\beta\}=0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은 p, q, r 뿐이다.
 (나) $f(\alpha) = \alpha$

$p+q+r$ 의 값은?

- ① $\frac{33}{20}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ $\frac{39}{20}$
 ④ $\frac{21}{10}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

[출처] 일산 저현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 14

154. 함수 $f(x) = \frac{k}{x+4} + 1$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 두

점근선의 교점을 중심으로 하고 반지름이 k 인 원을 C 라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 과 원 C 가 교점을 갖도록 하는 양수 k 의 최솟값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

[출처]

일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 19

155. 함수 $y = \frac{2x}{x-1}$ ($x > 1$)의 그래프 위의 점 P와 직선

$2x + y + 4 = 0$ 사이의 거리의 최솟값이 $\frac{q\sqrt{5}}{p}$ 일 때, $p+q$ 의

값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

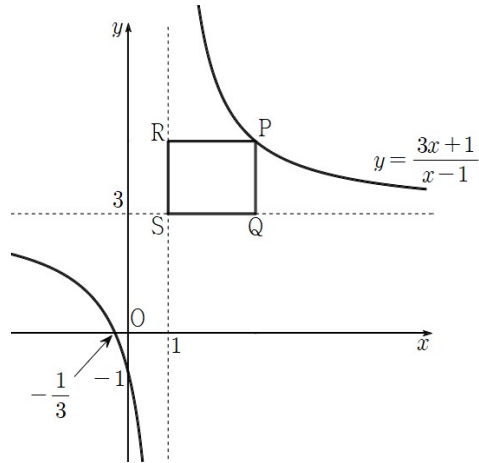
- ① 17 ② 18 ③ 19
④ 20 ⑤ 21

[출처]

일산 백마고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 19 [5.20점]

156. 함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프 위의 한 점 P에서 이 함수의

그래프의 두 점근선 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하고, 두 점근선의 교점을 S라 하자. 사각형 PQSR의 둘레의 길이의 최솟값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 6
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 8

[출처]

일산 풍동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 13

157. 곡선 $y = \frac{16}{x-1} + 2$ ($x > 1$)의 그래프 위의 점 P에서

x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q와 R라 하자. 직사각형 OQPR의 둘레의 길이가 최소일 때, 직사각형 OQPR의 넓이는?
(단, O는 원점이다.)

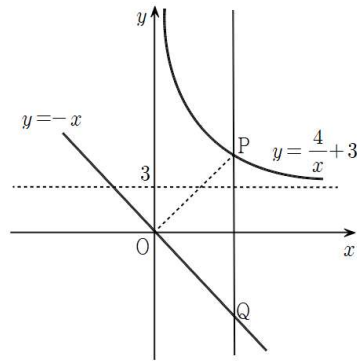
- ① 20 ② 24 ③ 25
④ 30 ⑤ 36

[출처]

고양국제고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 15

158. 함수 $f(x) = \frac{4}{x} + 3$ 의 그래프 위를 움직이는 점 P에 대하여

점 $P(a, f(a))$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 직선 $y = -x$ 와 만나는 점을 Q라 하자. 선분 PQ의 길이가 최소가 될 때의 양수 a 의 값을 α , 그때의 최솟값을 m 이라 할 때, $10\alpha + m$ 의 값을 구하시오.

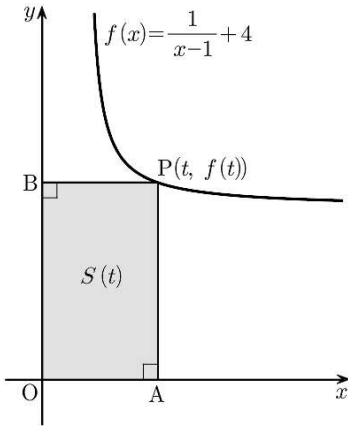


[출처] 일산 정발고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 19 [4.90점]

159. $x > 1$ 에서 정의된 유리함수 $f(x) = \frac{1}{x-1} + 4$ 의 그래프

위의 점 $P(t, f(t))$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 사각형 OAPB의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, O는 원점이고, $t > 1$ 이다.)



<보 기>

ㄱ. $S(2) = 10$

ㄴ. $S(t) = f(t) + 4t - 3$

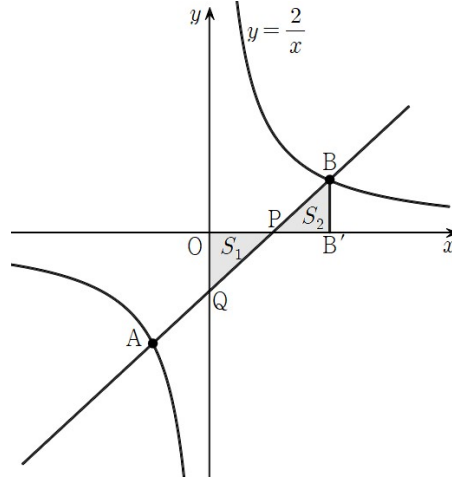
ㄷ. $S(t)$ 는 $t = \frac{3}{2}$ 일 때 최솟값 9를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 21 [8.00점]

160. 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 위의 두 점 $A(-1, -2)$, $B(a, \frac{2}{a})$ ($a > 1$)을

지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 B'이라 할 때, 두 삼각형 POQ, PB'B의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하자. $S_1 + S_2$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)



[출처] 일산 일산동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 24 [5.50점]

161. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 와 $x < 4$ 에서

정의된 함수 $g(x) = 3 - \frac{8}{x-4}$ 이 있다. 2보다 작은 실수 t 에

대하여 $t \leq x \leq t+2$ 에서 함수 $(f \circ g)(x)$ 의 최댓값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은?

$$(가) \ h(t) = \begin{cases} f(g(t+2)) & (t < 0) \\ 8 & (0 \leq t < 2) \end{cases}$$

$$(나) \ h(-6) = -1$$

$$\textcircled{1} -99 \textcircled{2} -83 \textcircled{3} -57$$

$$\textcircled{4} -41 \textcircled{5} -25$$

[출처] 파주 운정고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 19 [7.00점]

162. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 유리함수 $f(x)$ 는 아래와 같다.

$$f(x) = \frac{k}{|x|-2} \quad (k < -1)$$

모든 실수 x 에 대해 $f(x) = f(x+2)$ 를 만족한다. 자연수 m 에

대하여, $y = \frac{1}{m}x + \frac{1}{2}$ 과 $f(x)$ 의 교점의 개수를 $A(m)$ 이라 하고,

$A(1)=1$, $A(2)=2$, $A(3)=3$ 일 때, $A(5)$ 의 값을 구하고 풀이 과정을 서술하시오.

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 17 [5.50점]

163. 함수 $f(x) = \frac{x-2}{x}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ f(x+1)+2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 $n(t)$ 라 할 때, 집합

$$X = \{t | n(t) = 1 \text{이고, } t \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$$

에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 함수 h 중 $h \circ h = h^{-1}$ 을 만족시키는 h 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 8
④ 9 ⑤ 13

[출처] 일산 일산동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 22 [5.20점]

164. 함수 $f(x) = \frac{a}{x-b}$ ($a \neq 0$)이 다음 조건을 만족시킬 때,

$f(9)$ 의 값은?

(가) 곡선 $y = |f^{-1}(x)|$ 는 직선 $y = 3$ 과 한 점에서 만난다.

(4) $f(3) = f^{-1}(3) - 1$

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 22 [9.00점]

165. 함수 $f(x) = \frac{bx}{x-2a}$ ($a > 0, b \neq 0$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 2a) \\ f(x+4a)+2a & (x \geq 2a) \end{cases}$$

라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면, 상수 k 에 대하여

$$\{t | h(t) = 1\} = \{t | -7 < t < 6\} \cup \{t | t \geq k\}$$

이다. $4 \times (k-a) + b$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

[출처] 일산 백마고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18

166. 함수 $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ ($a > 0, b < 0$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(x+a)+a & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면, 실수 k 에 대하여

$$\{t | h(t) = 1\} = \{t | -6 \leq t \leq -5\} \cup \{t | t \geq k\}$$

이다. 이때, $a+b+k$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

[출처] 일산 저현고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 19 [5.60점]

167. 함수 $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ ($a > 0, b \neq 0$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(x+2a)+a & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선

$y = t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면, 상수 k 에 대하여

$$\{t \mid h(t) = 1\} = \{-8\} \cup \{t \mid t \geq k\}$$

이다. $a \times b \times g(-k)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 100 ② 144 ③ 196
④ 256 ⑤ 324

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 12 [5.00점]

168. 함수 $y = \frac{cx+d}{ax-b}$ (a, b, c, d 는 상수)와

$y = \sqrt{ex+f} + g$ (e, f, g 는 0이 아닌 실수)에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- <보 기>
- ㄱ. 함수 $y = \sqrt{ex+f} + g$ 의 그래프가 $e < 0$ 이고
제1사분면, 제2사분면만을 지나면 $f > 0, g > 0$ 이다.
- ㄴ. 함수 $y = \frac{cx+d}{ax-b}$ 가 다항함수이면 $\frac{a}{b} = 0, b \neq 0$ 이다.
- ㄷ. 함수 $y = \sqrt{ex+f} + g$ 의 그래프가 제 2사분면, 제
3사분면, 제 4사분면을 지나면 $f > 0, g < 0,$
 $\sqrt{f} > -g$ 이다.
- ㄹ. 함수 $y = \frac{cx+d}{ax-b}$ 가 다항함수가 아닌 유리함수가 되기
위한 필요충분조건은 $ad+bc \neq 0, a \neq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄱ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[출처] 일산 저동고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 17 [6.20점]

169. 무리함수 $y = \sqrt{x+2}$ 의 그래프와 직선 $y = x + |x-k|$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 4

[출처] 일산 주엽고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 4 [4.50점]

170. 함수 $y = \sqrt{-2x-3}+4$ 의 그래프와 직선 $y = mx + 3m$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 m 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 16 [5.40점]

171. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} + 2 & (x \leq -1) \\ -\sqrt{4(x+1)} + 1 & (x > -1) \end{cases}$$

에 대해, 방정식 $|f(x)| = mx + m + 1$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 m 의 범위가 $a < m < b$ ($m \neq c$)일 때,

$100a^2 + 60b^2 + 10c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

[출처] 일산 저현고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 16 [5.60점]

172. 두 함수 $f(x) = \frac{4x+3}{x}$, $g(x) = \sqrt{x-m} - m$ 에 대하여

방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 실근을 가지기 위한 실수 m 의 범위는 $\alpha \leq m \leq \beta$ 이다. $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$
④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

[출처]

일산 자현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 18

173. 두 곡선

$$y = \sqrt{-kx-2k-3}, y = -\sqrt{kx-2k+3}$$

에 대한 설명 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, k 는 0이 아닌 실수이다.)

<보 기>

- ㄱ. 두 곡선은 서로 원점에 대하여 대칭이다.
 ㄴ. $k < 0$ 이면 두 곡선은 한 점에서 만난다.
 ㄷ. 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 개수는 5이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처]

일산 백신고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 18 [5.70점]

174. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = \sqrt{kx+2k-3}$,

$y = -\sqrt{-kx+2k+3}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는
대로 고른 것은? (단, k 는 0이 아닌 실수이다.)

<보 기>

- ㄱ. 두 곡선은 서로 원점에 대하여 대칭이다.
 ㄴ. $k < 0$ 이면 두 곡선은 만나지 않는다.
 ㄷ. 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 k 의
 최댓값은 9이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 대진고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 14 [4.30점]

175. 다음 조건에 대하여 물음에 답하시오.

(가) 0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 8x + \frac{4}{x} \text{를 만족한다.}$$

(나) $h(x) = -(x-a)^2 + 6$ ($x \geq a$)에 대하여

$$(h \circ g)(x) = x \text{이다.}$$

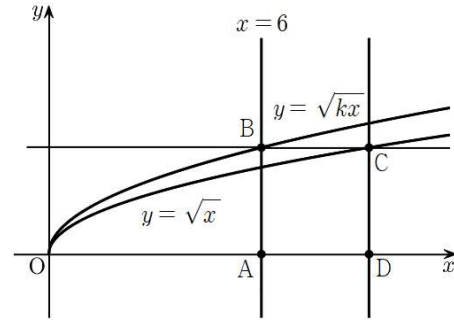
$2 \leq x \leq 5$ 에서 $bx + 7 \leq f(x-1) + 2 \leq g(x)$ 를 항상 만족시키는 a 의 최솟값을 α , b 의 최댓값을 β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 13 [4.50점]

176. 그림과 같이 1보다 큰 양수 k 에 대하여 직선 $x=6$ 이

x 축과 만나는 점을 A, $y = \sqrt{kx}$ 와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 C라 하고, 점 C를 지나면서 x 축과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 BADC는 정사각형이다. 정사각형 BADC의 한 변의 길이를 a 라 할 때, $a + 6k$ 의 값은?



- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 20

[출처] 파주 윤정고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 7 [4.70점]

177. 두 함수 $f(x) = \frac{x+k+2}{x+2}$ ($k \neq 0$), $g(x) = \sqrt{x-2} + 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 가 최댓값 $\frac{7}{3}$ 을 가진다. $f(0)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[출처] 일산 백신고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 15 [4.80점]

178. 함수 $f(x) = -\sqrt{-(x-a)} + b$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라고 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 A, B가 다음을 만족시킨다.

(가) 두 점 A, B 사이의 거리는 $\sqrt{2}$ 이다.
(나) 두 점 A, B는 원점에 대하여 대칭이다.

양수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[출처]

일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 21

179. 함수 $f(x) = \sqrt{4x-4} + k$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[출처]

일산 풍동고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 10 [4.70점]

180. 함수 $f(x) = \sqrt{x-4} + k$ 의 그래프와 그 역함수

$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점을 A, B라 하자. 선분 AB 길이의 최댓값은? (단, k 는 실수이다.)

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 21 [3.00점], [7.00점]

181. 실수 a 에 대하여 역함수가 존재하는 함수

$f(x) = \sqrt{x+a}$ 가 있다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 구하고 그 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x-3$ 이

제4사분면에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하고 그 과정을 서술하시오.

[출처]

일산 저현고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 12

182. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = 5x^2 + 3$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 이다.

두 함수 $y = f(x)$, $y = \sqrt{ax} + 3$ 의 그래프의 교점의 개수가 7 이상이 되도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

[출처] 파주 윤정고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 14 [5.20점]

183. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{3}(9 - x^2)$ ($x \geq 0$), $g(x) = \sqrt{9 - 3x}$ 에

대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

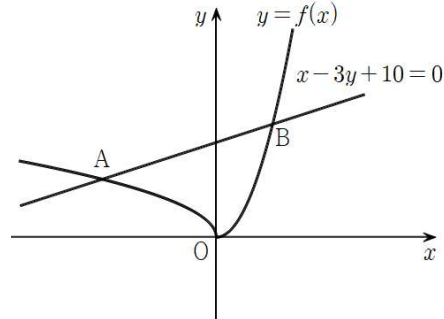
- ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x) = x$ 의 근이 존재한다.
 ㄴ. 집합 $\{x | f(x) = g(x)\}$ 의 원소의 개수는 1이다.
 ㄷ. $a < b < 0$ 인 a, b 에 대하여 $\frac{g(b) - g(a)}{b - a} \leq -1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 파주 한빛고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 15 [4.50점]

184. 함수 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & (x \leq 0) \\ x^2 & (x > 0) \end{cases}$ 의 그래프와 직선

$x - 3y + 10 = 0$ 이 두 점 A(-4, 2), B(2, 4)에서 만난다.



주어진 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $x - 3y + 10 = 0$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

[출처]

일산 가좌고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 17

185. 함수 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3x} & (x \geq 0) \\ \frac{1}{3}x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 의 그래프와 직선

$y = k$ ($k > 0$)이 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 a 라 하자.
두 직선 $x = a$, $y = k$ 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가
함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와
같도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

[출처]

일산 대진고_1학년_2022_2학기기말_수학(하) 15 [4.30점]

186. 유리함수 $f(x) = \frac{1}{x-p}$ 에 대하여 $f(2) + f(3) + f\left(\frac{14}{3}\right) = 0$ 을

만족하는 p 의 값 중 가장 큰 값을 q 라 하자. 유리함수

$g(x) = \frac{k}{x-q}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x \geq 7) \\ -\sqrt{ax+8} & (x \leq 7) \end{cases}$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $ak = 3$ (단, a, k 는 유리수)

(나) 함수 $h(x)$ 는 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면

$f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

이때, $h(8) \times h(4)$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ $\frac{5}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

[출처]

일산 백마고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 14

187. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-13}{x-5} & (x > 6) \\ \sqrt{6-x} + a & (x \leq 6) \end{cases}$$

이 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 치역은 $\{y \mid y > 3\}$ 이다.

(나) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ 이다.

$f(5)f(k) = 24$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[출처]

일산 안곡고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 14 [5.00점]

188. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-3} & (x \geq 4) \\ -\sqrt{4-x} + a & (x < 4) \end{cases}$$

가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 치역은 $\{y \mid y < -1\}$ 이다.

(나) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ 이다.

$f(0)f(k) = 10$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 일산 안곡고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18 [5.40점]

189. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -(x-a)^2 + b & (x \leq a) \\ -\sqrt{x-a} + b & (x > a) \end{cases}$$

와 서로 다른 세 실수 α, β, γ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $\{f(x)-\alpha\}\{f(x)-\beta\}=0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은 α, β, γ 뿐이다.
 (나) $f(\alpha)=\alpha, f(\beta)=\beta$

$\alpha + \beta + \gamma = 18$ 일 때, $f(\beta + \gamma + 2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[출처] 고양국제고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 12 [4.70점]

190. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(x) = -\sqrt{2x-1} + 4,$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x < 0) \\ -1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

일 때, 방정식 $(g \circ f)(x) = -1$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

[출처] 일산 주엽고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 20 [7.00점]

191. 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x-1} + 2$ 에 대하여 집합

$\{x | x \geq 2\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) > f^{-1}(x) \text{인 경우}) \\ f^{-1}(x) & (f(x) \leq f^{-1}(x) \text{인 경우}) \end{cases}$$

가 있다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 직선 $y = tx + 3$ 과 한 점에서 만날 때, 실수 t 의 범위를 구하고, 그 과정을 논술하시오.

[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 17 [4.90점]

192. 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 7\}$ 인 함수 $f(x) = -|x-3| + 4$ 의

그래프와 무리함수 $g(x) = \sqrt{ax+ab}$ 의 그래프가 한 점에서 만나도록 하는 정수 a, b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, $b < -7$ 또는 $b > 1$)

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

[출처]

일산 대화고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 17

193. 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x+a}+b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나고, 이 두 점 사이의 거리는 2이다.
- (나) x 에 대한 방정식 $|f(x)|=k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 $4-a$ 이다.

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[출처]

일산 풍동고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 22

194. 함수 $f(x) = -2-2\sqrt{x-3}$ ($3 \leq x \leq 39$)의 그래프 위의

두 점 $A(a, b), B(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최댓값을 M ,

최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

- ① $\frac{19}{39}$ ② $\frac{22}{39}$ ③ $\frac{25}{39}$
- ④ $\frac{28}{39}$ ⑤ $\frac{31}{39}$

[출처] 일산 정발고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 17 [4.80점]

195. 정수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\sqrt{x-n} = \frac{x+2}{x+1} \quad (x \geq n, x \neq -1)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $f(0)=0$
 ㄴ. $f(n)=2$ 를 만족시키는 n 의 최댓값은 -2 이다.
 ㄷ. $f(-3)+f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)=9$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[출처] 일산 주엽고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 18 [5.60점]

196. 상수 a , 양수 b 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{-2x+4a} - b$ 라

하자. 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| + 2b & (x \leq 2a) \\ -f(-x+4a) + |2b| & (x > 2a) \end{cases}$$

와 두 실수 α, β ($\alpha < \beta$)가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b^2$ 의 값은?

- (가) 실수 t 에 대하여 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면 $h(\alpha) \times h(\beta) = 4$ 이다.

- (나) 방정식 $\{g(x)-\alpha\}\{g(x)-\beta\}=0$ 을 만족시키는 실수 x 의 최솟값은 -42 , 최댓값은 3 이다.

- ① 12 ② 15 ③ 18
 ④ 21 ⑤ 24

[출처] 일산 백석고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 20 [5.20점]

197. 함수 $f(x) = \sqrt{8x-16} + 1$ 에 대하여 집합 $\{x \mid x \geq 2\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) < f^{-1}(x) \text{인 경우}) \\ f^{-1}(x) & (f(x) \geq f^{-1}(x) \text{인 경우}) \end{cases}$$

가 있다. 실수 m 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = m(x-2) + 1$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(m)$ 이라 하면, 상수 a, b 에 대하여 $\{m \mid h(m) = 4\} = \{m \mid a < m < b\}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① $5 - 2\sqrt{2}$ ② $4 - 2\sqrt{2}$ ③ $5 - \sqrt{2}$
 ④ 5 ⑤ $5 + \sqrt{2}$

[출처] 일산 대진고_1학년_2024_2학기기말_수학(하) 19 [10.00점]

198. 함수 $f(x) = -\sqrt{-ax+3a} + 4$ ($a > 4$)에 대하여 집합 $\{x \mid x \leq 3\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) > f^{-1}(x)) \\ f^{-1}(x) & (f(x) \leq f^{-1}(x)) \end{cases}$$

가 있다. 양수 n 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x + n$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(n)$ 이라 하자. 임의의 n 에 대하여 $h(n) \neq 2$ 일 때, a 의 값과 $g(2)$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 자세히 논술하시오.

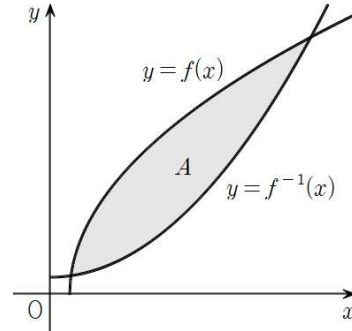
[출처] 일산 백석고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 18 [5.00점]

199. 정의역이 $\{x|x \geq -3\}$ 인 함수 $f(x) = -(x+4)^2 - 2$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$, 직선 $x = -7$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

- ① 5 ② 11 ③ 17
④ 23 ⑤ 29

[출처] 일산 저현고_1학년_2023_2학기기말_수학(하) 15 [5.60점]

200. 그림과 같이 함수 $f(x) = \sqrt{8x-4}$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 영역을 A 라 하자. 영역 A 에 포함된 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는? (단, A 의 경계도 포함한다.)



- ① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

빠른 정답

Final Appendix

공수2 기말

1. [정답] ②

2. [정답] ②

3. [정답] 25

4. [정답] ③

5. [정답] ⑤

6. [정답] ②

7. [정답] ④

8. [정답] ③

9. [정답] ②

10. [정답] ②

11. [정답] ③

12. [정답] ②

13. [정답] ④

14. [정답] ②

15. [정답] ③

16. [정답] 3

17. [정답] 3

18. [정답] ④

19. [정답] ③

20. [정답] ③

21. [정답] ③

22. [정답] ②

23. [정답] ④

24. [정답] ①

25. [정답] ⑤

26. [정답] ③

27. [정답] ②

28. [정답] ④

29. [정답] ②

30. [정답] ①

31. [정답] ④

32. [정답] ④

33. [정답] ③

34. [정답] ②

35. [정답] 2, $y = z$

36. [정답] 5, 7

37. [정답] ⑤

38. [정답] ⑤

39. [정답] ①

40. [정답] ①

41. [정답] ④

42. [정답] 2

43. [정답] ③

44. [정답] $a = 5, b = 3$

45. [정답] ②

46. [정답] 2, $x = 2\sqrt{2}, y = 2\sqrt{2}$

47. [정답] 9

48. [정답] ③

49. [정답] ③

50. [정답] ①

51. [정답] ④

52. [정답] ①

53. [정답] ③

54. [정답] ②

55. [정답] ①

56. [정답] ①

57. [정답] ④

58. [정답] ①

59. [정답] ④

60. [정답] $a < -2$ 또는 $a > 2$

61. [정답] ④

62. [정답] ④

63. [정답] ④

64. [정답] ⑤

65. [정답] ①

66. [정답] ①

67. [정답] ②

68. [정답] ①

69. [정답] ③

70. [정답] ④

71. [정답] ⑤

72. [정답] ④

73. [정답] ⑤

74. [정답] ④

75. [정답] 12

76. [정답] ⑤

77. [정답] ⑤

78. [정답] ④

79. [정답] ⑤

80. [정답] ④

81. [정답] ②

82. [정답] ①

83. [정답] ④

84. [정답] ②

85. [정답] ④

86. [정답] 56

87. [정답] ⑤

88. [정답] ①

89. [정답] ④

90. [정답] ③

91. [정답] (1) 11

92. [정답] ①

93. [정답] 1

94. [정답] ④

95. [정답] ②

96. [정답] ①

97. [정답] ②

98. [정답] ③

99. [정답] ④

100. [정답] ④

101. [정답] 3

102. [정답] ③

103. [정답] ③

104. [정답] $a < -\frac{17}{4}$

105. [정답] 7

106. [정답] ①

107. [정답] ②

108. [정답] ②

109. [정답] ①

110. [정답] ④

111. [정답] ①

112. [정답] (1) 6 (2) $\frac{7}{3}$

113. [정답] ③

114. [정답] 5

115. [정답] ③

116. [정답] ③

117. [정답] 10

118. [정답] ①

119. [정답] ③

120. [정답] ⑤

121. [정답] ①

122. [정답] (1) $a = b$ (2) $1 < a \leq 2$

123. [정답] 363

124. [정답] ①

125. [정답] ③

126. [정답] ④

127. [정답] ⑤

128. [정답] ①

129. [정답] ①

130. [정답] ③

131. [정답] 150

132. [정답] $\frac{2}{3}$

133. [정답] -2

134. [정답] ④

135. [정답] ①

136. [정답] ①

137. [정답] $\frac{7}{12}$

138. [정답] ⑤

139. [정답] ④

140. [정답] ⑤

141. [정답] ⑤

142. [정답] ③

143. [정답] ②

144. [정답] ③

145. [정답] ③

146. [정답] ②

147. [정답] ③

148. [정답] $\frac{3}{2}$

149. [정답] ③

150. [정답] ①

151. [정답] 83

152. [정답] ④

153. [정답] ①

154. [정답] ④

155. [정답] ①

156. [정답] ⑤

157. [정답] ④

158. [정답] 27

159. [정답] ⑤

160. [정답] $2\sqrt{2}-2$

161. [정답] ④

162. [정답] 5

163. [정답] ④

164. [정답] ⑤

165. [정답] -2

166. [정답] ②

167. [정답] ④

168. [정답] ④

169. [정답] ②

170. [정답] ②

171. [정답] ⑤

172. [정답] ①

173. [정답] ③

174. [정답] ⑤

175. [정답] ②

176. [정답] ③

177. [정답] ④

178. [정답] ④

179. [정답] ②

180. [정답] ③

181. [정답] (1) $f^{-1} = x^2 - a$ ($x \geq 0$) (2) $\frac{11}{4} \leq a < 9$

182. [정답] ②

183. [정답] ①

184. [정답] ①

185. [정답] ⑤

186. [정답] ⑤

187. [정답] ③

188. [정답] ⑤

189. [정답] ③

190. [정답] ④

191. [정답] $\frac{\sqrt{3}-1}{2} \leq t < \frac{2}{5}, t > -1 + \sqrt{2}$

192. [정답] ②

193. [정답] ②

194. [정답] ③

195. [정답] ②

196. [정답] ②

197. [정답] ①

198. [정답] $a = 8, g(2) = \frac{5}{2}$

199. [정답] ③

200. [정답] ⑤