



# 主动投资 组合管理

创造高收益并控制风险的量化投资方法  
(原书第2版)

[美] 理查德 C. 格林诺德 雷诺德 N. 卡恩 著 李腾 杨柯敏 刘震 译  
[Richard C. Grinold] [Ronald N. Kahn]

# ACTIVE PORTFOLIO MANAGEMENT

A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk (2th edition)

# 主动投资组合管理

## 创造高收益并控制风险的量化投资方法

(原书第2版)

# Active Portfolio Management

A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk (2th edition)

[美] 理查德 C. 格林诺德 雷诺德 N. 卡恩  
(Richard C. Grinold) (Ronald N. Kahn) 著 李腾 杨柯敏 刘震 译

## 图书在版编目 (CIP) 数据

主动投资组合管理：创造高收益并控制风险的量化投资方法（原书第2版）/（美）格林诺德（Grinold, R. C.），（美）卡恩（Kahn, R. N.）著；李腾，杨柯敏，刘震译。  
—北京：机械工业出版社，2014.7

书名原文：Active Portfolio Management: A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk

ISBN 978-7-111-47472-2

I. 主… II. ①格… ②卡… ③李… ④杨… ⑤刘… III. 投资—研究 IV. F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 170109 号

本书版权登记号：图字：01-2013-2588

Richard C. Grinold, Ronald N. Kahn.

Active Portfolio Management: A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk, Second Edition.

ISBN 0-07-024882-6

Copyright © 2000 by McGraw-Hill Education.

All Rights Reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw-Hill Education and China Machine Press. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2014 by McGraw-Hill Education and China Machine Press.

版权所有。未经出版人事先书面许可，对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播，包括但不限于复印、录制、录音，或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳-希尔（亚洲）教育出版公司和机械工业出版社合作出版。此版本经授权仅限在中华人民共和国境内（不包括香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾）销售。

版权 © 2014 由麦格劳-希尔（亚洲）教育出版公司与机械工业出版社所有。

本书封面贴有 McGraw-Hill Education 公司防伪标签，无标签者不得销售。

## 主动投资组合管理

### 创造高收益并控制风险的量化投资方法（原书第2版）

出版发行：机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码：100037）

责任编辑：施琳琳

责任校对：董纪丽

印 刷：冀城市京瑞印刷有限公司

版 次：2014 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

开 本：170mm×242mm

印 张：33

书 号：ISBN 978-7-111-47472-2

定 价：100.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

客服热线：(010) 68995261 88361066

投稿热线：(010) 88379007

购书热线：(010) 68326294 88379649 68995259

读者信箱：hzjg@hzbook.com

版权所有·侵权必究

封底无防伪标均为盗版

本书法律顾问：北京大成律师事务所 韩光 / 邹晓东

**献给 Leilani 和 Bonnie**

## 中文版序言

当初撰写《主动投资组合管理》这本书时，我们的目的是为主动投资提供一套量化理论。我们希望它既能成为实践者的指南，也能成为有意转向金融领域的科学家和工程师的教材。

我们非常欣慰地看到本书自出版以来，被越来越多的读者接受。它几乎被放在每一位讲英文的量化投资者的书架上，而且它没有仅仅成为一部落满灰尘的参考书，书中的思想激励了一代量化导向的投资者，并影响到他们的投资实践。

自从本书问世后，量化股票投资获得了巨大的发展。虽然很多这类策略在金融危机中遭受挫折，但整体上还是创造了稳健的长期业绩记录。在 21 世纪初的几年里，投资者对该类策略的热情快速高涨，太多的投资经理采用了相似的想法，产生了一个量化投资泡沫。当大量需要现金的投资者同时从这些有流动性的投资中抽取资金时，就导致了泡沫的破灭。今天，投资于量化股票策略的资产处于一个合理的水平，而且成功的策略之间进化出了低相关性，更多地关注于原创的想法，并且更加动态——策略的想法及因子暴露变化更快。与此同时，它们仍然完全符合本书中的原则。

量化股票策略之外，现在许多投资者和他们的投资顾问也开始透过《主动投资组合管理》（原书第 2 版）的镜片审视所有的投资策略和投资流程。例如，投资经理如何创造高信息率？他们是怎样组合自己的能力、广度和效率来产生持续的正向业绩？这些问题直接源自本书。

此外，时下不断高涨的对“聪明贝塔”或“战略贝塔”策略（一种对风险溢价、行为，或诸如价值、动能、质量、低波动率之类的结构化市场无效现象保持静态非市场暴露的策略）的兴趣，也与量化投

资者发展出来并且在《主动投资组合管理》中描述过的许多想法直接相关。

与本书首次出版时的情况相比，当前的投资境域为系统化和量化投资方式提供了更多的机会。我们看到了可获得的数据，尤其是非结构化数据的爆炸性增长，它们都是产生主动预测的潜在信息。与此同时，学术界也涌现出大量研究系统化投资想法的论文。回想《主动投资组合管理》刚出版时，学术界还笼罩在市场有效理论的狂热之下，以致不允许发表投资想法方面的研究。行为金融学的出现解除了这一禁锢。

总之，本书的受接受程度及其对投资界的影响，已经证明了它在实践中的适用性。当前环境为开发新的系统化主动投资策略提供了许多机会。《主动投资组合管理》在中国出版正好生逢其时，它将会把这些宝贵的思想传播给众多的新投资者。

理查德 C. 格林诺德 (Richard C. Grinold)

雷诺德 N. 卡恩 (Ronald N. Kahn)

洛杉矶

2014 年 4 月

## 译 者 序

### 1. 投资的困惑

一天，12岁的儿子忽然问我：“爸爸，我怎样才可以赚到很多的钱？”

我想了想，答道：“两个办法。一个办法是要在学校好好读书，门门功课得 A；还要体育出色，至少区域大赛得奖；而且要参与社区活动，培养领导才能；这样才能考上常春藤大学。在大学里也不能天天派对，还要继续努力学习，GPA 一定要 4.0，暑假还要做实习，这样毕业之后就有望在一家好公司找到一份好工作。有了工作就更要努力，还要跟同事搞好关系，争取早日升迁……这样也许你在 60 岁退休之前就可以挣到不少钱了。”

儿子有些失望：“哦……那另一个办法呢？”

“另一种办法是投资。”我回答，“如果你投资方面有天赋，又肯努力，也许 30 岁之前就可以挣到很多钱了。”

儿子兴奋地看着我：“真的吗？那我怎么投资呢？”

我答道：“投资先要有资本，但更重要的是要有投资的能力。我可以给你 1 000 块钱做种子资金，但你每天放学后都要读一下《华尔街日报》，晚饭时我们可以讨论你的投资组合。”

投资理财对于我们每个人来讲，是一个既陌生但又永远躲不开的话题。年轻人要攒钱买房结婚；结婚生子后要存钱供子女上学出国；中年人更要把握住事业上的机会，投资置业；而老年人如今很多儿女在外，更需要理财养老传承。

投资有时似乎很容易：赶上 2006 ~ 2007 年的牛市，买对了股票，

闭着眼睛都能大把赚钱。但很多投资者都经历过 2008 ~ 2009 年那些惊心动魄的股市过山车和 2009 年至今漫长难熬的熊市。很多人觉得投资很高深，财经媒体上每天都有专家学者在讨论国际国内、宏观微观形势，但多数云遮雾罩，令投资者不知所措。有些人觉得投资很简单，买低卖高而已，但实际操作起来往往是追涨杀跌，有时甚至职业基金经理也不能免俗（见图 1）；有些人觉得投资需要听消息跟风潮，于是每天四处打听热股内幕；还有些人觉得投资是一门“艺术”，关键在于“战胜自我”，只可意会不可言传，不时还要参禅拜佛。但投资究竟是怎么回事呢？

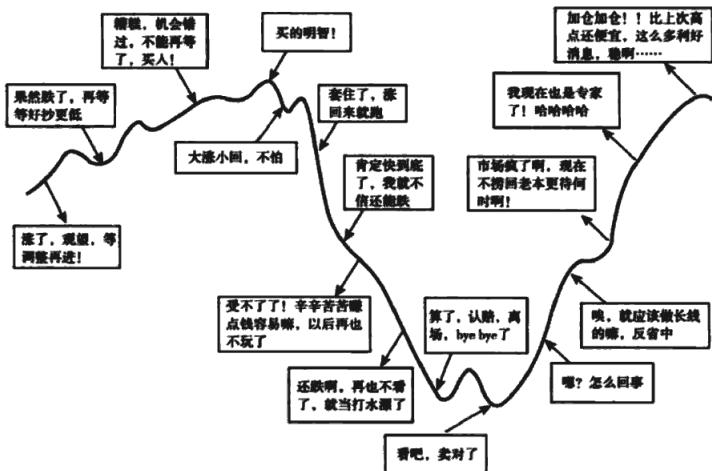


图 1 经典散户投资心态

## 2. 现代投资理论

投资者都知道投资是一个以风险换收益的过程，无风险则无收益。但谈起投资，每个人都津津乐道其收益，但多少人知道他所承担的风险呢？到底什么是投资风险？投资收益从何而来？承担了风险就一定有收益吗？投资能力怎样体验和评估？还有如何分辨投资的运气和能力呢？

投资作为一门科学，是从 1952 年哈利·马科维茨的论文《投资组

合的选择》开始的。论文中他提出了一个简单但又深刻的问题：投资组合的选择标准是什么？也就是说如果面临多只股票和现金的选择，我们应该如何决定投资组合的资金配比？直觉上大家知道这个标准肯定不只是收益，否则我们会把全部资金投入预期收益最高的股票；肯定也不只是风险，否则我们会把全部资金投入风险最小的资产。那么收益与风险的关联在哪里，又如何权衡呢？

马科维茨的伟大，在于他提出选择投资组合的目标是达到“有效组合”，也就是构建在给定的风险下获取最大预期收益的组合。不同风险下的有效投资组合形成所谓的“有效前沿”。最终的选择，可以通过求解不同风险厌恶水平下的“效用函数”最大化问题来得到。

马科维茨是金融历史上第一个人，通过投资组合选择的问题，把风险提高到与收益同样重要的位置，建立起权衡收益与风险的理论框架，并开创了现代投资组合理论的先河。马科维茨和他的学生夏普也因此获得了1990年诺贝尔经济学奖。金融作为一门科学由此诞生，经过不断发展和完善，从学术象牙塔逐渐传入华尔街，从而彻底地改变了全球资本市场的理论和实践。

### 3. “量化圣经”

我第一次接触《主动投资组合管理》是在1998年，当时在华尔街数量型对冲基金D. E. Shaw & Co从事量化股票交易。虽然知道正在从事的工作是前沿的，但也总是苦于知其然而不知其所以然，因为从马科维茨的现代投资理论到华尔街的投资实践之间还有很大的一段理论空白。

首先，理论中我们可以投资市场上所有资产，实践中我们总会局限于一个可投资股票清单，通常由投资业绩基准确定。这引出了以“市场”为参照点到以“业绩基准”为参照点的转变。其次，理论中我们假设已知未来收益率的分布，实践中我们并不知道，于是需要对收益率和风险分别建立预测模型，并用信息系数（IC）或其他度量来评价该模型的有效性。再者，理论中我们不考虑投资研究的深度与研究广度的权衡，实践中我们却常常在二者之间犹豫，想要知道多少深

度换多少广度才划算。最后，投资中运气与能力并存，但是投资收益中，哪些是来自运气，哪些是来自能力，这对于排除运气的影响，提高投资能力至关重要。

再深入到量化投资的层面，收益预测因子的构建与选择、预测模型构建，投资组合优化、市场交易、投资业绩归因、风险控制等，都是量化投资经理每天需要面对的问题。然而多数情况下我们没有一个清晰的理论基础，并且在业绩和时间的压力之下，也无法花更多的精力进行深入的研究。例如当时一直困扰我们的问题，是如何调整因子的权重，如何把两个有关联的因子叠加在一起，如何把不同期间的预测组合起来，等等。

在一次 Barra 组织的量化会议上，一位同行向我推荐了《主动投资组合管理》，当时还是第 1 版。此书的两位作者：格林诺德和卡恩，曾任 Barra 的研究总监，是 Barra 模型最早的创始人之一，也是成熟市场量化投资领域的开创者。书中两位作者系统性地介绍了很多学者和投资实践者在近 30 年的量化投资实践中，逐渐开发完善的投资理论与实践技术，并逐一讨论了将理论付诸实践过程中的各种问题和细节。《主动投资组合管理》在投资史上第一次为投资管理建立了一个科学的框架，在象牙塔中的现代投资理论与混沌原始的投资实践之间找到了一个应用的结合点。

当然，500 多页的书，第一次看的时候难免有些困难，并不一定能够完全理解书中的推导和评论，但基本的理念已经牢记在大脑里，例如“主动管理基本定律： $IR = IC \cdot \text{Sqrt}(Breath)$ ”。在之后的工作中，每当我带着许多问题来查阅这本书的时候，总会有新的体会。于是，我和同事开始称它为“quant bible”（量化圣经）。可以说《主动投资组合管理》是一本划时代的著作，对整个一代在华尔街从事量化投资的人，都有深刻和长远的影响。

#### 4. 量化投资在中国

2008 年我创建了对冲基金：The Red Capital, LLC (红色资本)，并在北京设立了一个研发办公室，招聘了一群北大清华的高材生，希望

能够把华尔街的理念、技术和经验与国内的高质量数理人才结合，同时也为中国的对冲基金培养一颗种子。这些刚从学校里毕业的高材生虽然经历过数学或物理方面的系统训练，但金融知识为零，该如何起步呢？当时的训练教材就是 Barra 的 USE3 模型和《主动投资组合管理》。于是红色资本的第一批研究员，就在这本书里得到了最初的量化投资启蒙，也为他们今后的职业发展奠定了一个扎实的基础。

自那时起，中国的量化投资开始萌芽：虽然起步甚缓，但随着投资工具的丰富，也有了长足的发展。然而从投资理念到实践，即使在职业基金经理的层面，也少有一个系统性的共识，于是我就萌发了翻译这本关于量化投资思想与技术的权威参考书的想法。但顾虑到浩繁的工作量，一直到 2012 年才由红色资本的前员工李腾带头启动翻译工作。翻译工作前后进行了近两年，之间杨柯敏和我陆续加入。由于三位译者都在量化投资领域工作，知道这是业界圣经，所以我们都以前所未有的严格标准来要求自己。逐字校对、专项校对进行了几十遍；几十个不明之处也与原作者逐一核实。值得欣慰的是我们的工作也得到了原作者的认可，并欣然为此中译本重新作序。

在本书的翻译过程中，我们得到了许多人的帮助。首先要感谢机械工业出版社华章公司的王颖编辑、蒋桂霞编辑、施琳琳编辑，她们一直在鼓励我们，容忍我们进度上的拖延和对出版细节的苛求。我们还要感谢同事张沫和张湛，与他们高强度的讨论帮助我们理解了书中的很多问题。特别感谢李浩明，他逐字校对了第 16 ~ 19 章的初译稿。最后也最重要的是，我们要感谢所有支持我们的家人。

我们希望能够通过这本书的翻译，系统性地介绍成熟市场先进的量化投资理念和技术，为中国量化投资提供一部权威性的参考书，以此推动中国投资市场和资产管理科学化的发展。

刘震

2014 年 8 月

## 前 言

为什么会有第2版？为什么生活如此繁忙却还要为它花时间？为什么不写一本新书，而是在已有的版本上投入精力？为什么要挑战已有的成功？

**简单的答案就是** 为了读者。投资界读者对《主动投资组合管理》的认可让我们深感欣慰。这本书似乎被摆在每一位量化投资经理的书架上，不论是经验丰富的老手还是刚走上量化之路的新秀。这本书也被摆在许多基本面投资经理的书架上。

然而，在读者充分认可这本书的价值之时，他们也激励我们进一步完善它。例如：覆盖更多与当今市场相关的主题；在适当之处添加实证数据结果；改进一些问题的讨论，等等。

**复杂的答案则是** 我们试图在以下几个方面改进《主动投资组合管理》。

首先，我们在第2版中加入了大量的新章节，包括：高级预测（第11章）、信息时间尺度（第13章）、多空投资（第15章）、资产配置（第18章）、主动管理的历史业绩（第20章）和开放性问题（第21章）。

一些原有章节也增加了新的内容，包括对风险更细致的讨论（第3章）、离差（第14章）、市场冲击（第16章）和来自学术界的一些业绩分析方案（第17章）。

其次，我们在适当之处添加了更多的实证数据结果。在最广泛的层面上：我们怎样知道整套方法是奏效的？第20章“主动管理的历史业绩”将提供一些回答。我们还在第3章添加了验证风险预测模型准确性的实证数据结果。

在更具体的层面上，读者曾提到希望对信息率和主动风险的典型数值有更直观的感受。现在，第 5 章提供了主动组合的这两种统计量的经验分布，第 15 章提供了类似的对于多空组合的实证结果，第 3 章还给出了个股（资产）层面风险统计量的经验分布。

再次，我们尝试澄清一些不易理解的主题。对于上一版涉及的每个想法，我们至少通过两个渠道获得反馈，以了解那些想法是否被清晰地传递给了读者。第一个渠道是，我们在一些投资管理会议上对本书内容做了概括性的演讲<sup>⊖</sup>。“洞悉主动管理的七条量化真谛”将这些关键的想法总结为：

1. 主动管理即预测：一致预期导致基准组合。
2. 信息率是决定附加值的关键因素。
3. 主动管理基本定律： $IR = IC \cdot \sqrt{Breath}$ 。
4. 阿尔法是由波动率、能力和预期决定的： $\text{Alpha} = Volatility \cdot IC \cdot Score$ 。
5. 容易陷入数据挖掘的原因，以及如何避免。
6. 组合实施阶段应该尽可能减少附加值的损失。
7. 区分能力和运气很难。

这个演讲为我们提供了很多机会来了解读者对这些基本想法的理解和疑惑。

我们还给出了本书的课程培训版本，名为《如何研究主动策略》。来自纽约、伦敦和东京的超过 500 名投资专家参加了这个培训。这个课程不仅包括演讲，还有问题集以及大量的讨论，帮助我们找到学员心中对课程材料的疑惑。例如，本书中的预测框架是有关多时期单一收益率的，应该怎样推广到更普遍的单时期多资产收益率的情形呢？为此，我们特别增加了第 11 章“高级预测”来讨论这个问题。

最后，我们更正了一些打印错误，为每一章增加了更多的问题和练习。我们甚至增加了一种全新类型的问题——应用练习，这些练习要求利用商业分析软件来验证书中提到的想法，相信可以帮助那些数学知识不足的读

---

<sup>⊖</sup> 1997~1998 年，BARRA 公司在其时事通讯上发表了关于这次演讲的一系列报道。

者理解书中技术性较强的内容。

在读者推动的改进之外，鉴于两位作者现在都以主动投资经理为职，投资实践中的经验或许能为《主动投资组合管理》（原书第2版）带来一些新的视角。

对于第1版《主动投资组合管理》的老读者，我们希望第2版能够回答您之前的疑问。对于新读者，我们希望您同样能发现这是一本重要、实用、有挑战性并且全面的参考书。

理查德 C. 格林诺德 (Richard C. Grinold)

雷诺德 N. 卡恩 (Ronald N. Kahn)

## 致 谢

我们非常感谢 Andrew Rudd 在本书作者还都就职于 BARRA<sup>Θ</sup>时对这项工程的鼓励，还要感谢巴克莱全球投资（Barclay Global Investors）的 Blake Grossman 对我们持续的热情和支持。

细心的读者会发现，本书内容大量依赖于 Barr Rosenberg 的开拓性工作。Barr 是将经济学、计量经济学和运筹学理论用于解决实际投资问题的先驱。同时，我们也借用了 Bill Sharpe 和 Fischer Black 原创性和实用性的工作，他们的想法是我们许多分析的基础。

很多人帮助我们形成本书的最终版本。在 BARRA 和巴克莱全球投资内部，与以下同事的讨论使我们获得了有价值的反馈：Andrew Rudd、Blake Grossman、Peter Algert、Stan Beckers、Oliver Buckley、Vinson Chandrashekaran、Naozer Dadachanji、Arjun diVecha、Mark Engerman、Mark Ferrari、John Freeman、Ken Hui、Ken Kroner、Uzi Levin、Richard Meese、Peter Muller、George Patterson、Scott Scheffler、Dan Stefek、Nicolo Torre、Marco Vangelisti、Barton Waring 和 Chris Woods。一些章节的原型最先在 BARRA 的研讨会和期刊文章中出现，我们从广大量化投资界读者的反馈中获益良多。

更详细地，BARRA 和巴克莱全球投资研究部的一些成员，尤其是 Chip Castille、Mikhail Dvorkin、Cliff Gong、Josh Rosenberg、Mike Shing、Jennifer Soller 和 Ko Ushigusa，帮助我们完成了书中的一些例子。

BARRA 和巴克莱全球投资支持了这本书的整个写作过程。

最后，必须感谢 Leslie Henrichsen、Amber Mayes、Carolyn Norton 和 Mary Wang 多年来在行政助理方面给我们的帮助。

---

<sup>Θ</sup> BARRA 是提供商用量化投资工具的著名公司。——译者注

# 目 录

中文版序言

译者序

前言

致谢

第 1 章 绪论 ..... 1

## 第一部分 基础理论

第 2 章 一致预期收益率：资本资产定价模型 ..... 10

第 3 章 风险 ..... 36

第 4 章 超常收益率、业绩基准和附加值 ..... 77

第 5 章 残差风险和残差收益率：信息率 ..... 97

第 6 章 主动管理基本定律 ..... 130

## 第二部分 预期收益率和估值

第 7 章 预期收益率和套利定价理论 ..... 152

第 8 章 估值理论 ..... 174

第 9 章 估值实践 ..... 197

## 第三部分 信息处理

第 10 章 预测基础 ..... 226

第 11 章 高级预测 ..... 255

第12章 信息分析 .....	273
第13章 信息时间尺度 .....	300

## 第四部分 策略实施

第14章 组合构建 .....	326
第15章 多空投资 .....	364
第16章 交易成本、换手率和交易 .....	383
第17章 业绩分析 .....	410
第18章 资产配置 .....	442
第19章 基准择时 .....	463
第20章 主动管理的历史业绩 .....	479
第21章 开放性问题 .....	491
第22章 总结 .....	495
附录A 标准符号表 .....	498
附录B 词汇表 .....	501
附录C 收益率和统计基础 .....	505
关于作者 .....	509

# 第1章

## 绪论

投资的艺术正在演变成投资的科学。这个演变一直在缓慢前行，并且还会持续一段时间。目标是明确的，道路是曲折的。随着具备越来越多科学投资理念的新生代投资经理的就任，他们将更多地依靠分析、流程以及结构来取代原来的直觉、建议或是一时之念。这并不意味着英雄主义式的个人投资洞察力已经成为过去；它意味着投资经理将越来越多地采用系统化的方式来获取和应用他们的洞察力。

我们希望这本书可以在某种程度上为新生代主动投资经理提供一套分析理论基础。我们将探讨一个全新的课题——量化主动管理，它依据严谨的分析和流程来尝试战胜市场，是现代金融经济学研究的近亲。金融经济学研究正在顶级院校中进行得如火如荼，但却没有创造收益的压力。的确，从金融经济学的观点来看，主动组合管理即使不是一个可疑的命题，也是一件世俗的事情。以市场有效理论为基础的现代金融经济学引发了过去十年间从主动管理（试图战胜市场）向被动管理（试图复制市场）的大规模迁移。

学术界对于主动管理的观点并不统一，因为有效市场论的学派已经分裂。目前一部分人正在积极地寻找可能的市场失效现象，而另一部分信徒依旧坚守有效市场理论，虽然他们为市场的辩护变得越来越脆弱<sup>①</sup>。

---

① 一位领袖级的学者近期把这种技巧发挥到了极致。当时他告诉一位极为成功的投资者，他的成功不是源自市场的无效，而是源自他自身纯粹的才智。如果他不是致力于投资，而是其他一些事业，例如设计芯片、重组DNA或是去写壮丽的史诗，这种才智仍会让他得到奖励。这样的论述谁还能再说些什么？

因此我们可以从学术理论中寻求结构和真知，但不是解决方案。我们将在假设主动管理是一个值得追求的目标的前提下，以实用主义的方式发展一套系统化的主动管理途径。这个目标值得追求，但并不容易。我们仍然要认识到市场让参与者折服的伟大能力。主动管理中获得成功的第一要素就是要认识到挑战。在这个问题上，金融经济学者和量化研究者可以分为三类：第一类人认为成功的主动管理是不可能的，第二类人认为这很容易，第三类人认为这很难。第一类人，无论多么聪慧，都难以成事。因为你若不相信目的地的存在，就不可能到达那里。第二类人不清楚自己的无知，其实很危险。第三类人兼具洞察力和谦逊。我们渴望成为第三类人，所以我们将从他们的视角开始研究。我们将肩负责任，去证明为什么一个具体的投资策略会获得成功。

我们还要记住这是一项经济学研究。我们将面临不完美的数据。我们应该预期模型会为我们指出一个正确的方向，但不是激光般的精确。这使我们想起一篇文章：《劣质数据和有缺陷模型下的估计》（*Estimation for Dirty Data and Flawed Models*<sup>⊖</sup>）。我们必须接受这个并非静止的世界，在其中，我们永远无法重复一个实验。我们还要意识到，实际投资会难于纸上投资，因为前者将会实际地影响到交易价格。

## 1.1 写作角度

我们按照两个层次来写本书。本书的目标读者是已经接受过MBA投资学课程的学员或有一年或以上实际投资经验的人士。各章之后的技术附录利用数学工具以严谨的方式细述了正文中的内容。技术附录是为那些更加关心技术细节的人而写的，甚至可以作为数学家、物理学家或者工程师转行投资领域的入门桥梁。我们不仅希望本书是量化投资新手的职业教程，还希望它的综合性使其成为对量化投资经验丰富的人士也有价值的案头参考书。

我们是从负责管理机构资产的主动型基金经理的角度来写这本书的。这里的机构资产包括待遇确定退休计划（defined-benefit plans）、缴费确定

---

<sup>⊖</sup> Krasker, Kuh 和 Welch (1983)。

退休计划（defined-contribution plans）、捐赠基金（endowments）、基金会（foundations）或者共同基金（mutual fund）。退休计划发起人（plan sponsors）、投资顾问（consultants）、经纪自营商（broker-dealers）、交易员、数据提供商和分析工具提供商应该都能在本书中找到许多感兴趣的内容。我们的例子主要集中在股票上，但分析方法同样适用于债券、外汇和其他资产类别。

我们的目标是为主动投资管理提供一条结构化的途径，即流程。这个流程包括研究投资想法（量化或非量化的）、预测超常收益率、构建并实施投资组合，以及观察和增强它们的业绩。在相当深入地描述这个流程之外，我们还希望提供一组战略性的概念和经验规律，来为研究和投资指明宏观方向。这些概念和规律蕴含了流程背后的直觉。

关于理论背景，这本书借用了多个学术领域的成果。首先是现代金融经济学理论，它提供了投资组合分析模型。Sharpe 和 Alexander 的著作《投资学》（*Investment*）对现代投资理论做了出色的介绍。Rudd 和 Clasing 所著的《现代投资组合理论》（*Modern Portfolio Theory*）描述了现代金融经济学中的各种概念。Richard Roll 在 1977 年的文章《对资产定价理论测试的批评》（*A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests*）的附录中提供了对投资组合分析的出色介绍。我们还从统计学、回归分析和优化理论中借用了很多想法。

我们相信，没有别的书像这本一样覆盖了如此广阔的领域。

## 1.2 战略性概述

量化主动组合管理是现代投资组合理论的穷亲戚：它有现代投资组合理论的威力和结构，但却没有合法的名分。现代投资组合理论将经济学理论、数量化方法和科学的观念引入投资研究。经济学强调均衡和有效性，少有谈及主动管理。而经济学理论的一个基本前提，几乎就是“成功的主动管理是不可能的”。但是我们依然会借用经济学家使用的数量化工具来攻克主动投资管理这个难题。

我们还会增加一些新内容：把风险预测问题与收益预测问题分离。在这里，实践投资专家要远远领先于学术界。专业服务机构现在都提供标准

化、无偏差的投资风险估计。BARRA 是这些服务机构中的先驱，并在美国和全球市场中持续地改进模型、提升预测质量以保持领先地位。我们将首先回顾风险预测的基础理论，在那之后的我们将总是假设投资组合的风险预测是已知的。

大多数 MBA 课程中的现代投资组合理论都在讨论总风险和总收益率。然而，美国和越来越多全球范围内的机构投资者更加关心主动风险和主动收益率。由于这个原因，我们将集中讨论一个广义的，相对于一个业绩基准的投资管理。这种对主动管理的关注源于几个原因：

- 客户可以将大量的投资顾问划分成几个较为明显的类别。当这些投资顾问被对号入座到相应类别后，客户（或投资咨询师）可以将研究和比较限于同种类别内。
- 业绩基准是基金发起人（fund sponsor，资本拥有者）向基金经理（资本代理者）传达投资指示的有效工具。业绩基准定义了投资经理的投资领域。偏离业绩基准的投资将承担潜在的投资风险和商业风险。
- 业绩基准使受托人（trustee）或发起人能够在战略层面管理汇总的投资组合，而不必殚精竭虑于每一个子组合的全部资产明细。发起人可以集中精力管理资本在不同的业绩基准之间的配置，只关注宏观层面。

事实上，分析投资组合相对于一个业绩基准的投资表现比标准的总风险/总收益率分析更具一般性。只要将业绩基准取为现金（无风险资产），我们就可以恢复到传统的分析框架上。

与这种相对风险和相对收益的研究角度相匹配的，我们将从经济学和课本上常见的“市场”转换到更加实用的“业绩基准”上来。原来的许多组合分析工具仍然奏效。特别地，我们保留了确定一组使业绩基准（或任何其他组合）成为有效组合的预期收益率的能力。这条极具价值的真知将均值/方差有效组合与预期收益率向量联系起来。

在整部书中，我们将投资组合与收益率预测或资产特征关联起来。技术附录将清晰地证明每一个资产特征是怎样与一个特殊的投资组合——对

应的。这个观点创新性地把完全不可比的几种资产特征转换到统一的维度（投资组合），并使用投资组合理论的工具来研究它们。

由于采用了相对的视角，我们会集中于收益率的一个组成部分——残差收益率（residual return），也就是资产收益率中与业绩基准收益率不相关的部分。信息率（information ratio, IR）是残差收益率的年化预期值与其年化波动率之比。信息率定义了主动投资经理可选的投资机会的集合。信息率越高，主动管理的空间越大。

如何在不同的投资机会之间选择，取决于偏好（preference）。在主动管理中，更高的残差收益率、更低的残差风险是必然的偏好。我们采用均值/方差的方式来体现这一点，即用残差收益率减去一个残差风险的二次惩罚项（残差方差的线性惩罚项）。我们称之为“风险调整预期收益率”（risk-adjusted expected return）或“附加值”（value-added）。我们可以用无差异曲线来描述偏好。不同的均值/方差组合，只要它们的附加值相同，我们对它们的偏好就没有差异。每一条无差异曲线都包含一个具有零残差风险的特殊组合，其残差收益率被称为“确定性等价”残差收益率。

当我们同时考虑偏好（无差异曲线）与机会集时，就产生了投资选择。在主动管理中，可获得的最高附加值正比于信息率的平方。

信息率衡量了主动管理的机会集，它的平方决定了我们产生附加值的能力，信息率越高越好。那么，从哪里寻找更高的信息率呢？投资机会集有哪些来源？根据主动管理基本定律，有两个来源。第一个就是我们预测每只资产残差收益率的能力。我们用信息系数（information coefficient, IC）来衡量这种能力，它是收益率的预测值和实现值之间的相关系数。信息系数是衡量我们预测能力的一个度量。

第二个产生高信息率的来源是广度（breadth, BR），即每年我们能够应用上述预测能力的次数。如果能力水平相同，那么能够预测 1 000 只股票的收益理应好于预测 100 只。基本定律告诉我们，信息率正比于我们的预测能力和预测广度的平方根： $IR = IC \cdot \sqrt{BR}$ 。这种观念不仅帮助我们理解理论本身，还能指导我们合理地设计研究策略。

基本定律导致的一个重要结果就是：我们不会热衷于基准择时。这是因为，即使我们有一定的能力，每个季度赌一次市场方向仍然无法提供很

高的广度。

收益、风险、基准、偏好和信息率是组成主动组合管理的五个基本元素。但主动管理实践还需要一个元素：与一致预测不同的预期收益率预测。

那么，怎样的预期收益率模型在主动管理中被证实是有效的呢？资产估值理论在 20 世纪 70 年代迅速发展，并在 80 年代开始被应用到实际投资操作中。可惜的是，这些新想法主要是期权定价理论的结果，它们主要对期权和期货这样的衍生资产有效，而对基础资产如股票的估值并不是很有帮助。不过，期权理论的结构确实为我们指明了方向，并提供了参考。

传统的资产估值和收益率预测方法更加实用。最经典的就是分红折现模型（dividend discount model），它把净现值的想法应用于估值问题之上。分红折现模型有一个无可争议的好处：如果被有效地使用，它将使投资流程化。当然，它并不一定保证成功：分红折现模型输出结果的质量不会优于输入数据的质量。

还有其他结构化的估值和收益率预测方法。一种方法是找出过去表现出色的资产的共同特征，进而找出那些将要表现出色的资产。另一种方法试图运用比较估值法来找出具有相同因子暴露但市场定价却不同的资产。一旦找到，意味着套利机会的出现。还有一种方法是去预测那些由市场定价的因子的收益率。

主动管理即预测。没有预测，基金经理将采用被动投资——持有业绩基准组合。在本书的论述中，预测是指将资产收益率的原始预测信号转化为精炼预测的过程。这种信息处理在主动管理中至关重要。它的基本想法就是预测基本定律：阿尔法 ( $\alpha$ ) = 波动率  $\cdot IC \cdot$  标准分值，它是我们将一个标准化的（均值为 0，标准差为 1）分值转化为一个对残差收益率的预测值（阿尔法）的基本方程。方程中，波动率（volatility）是残差波动率， $IC$  是信息系数——标准分值和收益率实现值的相关系数。信息处理过程以原始信号为输入，首先将它转化为标准分值，然后依次乘以信息系数和波动率，产生最终的阿尔法。

预测基本定理至少会保证输出的精炼预测是投资组合优化器的一个取值合理的输入。如果预测中没有有效信息，即  $IC = 0$ ，那么基本定律将把不含有效信息的输入信号转化为零值输出，从而基金经理将持有业绩基准组

合。基本定律具有“垃圾进，垃圾出”这一性质。

信息分析流程评估输入信号对未来收益率的预测能力。它将为后面的预测流程确定合适的信息系数，是对输入信号所含信息价值的量化衡量。

功亏一篑的事经常发生，甚至那些拥有最好的收益率预测的人也可能因为不一致的、松散的组合构建流程和过高的交易成本而让收益溜走。有效的组合构建流程应该确保投资组合能够有效地反映出我们的预测，同时不含未预期的风险；有效的交易将组合头寸调整的交易成本降到最低。毕竟，投资者得到的收益是需要扣除交易成本的。

整个主动管理流程——从信息到预测再到执行，需要持续、一致的监控和业绩表现的不断反馈。我们提供了关于业绩分析技术和其中内涵的一份指南。

本书并不确保你在投资管理中获得成功。投资产品是由概念和想法驱动的。如果那些概念有问题，那么没有哪种执行和分析流程能够挽回。“垃圾进，垃圾出”，此种情形下我们只能帮助你更有效地处理垃圾。不过，我们至少提供了一种希望，那就是成功的、有价值的想法不会在应用时被浪费。如果你有志于此，那就请往下读吧。

### 1.3 参考文献

- Krasker, William S., Edwin Kuh, and William S. Welsch. "Estimation for Dirty Data and Flawed Models." In *Handbook of Econometrics* vol. 1, edited by Z. Griliches and M.D. Intriligator (North-Holland, New York, 1983), pp. 651-698.
- Roll, Richard. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests." *Journal of Financial Economics*, March 1977, pp. 129-176.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d ed. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Sharpe, William F., and Gordon J. Alexander, *Investments* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990).



第一部分

## 基础理论

## 第2章

# 一致预期收益率：资本资产定价模型

### 2.1 导言

风险和预期收益率是主动管理中的主角。我们将在本章和下章介绍这两个角色，这将成为本书基础理论部分的起始点。

本章我们初步讨论预测预期收益率。我们将从认识资本资产定价模型 (capital asset pricing model, CAPM) 开始。

本章是对 CAPM 的一个介绍，但并不为其辩护。事实上，在 CAPM 看来，主动管理是一项令人生疑的事业；如果我们全盘接受 CAPM，那将很难写出一本关于主动管理的书。我们探讨 CAPM 有两个意图。第一，我们应该从一开始就建立谦逊原则。也就是说，要意识到成功的主动管理不是一件容易的事。第二，当初为了支持 CAPM 而发展出来的很多分析方法，可以转用于量化主动管理。本书所有用到 CAPM 的地方都与现在对 CAPM 合法性的争论无关。关于这方面的讨论，请见 Black (1993) 和 Grinold (1993)。

CAPM 的一个重要副产品是一套确定一致预期收益率的步骤。一致预期收益率的价值在于它为我们设立了比较基准。于是我们知道，主动管理决策就是由我们的预测与一致预期收益率之间的差异驱动的。

本章的要点如下：

- 任何股票的收益率都可以分解为系统性（市场）部分和残差部分。这不需任何经济理论。

- CAPM 要求收益率的残差部分的期望值为 0。
- CAPM 容易理解，也相对容易实施。
- CAPM 背后有一个关于市场有效的强有力的理由。
- CAPM 认为被动管理是主动管理的一种低风险的替代选择，使主动基金经理需要证明自己的价值。
- CAPM 为一致预期收益率提供了一个有效来源。主动投资经理的成功程度将与他的预测优于 CAPM 的一致预测的程度相匹配。
- CAPM 是关于预期收益率而非风险的。

本章其余部分将对上述要点的论据进行概述。本章包含了一个推导 CAPM 的技术附录，该附录还介绍了后面章节的技术附录中用到的一些规范的符号。

本书的目标是帮助投资者生成不同于一致预期的预期收益率。这一章将 CAPM 作为一致预期收益率的一个来源。

CAPM 不是预测预期收益的唯一方法，但应该说它是最好的方法。就像本章稍后一节将论证的那样，CAPM 自从被提出以来，经受住了学术界和实践界无数严格测试的考验。一种预测预期收益率的替代方法是用历史平均收益率，即股票在之前某段历史上的平均收益率。这不是一个好主意，它有两个主要问题。第一，历史收益率包含了大量的样本误差<sup>①</sup>。第二，股票样本空间随时间变化：新股票不断出现，老股票逐渐消失或合并。股票本身随时间变化：盈利会变，资本结构会变，股票波动率也会变。历史平均是 CAPM 一致预测的一种糟糕的替代方案<sup>②</sup>。

第二种提供预期收益率的替代方法是套利定价理论（arbitrage pricing theory, APT）。我们将在第 7 章讨论 APT。我们发现 APT 是主动投资经理的一个有效工具，但它不能作为一致预期收益率的来源。

① 如果用已知年化标准差为  $\sigma$  的平稳随机过程生成一列收益率，那么以这列收益率为样本估计出的年化收益率的标准误将是  $\sigma/\sqrt{Y}$ ，这里  $Y$  是指数据（那一列收益率）长度是  $Y$  年。不论我们观察的是每日、月度、季度或年度的收益率，结论都是一样的。由于股票年化波动率的典型数值大约是 35%，所以即使我们有 5 年的观测数据，估计误差依然有大约 16%！

② 不同的观点，请见 Grauer 和 Hakansson (1982)。

当我们根据均值/方差偏好来挑选投资组合时，CAPM 将扮演一个特别重要的角色。如果我们采用 CAPM 生成的预期收益率来确定均值/方差最优组合，那么这些组合将无一例外地由市场组合和无风险资产的某种配比构成（比例由风险承受力决定）。换言之，只有当预期超额收益率异于 CAPM 生成的一致预期超额收益率时，最优均值/方差组合才会异于市场组合与无风险资产。

这恰好是我们所谓的“一致”。市场组合是一致组合，而 CAPM 产生的预期收益率恰好使市场组合是均值/方差最优的。

## 2.2 收益率分解

CAPM 基于两个构想：第一个构想是市场组合  $M$ ，第二个是将任何个股或组合与市场联系起来的贝塔系数（beta coefficient）的概念。理论上讲，市场组合应该包括所有资产：英国的股票、日本的债券、马来西亚的种植园等。在投资实践中，市场组合通常取作某个具有广泛覆盖面的、价值加权的国内股票指数，例如美国的纽交所综合指数（NYSE Composite）、英国的金融时报指数（FTA）或是日本的东证股价指数（TOPIX）。

让我们考虑任意一个组合  $P$ ，记组合  $P$  的超额收益率（excess return）为  $r_P$ ，市场组合  $M$  的超额收益率为  $r_M$ 。超额收益率是收益率减去同期无风险资产的收益率。我们定义<sup>⊖</sup>组合  $P$  的贝塔为：

$$\beta_P = \frac{\text{Cov}(r_P, r_M)}{\text{Var}(r_M)} \quad (2-1)$$

贝塔正比于组合收益率与市场收益率之间的协方差。它是对未来的一个预测。值得注意的是，市场组合的贝塔值等于 1，无风险资产的贝塔值等于 0。

虽然贝塔是一个先验（向未来看）的概念，但贝塔的观念以及“贝塔”这个名称，却来自简单线性回归——用组合  $P$  在时期  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  上的超额收益率  $r_P(t)$  对同期市场超额收益率  $r_M(t)$  回归。这个回归方程是：

$$r_P(t) = \alpha_P + \beta_P r_M(t) + \epsilon_P(t) \quad (2-2)$$

我们把通过上述回归分析得到的对  $\beta_P$  和  $\alpha_P$  的估计值称为实现的或者

<sup>⊖</sup> 关于方差、协方差及其他统计和数学概念的讨论，请参见本书末尾的附录 C。

历史的贝塔值和阿尔法值，用于与它们相应的先验值进行区分。这个估计显示了组合 P 与市场组合在历史上的相互关系。历史贝塔是对将在未来实现的贝塔值的一个合理预测，虽然我们还可能做得更好<sup>②</sup>。

作为一个例子，表 2-1 展示了 20 只股票的历史贝塔（利用最近 60 个月的数据估计）和预测贝塔（由 BARRA 公司预测），其中市场指数为标普 500 指数，20 只股票是主要市场指数<sup>③</sup>（major market index，MMI）在 1992 年 12 月的成分股。

表 2-1 主要市场指数成分股的贝塔

股 票	历 史 贝 塔	BARRA 预测贝塔
美国邮政	1.21	1.14
美国电话电报公司	0.96	0.69
雪佛龙	0.46	0.66
可口可乐	0.96	1.03
迪士尼	1.23	1.13
陶氏化学	1.13	1.05
杜邦	1.09	0.90
伊士曼柯达	0.60	0.93
埃克森美孚	0.46	0.69
通用电气	1.30	1.08
通用汽车	0.90	1.15
美国国际商用机器公司	0.64	1.30
国际纸业	1.18	1.07
强生公司	1.13	1.09
麦当劳	1.06	1.03
默克公司	1.06	1.11
明尼苏达矿务及制造业公司	0.74	0.97
菲利普莫里斯	0.94	1.00
宝洁公司	1.00	1.01
西尔斯	1.05	1.05

- 
- ② 实证数据的依据请参见 Rosenberg (1985)。贝塔值有一种向其均值回归的趋势。在一段时期上具有高贝塔的股票，将最有可能在下一段时期展示出稍低的贝塔（但仍然高于 1.0）。类似地，在一段时期上具有低贝塔的股票，将最有可能在下一段时期展示出稍高的贝塔（但仍然低于 1.0）。此外，基于上市公司基本面属性的贝塔预测，对未来贝塔的预测效果，被证实比利用过去 60 个月收益率数据估计出来的贝塔更好。
  - ③ 主要市场指数基本由 20 只主要美国股票各 100 股构成。可以看出，它不是市值加权而是价格加权的。

贝塔是一种将风险和收益率分解为两部分的工具。如果我们知道一个组合的贝塔，就可以将它的超额收益率分解为市场部分和残差部分：

$$r_p = \beta_p r_M + \theta_p \quad (2-3)$$

此外，残差收益率  $\theta_p$  与市场收益率  $r_M$  是不相关的，所以组合 P 的方差亦可分解为：

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \omega_p^2 \quad (2-4)$$

这里  $\omega_p^2$  是组合 P 的残差方差，即  $\theta_p$  的方差。

贝塔使我们能够将任意组合的超额收益率分解为两个不相关的部分，一个是市场部分，另一个是残差部分。

到此为止，没有 CAPM。也就是说，到目前为止的推导无需任何理论或假设。我们永远能够将一个组合的收益率分解为一个与市场完全相关的部分和一个与市场不相关的部分。这甚至不需要假设市场组合 M 有什么特殊之处（例如它可以是任何一个其他组合）。CAPM 关注市场组合，并对任意组合关于市场组合的残差收益率作出了一些断言。

## 2.3 CAPM

CAPM 认为：任何股票或组合的预期残差收益率等于零，即  $E[\theta_p] = 0$ 。这意味着组合 P 的预期超额收益率（即  $E[r_p] = \mu_p$ ），完全由市场的预期超额收益率（即  $E[r_M] = \mu_M$ ）和组合的贝塔（即  $\beta_p$ ）决定。它们之间的关系很简单：

$$E[r_p] = \beta_p E[r_M] = \beta_p \mu_M \quad (2-5)$$

在 CAPM 模型下，任何股票或组合的预期残差收益率为零。预期超额收益率与股票（或组合）的贝塔成正比。

这里隐含的 CAPM 假设是所有投资者具有相同的预期，他们的差异只在于风险承受能力。

值得注意的是，CAPM 的结论对市场组合必然成立。如果我们对所有股票的收益率取市值加权的平均值，就得到市场收益率；所以市值加权残差收益率必然精确为零。然而，CAPM 的推论更为严格，它断言每只股票的预期残差收益率均为零。

## 2.4 CAPM 的合理性

CAPM 结论背后的逻辑相当简单。想法就是：投资者承担的必要风险会得到补偿，而承担的非必要风险则不会得到任何补偿。市场组合中的风险是必要的：市场风险不可避免，它是市场中所有投资者作为一个整体承担的风险。但残差风险是投资者自主承担的，因为所有投资者都可以规避残差风险。

我们可以通过考虑投资者 A、B 和 C 的故事来看清残差风险扮演的角色。投资者 A 在市场组合的基础上，超配了一些股票，同时低配了另一些股票，因而承担了残差风险。注意到所有投资者的投资组合汇总为市场组合，因此投资者 A 可以把全部其他投资者等价地看作两个投资者 B 和 C：B 的投资额与 A 相同，但组合权重相对于市场的超配和低配恰好与 A 相反；C 持有一个巨大的市场组合。投资者 B 是投资者 A 的“对手方”。如果 A 的预期残差收益率是正的，那么 B 的预期残差收益率就必然是负的！任何理论，如果赋予一位投资者正值预期残差收益率的理论，必然假设了“更傻的傻瓜”的存在——有一群宁愿持有负值预期残差收益率的投资者。

上述推理的直接结论就是：不认为自己具有信息优势的投资者应该持有市场组合。如果你是一位“更傻的傻瓜”并且有自知之明，那么你可以通过不参与主动投资来保护自己！这类理由，以及低成本的诱惑，导致了被动投资的增长。

在 CAPM 下，持有异于市场组合的投资者在玩一个零和游戏。这类投资者承担了额外的风险却没有获得额外的预期收益。这个逻辑导致被动投资，即买入并持有市场组合。

既然本书是关于主动管理的，我们将不会沿着上述思路继续走下去。因为这个逻辑与基本人性相抵：很少有人愿意承认自己是“更傻的傻瓜”<sup>②</sup>。

---

<sup>②</sup> 在哈佛大学商学院的课堂测试中，学生被要求在问卷上写出他们对自己薪酬水平、全班平均薪酬水平的预期。大约 80% 的学生认为自己的薪酬将高于平均水平！这样的结果在每一年的问卷调查中无一例外地发生。

## 2.5 CAPM 和有效市场理论

CAPM 与有效市场理论虽不相同，但却是一致的。有效市场理论有三种强度：弱有效、半强有效和强有效。弱有效形式认为：只使用历史价格和成交量数据不能战胜市场。半强有效形式认为：只使用公开信息（历史价格、基本面信息、分析师的公开评级等）不能战胜市场。强有效形式认为：投资者无论如何都不能战胜市场（即市场价格包含了一切相关信息）。

CAPM 同样认为投资者不能战胜市场，但从一个略微不同的角度。对任何一位持有非市场组合的投资者 A，必然存在（至少在等效意义下）与 A 对称的另一位投资者 B，B 持有的组合相对于市场的偏离恰好与 A 的相反。因此，只要不存在“更傻的傻瓜”，我们就不应该预期 A 与 B 中的任何一人能够战胜市场。有效市场理论认为不存在“更傻的傻瓜”是由于它认为市场价格反映了一切有用的信息。

## 2.6 预期收益率与投资组合

我们刚刚描述了 CAPM 的假设“预期残差收益率为零”和其推论“被动投资是最优的”。本章的技术附录将详细论述，在均值/方差分析框架下，我们可以更一般地将预期收益率和投资组合精确地匹配起来。如果我们将 CAPM 产生的预期收益率输入一个组合优化器（一种在组合预期收益率和组合方差之间作出最优权衡的组合构建工具），输出结果将恰为市场组合<sup>Θ</sup>。反之，如果我们从市场组合开始并假设它是最优的，那么我们可以复原出与之匹配的预期收益率（列向量）——它将恰好是 CAPM 产生的预期收益率。事实上，任意定义一个组合为最优，那么任意其他组合的预期超额收益率都将与其对最优组合的贝塔成正比。

由于这个原因，我们称 CAPM 预期收益率为一致预期收益率。它们就

---

<sup>Θ</sup> 精确地讲，输出结果应该是市场组合和现金的某种组合。二者的比例依赖于投资者自身的风险偏好。如果限定在全额投资中优化，那么输出结果将是市场组合和最小方差组合的某种组合。

是我们在市场组合（一致组合）最优的假设下复原出的预期收益率。

在本书通篇的讨论中，我们将发现预期收益率和组合之间的一一对应关系非常有用。一位主动投资经理，顾名思义，不会持有市场或一致组合。因此，这位经理的预期收益率势必异于一致预期收益率。

## 2.7 后验与先验

CAPM 是关于预期的。如果对任给的一系列股票或组合，以其贝塔值为横坐标、CAPM 预期年化收益率为纵坐标绘制在坐标系中，我们会发现它们都落在一条直线上：纵截距为无风险收益率  $i_f$ ，斜率为市场的预期超额收益率  $\mu_M$ 。这条直线被称为证券市场线（security market line）（见图 2-1）。

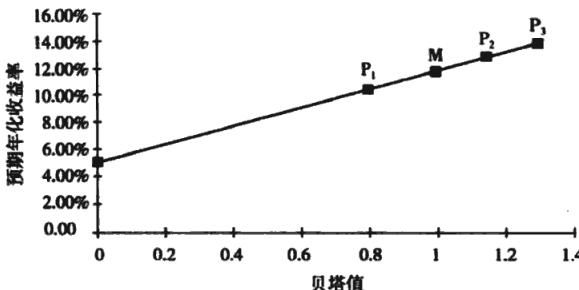


图 2-1 证券市场线

图中所画的示例是无风险收益率为 5%、市场预期超额收益率为 7% 的情形。直线上的四个点包括市场组合 M 和其他三个组合 P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub> 和 P<sub>3</sub>，后三者的贝塔依次为 0.8、1.15 和 1.3。

如果我们根据后验（ex post）或事后收益率（称为实现值）来重新绘制，我们将看到一张组合实际收益率对组合贝塔的散点图。图 2-2 展示了一张由三个样本组合、市场组合和无风险资产构成的散点图。我们总是可以用一条直线将无风险资产和市场组合（均由收益率和风险的实现值定位）连接起来。这条后验的“证券市场线”或可被称为“不稳定”（insecurities）市场线。这条后验直线给出了在假设我们知道市场组合收益率时，CAPM 预测的那部分收益率。特别地，在市场收益率低于无风险收益率的时期上，这条直线将向右下方倾斜。

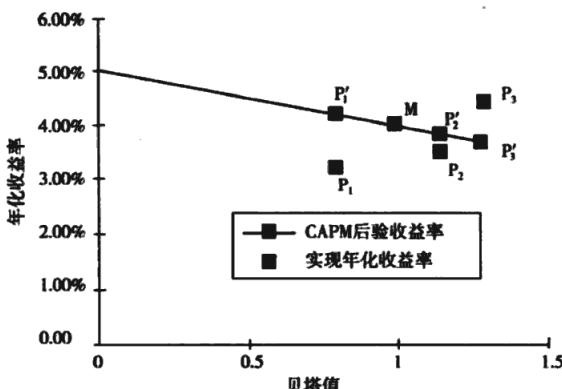


图 2-2 一条后验的市场线

注意我们在直线上标出了  $P_1'$ 、 $P_2'$  和  $P_3'$ 。这些组合的真实收益率在  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$  处。偏差  $P_1 - P_1'$ 、 $P_2 - P_2'$  和  $P_3 - P_3'$  是这三个组合的残差收益率。所有股票相对于这条直线的偏差（残差收益率）的市值加权平均值等于零。组合  $P_3$  比它的 CAPM 预期做得更好，所以它的组合经理在这个特殊的时期上创造了附加值。与之相反，组合  $P_1$  和  $P_2$  落在了后验市场线的下方，它们的表现差于它们的 CAPM 预期。

## 2.8 一个例子

作为 CAPM 分析的一个例子，让我们考虑主要市场指数（Major Market Index, MMI）的一只成分股美国邮政（American Express）在 1988 年 1 月 ~ 1992 年 12 月（共 60 个月）相对于标普 500 指数的表现。图 2-3 是股票美国邮政月度超额收益率（y 轴）对标普 500 指数月度超额收益率（z 轴）的散点图。

利用回归分析式 (2-2)，我们可以确定 American Express 的历史贝塔值为 1.21，估计误差为 0.24。我们知道，CAPM 对残差收益率的先验预测值是零。而本例的后验结果是：在这段历史时期上，该股票的残差收益率的实现值为平均每月 -78 个基点（base point，万分之一），这个月均量的估计偏差是 96 个基点；在 95% 的置信水平下并不显著。月度残差收益率的标准差是 7.05%。在此例中，回归的决定系数  $R^2$  是 0.31。

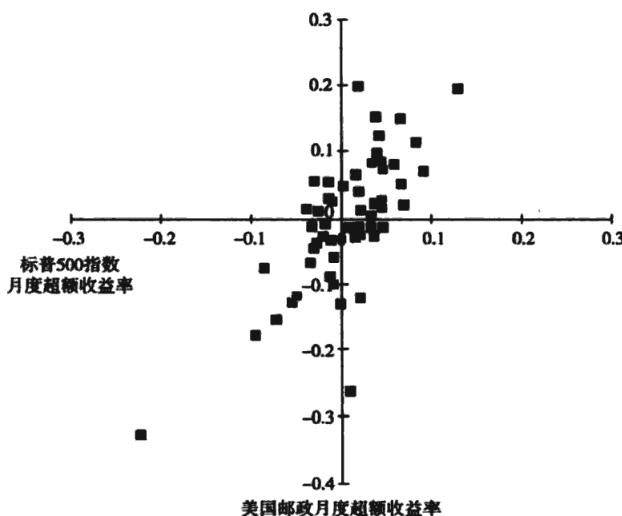


图 2-3 实现的超额收益率

## 2.9 CAPM 效果如何

将收益率和风险分解为市场部分和残差部分的能力依赖于我们预测贝塔的能力。CAPM 进一步认为任何股票（从而任何投资组合）的预期残差收益率为零。最后这一点是有争议的。大量相关理论和复杂的统计被用来检测 CAPM 的预测是否能在市场中被观察到。如果展开讨论，我们将远离主动管理这个主题；因此，我们仅在“本章附注”中罗列了关于 CAPM 实证测试结果的参考文献。

毕竟，CAPM 看起来至少好过那些幼稚的猜想——例如所有股票的预期收益率是相同的。CAPM 已经做得不错，虽然在那些抽象的针对性（2-5）中假设的统计测试面前它还不够完美；要知道统计测试只有“拒绝假设”与“不能拒绝假设”两种结论。CAPM 经历了 25 年的各种测试而依然能够生存，说明了它是一个很难被推翻的理论。

对于主动投资经理的真正的问题是：我怎样将 CAPM 背后的那些概念作为己用？在下一节中我们将证明，一位 CAPM 的忠实信徒需要有精神分裂症（或极端愤世嫉俗）才能成为主动投资经理。

## 2.10 与主动投资经理的关联

主动投资经理的目标是战胜市场。CAPM 认为每种资产的预期超额收益率恰与其贝塔值成正比，预期残差收益率等于零。因此，CAPM 对主动投资经理而言似乎是个坏消息。CAPM 的信徒只会给予主动管理 50% 的成功概率。CAPM 的信徒不会成为主动投资经理，更重要的是他也不会聘用一位主动投资经理。

CAPM 可以帮助主动投资经理。CAPM 是一个理论，就像社会科学中的其他理论一样，它也基于一些不太准确的假设。特别地，不同的市场参与者有不同信息，从而导致不同的预期。优越的信息将给予投资经理优越的机会。我们无需绝望，成功的机会的确存在，CAPM 会给我们帮助。

CAPM 和有效市场理论可以帮助主动投资经理，使他们的精力集中于有望创造附加值的地方。主动管理价值的举证责任归于主动投资经理，他要为自己辩护：为什么他的洞察力能够在近似有效的市场中创造优越的收益。虽然这不是一件轻松的事，但迫使主动投资经理在开发和营销主动策略思想时更努力，思路更清晰。主动投资经理在市场中扮演了被告的角色，于是他们更不会混淆运气和能力，也更可能摒弃那些不实用的想法，否则他们在近似有效的市场下无法通过检验。

**CAPM 将举证责任归于主动投资经理。**

CAPM 还帮助主动投资经理区分收益率的市场部分和残差部分。记得这种收益率分解并不需要任何理论，而只需要对贝塔的很好预测。这可以帮助主动投资经理控制市场风险；许多主动投资经理感到无法对市场精确择时，于是会倾向于将组合贝塔保持在 1 附近。对风险的分解使主动投资经理能够避免承担主动市场风险。

将收益率分解为市场部分和残差部分可以帮助主动投资经理研究。如果能够控制贝塔，那就没有必要预测市场超额收益率的预期值  $\mu_M$ ；投资经理转而可以集中精力研究残差收益率的预测。残差收益率的一致预期是零，它是一个方便的起始点。CAPM 提供了一致预期收益率，这恰是主动投资经理检验自己想法的参考系原点。

CAPM 背后的想法能够帮助主动投资经理避免市场择时的风险并集中精力于研究一致预期为零的残差收益率。

## 2.11 贝塔的预测与预期市场收益率

CAPM 对预期收益率的预测不会优于对贝塔的预测。预测贝塔的方法有很多种。最简单的一种就是通过对历史收益率的分析得出历史贝塔。稍微复杂一些的方法是在历史贝塔上进行贝叶斯调整（Bayesian adjustment）。在第3章“风险”中，我们将讨论一个更加广泛和具有前瞻性的风险预测方法，预测贝塔是它的一个特例。

我们可以通过分析历史收益率来估计市场超额收益率的预期值  $\mu_M$ 。注意：任何贝塔中性策略都不需要精确估计  $\mu_M$ 。当一个投资组合的贝塔等于1时，市场超额收益率不会对主动收益率有任何贡献。

## 2.12 总结

本章介绍了资本资产定价模型（CAPM），讨论了它的初衷、推论以及与主动投资经理的关联。在稍后的章节中，我们将讨论 CAPM 的一些理论上的缺陷，并介绍预测资产收益率的一种替代模型：套利定价理论（APT）。

## 2.13 问题

1. 在1992年12月，股票西尔斯（Sears）关于标普500指数的贝塔预测值为1.05。如果标普500指数最终实现的收益率比国库券低5%，那么西尔斯的预期超额收益率是多少？
2. 如果标普500指数的长期预期年化超额收益率为7%，那么西尔斯的预期超额收益率是多少？
3. 假设不同股票的残差收益率之间不相关。股票A的贝塔值为1.15，波动率为35%；股票B的贝塔值为0.95，波动率为33%。如果市场波动率为20%，那么股票A与股票B之间的相关性是多少？哪只股票具有更高的残差波动率？

4. 怎样的一列预期收益率将使我们 100% 投资于 GE 这只股票?
5. 根据 CAPM, 主动投资经理的预期残差收益率是多少?

## 2.14 本章附注

CAPM 由 Sharpe (1964) 建立。Treynor (1961)、Lintner (1965) 和 Mossin (1966) 在同时期也做了类似的研究。

人们对 CAPM 从假设到结论的逻辑推导并没有争议, 但的确有一些讨论是关于 CAPM 预测的有效性。对这些观点的讨论可以在 Mullins (1982) 或者 Sharpe 和 Alexander 所著的教材 (1990) 中找到。近期关于 CAPM 有效性的出版物主要聚焦于 Fama 和 French (1992) 的结果。对于他们的结果的讨论, 可以参见 Black (1993) 和 Grinold (1993)。关于这个问题涉及的计量经济学中的一些更高级的处理, 可以参见 Litzenberger 和 Huang 所著的教程 (1988)。

技术附录假设读者对有效集理论有一些了解。这可以从 Roll (1977) 的附录、Merton (1972)、Ingersoll (1987) 或 Litzenberger 和 Huang 所著教程 (1988) 中获得。技术附录还讨论了预期收益率和组合之间的联系, 这个主题由 Black (1972) 首次提出。

## 2.15 参考文献

- Black, Fischer. "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing." *Journal of Business*, vol. 45, July 1972, pp. 444-455.
- . "Estimating Expected Returns." *Financial Analysts Journal*, vol. 49, September/October 1993, pp. 36-38.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns." *Journal of Finance*, vol. 47, no. 2, June 1992, pp. 427-465.
- Grauer, R., and N. Hakansson. "Higher Return, Lower Risk: Historical Returns on Long-Run Actually Managed Portfolios of Stocks, Bonds, and Bills." *Financial Analysts Journal*, vol. 38, no. 2, March/April 1982, pp. 2-16.
- Grinold, Richard C. "Is Beta Dead Again?" *Financial Analysts Journal*, vol. 49, July/August 1993, pp. 28-34.
- Ingersoll, Jonathan E., Jr. *Theory of Financial Decision Making* (Savage, Md.: Rowman & Littlefield Publishers, Inc., 1987).
- Lintner, John. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, no. 1, February 1965, pp. 13-37.

- . "Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification." *Journal of Finance*, vol. 20, no. 4, December 1965, pp. 587–615.
- Litzenberger, Robert H., and Chi-Fu Huang. *Foundations for Financial Economics* (New York: North-Holland, 1988).
- Markowitz, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*. Cowles Foundation Monograph 16 (New Haven, Conn.: Yale University Press, 1959).
- Merton, Robert C. "An Analytical Derivation of the Efficient Portfolio." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 7, September 1972, pp. 1851–1872.
- Mossin, Jan. "Equilibrium in a Capital Asset Market." *Econometrica*, vol. 34, no. 4, October 1966, pp. 768–783.
- Mullins, D. W., Jr. "Does the Capital Asset Pricing Model Work?" *Harvard Business Review*, January–February 1982, pp. 105–114.
- Roll, Richard. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests." *Journal of Financial Economics*, March 1977, pp. 129–176.
- Rosenberg, Barr. "Prediction of Common Stock Betas." *Journal of Portfolio Management*, vol. 12, no. 2, Winter 1985, pp. 5–14.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d ed. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Sharpe, William F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, September 1964, pp. 425–442.
- . "The Sharpe Ratio." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 1, Fall 1994, pp. 49–58.
- Sharpe, William F., and Gordon J. Alexander. *Investments* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990).
- Treynor, J. L. "Toward a Theory of the Market Value of Risky Assets." Unpublished manuscript, 1961.

## 2.16 技术附录

这篇附录将详细介绍均值/方差分析的结果，它是 CAPM 的基础，在某种程度上也是 APT 的基础。我们从数学记号和前提假设开始，随后介绍重要的“特征组合”(characteristic portfolio)的机制——它们是由特定的风险和收益属性定义的投资组合。这个机制将足以帮助我们推导出 CAPM，并将在之后的章节中继续发挥作用。

最特殊的特征组合包括组合 C (最小方差组合) 和组合 Q (最高夏普率组合，夏普率即为 Sharpe ratio, SR)。有效前沿描述了一组特征组合，它们是每个可达到的预期收益率水平下的最小方差组合。利用特征组合的概念，我们可以把 CAPM 的结论简单表述为“组合 Q 就是市场组合”。

### 数学记号

为使表达更清晰，我们约定用普通字体代表标量，用粗体小写代表向

量，用粗体大写代表矩阵。

$h$ ——风险资产头寸的权重（列向量），即组合在每只风险资产上的投资权重（百分比）；

$f$ ——预期超额收益率（列向量）；

$\mu$ ——CAPM 下的预期超额收益率（列向量），当 CAPM 成立时有  $f = \mu$ ；

$V$ ——风险资产超额收益率之间的协方差矩阵（假设非奇异）；

$\beta$ ——资产的贝塔值（列向量）；

$e$ ——全 1 向量（每个元素均为 1）；

我们将“风险”定义为超额收益率的年化标准差。

## 假设

我们考虑单一投资期，投资期内不进行组合再平衡操作。基础假设是：

$A_1$  存在一个无风险资产；

$A_2$  所有一阶和二阶矩均存在；

$A_3$  不存在零风险的全额投资组合；

$A_4$  组合 C（最小方差的全额投资组合）的预期超额收益率是严格正值。

我们主要在典型的投资期长度内讨论问题，因此在短期内应该存在一只具有确定收益率的投资工具（例如美国国库券）。

在稍后的章节中，我们可能会放松假设  $A_4$ ，即最小方差的全额投资组合具有严格正的预期超额收益率。虽然  $A_4$  在典型的经济实体中肯定是成立的，但它对很多章节技术附录中的结果而言不是完全必要的。关于这一点，请参见第 8 章<sup>②</sup>的技术附录。

## 特征组合

资产拥有许多属性，例如贝塔、预期收益率、盈市率（earnings-to-price ratio, EP）、市值、所属经济板块，等等。在本附录中，我们将把每种属性和一个特征组合关联起来。

---

<sup>②</sup> 原著中为“第 7 章技术附录”，但根据文意，应为“第 8 章技术附录”。——译者注

特征组合可以充分并且唯一地代表定义它的属性 (attribute)。特征组合的机制使我们能够通过计算一个组合与特征组合的协方差，来确定该组合对相应属性的暴露度 (exposure)。

这个过程是可逆的。我们可以从一个组合开始，找到以它为特征组合的那个属性。换言之，这个特征组合能够最有效地表达该属性。

一旦我们建立了属性和组合之间的一一对应关系，CAPM 就变为一个关于属性“预期超额收益率”的特征组合的经济命题。

令  $a^T = [a_1, a_2, \dots, a_N]$  为任意一个资产属性或特征。组合  $h_p$  对属性  $a$  的暴露度就是  $a_p = \sum a_n h_{p,n}$ 。

### 命题 1

1. 对任意一个属性  $a \neq 0$ ，在对  $a$  具有单位暴露度的所有投资组合中，唯一存在一个组合  $h_a$  具有最小的风险，称之为属性  $a$  的特征组合。其中  $h_a$  由下式给出：

$$h_a = \frac{V^{-1}a}{a^T V^{-1}a} \quad (2A-1)$$

特征组合并不一定是全额投资组合，它们可以包含多头头寸和空头头寸，并带有相当高的杠杆。以属性盈市率的特征组合为例，由于典型的 EP 取值为 0.15 ~ 0，所以它的特征组合将具有高倍杠杆以使组合对 EP 的暴露度（也即组合的金额加权平均 EP）达到 1。这里杠杆并不对我们造成问题，原因有二。第一，我们在分析杠杆组合的表现时，通常考虑单位风险下的收益率。第二，在建立可投资的组合时，我们总是可以将业绩基准组合和一个小规模的特征组合叠加起来，有效地降低了杠杆。

2. 特征组合  $h_a$  的方差由下式给出：

$$\sigma_a^2 = h_a^T V h_a = \frac{1}{a^T V^{-1} a} \quad (2A-2)$$

3. 全体资产对组合  $h_a$  的贝塔恰等于  $a$ ：

$$a = \frac{V h_a}{\sigma_a^2} \quad (2A-3)$$

4. 考虑两个属性  $a$  和  $d$ ，以及它们对应的特征组合  $h_a$  和  $h_d$ 。令  $a_d$  和  $d_a$  分别是组合  $h_d$  对特征  $a$  的暴露度和组合  $h_a$  对特征  $d$  的暴露度。那么这两个特征组合的协方差满足：

$$\sigma_{a,d} = a_d \sigma_a^2 = d_a \sigma_d^2 \quad (2A-4)$$

5. 如果  $\kappa$  是一个正实数, 那么属性  $\kappa a$  的特征组合是  $h_a/\kappa$ 。特征组合对其属性具有单位暴露度, 如果我们在一个属性上乘以一个  $\kappa$ , 那么其特征组合就必须除以  $\kappa$ , 以保持对属性的单位暴露度。

6. 如果特征  $a$  是特征  $d$  和  $f$  的加权线性组合, 那么  $a$  的特征组合也是  $d$  和  $f$  的特征组合的加权线性组合; 特别地, 如果  $a = \kappa_d d + \kappa_f f$ , 那么

$$h_a = \left( \frac{\kappa_d \sigma_d^2}{\sigma_a^2} \right) h_d + \left( \frac{\kappa_f \sigma_f^2}{\sigma_a^2} \right) h_f \quad (2A-5)$$

其中

$$\frac{1}{\sigma_a^2} = \left( \frac{\kappa_d \sigma_d^2}{\sigma_a^2} \right) + \left( \frac{\kappa_f \sigma_f^2}{\sigma_a^2} \right) \quad (2A-6)$$

**证明** 根据特征组合的定义, 其组合头寸是以下优化问题的解: 组合头寸应在“对特征  $a$  的暴露度等于 1”的约束下使组合风险达到最小值; 用数学语言表述则是:

$$\begin{aligned} \min \quad & h^T V h \\ \text{s. t.} \quad & h^T a = 1 \end{aligned}$$

最优解的一阶条件为:

$$h^T a = 1 \quad (2A-7)$$

$$V h - \theta a = 0 \quad (2A-8)$$

其中  $\theta$  是 Lagrange 乘子。式 (2A-8) 推出  $h$  应与  $V^{-1}a$  成比例, 比例系数是  $\theta$ 。我们可以用式 (2A-7) 解出  $\theta$ 。结果是

$$h_a = \frac{V^{-1}a}{a^T V^{-1}a} \quad (2A-9)$$

以及

$$\theta = \frac{1}{a^T V^{-1}a} \quad (2A-10)$$

于是结论 1 得证。

结论 2 可以用式 (2A-9) 和组合方差的定义来验证。注意到资产针对指定组合 P 的  $\beta$  定义为  $\beta = Vh_p/\sigma_p^2$ , 就可类似验证结论 3。

结论 4 的证明如下

$$\sigma_{ad} = h_a^T V h_d = |h_a^T V| h_d = |\sigma_a^2 a^T| h_d = a_d \sigma_a^2 \quad (2A-11)$$

和

$$\sigma_{ad} = \mathbf{h}_a^T V \mathbf{h}_d = \mathbf{h}_a^T \{V \mathbf{h}_d\} = \mathbf{h}_a^T \{\sigma_d^2 d\} = d_a \sigma_d^2 \quad (2A-12)$$

类似地可以证明结论5和结论6，只需利用结论3做一些简单的替换和整理即可。

### 例子

#### 组合C 假设

$$\boldsymbol{\epsilon}^T = [1, 1, \dots, 1] \quad (2A-13)$$

是一个属性。每个组合对属性  $\epsilon$  的暴露度 ( $e_p = \sum_a h_{p,a}$ ) 衡量它对于风险资产的投资比例。当  $e_p = 1$  时，说明这个组合是全额投资的。属性  $\epsilon$  的特征组合 C 是最小风险全额投资组合：

$$\mathbf{h}_c = \frac{V^{-1}\boldsymbol{\epsilon}}{\boldsymbol{\epsilon}^T V^{-1}\boldsymbol{\epsilon}} \quad (2A-14)$$

$$\sigma_c^2 = \mathbf{h}_c^T V \mathbf{h}_c = \frac{1}{\boldsymbol{\epsilon}^T V^{-1}\boldsymbol{\epsilon}} \quad (2A-15)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{V \mathbf{h}_c}{\sigma_c^2} \quad (2A-16)$$

式(2A-16)说明每只资产(可视为一个全额投资于该资产的组合)对组合C的贝塔都等于1<sup>⊖</sup>。另外，对任何组合P，我们有

$$\sigma_{p,c} = e_p \sigma_c^2 \quad (2A-17)$$

可以看出，任何全额投资组合( $e_p = 1$ )与组合C的协方差恒等于  $\sigma_c^2$ 。

**组合B** 取  $\beta$  作为被研究的属性，这里  $\beta$  由某个业绩基准组合 B 定义：

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{V \mathbf{h}_b}{\sigma_b^2} \quad (2A-18)$$

那么业绩基准将恰是  $\beta$  的特征组合，即

$$\mathbf{h}_b = \frac{V^{-1}\boldsymbol{\beta}}{\boldsymbol{\beta}^T V^{-1}\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{h}_b \quad (2A-19)$$

并且

$$\sigma_b^2 = \mathbf{h}_b^T V \mathbf{h}_b = \frac{1}{\boldsymbol{\beta}^T V^{-1}\boldsymbol{\beta}} \quad (2A-20)$$

⊖ 对这一结果有一些直观解释。就像我们将会在第3章学到那样，每只资产对组合风险的边际贡献都正比于它对这个组合的贝塔。由于组合C是最小方差组合，那么每只资产对组合风险的边际贡献必须相同(否则可以构造出一种能进一步降低风险的全额投资组合)。于是每只资产对组合C都具有相同的贝塔。由于整个组合C对自身的贝塔必然等于1，于是每只资产对组合C的那个相同的贝塔也必须等于1。

因此，业绩基准就是贝塔等于1的最小风险组合。这个结论很符合直觉：因为所有 $\beta=1$ 的组合都具有相同的系统性风险，而只有基准组合的残差风险是0，所以它在 $\beta=1$ 的组合中具有最小的总风险。

利用命题1中的结论4，我们看到组合B和组合C之间的关系如下：

$$\sigma_{B,C} = e_B \sigma_C^2 = \beta_C \sigma_B^2 \quad (2A-21)$$

**组合q** 我们称预期超额收益率 $f$ 的特征组合为组合q，下面我们来讨论它的性质。

### 夏普率

对任何风险组合P( $\sigma_P > 0$ )，夏普率定义为组合P的预期超额收益率 $f_P$ 和组合P的风险 $\sigma_P$ 之比：

$$SR_P = \frac{f_P}{\sigma_P} \quad (2A-22)$$

### 命题2：具有最高夏普率的组合

定义q为预期超额收益率 $f$ 的特征组合：

$$h_q = \frac{V^{-1}f}{f^T V^{-1} f} \quad (2A-23)$$

那么：

$$1. SR_q = \max \{ SR_P \mid P \} = (f^T V^{-1} f)^+ \quad (2A-24)$$

$$2. f_q = 1 \quad (2A-25)$$

$$3. \sigma_q^2 = \frac{1}{f^T V^{-1} f} \quad (2A-26)$$

$$4. f = \frac{Vh_q}{\sigma_q^2} = \left( \frac{Vh_q}{\sigma_q^2} \right) SR_q \quad (2A-27)$$

4. 如果 $\rho_{P,q}$ 是组合P与q的相关系数，那么

$$SR_P = \rho_{P,q} SR_q \quad (2A-28)$$

5. 组合q投资于风险资产的权重为：

$$e_q = \frac{f_c \sigma_q^2}{\sigma_c^2} \quad (2A-29)$$

**证明** 对任意组合 $h_p$ ，它的夏普率是 $SR_p = f_p / \sigma_p$ 。对任意正数 $\kappa$ ，组合 $\kappa h_p$ 的夏普率都等于 $SR_p$ 。因此，在寻找最高的夏普率时，我们只需在预期超额收益率等于1的组合中寻找风险最小的组合即可，即在约束 $h^T f = 1$ 下最小化 $h^T V h$ 。注意到，这恰是定义 $f$ 的特征组合 $h_q$ 的优化问题，因此

$\mathbf{h}_q$  就是最优解，结论 1 得证。

结论 2 和 3 都是特征组合的基本属性，容易验证。对结论 4，我们可以  
在结论 3 式 (2A-27) 两边左乘  $\mathbf{h}_P^T$  然后再除以  $\sigma_P$ ，得到

$$SR_P = \frac{f_P}{\sigma_P} = \frac{\mathbf{h}_P^T \mathbf{f}}{\sigma_P} = \rho_{P,q} \left( \frac{f_q}{\sigma_q^2} \right) \left( \frac{1}{\sigma_P} \right) \quad (2A-30)$$

或

$$SR_P = \left( \frac{\sigma_{P,q}}{\sigma_P \sigma_q} \right) \left( \frac{f_q}{\sigma_q^2} \right) = \rho_{P,q} SR_q \quad (2A-31)$$

结论 5 由式 (2A-4) 直接推出：

$$\sigma_{q,C} = e_q \sigma_C^2 = f_C \sigma_q^2 \quad (2A-32)$$

组合 A 定义阿尔法 (alpha) 向量为  $\alpha = \mathbf{f} - \beta \mathbf{f}_B$ 。令  $\mathbf{h}_A$  为阿尔法的  
特征组合，即对阿尔法有单位暴露度的最小风险组合（组合 A 通常具  
有相当高的杠杆）。根据式 (2A-5) 得知， $\mathbf{h}_A$  可以由  $\mathbf{h}_B$  和  $\mathbf{h}_q$  表示出来。  
从式 (2A-4) 可以看出阿尔法和贝塔之间的关系  $\sigma_{B,A} = \alpha_B \sigma_A^2 = \beta_A \sigma_B^2$ 。  
然而，根据阿尔法的定义可知  $\alpha_B = 0$ ，因此组合 A 和组合 B 是不相关的，  
并且  $\beta_A = 0$ 。

在许多情形下，我们会发现假设存在一个能够表达预期超额收益率的  
全额投资组合是方便的。当组合 C 的预期超额收益率大于 0 时，这个投资  
组合就会存在。我们将贯穿本书使用这个比较合理的假设。下面的命题给  
出了该假设的一些具体推论。

### 命题 3

假设  $f_C > 0$ 。

1. 组合 q 是净多头：

$$e_q > 0 \quad (2A-33)$$

令组合 Q 是属性  $e_q, f$  对应的特征组合。组合 Q 是全额投资的，组合头寸为  
 $\mathbf{h}_Q = \mathbf{h}_q / e_q$ 。另外， $SR_Q = SR_q$ ，并且对任意组合 P，若组合 P 与组合 Q 的相  
关系数为  $\rho_{P,Q}$ ，我们有

$$SR_P = \rho_{P,Q} SR_Q \quad (2A-34)$$

$$2. \quad \frac{f_C}{\sigma_C^2} = \frac{f_Q}{\sigma_Q^2} \quad (2A-35)$$

$$f = f_Q \left( \frac{V \mathbf{h}_Q}{\sigma_Q^2} \right) = f_Q \boldsymbol{\beta}_{\text{关于组合 } Q} \quad (2A-36)$$

其中式 (2A-36) 精确描述了组合 Q 是怎样“解释”预期超额收益率的。

$$3. \quad \beta_q = \frac{f_b \sigma_q^2}{f_q \sigma_b^2} \quad (2A-37)$$

4. 如果业绩基准是全额投资组合, 即  $e_b = 1$ , 那么

$$\beta_q = \frac{\beta_c f_b}{f_c} \quad (2A-38)$$

**证明** 对结论 1, 注意到  $e_q \sigma_q^2 = f_c \sigma_c^2$  并且  $f_c > 0$ , 于是  $e_q > 0$ 。由命题 1 的结论 5 知

$$h_q = \frac{h_c}{e_q} = \frac{h_c \sigma_c^2}{f_c \sigma_q^2} \quad (2A-39)$$

可以看出, 组合 Q 的头寸是组合 q 的头寸的正数倍, 因此它们的夏普率以及和其他组合的相关系数是相同的。

对结论 2, 我们从  $f = Vh_q/\sigma_q^2$  开始, 同时使用  $1/\sigma_q^2 = f_c/e_q \sigma_c^2$ , 得到  $f = f_c(Vh_q/\sigma_c^2)$ 。在上式两边同时左乘  $h_q^T$ , 整理后得到  $f_c/\sigma_c^2 = f_q/\sigma_q^2$ , 进而  $f = f_c(Vh_q/\sigma_c^2) = f_q(Vh_q/\sigma_q^2)$ 。

对结论 3, 在式 (2A-36) 两边同时左乘  $h_q^T$ , 得到

$$f_b = \{h_q^T V h_q\} \left( \frac{f_q}{\sigma_q^2} \right) = \left[ \frac{h_q^T V h_q}{\sigma_b^2} \right] \left( \frac{\sigma_b^2 f_q}{\sigma_q^2} \right) \quad (2A-40)$$

或者

$$f_b = \beta_q \left( \frac{\sigma_b^2 f_q}{\sigma_q^2} \right) \quad (2A-41)$$

整理即得结论 3。

对结论 4, 注意到  $e_b = 1$  和  $\sigma_{b,c} = e_b \sigma_c^2 = \beta_c \sigma_b^2$  可以推出  $\beta_c = \sigma_c^2 / \sigma_b^2$ 。再结合结论 3 和  $f_c/\sigma_c^2 = f_q/\sigma_q^2$ , 就得到结论 4。

部分特征组合的列表

特征	组合
$f$	$h_q$
$e_q f$	$h_q$ (当 $f_c > 0$ )
$\beta$	$h_b$
$e$	$h_c$
$\alpha = f - \beta f_b$	$h_A$

我们构造了能够捕获组合管理中最重要的那些特征的组合。在我们进一步发展这套理论的过程中，这些组合将扮演关键的角色。例如，如果想要基于我们自己的一列阿尔法构建一个组合，使之满足“贝塔值等于1、全额投资、符合我们对于风险和收益的偏好”这一系列条件，那么它将是组合A、B和C的一个线性组合。

### 有效前沿

现在我们来关注两个全额投资的特征组合（注意，一般的特征组合并不一定是全额投资的）：组合C和组合Q。我们将在这里介绍一个由一系列特殊组合组成的集合，称为有效前沿（efficient frontier）。组合C和组合Q都是这个集合的元素。事实上，我们将看到所有有效前沿组合都是组合C和组合Q的加权组合，所以有效前沿中的每一个元素都是一个特征组合。有效前沿组合的风险和收益率完全由构成它的组合C和组合Q的风险和收益率以及二者之间的配比决定。

一个全额投资组合被称为是有效的（efficient），如果它在所有具有相同预期收益率的全额投资组合中具有最小风险。有效前沿组合是下述带约束的优化问题的解：

$$\text{目标函数: } \min h^T V h / 2 \quad (2A-42)$$

$$\text{约束: } e^T h = 1 \quad (2A-43)$$

$$f^T h = f_p \quad (2A-44)$$

式(2A-43)是全额投资约束，式(2A-44)是预期超额收益率约束（注意没有纯多头约束）。

求解该优化（最小化）问题得到：

$$h_p = \left( \frac{f_q - f_p}{f_q - f_c} \right) h_c + \left( \frac{f_p - f_c}{f_q - f_c} \right) h_q \quad (2A-45)$$

这里我们使用了 $h_c$ 和 $h_q$ 的定义，并且假设 $f \neq e$ 。因此，有效前沿组合都是组合C和组合Q的加权组合。

在前文中，我们提到过属性与其特征组合之间是一一对应的（即数学概念中的“双射”）。因此，我们可以利用式(2A-3)为每一个有效组合找到一个与之对应的内蕴特征 $a_p$ 。并且，该特征也恰好是组合C的内蕴特征

$e$  和组合 Q 的内蕴特征  $e_f$  的线性组合：

$$\sigma_p = w_c e + w_q e_f = \frac{1}{\sigma_p^2 (f_q - f_c)} \{ \sigma_c^2 (f_q - f_p) e + \sigma_q^2 (f_p - f_c) e_f \} \quad (2A-46)$$

现在我们可以利用式 (2A-45) 来求有效前沿组合的方差。通过计算得到

$$\sigma_p^2 = \sigma_c^2 + \kappa (f_p - f_c)^2 \quad (2A-47)$$

其中

$$\kappa = \frac{\sigma_q^2 - \sigma_c^2}{(f_q - f_c)^2} \quad (2A-48)$$

我们在图 2A-1 中描绘出了  $f_p$  和  $\sigma_p$  的关系。在图中，组合 Q 的波动率是 20%，预期超额收益率是 7%。组合 C 的波动率是 12%，因此它的预期超额收益率是 2.52%（注意到  $f_q/\sigma_q^2 = f_c/\sigma_c^2$ ）。无风险资产落在坐标系原点。

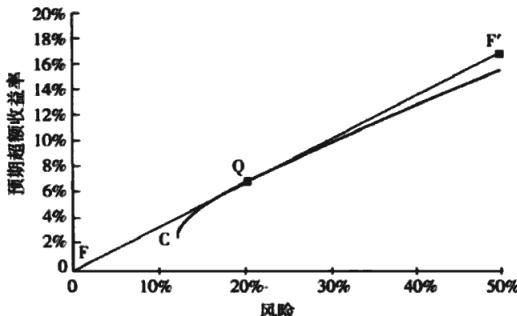


图 2A-1 有效前沿<sup>⊖</sup>

### 资本资产定价模型

我们可以通过两个步骤建立 CAPM。我们已经完成了步骤 1，就是式 (2A-36)，它的含义是资产预期超额收益率向量与资产关于组合 Q 的贝

<sup>⊖</sup> 原著中横轴标题为“return”，意为“收益率”，根据文意判断应为“风险”。——译者注

塔值向量成比例。在步骤 2 中，我们将证明在某些假设下，我们可以推出“组合 Q 就是市场组合 M”这个结论。这个结论意味着市场组合 M 确实是具有最高夏普率（预期超额收益率与风险的比值）的全额投资组合。

#### 定理 如果

- 所有投资者都具有均值/方差偏好（即均在均值/方差框架下考虑投资决策）；
- 所有资产都被纳入分析；
- 所有投资者都知道预期超额收益率（即有共同的  $f$ ）；
- 所有投资者对资产的方差和协方差具有一致观点（即有共同的  $V$ ）；
- 没有交易成本和税负。

那么组合 Q 等于组合 M，并且

$$f = \mu = \beta\mu_u \quad (2A-49)$$

**证明** 如果所有投资者都不必支付交易成本，不必纳税，具有相同的信息，并且都采用前文讨论的均值/方差优化的方式来选择投资组合，那么每位投资者都会选择一个由组合 Q 和无风险资产 F 按某种比例组成的投资组合。这使得每位投资者的投资组合都会落在图 2A-1 中直线 FQF' 上的某处。组合 F 到组合 Q 之间的组合由无风险资产（借出资金）和组合 Q 构成，组合 Q 到组合 F' 之间的组合由融资债务（借入资金）和组合 Q 构成。

一方面，所有投资者的组合汇总在一起（按投资市值取加权平均），必然构成市场组合 M，因为整个市场的总借入资金和总借出资金必然恰好相互抵消。另一方面，直线 FQF' 上的这些组合可以汇总为一个全额投资组合的唯一方式就是：汇总组合就是 Q。于是必然有  $M = Q$ 。

#### 练习

1. 证明： $\beta_c = \sigma_c^2 / \sigma_M^2$ 。由于组合 C 是最小方差组合，所以这个方程推出  $\beta_c \leq 1$ ，并且  $\beta_c = 1$  当且仅当市场组合 M 恰为最小方差组合。
2. 证明： $f_\theta = f_c + \sigma_c^2 / (\kappa f_c)$ ，即  $\kappa = \sigma_c^2 / [f_c(f_\theta - f_c)]$ 。
3. 与主要市场指数（MMI）组合相对应的内蕴特征是什么？怎样找

到它？

4. 证明：最大化  $f_p - \lambda \sigma_p^2$  的全额投资组合  $P^*$  的预期超额收益率满足  $f^* = f_c + 1/(2\lambda\kappa)$ 。
5. 证明：当  $\lambda = f_c/(2\sigma_c^2) = f_q/(2\sigma_q^2)$  时，组合  $Q$  就是练习 4 中的最优解。
6. 假设组合  $T$  在全额投资有效前沿上。证明式 (2A-45)，即存在  $w_T$ ，使得  $h_T = w_T h_c + (1 - w_T) h_q$ 。
7. 如果  $T$  是一个全额投资的有效组合且  $T \neq C$ ，证明存在一个全额投资的有效组合  $T^*$  使得  $\text{Cov}[r_T, r_{T^*}] = 0$ 。<sup>①</sup>
8. 对任意（全额投资）有效前沿组合  $T \neq C$  以及任意全额投资组合  $P$ ，证明我们可以如下分解组合  $P$  的预期收益率

$$E[r_p] = E[r_T] + E[r_T - r_T] \left( \frac{\text{Cov}[r_p, r_T]}{\text{Var}[r_T]} \right)$$

其中  $T^*$  是与  $T$  不相关的全额投资有效组合。

9. 如果  $P$  是一个全额投资组合， $T$  是与  $P$  具有相同预期收益率的全额投资有效组合，即  $\mu_P = \mu_T$ ，那么我们总可以将组合  $P$  的收益率写成下述三个部分之和： $r_p = r_c + |r_T - r_c| + |r_p - r_T|$ 。请证明这三个组成部分是互不相关的。我们可以将来自这三个部分的风险依次理解为全额投资的成本  $\text{Var}[r_c]$ 、增强预期收益率的成本  $\text{Var}[r_T - r_c]$  和分散化的成本  $\text{Var}[r_p - r_T]$ 。

### 应用练习<sup>②</sup>

为了简化计算，在这个应用练习中，我们只考虑主要市场指数（MMI）中的资产。MMI 是一个由 20 只股票价格加权<sup>③</sup>构成的指数（你可以认为它是由每只股票各 100 股构成的一个组合）。同时，定义市值加权主要市场指数（或简称为 CAPMMI）为市场组合。

- ① 本题中涉及的“有效组合”包含所有预期收益率水平下的最小风险组合，特别包括预期收益率低于组合  $C$  的最小风险组合。——译者注
- ② 本书将视情况在某些章节添加应用练习。这些练习需要使用一些应用工具，例如一种风险模型和一个优化器。应用练习往往旨在利用软件进行“数据实验”来验证本书中的结果，而不是采用数学证明的方式。
- ③ 原著此处为“份额加权”，但根据文意理解，“价格加权”更加准确。——译者注

1. 现在只考虑 MMI 中的股票，请构建最小方差全额投资组合（组合 C）。每只成分股对该组合的贝塔是多少？以此检验式（2A-16）。
2. 在 CAPM 预期超额收益率（正比于每只资产关于 CAPMMI 的贝塔，并且假设 CAPMMI 的预期超额收益率为 6%）的基础上，请构建一个全额投资的有效组合。其中风险厌恶系数取  $\lambda = 6/\sigma_{\text{市场}}^2$ ， $\sigma_{\text{市场}}^2$  描述了 CAPMMI 的风险。
  - a) 该组合的贝塔和预期超额收益率是多少？
  - b) 将该组合与由式（2A-45）描述的组合 C 和组合 Q 的线性组合作比较。在本题中，组合 Q 是 CAPMMI<sup>⊖</sup>。

---

⊖ 根据文意，将原著中两处“组合 B”更换为“组合 Q”。——译者注

# 第3章

# 风    险

## 3.1 导言

在前一章中，我们介绍了资本资产定价模型（CAPM）作为一致预期收益率的模型。预期收益率是主动管理中的积极因素（推动我们大胆激进），而风险是消极因素（告诫我们要保守谨慎）。

本章将介绍贯穿全书的风险的定义。本章的要点是：

- ▶ 风险是收益率的标准差。
- ▶ 风险不具有可加性。
- ▶ 许多机构投资者关注主动风险和残差风险甚于总风险。
- ▶ 主动风险主要依赖于主动头寸的规模，而不是基准头寸的规模。
- ▶ 风险造成成本与方差成正比。
- ▶ 风险模型识别重要的风险来源，并把风险分解为多个组成部分。

我们从风险的定义开始。

## 3.2 定义风险

风险是一个抽象的概念。经济学家认为风险在个人的偏好中体现。一个人认为有风险的东西在另一人眼中可能没什么风险。<sup>⊖</sup>

---

<sup>⊖</sup> 大量文献讨论了这个主题，其中 Arrow, Raiffa 和 Borch 的著作是一个很好的介绍。读者也可以参阅 Bernstein (1996) 的著作，该书有力地论证了对风险的理解是现代文明的关键进步之一。

我们需要一个可操作的、普适的和客观的风险定义。机构基金经理 (institutional money manager) 是养老基金受托人的代理人 (agents of pension fund trustees)，而养老基金受托人是公司的代理人 (agents of the corporation) 和养老基金的受益者 (beneficiaries of the fund)。在这样的情况下，我们不可以使用一个受主观偏好影响的风险定义。因此，我们要找的风险度量就是经济学家所谓的对不确定性的度量。

我们需要一个对称的风险度量。机构投资经理的业绩是通过与业绩基准或者同行的表现相比较来评判的。对机构基金经理来说，低配一只上涨的股票与超配一只下跌的股票同样痛苦。

我们需要一个灵活的风险度量。我们所定义的风险应该既适用于个股，也适用于投资组合；既适用于讨论过去实现的风险，也能够对未来任意时期中的风险进行预测。

我们会限于寻找一种能够精确预测的风险度量。部分出于这个原因，我们希望这个风险度量可以从资产的风险自下而上地构建出投资组合的风险。我们不仅需要每一只资产的风险，还需要所有可能的投资组合的风险。

因此，我们的风险定义必须同时满足以上条件。同时，我们有几种可供挑选的风险定义，这里将逐一讨论。

首先，所有的风险定义本质上都依赖于收益率的概率分布。概率分布指出了收益率将会有多大的概率落在 1% ~ 1.01%，有多大的概率落在 1.01% ~ 1.02% 等。例如，图 3-1 展示了麦哲伦基金 (Magellan Fund) 在 1973 年 1 月 ~ 1994 年 9 月的月度收益率的经验分布。这张分布图告诉我们麦哲伦基金有 26% 的月度收益率落在 2.5% ~ 7.5%。

收益率的分布描述了所有可能结果的概率，于是比较复杂并且包含很多细节。它可以回答关于收益率和概率的所有问题。它可以作为对未来收益率的一个预测，或者是对已实现收益率的一个概述。理论上讲，它可以应用到每一种基金类型上，包括股票、债券或其他类型。不幸的是，收益率的分布太过细致复杂，以至于并不实用。因此，我们想找的风险度量都是单一数值，但却可以反映整个分布在风险方面的特征。由于这个简化，每一种风险度量都会具有某些缺陷。各种风险度量在精确估算上也难易不一。稍后我们将论及，在正态分布的假设下，我们可以从均值和标准差计

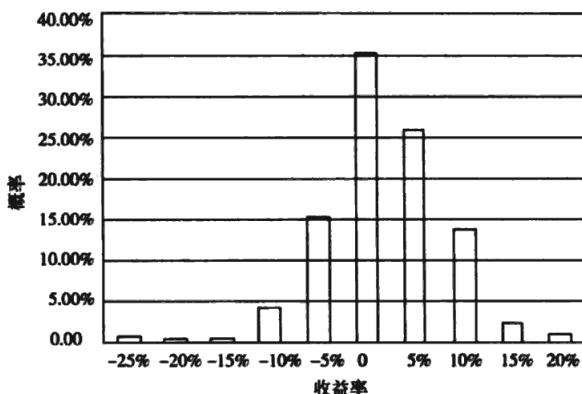


图3-1 麦哲伦基金月度收益率分布（1973年1月～1994年9月）

算出任何风险定义下的风险数值。不过，首先我们将在没有正态分布假设的情况下讨论这些不同的风险定义。

标准差衡量了收益率在均值附近分布范围的宽度。投资者通常称标准差为波动率（volatility）。方差是标准差的平方。对于前文麦哲伦基金的例子，它的月度收益率的标准差是6.3%，均值是1.6%。如果这些月度收益率是正态分布的，那么2/3的收益率会落在距离均值不超过6.3%的范围内，即落在区间[-4.7%，7.9%]内。事实上，麦哲伦基金73%的月度收益率落在这个区间内，与正态分布的理论结果相当接近。麦哲伦基金收益率的年化均值和标准差分别是19.2%和21.8%；这意味着在正态分布下，大约2/3的年度收益率落在-2.6%～41%。

随着标准差减小，收益率的分布范围越来越窄，可见标准差衡量了收益率的不确定性。

标准差是哈里·马科维茨（Harry Markowitz）对风险的定义，并且之后一直被机构投资界视为风险的标准定义。我们将在本书中沿用这一定义。标准差有熟知的、清晰的统计属性，尤其适用于现有的投资组合构建工具。只需知道每只资产的标准差和资产之间的相关性，我们就能够计算出任何投资组合的标准差。标准差随时间的变化相对稳定（尤其是和收益率均值以及收益率分布的其他矩相比），并且金融经济学家已经发展出精确预测标准差的有力工具。

不过在讨论标准差的细节之前，我们将讨论风险的几种其他定义。对于标准差的批评指出：标准差同时包含了收益率高于和低于均值的情形，而多数投资者认为较低的或者负的收益率才是风险（虽然卖空者持有相反的观点）。这就产生了一种新的风险定义：半方差（semivariance）或下行风险（downside risk）。

半方差的定义与方差类似，唯一区别在于半方差仅使用低于均值的收益率样本。如果收益率的分布是对称的，即收益率高于均值  $X\%$  和低于均值  $X\%$  的概率相等，那么半方差将恰等于方差的一半。人们对下行风险的定义却不统一；一种类比标准差和方差之间关系的定义方式是：将下行风险定义为半方差的平方根。

1973年1月~1994年9月，麦哲伦基金实现的半方差是 $21.6\%^2$ ，大约是其方差 $39.5\%^2$ 的55%。根据图3-1，其月度收益率的分布向左侧（负收益率）延伸得比向右侧（正收益率）略远一些，这解释了为何半方差会略微高于方差的一半。

半方差的一种变体是目标半方差（target semivariance）。半方差关注低于均值的收益率样本，而目标半方差将关注低于某一目标收益率的样本。

下行风险明确地回应了对标准差的批评，仅关注不良收益率样本。然而，下行风险本身也有一些问题。第一，它的定义不像标准差或方差那样明确，且其统计属性并不熟知。第二，<sup>⑧</sup>大规模投资组合的下行风险在计算上非常挑战，因为把下行风险从单只资产汇总到组合很难做好。第三，如果投资收益率的分布是对称的，下行风险的大多数定义仅仅是标准差或者方差的一个固定倍数，并不蕴含额外的信息。我们知道，主动收益率（相对于业绩基准）根据其定义应该是对称的。

如果投资收益率不一定是对称的，那么此时预测下行风险又会成为问题。收益率的非对称性在时间上是不稳定的，于是很难预测。<sup>⑨</sup>过去实现的下行风险不一定是对未来的下行风险优良预测。

另外，我们在估计下行风险时仅用到一半的样本，于是会损失统计精

<sup>⑧</sup> “风险模型效果如何？”一节中引用的依据断言这实际上是不可能做好的。

<sup>⑨</sup> 例外情况是一些具有人为制造的非对称性的金融资产，比如期权或动态策略（如投资组合动态保险策略）。

度。这个问题对目标半方差的影响更大，因为目标半方差通常更加关注于分布“尾部”的样本。

损失概率（shortfall probability）是另一种风险定义，它可能是最接近人们对风险的直观感受的定义。损失概率是收益率落在目标值以下的概率。例如，麦哲伦基金月度收益率低于 -10% 的概率为 3.4%。

损失概率具有接近风险直观感受的优点，然而，它面临着与下行风险一样的问题：定义模糊、不为人熟知的统计属性、难于预测以及依赖于投资者的个人偏好等。

对损失概率的预测是一个特别棘手的问题，并且随着目标损失值的下降变得越来越困难。极端情况是：对特大损失发生概率的预测受到一两个观测值的影响。

在险价值（value at risk）是与损失概率类似的一种风险定义。损失概率先取定目标损失值，然后计算收益率低于该数值的概率；而在险价值先取定一个目标概率，例如 1% 或者 5%，然后计算与该概率相应的收益率分位数。例如麦哲伦基金，其最差的 1% 的月度收益率的亏损超过了 20.8%。也就是说，如果投资 1 000 美元于麦哲伦基金，那么在险价值为 208 美元。

在险价值与损失概率关系紧密，并且具有相同的优缺点。

在针对风险计量的讨论中，何时能够采用正态分布假设？正态分布是学术界投资研究中的标准假设，也是统计学中的标准分布。正态分布完全由其均值和标准差决定。大量研究证明：投资收益率并不精确服从正态分布，而具有更宽的分布，即在实际投资中发生极端事件的概率高于正态分布估计的结果。

上述风险定义都试图从“真实的”收益率分布中提取出其风险特征。还有一种不同的方法是：直接假设收益率服从正态分布，然后计算样本均值和样本标准差，从而将分布完全确定，进而下行风险、半方差、损失概率和在险价值等风险度量也全部确定了。这种方法结合了最精确的估计和少数几个合理的假设，有时确实能够帮助投资者获得重要统计量的稳健估计。

更一般地，这说明定义风险和报告风险的形式可以不同。但是，任何依赖于正态分布的方法都使我们强烈希望采用标准差这个可以从资产层面

汇总到投资组合层面的风险定义。采用标准差还是采用标准差的其他数学形式报告一个最终的风险数值只是个人偏好的问题，但不会影响到我们对投资组合的选择。

### 3.3 标准差

如上所述，能够满足我们普适、对称、灵活和可精确预测要求的风险定义就是收益率的标准差。<sup>②</sup>如果用 $R_p$ 表示一个投资组合的总收益（例如总收益等于1.10意味着投资组合的收益率是10%），那么该组合收益率的标准差表示为 $\sigma_p = \text{Std}\{R_p\}$ 。一个投资组合的超额收益率 $r_p$ 定义为其总收益 $R_p$ 与无风险资产的总收益 $R_f$ （例如若国库券收益率为4%，那么 $R_f = 1.04$ ）之差。由于无风险资产的总收益 $R_f$ 是在考察期期初就确定下来的，所以超额收益率的风险总是等于总收益的风险。在本书中，若无特殊说明，我们讨论的风险总是指收益率的年化标准差（以百分之一为单位）。

标准差具有一些有趣的特点。特别地，它不具有组合属性，也即投资组合的标准差不等于组合中各资产标准差的加权平均值。假设股票1和股票2的收益率的相关系数为 $\rho_{12}$ ，来考察一个投资组合P，它由50%的股票1和50%的股票2构成，那么

$$\sigma_p = \sqrt{(0.5 \cdot \sigma_1)^2 + (0.5 \cdot \sigma_2)^2 + 2 \cdot (0.5 \cdot \sigma_1) \cdot (0.5 \cdot \sigma_2) \cdot \rho_{12}} \quad (3-1)$$

并且

$$\sigma_p \leq 0.5 \cdot \sigma_1 + 0.5 \cdot \sigma_2 \quad (3-2)$$

其中式(3-2)等号成立当且仅当这两只股票完全相关（即 $\rho_{12} = 1$ ）。式(3-2)说明：整体风险小于部分风险之和——这是投资组合分散化的关键。图3-2展示了一个简单的例子。

考虑一个由国际商用机器(IBM)和通用电气(General Electric, GE)构成的投资组合，图3-2展示了该组合的风险对组合中通用电气的权重的

<sup>②</sup> 对积极投资于期权和投资组合保险之类的动态策略的投资者而言，标准差并不是最合适的风险定义。但即使在这种情形下，标准差仍然扮演了重要的角色；详情请参见Kahn和Stefex(1996)。

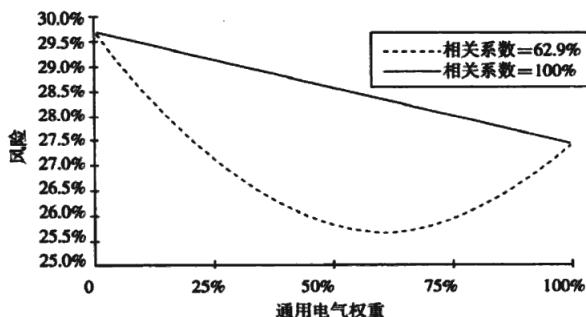


图 3-2 GE/IBM 全额投资组合

依赖关系。图中的曲线代表实际组合风险；直线代表假设国际商用机器与通用电气完全正相关时的组合风险。在 1992 年 12 月，通用电气的年化风险是 27.4%，国际商用机器的年化风险是 29.7%；二者收益率之间的相关系数是 62.9%。曲线和直线之间的差异展示了分散化在降低风险方面的好处。

我们可以从另一个例子中看到分散化的威力。考虑一个由  $N$  只股票构成的等权重投资组合，每只股票的风险都是  $\sigma$ ，并且股票之间互不相关。那么，该组合的风险是

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (3-3)$$

可以发现，本例中股票的平均风险是  $\sigma$ ，但投资组合的风险为  $\sigma/\sqrt{N}$ 。

再来考虑一个更接近现实的分散化的例子。这次我们假设任意两只股票的收益率之间的相关系数都等于  $\rho$ ；那么一个包含  $N$  只股票的等权重投资组合的风险是

$$\sigma_p = \sigma \cdot \sqrt{\frac{1 + \rho \cdot (N - 1)}{N}} \quad (3-4)$$

当组合中的股票数  $N$  很大时，上式变为

$$\sigma_p \rightarrow \sigma \cdot \sqrt{\rho} \quad (3-5)$$

为了更好地理解式 (3-5)，我们考虑一个由主要市场指数的 20 个成分股构成的等权重投资组合。在 1992 年 12 月，这些股票的平均风险是 27.8%，而该等权组合的风险是 20.4%。利用式 (3-4) 可以反算出股票之

间的平均相关系数为 0.52。

风险既不能沿横截面也不能沿时间相加。然而方差可以沿时间相加，如果任意不重叠的两段时期上的收益率是不相关的。事实上，对于大多数资产类型而言，其前后两段不重叠时期上的收益率之间的相关性，即自相关性 (auto-correlation)，都是接近于 0 的。这意味着方差随着预测期的长度增长，而风险随着预测期长度的平方根增长。因此，5% 的年化主动风险等价于季度区间上 2.5% 的主动风险，也等价于 4 年区间上 10% 的主动风险。季度、年度和 4 年度区间上的方差 ( $6.25\%^2$ 、 $25\%^2$  和  $100\%^2$ ) 恰与预测期的长度成正比。

每次将风险“年化”（即将风险数值换算到年度区间上）时，我们都会使用上述关系。如果我们考察一只股票的月度收益率，并且观测到其月度收益率的标准差为  $\sigma_{\text{月度}}$ ，那么我们将按下式把它换算为年化风险：

$$\sigma_{\text{年度}} = \sqrt{12} \cdot \sigma_{\text{月度}} \quad (3-6)$$

相对风险很重要。如果将一位投资经理的业绩与一个业绩基准做比较，那么该经理的投资组合的超额收益率  $r_p$  与业绩基准的超额收益率  $r_b$  之间的差异将至关重要。我们称这个差异为主动收益率 (active return)，记为  $r_{PA}$ 。相应地，我们定义主动风险  $\psi_p$  为主动收益率的标准差：

$$\psi_p = \text{Std}\{r_{PA}\} = \text{Std}\{r_p - r_b\} \quad (3-7)$$

我们有时也称主动风险为跟踪误差 (tracking error)，因为它描述了组合对业绩基准的跟踪效果。

在图 3-3 中，我们讨论一个简单的例子。假设业绩基准是 40% 的 IBM 和 60% 的 GE。考虑一个由 IBM 和 GE 构成的投资组合（二者的权重之和等于 100%），图 3-3 展示了该组合的主动风险与组合中 GE 的权重的函数关系。组合的主动头寸从横轴最左端的“+60% IBM 与 -60% GE”连续变化到最右端的“-40% IBM 与 40% GE”；在此过程中主动头寸之和总是等于 0。

很多投资者认为：资产的主动风险与其市值成比例。因此，如果 IBM 的市值在业绩基准中所占权重是 4%，他们就会对其头寸设置 2% 的下限和 6% 的上限，以对应于 50% 的超配和 50% 的低配。对另一只市值在业绩基准中所占权重仅有 0.6% 的股票，他们会为其头寸设置 0.3% 的下限和

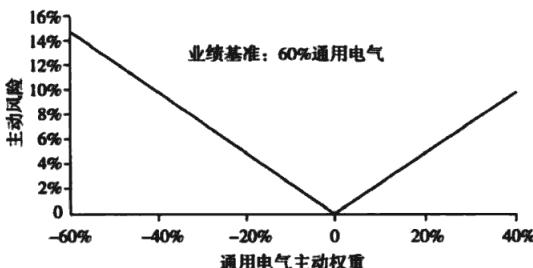


图 3-3 GE/IBM 全额投资组合

0.9% 的上限。于是，他们将自己对 IBM 的主动暴露限制在  $\pm 2\%$ ，而将自己对另一只股票的主动暴露限制在  $\pm 0.3\%$ 。然而，主动风险取决于主动暴露和股票风险，并不依赖于该股票在业绩基准中的权重。也就是说，在大盘股上 1% 的主动暴露并不一定比在小盘股上 1% 的主动暴露风险更低。有时我们对大盘股的主动暴露设置更少的限制，是出于交易成本和流动性方面的考虑。

除了主动风险，还有一种重要的相对风险度量，即残差风险。残差风险是收益率中与系统性收益率正交的那部分的风险。组合 P 关于组合 B 的残差风险用  $\omega_P$  表示，定义为

$$\omega_P = \sqrt{\sigma_P^2 - \beta_P^2 \cdot \sigma_B^2} \quad (3-8)$$

其中

$$\beta_P = \frac{\text{Cov}[r_P, r_B]}{\text{Var}[r_B]} \quad (3-9)$$

为了使读者对资产层面的总风险、残差风险和贝塔的典型数值有一些直观感受，我们在 3 个不同的历史时点——1980 年 6 月、1990 年 6 月和 1998 年 12 月，用近 60 个月的时间窗口数据计算了美国大型股票（BARRA HICAP 股票空间，大约包括 1 200 只市值最大的股票）的上述 3 个指标值。表 3-1 展示了计算结果中这 3 个指标值的分布情况（分位数表），其中我们对 3 个不同时点的分布取了平均值。

从表中可以看出，资产总风险的典型数值落在 25% ~ 40%，残差风险的典型数值落在 20% ~ 35%，贝塔的典型数值落在 0.80 ~ 1.35。测试中我们发现，1980 ~ 1998 年，总风险和残差风险的分布随时间的变化很小；唯

一的例外是90%分位数（它在1998年显著上升了）。贝塔随时间的变化略大一些——1980~1998年，贝塔逐渐下降。值得提醒的是：贝塔的中位数不必等于1，只有贝塔的市值加权平均值等于1。

表 3-1 风险度量的经验分布

分位数	总风险 (%)	残差风险 (%)	贝塔
90	50.8	45.0	1.67
75	40.1	34.3	1.36
50	30.6	25.1	1.08
25	24.6	19.6	0.79
10	20.4	16.4	0.52

方差是标准差的平方。本书中我们将统一使用方差来衡量风险的成本。风险成本将风险换算为等价的预期收益率折损。在主动管理的讨论中，风险成本通常与主动风险或残差风险相关联。图3-4展示了主动风险厌恶系数取0.1时，主动风险产生的成本与主动风险的关系。在这样的主动风险厌恶水平下，4%的主动风险将换算为 $0.1 \times 4^2 = 1.6\%$ （我们约定风险厌恶系数乘在百分数上）的预期收益率折损。

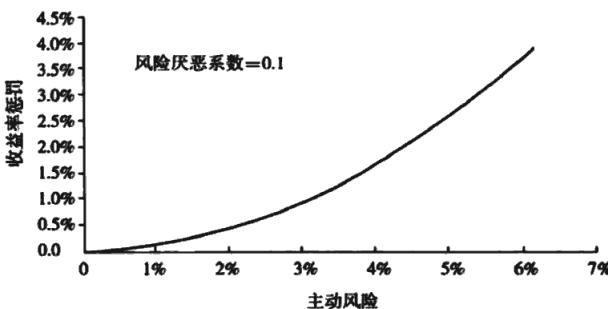


图 3-4 风险成本

下面我们开始讨论股票风险模型。

### 3.4 基本的风险模型

在上一节中我们提到了决定投资组合风险的一个重要问题。对于一个由两只股票构成的投资组合，我们需要这两只股票各自的波动率，以及它

们之间的相关系数（参见式（3-1））。对于一个由 100 只股票构成的投资组合，我们需要 100 个波动率的估计值，以及任意两只股票之间的相关系数（4 950 个相关系数）。更一般地，当组合涉及的股票只数为  $N$  时，需要估计的相关系数的个数为  $N(N - 1)/2$ 。

我们可以将所有需要估计的参数总结到一个协方差（covariance）矩阵  $V$  中：

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ \sigma_{1N} & \cdots & \cdots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

其中我们将  $r_i$  和  $r_j$  的协方差表示为  $\sigma_{ij}$ ，并且  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ 。协方差矩阵包含了计算组合层面风险所需的所有资产层面的风险信息。风险模型的目标就是要精确并高效地预测协方差矩阵。协方差矩阵中包含太多的独立参数，这使得建立风险模型的任务极具挑战性。

本节我们考虑三种基本的股票风险模型。第一种是单因子模型，它赋予每只股票两部分风险——市场风险和残差风险。第二种是一个假设任意两只股票之间相关系数相同的模型。第三种是用历史收益率估计协方差矩阵  $V$  中每一项的模型。

单因子风险模型是 CAPM 的雏形，但二者仍有不同。<sup>⊖</sup> 单因子风险模型首先将收益率分解为

$$r_n = \beta_n \cdot r_M + \theta_n \quad (3-11)$$

其中  $\beta_n$  是股票  $n$  的贝塔值， $\theta_n$  是股票  $n$  的残差收益率。单因子风险模型假设残差收益率  $\theta_n$  是互不相关的，因此推出

$$\text{Cov}[r_n, r_m] = \beta_n \cdot \beta_m \cdot \sigma_M^2 \quad (3-12)$$

以及

$$\sigma_n^2 = \beta_n^2 \cdot \sigma_M^2 + \omega_n^2 \quad (3-13)$$

---

<sup>⊖</sup> CAPM 是预期收益率模型，它假设市场达到了均衡状态，但并不认为所有残差收益率之间是不相关的。与之相比，单因子风险模型不是预期收益率模型，它假设所有残差收益率之间是不相关的，但市场并不一定处于均衡状态。Sharpe 在其博士论文中描述了单因子模型，但他随后在不需要单因子模型的假设的情况下建立了 CAPM。

当然，不同股票的残差收益率之间实际上是相关的。事实上，所有股票的残差收益率的市值加权平均值应该精确等于0：

$$\sum_n h_M(n) \cdot \theta_n = 0 \quad (3-14)$$

因此，虽然我们有理由预期相同行业内的股票（如大型石油公司）具有正的残差相关性，但市场中所有股票之间的残差相关性整体上应该为负值。<sup>②</sup>虽然如此，单因子模型依旧很有吸引力，因为它分离了市场风险和残差风险，并将股票之间的残差协方差保守估计为0。

第二种基本风险模型需要对每只股票的波动率  $\sigma_n$ ，以及股票之间的平均相关系数  $\rho$  进行估计。这意味着任意两只股票之间的协方差为

$$\text{Cov}[r_n, r_m] = \sigma_n \cdot \sigma_m \cdot \rho \quad (3-15)$$

这种模型的最大优点就是简单，因此它适用于“快速但不必精确”的应用。然而，该模型忽略了类似行业或者具有相似属性的股票之间的微妙联系。

第三种基本风险模型依赖于历史数据的样本方差和样本协方差；这种估计既不稳健也不合理。在该模型下，我们用  $T$  个时期的样本来估计一个  $N \times N$  的协方差矩阵。如果  $T \leq N$ ，我们将能够构建一个理论上具有零风险的投资组合。<sup>③</sup>因此，历史样本模型要求  $T > N$ 。如果要估计标普 500 指数成分股月度收益率的协方差矩阵，这将需要超过 40 年的数据。并且，即使  $T$  超过了  $N$ ，历史样本模型仍然存在几个问题：

- 为了满足  $T > N$  的条件，我们只能考虑较短时间尺度上的收益率，例如 1 天或 1 周；然而投资经理一般需要更长时间尺度上的预测，例如 1 个季度或者 1 年。
- 历史风险不能快速反映公司不断变化的基本面，特别是并购拆分

② 这个例子可以通过假想一个仅由两只等市值股票构成的市场加以说明。由式 (3-14) 推出  $\theta_2 = -\theta_1$ ，即两只股票的残差收益率是 100% 负相关的。当市场中包含数以百计的股票时，由式 (3-14) 推出的股票之间负的平均残差相关系数将非常小。

③ 数学理论中，一个由  $T$  个时期的收益率样本产生的  $N \times N$  协方差矩阵的秩等于  $\min\{N, T-1\}$ 。更直观地讲，我们可以比较历史观测数据的数目和待估参数的数目。一个  $N \times N$  的协方差矩阵包含  $N(N+1)/2$  个独立估计。当我们拥有  $N$  只资产在  $T$  个时期中的收益率样本时，我们有  $NT$  个观测值。按每个估计至少需要两个独立观测值（毕竟，估计一个标准差至少需要两个样本）计算，我们需要  $T \geq N+1$ 。

(mergers and spinoffs) 时会有问题。

- 还有选择偏差，例如收购 (takeover)、杠杆收购 (LBO)，或者破产的公司将被忽略。
- 样本偏差将导致协方差估计上的某些整体偏差。一个 500 只资产的协方差矩阵包含 125 250 个独立参数。如果其中 5% 是不好的估计，那么我们将有 6 262 个不好的估计。

读者将会发现很少有人对历史样本风险模型特别感兴趣。接下来，我们将转入针对结构化股票风险模型的讨论。

### 3.5 结构化风险模型<sup>⊖</sup>

在上一节里，我们讨论了三种基本的风险模型，并发现它们不是不实用就是过于简化。在本节中，我们将看到一些结构化的多因子风险模型，并品评它们的优点。

多因子风险模型基于如下想法：股票的收益率可以被一组共同因子和一个仅与该股票有关的特异因子解释。我们可以把这些共同因子看作是影响一组股票价格变动的作用力。这组股票可以是银行行业的全部股票，或是具有高财务杠杆的全部股票，或是所有市值较小的股票，如此等等。下文中，我们将详细讨论几种可能类型的因子。

通过识别出重要的因子，我们可以降低问题的规模。例如，原本要处理 6 000 只股票 (18 003 000 个独立的方差和协方差) 的情形，利用因子模型可以转化为仅需处理 68 个因子的问题。即使股票数目发生变化，因子数量也是不变的。当我们只关注少数几个因子并允许股票对这些因子的暴露不断变化时，情况将变得更为简单。

结构化风险模型首先对收益率进行简单的线性分解，分解方程中包含四个组成部分：股票的超额收益率、股票的因子暴露、因子收益率以及股票的特异收益率。线性分解的结构如下：

$$r_s(t) = \sum_k X_{s,k}(t) \cdot b_k(t) + u_s(t) \quad (3-16)$$

---

<sup>⊖</sup> 作者们在 BARRA 公司的长期任职中，对结构化风险模型有过很长的一段研究经历。

式中  $r_n(t)$ ——资产  $n$  从时刻  $t$  到时刻  $t+1$  的超额收益率（收益率减去无风险收益率）；

$X_{n,k}(t)$ ——时刻  $t$  时，资产  $n$  对因子  $k$  的暴露度（exposure）。暴露度也经常被称为因子载荷（loading）。行业因子的暴露度要么是 0（表示该资产不属于该行业），要么是 1（表示该资产属于该行业）。<sup>⊖</sup>对于其他共同因子，暴露度通常是标准化的，因此全部股票的平均暴露度为 0，并且暴露度的横截面标准差等于 1。

$b_k(t)$ ——因子  $k$  从时刻  $t$  到时刻  $t+1$  的因子收益率；

$u_n(t)$ ——股票  $n$  从时刻  $t$  到时刻  $t+1$  的特异收益率（specific return），即其总收益率中不能被共同因子解释的部分。我们的风险模型包含了对特异收益率  $u_n$  的风险的预测。特异收益率有时也被称为奇异收益率（idiosyncratic return），但是“奇异”二字容易使人认为这部分收益率不能被模型解释，所以我们不使用。

我们小心翼翼地定义了上述模型中的时间结构。暴露度是在时刻  $t$ ，即考察期的初始时刻获知的。资产收益率、因子收益率和特异收益率都是在时刻  $t$  到时刻  $t+1$  这段区间上产生的。在本章剩下的讨论中，我们将省略方程中的时间变量。

多因子模型并不蕴含任何意义上的因果关系。模型中的因子可能是，也可能不是证券收益率的驱动力量。在我们看来，它们只代表了我们试图解释风险的维度。

现在我们假设特异收益率与因子收益率不相关，不同股票的特异收益率之间也互不相关。在这个假设和式（3-16）描述的收益率结构下，整个市场的风险结构为：

$$V_{n,m} = \sum_{k_1, k_2=1}^K X_{n,k_1} \cdot F_{k_1, k_2} \cdot X_{m,k_2} + \Delta_{n,m} \quad (3-17)$$

式中  $V_{n,m}$ ——资产  $n$  和资产  $m$  的协方差。当  $n=m$  时，它就是资产  $n$  的方差；

⊖ 在有充分数据的条件下，可以将大型综合公司的行业暴露度拆分到多个行业因子上，总暴露为 1。

$X_{n,k_1}$ ——资产  $n$  对因子  $k_1$  的暴露度，定义同上；

$F_{k_1, k_2}$ ——因子  $k_1$  和因子  $k_2$  之间的收益率协方差。当  $k_1 = k_2$  时，它就是因子  $k$  的收益率方差；

$\Delta_{n,m}$ ——资产  $n$  和资产  $m$  之间的特异协方差。我们假设所有资产对之间的特异协方差等于 0，所以  $\Delta_{n,m}$  在  $n \neq m$  时总是等于 0。当  $n = m$  时，它就是资产  $n$  的特异方差。

### 3.6 挑选因子

建立多因子模型的艺术在于挑选合适的一组因子。寻找因子时只有一个限制条件：所有因子必须都是先验因子（prior factor）。所谓先验因子，是指因子暴露必须在考察期初就能确定。与之相对：因子收益率在考察期初是不确定的，只有到考察期末才能获知。

在先验因子的约束内，有很多类型的因子可供选择。我们将试着给因子做一个简单分类。首先，我们可以将因子分为三大类：对外部变化的响应、资产属性的横截面比较类因子和纯粹的内在或统计因子。<sup>②</sup>下面我们来依次讨论。

#### 对外部变化的响应

金融经济学领域的学术文献中流行着一个主题：股票市场和外部经济力量之间应该存在某种可被证实的关联。响应类因子就试图捕获这种关联。这些因子包括对以下外部变化的响应：债券市场收益率（相应因子有时被称为债券贝塔）、通胀异动（unexpected changes in inflation /inflation surprise）、油价变动、汇率变动、工业产量变动，等等。这些因子有时也被称为宏观因子。响应类因子的解释力可能非常强，但他们有三个严重缺陷：

第一个缺陷是我们必须通过回归分析或者类似的技术来估计这些响应系数。一个包含 9 种宏观因子覆盖 1 000 只股票的模型每月需要进行 1 000 次时间序列回归；其中每次回归都要用可能是 60 个月的数据来估计 9 个响

---

② 这个分类计划并不意味着投资者只能从其中的某一类挑选因子。例如，我们已经观察到：外部变化响应类因子不能增加横截面因子模型的解释力。这至少说明，横截面因子包含了响应类因子的信息。

应系数。这可能导致严重的估计误差，通常被称为变量误差问题（error in variables problem）。

第二个缺陷是我们的估计通常基于过去5年的历史行为。即使能够在统计意义上精确地捕获过去的情况，这些估计值也可能无法精确描述现在的情况。简言之，这些响应系数可能是非静态的。例如，有的公司可能已经通过改变商业行为而试图控制外汇暴露度。

第三个缺陷是宏观数据通常由政府采集而不能在市场中被直接观测到，因此其质量不佳。这通常意味着不精确的、延迟的以及频率相对过低的观测数据。

### 横截面比较类因子

横截面比较类因子比较股票的各种属性，与股票之外的经济没有直接联系。横截面属性一般可以归为两类：基本面类和市场类。基本面类属性包括各种比率例如分红率（dividend yield）、盈利率（earnings yield）以及分析师对未来每股盈利的预测。市场类属性包括过去某一时段上的波动率、过去某一时段上的收益率、期权的隐含波动率、换手率，等等。市场类属性——例如波动率和动能，某种程度上也存在类似于上一节讨论的外部变化响应类因子的缺陷（如变量误差，非静态性）。不过，这里的因子解释有所不同。我们以考察股票价格在过去12个月的表现（收益率）的动能因子为例。该因子并非用来预测股票表现是会持续还是会反转；它只是意识到过去1年表现较好（或较差）的股票在未来的表现经常有共同之处。动能有时会持续，有时会反转，还有时没有任何影响。我们观察到的事实是：每年中有5~6个月，在控制其他属性的条件下，前期表现较好的股票组与前期表现较差的股票组会有显著不同的表现。对历史波动率或是其他该类因子，我们也观察到相似的现象。根据我们的经验，这些横截面比较类因子是非常有效的因子。

### 统计因子

我们也可以收集大量股票的收益率数据，转动一个统计绞肉器的摇把，然后欣赏这个“因子生成器”（factor ex machina）的作品。能被用作因子生

成器的统计工具的数目多得超乎想象，常见的有主成分分析（principal component analysis）、最大似然分析（maximum likelihood analysis）和预期最大化分析（expectations maximization analysis）等。你可以使用两步法来先估计因子收益率然后估计暴露度，或者同时估计因子收益率和暴露度，也可以反过来采用 Connor and Korajczyk (1988) 中使用过的极具创意的方法。我们通常会避免使用统计因子，因为它们的直观含义难以理解，并且这些因子的估计过程很容易受到“伪相关性”的影响。这些统计工具也不能捕获暴露度随时间变化的因子。统计工具依赖于每只资产对每个因子的暴露度在估计时段内都是恒定的。例如，统计模型不能捕获动能因子。

在众多可选因子中，我们只选用满足以下 3 条准则的因子：有区分能力（incisive）、直观（intuitive）和有意义（interesting）。有区分能力的因子能区分出收益率特征显著不同的股票群。例如，如果我们沿着波动率的维度观察，将发现低波动率股票的表现每年至少有三次与高波动率股票的表现显著不同。这意味着，如果我们不监控投资组合对波动率因子的暴露度，那么我们的收益率可能会频繁发生异动。

直观的因子与市场的某个易于理解的或者公认的角度相关；即具有直观的经济含义或可信的故事。例如，规模因子将公司分为大型与小型两种。动能因子将近期表现相对较好的股票与表现相对较差的股票区分开。直观的因子来自于公认的投资主题。美国股票市场中的因子包括各个行业因子，以及规模、分红率、价值、成功、波动率、成长性、杠杆、流动性和汇率敏感性。

有意义的因子能够解释股票表现的某些部分。我们在每个考察期上将一定的收益率归因于每个因子。这些因子能够帮助我们解释超常收益率或贝塔或波动率。例如，大型公司的股票在某些特殊时期的表现显著优于小型公司的股票。再例如，高波动率股票的贝塔值偏高。

我们通过研究来挑选出合适的因子，这个过程同时依赖于统计技术和投资直觉。统计技术帮助我们选出最具有区分能力和解释力的因子。投资直觉帮助我们选出具有直观含义的因子。因子具有统计显著性和投资显著性中至少一种。在对模型的研究中，我们必须同时考虑这两种显著性。

上面我们讨论了为多因子风险模型挑选合适因子的一般方法，那么哪些典型因子是我们通常选用的呢？我们选用的因子主要是两类：行业因子和风险指数。行业因子衡量不同行业股票之间的行为差异。风险指数衡量行业之外的维度上不同股票群体之间的行为差异。

### 3.7 行业因子

行业分类将股票划分为多个互不重叠的类别。行业分类应该满足以下几个原则：

- 每个行业都应该包含合理数目的公司；
- 每个行业在全市场中都应该占有合理的市值比例；
- 行业划分应该符合市场共识及投资者的心理习惯。

例如，表 3-2 展示了 BARRA 对 1998 年 8 月底的超过 11 000 只美国股票的行业分类。

表 3-2 美国股票市场行业划分：1998 年 8 月

行 业	公司数目	市值占比 (%)
矿业与金属	216	0.77
黄金	122	0.25
林业产品与造纸	112	1.04
化工	288	2.99
能源储备与生产	348	4.07
石油精炼	69	0.78
石油服务	84	1.04
食品与饮料	246	4.42
酒	32	0.21
烟草	13	0.82
家用产品	108	2.42
食杂店	53	0.66
耐用消费品	124	0.38
汽车及零部件	141	1.79
服装与纺织品	207	0.51
服装商店	72	0.59
专业零售	301	1.94

(续)

行 业	公 司 数 目	市 值 占 比 (%)
百货商店	33	2.24
建筑与房地产	480	1.65
出版	142	0.91
传媒	121	2.05
酒店	89	0.38
餐馆	182	0.69
娱乐	139	1.28
休闲	267	0.69
环境服务	125	0.41
重型电气设备	98	0.70
重型机械	50	0.42
工业零件	380	1.25
电力公司	100	2.62
气水公用事业	81	0.61
铁路	33	0.63
航空	47	0.51
运输、海运、空运	116	0.34
医疗提供商与医疗服务	263	1.22
医疗产品	442	2.91
药品	409	6.70
电子设备	699	3.22
半导体	196	1.94
计算机硬件、办公设备	388	4.62
计算机软件	574	4.17
国防航空航天	95	1.55
电话	102	5.18
无线通讯	57	0.57
信息服务	576	2.57
工业服务	251	0.94
生命与健康保险	75	1.55
财产和人身保险	148	4.22
银行	702	8.47
储蓄机构	299	0.71
证券与资产管理	188	1.63
金融服务	534	5.80
合计	11 017	100.00

行业暴露通常是 0/1 变量——股票要么属于该行业，要么不属于该行业。市场组合对全部行业因子的暴露度之和等于 1。由于大型公司可能在多个行业运作，我们有时将行业因子进行扩展，使它能够处理“单个公司多行业归属”的情况。例如，在 1998 年 9 月，BARRA 美国股票风险模型将通用电气（General Electric）的行业暴露设置为：金融服务（financial services）行业 58%、重型电气设备（heavy electrical equipment）行业 20%、传媒（media）行业 8%、医疗产品（medical products）行业 7%、财产和人身保险（property & casualty insurance）行业 7%。

### 3.8 风险指数

行业归属并不是股票风险的唯一来源。对一些共同的投资主题的暴露也是股票风险的来源，我们用风险指数因子（risk index factor）来衡量它。我们在美国和其他股票市场识别出的风险指数可以归为以下几个类别。

- 波动率。按波动率区分股票。在这个维度中排名较高的股票在历史时期上具有较高的波动率，我们也预期它们在未来仍然保持较高的波动率。
- 动能。按近期表现区分股票。
- 规模。按市值大小区分股票。
- 流动性。按交易量的大小区分股票。
- 成长性。按过去和预期的盈利增长区分股票。
- 价值。按基本面情况区分股票，特别有几种常见的比率指标：盈市率（earnings-to-price）、分红率（dividend-to-price）、现市率（cash flows-to-price）、净市率（book-to-price）、销市率（sales-to-price），等等。这些指标反映了股票价格相对于发行公司的基本面而言是便宜还是昂贵。
- 盈利波动率。按盈利的波动性区分股票。
- 财务杠杆。按债务股本比率（debt-to-equity）和对利率风险的暴露度区分股票。

每个股票市场都会根据其自身的独特属性含有多少于或少于上述列表中的风险指数。

每一个风险指数都包含若干个具体度量，我们称之为描述变量（descriptor）。例如，波动率度量可以由近期日收益率波动率、期权的隐含波动率、近期价格波幅和贝塔这4个描述变量构成。同一风险指数下的描述变量之间通常高度相关，但它们又有所不同，各自代表该风险指数的某个方面。股票对风险指数的暴露度是股票对构成该风险指数的若干个描述变量的暴露度的加权平均值。其中，我们选择使风险指数解释力和预测力达到最高的权重。此外，同时考量多个描述变量将增加风险指数的稳健性。

我们怎样量化股票对描述变量以及风险指数的暴露度呢？尤其是在不同描述变量具有不同的单位和数量级的情况下。为了处理这个问题，我们首先对原始暴露度进行标准化：

$$x_{\text{标准化}} = \frac{x_{\text{原始}} - \langle x_{\text{原始}} \rangle}{\text{Std}[x_{\text{原始}}]} \quad (3-18)$$

式中， $\langle x_{\text{原始}} \rangle$  是原始暴露度的均值， $\text{Std}[x_{\text{原始}}]$  是原始暴露度的标准差；二者都是在整个股票空间中统计的。经过标准化，每一个风险指数的暴露度都具有零均值和单位标准差。标准化的过程中还会加入对离群值的处理。

举一个例子：BARRA 美国股票模型在 1998 年 9 月赋予通用电气公司（General Electric, GE）1.90 的规模暴露度，意味着 GE 在规模维度显著地高于平均水平。在同一天，模型赋予网景公司（Netscape）-1.57 的规模暴露度，这意味着 Netscape 的规模显著地低于平均水平。

### 3.9 结构化风险模型协方差

技术附录将深入讨论收益率的结构化方程，式 (3-16)。利用这个方程以及资产收益率的历史观测值，我们可以对因子收益率和特异收益率进行估计。技术附录还描述了如何利用因子收益率和特异收益率的历史估计值对式 (3-17) 中的因子协方差矩阵和特异协方差矩阵进行预测。这里，我们将假设这些协方差矩阵是已知的，并着重讨论如何使用它们。

### 3.10 风险模型的应用

风险模型的主要用途有三种，分别涉及现在、未来与过去。我们将依

次描述这三种用途，其中主要关注如何分析当前风险。我们将在随后的章节中深入讨论对于未来和过去风险的分析。

### 现在：当前组合风险分析

多因子风险模型可以用于分析当前的组合风险。它不仅能够衡量组合的总体风险水平，更重要的是，它还可以将组合风险分解到各个来源。风险分解识别出投资组合风险的重要来源，使我们能够检查它们是否也是主动收益率的来源。

分解风险的一种方式是将收益率划分为市场部分和残差部分。另一种方式是考察组合相对于某个业绩基准的风险，即分解出主动风险。第三种方式是将组合风险按照多因子模型分解为模型风险和特异风险。风险模型还允许我们对风险进行边际分析：在头寸的边际变动下，哪些资产对组合的分散化效力最高，哪些资产的分散化效力最低？

风险分析对被动管理和主动管理都很重要。被动投资经理试图复制一个业绩基准的收益率，他们管理着指数基金。在复制某些业绩基准时，投资经理的投资组合可能并不包含该基准中的全部成分股。例如，对一位小盘股被动投资经理而言，持有一个宽基小盘股指数中的数千只资产的交易成本可能是难以接受的。当前组合风险分析可以告诉被动投资经理其投资组合相对于业绩基准的风险。这就是主动风险（或跟踪误差），即组合收益率与业绩基准收益率之差的波动率。被动投资经理试图最小化跟踪误差。

当然，本书的关注点是主动管理。主动投资经理的目标不是尽可能准确地跟踪业绩基准，而是超越业绩基准。在主动策略的管理中，风险分析依旧非常重要。主动投资经理只希望承担他们认为能够获取主动收益的维度上的风险。

通过合理地分解当前的组合风险，主动投资经理可以更好了解其投资组合在哪些方面下了多大的赌注。风险分析不仅告诉主动投资经理他们承担了多少主动风险，还告诉他们为什么以及如何改变主动风险。风险分析将主动投资经理承担的风险划分为固有的、意向的和意外的风险。

- 固有风险（inherent）。试图超越某一业绩基准（或市场）的主动投资经理必须承担基准风险，即该业绩基准自身的风险。这部

分风险是固有的，是组合投资经理无法控制的。

- **意向风险 (intentional)。** 主动投资经理将超配他看涨的股票，同时低配他看跌的股票，由此产生的风险是组合经理有意承担的，因此称为意向的。在均值/方差有效组合中，预期收益率最高的股票应该对组合风险具有最高的边际贡献（否则可提高预期收益率而不增加风险，与有效性矛盾）。符合自身投资理念的意向风险对主动投资经理而言是一件好事。
- **意外风险 (incidental)。** 这是构建主动头寸时的副产品，投资经理不经意间暴露于某些具有显著主动风险边际贡献的因子。例如，一位通过筛选分红率构建组合的投资经理将在具有较高平均分红率的行业上下很大的意外赌注。这些行业赌注是意向的还是意外的？意外赌注经常因为持续的组合管理产生，一系列股票调整，每一次调整独立地看都是没问题的，但最终却产生了累积的意外风险。

为了更具体地理解投资组合的风险特征，我们考虑如下例子。我们把主要市场指数（MMI）看作一个投资组合，分析它在 1992 年 12 月底相对于标普 500 指数（S&P 500 Index）的风险。表 3-3 展示了 MMI 组合的相关结果。

表 3-3

股票名称	份额数	权重 (%)	主动风险边际贡献
美国邮政	100	2.28	0.006
美国电话电报公司	100	4.68	-0.009
雪佛龙	100	6.37	0.040
可口可乐	100	3.84	0.029
迪士尼	100	3.94	0.018
陶氏化学	100	5.25	0.063
杜邦	100	4.32	0.041
伊士曼柯达	100	3.71	0.035
埃克森美孚	100	5.61	0.047
通用电气	100	7.84	0.042

(续)

股票名称	份额数	权重 (%)	主动风险边际贡献
通用汽车	100	2.96	0.046
美国国际商用机器公司	100	4.62	0.074
国际纸业	100	6.11	0.063
强生公司	100	4.63	0.038
麦当劳	100	4.47	0.042
默克公司	100	3.98	0.030
明尼苏达矿务及制造业公司	100	9.23	0.057
菲利普莫里斯	100	7.07	0.038
宝洁公司	100	4.92	0.040
西尔斯	100	4.17	0.010

比较 MMI 与标普 500 指数对风险因子的暴露度，我们发现 MMI 包含了规模更大、波动率更低的股票，它们有更高的财务杠杆和海外收入，并具有较低盈利波动性——这些正是你所预期的一个大盘股投资组合相对于一个宽基指数组合的特征。与标普 500 指数相比，MMI 还在几个行业上下了显著不同的赌注。

多因子风险模型对 MMI 的整体风险预测是 20.5%，对标普 500 指数的整体风险预测是 20.1%。MMI 相对于标普 500 指数的跟踪误差为 4.2%。假设主动收益率服从正态分布，那么 MMI 的年度收益率将在大约 2/3 的时间里落在标普 500 指数年度收益率上下 4.2% 的范围内。该风险模型可以预测投资组合的贝塔。贝塔衡量了 MMI 组合的固有风险：它对标普 500 指数变动的暴露度。MMI 组合的贝塔是 0.96。这说明如果标普 500 指数的超额收益率是 100 个基点，那么我们将预期 MMI 组合的超额收益率是 96 个基点。

正如所有经济学家所言，人们的行为由边际效益驱动。风险模型使我们能够了解到组合的股票头寸或因子头寸（暴露）的变化对组合的总风险、残差风险以及主动风险的边际影响。技术附录将提供更多数学细节。

作为一个例子，表 3-3 同时展示了每只股票对主动风险的边际贡献，即当一只股票的头寸发生 1% 的变动时，组合主动风险的边际变动。根据表 3-3，如果将股票美国邮政的头寸从 2.28% 增加到 3.28%，那么组合的

主动风险将增加 0.6%。表 3-3 还显示：美国电话电报公司（AT&T）具有最小的（已经是负值）主动风险边际贡献，是该投资组合中分散化效力最强的资产；而美国国际商用机器公司（IBM）具有最大的主动风险边际贡献，是该投资组合中分散化效力最低的资产。

## 未来

风险模型帮助我们设计未来的投资组合。风险是构建组合时重要的输入参数，它用来平衡预期收益率和风险。第 14 章“组合构建”中，我们将详细讨论风险模型的这个作用。

## 过去

风险模型帮助我们评价投资组合过去的表现。风险模型提供了分解主动收益率的方法，并使我们能够将风险归因到收益率的不同来源上。因此，我们能清楚地看到投资经理承担了哪些风险，以及相应的主动头寸的收益结果如何。这使投资经理能够确定哪些赌注获得了回报，哪些赌注造成了损失。在第 17 章“业绩分析”中，我们将更深入地讨论这一主题。

### 3.11 风险模型效果如何

我们已经选择了标准差作为风险的定义，以使风险能够从资产层面汇总到组合层面，同时我们还选择了结构化风险模型以精确并高效地预测协方差矩阵。本节我们将给出一些实证依据，说明以上方法在实践中确实奏效。

我们主要讨论两项实证研究。第一项研究比较了预测标准差的两种方法——基于投资组合的和基于历史表现的。其中，基于投资组合的方法是指：首先建立结构化风险模型，得到协方差矩阵的预测值，然后代入投资组合头寸，计算得出组合风险的预测值。第二项研究对不同风险度量（标准差和其他备选度量）的可预测性进行了比较。备选度量——例如下行风险——的预测必须完全基于其历史数值。以上两项实证研究的测试结果显示：在标准差度量下，基于投资组合的风险预测优于基于历史表现的风险预测；根据历史数据进行预测的情况下，我们只能预测标准差。对于不同

的结构化风险模型之间的比较我们将不做详细讨论，相关信息请参见 Connor (1995) 和 Sheikn (1996)。

第一项研究 Kahn (1997) 考察了 29 只股票型和债券型基金。对每只基金，在每个历史分析日期，该研究都用两种方法各生成一个标准差的预测：一个基于投资组合，利用结构化风险模型计算出风险预测值；另一个基于历史表现，使用该基金前 3 年月度收益率的样本标准差作为风险预测值。之后，该研究分析了每一只基金在分析日期随后 1 年上的表现。每只基金的分析日期由于其投资组合数据的可得性而略有不同，但大都在 1993 年年底 ~ 1994 年年初，因此分析日期随后 1 年的分析期基本都落在 1993 年或 1994 年。由于这项研究仅分析了 29 只基于规模、投资者兴趣和收益模式挑选出来的基金，它显然不算是详尽的。获得基金投资组合数据的困难性使这项研究难以扩展到更多基金样本上去。

该研究分析了有多少基金在分析日期随后 1 年上产生了距离均值两个标准差之外的收益率。如果风险（标准差）预测是精确的，那么这种异常收益率出现的频率应该仅有 5% 左右。

该研究发现，当使用结构化风险模型以及投资组合数据来预测标准差时：3 个标准差之外事件一次也没有发生，两个标准差之外事件发生了一次（在观测值全体中占 3%）；76% 的观测值落在一个标准差之内。而使用基金的历史波动率进行预测时，结果就不那么好了：出现了一次 3 个标准差之外的事件（在观测值全体中占 3%），5 次两个标准差之外的事件（在观测值全体中占 17%）；72% 的观测值落在一个标准差之内。

当然，基于投资组合的预测可能是由于持续地高估风险而在上述测试中战胜了基于历史表现的预测。精确的风险预测应该导致很少的意外事件（3 个标准差之外事件），但不是完全没有。然而，后续分析并没有发现统计上显著的依据证明上述任何一种风险预测方法平均而言高估或低估了风险。

该研究的最后一个测试比较了两种方法下的预测风险与随后 1 年上的实现风险（即随后 1 年超额收益率的标准差）。结果是：按与实现值的相关性考量，基于投资组合的风险预测远强于基于历史表现的风险预测。

第二项研究 Kahn 和 Stefex (1996) 比较了各种风险度量（标准差、半

方差、目标半方差、损失概率）的持续性，样本为 290 只美国股票型共同基金、185 只美国债券型共同基金和 1 160 只美国股票。在每一种情形下，该研究都考察了连续两段长度为 5 年的时期：对共同基金，时间区间是 1986 年 1 月～1990 年 12 月和 1991 年 1 月～1995 年 12 月；对股票，时间区间是 1986 年 9 月～1991 年 8 月和 1991 年 9 月～1996 年 8 月。

由于每种备选风险度量都接近于方差的某个函数（例如半方差在一阶近似下等于方差的一半），所以为了便于比较，该研究直接考察了各指标在剔除方差信息之后的持续性。例如，该研究考察了异常半方差的持续性，其中异常半方差定义为“半方差减去方差的一半”。毕竟，我们选择其他风险指标来代替标准差（或方差）的原因只可能是替代指标中蕴含了方差之外的有用信息。

检验风险度量在每一组基金或资产内的持续性的手段就是用时期 2 的风险度量对时期 1 的风险度量进行回归。证明持续性的依据包括回归中较高的决定系数  $R^2$  和显著正值的  $t$  统计量。该研究检验了时期 1 中具有较高（较低）风险的投资组合是否同样在时期 2 具有较高（较低）的风险。只有在风险度量具有持续性的情况下，我们才能够用历史风险来预测未来风险。

该研究的结果可以总结为：标准差和方差具有很高的持续性。各种备选风险度量并没有展示出方差信息之外的持续性。换言之，研究显示我们不能预测方差之外的风险信息。许多其他研究证实了资产收益率通常具有较宽的分布，说明我们需要预测方差之外的风险信息（例如峰度）。但本项研究考察的是另外一个问题：一个具有较宽分布的投资组合，其较宽分布的特征是否能够持续？这才是投资组合选择中的重要问题，而答案是否定的。

总而言之，上述两项研究证实了标准差和结构化风险模型在主动管理中的重要意义。

### 3.12 总结

主动管理的核心问题是预期收益率和风险之间的权衡。本章集中讨论风险。我们将风险量化为年化收益率的标准差，并将风险的成本量化为年

化收益率的方差。主动投资经理主要关注主动风险和残差风险。风险模型，尤其是结构化风险模型，可以帮助我们进行深入的风险分析：一种是将风险分解为总风险和主动风险、市场（基准）风险和残差风险、或者模型风险和特异风险；另一种是识别风险中的固有（*inherent*）赌注、意向（*intended*）赌注和意外（*incidental*）赌注。风险模型可以分析投资组合的当前风险及其在各个方面所下的赌注，可以预测未来的风险以用作组合构建流程的输入，还可以分析过去的风险以进行业绩表现分析。实证结果表明：结构化风险模型的表现符合我们的预期。

### 3.13 问题

1. 如果通用电气的年化风险为 27.4%，那么它的月度收益率的波动率是多少？
2. 股票 A 的风险是 25%，股票 B 的风险是 50%，并且两只股票之间的相关系数是 50%。那么怎样一个由股票 A 和股票 B 构成的全额投资组合会具有最小的总风险（提示：如果你不能通过数学计算确定答案，可以尝试借助 Excel 之类的工具图形化地解决该问题）？
3. 一个由 5 只股票构成的等权重投资组合，其中每只股票的波动率都是 35%，并且两两之间的相关系数都是 50%，那么该组合的风险是多少？如果该组合扩展到 20 只股票或者 100 只股票上，它的风险会降低多少？
4. 结构化风险模型怎样帮助我们估计资产的贝塔？这样产生的贝塔估计与用 60 个月的数据回归产生的贝塔估计有何不同？

### 3.14 参考文献

- Arrow, Kenneth J. *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. (Chicago: Markham Publishing Company, 1971).
- Bernstein, Peter L. *Against the Gods: The Remarkable Story of Risk*. (New York: John Wiley & Sons, 1996).
- Bollerslev, Tim, Ray Y. Chou, and Kenneth F. Kroner. "ARCH Modeling in Finance." *Journal of Econometrics*, vol. 52, 1992, pp. 5-59.
- Borch, Karl H. *The Economics of Uncertainty*. (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1972).

- Connor, Gregory. "The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power." *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 3, May/June 1995, pp. 42–46.
- Connor, Gregory, and Robert A. Korajczyk. "Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a New Test Methodology." *Journal of Financial Economics*, vol. 21, no. 2, September 1988, pp. 255–289.
- Engle, Robert F. "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation." *Econometrica*, vol. 50, 1982, pp. 987–1008.
- Fama, Eugene, and James MacBeth. "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests." *Journal of Political Economy*, vol. 81, May–June 1973, pp. 607–636.
- Grinold, Richard C., and Ronald N. Kahn. "Multiple Factor Models for Portfolio Risk." In *A Practitioner's Guide to Factor Models*, edited by John W. Peavy III. (Charlottesville, Va.: AIMR, 1994).
- Jeffery, R. H. "A New Paradigm for Portfolio Risk." *Journal of Portfolio Management*, vol. 10, no. 1, Fall 1984, pp. 33–40.
- Kahn, Ronald N. "Mutual Fund Risk." *BARRA Research Insights* (Berkeley, Calif.: BARRA, 1997).
- Kahn, Ronald N., and Daniel Stefek. "Heat, Light, and Downside Risk." BARRA manuscript, 1996.
- Kosmicke, R. "The Limited Relevance of Volatility to Risk." *Journal of Portfolio Management*, vol. 12, no. 1, Fall 1986, pp. 18–21.
- Litterman, Robert. "Hot Spots and Hedges." *Journal of Portfolio Management*, December 1996, pp. 52–75.
- Markowitz, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*. Cowles Foundation Monograph 16 (New Haven, Conn.: Yale University Press, 1959).
- Raiffa, H. *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choices under Uncertainty* (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1968).
- Rosenberg, B. "Extra-Market Components of Covariance in Security Markets." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1974, pp. 263–274.
- Rosenberg, B., and V. Marathe. "The Prediction of Investment Risk: Systematic and Residual Risk." *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices*, (Chicago: University of Chicago Press), November 1975, pp. 85–224.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory* (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988), Chaps. 2 and 3.
- Sharpe, William F. "A Simplified Model for Portfolio Analysis." *Management Science*, vol. 9, no. 1, January 1963, pp. 277–293.
- Sheikh, Aamir. "BARRA's Risk Models." *BARRA Research Insights* (Berkeley, Calif.: BARRA, 1996).

### 3.15 技术附录

我们定义的风险模型由因子风险和特异风险两个部分构成。首先我们对收益率建立模型：

$$r = X \cdot b + u \quad (3A-1)$$

式中， $r$  是超额收益率 ( $N$  维列向量)， $X$  是因子暴露度 ( $N \times K$  维矩阵)， $b$  是因子收益率 ( $K$  维列向量)， $u$  是特异收益率 ( $N$  维列向量)。

我们假设：

- A1. 特异收益率  $u$  与因子收益率  $b$  互不相关，即  $\text{Cov}[u_n, b_k] = 0$  对任意  $n$  和  $k$  成立。
- A2. 任意两只不同股票的特异收益率之间互不相关，即  $\text{Cov}[u_n, u_m] = 0$  对任意  $n \neq m$  成立。

基于上述假设，我们可以完成风险模型的定义。我们将  $N \times N$  维的股票收益率协方差矩阵  $V$  表示为：

$$V = X \cdot F \cdot X^T + \Delta \quad (3A-2)$$

式中， $F$  是  $K \times K$  维的因子收益率协方差矩阵， $\Delta$  是  $N \times N$  维的特异收益率协方差矩阵；根据假设 A2， $\Delta$  是对角矩阵。

### 模型的估计

我们的模型是线性的：可以看出式 (3A-1) 具有多元线性回归的形式。给定行业因子和风险指数因子 (risk index factor) 的暴露度，我们借助 Fama-MacBeth (1973) 的方法来通过多元回归估计因子收益率。我们用股票的超额收益率对因子暴露回归，选择使特异收益率的平方和（可能是加权的）最小的因子收益率。例如，在美国的模型中，BARRA 使用了由 1 500 家最大的上市公司构成的样本空间，根据基本面数据计算它们的因子暴露度，然后每个月用这 1 500 个样本进行一次包含 65 个因子的回归。在使用约 50 个因子来拟合约 1 000 只股票的月度收益率的测试中，回归的  $R^2$  统计量（衡量模型解释力的一种指标）大多落在 30% ~ 40%。较高的回归  $R^2$  倾向于在市场变动较大的月份出现。

BARRA 公司每个月都进行一次上述横截面回归分析；其中，行业因子起到了截距项的作用。市场组合对全部行业因子的暴露度之和等于 1，而市场收益率也基本由各行业因子的收益率确定。行业因子是模型中波动率较高的因子。市场组合对风险指数因子的暴露度接近于零，而全部风险指数因子收益率大致确定了非市场收益率。风险指数因子是模型中波动率较低的因子。

为了有效地估计因子的收益率，我们采用广义最小二乘 (generalized least square, GLS) 回归，为每个收益率观测样本赋予了与其特异方差的倒

数成正比的权重。在一些模型中，我们用市值平方根代替特异方差的倒数来对每个观测值加权。<sup>②</sup>

虽然这些横截面回归包含了超过 50 个因子，但模型却并没受到多重共线性的影响。大多数因子是行业因子（BARRA 公司 1998 年的美国股票风险模型包含 65 个因子，其中 52 个是行业因子），它们之间相互正交。此外，我们还检验了方差膨胀因子，它是衡量多重共线性导致的估计误差膨胀程度的统计量，其结果远未达到警戒水平。

### 因子组合

在利用回归技术估计因子收益率的过程中，我们发现了一种对因子收益率的深刻理解。首先回顾：在加权最小二乘分析下，因子收益率的估计值的数学表达式为：

$$b = (X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot r \quad (3A-3)$$

式中， $X$  是暴露度矩阵， $\Delta^{-1}$  是加权回归中的回归权重（是一个对角矩阵）， $r$  是超额收益率列向量。可以看出，对每一个具体因子而言，其收益率就是资产超额收益率的加权和：

$$b_k = \sum_{n=1}^N c_{k,n} \cdot r_n \quad (3A-4)$$

于是，因子  $k$  的收益率  $b_k$  可以看作一个投资组合的收益率，其中组合权重为  $c_{k,n}$ 。因此，上述组合可以被称为因子  $k$  的因子组合。因子组合的头寸是先验获知的。因子组合具有如下特性（可视为因子组合的另一种定义）：对相应因子具有单位暴露度，而对其他因子零暴露，并且在符合这两个约束条件的投资组合中具有最小风险。<sup>③</sup>

因子组合的概念与第 2 章技术附录中介绍的特征组合很像，唯一区别是因子组合是针对多因子的。换言之，特征组合对其特征具有单位暴露度，但不要求对其他因子具有零暴露。

- ② 我们的研究证明：与市值的其他次方相比，市值平方根是模拟特异方差倒数的合适选择。规模较大的公司通常具有较低的特异风险；而当公司的规模翻倍时，特异方差大约缩减为原来的 0.7 倍。
- ③ 因子组合对自身因子以外的其他因子的暴露度都等于零，因子组合中唯一的因子风险就源自它对自身因子的单位暴露。在这种情况下，最小化风险等价于最小化特异风险。我们在加权最小二乘法中使用的权重（特异方差倒数）将恰好保证了这一点。

关于因子组合有两种不同的解释。它们有时被解释为因子模拟组合 (factor mimicking portfolio)，以表示它们模拟了一些潜在基础因子的行为。我们将因子组合简单解释为：捕获通过因子暴露定义出的各种特异效应的投资组合。

因子组合通常同时包含多头和空头头寸。例如在美国股票市场，盈市率因子的因子组合将具有高于市场一个标准差的盈市率，同时对其他所有因子具有零暴露。对一个行业具有零暴露，意味着该组合同时持有该行业某些股票的多头头寸和另一些股票的空头头寸，并且多头和空头平衡。因子组合通常是无法实际投资的组合；因为因子组合在每只资产上都分配了些许头寸。

### 因子协方差矩阵

一旦我们估计出每段时期上的因子收益率，我们就可以进一步估计因子的协方差矩阵，即包含全部因子的方差和协方差的矩阵。因子协方差矩阵是建立有效的风险模型的关键，所以我们应该根据投资者的时间尺度选择对未来因子方差和协方差的最佳预测。

根据因子收益率的历史数据预测因子协方差，本身就是一项值得用一本书来讨论的主题，相关细节超出了本书的讨论范围。基本的预测思路是：对协方差的历史样本和贝叶斯 (Bayes) 先验估计进行某种权重下的加权平均。更多高级技巧包括 Engle (1982) 首次提出的根据近期事件预测条件方差 (forecasting variance conditional on recent events) 等。这些技巧假设方差仅在控制了某些其他变量的条件下是常数。对这些想法的介绍可参见 Bollerslev et al. (1992)。

### 特异风险

为了建立一个资产层面的协方差矩阵，我们不仅需要因子协方差矩阵  $F$ ，还需要特异风险矩阵  $\Delta$ 。根据定义，模型并不能解释一只股票的特异收益率  $u_n$ ，因此多因子模型不能对股票的特异收益率提供任何深刻见解。然而，对于特异方差，情况就不同了。我们需要对特异收益率的方差  $u_n^2$  建模（假设特异收益率的均值为零）。

一般地，我们为特异风险建立以下模型<sup>①</sup>：

$$u_n^2(t) = S(t)[1 + v_n(t)] \quad (3A-5)$$

其中

$$\left(\frac{1}{N}\right) \cdot \sum_{n=1}^N u_n^2(t) = S(t) \quad (3A-6)$$

并且

$$\left(\frac{1}{N}\right) \cdot \sum_{n=1}^N v_n(t) = 0 \quad (3A-7)$$

$S(t)$  衡量了股票空间上特异方差的平均水平，而  $v_n$  则捕捉了特异方差在横截面上的起伏。

为了预测特异风险，我们对  $S(t)$  建立时间序列模型，并对  $v_n(t)$  建立多因子模型。 $v_n(t)$  的模型通常包括风险指数因子，以及衡量近期特异收益率平方的因子。关于  $v_n(t)$  的模型的时间依赖性是由随时间变化的暴露度捕获的。我们通过剔除过离群值的混合回归（即将多期横截面样本放在一起做面板回归）来估计模型系数。

## 风险分析

任意一个投资组合 P 都可以由一个  $N$  维向量  $h_p$  来描述，其中  $h_p$  是该组合在  $N$  只风险资产上的持仓权重。组合 P 的因子暴露度由下式给出

$$x_p = X^T \cdot h_p \quad (3A-8)$$

组合 P 的方差为

$$\sigma_p^2 = x_p^T \cdot F \cdot x_p + h_p^T \cdot \Delta \cdot h_p = h_p^T \cdot V \cdot h_p \quad (3A-9)$$

我们也可以根据类似公式计算出主动风险（或跟踪误差）。如果  $h_B$  是业绩基准的持仓权重向量，那么我们可以给出如下定义

$$h_{PA} = h_p - h_B \quad (3A-10)$$

$$x_{PA} = X^T \cdot h_{PA} \quad (3A-11)$$

进而

$$\psi_p^2 = x_{PA}^T \cdot F \cdot x_{PA} + h_{PA}^T \cdot \Delta \cdot h_{PA} = h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA} \quad (3A-12)$$

<sup>①</sup> 为了最小化离群值的影响，我们一般对  $|u_n|$  而非  $u_n^2$  建模。此时，为了预测标准差，我们必须在绝对值偏差的模型中修正系统性偏差。

注意到我们将总风险和主动风险都分解为共同因子部分和特异部分。我们能够这样做是因为因子风险和特异风险之间是不相关的。

将风险分解为市场部分和残差部分更加困难一些。在此，我们必须首先定义贝塔（beta）。

股票关于业绩基准  $h_s$  的贝塔值（ $N$  维列向量）按以下方程定义：

$$\beta = \frac{V \cdot h_s}{\sigma_s^2} = \frac{X \cdot F \cdot x_s + \Delta \cdot h_s}{\sigma_s^2} \quad (3A-13)$$

如果我们定义  $b$  和  $d$  如下：

$$b = \frac{F \cdot x_s}{\sigma_s^2} \quad (3A-14)$$

$$d = \frac{\Delta \cdot h_s}{\sigma_s^2} \quad (3A-15)$$

那么我们可以将贝塔写为

$$\beta = X \cdot b + d \quad (3A-16)$$

因此每只资产的贝塔都包含因子部分的贡献和特异部分的贡献。对于基准权重为零的资产，其贝塔中特异部分的贡献为零。在大多数情形下，行业因子的贡献主导了资产的贝塔值。

组合的贝塔是

$$\beta_p = h_p^T \cdot \beta = x_p^T \cdot b + h_p^T \cdot d \quad (3A-17)$$

类似地，可以推导出主动贝塔的表达式。

组合风险中的系统性部分和残差部分依次是下式右端的两项

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_s^2 + \omega_p^2 \quad (3A-18)$$

其中  $\sigma_p^2$  由式 (3A-9) 给出， $\beta_p$  由式 (3A-17) 给出。我们也可以构造出一个残差协方差矩阵：

$$VR = V - \beta \cdot \sigma_s^2 \cdot \beta^T \quad (3A-19)$$

## 风险归因

在一些情形下，我们可以将部分风险归结到某一原因上。例如我们可以将市场风险和残差风险分离，也可以将共同因子风险和特异风险分离。在这两个例子中，分离出的两部分风险是互不相关的<sup>⊖</sup>。当风险的不同来

---

<sup>⊖</sup> 实际是指分离出的两部分收益率是互不相关的。——译者注

源之间具有相关性时，协方差的出现将使风险归因变得困难。我们将描述一种适用于这种情形的风险归因方法。为此，我们首先要介绍风险边际贡献（marginal contribution to risk）的概念。

### 资产的风险边际贡献

虽然整体风险的归因比较困难，但我们可以考察组合调整中边际风险的变化。这类敏感性分析使我们看到哪些因子和资产对组合风险具有最大的影响。这种对风险的边际影响是用组合风险对资产权重的偏导数衡量的。我们将在第5章的技术附录中看到：因子或资产对残差风险的边际贡献直接正比于其阿尔法，而该比例系数恰等于信息率。

风险边际贡献的概念可以应用到总风险、残差风险或主动风险上。资产对总风险的边际贡献的N维向量为：

$$MCTR = \frac{\partial \sigma_p}{\partial h_p^T} = \frac{V \cdot h_p}{\sigma_p} \quad (3A-20)$$

$MCTR(n)$  就是  $\sigma_p$  对  $h_p(n)$  的偏导数，我们可以将它理解为资产  $n$  权重上 1% 的变动（如果权重增加，所需现金从现金头寸中扣减；如果权重减少，产生现金计入现金头寸）导致的组合风险的近似变动。回忆现金权重  $h_p(0)$  由  $h_p(0) = 1 - e_p$  给出。在一阶近似下：

$$\Delta \sigma_p \approx \Delta h_p^T \cdot MCTR \quad (3A-21)$$

通过类似的方法，我们可以定义资产的残差风险边际贡献为：

$$MCRR = \frac{VR \cdot h_p}{\omega_p} = \frac{V \cdot h_{pr}}{\omega_p} \quad (3A-22)$$

式中， $h_{pr} = h_p - \beta_p \cdot h_s$  是组合 P 的残差头寸。

最后定义资产的主动风险边际贡献为：

$$MCAR = \frac{V \cdot h_{pa}}{\psi_p} \quad (3A-23)$$

我们可以进一步将主动风险边际贡献分解为市场部分和残差部分：

$$MCAR = \beta \cdot k_1 + MCRR \cdot k_2 \quad (3A-24)$$

其中

$$k_1 = \frac{\beta_{pa} \cdot \sigma^2}{\psi_p} \quad (3A-25)$$

$$k_2 = \frac{\omega_p}{\psi_p} \quad (3A-26)$$

可以看出， $0 \leq k_2 \leq 1$ ，并且当  $\beta_{PA} = 0$  时有  $k_1 = 0$  和  $k_2 = 1$ 。

### 因子的风险边际贡献

有时我们希望计算组合风险依赖于因子暴露度（而非资产权重）的敏感性。首先我们要思考一下：什么叫组合风险对其因子暴露的敏感性？

在资产层面，风险边际贡献反映了当我们调整一只资产的权重并保持其他资产的权重不变时，组合风险的变化量。

与之类似，在因子层面，风险边际贡献应该反映当我们调整组合对一个因子的暴露度并保持其他因子暴露度不变时，组合风险的变化量。为了增加并且只增加组合对因子  $k$  的暴露度，我们希望在原组合上叠加一个新组合，这个新组合仅对因子  $k$  有暴露度，而对其他因子的暴露度都等于零。一个合理并且良好定义的选择就是因子组合。因子组合满足因子暴露方面的要求，并且在具有同样因子暴露的组合中风险最小，于是我们考虑在原组合上叠加因子组合：

$$h_{PA} \rightarrow h_{PA} + [(X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1}]^T \cdot \delta_k \quad (3A-27)$$

式中， $[(X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1}]$  是因子组合的持仓权重，是一个  $K \times N$  矩阵； $\delta_k$  是一个  $K \times 1$  维向量，它的第  $k$  个元素等于  $\delta_k$ ，其他元素都等于零。

为了计算叠加因子组合后风险的变化量，我们只要将每只资产的权重变动乘以资产层面的风险边际贡献。这里我们只给出主动风险边际贡献的情形：

$$\begin{aligned} \Delta\psi_p &= [[(X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1}]^T \cdot \delta_k]^T \cdot MCAR \\ &= \delta_k^T \cdot (X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot \left(\frac{V \cdot h_{PA}}{\psi_p}\right) \end{aligned} \quad (3A-28)$$

我们可以利用协方差矩阵的因子分解将上述结果简化为<sup>②</sup>

$$\frac{\Delta\psi_p}{\delta_k^T} = \left(\frac{F \cdot x_{PA}}{\psi_p}\right) + \left[\frac{(X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot x_{PA}}{\psi_p}\right] \quad (3A-29)$$

<sup>②</sup> 式 (3A-29) 和式 (3A-30) 采用了非严格的写法，左端是一个标量，右端是一个列向量。读者可以这样理解：方程左端实际上等于方程右端的第  $k$  个元素。——译者注

右端第一项反映了由因子暴露度改变导致的因子风险的变化。它与资产层面的主动风险边际贡献在形式上相似（式（3A-23））。如果我们可以改变因子暴露而不改变资产的头寸，那么主动风险的全部变化都将由这一项产生。第二项反映了使用实际因子组合来改变因子暴露所产生的特异风险的变化。根据定义，因子组合是对相应因子具有单位暴露而对其他因子零暴露的全部组合中风险最小的一个，因此其特异风险应该相对较小。实证测试中我们也发现，第二项通常远远小于第一项。<sup>①</sup>因此通常我们可以将式（3A-29）合理地近似为：

$$\frac{\Delta \psi_p}{\delta_k^r} \approx \left( \frac{F \cdot x_{pk}}{\psi_p} \right) \quad (3A-30)$$

### 板块的风险边际贡献

既然介绍了因子的风险边际贡献，我们也应该简要介绍板块（sector）的风险边际贡献。我们通常将行业归类合并为板块（大行业）。板块并未像行业因子那样直接参与风险模型的估计或风险计算，但它们确实是方便、直观的结构。所以一旦我们确定了增加的行业暴露会如何影响风险，我们就想知道对一个板块增加暴露度会怎样影响风险。

这是一个合理的问题。不幸的是，它的答案很不清晰。当我们计算因子的风险边际贡献时，我们将资产的风险边际贡献按因子组合权重进行线性组合，这依赖于因子组合相对清晰的定义。在板块层面，我们想用类似的方法将行业的风险边际贡献进行线性组合，但权重如何选取是不清晰的。事实上，增加组合对一个板块的暴露度有无穷多种方式，例如提高对该板块内某一个行业的暴露度，或者等量地增加该板块内每个行业的暴露度，或者按当前组合（或业绩基准组合）在每个行业的市值比例增加该板块内每个行业的暴露度。一种合理的选择是使用组合在各个行业的总权重（而非主动权重）。例如，考虑由软件行业和硬件行业构成的计算机板块。如果组合中仅包含计算机硬件制作商，那么我们计算计算机板块的风险边际贡

---

<sup>①</sup> 例外情况发生在成分股较少的行业因子上，即那些包含少于 10 只股票的行业因子。另外，由于成分股较少的行业因子受到估计误差的巨大影响，我们倾向于避开它们。

献时只需基于硬件行业。如果组合对计算机板块的暴露中有 70% 是软件行业，另外 30% 是硬件行业，那么我们可以用 70/30 的权重来计算板块的风险边际贡献。换言之，我们假设投资者将会精确按照两个行业的当前配比增加或减少组合对计算机板块的暴露度。

很显然，关于板块的风险边际贡献最重要的一点就是：要清楚你需要怎样的计算方式以及你正在使用怎样的计算方式。

### 资产的风险贡献

事实上，我们可以用风险边际贡献来定义风险的分解。为了使表述更加具体，我们将集中讨论主动风险的分解，但其思想同样可以应用到总风险和残差风险上。首先注意到有以下数学关系：

$$h_{PA}^T \cdot MCAR = h_{PA}^T \cdot \left( \frac{V \cdot h_{PA}}{\psi_p} \right) = \psi_p \quad (3A-31)$$

式 (3A-31) 给出了主动风险的一种分配方法。主动风险  $\psi_p$  分配到资产  $n$  上的部分为  $h_{PA}(n) \cdot MCAR(n)$ 。我们可以进一步在式 (3A-31) 两端除以  $\psi_p$ ，得到主动风险的百分比如下：

$$\frac{h_{PA}^T \cdot MCAR}{\psi_p} = 1 \quad (3A-32)$$

根据式 (3A-32)，我们可以将  $h_{PA}(n) \cdot MCAR(n)/\psi_p$  的主动风险归因给资产  $n$ 。

那么如何理解这样的分配方案呢？事实上，每只资产分配到的比例是它对主动风险的相对边际贡献。下面我们来说明相对边际贡献的含义。像之前那样，如果我们增加资产  $n$  的持仓权重，就有

$$\Delta \psi_p \approx \Delta h_{PA}(n) \cdot MCAR(n) \quad (3A-33)$$

我们把上式改写为

$$\Delta \psi_p \approx \left[ \frac{\Delta h_{PA}(n)}{h_{PA}(n)} \right] \cdot h_{PA}(n) \cdot MCAR(n) \quad (3A-34)$$

所以主动风险的变动近似等于资产  $n$  的主动持仓的相对变动  $\Delta h_{PA}(n)/h_{PA}(n)$ ，乘以主动风险分配到资产  $n$  上的部分。因此我们可以将分配到资产  $n$  上的这部分主动风险理解为一种相对的风险边际贡献 (relative marginal contribution to active risk)，记为  $RMCAR(n)$ ：

$$RMCAR = \begin{bmatrix} h_{PA}(1) \cdot MCAR(1) \\ \dots \\ h_{PA}(N) \cdot MCAR(N) \end{bmatrix} \quad (3A-35)$$

和

$$\Delta\psi_p \approx \left[ \left( \frac{\Delta h_{PA}(1)}{h_{PA}(1)} \right) \dots \left( \frac{\Delta h_{PA}(N)}{h_{PA}(N)} \right) \right] \cdot RMCAR \quad (3A-36)$$

如果我们将资产  $n$  的主动头寸从 1% 增加到 1.01%，我们就可以估计出主动风险的变动大约为  $0.01 \times RMCAR(n)$ 。<sup>②</sup>

### 因子的风险贡献

这是上一小节的直接延伸。利用因子风险模型，我们有<sup>②</sup>

$$\psi_p^2 = x_{PA}^T \cdot F \cdot x_{PA} + h_{PA}^T \cdot \Delta \cdot h_{PA} \quad (3A-37)$$

因此我们可以定义因子对主动风险的边际贡献 (factor marginal contribution to active risk,  $FMCAR$ ) 为

$$FMCAR = \frac{\partial \psi_p}{\partial x_{PA}^T} = \frac{F \cdot x_{PA}}{\psi_p} \quad (3A-38)$$

但是注意到

$$x_{PA}^T \cdot FMCAR = \frac{h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA} - h_{PA}^T \cdot \Delta \cdot h_{PA}}{\psi_p} \quad (3A-39)$$

因此我们可以将主动风险  $\psi_p$  归因到因子来源和特异来源上。因子  $j$  有  $x_{PA}^T (j) \cdot FMCAR(j)$  的贡献，特异来源有  $h_{PA}^T \cdot \Delta \cdot h_{PA} / \psi_p$  的贡献。我们可以将归因出的这些贡献理解为相对的风险边际贡献。

### 相关性和市场波动率

最后，我们来应用单因子模型解释一个实证中观察到的现象：资产之间相关性通常随着市场波动率的增加而增加。

② 对于上述风险归因，还有一种更具代数意味的解释。风险归因问题的困难之处在于处理协方差项。但协方差项通常成对出现（例如： $2 \cdot \text{Cov}[a, b]$ ）。上述归因方案简单地将协方差项等分给某一个元素（例如： $1 \cdot \text{Cov}[a, b]$  归入  $a$  的风险，另外  $1 \cdot \text{Cov}[a, b]$  归入  $b$  的风险）。

③ 原著中，式 (3A-37) 左端未带平方，应为打印错误，已更正。——译者注

根据单因子模型，资产  $n$  和资产  $m$  之间的相关系数为

$$\rho_{nm} = \frac{\beta_n \cdot \beta_m \cdot \sigma_M^2}{\sqrt{(\beta_n^2 \cdot \sigma_M^2 + \omega_n^2) \cdot (\beta_m^2 \cdot \sigma_M^2 + \omega_m^2)}} \quad (3A-40)$$

模型唯一的贡献就是式 (3A-40) 中分子的简单形式。现在我们假设两只资产的贝塔都等于 1，并且具有相同的残差风险。于是式 (3A-40) 变为

$$\rho_{nm} \rightarrow \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2 + \omega^2} \quad (3A-41)$$

我们立即看到，如果残差风险与市场波动率无关，那么当市场波动率增加时，资产之间的相关系数会增加。在市场波动率较低的时期，资产之间的相关性也会较低。

### 练习

1. 证明：

$$h_p^T \cdot MCTR = \sigma_p$$

$$h_p^T \cdot MCRR = \omega_p$$

$$h_{pa}^T \cdot MCAR = \psi_p$$

2. 证明式 (3A-24)。

3. 证明：

$$h_B^T \cdot MCRR = 0$$

$$h_B^T \cdot MCAR = k_1$$

4. 利用单因子模型，假设每只股票都具有相等的残差风险  $\omega_0$ 。考虑用等权重投资组合来跟踪标普 500 等权重指数。证明当组合包含  $N$  只股票时，残差风险为

$$\omega_N^2 = \frac{\omega_0^2}{N}$$

若  $\omega_0 = 25\%$ ，按照上述估计，一个包含 50 只股票的组合对指数的跟踪误差是多少？

5. 本题献给热爱矩阵运算的读者。证明协方差矩阵  $V$  的逆如下：

$$V^{-1} = \Delta^{-1} - \Delta^{-1} \cdot X \cdot |X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X + F^{-1}|^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1}$$

我们将在后续章节中看到，组合构建问题通常需要对协方差矩阵进行求逆。上述公式将一个  $N \times N$  矩阵的求逆运算，转化为两次  $K \times K$  矩阵的求逆运

算。当  $K \ll N$  时，该公式大大降低了运算复杂度。注意： $N \times N$  对角阵求逆的运算量是很小的。

### 应用练习

1. 计算主要市场指数（MMI）成分股之间的平均相关系数。首先计算每只资产的平均波动率，然后计算这些资产的等权重组合的波动率，最后利用式 (3-4) 估计平均相关系数。
2. MMI 成分股的平均总风险、平均残差风险和平均贝塔（关于市值加权的 MMI）分别是多少？
3. 利用 MMI 成分股，构造一个包含 20 只股票的投资组合以跟踪标普 500 指数。比较该组合实际的跟踪误差和练习 4 中的估计值（其中  $\omega_0$  是 MMI 成分股的平均残差波动率）。

## 第 4 章

# 超常收益率、业绩基准和附加值

### 4.1 导言

CAPM 提供一致预期收益率，多因子模型可以帮助控制风险，这是所有主动投资经理都可以得到的两种东西。但我们还需要一种关键原料才能成功：预期收益率的精确预测。本章将讨论如何获得预期收益率的预测，并概述将预测转化为投资组合的过程。

本章是从理论到实践的渐进。在理论上，我们考虑的是一个由所有资产构成的包罗万象的市场；而在实践中，我们不得不局限在一个高度特定的范围内，考虑一个由有限数量资产构成的业绩基准。在理论上，投资者根据其个人需求作出决策；而在实践中，投资决策由与最终受益人具有一层甚至几层委托关系的专业投资人作出。在理论上，主动管理是有疑问的；而在实践中，我们必须为这个尝试提供指导方案。本章将展示理论如何被应用于解决投资机构和主动投资经理面临实际问题。

本章的结论如下：

- ▶ 定义了预期收益率的组成部分。预期超常收益率是我们的预测与一致预期之差。
- ▶ 业绩基准组合是衡量主动投资经理业绩的标准。
- ▶ 主动管理附加值是预期超常收益率减去一个与主动方差成正比的惩罚项。

- 对总风险和总收益率的管理不同于对主动风险和主动收益率的管理。
- 择时决策与选股决策分离。

本章设立了本书通篇使用的基本规则。对于不习惯使用业绩基准的读者，可以将业绩基准特化为无风险组合 F，这时我们的讨论与传统的总风险与总收益率之间的权衡是一致的。

本章没有覆盖的论题包括：

- 指导专业投资经理选择合适业绩基准的准则。
- 为战略资产配置设立目标。

战略资产配置旨在建立整个养老基金的业绩比较基准，对养老基金、资产配置经理以及专项投资经理都至关重要。但是在本书中，我们不讨论这个问题。

## 4.2 业绩基准

在许多实践中，主动投资经理被要求超越一个很难称得上是“市场”的业绩基准组合。有些人甚至认为情况一直如此。即使是那个老牌的业绩基准——标普 500 指数，也只能代表世界上交易着的股票的一小部分。如果考虑债券和房地产，那么标普 500 指数将不能代表投资者可获得的投资领域。鉴于此，我们将弃用市场，转而使用业绩基准这个术语。业绩基准组合还有一些别名，如标杆和规范组合。

业绩基准组合是投资管理机构化的产物。受托人或发起人通常聘用多位投资经理管理基金。这些投资经理通常具有不同的投资专长，其中可能会有一位债券投资经理、一位股票投资经理、一位国际投资经理等。专业分工还可以更加精细：<sup>②</sup> 投资经理可能专长于被动股票策略、成长股、价值股、小市值股票等。

---

<sup>②</sup> 专业分工可以并且已经被精细化到了极致。每位投资经理都希望创建一种独特的投资标杆以避免与其他投资经理直接比较，这导致了新投资风格的不断诞生。

发起人应当给所有投资经理有关责任和限制的清晰指示。基金持有人向投资经理传达投资目标的最好方式之一就是设定一个业绩基准组合。例如，一位美国国际股票投资经理的业绩基准可能是摩根士丹利国际资本 EAFE 指数（Morgan Stanley Capital International EAFE Index）或金融时报 EUROPAC 指数（Financial Times EUROPAC Index）。一位美国小市值股票投资经理的业绩基准可能是弗朗克罗素 2000 指数（Frank Russell 2000 Index）。一位澳大利亚能源股投资经理的业绩基准可能是一种仅包含澳大利亚能源板块股票的特殊指数。

投资经理的业绩是相对于其基准来衡量的。投资经理的主动收益率是其组合收益率与业绩基准组合收益率之差。

读者可能感到这种方式具有理论局限性。当然有，但它也有不可否认的实践优势。首先，它允许投资经理专业分工，把专业能力聚焦于少数资产上，而发起人只需在不同经理之间进行资产配置。其次，它使投资经理能够将精力集中在相对于业绩基准的主动收益上。

对于以相对于业绩基准的主动收益率衡量业绩的机构投资经理，我们可以提供哪些指导建议呢？投资经理的注意力集中在其组合收益率与业绩基准组合收益率的差异上。市场组合不再被特别关注，不再直接扮演某种特殊角色。

### 新的术语

我们弃用了市场组合，转而使用一个更灵活的业绩基准组合。同时，我们不想丢弃围绕市场组合建立的所有有用的分析框架。

我们想要保留的最重要的概念是贝塔。如前述章节中讨论的那样，我们可以在 CAPM 的框架之外定义贝塔。如果  $r_s$  是业绩基准组合的超额收益率，而  $r_n$  是股票  $n$  的超额收益率，那么我们可以定义  $\beta_n$  为

$$\beta_n = \frac{\text{Cov}\{r_n, r_s\}}{\text{Var}\{r_s\}} \quad (4-1)$$

我们已经突破了贝塔的标准定义。贝塔不再是一个绝对的量：它不再是相对于市场的贝塔，而是相对于某个业绩基准的贝塔。相应地，残差风险的概念也变为相对的：它不再是相对于市场的残差，而是相对于一个业绩基

准的残差。

主动头寸是组合头寸与业绩基准头寸之差。风险资产上的主动头寸  $h_{PA}$  定义为

$$h_{PA} = h_p - h_B \quad (4-2)$$

同时，主动现金头寸为

$$\text{主动现金} = h_p(0) - h_B(0) = -e^T \cdot h_{PA} \quad (4-3)$$

主动方差是主动头寸收益率的方差。如果我们用  $\psi_p^2$  表示主动方差，那么

$$\psi_p^2 = h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA} = \sigma_p^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_{p,B} \quad (4-4)$$

如果我们使用相对于业绩基准的贝塔和相对于业绩基准的残差收益率  $\theta_p$ ，那么我们可以将主动方差写为

$$\psi_p^2 = \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2 + \omega_p^2 \quad (4-5)$$

式中， $\beta_{PA}$  是主动贝塔（即  $\beta_p - 1$ ）， $\omega_p$  是残差风险：

$$\text{Var}\{\theta_p\} = \omega_p^2 \quad (4-6)$$

我们选择的业绩基准将帮助我们把预期收益率分解为不同的组成部分。

### 4.3 预期收益率的组成

我们可以将预期收益率预测值分解为四部分：无风险部分（时间溢价）、业绩基准部分（风险溢价）、基准择时部分（超常业绩基准收益率）、阿尔法部分（预期残差收益率）。如果  $R_n$  代表资产  $n$  的总收益，那么我们可以将  $E|R_n|$  写为

$$E|R_n| = 1 + i_F + \beta_n \cdot \mu_B + \beta_n \cdot \Delta f_B + \alpha_n \quad (4-7)$$

我们现在将讨论上式右端的每一项，以及它们的各种组合。

#### 时间溢价 $i_F$

这是投资者放弃其他投资一年所获得的回报。它被称为时间溢价，即对时间的补偿。由于我们能够事先获知无风险资产的收益率，因此我们可以事先确定时间溢价。

#### 风险溢价 $\beta_n \cdot \mu_B$

这里我们借用 CAPM 的概念。分析师通常用极长期（70 年以上）平均

值（虽然其他估计方法也很常见）来估计业绩基准的预期超额收益率  $\mu_B$ 。每年 3% ~ 7% 的收益率对大多数股票市场而言是一个合理的预期值。注意低贝塔资产具有较低的风险溢价，而高贝塔资产具有较高的风险溢价。

### 超常业绩基准收益率 $\beta_n \cdot \Delta f_B$

上述业绩基准预期超额收益率  $\mu_B$  是基于极长期考虑的。如果你相信下一年（或季度、月）将会有不同，那么  $\Delta f_B$  就衡量了业绩基准在临近的未来时期上的预期超额收益率与长期预期超额收益率之差。

### 阿尔法 $\alpha_n$

阿尔法是预期残差收益率， $\alpha_n = E\{\theta_n\}$ 。

考虑将主要市场指数（MMI）组合在 1992 年 12 月上的总收益率 -0.60% 进行分解，使用标普 500 指数作为业绩基准。在这个月上，组合相对于标普 500 的贝塔预测值为 0.96。在同一个月上，无风险收益率为 26 个基点，标普 500 指数收益率为 131 个基点；我们假设标普 500 指数的长期预期超额收益率为 50 个基点，于是业绩基准的意外收益率为 55 个基点。基于这些信息，我们可以将组合实现的收益率进行如表 4-1 中的分解。

表 4-1 主要市场指数收益率分解：1992 年 12 月

无风险收益率	0.26%
风险溢价	0.48%
超常基准收益率	0.53%
阿尔法	-1.87%
总收益率	-0.60%

我们可以将预期收益率的组成部分按各种方法进行组合。

一致预期超额收益率  $\beta_n \cdot \mu_B$ 。对于接受业绩基准是先验有效的投资组合的投资者，他们的预期超额收益率就是一致预期超额收益率。这组预期超额收益率将使投资者选择与业绩基准组合完全匹配的投资组合。

将这组预期收益率输入一个优化器，将返回一个业绩基准和现金的组合，其中现金的比例依赖于  $\mu_B$ 。

预期超额收益率  $f_n = \beta_n \cdot \mu_B + \beta_n \cdot \Delta f_B + \alpha_n$ 。预期超额收益率  $f_n$ ，是由

风险溢价、对超常业绩基准预测的响应以及阿尔法组成的。

预期超常收益率  $\beta_n \cdot \Delta f_B + \alpha_n$ 。预期超常收益率是主动管理的关键。其中第一项  $\beta_n \cdot \Delta f_B$  衡量了基准择时收益<sup>①</sup>，第二项  $\alpha_n$  衡量了选股收益。

从一列预期收益率  $E|R_n|$ 、资产贝塔值  $\beta_n$ 、每只资产在业绩基准中的权重  $h_B(n)$ 、无风险收益率  $i_f$  以及业绩基准的长期预期超额收益率  $\mu_B$  开始，我们可以将预期收益率分解为几个组成部分。实现它只是一个简单有趣的电子数据表格运算练习。

第1步：计算业绩基准的预期超额收益率。

$$f_B = \sum_n h_B(n) \cdot E|R_n - (1 + i_f)| \quad (4-8)$$

第2步：超常业绩基准收益率为

$$\Delta f_B = f_B - \mu_B \quad (4-9)$$

表 4-2 展示了美国主要市场指数（MMI）成分股的一组预期收益率，它们基于如下数据生成：假设无风险收益率为  $i_f = 3.16\%$ ；取标普 500 指数作为业绩基准，并假设其预期超额收益率为  $f_B = 6\%$ ；根据股票在截至 1992 年 12 月的 60 个月的历史区间上的数据来估算它们的阿尔法和贝塔。可以看到，不同股票的预期收益率差异很大，远大于贝塔间的差异。这是因为我们使用了历史阿尔法（横截面起伏很大）来计算预期收益率。

表 4-2 主要市场指数成分股的预期收益率

股票名称	阿尔法（%）	贝塔	预期收益率（%）
美国邮政	-7.91	1.21	2.53
美国电话电报公司	3.47	0.96	12.38
雪佛龙	7.47	0.45	13.32
可口可乐	20.03	1.00	29.19
迪士尼	7.46	1.24	18.05
陶氏化学	-10.09	1.11	-0.28
杜邦	-0.43	1.09	9.25

① 注意到预期收益率  $\beta_n \cdot \Delta f_B$  将产生一个看多或看空业绩基准的赌注。基准择时这一项更一般地用于讨论多时间段的策略。根据其构造，长期上应该有  $E|\beta_n \cdot \Delta f_B| = 0$  成立，因此  $\Delta f_B$  将会时正时负。

(续)

股票名称	阿尔法(%)	贝塔	预期收益率(%)
伊士曼柯达	-9.04	0.60	-2.29
埃克森美孚	4.51	0.47	10.48
通用电气	0.17	1.31	11.20
通用汽车	-4.53	0.90	4.01
美国国际商用机器公司	-19.04	0.64	-12.04
国际纸业	-0.57	1.16	9.46
强生公司	7.32	1.15	17.40
麦当劳	3.18	1.07	12.77
默克公司	6.04	1.09	15.73
明尼苏达矿务及制造业公司	0.47	0.74	8.07
菲利普莫里斯	17.41	0.97	26.38
宝洁公司	8.05	1.01	17.27
西尔斯	-2.07	1.04	7.32
现金	0.00	0.00	3.16
标普500指数	0.00	1.00	9.16

注意到我们在列表中包括了现金和业绩基准。现金是一种我们确定能够理解的资产。根据定义，业绩基准显然没有相对于自身的残差收益率，因此具有零阿尔法。

#### 4.4 管理总风险和总收益率

现代组合投资理论的传统途径（Markowitz-Sharpe）是在基金经理可获得的机会集中做风险/预期收益率的权衡。本节将沿着类似的思路展开。在之后的章节中，我们将扩展风险/预期收益率的分析框架，以区分业绩基准风险和主动风险。

图 4-1 展示了一致预测下可获得的收益率/风险选择。横轴衡量了组合风险，纵轴衡量了用一致预测  $\mu = \beta \cdot \mu_B$  估计的预期超额收益率。图中双曲线围成的区域描述了全额投资约束下我们可获得的全部“预期超额收益率/风险”组合。具有最高预期超额收益率/风险比率的全额投资组合就是业绩基准 B。这并不奇怪，因为一致输入必然会导致一致输出。

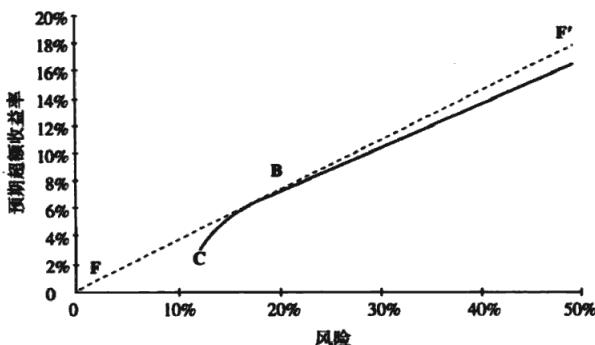


图 4-1

主动管理始于投资经理的预测对一致观点的偏离。如果投资经理对预期超额收益率的预测为  $f$ ，那么我们将拥有图 4-2 中所示的风险/收益率选择。

在图 4-2 中，业绩基准不在有效前沿上。一个不同于 B 的全额投资组合 Q 具有最高的  $f_p/\sigma_p$  比率。此时，存在战胜组合 B 的机会！

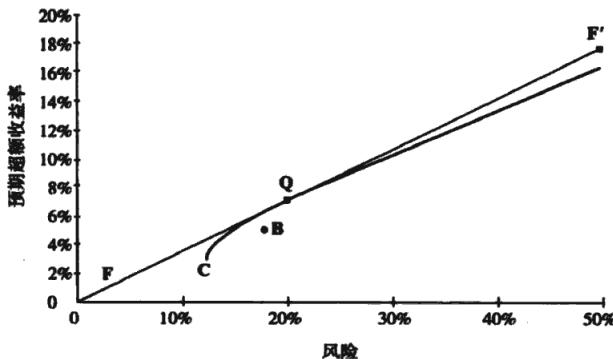


图 4-2

我们可以将股票  $n$  的预期超额收益率预测表示为：

$$f_n = \beta_n \cdot f_B + \alpha_n \quad (4-10)$$

式中， $f_B$  是业绩基准的预期超额收益率预测， $\beta_n$  是股票  $n$  的贝塔， $\alpha_n$  是股票  $n$  的预测阿尔法。 $f_n$  偏离一致预测的程度由  $f_B$  偏离一致预测  $\mu_B$  的程度和  $\alpha_n$

偏离零的程度决定。

### 总收益率/总风险权衡

挑选出怎样的投资组合依赖于我们的目标。传统途径使用均值/方差目标函数来指导组合挑选。<sup>⊖</sup>我们将这一衡量标准称为预期效用，表示为  $U[P]$ ，定义为

$$U[P] = f_p - \lambda_r \cdot \sigma_p^2 \quad (4-11)$$

式中， $f_p$  是预期超额收益率， $\lambda_r \cdot \sigma_p^2$  是一个风险惩罚项。参数  $\lambda_r$  衡量了对总风险的厌恶程度，这里的总风险包括系统性风险（源自业绩基准）和残差风险（源自资产选择）。有些人习惯于采用风险接受系数  $r$  来代替风险厌恶系数  $\lambda$ ，这二者是等价的， $r = 1/\lambda$ 。另外还有一些人出于后续计算的方便性，采用  $\lambda/2$  代替式 (4-11) 中的  $\lambda$ 。

图 4-3 显示了预期效用  $U[P]$  的等值线。剩下的任务就是寻找一个具有最高预期效用的可实现的投资组合。

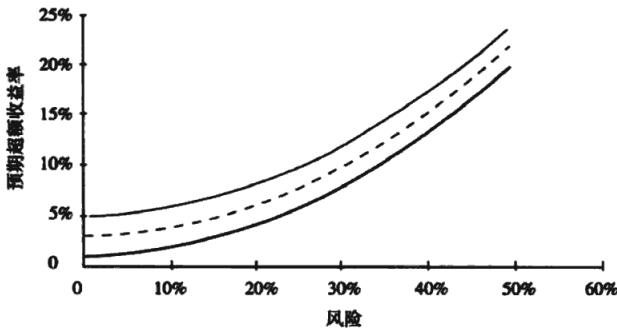


图 4-3 预期效用函数等值线

我们可以通过计算一些典型数值来了解总风险厌恶系数  $\lambda_r$  的含义。考虑一个风险为 20% 的组合。如果我们认为风险惩罚应该与预期超额收益率

<sup>⊖</sup> 这样的准则基于三条假设：收益率服从正态分布，投资者具有二次效用函数，以及我们在相对短的时间尺度上考察市场。前两条 Markowitz – Sharpe 的传统，第三条源自莫顿的工作：他认为在较短的时间尺度上，我们可以用二次效用函数近似代表一般的效用函数。

的一半具有相同的数量级，那么风险惩罚应该约为 3% 或 4%。如果是 3%，我们应该取  $\lambda_T = 0.0075$ ，因为  $3 = 0.0075 \times 400$ （我们约定风险厌恶系数乘在百分数上）。如果是 4%，我们应该取  $\lambda_T = 0.01$ ，因为  $4 = 0.01 \times 400$ 。如第 3 章中讨论的那样， $\lambda_T$  是无量纲量。特别地，它依赖于我们采用百分数还是小数来表示风险和收益率的数值，以及它们是否经过年化。

还有一种更科学的确定  $\lambda_T$  合理数值的方式。考虑一种我们没有额外信息的情形，即  $f = \mu_B$ ，我们的预测等于一致预测。预期业绩基准超额收益率是  $\mu_B$ ，业绩基准风险是  $\sigma_B$ 。那么导致<sup>②</sup>我们选择业绩基准组合的总风险厌恶系数为

$$\lambda_T = \frac{\mu_B}{2 \cdot \sigma_B^2} \quad (4-12)$$

如果  $\mu_B$  是 6%， $\sigma_B$  是 20%，那么我们得到  $\lambda_T = 0.0075$ 。如果  $\mu_B$  是 8%， $\sigma_B$  是 16%，那么我们得到  $\lambda_T = 0.0156$ 。

在允许组合中持有现金的条件下，我们的选择空间如图 4-4 所示。有效前沿由所有落在从 F 到 Q 的直线上的组合构成。最优组合，称其为 P，是有效前沿上具有最高风险调整收益率<sup>③</sup>的组合。组合 P 将是组合 Q 和 F 的某种混合。组合 P 的贝塔为

$$\beta_P = \frac{f_B}{2 \cdot \lambda_T \cdot \sigma_B^2} \quad (4-13)$$

使用式 (4-12)，并定义  $\Delta f_B = f_B - \mu_B$  为超常业绩基准收益率的预测，那么组合 P 的贝塔为

② 考虑如何混合业绩基准组合 B 和无风险资产 F 的简单问题。预期超额收益率将是  $\beta_P \cdot \mu_B$ ，其中  $\beta_P$  是对基准组合的投资比例。风险将是  $\beta_P^2 \cdot \sigma_B^2$ 。目标函数为

$$\beta_P \cdot \mu_B - \lambda_T \cdot \beta_P^2 \cdot \sigma_B^2$$

一阶条件为

$$\mu_B - 2 \cdot \lambda_T \cdot \beta_P \cdot \sigma_B^2 = 0$$

当式 (4-12) 成立时，最优解将为  $\beta_P = 1$ 。

③ 组合 P 的持仓头寸由下式给出

$$h_P = \left( \frac{f_B}{2 \cdot \lambda_T \cdot \sigma_B^2} \right) \cdot h_Q = \beta_P \cdot h_B + \left( \frac{IR}{2 \cdot \lambda_T} \right) \cdot h_A$$

其中信息率 IR 是预期残差收益率与残差风险的比值。第 5 章将深入讨论信息率。第 5 章的技术附录将介绍阿尔法向量的特征组合，即组合 A。

$$\beta_P = 1 + \frac{\Delta f_B}{\mu_B} \quad (4-14)$$

从式(4-14)看出, 主动贝塔值  $\beta_{PA}$  (即  $\beta_P$  与 1 之差) 等于我们对业绩基准超常收益率的预测  $\Delta f_B$  与业绩基准的一致预期超额收益率  $\mu_B$  之比。

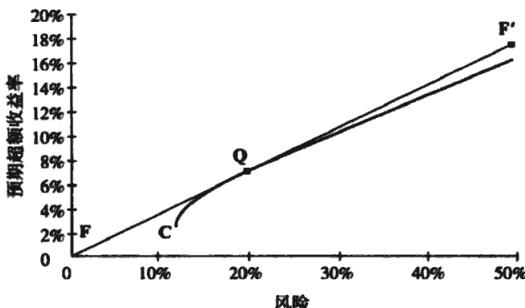


图 4-4

我们将说明: 预期效用目标函数通常导致机构投资经理选择对于他们而言过于激进的投资组合。<sup>⑤</sup>

例如考虑我们对 MMI 成分股的预期收益率预测。表 4-3 展示了在典型的风险厌恶系数  $\lambda = 0.0075$  下, 使用这些股票构建出的最优投资组合的一些属性。

表 4-3

$f_P$	27.29%
$\sigma_P$	25.20%
$\beta_P$	1.05
$\alpha_P$	20.99%
$\omega_P$	13.78%

这样的组合对机构投资经理而言风险太高了。这不是由夸张的预期收

⑤ 最优残差风险水平依赖于投资经理对信息质量的感知。这通常以信息率  $IR$  衡量, 下一章将深入探讨这个概念。信息率的乐观估计一般在 0.5~1.0。最优残差风险水平为

$$\omega_P = \frac{IR}{2 + \lambda_R}$$

按照上式, 如果一位信息率为 0.75 的投资经理采用总风险厌恶系数的典型数值 0.01 作为残差风险厌恶系数, 那么他将保持 37.5% 的残差风险。

益率输入值导致的，问题不在组合总风险  $\sigma_p$  上，而是在残差风险  $\omega_p$  上。

在总风险/总收益率分析框架下，较低水平的信息也会导致很高水平的残差风险。

为了设计一种更加符合机构投资实践的目标函数，我们需要关注收益率的主动部分，并考察主动风险/主动收益率的权衡。

## 4.5 聚焦于附加值

在前一节中我们发现，使用预期效用目标函数进行组合选择会导致过高的残差风险，远远超出现实中观察到的机构投资经理的残差风险水平。产生这种现象的根源在于我们采用了相同的方式对待业绩基准风险和主动风险。这实际上是一种双重标准——因为投资经理和养老金计划发起人对偏离业绩基准的风险的厌恶程度远高于他们对业绩基准风险的厌恶程度。

为何机构基金经理愿意接受业绩基准组合高达 20% 的风险，却不愿持有一个具有 21% 风险，其中包含 20% 业绩基准风险及 6.4% 残差风险的组合呢？第一种情况下的方差是 400，第二种情况下的方差是  $441 = 21^2$ 。从总风险上看，20% 和 21% 的差异是如此之小。

### 商业风险和投资风险

风险的分配是解释上述现象的关键。基金拥有者、养老基金或捐赠基金承担风险中的业绩基准部分。基金拥有者在选择投资于某个业绩基准时就接受了其风险。在另一端，主动投资经理要承担残差风险。<sup>②</sup>

让我们假设业绩基准是标普 500 指数。数以百计的投资经理的业绩是以标普 500 指数来考核的。所有这些投资经理将获得同样的业绩基准收益率。标普 500 指数就是让所有小船随之起伏的潮汐。投资经理无法影响潮汐，他们的业绩差异来自残差收益率。较高的残差风险意味着有较高概率落入最差基金经理行列，也就有较高概率被解聘，这不是一种令人愉快的预期，因此投资经理通常将他们的残差风险控制在较低水平以避免上述商

---

<sup>②</sup> 严格地讲，主动投资经理对主动风险负责。但在典型的  $\beta_p = 1$  的情况下，残差风险等于主动风险。如果  $\beta_p \neq 1$ ，那么主动投资经理将同时对残差风险和主动系统性风险负责。

业风险。

幸运的是，我们对风险和收益的处理方式允许我们区别对待业绩基准风险和残差风险。

在本章的技术附录中，我们将更加严格地推导主动投资经理的目标函数。该目标函数将风险和收益率拆分为三个部分：

内蕴部分， $f_B - \lambda_T \cdot \sigma_B^2$ 。内蕴部分源自业绩基准的风险和收益率，它不在投资经理的掌控范围内。注意我们用  $\lambda_T$  表示我们对总风险的厌恶系数。

择时部分， $\beta_{PA} \cdot \Delta f_B - \lambda_{BT} \cdot \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2$ 。这是业绩基准择时产生的贡献，它由投资经理的主动贝塔决定。注意我们用  $\lambda_{BT}$  表示我们对业绩基准择时风险的厌恶系数。

残差部分， $\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2$ 。这是由投资经理的残差头寸产生的。注意我们用  $\lambda_R$  表示我们对残差风险的厌恶系数。

目标函数的后两部分衡量了投资经理增加价值的能力，我们称之为附加值（value added, VA）

$$VA = |\beta_{PA} \cdot \Delta f_B - \lambda_{BT} \cdot \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2| + |\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2| \quad (4-15)$$

附加值目标函数中的两个组成部分与式（4-11）中的均值/方差效用目标函数类似。每个组成部分都由一个预期收益率项和一个方差项构成。业绩基准择时风险厌恶系数  $\lambda_{BT}$  和残差风险厌恶系数  $\lambda_R$  将方差转化为从预期收益率中扣减的惩罚项。附加值是一种风险调整预期收益率，它忽略了业绩基准对风险和预期收益率的贡献。

目标函数 [式 (4-15)] 将附加值分解为业绩基准择时附加值和股票选择附加值。我们将在下一节中简要介绍业绩基准择时，并在第 19 章中重新深入地讨论它。我们将在下一章中讨论股票选择。

## 4.6 业绩基准择时

业绩基准择时是指逐个时期选择合适的主动贝塔。本书主要讨论对残差收益率的管理；仅有的例外是第 18 章“资产配置”和第 19 章“业绩基准择时”。

我们这样做有四个原因：

- 大多数美国机构投资经理以及快速成长的非美国机构投资经理群体都不使用业绩基准择时。
- 它大大简化了讨论。这将降低接受本书理念或者至少愿意暂时搁置疑虑的读者的学习成本。
- 我们更可能成功。正如俄国谚语所言：“同时追逐两只兔子的人将一只也抓不到。”
- 第6章“主动管理基本定律”将给出一个更微妙的原因——通过业绩基准择时来产生显著<sup>①</sup>附加值的机会较少。

业绩基准择时和选股的界限在式(4-15)中是很明显的。我们可以挑选主动贝塔以最大化该方程中的第一项。主动贝塔的最优水平为

$$\beta_{PA} = \frac{\Delta f_B}{2 \cdot \lambda_{BT} \cdot \sigma_B^2} \quad (4-16)$$

非常高的业绩基准择时风险厌恶系数 $\lambda_{BT}$ 将使 $\beta_{PA}$ (从而也使业绩基准择时附加值)接近于零。当没有业绩基准预测,即 $\Delta f_B=0$ 时,我们将保持主动贝塔等于零。

## 4.7 主动收益率与残差收益率

我们的主动管理分析框架将很快转而关注残差收益率和残差风险。那么怎样将后者与投资经理追求显著主动收益率的目标联系起来呢?

残差收益率和风险为

$$\theta_P = r_P - \beta_P \cdot r_B \quad (4-17)$$

$$\omega_P = \text{Std}|\theta_P| \quad (4-18)$$

而主动收益率和风险为

$$r_{PA} = r_P - r_B = \theta_P + \beta_{PA} \cdot r_B \quad (4-19)$$

$$\psi_P = \text{Std}\{r_{PA}\} = \sqrt{\omega_P^2 + \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2} \quad (4-20)$$

只要投资经理避免业绩基准择时,并设置 $\beta_P=1$ ,那么主动收益率

<sup>①</sup> 读者可能会反对这一点。然而,基于单一数据点的抗议,例如“我知道一个家伙在1987年10月买入了看空期权”是不被接受的。运气好时,业绩基准择时的确可能在特定时段上产生非常大的主动收益率,但这不同于产生实质性的风险调整附加值。

(风险) 和残差收益率 (风险) 就是相同的。这是大多数机构股票投资经理采取的做法，并且这样做是有充分理由的，相关原因将在第6章中讨论。如果投资经理确实进行了业绩基准择时，那么从式(4-19) 中可以看出，主动收益率等于残差收益率与业绩基准择时收益率之和。

## 4.8 总结

前面两章讨论了一致预期收益率和风险。本章我们讨论了主动管理的核心：超常收益率。特别地，本章聚焦于超常收益率的各个组成部分，并引入了业绩基准组合的概念。业绩基准由机构投资者决定，它与通常考虑的市场组合有显著的不同。

我们考察了主动投资经理在挑选组合时可能采用的几种标准。传统的“最大化预期效用”标准似乎不能给出符合投资实践的结果。主要原因是因为预期效用函数不能区分不同来源的风险，而实际情况是：客户承担业绩基准风险；主动投资经理承担偏离业绩基准的主动风险。

在附录中，我们将推导一个新的目标函数，它把主动风险分解成两个部分：与业绩基准相关的主动基准风险（来自对主动贝塔的选择，即业绩基准择时）以及与业绩基准不相关的主动残差风险（基于对残差收益率的预测，即阿尔法）。在对这种方法的理解上有困难的读者应该意识到它是对经典的风险/预期收益率分析框架的一种推广。如果我们将业绩基准取为无风险资产 F，那么资产的超额收益率就是其残差收益率。如果令总风险、择时风险和残差风险的厌恶系数都相等，即  $\lambda_T = \lambda_{BR} = \lambda_R$ ，那么我们将回到传统的风险/预期收益率框架。

我们将在下一章讨论对残差收益率的管理。

## 4.9 问题

1. 假设无风险收益率为 6%，业绩基准的预期超额收益率为 6.5%，同时业绩基准的长期预期超额收益率为 6%。设麦当劳股票的贝塔值为 1.07，预期收益率为 15%，请从它的预期收益率中分离出以下部分：

时间溢价；

风险溢价；

超常业绩基准收益率；

阿尔法；

一致预期收益率；

预期超额收益率；

预期超常收益率。

一致预期收益率与预期超常收益率之和是什么？

2. 假设业绩基准不是市场，并且 CAPM 成立，那么 CAPM 预期收益率将怎样分解为本章中建议的各个组成部分？

3. 设业绩基准的风险为 20%，某个投资组合的风险为 21%，并假设该组合的贝塔值等于 1，那么组合的残差风险是多少？主动风险是多少？组合风险与业绩基准风险之差是否接近于残差风险或主动风险？

4. 投资者 A 在总收益率和总风险框架下进行投资管理： $f_p - \lambda_f \cdot \sigma_p^2$ ，其中风险厌恶系数为  $\lambda_f = 0.0075$ 。投资者 B 在残差风险和残差收益率框架下进行投资管理： $\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2$ ，其中残差风险厌恶系数为  $\lambda_R = 0.075$ （水平为中等到激进）。他们可以选择以下两个组合：

$$f_1 = 10\%, \sigma_1 = 20.22\%$$

$$f_2 = 16\%, \sigma_2 = 25\%$$

两个组合的贝塔都等于 1。并且

$$f_3 = 6\%, \sigma_3 = 20\%$$

投资者 A 会偏好哪个组合？投资者 B 会偏好哪个组合（提示：首先计算两个组合的预期残差收益率和预期残差风险）？

5. 假设你是一位具有均值/方差偏好的投资者，总风险厌恶系数为 0.0075。如果一个投资组合具有 6% 的预期超额收益率和 20% 的风险，那么你的确定性等价收益率是多少（确定性等价收益率：对你而言，与该组合效用等价的确定性收益率）？

## 4.10 参考文献

Jacobs, Bruce L., and Kenneth N. Levy. "Residual Risk: How Much Is Too Much?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 22, no. 3, Spring 1996, pp. 10–16.

Markowitz, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*. Cowles Foundation Monograph 16 (New Haven, Conn.: Yale University Press, 1959).

- Merton, Robert C. "An Analytical Derivation of the Efficient Portfolio." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 7, September 1972, pp. 1851-1872.
- Messmore, Tom. "Variance Drain." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 4, Summer 1995, pp. 104-110.
- Roll, Richard. "A Mean/Variance Analysis of Tracking Error." *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, no. 4, Summer 1992, pp. 13-22.
- Rosenberg, Barr. "How Active Should a Portfolio Be? The Risk-Reward Tradeoff." *Financial Analysts Journal*, vol. 35, no. 1, January/February 1979, pp. 49-62.
- . "Security Appraisal and Unsystematic Risk in Institutional Investment." *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices*, (Chicago: University of Chicago Press), November 1976, pp. 171-237.
- Rudd, Andrew. "Business Risk and Investment Risk." *Investment Management Review*, November/December 1987, pp. 19-27.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Sharpe, William F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, September 1964, pp. 425-442.

## 4.11 技术附录

在本附录中，我们将推导附加值管理的目标函数，它将在本书中通篇使用。附加值目标函数考察超常收益率和主动风险的两个来源，即残差风险和业绩基准择时。

### 附加值管理的目标函数

首先，我们将超额收益率预测 $f$ 、组合持仓权重 $h_p$ 和组合方差 $\sigma_p^2$ 分别分解为业绩基准部分和关于该业绩基准的残差部分。令 $h_{pB}$ 代表组合 P 在风险资产上的残差头寸，我们有

$$h_p = \beta_p \cdot h_B + h_{pB} \quad (4A-1)$$

$$f_p = \beta_p \cdot f_B + \alpha_p \quad (4A-2)$$

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_B^2 + \omega_p^2 \quad (4A-3)$$

式中， $\beta_p = \text{Cov}[r_p, r_B] / \text{Var}[r_B]$ ，即组合 P 对业绩基准组合的贝塔值。

我们可以将组合 P 的预期超额收益率 $f_p$ 分解为若干项之和。回忆起 $\Delta f_B = f_B - \mu_B$ 是我们的业绩基准超额收益率预测与长期一致预测之差，并且 $\beta_p = 1 + \beta_{pA}$ （其中 $\beta_{pA}$ 是主动贝塔），那么式 (4A-2) 推出

$$f_p = f_B + \beta_{pA} \cdot \mu_B + \beta_{pA} \cdot \Delta f_B + \alpha_p \quad (4A-4)$$

进一步分解得到

$$f_p = f_B + \beta_{pA} \cdot \mu_B + \beta_{pA} \cdot \Delta f_B + \alpha_p \quad (4A-5)$$

式 (4A-5) 将预期超额收益率分解为右端 4 项:

1.  $f_B$ , 预期业绩基准超额收益率;
2.  $\beta_{PA} \cdot \mu_B$ , 主动贝塔与一致预测产生的收益率;
3.  $\beta_{PA} \cdot \Delta f_B$ , 主动贝塔与超常预测产生的收益率;
4.  $\alpha_P$ , 股票阿尔法与股票选择产生的收益率。

对于第 1 项, 我们不能做任何改变。第 3 项和第 4 项将我们的超常预测, 即  $\Delta f_B$  和  $\alpha_P$ , 与我们的主动头寸  $\beta_{PA}$  和  $b_{PA}$  联系起来。第 2 项比较奇特, 它体现了组合的主动贝塔对预期收益率的影响。注意第 2 项不包含任何预测信息。

根据式 (4A-3), 我们可以将组合方差拆分为几个部分:

$$\sigma_P^2 = (1 + \beta_{PA})^2 \cdot \sigma_B^2 + \omega_P^2 \quad . \quad (4A-6)$$

进而  $\sigma_P^2 = \sigma_B^2 + 2 \cdot \beta_{PA} \cdot \sigma_B^2 + \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2 + \omega_P^2 \quad (4A-7)$

上式右端将方差分解为 4 项:

5.  $\sigma_B^2$ , 业绩基准方差;
6.  $2 \cdot \beta_{PA} \cdot \sigma_B^2$ , 主动贝塔产生的协方差;
7.  $\beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2$ , 主动贝塔产生的方差;
8.  $\omega_P^2$ , 股票挑选产生的方差。

现在考虑一个权衡超常收益率和超常风险的效用函数。我们从效用函数的一般形式  $u = f - \lambda \cdot \sigma^2$  开始, 并应用上述第 1~8 项的分解。我们将相关的收益率项和风险项匹配起来 (第 1 项和第 5 项、第 2 项和第 6 项、第 3 项和第 7 项、第 4 项和第 8 项), 通过允许对 3 种不同风险 (总风险、择时风险、残差风险) 设置不同风险厌恶系数 ( $\lambda_T$ 、 $\lambda_{BT}$ 、 $\lambda_R$ ), 来推广到一般情形。第 5 项和第 6 项对总风险产生贡献, 第 7 项对择时风险产生贡献, 第 8 项对残差风险产生贡献。我们的基本想法就是区分由于持有业绩基准组合而产生的固有风险和投资经理为超越市场进行择时或选股而产生的主动风险 (包括择时风险和残差风险)。

我们需铭记为什么要定义一个效用函数, 它将引导我们选择一个使效用最大化的组合。所以我们要分析效用函数中各项对于最终挑选出的最优组合的影响。

上述分析的结果就是一个由下述四项构成的整体效用函数:

9.  $f_B - \lambda_T \cdot \sigma_B^2$ , 业绩基准部分; 它结合了第1项和第5项。它是纯粹的预测, 与投资行为无关(即它不影响最优组合);

10.  $\beta_{PA} \cdot |\mu_B - 2\lambda_T \cdot \sigma_B^2|$ , 交叉项; 它结合了第2项和第6项。它与行为相关, 但没有预测;

11.  $\beta_{PA} \cdot \Delta f_B - \lambda_{BT} \cdot \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2$ , 业绩基准择时; 它结合了第3项和第7项。它既包含预测, 也与行为相关;

12.  $\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2$ , 股票选择; 它结合了第4项和第8项。它既包含预测, 也与行为相关。

第9项是一个常数, 它既不影响主动决策也不影响我们对最优组合的挑选。

我们来证明: 无论  $\beta_{PA}$  如何选取, 第10项都应该等于零。首先, 第10项不依赖于任何预测信息, 它是目标函数中永久存在而不受我们投资洞察力影响的一部分。此外, 式(4-12)推出第10项中花括号内的表达式应等于零。另一种论证思路是: 设想如果我们的预测恰等于一致预测, 即  $f = \mu$ , 将会发生什么? 此时, 我们将有  $\Delta f_B = 0$  以及  $\alpha = 0$ 。于是组合构建步骤理应引导我们持有业绩基准组合, 即  $\beta_{PA} = 0$  以及  $\omega_p = 0$ ——仅当  $\mu_B - 2 \cdot \lambda_T \cdot \sigma_B^2 = 0$  时发生。

如果忽略取值为常数的第9项以及等于零的第10项, 我们将留下一个附加值目标函数:

$$VA[P] = |\beta_{PA} \cdot \Delta f_B - \lambda_{BT} \cdot \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2| + |\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2| \quad (4A-8)$$

主动管理的目标就是最大化式(4A-8)定义的附加值。

## 练习

推导业绩基准择时的结果:

$$\beta_{PA} = \frac{\Delta f_B}{\mu_B}$$

## 应用练习

1. 使用业绩分析软件来分析主要市场指数(MMI)组合的收益率, 业绩基准选用标普500指数。假设业绩基准的预期超额收益率为6%, 那么求

下述各项：

时间溢价

实现的风险溢价

超常业绩基准收益率

实现的阿尔法

2. 考察 MMI 组合相对于标普 500 指数的风险，确定  $\sigma_{MMI}$ 、 $\sigma_{S&P500}$ 、 $\beta_{MMI}$  和  $\omega_{MMI}$ 。

## 第5章

# 残差风险和残差收益率：信息率

### 5.1 介绍

投资理论大都基于“资产已被公平定价”这一假设。这条假设令金融经济学家欣慰，却让主动投资经理泄气。主动投资经理也同样需要理论支持。在接下来的四章里，我们将为主动投资经理提供一个架构，如果算不上是理论的话。

作为流程的起点，本章首先建立管理残差收益率和残差风险的策略背景。在这个背景下，我们将提出一些在评估和实施主动策略的实践中有价值的概念和经验法则。

我们敦促读者在阅读本章时能够暂时不拘细节。不要担心交易成本、持仓限制、流动性、卖空或者阿尔法来源等。现在我们要将自己从琐碎的细节中解放出来，从战略角度考虑主动管理问题。我们将在后续章节中专门讨论这些重要的实施细节问题，并指出该怎样调整我们的结论。

由于没有可供参考的前人的理论，我们必须完全依靠自己，从头开始。经济学家善于此道。这让我们想起那个关于工程师、哲学家和经济学家的寓言：他们搁浅在南太平洋的某个小岛上，岛上没东西可吃。他们有大量的罐装食品，却没有开罐的工具。工程师想出很多打开罐头的方法，例如放水里煮、往石头上摔等。哲学家在冥思食物微不足道的本质和人生的终极徒劳。经济学家坐下来向大海深处凝视，突然跳起来大喊：“有了！假设

我们有一个开罐器。”

主动投资经理的开罐器就是对成功的假设。成功是用信息率来衡量的，信息率代表了你认为自己有多出色。对未来成功的假设可以帮助我们回答其他问题。如果我们的洞察力优于其他投资者，那么我们该怎样利用这些洞察力呢？

我们依靠开罐器和分析继续向前推进。推进的结果是一些真知、经验法则和一套管理残差风险和残差收益率的规范程序。其中的一些要点是：

- ▶ 信息率衡量后验的业绩（向过去看）并意味着先验的机会（向未来看）。
- ▶ 信息率定义了残差前沿，即主动投资经理的机会集（可行域）。
- ▶ 每位投资经理的信息率及残差风险厌恶水平决定了他的激进程度（残差风险水平）。
- ▶ 我们可以基于直觉确定信息率和残差风险厌恶系数的合理数值。
- ▶ 附加值依赖于投资经理的机会集和激进程度。

本章首先定义全书的核心概念“信息率”。在本章中，我们主要使用信息率的先验形式（希望是永恒的）。先验信息率指示出主动投资经理的机会集——残差前沿。在第4章中，我们为主动投资经理定义了权衡风险和收益的目标函数。投资附加值源自我们的机会集（信息率）与我们的目标函数之间的交互关系。

在第4章，我们证明了投资经理可以通过基准择时或者股票选择来增加价值。我们把关于基准择时的讨论推迟到第19章进行，在那之前将专注于讨论股票选择。这意味着我们关心残差风险和阿尔法之间的权衡。值得注意的是，当组合的贝塔等于1时，残差风险和主动风险是等同的。

技术附录将对信息率进行十分深入的研究。

## 5.2 定义阿尔法

向未来看（先验），阿尔法是对残差收益率的预测。向过去看（后验），阿尔法是实现的残差收益率的平均值。

术语阿尔法和术语贝塔一样，源自使用线性回归将组合收益率分解为与业绩基准完全相关的部分和与业绩基准不相关的残差部分。如果  $r_p(t)$  是投资组合在时期  $t=1, 2, \dots, T$  上的超额收益率， $r_b(t)$  是业绩基准在同样时期上的超额收益率，那么回归模型为：

$$r_p(t) = \alpha_p + \beta_p \cdot r_b(t) + \epsilon_p(t) \quad (5-1)$$

利用回归分析得到的  $\beta_p$  和  $\alpha_p$  的估计值称为实现的或历史的贝塔和阿尔法。组合 P 的残差收益率是

$$\theta_p(t) = \alpha_p + \epsilon_p(t) \quad (5-2)$$

式中， $\alpha_p$  是平均残差收益率， $\epsilon_p(t)$  是残差收益率中均值为零的随机项。

本章专注于讨论阿尔法的预测。在第 12 章“信息分析”中，我们将学习如何评估阿尔法预测的质量。我们将在第 17 章“业绩分析”中考虑实现的阿尔法。实现的阿尔法用于对主动投资经理打分，主动投资经理的任务就是获得尽可能高的得分。为了做到这一点，主动投资经理需要优质的阿尔法预测。

当我们向未来看时，阿尔法是对残差收益率的预测。令  $\theta_n$  为股票 n 的残差收益率。我们有

$$\alpha_n = E\{\theta_n\} \quad (5-3)$$

阿尔法具有投资组合属性，因为残差收益率和数学期望都具有投资组合属性。考虑一个包含两只股票的简单情形，设两只股票的阿尔法分别是  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ 。如果我们持有一个仅由这两只股票构成的组合，其中股票 1 的持仓权重为  $h_p(1)$ ，股票 2 的持仓权重为  $h_p(2)$ ，那么该组合的阿尔法将是

$$\alpha_p = h_p(1) \cdot \alpha_1 + h_p(2) \cdot \alpha_2 \quad (5-4)$$

即该组合的预期残差收益率的预测值是  $\alpha_p$ 。

根据定义，业绩基准组合的残差收益率总等于零，即  $\theta_b=0$  总是成立。因此，业绩基准组合的阿尔法必然等于零，即  $\alpha_b=0$ 。为了保证  $\alpha_b=0$ ，我们要求股票层面的阿尔法列向量满足业绩基准中性的约束。

记得无风险组合的残差收益率也等于零，因此现金的阿尔法，即  $\alpha_r$ ，也总是等于零。因此任何由业绩基准和现金构成的投资组合的阿尔法也必然等于零。

### 5.3 后验信息率：对业绩的衡量

信息率<sup>⊖</sup> (information ratio)，用  $IR$  表示，是（年化）残差收益率对（年化）残差风险的比值。在后验情形中，我们考虑的是某段历史时期上实现的残差收益率的信息率，即实现的残差收益率除以为获得该收益率所承担的残差风险。例如，我们可能每年平均获得 2.3% 的残差收益率，并为此承担了 3.45% 的残差风险。那么信息率就是  $2.3/3.45 = 0.67$ 。

实现的信息率可能（经常）是负值。别忘记业绩基准的信息率必然精确等于零。如果我们的平均残差收益率不幸为 -1.7%，而残差风险水平还是 3.45%，那么实现的信息率就等于  $(-1.7)/3.45 = -0.49$ 。

我们将在本章结尾和第 17 章“业绩分析”中对后验信息率进行更多讨论。这里提供一个预告：后验信息率与回归分析（式 (5-1)）中阿尔法的  $t$  统计量有关。如果回归分析所用数据长度为  $Y$  年，那么信息率近似等于阿尔法的  $t$  统计量与  $Y$  的平方根之比。

### 5.4 先验信息率：对机会的衡量

现在我们向未来看。信息率是每承担一个单位年化残差风险所能获得的预期年化残差收益率。不过，这里隐含假设了信息被有效利用。因此，信息率更精确的定义是投资经理能够获得最高的年化残差收益率/残差风险的比率。

首先，我们来分析一位没有任何业绩记录的新任职的投资经理。随后，我们会将分析结果与经验观测数据进行比较。

我们首先需要一个合理的信息率数值。记得这是一个假设的开罐器：不需要非常精确，我们只需要给出大致的估计值。

这位新投资经理必须设立残差风险和残差收益率的预期目标。风险目标没有什么争议。我们假设该经理的风险目标是 5% ~ 6%。更具体地，我们假设它为 5.5%。

那么预期残差收益率目标应该是多少呢？答案依赖于在两种心态之间

---

<sup>⊖</sup> Treynor 和 Black (1973) 将此比率称为评估比率。

的选择：乐观和谦逊。过分谦逊（认为自己未超平均水平）的主动投资经理会说是零。这可不够好！谦逊到这种程度的人不可能进行成功的主动管理。过分乐观的投资经理，可能会说是 10%。这种唐吉坷德式的投资经理混淆了可能结果与预期结果的区别。

最终，这位投资经理必须同时面对自己的乐观和谦逊。让我们假设他的预期残差收益率目标在 3% ~ 4%，具体地说，假设就是 3.5%。

我们的先验信息率就是  $3.5/5.5 = 0.64$ 。我们找到了获得信息率合理数值的方法。这种分析的初衷就是模糊估计。我们并不在意结果是 0.63 或者 0.65。这不是要求华而不实的精确性的时候。我们的分析产生了介于 5% ~ 6% 的残差风险和介于 3% ~ 4% 的预期（乐观希望）残差收益率。考虑最好和最坏情况，我们可以得到的信息率的先验值落在  $0.8 = 4/5$  和  $0.5 = 3/6$  之间。

到这里，我们还没有展示信息率的任何经验观测值。经验观测结果随着时间、资产类别以及费率水平的不同而有所变化。但是整体而言，费前信息率通常很接近表 5-1 中的分布。

表 5-1

分位数	信息率
90	1.0
75	0.5
50	0.0
25	-0.5
10	-1.0

排在前 25% 位置的投资经理的信息率为 0.5。这是一个容易记住的数字。先验地看，投资经理应该相信自己属于前 1/4。前面对新任职投资经理的信息率的估计结果 0.64，也给我们提供了一个合理的与表 5-1 相符的大致估计。

表 5-1 中，信息率具有均值为零的对称分布。这与我们对主动管理的基本理解——主动管理是一个零和游戏——是相符的。

表 5-1 也显示出：如果  $IR = 0.5$  称为良好，那么  $IR = 1.0$  应被称为卓越。我们将进一步定义  $IR = 0.75$  为优秀，并在本书通篇使用上述简单的分类。本章的随后部分中，我们将提供关于信息率、主动收益率和主动风险

的经验观测值的更多细节。

现在我们以更正式的形式定义信息率。给定每只股票的阿尔法，任意（随机）投资组合  $P$  将具有一个组合阿尔法  $\alpha_P$  和一个组合残差风险  $\omega_P$ 。我们定义投资组合  $P$  的信息率为

$$IR_P = \frac{\alpha_P}{\omega_P} \quad (5-5)$$

作为投资经理，我们个人的“信息率”定义为我们在所有可能的投资组合中能够获得的最高信息率：

$$IR = \text{Max}\{IR_P | P\} \quad (5-6)$$

可以看出，我们的信息率是根据我们的阿尔法优化出来的最优组合来衡量的。

信息率的记号  $IR$  隐藏了信息率依赖于阿尔法的这个事实。事实上，信息率的一个用途就是用来调整阿尔法的量级，以使根据式 (5-6) 算出的  $IR$  具有合理数值。

我们对信息率的定义假设了一位预期残差收益率为 2%、残差风险为 4% 的投资经理也可以产生 3% 的预期残差收益率和 6% 的残差风险。无论风险水平怎样变化，收益率与风险的比率总是保持恒定并等于信息率。下面的一个简单的例子将说明事实确实如此。

我们考虑包含 4 只股票和现金资产的情形，假设业绩基准组合以及一个由这 4 只股票各投入 25% 的权重构成。表 5-2 展示了几种可能的情形。业绩基准组合和现金的阿尔法当然等于零。这不是巧合。

表 5-2 (%)

股票	阿尔法	基准权重	组合 P 总权重	组合 P 主动权重	组合 L 总权重	组合 L 主动权重
1	1.50	25.00	35.00	10.00	40.00	15.00
2	-2.00	25.00	10.00	-15.00	2.50	-22.50
3	1.75	25.00	40.00	15.00	47.50	22.50
4	-1.25	25.00	15.00	-10.00	10.00	-15.00
业绩基准	0.00					
现金	0.00					

后 4 列描述了两个可能的投资组合  $P$  和  $L$ 。对每一个组合，我们都同时展示了总头寸和主动头寸。主动头寸就是组合头寸与业绩基准头寸的差。

在组合 P 中，我们在两只具有正阿尔法的股票上配置了正的主动头寸，同时在两只具有负阿尔法的股票上配置了负的主动头寸。由于业绩基准的阿尔法等于零，我们可以仅根据其主动头寸来计算组合的阿尔法。<sup>②</sup>组合 P 的阿尔法为

$$\begin{aligned}\alpha_p &= 1.50\% \times 0.10 + (-2.00\%) \times (-0.15) + 1.75\% \\ &\quad \times 0.15 + (-1.25\%) \times (-0.10) = 0.84\%\end{aligned}$$

同时，主动头寸的风险是 2.04%。<sup>③</sup>

注意到组合 L 其实就是激进版本的组合 P。这一点不太容易从组合 L 的持仓头寸中看出，但很容易从它的主动头寸中看出。组合 L 的主动头寸比组合 P 的主动头寸大 50%。对于股票 1，主动头寸从 +10% 变到 +15%；对于股票 2，主动头寸从 -15% 变到 -22.5%。在这两种情况下，每只股票的主动头寸都增加了 50%。这意味着组合 L 的阿尔法一定增加了 50%，主动风险也增加了 50%。<sup>④</sup>如果组合的阿尔法和残差风险都增加了 50%，那么它们的比值将保持不变。

**信息率不依赖于投资经理的激进度。**

我们将一直假设信息率不依赖于风险水平。在实际应用中，这个关系最终由于投资约束的限制而不再成立。因此如果在表 5-2 中有禁止卖空的约束，我们将没有办法比组合 L 在股票 2 上押下更高的空头赌注。第 15 章“多空投资”中将拓展这一想法，基于信息率的有效降低幅度来估计禁止卖空约束的代价。

虽然信息率不依赖于激进度，但它依赖于时间尺度。为了避免使用上的混乱，我们统一使用 1 年作为时间尺度。这样做的原因是预期收益率和方差都随时间尺度的长度增长。因此风险（即标准差）将随着时间的平

② 组合持仓头寸为  $h_p = h_B + h_{PA}$ ，其中  $h_B$  和  $h_{PA}$  分别是业绩基准头寸和主动头寸。如果  $\alpha$  是阿尔法向量，那么  $\alpha^T \cdot h_B = 0$  意味着  $\alpha^T \cdot h_p = \alpha^T \cdot h_{PA}$ 。

③ 表 5-2 并没有包含用于计算风险的必要信息。但是请参照第 4 章中对主动风险的定义以及计算主动风险的程序。如果  $V$  是协方差矩阵，并且  $h_p$  和  $h_B$  分别是被管理的组合和业绩基准组合，那么  $h_{PA} = h_p - h_B$  为主动组合头寸，而  $\psi_p^2 = h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA}$  就是主动方差。

④ 如果主动持仓从  $h_{PA}$  变到  $\phi \cdot h_{PA}$ ，那么主动风险将从  $\psi_p$  变到  $\psi_p = \sqrt{(\phi \cdot h_{PA})^T \cdot V \cdot (\phi \cdot h_{PA})}$ 。

方根增长，从而预期收益率（随时间增长）与风险（随时间的平方根增长）的比率将随时间的平方根增长。这意味着季度的信息率等于年度信息率的一半。月度信息率将等于  $1/\sqrt{12} = 0.288$  倍的年度信息率。

## 5.5 残差前沿：投资经理的机会集

主动投资经理的机会集更容易从阿尔法和残差风险的权衡取舍中看出。残差前沿描述了主动投资经理的机会集。先验信息率决定了主动投资经理的残差前沿。

在图 5-1 中，我们给出了信息率等于 1 的卓越的投资经理的残差前沿。残差前沿刻画了预期残差收益率  $\alpha_p$  与残差风险  $\omega_p$  的关系。残差前沿是通过原点的一条直线。注意到组合 Q 落在残差前沿上。组合 Q 是式 (5-6) 的一个解，即  $IR = IR_Q$ 。组合 Q 并不是残差前沿上唯一的组合，图中标出的组合  $P_1, P_2, \dots, P_6$  都在残差前沿之上。投资经理可以获得残差前沿之下任意的预期残差收益率和残差风险组合。组合  $P_1 \sim P_6$  依次具有 1% ~ 6% 的预期残差收益率和残差风险。

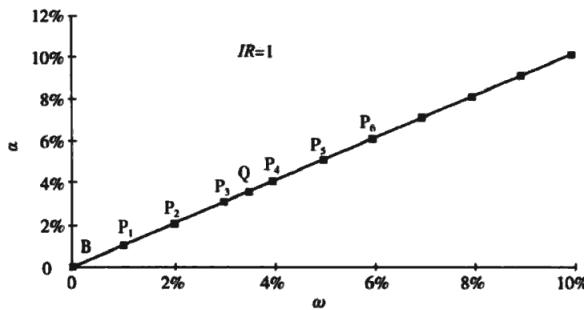


图 5-1 残差前沿

标注着 B 的原点代表了业绩基准组合。根据定义，业绩基准没有残差风险，并且  $\alpha_B$  和  $\omega_B$  都等于零。类似地，残差收益率恒等于零的无风险资产也落在原点处。

在图 5-2 中，我们展示了三位不同的投资经理的残差前沿。良好的投资经理具有 0.50 的信息率，优秀的信息经理具有 0.75 的信息率，卓越的投资经理具有 1.00 的信息率。

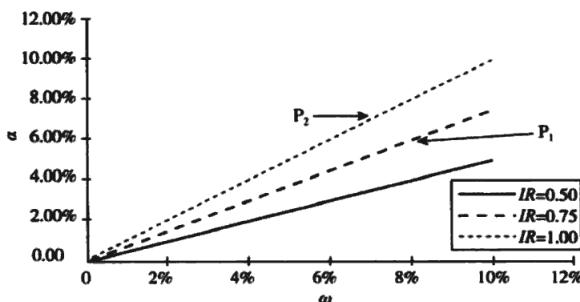


图 5-2 机会集

我们可以从图 5-2 中看出信息率确定了投资经理的机会集。信息率为 0.75 的投资经理拥有信息率为 0.50 的投资经理无法获得的选择——例如组合  $P_1$ 。类似地，卓越投资经理也拥有优秀投资经理无法获得的选择——例如组合  $P_2$ 。这并不意味着优秀投资经理不能持有组合  $P_2$ ；它只是意味着优秀投资经理的信息不足以引导他或她持有组合  $P_2$ ，即该信息将引导优秀投资经理持有落在他或她自己的残差前沿上的组合，例如组合  $P_1$ 。

信息率为主动投资经理定义了一条“预算约束”，其直观图像就是残差前沿：

$$\alpha_p = IR \cdot \omega_p \quad (5-7)$$

在最优情形下（即沿着残差前沿），投资经理只能通过增加相应程度的残差风险来增加预期残差收益率。

本章附录包含了关于信息率的丰富的技术细节。我们现在先把注意力从投资经理的机会集转向他的目标函数。

## 5.6 主动投资经理的目标函数

主动管理的目标（根据第 4 章）是最大化残差收益率附加值，其中附加值定义为<sup>②</sup>

$$VA[P] = \alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2 \quad (5-8)$$

<sup>②</sup> 我们忽略业绩基准择时，所以主动收益率就等于残差收益率，主动风险就等于残差风险。

上述目标函数中，预期残差收益率是得分项，残差风险是扣分项。参数  $\lambda_R$  衡量了对残差风险的厌恶程度；它将残差风险折合为阿尔法上的损失。在图 5-3 中，我们展示了不同水平的残差风险折合的阿尔法损失。三条曲线依次代表较高 ( $\lambda_R = 0.15$ )、中等 ( $\lambda_R = 0.10$ ) 和较低 ( $\lambda_R = 0.05$ ) 的残差风险厌恶水平。在每一种情形下，阿尔法损失都随着残差风险  $\omega_p^2$  增长。对于  $\omega_p = 5\%$  的残差风险，在较高、中等和较低的残差风险厌恶水平下，阿尔法损失依次为 3.75%、2.5% 和 1.25%。

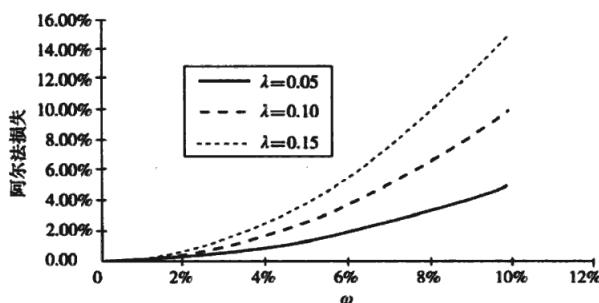


图 5-3 阿尔法损失

附加值的等值面是联系预期残差收益率  $\alpha_p$  与残差风险  $\omega_p$  的方程，是一族抛物线。在图 5-4 中我们绘制了三条这样的抛物线，分别对应 2.5%、1.4% 和 0.625% 的附加值。这些曲线的方程依次为： $\alpha_p = 2.5 + \lambda \cdot \omega_p^2$ ， $\alpha_p = 1.4 + \lambda \cdot \omega_p^2$  和  $\alpha_p = 0.625 + \lambda_R \cdot \omega_p^2$ 。图中展示的是假设我们具有中等残差风险厌恶水平  $\lambda_R = 0.10$  的情形。三条抛物线是平行的并且向右上方延伸。顶部曲线上的每个点都具有 2.5% 的附加值。例如，点  $(\omega = 0\%， \alpha = 2.5\%)$  和点  $(\omega = 4\%， \alpha = 4.1\%)$  都落在这条曲线上。在第一个点上，我们有 2.5% 的阿尔法和零残差风险，于是附加值等于 2.5%。在第二个点上，虽然风险不再是零，但附加值还是 2.5%。事实上， $VA = 2.5 = 4.1 - 0.1 \times 4^2$ 。

我们有时也把附加值称为确定性等价收益率。给定风险厌恶系数  $\lambda_R$ ，投资者将把收益率为  $\alpha_p$ 、风险为  $\omega_p$  的投资与具有确定性收益率  $\alpha_p - \lambda_R \cdot \omega_p^2$  的无风险投资视为效用等同。

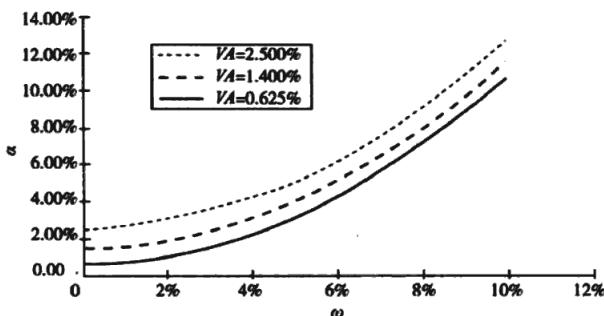


图 5-4 附加值等值面

## 5.7 偏好与机会集的相交

经济学中一个基本原则是：人们认为多比少好。我们的选择限于我们的机会，我们的选择方法也要与我们的机会匹配。信息率描述了主动投资经理可选的机会集。主动投资经理应该探寻其机会集中的各种选择，挑选附加值最大的那个投资组合。

图 5-5 展示了这一情形。残差前沿对应于信息率等于 0.75 的情形，而残差风险厌恶系数取  $\lambda_k = 0.1$ 。我们的偏好由三条偏好曲线描述，依次对应于 0.625%、1.4% 和 2.5% 的风险调整收益率。

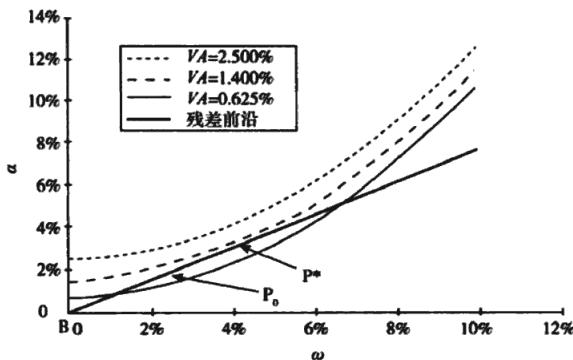


图 5-5

我们当然希望获得 2.5% 的最高风险调整收益率，但是我们做不到那

么好。附加值  $VA = 2.5\%$  的那条曲线落在我们的残差前沿的上方。人生有时亦如此。我们可以实现  $0.625\%$  的风险调整收益率， $0.625\%$  的附加值也在我们的机会集中；然而，我们可以做得更好。组合  $P_0$  在我们的机会集中，并且它具有比  $0.625\%$  更高的附加值。

附加值  $VA = 1.4\%$  的曲线刚刚好，它与我们的残差前沿恰好相切，切点处是组合  $P^*$ 。根据我们的机会集，我们无法比  $P^*$  做得更好，因为任何附加值高于  $1.4\%$  的曲线都落在我们的机会集之外。因此，组合  $P^*$  是我们的最优选择。

## 5.8 激进程度、机会集和残差风险厌恶

投资经理的信息率和残差风险厌恶水平通过一种简单的关系决定了该经理的最优残差风险水平或激进程度。在上一节中，我们通过图形分析获得了一些直观感受，本节我们将采用一种更正式的方式来推导这一关系的数学表达式。

投资经理通常会选择残差前沿上的某个投资组合<sup>⊖</sup>。那么唯一的问题就是投资经理的激进程度应该是多少。在投资经理的目标函数（式（5-8））中使用“预算约束”（式（5-7）），我们得到

$$VA[\omega_p] = \omega_p \cdot IR - \lambda_R \cdot \omega_p^2 \quad (5-9)$$

这样我们就把这个问题转化为仅涉及残差风险  $\omega_p$  的一个无约束优化问题。当我们提高风险时，预期收益率和风险惩罚会同时增加。图 5-6 展示了这一情形，其中  $IR = 0.75$ ， $\lambda_R = 0.10$ 。

使附加值  $VA$  最大化的最优残差风险水平  $\omega^*$  是

$$\omega^* = \frac{IR}{2 \lambda_R} \quad (5-10)$$

这的确是合乎情理的结果。最优残差风险水平将随着我们机会集的增加而增加，并随着残差风险厌恶水平的增加而减少。信息率加倍将使最优残差风险水平加倍。风险厌恶系数加倍将使最优残差风险水平减半。

---

<sup>⊖</sup> 这一问题的正式表述是“在约束  $\alpha/\omega \leq IR$  下，最大化  $\alpha - \lambda \cdot \omega^2$ ”。由于我们清楚其中的不等式约束在最优解处应该是紧的（即等号成立），所以我们可以将它替换为等式约束，并用来消去目标函数中的  $\alpha$ 。

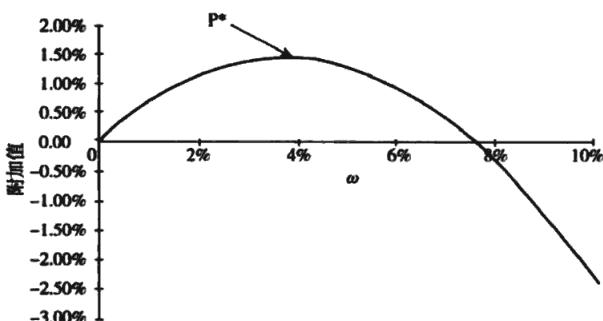


图 5-6

表 5-3 展示了在几种典型的信息率和残差风险厌恶系数下，最优残差风险水平的变化。信息率选择了三种可能水平：0.50（良好）、0.75（优秀）、1.0（卓越）。残差风险厌恶系数也选择了三种可能水平：0.05（激进）、0.1（中等）、0.15（保守）。

表 5-3 残差风险

IR	风险厌恶系数 $\lambda_R$		
	激进 (0.05)	适中 (0.10)	保守 (0.15)
卓越 (1.00)	10.00%	5.00%	3.33%
优秀 (0.75)	7.50%	3.75%	2.50%
良好 (0.50)	5.00%	2.50%	1.67%

从表 5-3 中看出，最高激进水平出现在左上角，这对应于残差风险厌恶系数相对较低 ( $\lambda_R = 0.05$ ) 和信息率相对较高 ( $IR = 1.00$ ) 的情形，此情形下的最优年化残差风险为 10%。在表 5-3 的另一角，对应于风险厌恶水平相对较高 ( $\lambda_R = 0.15$ ，较为保守) 和信息率相对较低 ( $IR = 0.50$ ，机会较少) 的情形，此时最优残差风险水平是 1.67%。表 5-3 十分有用：它使得投资经理可以将两个抽象的概念“信息率”和“残差风险厌恶系数”和“投资组合残差风险”这个更加具体的概念联系起来。我们看到机会集越大，最优残差风险的激进程度就越高；残差风险厌恶系数越低，最优残差风险的激进程度就越高。这个表格同样帮助我们了解最优残差风险依赖于  $IR$  和  $\lambda_R$  的敏感性。

式 (5-10) 还可以告诉我们任意一组  $IR$  和  $\lambda_R$  的数值是否合理。例如

我们可以用式 (5-10) 来确定残差风险厌恶系数的合理水平。回忆本章前面部分对信息率的分析：我们确定了投资经理想要 5.5% 的残差风险，并且具有 0.64 的信息率。我们可以将式 (5-10) 重新整理，得到隐含残差风险厌恶系数：

$$\lambda_R = \frac{IR}{2 \cdot \omega}. \quad (5-11)$$

应用到上述例子中，可以得到  $\lambda_R = 0.64 / (2 \cdot 5.5) = 0.058$ 。可以看出，鉴于例子中的投资经理的风险厌恶系数位于谱线的下端，他是比较激进的。

## 5.9 附加值：风险调整残差收益率

前面我们确定了最优投资组合  $P^*$  落在残差前沿和偏好曲线的切点处，并且找到了最优残差风险的一个简单表达式。在本节中，我们将更进一步，确定最优投资组合  $P^*$  的风险调整残差收益率。

将最优残差风险（式 (5-10)）代入式 (5-9)，我们就得到以效用函数衡量的附加值和以信息率  $IR$  衡量的投资经理机会集之间的关系：

$$VA^* = VA[\omega^*] = \frac{IR^2}{4\lambda_R} = \frac{\omega^* \cdot IR}{2} \quad (5-12)$$

式 (5-12) 表明，投资经理创造附加值的能力随着信息率的平方递增，而随着投资经理风险厌恶水平的增加而递减。因此，投资经理的信息率决定了他或她创造附加值的潜力。

式 (5-12) 描述了一个关键结果。假设我们是风险厌恶的投资者，具有较高的  $\lambda_R$ 。根据式 (5-12)，给定  $\lambda_R$ ，我们将通过选择具有最高  $IR$  的策略（或经理）来最大化我们的附加值。然而，风险承受能力非常高的投资者也会作出完全一致的计算和选择。事实上，每位投资者都会寻找具有最高信息率的策略或投资经理。不同的投资者仅会在实施策略的激进度上有所不同。

### 信息率是主动管理的关键

表 5-4 展示了与表 5-3 中同样的三种信息率和三种残差风险厌恶系数选择下能够产生的附加值。在最好的情形中，附加值是每年 5%。这很可能超出了我们的预期。在最坏的情形中，附加值是每年 42 个基点 (0.42%)。

一位良好的投资经理 ( $IR = 0.50$ ) 实施保守的策略 ( $\lambda_R = 0.15$ , 因此  $\omega^* = 1.66$ ) 创造的附加值很可能还不能覆盖他的主动管理费。

表 5-4 附加值

IR	风险厌恶系数 $\lambda_R$		
	激进 (0.05)	适中 (0.10)	保守 (0.15)
卓越 (1.00)	5.00%	2.50%	1.67%
优秀 (0.75)	2.81%	1.41%	0.94%
良好 (0.50)	1.25%	0.63%	0.42%

本章前面我们讨论了一位投资经理的信息率，我们发现  $IR = 0.64$  且  $\lambda_R = 0.058$ ，因此他的附加值是每年 1.77%。

## 5.10 $\beta = 1$ 前沿

残差风险/残差收益率机会集在总风险/总收益率图中会是什么样子的？我们挑选的投资组合（假设不做任何择时）将落在  $\beta = 1$  前沿上。 $\beta = 1$  前沿是由全体具有单位贝塔值的有效组合构成的曲线，其中“有效”是指它们在各自预期收益率水平上是具有最小风险的单位贝塔值组合。这些组合不必是全额投资的。我们将在技术附录中更加完整地讨论这个概念。

图 5-7 比较了不同的有效前沿。普通的有效前沿是通过无风险资产 F 和组合 Q 的直线。全额投资有效前沿是起于组合 C 并通过组合 Q 的那条曲线。单位贝塔值有效前沿起于组合 B 并通过组合  $P^\ominus$ 。

业绩基准 B 的残差风险等于零，因此它是具有单位贝塔值的最小风险组合。其他所有  $\beta = 1$  的组合都具有相同的系统性风险，但更多的残差风险。

从图 5-7 来看，存在许多可选投资组合（ $\beta = 1$  前沿左侧的那些），它们在风险和预期收益率两个特征上完胜  $\beta = 1$  前沿上的组合，这迫使我们重新思考我们对目标函数“附加值”的定义是否合理。其实不必有这样的疑虑，因为这些“更好”的投资组合事实上具有很高的主动风险，持有这些组合的投资经理将自己暴露于可能产生较差的相对业绩的商业风险之中。

$\ominus$  P 是像我们这样的残差风险/残差收益率投资者持有的某个组合。——译者注

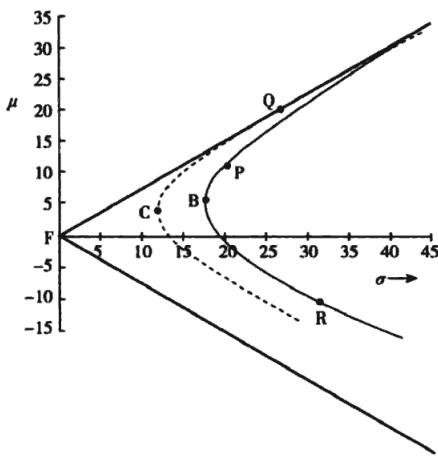


图 5-7

全额投资有效前沿和单位贝塔值有效前沿的交点位于一个带有更多约束的有效前沿——单位贝塔值全额投资有效前沿——之上。这个交点组合通常包含很高水平的残差风险。

如果我们要求自己的投资组合满足“无主动现金”的条件，那么我们面临的情形将由图 5-8 给出。单位贝塔值无主动现金有效前沿是一条顶点在业绩基准组合 B 处的抛物线，并且通过组合 Y。这条有效前沿结合了全额投资约束（假设业绩基准组合 B 是全额投资的）和  $\beta = 1$  约束。不带有“无主动现金”约束的机会集包含了带有这个约束的机会集。也就是说，约束条件缩小了我们的机会集。

## 5.11 直接预测阿尔法

我们已经决定相对于一个业绩基准来进行投资管理，并且（至少在第 19 章之前）放弃对业绩基准进行择时。我们需要的是一组阿尔法。在本书后面的章节中，我们将投入大量篇幅不断地讨论这个核心主题。不过在这里，我们想提前告知读者一个事实：通过少量工作产生一组初步的阿尔法值并不非常困难。一种产生初步阿尔法的方法就是从一组预期收益率开始，然后顺次执行第 4 章中描述的复杂流程。另一种方法是跳过中间步骤，直

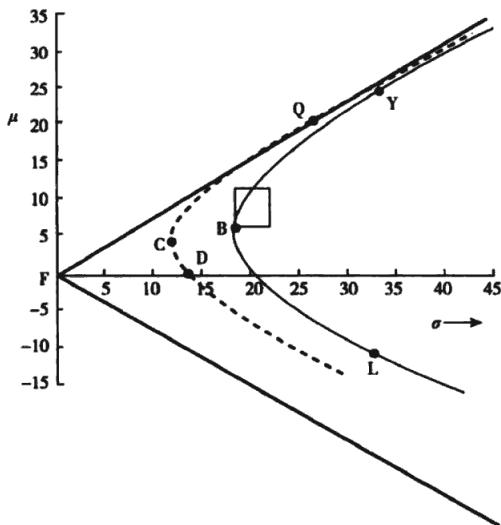


图 5-8

接预测阿尔法。事实上，在主动投资管理系统的开发中，一个重要的目标就是避免去预测对我们最终投资组合很可能没有影响的中间变量（例如业绩基准的预期收益率）。下面我们给出一个能够体现上述想法的例子，它将一组简单的股票排名转化为阿尔法预测。首先，将资产按排名划分为五档：强烈推荐买入，买入，持有，卖出，强烈推荐卖出。给这五档股票依次分配 2%，1%，0%，-1% 和 -2% 的阿尔法值。然后计算业绩基准组合的平均阿尔法。如果它等于零，流程结束；如果它不等于零（并没有机制保证它等于零），则对这组阿尔法值进行修正——在每只股票的原阿尔法值中减去业绩基准阿尔法值与该股票贝塔值的乘积。

这些修正后的阿尔法值将是业绩基准中性的。在无约束情形下，它们将引导投资经理持有一个贝塔值等于 1.00 的投资组合。<sup>②</sup>我们还可以考虑上述示例流程更加精细的版本。例如，我们可以首先将股票划分到若干个经

<sup>②</sup> 投资经理的目标是最大化  $\alpha_{PA}^T \cdot \alpha - \lambda_R \cdot h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA}$ 。在无约束情形下，最优解  $h_{PA}^*$  将满足一阶条件  $\alpha - 2 \cdot \lambda_R \cdot V \cdot h_{PA}^* = 0$ 。如果我们在这个一阶条件方程两边同时乘以业绩基准组合权重  $h_B$ ，然后根据  $h_B^T \cdot V = \sigma_B^2 \cdot \beta^T$  及  $\alpha_B = 0$ ，可以得到

$$0 = \alpha_B = h_B^T \cdot \alpha = 2 \cdot \lambda_R \cdot h_B^T \cdot V \cdot h_{PA}^* = 2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_B^2 \cdot \beta^T \cdot h_{PA}^* = 2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_B^2 \cdot \beta_{PA}^*$$

济板块中，然后在每个板块内按排名划分为强烈推荐买入、买入、持有、卖出、强烈推荐卖出这五档。

上述示例说明了两件事。第一，我们不需要激光般精确的阿尔法预测。我们将在第6章“主动管理基本定律”中看到，即使是最成功的阿尔法预测者，其精确度一般也是相对较低的。只要方向正确，任何保持流程简单性的做法都很可能弥补在阿尔法预测精度上的损失（精度损失通常在小数点后第2位或第3位上）。第二，正确地预测阿尔法可能很难，但直接预测阿尔法并不难。

## 5.12 实证观察

本节将更详细地考察主动投资经理的信息率和风险的实证结果。

前文中我们大致估计了费前信息率的“先验”分布。先验分布看起来适用于许多不同的资产类别，从股票到债券到国际化资产。这里我们给出一些先验分布背后的实证观察结果。

这些结果产生于文献 Kahn 和 Rudd (1995, 1997)，且部分结果在文献中已被讨论过了。它们来自对采用主动管理方式的美国股票型和债券型共同基金以及机构投资组合的分析。这些实证研究使用了风格分析（我们会在第17章“业绩分析”中描述）。这些分析使我们能够估计许多感兴趣的变量的经验分布。表5-5简要描述了产生这些结果的基础数据。测试使用的时间区间确实是较短的，毕竟一般而言，风格分析需要很长一段样本内时期来为每一只基金确定量身定制的业绩基准。总之，好消息是本节的统计结果都是样本外结果，坏消息是它们没有覆盖足够长的时期。

表 5-5

研究对象	样本量	计算时期
美国主动股票型共同基金	300	1991年1月~1993年12月
美国主动股票型机构投资组合	367	1995年10月~1996年12月
美国主动债券型共同基金	195	1993年4月~1994年9月
美国主动债券型机构投资组合	215	1995年10月~1996年12月

时间区间较短并不会对中位数的估计产生有偏影响，但它会导致较大

的样本误差，从而使分布变得更宽。<sup>②</sup>对于机构投资者组合，由于我们只有季度频率数据，样本数量更少，因此“样本分布比真实分布更宽”的问题变得更加严重。

表5-6和表5-7分别展示了股票和债券机构投资者信息率的经验分布。这两张表格大体上支持了表5-1中的“先验”分布，尤其是考虑到所有的实证结果都依赖于测试所选的时期、分析方法等因素。

表5-6 美国主动股票投资的信息率

分位数	共同基金		机构投资组合	
	费前	费后	费前	费后
90	1.33	1.08	1.25	1.01
75	0.78	0.58	0.63	0.48
50	0.32	0.12	-0.01	-0.15
25	-0.08	-0.33	-0.56	-0.72
10	-0.47	-0.72	-1.03	-1.25

表5-7 美国主动债券投资的信息率

分位数	共同基金		机构投资组合	
	费前	费后	费前	费后
90	1.14	0.50	1.81	1.29
75	0.50	-0.22	0.89	0.38
50	-0.11	-0.86	0.01	-0.57
25	-0.61	-1.50	-0.62	-1.37
10	-1.22	-2.21	-1.50	-2.41

对于股票投资者而言，实证数据显示前1/4的投资者能获得0.63~0.78的费前信息率，或是0.48~0.58的费后信息率。假设这些估计的标准误大约为0.05，并考虑到估计误差倾向于使这个分布变得更宽，那么上述实证结果基本上与表5-1是一致的。

债券投资经理的费前数据看起来和股票的结果类似，前1/4的投资经理的信息率分布于0.50~0.89。费后结果却和股票投资经理的结果相去甚

② 在极端情况下，想象一组包含300只基金的样本，每只基金都具有真值IR=0。我们将观察到一个信息率的样本分布。它的均值可能很好地贴近于IR=0，但只有当我们增加观察期长度时，该样本分布才会向零收缩。

远。对于这个现象更深入的讨论，请见 Kahn (1998)。

整体上看，根据这些实证结果，表 5-1 看起来是对费前信息率分布的一个非常好的先验估计。

我们还可以看看主动风险的分布。表 5-8 和表 5-9 展示了它们的分布。主动投资经理应该觉得这些风险信息很有用：它帮助投资经理参照全体主动投资经理的风险谱线确定自身的激进程度。

表 5-8 美国主动股票投资的年化主动风险

分位数	共同基金	机构投资组合
90	9.87%	9.49%
75	7.00%	6.47%
50	4.76%	4.39%
25	3.66%	2.85%
10	2.90%	1.93%

表 5-9 美国主动债券投资的年化主动风险

分位数	共同基金	机构投资组合
90	3.44%	1.89%
75	2.01%	0.98%
50	1.33%	0.61%
25	0.96%	0.41%
10	0.74%	0.26%

股票投资经理们的主动风险的中位数落在 4% ~ 5%。共同基金的风险和机构投资组合的风险相似；一个例外发生在风险谱线的低风险端，即机构投资经理提供了更低风险的产品。

再来看主动管理的国内债券投资经理的情况，共同基金和机构投资组合的主动风险分布差异很大，但二者都显著低于主动股票投资的风险。债券共同基金的主动风险的中位数为 1.33%，而机构债券投资组合的主动风险的中位数仅为 0.61%。

## 5.13 总结

我们为残差风险和残差收益率的投资管理建立了一个简单的框架。在

这个框架中，有两个关键组件：

- 信息率——衡量了我们的机会集；
- 残差风险厌恶系数——衡量了我们发掘那些机会的意愿。

这两个组件决定了我们的最优残差风险水平（式（5-10）），以及我们创造附加值的能力（式（5-12））。在下一章中，我们将揭示决定信息率的结构。

## 5.14 问题

1. 一位被动投资经理的信息率大约为多少？
2. 如果风险厌恶系数是 0.10（中等水平），那么为了创造 2.5% 的风险调整收益率，需要多高的信息率？在该情形下，投资经理需要承担多高的主动风险？

3. 从主要市场指数（MMI）的成分股开始，我们作出如下假设：

$Q$  是 MMI 组合；

$f_Q = 6\%$ ；

$B$  是市值加权 MMI 组合。

我们计算得到（截至 1995 年 1 月）：

组合	对 $B$ 的贝塔值	对 $Q$ 的贝塔值	$\sigma$
$B$	1.000	0.965	15.50%
$Q$	1.004	1.000	15.82%
$C$	0.865	0.831	14.42%

其中组合  $C$  是最小风险（全额投资）组合。对于每一个组合（ $Q$ 、 $B$  和  $C$ ），计算  $f$ 、 $\alpha$ 、 $\omega$ 、 $SR$  和  $IR$ 。

4. 你的残差风险厌恶系数为  $\lambda_R = 0.12$ ，信息率为  $IR = 0.60$ 。那么你的最优残差风险水平是多少？你的最优附加值是多少？
5. 哎呀！很遗憾，你的信息率实际上只有  $IR = 0.30$ 。那么如果你根据问题 4 的结果设置你的残差风险水平，你会损失多少附加值？
6. 你是一位主动投资经理，具有信息率  $IR = 0.50$ （前 1/4），并且目标残差风险水平是 4%。当残差风险厌恶系数是多少时，会得到这样的残差

风险水平？

## 5.15 参考文献

- Ambachtsheer, Keith. "Where are the Customer's Alphas?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 4, no. 1, Fall 1977, pp. 52-56.
- Goodwin, Thomas H. "The Information Ratio." *Financial Analysts Journal*, vol. 54, no. 4, July/August 1998, pp. 34-43.
- Kahn, Ronald N. "Bond Managers Need to Take More Risk." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 3, Spring 1998, pp. 70-76.
- Kahn, Ronald N., and Andrew Rudd. "Does Historical Performance Predict Future Performance?" *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 6, November/December 1995, pp. 43-52.
- . "The Persistence of Equity Style Performance: Evidence from Mutual Fund Data." In *The Handbook of Equity Style Management*, 2d ed., edited by Daniel T. Coggin, Frank J. Fabozzi, and Robert Arnott (New Hope, PA: Frank J. Fabozzi Associates), 1997, pp. 257-267.
- . "The Persistence of Fixed Income Style Performance: Evidence from Mutual Fund Data." In *Managing Fixed Income Portfolios*, edited by Frank J. Fabozzi (New Hope, PA: Frank J. Fabozzi Associates), 1997, pp. 299-307.
- Roll, Richard. "A Mean/Variance Analysis of Tracking Error." *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, no. 4, Summer 1992, pp. 13-23.
- Rosenberg, Barr. "Security Appraisal and Unsystematic Risk in Institutional Investment." *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices* (Chicago: University of Chicago Press), November 1976, pp. 171-237.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d ed.. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Sharpe, William F. "The Sharpe Ratio." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 1, Fall 1994, pp. 49-59.
- Treynor, Jack, and Fischer Black. "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection." *Journal of Business*, vol. 46, no. 1, January 1973, pp. 66-86.

## 5.16 技术附录

### 阿尔法的特征组合

我们的基本输入是一组资产的阿尔法（alpha）向量： $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 。资产  $n$  的阿尔法是对资产  $n$  的预期残差收益率的预测，其中“残差”是相对于业绩基准组合定义的。因为阿尔法是对残差收益率的预测，所以业绩基准和无风险资产的阿尔法值显然为零，即  $\alpha_B = \alpha_F = 0$ 。

阿尔法向量的特征组合（请见第2章附录）将尽可能有效地发掘阿尔法向量中的信息。我们称组合 A 为阿尔法向量的特征组合：

$$h_A = \frac{V^{-1} \cdot \alpha}{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha} \quad (5A-1)$$

组合 A 具有单位阿尔法暴露，即  $h_A^T \cdot \alpha = 1$ ，并且在所有满足这样性质的投资组合中具有最小风险。组合 A 的方差是

$$\sigma_A^2 = h_A^T \cdot V \cdot h_A = \frac{1}{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha} \quad (5A-2)$$

此外，我们可以反过来用组合 A 定义阿尔法向量：

$$\alpha = \frac{V \cdot h_A}{\sigma_A^2} \quad (5A-3)$$

## 信息率

对任意满足  $\omega_p > 0$  的投资组合 P，定义  $IR_p$  为

$$IR_p = \frac{\alpha_p}{\omega_p} \quad (5A-4)$$

如果  $\omega_p = 0$ ，我们就定义  $IR_p = 0$ 。我们称  $IR_p$  为投资组合 P 的信息率。对给定的一组  $\{\alpha_n\}$ ，我们定义其信息率为  $IR_p$  的最大可能数值，即

$$IR = \text{Max}\{|IR_p| | P|\} \quad (5A-5)$$

在第 2 章的技术附录中，我们确定了组合 Q 是具有最高夏普率的全额投资组合（夏普率是预期超额收益率与风险之比值）。组合 Q 在所有组合 P 中最大化了  $f_p/\sigma_p$ 。在本技术附录中，我们将建立组合 Q、组合 A 以及信息率之间的联系。

组合 A 具有下列有趣的属性：

### 命题 1

1. 组合 A 的贝塔值等于 0，即  $\beta_A = \beta^T \cdot h_A = 0$ 。因此组合 A 通常同时具有多空头寸。

2. 组合 A 具有最高的信息率：

$$IR = IR_A = \sqrt{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha} \geq IR_p, \forall P \quad (5A-6)$$

3. 组合 A 的总风险和残差风险都等于 IR 的倒数：

$$\omega_A = \sigma_A = \frac{1}{IR} \quad (5A-7)$$

4. 任意可以写成如下形式的组合 P：

$$\mathbf{h}_p = \beta_p \cdot \mathbf{h}_B + \alpha_p \cdot \mathbf{h}_A (\alpha_p > 0) \quad (5A-8)$$

都具有最高  $IR$ , 即  $IR_p = IR_0$ 。

5. 组合 Q 是业绩基准组合和组合 A 的某种混合:

$$\mathbf{h}_Q = \beta_Q \cdot \mathbf{h}_B + \alpha_Q \cdot \mathbf{h}_A \quad (5A-9)$$

其中

$$\beta_Q = \frac{f_B \cdot \sigma_Q^2}{f_Q \cdot \sigma_B^2} \quad (5A-10)$$

$$\alpha_Q = \frac{\sigma_Q^2}{f_Q \cdot \omega_A^2} \quad (5A-11)$$

因此  $IR_Q = IR_0$ 。组合 Q 具有与组合 A 相同的信息率。

6. 组合 A 在风险资产中上的总持仓权重为

$$\epsilon_A = \frac{\alpha_c \cdot \omega_A^2}{\sigma_c^2} \quad (5A-12)$$

7. 令  $\theta_p$  表示任意投资组合 P 的残差收益率。那么组合 P 的信息率为

$$IR_p = IR_Q \cdot \text{Corr}[\theta_p, \theta_Q] \quad (5A-13)$$

8. (最高) 信息率与组合 Q 的 (最高) 夏普率有关:

$$IR = \frac{\alpha_Q}{\omega_Q} = SR \cdot \left( \frac{\omega_Q}{\sigma_Q} \right) \quad (5A-14)$$

9. 我们可以将阿尔法表达为:

$$\alpha = IR \cdot \left( \frac{V \cdot \mathbf{h}_A}{\omega_A} \right) = IR \cdot MCRR_Q \quad (5A-15)$$

式 (5A-15) 是一个重要的结果。它将资产的阿尔法值与该资产的残差风险边际贡献直接关联起来, 关联系数正是信息率 (一个常数)。因此, 主动投资经理应该不断检查自己持有的投资组合中各资产的残差风险边际贡献。例如, 如果一位投资经理具有信息率 0.5, 那么残差风险边际贡献的一半应该等于他的阿尔法预测。这是一项非常有用的检查, 尤其是对手工构建的组合 (相反的情形是用一个优化器构建的组合)。

10. 业绩基准的夏普率与最高信息率和最高夏普率有关:

$$SR_B^2 = SR^2 - IR^2 \quad (5A-16)$$

证明 我们将直接证明上述性质。

对于结论 1, 首先回忆第 2 章技术附录中的概念:  $\mathbf{h}_B$  是贝塔向量的特

征组合，而  $\mathbf{h}_A$  是阿尔法向量的特征组合。于是我们有  $\sigma_{B,A} = \beta_A \cdot \sigma_B^2 = \alpha_B \cdot \sigma_A^2$ ，因此从  $\alpha_B = 0$  可以推出  $\beta_A = 0$ 。 $\alpha_B = 0$  并不奇怪：贝塔向量的特征组合在单位贝塔值组合中具有最小风险，它具有零残差收益率，从而也具有零阿尔法。组合 A 在单位阿尔法值组合中具有最小风险。由于它的赌注下在残差收益率中，我们将预期它具有最小的系统性风险，即  $\beta_A = 0$ 。

对于结论 2，考虑任意组合 L，设其组合权重为  $\mathbf{h}_L$ 。对任意  $\beta_P$  和标量  $\kappa > 0$ ，我们可以构建另一个组合 P，它的组合权重为

$$\mathbf{h}_P = \beta_P \cdot \mathbf{h}_B + \kappa \cdot (\mathbf{h}_L - \beta_L \cdot \mathbf{h}_B) \quad (5A-17)$$

容易看出，组合 P 和组合 L 的残差组合头寸是成比例的，因此有  $\alpha_P = \kappa \cdot \alpha_L$  以及  $\omega_P = \kappa \cdot \omega_L$ ，进而有  $IR_P = IR_L$ 。这说明，在寻找具有最高信息率的投资组合时，我们可以将搜索范围限制在具有零贝塔和单位阿尔法的组合中。根据定义，组合 A 恰是这些组合中具有最小风险的组合，因此组合 A 具有最高信息率。

对于结论 3，只需利用式 (5A-2) 和式 (5A-6) 以及  $\beta_A = 0$  就可以验证。

对于结论 4，只需利用式 (5A-17) 即可验证，其中 L 取为组合 A，并取  $\kappa = \alpha_P > 0$ 。

对于结论 5，将预期超额收益率写为：

$$f = f_B \cdot \beta + \alpha = f_B \cdot \left( \frac{V \cdot \mathbf{h}_B}{\sigma_B^2} \right) + \left( \frac{V \cdot \mathbf{h}_A}{\sigma_A^2} \right) \quad (5A-18)$$

另一方面，由于组合 Q 与 f 的特征组合成比例，得到

$$f = f_Q \cdot \left( \frac{V \cdot \mathbf{h}_Q}{\sigma_Q^2} \right) \quad (5A-19)$$

将式 (5A-19) 代入式 (5A-18) 并在两端左乘  $V^{-1}$ ，得到

$$\left( \frac{f_Q}{\sigma_Q^2} \right) \cdot \mathbf{h}_Q = \left( \frac{f_B}{\sigma_B^2} \right) \cdot \mathbf{h}_B + \left( \frac{1}{\sigma_A^2} \right) \cdot \mathbf{h}_A \quad (5A-20)$$

在式 (5A-20) 两端左乘  $(\sigma_Q^2/f_Q)$ ，并且注意到  $\sigma_A = \omega_A$ ，于是推出

$$\mathbf{h}_Q = \left( \frac{f_B \cdot \sigma_Q^2}{f_Q \cdot \sigma_B^2} \right) \cdot \mathbf{h}_B + \left( \frac{\sigma_Q^2}{f_Q \cdot \omega_A^2} \right) \cdot \mathbf{h}_A \quad (5A-21)$$

这样就证明了式 (5A-9) ~ 式 (5A-11)，而结论 4 告诉我们  $IR_Q = IR$ 。

对于结论 6，我们知道组合 C 是全 1 向量  $\mathbf{e}$  的特征组合，因此  $\sigma_{C,A} = e_A \cdot$

$$\sigma_c^2 = \alpha_c \cdot \sigma_A^2 = \alpha_c \cdot \omega_A^2.$$

对于结论 7，对任意组合 P，我们可以将其阿尔法值写为

$$\alpha_p = h_p^T \cdot \alpha = \frac{h_p^T \cdot V \cdot h_A}{\omega_A^2} = IR \cdot \left( \frac{h_p^T \cdot V \cdot h_A}{\omega_A} \right) \quad (5A-22)$$

式 (5A-22) 的推导中我们利用了结论 3。因为组合 A 具有零贝塔值，我们可以写出

$$h_p^T \cdot V \cdot h_A = \text{Cov}\{r_p, r_A\} = \text{Cov}\{\theta_p, \theta_A\} \quad (5A-23)$$

其中  $\theta_p$  和  $\theta_A$  分别是组合 P 和组合 A 的残差收益率。如果我们在式 (5A-22) 两端同时除以组合 P 的残差风险  $\omega_p$ ，就得到

$$\frac{\alpha_p}{\omega_p} = IR_p = IR \cdot \left( \frac{\text{Cov}\{\theta_p, \theta_A\}}{\omega_p \cdot \omega_A} \right) = IR \cdot \text{Corr}\{\theta_p, \theta_A\} \quad (5A-24)$$

注意到  $\theta_q = \alpha_q \cdot \theta_A$  (根据式 (5A-9))，所以组合 A 和组合 Q 的残差收益率之间是完全相关的，因此  $\text{Corr}\{\theta_p, \theta_A\} = \text{Corr}\{\theta_p, \theta_q\}$ ，代入式 (5A-24) 即得结论 7。

对于结论 8，我们从式 (5A-11) 开始，在它的两端同时除以  $\alpha_q$ ，得到  $1 = \sigma_q^2 / (f_q \cdot \alpha_q \cdot \omega_A^2) = \sigma_q^2 / (SR \cdot \omega_q \cdot \omega_A) = \sigma_q^2 / IR / (SR \cdot \omega_q)$ ，之后即得结论 8。推导过程中我们用到了  $\omega_q = \alpha_q \cdot \omega_A$ ， $SR = f_q / \sigma_q$  和  $IR = 1 / \omega_A$ 。

对于结论 9，我们利用式 (5A-3) 以及  $IR = \frac{1}{\omega_A}$  推出结论 9 中的第一个等号。我们知道组合 Q 中的资产 n 的残差收益率边际贡献为  $\text{Cov}\{\theta_q, \theta_n\} / \omega_q$ ，即  $MCRR_q = V \cdot h_{qn} / \omega_q$ ，其中  $h_{qn}$  是组合 Q 的残差头寸。根据式 (5A-9)，我们知道  $h_{qn} = \alpha_q \cdot h_A$  及  $\omega_q = \alpha_q \cdot \omega_A$ 。代入  $MCRR_q$  的表达式即得结论 9 中的第二个等号。

对于结论 10，首先将  $SR^2$  写为： $SR^2 = (f_q / \sigma_q)^2 = 1 / \sigma_q^2 = f^T \cdot V^{-1} \cdot f$ ，这利用了第 2 章技术附录中组合 q 的定义和式 (2A-2)。根据阿尔法的定义，我们有  $f = \alpha + \beta \cdot f_B$ ，代入  $SR^2$  表达式的右端并展开，得到  $SR^2 = \alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha + f_B^T \cdot \beta^T \cdot V^{-1} \cdot \beta + 2 \cdot f_B \cdot \alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \beta$ 。先看右端第一项， $\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha = IR^2$ ；再看右端第二项， $f_B^T \cdot \beta^T \cdot V^{-1} \cdot \beta = f_B^T / \sigma_B^2 = SR_B^2$ ；最后证明右端第三项等于零， $\alpha^T \cdot (V^{-1} \cdot \beta) = \alpha^T \cdot (h_B / \sigma_B^2) = \alpha_B / \sigma_B^2 = 0$ ，其中用到了特征  $\beta$  和相应特征组合  $h_B$  的转化关系以及  $\alpha_B = 0$ 。至此得到  $SR^2 = IR^2 + SR_B^2$ ，结论 10 获证。

## 最优投资政策和最优附加值

组合 A 是寻找最优残差头寸的关键。考虑如下优化问题：

$$VA = \text{Max} \{ h_p^T \cdot \alpha - \lambda_R \cdot h_p^T \cdot VR \cdot h_p \} \quad (5A-25)$$

### 命题 2

式 (5A-25) 的最优解是

$$h_p = \beta_p \cdot h_B + \left( \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega_A} \right) \cdot h_A \quad (5A-26)$$

其中  $\beta_p$  是任意的。

最优解的附加值是

$$VA = \frac{IR^2}{4 \cdot \lambda_R} \quad (5A-27)$$

最优解的残差波动率是

$$\omega_p = \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R} \quad (5A-28)$$

证明 式 (5A-25) 定义的优化问题的一阶条件是

$$\alpha = 2 \cdot \lambda_R \cdot (V - \beta \cdot \sigma_B^2 \cdot \beta^T) \cdot h_p \quad (5A-29)$$

任何可行解  $h_p$  是最优解当且仅当  $h_p$  满足式 (5A-29)。令  $\beta_p = \beta^T \cdot h_p$ , 于是有

$$\alpha + 2 \cdot \lambda_R \cdot \beta \cdot \sigma_B^2 \cdot \beta_p = 2 \cdot \lambda_R \cdot V \cdot h_p \quad (5A-30)$$

式 (5A-30) 中, 以式 (5A-3) 代替  $\alpha$ , 并且用  $V \cdot h_B$  代替  $\beta \cdot \sigma_B^2$ , 得到

$$IR \cdot \left( \frac{V \cdot h_A}{\omega_A} \right) + 2 \cdot \lambda_R \cdot \beta_p \cdot V \cdot h_B = 2 \cdot \lambda_R \cdot V \cdot h_p \quad (5A-31)$$

在式 (5A-31) 两端左乘  $V^{-1}$ , 并除以  $2 \cdot \lambda_R$ , 即得式 (5A-26)。注意到  $h_A / \omega_A$  具有单位残差波动率, 进而从式 (5A-26) 可以直接得到式 (5A-28)。将式 (5A-26) 代入附加值目标函数的表达式, 整理后即得式 (5A-27)。

注意到  $h_p$  的贝塔值等于  $\beta_p$ , 因此我们的讨论是前后一致的。贝塔值的改变显然不影响目标函数值 (式 (5A-25)): 首先, 阿尔法向量是业绩基准中性的, 因此式 (5A-25) 中的阿尔法部分不受组合贝塔值影响; 再者, 残差风险部分是独立于组合贝塔的, 所以也不受组合贝塔值的影响。

### $\beta=1$ 主动前沿

截至此处，我们的分析将引导我们识别一组具有单位贝塔值，并在给定预期收益率水平上具有最小风险的有效组合。这些组合是机构投资经理所感兴趣的（其中一个原因是我们将业绩基准择时问题推迟到本书后部讨论）。如果我们要求贝塔值等于1，那么风险和预期收益率将满足

$$\sigma_p^2 = \sigma_B^2 + \omega_p^2 \quad (5A-32)$$

$$f_p = f_B + \alpha_p \quad (5A-33)$$

业绩基准组合是具有单位贝塔值的组合中风险最小的组合。业绩基准B是 $\beta=1$  前沿的顶点，就像组合C是全额投资有效前沿的顶点那样。落在 $\beta=1$  有效前沿上的投资组合必须具有单位贝塔值以及最高的阿尔法/残差风险比率。这些组合的阿尔法与残差风险之比必然等于信息率，它们也因此落在预期残差收益率/残差风险图中的有效前沿上。它们的残差方差为：

$$\omega_p^2 = \frac{\alpha_p^2}{IR^2} \quad (5A-34)$$

结合以上3个等式，我们就得到了 $\beta=1$  有效前沿的方程式：

$$\sigma_p^2 = \sigma_B^2 + \left( \frac{1}{IR^2} \right) \cdot (f_p - f_B)^2 \quad (5A-35)$$

### 主动头寸Y：无主动现金和无主动贝塔

组合A在具有单位阿尔法值的组合中具有最小方差。然而，我们发现组合A往往具有较大的正向或负向现金暴露。在主动管理中，我们常常希望在偏离业绩基准和有效利用阿尔法的过程中，能够保持无主动现金或主动贝塔的状态。但是从命题1的结论6可以看出， $e_A=0$  当且仅当 $\alpha_C=0$ 。这里我们将引入一个新的组合——组合Y，并讨论它的特殊属性。在下一节中，我们将证明组合Y就是在无主动现金和无主动贝塔的约束下，组合优化问题的最优解。

我们首先来定义组合C的残差组合CR

$$h_{CR} = h_C - \beta_C \cdot h_B \quad (5A-36)$$

组合Y被定义为组合A和组合CR的如下组合：

$$\mathbf{h}_Y = \frac{\mathbf{h}_A}{\omega_A} - \left( \frac{IR_c}{IR} \right) \cdot \left( \frac{\mathbf{h}_{CR}}{\omega_c} \right) \quad (5A-37)$$

### 命题3

组合 Y 具有以下属性：

1. 组合 Y 的贝塔值等于零，即  $\beta_Y = 0$ 。
2. 组合 Y 的总方差和残差方差由下式给出：

$$\omega_Y^2 = 1 - \left( \frac{IR_c}{IR} \right)^2 \quad (5A-38)$$

3. 组合 Y 的阿尔法值为

$$\alpha_Y = IR \cdot \left[ 1 - \left( \frac{IR_c}{IR} \right)^2 \right] \quad (5A-39)$$

4. 组合 Y 的现金头寸是零，即  $e_Y = 0$ 。注意到 Y 是一个主动头寸，性质 4 确保了组合 Y 的多头风险资产与空头风险资产的市值是恰好相抵的，因此组合 Y 的现金头寸必然等于零。

5. 组合 Y 的信息率为：

$$IR_Y = IR \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{IR_c}{IR} \right)^2} = IR \cdot \sqrt{1 - \text{Corr}^2(\theta_Q, \theta_C)} \quad (5A-40)$$

证明<sup>⊖</sup>对于结论 1，因为组合  $\mathbf{h}_Y$  是两个零贝塔值组合  $\mathbf{h}_A$  和  $\mathbf{h}_{CR}$  的线性组合，因此它的贝塔值也等于零。

对于结论 2，利用式 (5A-37) 计算  $\mathbf{h}_Y$  的方差：

$$\omega_Y^2 = \text{Var}(\mathbf{h}_Y) = 1 + \left( \frac{IR_c}{IR} \right)^2 - 2 \cdot \frac{IR_c}{IR} \cdot \frac{\sigma_{A,CR}}{\omega_A \cdot \omega_c}$$

注意到组合 CR 是组合 C 的残差头寸，因此  $\sigma_{A,CR} = \sigma_{A,C}$ 。根据式 (2A-4) 有  $\sigma_{A,C} = \alpha_C \cdot \omega_A^2$ ，于是  $\sigma_{A,CR} = \alpha_C \cdot \omega_A^2$ ，代入上式，整理后即得结论 2。

对于结论 3，利用式 (5A-37) 计算组合 Y 的阿尔法：

$$\alpha_Y = \alpha^T \cdot \mathbf{h}_Y = \frac{1}{\omega_A} - \frac{IR_c}{IR} \cdot \frac{\alpha_{CR}}{\omega_c} = IR - \frac{IR_c}{IR} \cdot \frac{\alpha_C}{\omega_c} = IR - \frac{IR_c}{IR} \cdot IR_c$$

对于结论 4，同样利用式 (5A-37) 计算组合 Y 对特征向量  $e$  的暴露度：

---

<sup>⊖</sup> 由于原本中证明较为简略，译本中做了适当补充。——译者注

$$e_Y = \frac{e_A}{\omega_A} - \frac{IR_c}{IR} \cdot \frac{e_{CR}}{\omega_c} = \frac{e_A}{\omega_A} - \frac{\alpha_c}{IR} \cdot \frac{e_{CR}}{\omega_c^2}$$

注意到

$$e_{CR} = e^T \cdot h_{CR} = 1 - \beta_c \cdot e_B$$

以及

$$\begin{aligned}\omega_c^2 &= \sigma_c^2 - \beta_c^2 \cdot \sigma_B^2 = \sigma_c^2 - \beta_c \cdot (\beta_c \cdot \sigma_B^2) \\ &= \sigma_c^2 - \beta_c \cdot (e_B \cdot \sigma_c^2) = \sigma_c^2 (1 - \beta_c \cdot e_B)\end{aligned}$$

代入前式，得到

$$e_Y = \frac{e_A}{\omega_A} - \frac{\alpha_c}{IR} \cdot \frac{1}{\sigma_c^2} = \frac{e_A}{\omega_A} - \alpha_c \cdot \omega_A \cdot \frac{1}{\sigma_c^2} = \frac{e_A \cdot \sigma_c^2 - \alpha_c \cdot \omega_A^2}{\omega_A \cdot \sigma_c^2} = 0$$

上式中最后一步是因为  $e_A \cdot \sigma_c^2 = \alpha_c \cdot \sigma_A^2 = \alpha_c \cdot \omega_A^2$ 。

结论 5 是结论 2 和结论 3 的直接推论。

### 最优无主动贝塔、无主动现金组合

组合 Y 与寻找最优无主动贝塔、无主动现金组合的问题紧密相关。这个优化问题的数学表述为：

$$\text{Max} \{ h_p^T \cdot \alpha - \lambda_R \cdot h_p^T \cdot VR \cdot h_p \} \quad (5A-41)$$

约束条件： $\beta^T \cdot h_p = 1$  且  $e^T \cdot h_p = e_B$ 。

#### 命题 4

式 (5A-41) 的最优解是

$$h_p = h_B + \left( \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R} \right) \cdot h_Y \quad (5A-42)$$

**证明** 对组合贝塔的约束条件说明最优解必然具有  $h_p = h_B + h_{PR}$  的形式，其中  $h_{PR}$  是残差头寸并需要满足无主动现金的约束条件，即  $e^T \cdot h_{PR} = 0$ 。于是将上述关于  $h_p$  的优化问题转化为关于  $h_{PR}$  的优化问题：

$$\text{Max} \{ h_{PR}^T \cdot \alpha - \lambda_R \cdot h_{PR}^T \cdot VR \cdot h_{PR} \}$$

约束条件： $\beta^T h_{PR} = e^T h_{PR} = 0$ 。利用 Lagrange 乘法求解此带约束的优化问题。

为了简化表达，我们定义贝塔约束和现金约束的 Lagrange 乘子依次为  $2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_B^2 \cdot \phi$  和  $2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_c^2 \cdot \pi$  的，于是最优解的一阶条件为：

$$\alpha + (2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_B^2 \cdot \phi) \cdot \beta + (2 \cdot \lambda_R \cdot \sigma_c^2 \cdot \pi) \cdot e = 2 \cdot \lambda_R \cdot VR \cdot h_{PR}$$

$$(5A-43)$$

在上式两端左乘  $V^{-1}$ ，并利用特征组合 A、B 和 C 的定义，得到

$$h_{PR} = \left( \frac{IR^2}{2 \cdot \lambda_R} \right) \cdot h_A + \phi \cdot h_B + \pi \cdot h_C \quad (5A-44)$$

利用贝塔约束和现金头寸约束可以确定式 (5A-44) 中的参数  $\phi$  和  $\pi$ ，再利用  $\omega_c^2 = \sigma_c^2 \cdot (1 - \beta_c \cdot e_b)$  来简化，得到

$$\pi = \frac{-\alpha_c}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega_c^2} \quad (5A-45)$$

$$\phi = -\pi \cdot \beta_c \quad (5A-46)$$

将它们代入式 (5A-44)，经过简单整理就得到  $h_{PR} = \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R} h_Y$ ，从而得证。

至此，本章技术附录已经讨论了残差风险和残差收益率管理中涉及的各种关键组合，并且分析了它们如何影响我们对信息率的理解。下面，我们将讨论信息率的两个较常用的属性：信息率的量级如何随投资时间尺度变化以及如何随阿尔法的量级变化。

### 命题 5

考虑一段长为  $T$  年的时期。如果任意两段不重叠的时间区间上的残差收益率是独立的，并且任意长度相同的时间区间上的残差收益率具有相同的期望值和标准差，那么在这段时期  $[0, T]$  上，预期残差收益率与残差风险的比值（即时期  $[0, T]$  上的信息率）随  $T$  的平方根增长。

**证明** 将时期  $[0, T]$  等分为  $K$  个子区间，每个区间的时长为  $\Delta t = T/K$ 。用  $k = 1, 2, \dots, K$  为这些子区间依次编号，区间  $k$  表示从时点  $(k-1) \cdot \Delta t$  到时点  $k \cdot \Delta t$ 。令  $\theta(k)$  表示区间  $k$  上的残差收益率，令  $\theta = \sum_k \theta(k)$  表示整个时期  $[0, T]$  上的残差收益率，由于每个子区间  $k$  上的残差收益率  $\theta(k)$  具有相同的期望值，故将其设为  $\alpha = E[\theta(k)]$ ，于是有

$$E[\theta] = E\left\{\sum_k \theta(k)\right\} = K \cdot E\{\theta(k)\} = K \cdot \alpha \quad (5A-47)$$

同时，每个  $\theta(k)$  具有相同的方差，设为  $Var\{\theta(k)\} = \omega^2$ 。由于不同子区间上的  $\theta(k)$  之间相互独立，我们有

$$Var[\theta] = Var\left\{\sum_k \theta(k)\right\} = K \cdot Var\{\theta(k)\} = K \cdot \omega^2 \quad (5A-48)$$

于是

$$Std[\theta] = \sqrt{K} \cdot \omega \quad (5A-49)$$

因此

$$\frac{E[\theta]}{\text{Std}[\theta]} = \sqrt{K} \cdot \left( \frac{\alpha}{\omega} \right) = \sqrt{\frac{T}{\Delta t}} \cdot \left( \frac{\alpha}{\omega} \right) \quad (5A-50)$$

得证。特别地，年化信息率为  $\sqrt{1/\Delta t} \cdot (\alpha/\omega)$ 。

### 命题 6

信息率线性依赖于输入的阿尔法向量。

**证明** 利用式 (5A-6)，当我们把  $\alpha$  缩放为原来的  $\pi$  倍时，方程左端  $IR$  也缩放为原来的  $\pi$  倍，即新的信息率为  $\pi \cdot IR$ 。

这个显而易见的结论非常有用。实践中的一个重要问题就是我们容易输入过于乐观的阿尔法向量，以至于优化出的组合突破了任何合理的风险控制。在这种情况下，我们通常要对阿尔法向量进行量级收缩调整。任给一个阿尔法列向量，我们可以计算（可以借助于标准的计算机程序）其隐含信息率  $IR_0 = \sqrt{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha}$ 。假设我们发现  $IR_0 = 2.46$ ，根据本章中描述的信息率的经验分布，我们知道 0.75 左右的数值更为合理。如果我们在原阿尔法向量上乘以收缩系数  $\pi = 0.75/2.46$ ，那么新阿尔法向量的隐含信息率将为 0.75。我们可以将收缩后的阿尔法向量输入优化程序，并选择一个合理水平的主动风险厌恶系数（例如  $\lambda = 0.10$ ），这样我们预期能得到比较靠谱的优化结果。

### 练习

#### 1. 证明

$$\left( \frac{f_Q}{\sigma_Q} \right)^2 = \left( \frac{f_B}{\sigma_B} \right)^2 + IR^2$$

#### 2. 证明

$$\beta_Q = \frac{\beta_c \cdot f_B}{\beta_c \cdot f_B + \alpha_c}$$

注意  $\beta_c = (\sigma_c/\sigma_B)^2$ 。在不进行基准择时的情形下，即  $f_B = \mu_B$  时，组合 C 的阿尔法是决定组合 Q 的贝塔的关键因素。

### 应用练习

在下述练习中，我们假设：

组合 B 是 CAPMMI；

组合 Q 是 MMI；

$$f_Q = 6\%.$$

应用练习 1、2 和 3 与本章正文末尾的问题 3 紧密相关，区别在于此处读者需要自己寻找所有的相关数据。

1. 组合 B、Q 和 C 的预期超额收益率和预期残差收益率分别是多少？
2. 组合 B、Q 和 C 的总风险和残差风险分别是多少？
3. 组合 B、Q 和 C 的夏普率以及信息率分别是多少？
4. 验证式 (5A-16)。
5. 验证练习 2 中的等式。

# 第6章

## 主动管理基本定律

### 6.1 导言

在第5章中，信息率在我们对主动策略的研究中扮演了“设想的开罐器”的角色。本章我们要给这个“开罐器”一些实质，去寻找决定投资策略信息率的关键属性。

本章介绍的真知非常有用，它指导我们制定高效的研究计划，并帮助我们提高投资策略的质量。本章真知包括：

- 投资策略的广度（breadth）就是它每年作出的独立的主动投资决策的数目。
- 投资经理的能力（skill）用信息系数来衡量，就是预测值和实现值之间的相关系数。
- 主动管理基本定律利用广度和能力来解释信息率。
- 主动管理基本定律的可加性，能够把投资策略的附加值归因到其各个组成部分上。

### 6.2 基本定律

信息率衡量了主动投资经理的机会集。假设投资经理能够以均值/方差有效的方式利用其机会集，那么该经理的附加值将正比于其信息率的平方。

在第5章中我们看到，所有的投资者都在寻找具有最高信息率的投资策略和投资经理。在本章中，我们将研究如何获得较高的信息率。

主动管理基本定律，一个简单却意外通用的公式，给出了信息率的一种近似表达。我们将在技术附录中推导这个公式。这条定律基于投资策略的两个属性：广度和能力。投资策略的广度是它每年作出的独立投资决策的数目；投资策略的能力以信息系数来衡量，代表了这些投资决策的质量。正式的定义如下：

- ▶ BR (breadth)：投资策略的广度。广度定义为策略每年对超常收益率作出的独立预测的数目。
- ▶ IC (information coefficient)：投资经理的信息系数。信息系数定义为每个预测与实现结果之间的相关系数。为了简化分析，我们假设所有预测的 IC 是相同的。

基本定律通过以下（近似成立的）公式将广度、能力与信息率联系在一起：

$$IR = IC \cdot \sqrt{BR} \quad (6-1)$$

式(6-1)的近似处理在于它忽略了我们的预测在降低风险方面的作用。对于相对较低的 IC (低于 0.1) 而言，预测导致的风险降低量是极小的。我们将在后面的章节中详细讨论这一近似。

为了将信息率从 0.5 提高到 1.0，我们或者将能力翻倍，或者将广度增加到原来的 4 倍，或者采用二者的某种结合。

在第5章中，我们建立了残差风险水平与信息率之间的关系（式(5-10)）。借助于主动管理基本定律，我们可以用能力和广度来重新表达上述关系：

$$\omega^* = \frac{IR}{2\lambda_R} = \frac{IC \cdot \sqrt{BR}}{2\lambda_R} \quad (6-2)$$

我们看到，最优的激进程度正比于能力，同时也正比于广度的平方根。广度越高，我们就有越多的机会在不同的主动赌注之间分散风险，从而可以适当增加整体激进水平  $\omega^*$ 。能力越高，我们成功的概率就越大，预期收获也越大，因此我们愿意承担更多风险。

投资经理能创造的附加值依赖于他的信息率（式(5-12)）。我们可以

将投资经理创造附加值的能力表述为能力和广度的函数：

$$VA^* = \frac{IR^2}{4 \lambda_R} = \frac{IC^2 \cdot BR}{4 \lambda_R} \quad (6-3)$$

投资策略创造的附加值（风险调整收益率）随着它的广度和能力的平方增长。

基本定律告诉我们主动管理中的一些重要真谛，但它并不是一个操作层面的工具。投资经理应该明白增加投资策略的广度  $BR$ ——通过覆盖更多的股票或缩短预测的时间尺度——与提高能力  $IC$  之间的权衡。因此我们可以看到将投资策略的广度提高 50%（同时保持能力不变）等价于将能力提高 22%（同时保持广度不变）。在规划一项重要的研究项目时，类似这样的快速计算可能会非常有价值。在具体操作中，我们将看到精确估计广度  $BR$  是一项艰难的任务，原因就在于广度的定义中要求各个预测之间是相互独立的。

图 6-1 展示了在两种信息率水平下，广度和能力之间的权衡。

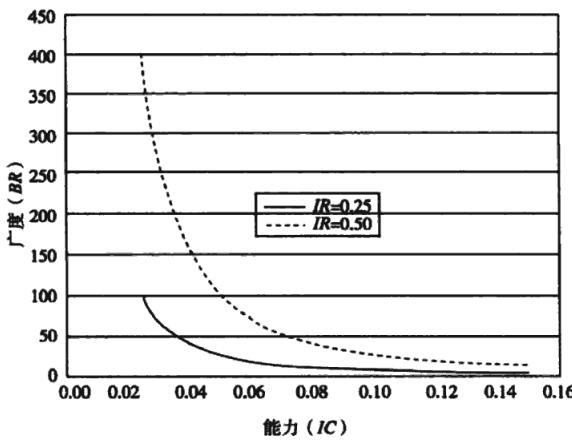


图 6-1

我们可以通过对三种策略进行评估来了解基本定律的威力。在每种策略中，我们都希望获得 0.50 的信息率。首先是一位市场择时者，他每个季度都对未来一个季度的市场收益率作出独立的预测。由于  $0.50 = 0.25 \times \sqrt{4}$ ，该择时者需要高达 0.25 的信息系数。再来考虑一位选股者，他跟踪

100家上市公司并每季度更新对这些公司的预测。如果假设这些预测是独立的，那么他每年作出400次预测；由于 $0.50 = 0.025 \times \sqrt{400}$ ，该选股者需要0.025的信息系数。最后考虑第三位投资者，他是某个行业的专家；他密切跟踪该行业的两家上市公司，每年更新200次对这两家公司的预测。该专家每年作出400次预测；假设是独立的，那么他同样需要0.025的信息系数。选股者通过定期跟踪大量公司来达到其广度，而行业专家则通过对少数公司的频繁预测来达到其广度。从这些例子中我们可以看出，信息率接近的投资策略在对投资经理的各方面要求上可能完全不同。

### 6.3 例子

我们给出三个非常直观的例子来说明基本定律在实践中的使用。首先，我们考虑一个赌博的例子。因为我们希望成为成功的主动投资经理，所以我们将扮演赌场的角色。以轮盘赌为例，其中赌徒选择红色或者黑色。轮盘上有18个红色的格子，18个黑色的格子和1个绿色的格子。每次旋转轮盘时，每个格子都有 $1/37$ 的概率被选中。绿色的格子是我们的额外优势。

如果赌徒选择黑色，那么当轮盘停在绿色或红色格子处时，赌场取胜。如果赌徒选择红色，那么当轮盘停在绿色或黑色格子处时，赌场取胜。考虑一局1美元的赌注。赌场将投入相同的1美元作为赌徒的对手方，这是赌场的投资。赌场最终将有 $19/37$ 的概率获得2美元（+100%的收益率），有 $18/37$ 的概率获得0美元（-100%的收益率）。赌场的预期收益率为

$$(19/37) \times (100\%) + (18/37) \times (-100\%) = 2.7027\%$$

单次赌局中，赌场收益率的标准差为99.9634%。<sup>①</sup>如果每年只赌一次1美元，那么赌场的信息率将是 $0.027038 = 2.7027/99.9634$ 。在这种情形下，我们的能力是 $1/37$ ，而广度是1。基本定律预测的信息率是0.027027；这与真值相当接近。

我们可以通过像真实的赌场那样一年进行一百万次1美元的赌局来感受广度的神奇作用。在这种情形下，预期收益率仍为2.7027%，但标准差

---

<sup>①</sup> 方差是 $(19/37) \times (100\% - 100\%/37)^2 + (18/37) \times (-100\% - 100\%/37)^2 = 9992.696\%^2$ ，因此标准差是99.9634%。

锐减到 0.099 96%。此时我们的信息率为 27.038，而基本定律预测的信息率为  $(1/37) \times \sqrt{1\,000\,000} = 27.027$ 。

我们可以在轮盘上增加一个绿色格子（美国赌场就是这样做的），将我们的优势增加到 2/38。这样我们每次赌注的预期收益率将为 5.263%，标准差为 99.861%。如果每年进行一百万次这样的赌局，预期收益率仍为 5.26%，而标准差锐减为 0.099 86%，信息率达到 52.70。如果根据基本定律， $IC = 2/38$ ， $BR = 1\,000\,000$ ，那么公式预测信息率为 52.63。拥有一家赌场将易如反掌地战胜投资管理。

在第二个例子中，我们来考虑每半年预测一次 200 只股票的残差收益率的问题。我们将残差收益率记为  $\theta_n$ 。为了简化计算，我们假设

- ▶ 不同股票的残差收益率是相互独立的。
- ▶ 残差收益率的期望值为零。
- ▶ 每只股票的半年残差收益率的标准差都是 17.32%，也即 24.49% 的年化残差收益率。

我们的信息优势体现在预测残差收益率的能力上。我们的预测值与残差收益率实现值的相关系数为 0.057 7。一种形象的理解是设想每只股票的残差收益率恰由 300 个独立变量之和决定；设这些独立变量为  $\theta_{n,j}$ ，其中  $j=1, 2, \dots, 300$ ：

$$\theta_n = \sum_j \theta_{n,j} \quad (6-4)$$

这里  $\theta_{n,j}$  以相等的概率取值 +1% 或 -1%，于是每个独立变量  $\theta_{n,j}$  都具有零均值和 1% 的标准差。因此，300 个这样的独立变量之和的标准差为  $\sqrt{300\% \%} = 17.32\%$ 。

我们的预测流程告诉了我们关于  $\theta_{n,1}$  的信息，但对  $\theta_{n,2}$  到  $\theta_{n,300}$  却无可奉告。 $\theta_{n,1}$  和  $\theta_n$  的相关系数是 0.057 7。<sup>⊖</sup> 每只股票的残差收益率由 300 个同等

---

<sup>⊖</sup> 由于  $\theta_{n,1}$  与  $\theta_{n,j}$  ( $j \geq 2$ ) 不相关，所以  $\theta_{n,1}$  和  $\theta_n$  的协方差是 1。因为  $\theta_{n,1}$  和  $\theta_n$  的标准差分别是 1% 和 17.32%，所以它们的相关系数是 0.057 7（相关系数等于协方差除以两个变量的标准差，参见附录 C）。

重要的因素决定，而我们只知道其中一个。我们知道的并不多。

因为我们跟踪着 200 只股票，所以每年会收到 200 份信息两次，也即每年收到 400 份信息。我们的信息系数—— $\theta_{n,1}$  和  $\theta_n$  的相关系数——是 0.0577。根据基本定律，信息率应该等于  $0.0577 \times \sqrt{400} = 1.154$ 。

我们能够实现一个达到如此高信息率的投资策略吗？为了构建一个能够有效利用上述信息的组合策略，并且能够容易地计算出其属性，我们需要做一些简化假设。假设业绩基准组合是这 200 只股票的等权组合（每只权重 0.5%）。在每一段长为 6 个月的时期中，我们预期有 100 只股票具有 +1.00% 的预测残差收益率，同时有 100 只股票具有 -1.00% 的预测残差收益率。这非常像一个买入列表和一个卖出列表。我们等权投资于买入列表中的股票（每只 1% 的权重），同时不持有卖出列表的股票。

预期主动收益率将是每 6 个月 1.00%，主动标准差为每 6 个月 1.2227%。<sup>①</sup> 每 6 个月的信息率是 0.8179。为了计算年化信息率，我们在 6 个月信息率上乘以  $\sqrt{2}$ ，得到  $\sqrt{2} \times 0.8179 = 1.1566$ 。这略高于基本定律预测的 1.154，其原因在于基本定律中忽略了已知的  $\theta_{n,1}$  对不确定性的轻微减少。<sup>②</sup>

我们来考虑第三个例子——更深入地探讨信息系数。假设我们想要每季度预测一次市场方向。注意在这个简单的例子中，我们只预测方向。我们用变量  $x(t) = \pm 1$  来表示市场方向，其中  $x$  具有零均值和单位标准差。我们的预测值是  $y(t) = \pm 1$ ，它同样具有零均值和单位标准差。那么信息系数—— $x(t)$  和  $y(t)$  的相关系数——等于  $x(t)$  和  $y(t)$  的协方差：

$$IC = \text{Cov}[x(t), y(t)] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N x(t) \cdot y(t) \quad (6-5)$$

① 主动组合头寸为：100 只股票每只  $1/200$ ，另外 100 只股票每只  $-1/200$ 。预期主动收益率为  $100 \times (1/200) \times (1\%) + 100 \times (-1/200) \times (-1\%) = 1\%$ 。每只资产残差收益率的方差（在  $\theta_{n,1}$  已知的条件下）为 299%。于是我们的投资组合的主动方差是  $\sum (\frac{1}{200})^2 \times 299\% = \frac{299}{200}\% = (1.2227\%)^2$ 。

② 我们可以在这个例子上更进一步。每半年，大约 50 只股票会从买入列表转移到卖出列表，同时另外 50 只股票将从卖出列表转移到买入列表。为了应对这种变化，我们需要每 6 个月进行一次 50% 的换手，也即每年 100% 的换手率。如果一个来回的交易成本是 0.80%，那么我们每年将在交易成本上损失 0.80% 的收益率。扣除交易成本后的年化净收益率为 1.20%，而年化残差风险保持 1.729% 不变，因此信息率降到 0.70%。

这里我们考察了对市场方向的  $N$  次预测。

如果我们对市场方向的  $N$  次预测中正确 ( $x = y$ )  $N_1$  次, 错误 ( $x = -y$ )  $N - N_1$  次, 那么信息系数为

$$IC = \frac{1}{N} \cdot [N_1 - (N - N_1)] = 2 \cdot \left(\frac{N_1}{N}\right) - 1 \quad (6-6)$$

式 (6-6) 让我们对信息系数有了更直观的认识。例如前面我们曾看到 0.0577 的信息系数可以产生高于 1.0 的信息率 (根据第 5 章, 这可以排在前 1/10)。利用式 (6-6) 可知, 为了达到 0.0577 的信息系数  $IC$ , 我们只需要在 52.885% 的时间里正确地预测出市场方向——这个要求的确不高。

上述三个例子不仅展示了基本定律在投资实践中的应用, 还证明了为了获得高度成功所需的信息优势并不是很多。事实上, 如果能够在 200 只股票上作出季度频率的预测, 使得股票收益率的预测值与实现值之间的信息系数达到 0.02 (根据式 (6-6), 这意味着 51% 的方向正确率), 那么我们将产生一个相当吸引人的信息率 0.56。

## 6.4 可加性

基本定律在信息率平方上具有可加性。假设有两类股票, 第一类包含  $BR_1$  只股票, 并且我们对第一类股票的预测能力为  $IC_1$ ; 第二类包含  $BR_2$  只股票, 并且我们对第二类股票的预测能力为  $IC_2$ 。那么将第一类和第二类股票汇总, 将产生如下信息率:

$$IR^2 = BR_1 \cdot IC_1^2 + BR_2 \cdot IC_2^2 \quad (6-7)$$

式 (6-7) 假设了我们以最优方式利用了两类股票并集的阿尔法信息。<sup>⊖</sup> 注意到这恰是我们在第一类股票上的信息率的平方与第二类股票上的信息率的平方之和。假设投资经理当前跟踪 200 只股票, 每半年进行一次预测, 因此广度是 400。再假设他对这些股票的预测的信息系数是 0.04, 那么他的信息率将是  $0.8 = 0.04 \times \sqrt{400}$ 。如果这位投资经理将额外的 100 只股票放入他的跟踪范围 (同样是每半年预测一次), 且他对这 100 只股票的信息系数为 0.03, 那么他的整体信息率和附加值会增加多少呢? 该投资经理的

<sup>⊖</sup> 例如, 如果你对第二个股票集合进行指数化投资, 则汇总的信息率将仅为  $IR_1$ 。

附加值将正比于  $0.64 + (0.03)^2 \times 200 = 0.64 + 0.18 = 0.82$ 。这相当于他创造附加值的能力上升了 28%，他的信息率也从 0.8 增加到  $0.906 = \sqrt{0.82}$ 。

可加性也在其他维度上成立。假设一位投资经理跟踪 400 只股票并且平均每年调整一次头寸。设他的信息系数是 0.03，则这将产生  $0.6 = 0.03 \times \sqrt{400}$  的信息率。此外，这位投资经理还以季度频率对市场进行预测。设他预测市场的信息系数为 0.1，于是他在市场择时方面的信息率为  $0.2 = 0.1 \times \sqrt{4}$ 。综上，该投资经理的整体信息率将等于他在选股方面的信息率与他在择时方面的信息率的平方和的平方根：0.63。

我们还可以将这种观点应用到国际化投资组合之上。图 6-2 展示了对国际化投资组合收益率的分解。主动收益率有三个来源：主动汇率头寸、国家之间的主动配置以及国家内部的主动配置。

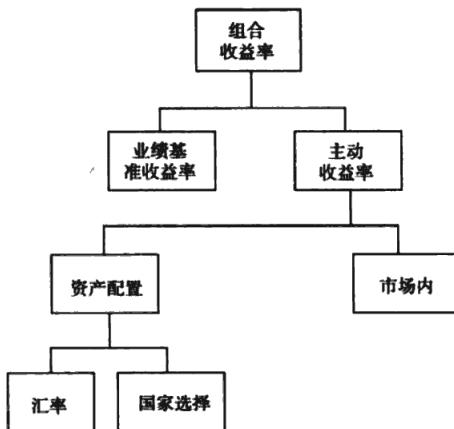


图 6-2

假设我们位于伦敦，投资于四个国家：美国、日本、德国和英国。我们可以对三种汇率下赌注；<sup>②</sup>我们每个季度调整一次汇率头寸，因此每年要下 12 次独立的赌注。我们还下国家之间的主动赌注，赌的是每个国家市场收益率的本地部分（本地货币视角下）。我们同样以季度频率调整在这些

<sup>②</sup> 在只有一个国家的情形中，我们不能进行汇率赌注。两个国家的情形将允许我们对一种汇率下赌注，如此类推。总的主动汇率头寸必须等于零。

国家之间的配置。此外，我们还在每个国家的市场内部进行选股。我们跟踪美国的 400 只股票，日本的 300 只股票，英国的 200 只股票以及德国的 100 只股票。我们每年调整一次对这些股票的预测。假设我们的汇率预测能力为  $IC_c$ ，市场配置的能力为  $IC_M$ ，对美、日、英、德各国股票的预测能力依次为  $IC_{us}$ ， $IC_J$ ， $IC_{uk}$  和  $IC_c$ ；那么整体信息率将是

$$IR = \sqrt{IC_c^2 \cdot 12 + IC_M^2 \cdot 12 + IC_{us}^2 \cdot 400 + IC_J^2 \cdot 300 + IC_{uk}^2 \cdot 200 + IC_c^2 \cdot 100} \quad (6-8)$$

为了简化讨论，假设  $IC_{us} = IC_J = IC_{uk} = IC_c = 0.02$ 。于是选股方面对信息率平方的贡献为  $0.40 = 1000 \times (0.02)^2$ 。为了使择时部分（汇率头寸和国家配置决策）具有相同的贡献，我们需要  $IC_c = IC_M = 0.129$ （因为  $0.40 = 24 \times (0.129)^2$ ）。但这里我们选择一个更现实（虽然仍偏乐观）的信息系数 0.075。这将使汇率及市场配置方面对信息率平方的贡献达到 0.135。总的信息率平方为  $0.535 = 0.40 + 0.135$ ，总的信息率是  $0.73 = \sqrt{0.535}$ 。

投资经理之间的信息率平方也具有可加性。在这种情形下，我们必须假设投资经理之间的配置是最优的。假设一位发起人聘用三位股票投资经理，后者依次具有信息率 0.75，0.50 和 0.30。那么这位发起人的信息率可以达到 0.95，<sup>②</sup> 即  $(0.95)^2 = (0.75)^2 + (0.50)^2 + (0.30)^2$ 。

⊕ 假设投资经理  $n$  具有信息率  $IR_n$  和主动风险  $\omega_n$ 。发起人的效用函数是

$$\sum_n y_n \cdot IR_n \cdot \omega_n - \lambda_{SA} \cdot \sum_n (y_n \cdot \omega_n)^2$$

这里假设了不同经理的主动风险是相互独立的， $\lambda_{SA}$  是发起人的主动风险厌恶系数。上述优化问题的解，也即对经理  $n$  的最优配置比例是

$$y_n^* = \frac{IR_n}{2\lambda_{SA} \cdot \omega_n}$$

整体的阿尔法是

$$\alpha = \sum_n y_n^* \cdot \omega_n \cdot IR_n = \left( \frac{1}{2\lambda_{SA}} \right) \cdot \sum_n IR_n^2$$

主动方差为

$$\omega^2 = \sum_n (y_n^* \cdot \omega_n)^2 = \left( \frac{1}{2\lambda_{SA}} \right)^2 \cdot \sum_n IR_n^2$$

因此阿尔法与主动风险的比值是

$$IR = \sqrt{\sum_n IR_n^2}$$

基本定律还有其他的应用。最值得注意的是用它来调整阿尔法的量级，即使得股票超常收益率的预测值与投资经理的信息率相匹配。这一点将在第14章“组合构建”中讨论。

## 6.5 假设

正如其他理论一样，主动管理基本定律也基于一些不太实际的假设，稍后我们将讨论这些假设。然而，定律蕴含的基本真知是清晰的：要想获得最高的附加值，就要做得频繁（高广度 *BR*）并且做得出色（高能力 *IC*）。

第一个假设是：各个预测之间应该是独立的。这意味着预测2的信息源不应与预测1的信息源有相关性。例如，假设我们的第一个预测基于假设“成长股将表现较差”，第二个预测基于假设“高分红率股票将表现较好”。这两条信息之间不是独立的；因为成长股倾向于具有极低的分红率，而高分红率股票很少是成长股。这说明我们只是采用了两种方法来描述同一种现象。独立预测的例子是：每个季度调整一次组合的贝塔值，使之从1.00被调整到0.95或者1.05，并且每个季度的择时决策是基于该季度的新信息的。

在证券市场中，卖方分析师通常会提供公司层面的推荐。在这种情形中，我们可以首先将分析师的推荐量化为数值，然后用它们对公司的多个属性做回归，从而检测出这些分析师的预测之间的相关性。对于预测之间的相关性，我们举3个例子。分析师可能喜欢某个行业中的全部公司——这意味着他们推荐的股票实际上是对单一行业的赌注。被推荐的股票可能都具有高盈利率——这说明分析师实际上只是在对盈市率因子下注。最后，分析师可能只是喜欢过去1年表现好的股票；这样一来，我们不是在公司层面下赌注，而只是对动量因子下了单一赌注。更重要的是，根据回归分析的原理，回归的残差是对各股票收益率的独立预测。因此，回归分析不仅使我们能够发现股票推荐中的共同特征，还能够在需要时剔除这些共同特征。

预测的相关性还可能发生在不同时间之间。如果你每年基于新信息重新评估一次你的行业赌注，却以月度频率再平衡你的投资组合，那么你不应认为自己每年作出了12次行业预测。实际上你只是把同样的预测重复做

了 12 遍。

我们可以通过一个例子来感受信息源之间的相关性会如何降低你的整体能力。假设有两个信息源。独立使用时，每个信息源都具有能力  $IC$ ，即它们各自的收益率预测值与实现值的相关系数都等于  $IC$ 。当这两个信息源具有相关性时，来自第二个信息源的信息将不再是全新的。第二个信息源的信息中，有一部分只是加强了我们从第一个信息源获得的信息，另一部分则是新的或增量信息。我们想要找出增量信息的价值。可以想象，两个信息源的相关性越高，增量信息的价值越低。如果用  $\gamma$  来表示两个信息源之间的相关系数，那么合并信息源的能力  $IC_{\text{合并}}$  将是

$$IC_{\text{合并}} = IC \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + \gamma}} \quad (6-9)$$

如果两个信息源不相关 ( $\gamma = 0$ )，那么  $IC_{\text{合并}}^2 = 2 \cdot IC^2$ ——即合并信息源的附加值等于两个信息源的附加值之和。随着  $\gamma$  从 0 逐渐增长到 1，第二个信息源的价值越来越少，最终消失殆尽。

考虑本章前面提到的例子，股票  $n$  的残差收益率  $\theta_n$  由 300 个独立变量  $\theta_{n,j}$ ,  $j = 1, 2 \dots, 300$  组成。假设我们有关于该股票的两个信息源。信息源 1 知道  $\theta_{n,1}$  和  $\theta_{n,2}$ ，信息源 2 知道  $\theta_{n,2}$  和  $\theta_{n,3}$ 。那么每个信息源都具有信息系数 0.0816。由于信息源 2 提供的信息与信息源 1 提供的信息是相关的， $\gamma = 0.5$ ；所以合并信息源的信息系数仅为 0.0942。式 (6-9) 告诉我们  $0.0816 \times \sqrt{2/1.5} = 0.0942$ ，你也可以通过直接计算验证这个结果。

基本定律基于的另一个假设是： $BR$  个主动赌注中的每一个都具有相同的能力。事实上，投资经理在不同领域的表现往往是不同的。我们可以从可加性原则（式 (6-7)）中看出，总体信息率平方等于每个具体领域信息率的平方和。图 6-3 展示了这一现象。如果我们将信息源按照信息系数从高到低排序，那么总体附加值恰等于“能力”曲线下方的面积。注意到基本定律假设了能力曲线是水平的，即我们用一个平均能力代替了各信息源的能力。

基本定律的最强假设是：投资经理能够精确估算信息的价值并以最优的方式利用这些信息构建投资组合。做到这一点需要洞察力和谦逊，但很少有人能够同时具备这两种素质。

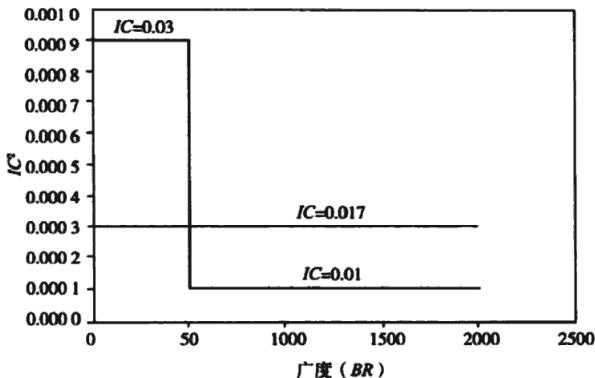


图 6-3

## 6.6 不是大数定律

一些投资专家认为，主动管理基本定律是统计学中的大数定律的投资学版本。这是对这两条定律中至少一条的误解。大数定律告诉我们大样本的均值将十分接近于真实均值，并且随着样本量的增加，样本均值对真实均值的逼近将越来越精确。

基本定律告诉我们：在保持能力不降的前提下，广度越高越好。然而，定律在广度为 10 和广度为 1 000 时具有等同的有效性；信息率都是  $IR = IC \cdot \sqrt{BR}$ 。

主动管理基本定律和大数定律的混淆源自广度这个概念。在同一能力下，更高的广度使我们能够更充分地分散残差风险。这与大数定律中大样本扮演的角色是类似的——大样本量使我们能够更充分地分散样本误差。

## 6.7 测试

基本定律是一项战略层面的指导方针，而不是一个具体操作工具。在使用它之前，我们希望对定律作出合理预测的能力充满信心。因此我们设计了一些测试来检验基本定律，并且发现它的预测确实很出色。

我们的测试采用以下形式：每年我们都为  $BR$  只股票提供一组模拟的

阿尔法。这组阿尔法是由各股票随后一年的残差收益率与随机噪声混合而成的。通过选择合适的混合比例<sup>②</sup>，我们使残差收益率预测值与实现值的相关系数等于  $IC$ 。测试参数  $BR$  和  $IC$  使我们能够根据基本定律预测这些阿尔法信号应该产生的信息率。

测试结果是：根据模拟阿尔法信号产生的最优组合的后验信息率与基本定律给出的预测值在统计上无法区分。当我们加入机构投资者不能做空的约束时，实现的信息率降低了一些。

## 6.8 投资风格

基本定律鼓励基金经理采用兼收并蓄的投资风格。如果投资经理发现一个可能有用的新的独立信息源，那么他应该充分利用该信息。但通常投资经理希望在客户面前展示一个清晰的投资风格，所以不太愿意采取这种兼收并蓄的风格。另一方面，发起人在聘用多位投资经理时，为了确保各笔赌注（投资）之间是独立的，也倾向于挑选多元化（风格不同）的投资经理。当前美国投资管理行业的组织形式就是：投资经理提供不同的配料，发起人完成这些配料的混合。

## 6.9 总结

我们证明了主动投资经理的信息率由它的两个组件决定：投资经理的能力 ( $IC$ ) 与策略的广度 ( $BR$ )。这两个组件进而通过一个简单公式（式 (6-3)）决定了投资策略的附加值。

这个结果依赖于三条假设。第一条也是最重要的一条是，我们假设投资经理能够精确衡量自己的能力，并能够以最优的方式利用信息。第二，我们假设信息的来源是相互独立的，即投资经理不会对同一信息的不同包装重复下注。第三，我们假设每一个预测的能力  $IC$  是相同的。第一条假设可以被称为“胜任”或“完美胜任”假设，它是最为重要的。投资经理需

<sup>②</sup> 预测值是

$$\alpha = IC \cdot [IC \cdot \theta + \omega \cdot \sqrt{1 - IC^2} \cdot z]$$

其中  $z$  是均值为零、标准差为 1 的一个随机数。可以看出， $\text{Var}[\alpha] = IC^2 \cdot \text{Var}[\theta]$ ，且  $\text{Cov}[\alpha, \theta] = IC^2 \cdot \text{Var}[\theta]$ ，因此  $\text{Corr}[\alpha, \theta] = IC$ 。

要对自己知道什么以及不知道什么——尤其是后者——有准确的认识。此外，他们还需要知道怎样将他们的想法转化为具体的投资组合，进而从他们的洞察力中获利。后两条假设只是用来简化问题的，并且可通过前面提到的一些方法来减弱其影响。

本章传递的信息很清楚：为了赢得主动投资管理这场游戏，你必须玩得频繁、玩得出色。胜出的诀窍是，你只需要中等程度的预测能力，同时尽可能提高策略的广度——尽可能频繁地将能力应用到足够多的股票上。

## 6.10 问题

1. 投资经理 A 是一位选股者。他跟踪 250 家公司，每个季度更新一次预测。他的残差收益率预测与实现值的相关系数是 0.02。投资经理 B 专注于战术资产配置，他每个季度对 4 种股票风格（价值、成长、大盘、小盘）进行择时。为了达到与投资经理 A 相同的信息率，投资经理 B 的预测能力必须达到多高？假设投资经理 B 的能力是 0.08，那么一位同时聘用这两位投资经理的发起人可获得的最高信息率是多少？
2. 一位选股者跟踪 500 只股票，并且每月更新一次他的阿尔法向量。他的  $IC$  是 0.05， $IR$  是 1.0。他每年下多少次赌注？他每年下独立赌注的次数是多少？计算结果揭示出该选股者的阿尔法向量的什么问题？
3. 考虑本章正文提到一个例子：残差收益率  $\theta_a$  由 300 个独立变量  $\theta_{a,i}$  构成。一位投资经理必须在以下三个研究项目中作出选择：
  - a) 以季度频率跟踪 200 只股票并且精确预测  $\theta_{a,12}$  和  $\theta_{a,15}$ 。
  - b) 以季度频率跟踪 200 只股票并且精确预测  $\theta_{a,5}$  和  $\theta_{a,105}$ 。
  - c) 以季度频率跟踪 100 只股票并且精确预测  $\theta_{a,5}$ ， $\theta_{a,12}$  和  $\theta_{a,105}$ 。
 比较这三个研究项目，假设开展它们的成本是相同的，则哪一个研究项目的效率最高（拥有最高的附加值）？

## 6.11 参考文献

Divecha, Arjun, and Richard C. Grinold. "Normal Portfolios: Issues for Sponsors, Managers and Consultants." *Financial Analysts Journal*, vol. 45, no. 2, 1989, pp. 7-13.

- Ferguson, Robert. "Active Portfolio Management." *Financial Analysts Journal*, vol. 31, no. 3, 1975, pp. 63-72.
- . "The Trouble with Performance Measurement." *Journal of Portfolio Management*, vol. 12, no. 3, 1986.
- Fisher, Lawrence. "Using Modern Portfolio Theory to Maintain an Efficiently Diversified Portfolio." *Financial Analysts Journal*, vol. 31, no. 3, 1975, pp. 73-85.
- Grinold, Richard. "The Fundamental Law of Active Management." *Journal of Portfolio Management*, vol. 15, no. 3, 1989, pp. 30-37.
- Jacobs, Bruce I., and Kenneth N. Levy. "The Law of One Alpha." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 4, 1995, pp. 78-79.
- Rosenberg, Barr. "Security Appraisal and Unsystematic Risk in Institutional Investment." *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices* (Chicago: University of Chicago Press, November 1976), pp. 171-237.
- Rudd, Andrew. "Business Risk and Investment Risk." *Investment Management Review*, November-December 1987, pp. 19-27.
- Sharpe, William F. "Mutual Fund Performance." *Journal of Business*, vol. 39, no. 1, January 1966, pp. 66-86.
- Treynor, Jack, and Fischer Black. "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection." *Journal of Business*, vol. 46, no. 1, 1973, pp. 66-86.

## 6.12 技术附录

在本附录中，我们将推导主动管理基本定律。推导过程包括以下三步：

- ▶ 度量信息对于收益率均值和方差的影响；
- ▶ 解出最优的投资方案；
- ▶ 推导信息率的表达式并进行近似简化。

在分析过程中，我们将引入残差收益率向量和信号向量的正交基。我们需要这些独立的基变量来分离驱动投资方案的独立赌注。

### 信息模型

我们可以将样本空间中的  $N$  只证券的超额收益率表述为下面的形式：

$$r = \beta \cdot r_B + \theta \quad (6A-1)$$

式中  $\beta$ ——资产相对于业绩基准的贝塔值；

$\theta$ ——残差收益率；

$r_B$ ——业绩基准的超额收益率。

我们对残差收益率  $\theta$  建立模型

$$\theta = A \cdot x \quad (6A-2)$$

式中  $x$ —— $N$  个互不相关的标准随机变量(均值为 0、标准差为 1)构成的

列向量；

$A$ —— $N \times N$  矩阵，是  $r$  的残差协方差矩阵的平方根矩阵，即  $V = \beta \cdot \sigma_B^2 \cdot \beta^T + A \cdot A^T$ 。

注意，因为业绩基准的组合权重  $h_b$  必然满足  $A^T \cdot h_b = 0$ ，故矩阵  $A$  的秩为  $N - 1$ 。

当残差收益率之间互不相关时， $A$  恰是以残差风险为对角线元素的对角矩阵。在更一般的情况下， $A$  是从一组不相关的基础变量到相互关联的残差收益率变量的线性变换矩阵。

我们的信息以  $BR$  个信号构成的信号向量  $z$  的形式到达。不失一般性地，我们可以假设这些信号  $z$  服从均值为 0、标准差为 1 的联合正态分布。我们可以将  $z$  写为<sup>①</sup>

$$\begin{aligned} z &= E \cdot y \\ y &= J \cdot z \end{aligned} \quad (6A-3)$$

式中  $y$ ——由  $BR$  个互不相关的均值为 0、标准差为 1 的随机变量构成的列向量；

$E$ —— $z$  的协方差阵的平方根矩阵，即  $\text{Var}\{z\} = E \cdot E^T$ ；

$J$ ——矩阵  $E$  的逆矩阵。

在这个模型下，我们的  $BR$  个信号之间可以是相互关联的。矩阵  $E$  就像矩阵  $A$  那样将一组相关信号转化为一组等价但互不相关的信号。一种极端情况是我们的每个信号恰只包含一只股票的特异信息，那么此时  $E$  将是单位矩阵。对于例如行业动量这样的信号 ( $N \times 1$  列向量) 而言， $E$  可能只是将行业特异的信息从板块及市场层面的信息中分离出来。

令  $Q = \text{Cov} \{ \theta, z \}$  为残差收益率  $\theta$  和信号  $z$  之间协方差矩阵，维度为  $N \times BR$ ；令  $P = \text{Corr} \{ x, y \}$  为向量  $x$  和  $y$  之间的  $N \times BR$  的相关系数矩阵；于是有  $Q = A \cdot P \cdot E^T$ 。主动投资经理感兴趣的是在已知信号  $z$  情况下， $\theta$  的条件均值和条件方差。根据数学推导，它们是<sup>②</sup>

① 式 (6A-3) 中第二个  $z$  上不应有转置符号，原著中应为打印错误。——译者注

② 我们将在第 10 章中更加完整地讨论这些想法。在这里，我们可以简单地将式 (6A-4) 和式 (6A-5) 理解为最优线性无偏估计。式 (6A-4) 与回归分析的结果高度相关。如果我们用  $\theta$  对  $z$  回归，即  $\theta_n = a + b \cdot z_n + \text{epsilon}$ ，那么  $E|\theta_n|z_n| = a + b \cdot z_n$ ；其中回归系数  $b$  将是  $\text{Cov}|\theta, z| \cdot \text{Var}^{-1}|z|$ 。假设  $a=0$  将得到式 (6A-4)。

$$\mathbb{E}[\theta | z] = \alpha(z) = A \cdot P \cdot J \cdot z \quad (6A-4)$$

$$\text{Var}[\theta | z] = G = A \cdot (I - P \cdot P^T) \cdot A^T \quad (6A-5)$$

注意：

- $\alpha(z)$  的无条件期望值是 0。
- 残差收益率的条件协方差阵不依赖于  $z$  的值。
- 阿尔法向量的无条件方差为  $\text{Var}\{\alpha(z)\} = A \cdot P \cdot P^T \cdot A^T$ 。

## 目标

正如我们在第 4 章中推导的结果所言，主动投资经理的目标是通过选股最大化附加值。我们的讨论将忽略业绩基准择时，但它会在稍后专门讨论基准择时的章节中重新出现。

目标是：给定  $z$ ，选择一个残差头寸（即  $\beta = 0$ ） $h^*(z)$  以求解下述优化问题：

$$\text{VA}[z] = \text{Max} \{ h^T \cdot \alpha(z) - \lambda \cdot h^T \cdot G \cdot h | z \} \quad (6A-6)$$

这是标准的优化问题，其中目标函数在具体信息  $z$  给定的条件下确定（一旦给定  $z$ ，目标函数中各个系数均根据式 (6A-4) 和式 (6A-5) 确定）。我们不使用全额投资约束，但是要求残差头寸的贝塔为零。

## 最优主动头寸

式 (6A-6) 定义的最大化问题的一阶条件为：

$$\alpha(z) = 2\lambda \cdot G \cdot h^*(z) \quad (6A-7)$$

将式 (6A-4) 和式 (6A-5) 代入得到

$$A \cdot P \cdot J \cdot z = 2 \cdot \lambda \cdot A \cdot (I - P \cdot P^T) \cdot A^T \cdot h^*(z) \quad (6A-8)$$

附加限制条件 “ $h^*(z)$  是一个残差头寸（即  $\beta^T \cdot h^*(z) = 0$ ）” 将唯一确定  $h^*(z)$ 。

通过一些变化，我们可以得到

$$A^T \cdot h^*(z) = \left(\frac{1}{2\lambda}\right) \cdot D \cdot P \cdot J \cdot z \quad (6A-9)$$

其中

$$D = (I - P \cdot P^T)^{-1} \quad (6A-10)$$

在已知  $z$  的条件下，我们推导出了最优的组合持仓。下面我们要计算给定条件  $z$  下的信息率，然后根据  $z$  的分布取所有可能的  $z$  值下信息率的期望值。

### 信息率的计算与近似

最优组合的阿尔法为

$$h^{\star T}(z) \cdot \alpha(z) = \left(\frac{1}{2\lambda}\right) \cdot z^T \cdot J^T \cdot P^T \cdot D \cdot P \cdot J \cdot z \quad (6A-11)$$

同时最优组合的残差方差为

$$h^{\star T}(z) \cdot G \cdot h^{\star}(z) = \left(\frac{1}{4\lambda^2}\right) \cdot z^T \cdot J^T \cdot P^T \cdot D \cdot P \cdot J \cdot z \quad (6A-12)$$

其中式 (6A-11) 和式 (6A-12) 中的矩阵计算部分是相同的。因此，已知  $z$  条件下的信息率平方为

$$\begin{aligned} IR^2(z) &= z^T \cdot J^T \cdot P^T \cdot D \cdot P \cdot J \cdot z \\ &= y^T \cdot (P^T \cdot D \cdot P) \cdot y \end{aligned} \quad (6A-13)$$

那么信息率平方的无条件期望值为

$$E[IR^2(z)] = \text{Tr}[P^T \cdot D \cdot P] \quad (6A-14)$$

式 (6A-14) 中  $\text{Tr}[\cdot]$  是矩阵的迹（对角线元素之和）；我们在取期望值时利用了  $y$  中元素互不相关并且服从标准正态分布  $N[0, 1]$  的性质（注意  $E\{y^2\}=1$ ）。

我们将通过近似简化  $\text{Tr}[P^T \cdot D \cdot P]$  来完成分析。我们可以将  $D$  写为

$$D = I + (P \cdot P^T) + (P \cdot P^T \cdot P \cdot P^T) + (P \cdot P^T \cdot P \cdot P^T \cdot P \cdot P^T) + \dots \quad (6A-15)$$

因此

$$P^T \cdot D \cdot P = (P^T \cdot P) + (P^T \cdot P \cdot P^T \cdot P) + \dots \quad (6A-16)$$

我们知道，投资中遇到的相关系数通常非常接近于 0，最乐观的相关系数也不超过 0.1，因此我们可以放心地忽略掉式 (6A-16) 右端第一项以后的部分。从效果上看，这样做等价于忽略了已知信息  $z$  对方差的降低。因此，矩阵  $P^T \cdot D \cdot P$  的迹近似为

$$\text{Tr}\{P^T \cdot D \cdot P\} \approx \text{Tr}\{P^T \cdot P\} = \sum_{n=1}^N \sum_{b=1}^M \rho_{n,b}^2 \quad (6A-17)$$

这里的求和遍历了资产残差收益率正交基  $x$  的所有元素和信号独立基变量  $y$  的所有元素之间的所有可能的组合的相关系数。

为了得到基本定律的最终形式，我们还需做额外两步推导。第一步，将式 (6A-17) 右端的两次求和顺序内外交换，然后对每个  $b$ ，将内层求和结果记为

$$\xi_b^2 = \sum_{n=1}^N \rho_{n,b}^2 \quad (6A-18)$$

于是有

$$IR^2 = \sum_{b=1}^M \xi_b^2 \quad (6A-19)$$

推导到这一步，式 (6A-19) 就已经展示出基本定律的可加性。第二步，我们假设所有的信号都具有相同的价值，即

$$\xi_b^2 = \rho^2 = IC^2 \quad (6A-20)$$

从而就得到了我们最终想要的结果

$$IR^2 = BR \cdot IC^2 \quad (6A-21)$$

## 练习

在随后的练习中，我们用如下模型模拟一位选股型投资经理的月度阿尔法预测：

$$\alpha_n = a + \theta_n + b \cdot z_n$$

式中， $\alpha_n$  是残差收益率的预测值， $\theta_n$  是残差收益率的实现值， $z_n$  是均值为 0、标准差为 1 的随机变量，与  $\theta_n$  及  $z_m (m \neq n)$  都不相关。

1. 给定  $a = IC^2$ ，为了使下式成立，系数  $b$  应该取多少？

$$\text{Std}\{\alpha_n\} = IC \cdot \text{Std}\{\theta_n\} = \frac{IC \cdot \omega_n}{\sqrt{12}}$$

2. 该投资经理的信息率是多少？

3. 假设我们将模型应用到标普 500 指数中的 500 只股票上，并且  $a = 0.0001$  及  $\omega_n = 20\%$ 。根据基本定律，这个模型的信息率是多少？

4. 找出本模型产生的阿尔法与本章正文中介绍的二元模型产生的阿尔法之间的区别。

## 应用练习

考虑在过去的5年里，主要市场指数（MMI）相对于标普500指数的表现。

1. 在这段时期中，MMI组合的主动收益率和主动风险是多少？信息率是多少（基于主动风险和主动收益率）？
2. 主动收益率的*t*统计量是多少？它和信息率相比有什么不同？区分*IR*衡量的特征与*t*统计量衡量的特征的差异。



## **第二部分**

# **预期收益率和估值**

## 第 7 章

# 预期收益率和套利定价理论

### 7.1 导言

我们已经完成了对基础理论的介绍，以下 3 章将要覆盖预期收益率和估值方面的内容。

套利定价理论（APT）是资本资产定价模型（CAPM）在预测预期收益率上的一个有趣而强力的替代选择。本章将介绍 APT，并着重讨论它对主动投资经理的意义。本章的结论是：

- APT 是生成预期收益率的模型。
- APT 的应用是一种艺术，而非科学。
- APT 引导量化投资经理去关注因子和预期收益率之间的关系。
- APT 因子有多种定义方式，例如基本面因子、技术分析因子，宏观因子等。
- APT 的灵活性使它不适合作为一致预期收益率的模型，但它适合投资经理生成自己的预期收益率。
- APT 是主动投资经理的一个信息来源。它应当是灵活多样的，如果所有主动投资经理分享同样的信息，它就失去价值了。

APT 比 CAPM 需要更少的苛刻假设，却能生成相似的结果。这听起来像是说 APT 完胜 CAPM。但困难是 APT 只说预测预期收益率是可能的，却

没有告诉你怎么做。这也是人们常称之为“任意”<sup>⊖</sup>定价理论的原因。相比之下，CAPM 则有一份操作指南。

APT 认为每只股票的预期超额收益率由股票的因子暴露决定。预期超额收益率和股票因子暴露之间的关系由式 (7-2) 给出。每个因子都有一个权重 (称为因子预测)，而股票的预期超额收益率恰等于它的每个因子暴露与相应因子预测的乘积的总和。

APT 理论并没有说明这些因子是什么，怎样计算一只股票对因子的暴露度，以及线性组合中的权重 (因子预测) 是多少。这就是艺术开始取代科学的地方。

在对 APT 的讨论中，我们应该仔细区分以下几件事：

- 激发 APT 产生的故事。这通常包括一些改变股票相对估值的基本经济力量，这些故事可能使人误以为 APT 必须基于某些外生的宏观经济因子。本章描述的应用说明这样的理解是不全面的。
- 实现 APT 的尝试。APT 在本质上是随意的，不同的人会实现出不同形式的 APT，所以不能混淆 APT 的某个实例与 APT 理论本身。
- APT 理论。技术理论自 20 世纪 70 年代中后期诞生以来不断发展，本章将从一种特殊的视角介绍 APT，理解 APT 的其他途径请参见本章附注。

本章将分析一些 CAPM 所具有的，而 APT 试图修正的缺陷。之后我们将描述 APT 理论及其发展过程。本章最后一节将探讨 APT 实施中的问题，并给出一些人们尝试过或者可以尝试的实现 APT 模型的例子。

## 7.2 CAPM 的缺点

CAPM 基于如下观念：市场组合不仅是均值/方差有效的，并且还是具

---

<sup>⊖</sup> “任意”的英文 arbitrary 与“套利”的英文 arbitrage 相近。

有最高夏普率（预期超额收益率与波动率的比值）的全额投资组合。在实践中，该理论还被用来说明常用宽基股票指数是有效的；例如美国的标普 500 指数，英国的 FTA 指数和日本的 TSE1 指数。

如果考虑更加广义的市场，包括所有的债券、国际投资以及其他如贵金属、房地产等资产，我们可以看到市场远远超越了本国股票指数。即使 CAPM 在更广泛的国际化投资环境中是对的，它也不可能在 CAPM 经常被应用的单一市场内成立。CAPM 的其他所有基本假设（均值/方差偏好、相同的预期收益率和方差、无税收与交易成本、无股票持仓限制等）也都受到怀疑。其中最具争议的是 CAPM 假设了每位市场参与者都知道所有股票的预期超额收益率。在我们眼中，这条基本假设说明：一切努力的第一步就是获得预期超额收益率！因此，我们猜想 CAPM 只是近似成立，只能作为一个指导而已，既不可忽视又不能全盘接受。

CAPM 的缺陷在 1983 ~ 1984 年利率大幅下降的那段戏剧性的时期中暴露无遗。高贝塔股票的表现显著差于 CAPM 的预期，同时低贝塔股票的表现显著优于 CAPM 的预期。

我们可以通过一个简单的实验说明那段历史。取 1982 年 12 月的标普 500 指数的全部成分股，把它们按预测贝塔值从小到大排序，划分为 10 个投资组合，每个组合都具有相同的市值。组合 1 由具有最低贝塔值的股票组构成，组合 2 由具有第 2 低贝塔值的股票组构成，如此操作，直至组合 10 由具有最高贝塔值的股票构成。之后我们跟踪这 10 个组合在随后 24 个月上的市值加权收益率。计算结果表明：在这 24 个月的样本外观察时期上，10 个组合的实现贝塔值与预测值非常接近，因此贝塔的预测没有问题。图 7-1 展示了这 10 个组合的预测贝塔值与实现贝塔值的散点图。

图 7-1 中的回归直线的斜率为 0.93，回归的决定系数  $R^2$  为 0.89，表明贝塔的预测非常准确。

按照 CAPM 的结论，上述 10 个组合中任何一个的阿尔法值都应该等于零，但实际结果不然。不仅有多个组合的阿尔法值显著异于零，而且组合的阿尔法值与组合贝塔值具有负相关性。请见图 7-2 中的散点图。

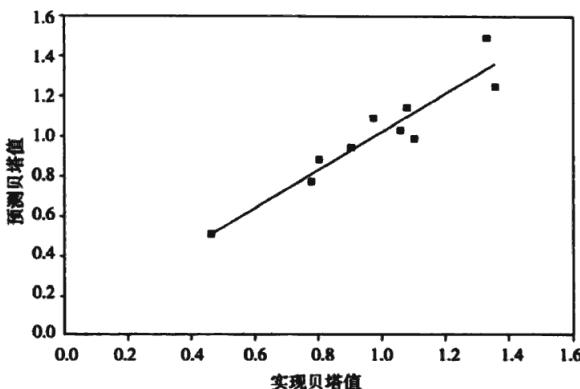


图 7-1

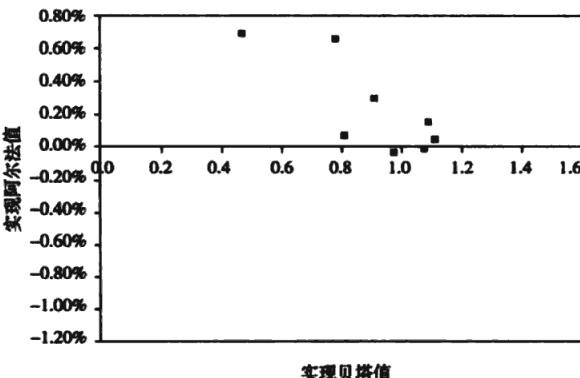


图 7-2

注意到我们已经检查过预测贝塔值并且确认它们相当准确，因此上述现象一定另有原因。某个事件——最可能是利率和通胀预期的变化——导致高贝塔股票产生负的残差收益率以及低贝塔股票产生相对更高的残差收益率。<sup>②</sup>这个特征在 20 世纪 80 年代早期普遍出现。

在某些历史时期中，CAPM 预测的预期超额收益率出现了系统性的

② 这暗示了通过调高组合中高贝塔股票的权重来进行择时的危险性。市场在这段时期上涨了很多，但是高贝塔股票的表现反而相对较差。如果利用期货进行择时，则会有效得多；因为它并不包含对高贝塔股票的残差收益率下注。

缺陷。

上述零碎的依据只是为了提示读者注意 CAPM 的潜在问题，并不是要完全推翻 CAPM。事实上，金融统计学家进行了很多的实证测试，试图证明或推翻 CAPM，却没有得到任何简单明确的结论。<sup>②</sup>这些努力应该足以说服投资者接受以下观念：市场在形成收益率预期的过程中扮演着核心的——事实上是最重要的——角色。不过，上述例子也足以说明：投资者值得了解更进一步的解释。

### 7.3 套利定价理论

APT 给超额收益率设定了一个多因子模型。它假设存在  $K$  个因子使得超额收益率可以被表达为：

$$r_n = \sum_{k=1}^K X_{n,k} \cdot b_k + u_n \quad (7-1)$$

式中  $X_{n,k}$ ——股票  $n$  对因子  $k$  的暴露度 (exposure of stock  $n$  to factor  $k$ )。

暴露度经常被称为因子载荷 (factor loading)。为了能够在实践中使用，我们假设暴露度能够在收益率考察期之前获知；

$b_k$ ——因子  $k$  的因子收益率 (factor return for factor  $k$ )。因子收益率或是在考察期末被归因到因子上，或是直接在考察期上被观测到；

$u_n$ ——股票  $n$  的特异收益率 (stock  $n$ 's specific return)，即收益率中不能被因子解释的部分。有时它被称为股票的奇异收益率 (idiosyncratic return)

我们在这个模型上几乎没有强加什么结构。<sup>②</sup>敏锐的读者会注意到 APT 模型 (式 (7-1)) 与第 3 章中结构化风险模型 (式 (3-16)) 在结构上是一致的。然而，现在的关注点是预期收益率，而非风险。

② 最近的一次，Fama 和 French (1992) 一项质疑 CAPM 的研究受到了广泛关注。然而，Black (1993) 和 Grinold (1993) 指出，Fama 和 French 的结论有待更仔细地检查。

③ 我们假设了特异收益率  $u_n$  与因子收益率  $b_k$  是不相关的，即  $\text{Cov}\{b_k, u_n\}=0$ 。在大多数实际应用中，我们假设特异收益率之间互不相关，即  $\text{Cov}\{u_n, u_m\}=0$  对任意  $m \neq n$  成立。然而事实上，APT 理论的成立并不需要第二个假设。

APT 是关于预期超额收益率的。其主要结论就是：预期超额收益率可以用一组因子的暴露度来表达。APT 中预期超额收益率的表达式为：

$$f_n = E[r_n] = \sum_{k=1}^K X_{n,k} \cdot m_k \quad (7-2)$$

式中， $m_k$ 是因子  $k$  的因子预测。APT 称正确的因子预测是存在的，但它并没有说如何找到它们。

APT 认为任何股票的预期超额收益率都由该股票的因子暴露度以及每个因子的预测决定。

## 7.4 例子

我们可以通过考虑一些实例来深入体会 APT 公式。CAPM 是第一个实例。在 CAPM 中，我们只有一个因子，即  $K=1$ 。股票对这个因子的暴露度就是股票的贝塔，即  $X_{n,1} = \beta_n$ 。该因子的预期收益率为  $m_1 = E[r_M] = f_M$ ，即市场的预期超额收益率。

第二个实例更加具体。我们首先将股票按行业归属分类，然后考察公司的其他 4 个属性。这些属性只是为构建此实例而挑选的（为什么是这些属性？为什么以这样的方式定义它们？这些问题再次提醒我们 APT 模型是因人而异的，不同建模者会建立不同的实例。APT 实例中主观因素的影响和客观因素一样多）。本实例中选择的 4 个属性是：

- 盈利增长预测：基于 IBES 一致预测和过去实现的盈利增长；
- 债券贝塔：股票收益率对政府债券指数的响应敏感度；
- 规模：股票市值的自然对数；
- 净资产收益率 (ROE)：盈利除以净资产。

这 4 个属性包括一个预测（盈利增长）、一个宏观经济特征（债券贝塔）、一个公司特征（规模）和一个基本面数据项（净资产收益率）。

为了便于不同因子之间的比较，我们需要将不同因子按统一的方式表达。一种方法是标准化：在股票的因子暴露度上，先减去横截面均值，再除以横截面标准差。经过标准化处理后，平均暴露度将等于零，大约 66% 的股票的暴露度将落在  $(-1) \sim (+1)$ ，并且只有 5% 的股票具有高于 +2

或低于 -2 的暴露度。表 7-1 展示了 1992 年 12 月的主要市场指数 (MMI) 中的 20 只成分股的一级行业归属、对 4 个因子的暴露度标准化值以及预测贝塔值（计算时点为 1992 年 12 月）。注意这些暴露度是在一个包含超过 1 000 只股票的广泛的股票空间上标准化的，所以在这 20 只股票上的均值不一定等于零，例如主要市场指数成分股的规模因子暴露度全部是正值。

表 7-1

股 票	行 业	成长性	债券 $\beta$	规 模	ROE	贝 塔
美国邮政	金融服务	0.17	-0.05	0.19	-0.28	1.16
美国电话电报公司	电话	-0.16	0.74	1.47	-0.59	0.84
雪佛龙	能源储备与生产	-0.53	-0.24	0.83	-0.72	0.70
可口可乐	食品与饮料	-0.02	0.30	1.41	1.48	1.06
迪士尼	娱乐	0.13	-0.86	0.71	0.42	1.13
陶氏化学	化工	-0.64	-0.92	0.48	0.22	1.13
杜邦	化工	-0.10	-0.74	1.05	-0.41	0.93
伊士曼柯达	休闲	-0.19	-0.30	0.39	-0.55	0.94
埃克森美孚	能源储备与生产	-0.67	0.03	1.67	-0.27	0.71
通用电气	重型电气设备	-0.24	0.13	1.56	0.15	1.10
通用汽车	汽车及零部件	2.74	-1.80	0.73	-1.24	1.25
美国国际商用机器公司	计算机硬件、办公设备	0.51	-0.62	1.16	-0.62	1.11
国际纸业	林业产品与造纸	-0.23	-1.08	0.01	-0.49	1.08
强生公司	医疗产品	-0.12	0.68	1.06	0.78	1.07
麦当劳	餐馆	-0.16	0.28	0.55	0.24	1.06
默克公司	药品	-0.04	0.46	1.37	2.28	1.10
明尼苏达矿务及制造业公司	化工	-0.22	-0.69	0.78	0.20	0.91
菲利普莫里斯	烟草	-0.01	0.30	1.60	1.22	1.02
宝洁公司	家用产品	-0.32	0.80	1.12	0.41	1.05
西尔斯	百货商店	-0.34	-1.29	0.45	-0.69	1.10

APT 的预测基于 4 个因子的因子预测以及对化工行业的预测。其中，因子预测为：盈利增长预测因子 2.0%，债券贝塔值因子 2.5%，规模因子 -1.5%，净资产收益率因子 0.0%（这些预测值仅为示例）。我们认为成长型股票、利率敏感型股票（通常是高杠杆运作的公司）以及小规模股票

将表现较好，而净资产收益率与表现不相关。另外，我们给化工行业因子 8% 的因子预测，而给全部其他行业 6% 的因子预测。

CAPM 预测是用 6% 的预期市场超额收益率计算的。

我们将计算结果展示在表 7-2 中，其中包括 APT 预测、CAPM 预测以及 APT 预测相对于 CAPM 预测的差异。

表 7-2 (%)

股票	行业	APT	CAPM	APT-CAPM
美国邮政	金融服务	5.93	6.96	-1.03
美国电话电报公司	电话	5.33	5.04	0.29
雪佛龙	能源储备与生产	3.10	4.20	-1.11
可口可乐	食品与饮料	4.60	6.36	-1.77
迪士尼	娱乐	3.05	6.78	-3.74
陶氏化学	化工	3.70	6.78	-3.08
杜邦	化工	4.38	5.58	-1.21
伊士曼柯达	休闲	4.29	5.64	-1.36
埃克森美孚	能源储备与生产	2.23	4.26	-2.03
通用电气	重型电气设备	3.51	6.60	-3.10
通用汽车	汽车及零部件	5.89	7.50	-1.62
美国国际商用机器公司	计算机硬件、办公设备	3.73	6.66	-2.93
国际纸业	林业产品与造纸	2.83	6.48	-3.66
强生公司	医疗产品	5.87	6.42	-0.55
麦当劳	餐馆	5.56	6.36	-0.81
默克公司	药品	5.02	6.60	-1.59
明尼苏达矿业及制造业公司	化工	4.67	5.46	-0.80
菲利普莫里斯	烟草	4.33	6.12	-1.79
宝洁公司	家用产品	5.68	6.30	-0.62
西尔斯	百货商店	1.42	6.60	-5.18

从这个例子中我们可以看到，无论怎样使用一个 APT 模型来预测预期收益率，它都会是很好的宣讲材料。当输入各类因子不同的预测值时，大量不同版本的研究成果就自动产生了。

## 7.5 APT 的原理

APT 的结论基于一种套利推理。如果收益率服从像式 (7-1) 那样的模

型，而 APT 关系（式 7-2）不成立，会发生什么事情？我们将能找到一个对所有因子具有零暴露<sup>①</sup>并且具有 1% 预期超额收益率的主动头寸。由于该主动头寸具有零因子暴露，因此我们能够在极低的风险水平下获得 1% 的预期超额收益率。进而，我们可以将此主动头寸叠加在任何投资组合 P 上以改进其表现：在几乎不额外增加风险的前提下提高预期超额收益率。

套利意味着零成本获得确定收益。在上述情况下，我们获得了一个近乎确定的收益：其预期超额收益率是正的并且风险非常小。这个收益是零成本的，因为它是一个主动头寸（净投资额为零）。我们称这种零成本获得近乎确定的收益的机会为准套利机会。如果我们不允许准套利机会出现，那么 APT 必然成立。

那么如何找到一组因子完成这项巧妙的任务（使准套利机会不存在）呢？APT 对此并未提出明确见解。然而，一种看似有点过时的均值/标准差分析可以为我们提供一些线索。

## 7.6 组合 Q 和 APT

APT 具有奇迹般的灵活性。我们可以选择任意一组感兴趣的股票做样本空间。<sup>②</sup>对任意  $N$  只股票，都存在由这  $N$  只股票构成的全部投资组合的有效前沿。图 7-3 展示了有效前沿的一个典型例子。

对每一个投资组合，我们都为之确定一个风险，即其收益率的标准差；同时为之确定一个报酬，以其预期超额收益率衡量。图 7-3 中的组合 Q 具有最高的报酬 – 风险比率（夏普率）。

只要知道组合 Q 的信息，就足以计算出所有预期收益率。<sup>③</sup>组合 Q 扮演了 CAPM 中市场组合的角色。事实上，CAPM 的另一种说法就是组合 Q 就是市场组合。<sup>④</sup>

<sup>①</sup> 这通常意味着零额投资，除非该因子模型没有包含截距项。即使真的没有包含截距项，注意到我们已经有了一个几乎零风险却具有 1% 预期超额收益率的投资组合，只要将这个组合与无风险资产组按合适的方式组合起来，就会得到一个净投资额为零、具有正预期超额收益率、并且几乎零风险的投资组合。

<sup>②</sup> CAPM 与此相反，理论上 CAPM 应该覆盖各种类型的全部资产。

<sup>③</sup> 反之亦然，细节请参见第 2 章。

<sup>④</sup> 请参见第 2 章技术附录。

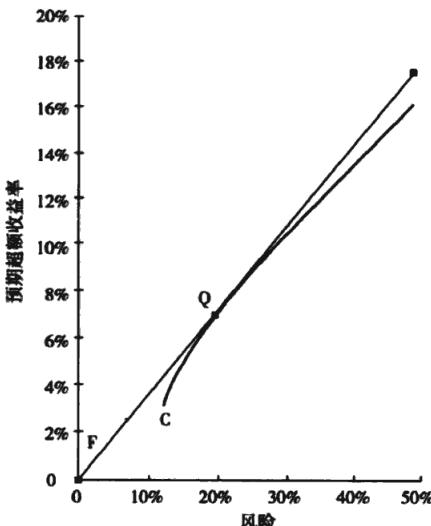


图 7-3

任何股票的预期超额收益率都正比于该股票对组合 Q 的贝塔值。但我们需要更进一步，因为我们还不知道组合 Q 是什么。我们可以从组合 Q 中学到一些东西。

我们在这里需要区分两个问题。第一个问题是定义一个合格的模型，第二个问题是找到一组正确的因子预测。一个多因子模型（如式 (7-1)）被称为是合格的，如果可以找到一组因子预测  $m(k)$  使得式 (7-2) 成立。即使我们建立了合格的模型，我们仍需找出正确的因子预测  $m(k)$ 。下一节中，我们将说明找到一个合格的模型并不难。然而，再下一节中，我们将说明正确预测因子的能力既需要相当高超的能力也需要符合投资直觉的模型。

## 7.7 容易的部分：找到合格的模型

本节描述一个多因子模型需要具备哪些技术属性，才能算是成功的 APT 实现。技术细节请参见技术附录。更重要的是，我们会通过例子说明找到合格的模型相当容易。让我们从技术结果开始。

一个如式 (7-1) 描述的因子模型被称为合格的，即存在一组因子预测

$m_i$  使式 (7-2) 成立, 当且仅当组合 Q 相对于该因子模型充分分散。相对于一个因子模型充分分散的意思是: 在所有与组合 Q 具有相同因子暴露的组合中, 组合 Q 具有最低风险; 没有其他具有相同因子暴露的组合具有比 Q 更低的风险。我们怎样将这种技术规则应用到实践中去呢?

一个前沿组合 (例如组合 Q) 从其定义来看应该是高度分散化的。组合 Q 应当包含全部股票, 并且不会在某只股票上持有特别大的权重; 因此它相对于这个多因子模型充分分散。常识告诉我们: 任何能够捕获股票之间重要表现差异的多因子模型都应该是合格的。APT 的任意性既是它的优点也是它的缺点。说它是缺点, 是因为我们不知道具体该怎样做; 说它是优点, 是因为它预示存在着合理的通向成功的方法。

我们可以用一些其他组合代替组合 Q 来检验这个想法, 看看它们是否相对于 BARRA 美国股票模型充分分散。BARRA 模型的建立是为了帮助组合经理控制风险, 而不是为了解释预期收益率。然而, 它的确试图捕获市场中某些导致不同股票群体表现差异化的因素。我们发现这些高度分散化的投资组合的方差中超过 99% 的部分可以被这个因子模型捕获。表 7-3 展示了 1992 年 12 月时几个美国主要股票指数的总风险中不能被该因子模型解释的部分的百分比。其中 ALLUS 组合包括了 BARRA 跟踪的大约 6 000 家大型美国公司。

表 7-3

组合	资产数目	不能解释的方差 (%)
主要市场指数 (MMI)	20	2.51
标普 100 指数 (OEX)	100	0.99
标普 500 指数 (S&P 500)	500	0.30
弗朗克罗索 100 指数 (FR1000)	1 000	0.21
弗朗克罗索 3000 指数 (FR3000)	3 000	0.18
美国全样本指数 (ALLUS)	大约 6 000	0.17

表 7-3 说明这些组合相对于 BARRA 模型都是高度分散化的。你可能找到一个组合, 它具有与弗朗克罗索 3000 指数相同的因子暴露以及更低的风险。然而, 由于这两个组合的因子风险相同 (因为它们有着相同的因子暴露), 所以它们风险的差异只能发生在特异风险部分。由于 99.82% 的风险已经被风险因子解释, 所以几乎没有改进的空间了。换言之, 由于非因子风险的占比已经小到可以忽略, 所以我们不可能找到具有相同因子暴露并

且风险显著更低的组合。

任何能够很好地解释高度分散化组合的风险的因子模型都应该是（近似）合格的 APT 模型。

在建立合格的因子模型的过程中，因子组的精确定可能并不重要；重要的是模型因子要足以捕获资产在重要维度上的行为差异。

## 7.8 困难的部分：因子预测

我们已经解决了实施问题的一部分。任何合乎情理的稳健的形如式 (7-1) 的风险模型都应该是合格的。下一步是找到式 (7-2) 中每个因子的预期超额收益率  $m_i$ 。我们可能有 1 000 只股票却只有 10 个因子，因此预测  $m_i$  是不易的。如果“越少越好”准则在这里成立，那么我们不如关注于预测债券市场和股票市场整体的收益率。事实上，根据主动管理基本定律，在给定能力水平下，预测越多越好。如果我们可以预测 1 000 只股票或者 10 个因子的预期收益率，那么为了维持同样的附加值，我们预测因子的能力水平需要是我们预测股票的能力水平的 10 倍。

预测  $m_i$  最简单的办法就是计算因子收益率的历史序列，然后取平均值。这是历史效果最好的预测——但它是回顾而非预测。如果我们认为历史平均值能够预测未来，这就暗示着我们假设了市场具有某种静态性。虽然 APT 没为这个假设提供证据，但这也是一种可能有效的方法。一个并非由于 APT 而关注因子的原因就是：因子关系比股票关系更稳定。例如，知道成长股过去表现如何很可能比知道一只当前被划分为成长股的具体股票的历史表现更有价值。这是因为这只股票在更早的时期可能还没有被划分为成长股，它曾经变换过类型。相比之下，因子收益率将给我们一些关于它现在作为一只成长股将表现如何的信息。

Haugen 和 Baker (1996) 曾经提出过一个 APT 模型，其中因子预测简单地采用了历史因子收益率。他们选用的因子组大致类似于 BARRA 模型，不同之处在于他们将超过 50 个行业换成了 10 个板块，以及将 13 个风险指数因子换成了 40 个描述变量 (descriptor)。<sup>①</sup>每个因子预测都简单地用了因

---

<sup>①</sup> 这导致了 BARRA 模型所竭力避免的多重共线性。

子收益率近 12 个月的滑动平均值。换言之，他们用金融板块、IBES 预测 EPS 等因子的过去 12 个月的收益率的滑动平均值来作为相应因子的因子预测。

模型的结构对开发优秀预测非常有用。下一节我们将看到，APT 模型既可以是纯粹统计的，也可以是结构化的。在结构化模型中，因子具有某些含义；而在纯粹统计模型中，因子通常没有含义。在统计模型中，我们几乎没有办法预测因子收益率。在结构化模型中，由于因子与股票的具体特征相关，所以因子预测可以被理解为对具有相似特征的股票群体的预测。我们既可以应用常识，又可以运用其他统计工具来检查上述因子预测值。

如果因子与我们的直觉有明确的联系，预测因子会更加容易。举例说明，考虑一个因子“债券市场贝塔”，它描述了股票对债券价格（即利率）变动的反应。对这个因子的预测事实上就是对债券市场的预测。这并不意味着预测利率容易，而意味着你已有的关于预测利率的知识应该能够使这项任务更加清晰。

类似的结果也对基本面因子成立。考虑一个“成长性”因子，定义股票对它的因子暴露为股票盈利增长的一致预期。这时的因子预测就表达了我们对成长股前景的看法。我们仍然不能保证能够正确预测成长股的前景。我们只是使这项任务更清晰，从而提高了自己的成功概率。

上述内容建议了一种机会主义性质的建立 APT 模型的途径。我们应该充分利用合格的 APT 模型是容易建立的这个结论。我们应该使用那些我们有能力预测的因子。假设我们善于预测黄金、石油、日元等资产的收益率，并且在预测经济周期上有一定能力，那么我们应该发挥优势，致力于建立一个基于这些因子的 APT 模型，然后补充一些其他因子（如行业因子）以捕获主要的风险来源。如果我们不能获得因子预测，那么建立一个世界上最全面（最合格）的 APT 模型是没有意义的。

**因子预测是困难的。模型结构可以提供帮助。**

下一节描述建立 APT 模型的一些方法。

## 7.9 应用

我们已经试图强调过 APT 的灵活性了。有许多方法建立 APT，APT 的

任意性也给其实施留下了巨大的创造空间。两位同样渊博的学者独立开发 APT 将得到不同的实例。这里我们给出了六个例子。它们分属于两大类：结构化模型和统计模型。

结构化模型假设特定变量之间具有某种关系。这些变量可以是宏观经济的（非预期通胀、利率变动）、基本面的（盈利增长、净资产回报率、市场份额）或是与市场相关的（贝塔、行业归属）。各种类型的变量可以被同时用在一个模型中。实践者偏好使用结构化模型，因为这些模型使他们能够将因子与特定变量联系起来，从而使模型匹配其投资经验和投资直觉。

统计模型则将收益率摆好，然后转一下摇把。学术界建立 APT 模型以检验关于市场有效性的各种假设以及 CAPM 的效力。学术界倾向于使用纯粹的统计模型，因为这样可以避免模型受到他们的主观判断的影响。

有很多方法可以建立 APT 模型。

### 结构化模型 1：给定暴露度，估计因子收益率

第3章“风险”中详细描述的 BARRA 模型就可以用作一个 APT 模型。如前文所述，它是一个合格的 APT 模型，并且其预测难度与预测 BARRA 因子收益率的难度等同。BARRA 模型中因子暴露度基于股票的当前特征，例如盈利率和相对规模，并且是给定的；而因子收益率是估计出来的。

### 结构化模型 2：给定因子收益率，估计暴露度

在这种模型中，因子收益率是给定的。例如，我们以下列变量作为因子收益率：纽约股票交易所价值加权指数（New York Stock Exchange, NYSE）、黄金、某种政府债券指数、一篮子外汇和一篮子交易商品。设每只股票对 NYSE 的暴露度均为 1。对其他因子，我们用股票收益率与 NYSE 收益率之差对这些因子做回归，所得回归系数即为股票对这些因子的历史暴露度。

因子预测就是对未来因子收益率的预测值。注意：我们希望估计出的因子暴露度在长期是稳定的。

### 结构化模型 3：结构化模型 1 和 2 的结合

有时我们不可避免地混合使用结构化模型 1 和 2：从一组原始的因子定

义开始，如结构化模型 2 中那样估计股票的因子暴露度，然后如结构化模型 1 中那样为每个因子重新进行收益率归因。

### 统计模型 1：主成分分析

考察一些股票或股票组合在数个月上的收益率，例如 50 只股票在 200 个月上的收益率。计算这些股票在 200 个历史月份上实现收益率的  $50 \times 50$  的协方差矩阵。对这个  $50 \times 50$  协方差矩阵做主成分分析，典型的结果是前 20 个主成分解释了 90% 以上的风险。把这 20 个主成分视为 20 个因子，则这些因子是纯粹的统计构造产物。我们或许可以称它们为 Dick、Jane、Spot…或者红、绿、蓝……

主成分分析将告诉我们这 50 只股票对这些因子的暴露度。它还给出这些因子在 200 个月上的因子收益率，而这些因子收益率是互不相关的。我们还可以通过用股票收益率对因子收益率回归确定其他股票（原始的 50 只之外的）对这些因子的暴露度。回归系数将衡量股票对因子的暴露度。此时因子收益率之间互不相关的性质将非常有用。为了实现这个模型，我们需要获得因子预测  $m_t$ 。一个最简单的预测就是因子收益率的历史平均值，而它也可能是唯一可能的预测：因子的构造是抽象的，因此很难评价一个异于历史均值的预测值的优劣。

### 统计模型 2：最大似然因子分析

这里我们利用 60 个月的数据对式 (7-1) 进行最大似然估计。为了使其可行，我们假设股票暴露  $X_{n,t}$  在这段时长 5 年的时期上是恒定的。假设对 500 只股票 60 个月的数据应用这种方法，并且试图找出 10 个因子，那么我们将使用  $500 \times 60 = 30\,000$  个收益率来估计  $500 \times 10 = 5\,000$  个暴露度和  $60 \times 10 = 600$  个因子收益率。

### 统计模型 3：统计模型 2 的对偶

这是一种相当有想象力的方法。详细描述十分困难，但是可以参见 Connor 和 Korajczyk (1988)。当我们观察  $N$  只股票在  $T$  个时段上的收益率时， $N$  常常远大于  $T$ 。此时我们不再采用对  $N \times N$  的历史收益率协方差矩阵

进行主成分分析的方法，而是考察  $T \times T$  的协方差矩阵。这种分析互换了因子暴露度和因子收益率的角色！

## 7.10 总结

在本章我们描述了 APT，并讨论了它对主动投资的意义。APT 是一个强大但难于应用的理论。APT 并不降低对主动投资经理洞察力和能力的要求。它只是一个框架，能够帮助有能力且有洞察力的主动投资经理更好地运用其能力。

## 7.11 问题

- 根据 APT，式 (7-1) 中  $u_i$  的期望值是多少？CAPM 中相应的关系是什么？
- Fama、French 以及其他人在过去 10 年中的研究发现：规模、净市率是决定预期收益率的关键因子。那么你将怎样建立一个基于这两个因子的 APT 模型？模型是否还需要其他因子？
- 在表 7-2 中展示的例子里，大多数 CAPM 预测值都高于 APT 预测值。为什么？整体上看，APT 预测是否被要求与 CAPM 预测相等？
- 在一只倾向于观测盈市率的基金中，投资组合（近似地）由业绩基准组合叠加一个  $c$  倍盈市率因子组合（对盈市率具有单位暴露，对其他因子具有零暴露）构成。于是，这位具有倾向性的基金经理具有了对盈市率因子的主动暴露度  $c$ 。如果该经理在不同时期均使用恒定的  $c$ ，这意味着他对盈市率因子有怎样的因子预测？
- 你建立了一个基于行业、成长性、债券贝塔、规模和净资产收益率 (ROE) 的 APT 模型。这个月你的因子预测是

重型电气设备行业	6.0%
成长性因子	2.0%
债券贝塔因子	-1.0%
规模因子	-0.5%
ROE 因子	1.0%

这些预测推出业绩基准的预期超额收益率为 6.0%。如果通用电气 (GE) 股票的因子暴露如下：

行    业	重型电子
成长性	-0.24
债券贝塔	0.13
规模	1.56
ROE	0.15
贝塔	1.10

那么根据你的模型，GE 的阿尔法应为多少？

## 7.12 本章附注

在 20 世纪 70 年代早期，Sharpe (1977)（论文实际写于 1973 年）Merton (1973) 和 Rosenberg (1974) 建议将 CAPM 拓展为多因子形式。他们的论证方式与 CAPM 的类似。由此产生的结果是一个多贝塔形式的 CAPM，与式 (7-2) 形式上一致。事实上，有一只名叫“分红率倾向基金”的主动型资金管理产品就是基于高分红率股票具有更高预期收益率的理念而成立的。

在 20 世纪 70 年代中期，Ross (1976) 提出了一种看待股票预期收益率的新方式。Ross 使用了 Black 和 Scholes 在期权定价方面研究的基础概念：套利。在某些情形下，仅限制套利机会的出现就足以推出一个清晰的股票定价公式。之后另外一些学者，尤其是 Connor (1984) 和 Huberman (1982)，增加了一些额外的假设和结构，得到了与式 (7-2) 形式完全一致的结果。APT 的现代理论处理中保留了市场组合的角色，相关讨论请参见 Connor (1986)。

Bower、Bower 和 Logue (1984)，Roll 和 Ross (1984)，以及 Sharpe (1984) 都以针对专业人士的方式介绍了 APT。也可以参见 Rosenberg (1981)，Rudd 和 Rosenberg (1980)，该文讨论了 CAPM 和 APT。Sharpe 和 Alexander (1990) 的教材也对此做了出色的讨论。

APT 的应用在 Roll 和 Ross (1979)，Chen、Roll 和 Ross (1986)，Leh-

mann 和 Modest (1988)，以及 Connor 和 Korajczyk (1986) 中得到了描述。

对于围绕 APT 的某些计量学和统计学问题的讨论，请参见 Shanken (1982)、Shanken (1985) 和这两篇文章所引用的文章。

关于 APT 的真实实例的描述，请参见罗尔和罗斯，Chen、罗尔和罗斯，Lehmann 和 Modest，Connor 和 Korajczyk 等。

## 7.13 参考文献

- Black, Fischer. "Estimating Expected Returns." *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 5, 1993, pp. 36–38.
- Bower, D. H., R. S. Bower, and D. E. Logue. "A Primer on Arbitrage Pricing Theory." *The Midland Journal of Corporate Finance*, vol. 2, no. 3, 1984, pp. 31–40.
- Chamberlain, G., and M. Rothschild. "Arbitrage, Factor Structure, and Mean-Variance Analysis on Large Asset Markets." *Econometrica* vol. 51, no. 5, 1983, pp. 1281–1304.
- Chen, N., R. Roll, and S. Ross. "Economic Forces and the Stock Market." *Journal of Business*, vol. 59, no. 3, 1986, pp. 383–404.
- Connor, Gregory. "A Unified Beta Pricing Theory." *Journal of Economic Theory*, vol. 34, no. 1, 1984, pp. 13–31.
- . "Notes on the Arbitrage Pricing Theory." In *Frontiers of Financial Theory*, edited by G. Constantinides and S. Bhattacharya (Boston: Rowman and Littlefield, 1986).
- Connor, Gregory, and Robert A. Korajczyk. "Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory." Northwestern University working paper, 1986.
- . "Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a New Test Methodology." *Journal of Financial Economics* vol. 21, no. 2, 1988, pp. 255–290.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns." *Journal of Finance*, vol. 67, no. 2, 1992, pp. 427–465.
- Grinold, R. "Is Beta Dead Again?" *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 4, 1993, pp. 28–34.
- Haugen, Robert A., and Nardin L. Baker. "Commonality in the Determinants of Expected Stock Returns." *Journal of Financial Economics*, vol. 41, no. 3, 1996, pp. 401–439.
- Huberman, G. "A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory." *Journal of Economic Theory*, vol. 28, 1982, pp. 183–191.
- Lehmann, Bruce N., and David Modest. "The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory." *Journal of Financial Economics*, vol. 21, no. 2, 1988, pp. 213–254.
- Mayers, D., and E. M. Rice. "Measuring Portfolio Performance and the Empirical Content of Asset Pricing Models." *Journal of Financial Economics*, vol. 7, no. 2, 1979, pp. 3–28.
- Merton, R. C. "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model." *Econometrica*, vol. 41, no. 1, 1973, pp. 867–887.

- Pfleiderer, P. "A Short Note on the Similarities and the Differences between the Capital Asset Pricing Model and the Arbitrage Pricing Theory." Stanford University Graduate School of Business working paper, 1983.
- Roll, Richard. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests." *Journal of Financial Economics*, vol. 4, no. 2, 1977, pp. 129–176.
- Roll, Richard, and Stephen A. Ross. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory." *Journal of Finance*, vol. 35, no. 5, 1979, pp. 1073–1103.
- . "The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning." *Financial Analysts Journal*, vol. 40, no. 3, 1984, pp. 14–26.
- Rosenberg, Barr. "Extra-Market Components of Covariance in Security Returns." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 9, no. 2, 1974, pp. 263–274.
- . "The Capital Asset Pricing Model and the Market Model." *Journal of Portfolio Management*, vol. 7, no. 2, 1981, pp. 5–16.
- Ross, Stephen A. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing." *Journal of Economic Theory*, vol. 13, 1976, pp. 341–360.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d ed. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Rudd, Andrew, and Barr Rosenberg. "The 'Market Model' in Investment Management." *Journal of Finance*, vol. 35, no. 2, 1980, pp. 597–607.
- Shanken, J. "The Arbitrage Pricing Theory: Is It Testable?" *Journal of Finance*, vol. 37, no. 5, 1982, pp. 1129–1140.
- . "Multi-Beta CAPM or Equilibrium APT? A Reply to Dybvig and Ross." *Journal of Finance*, vol. 40, no. 4, 1985, pp. 1189–1196.
- . "The Current State of the Arbitrage Pricing Theory." *Journal of Finance*, vol. 47, no. 4, 1992, pp. 1569–1574.
- Sharpe, William F. "Factor Models, CAPMs, and the APT." *Journal of Portfolio Management*, vol. 11, no. 1, 1984, pp. 21–25.
- Sharpe, William F. "The Capital Asset Pricing Model: A 'Multi-Beta' Interpretation." In *Financial Decision Making under Uncertainty*, edited by Haim Levy and Marshall Sarant (New York: Academic Press, 1977).
- Sharpe, William F., and Gordon J. Alexander. *Investments* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990).

## 7.14 技术附录

本附录包括以下内容：

- 关于股票收益率的因子模型的描述；
- 使用因子模型来推导 APT。

### 因子模型

因子模型将超额收益率表示为

$$r = X \cdot b + u \quad (7A-1)$$

式中， $X$  是股票对因子的暴露度矩阵 ( $N \times K$ )， $b$  是  $K$  个因子收益率的列向量， $u$  是特异收益率列向量。

对任意投资组合  $P$ ，若它在风险资产上的持仓头寸为  $h_p$ ，那么该组合的因子暴露为

$$x_p = X^T \cdot h_p \quad (7A-2)$$

回忆：组合  $C$  是具有最小方差的全额投资组合，组合  $Q$  是具有最高预期超额收益率/风险比率的全额投资组合。在第2章技术附录中，我们证明了如下关系：每只资产的预期超额收益率都与该资产对组合  $Q$  的贝塔成正比。

我们假设

- $f_c > 0$ ，因此组合  $Q$  存在并且  $f_q > 0$ 。
- 特异收益率  $u$  和因子收益率  $b$  互不相关。
- 因子暴露矩阵  $X$  在考察期初就完全确定地获知。

基于这些假设， $N \times N$  的协方差矩阵将为

$$V = X \cdot F \cdot X^T + \Delta \quad (7A-3)$$

式中， $F$  是  $K \times K$  的因子协方差矩阵， $\Delta$  是  $N \times N$  的特异收益率协方差矩阵。我们通常假设  $\Delta$  是对角矩阵（虽然这并不是必要的）。

我们用  $(X, F, \Delta)$  来表示因子模型。我们称一个因子模型解释了预期超额收益率  $f$ ，如果我们可以将预期超额收益率向量  $f$  表示为因子暴露  $X$  的线性组合。换言之，因子模型  $(X, F, \Delta)$  解释了预期超额收益率向量，如果存在一个  $K$  维因子预测向量  $m$  使得

$$f = X \cdot m \quad (7A-4)$$

式 (7A-4) 给出了  $f$  的一个表达式。在第2章的附录中，我们曾推导过  $f$  的另一个与组合  $Q$  有关的表达式。现在让我们来寻找二者之间的联系。

股票与组合  $Q$  的  $N$  维协方差列向量为

$$V \cdot h_q = (X \cdot F \cdot X^T + \Delta) \cdot h_q \quad (7A-5)$$

根据式 (2A-36) (第2章技术附录命题3)，我们知道预期超额收益率是

$$f = f_q \cdot \frac{V \cdot h_q}{\sigma_q^2} = \kappa_q \cdot (X \cdot F \cdot X^T + \Delta) \cdot h_q \quad (7A-6)$$

其中

$$\kappa_q = \frac{f_q}{\sigma_q^2} \quad (7A-7)$$

比较式 (7A-4) 和式 (7A-6)，我们就已经十分接近 APT 的结果。一种启发性的尝试就是，我们可以令  $m^* = \kappa_q \cdot F \cdot X^T \cdot h_q$ 。于是

$$f = X \cdot m^* + \kappa_q \cdot \Delta \cdot h_q \quad (7A-8)$$

我们直接忽略右端第二项，但这样不够严谨。为了更加严谨，我们还需要一个额外的假设。我们将在下面证明该假设很有效并且不可或缺，即它是一个充分必要条件。首先来定义：一个组合 P 被称为相对于因子模型  $(X, F, \Delta)$  充分分散，如果组合 P 在所有具有相同因子暴露度的组合中风险最低，即在全体满足  $X^T \cdot h = x_p$  的组合 h 中，组合 P 具有最小风险。

我们的假设就是组合 Q 相对于因子模型  $(X, F, \Delta)$  充分分散。

### 命题1 套利定价理论 (APT)

因子模型  $(X, F, \Delta)$  能够解释预期超额收益率当且仅当组合 Q 相对于  $(X, F, \Delta)$  充分分散。

**证明** 首先假设组合 Q 相对于  $(X, F, \Delta)$  充分分散。现在我们通过解以下优化问题来寻找具有因子暴露  $x_q$  的最小风险组合：

$$\min \frac{h^T \cdot V \cdot h}{2}, \quad \text{s. t.} \quad X^T \cdot h = x_q \quad (7A-9)$$

根据拉格朗日乘子法，上述优化问题的最优解  $h^*$  满足的一阶条件为：存在一个 K 维拉格朗日乘子向量  $\pi$ ，使得

$$V \cdot h^* - X \cdot \pi = 0 \quad (7A-10)$$

$$X^T \cdot h^* = x_q \quad (7A-11)$$

因为组合 Q 相对于因子模型  $(X, F, \Delta)$  充分分散，故  $h_q$  恰是上述问题的最优解  $h^*$ ，因此

$$V \cdot h_q = X \cdot \pi \quad (7A-12)$$

结合式 (7A-12) 和式 (7A-6)、式 (7A-4) 得到

$$m = \kappa_q \cdot \pi \quad (7A-13)$$

于是因子模型  $(X, F, \Delta)$  就解释了预期超额收益率。

另一方面，假设因子模型  $(X, F, \Delta)$  能够解释预期超额收益率，但

组合 Q 并不相对于  $(X, F, \Delta)$  充分分散。那么存在一个组合 P 具有与组合 Q 相同的因子暴露，即  $x_p = X^T \cdot h_p = x_q$ ，并且具有低于组合 Q 的风险，即  $\sigma_p^2 < \sigma_q^2$ 。然而，我们一定有  $f_p = f_q$ ，这是因为因子暴露决定了预期收益率，并且组合 P 和 Q 具有相同的因子暴露。所以  $\frac{f_p}{\sigma_p} > \frac{f_q}{\sigma_q}$ 。

组合 P 不可能完全是现金，因为那样的话其预期超额收益率应该等于零。因此组合 P 必然是现金和一个全额投资组合  $P^*$  的混合组合，其中  $P^*$  的比例不为零。显然有  $\frac{f_{P^*}}{\sigma_{P^*}} = \frac{f_p}{\sigma_p} > \frac{f_q}{\sigma_q}$ ，这与 Q 是全额投资组合中预期超额收益率/风险比率最高的组合矛盾。由上述矛盾，我们得到：组合 Q 必然相对于  $(X, F, \Delta)$  充分分散。

### 练习

1. 称一个因子模型包含截距项是指  $X$  的列向量能够按某种权重组出全 1 向量。当  $X$  中包含一列全 1 向量时，这显然是成立的。当  $X$  包含一组股票的行业分类或经济板块分类时，这也是成立的。用数学符号来表示一个因子模型包含截距项为：存在一个  $K$  维向量  $g$  使得  $e = X \cdot g$ 。假设模型包含截距项，证明我们仅需通过组合的因子暴露就能确定组合在风险资产上的投资比例。

2. 证明：一个不包含截距项的模型事实上是很奇怪的。特别地，证明此时将存在一个对所有因子具有零暴露的全额投资组合，即一个组合 P 满足  $h_p^T \cdot e = 1$ （全额投资）并且  $x_p = X^T \cdot h_p = 0$ （零暴露于每个因子）。

### 应用练习

1. CAPMMI 组合方差中不可解释部分所占的比例是多少？它是否是一个合格的高度分散化的组合？一个与 CAPMMI 具有相同因子暴露的组合，其风险最多能比 CAPMMI 低多少？

2. 假设价值因子的年化超额收益率预测为 5%，规模因子的年化预期超额收益率预测为 -1%，并且其他因子的预期超额收益率预测均为零。以 CAPMMI 为业绩基准，那么 MMI 中哪只资产具有最高的阿尔法？其数值是多少？

# 第8章

## 估 值 理 论

### 8.1 导言

估值是主动管理中的核心概念。主动投资经理必须相信自己的估值比市场或一致预期更准。在本章中，我们将介绍估值的基本理论。随后的章节将展示一些实用的估值方法以及它们与理论的联系。

本章包含以下三个要点：

- 现代估值理论将股票的价值与其风险调整后的预期现金流相联系。
- 现代估值理论与期权定价理论十分相关，并且与资本资产定价模型（CAPM）和套利定价理论（APT）具有一致性。
- 估值（以及估值偏差）与预期收益率关联。

### 8.2 现代估值理论

现代资产估值理论是一个广义的理论；虽深奥难懂，但值得研究。该理论为各种特殊的和实用的估值方法提供了分析框架。

估值理论的核心假设——股票的价值源自持有它的投资者能够获得的现金流——是我们讨论的起点。持有股票带来的现金流可以是分红，也可是股票的未来价值（通过卖出该股票实现）。<sup>①</sup>理论的关键就是将这些不确

---

① 如果股票的定价是合理的，那么在5年后还是在6个月后出售该股票都是无关紧要的。然而在投资实践中，这两种方式可能有巨大差别。事实上，我们进行估值的关键步骤就是：首先找到股票将会被合理定价的某个未来时点，然后将那个未来时点的股票价值折现到现在，从而获得当前的合理价值。

定的现金流折现。这与期权定价理论中的折现步骤相同；熟悉期权定价理论的读者将注意到二者的相似之处（我们将在技术附录中更明确地讨论这一点）。

### 确定的现金流

在最简单的情形中，投资者将在未来时刻  $t$  获得确定的现金流  $cf(t)$ 。为了使它更加简单，我们假设无风险收益率是一个常数并且适用于所有期限。令  $i_f$  是这个（年化的）无风险投资收益率。当年化利率是 6% 时，我们有  $i_f = 0.06$ 。那么承诺 1 年后支付的 1.00 美元的现值为  $1/(1+i_f)$ ，承诺  $t$  年后支付的 1.00 美元的现值为  $1/(1+i_f)^t$ ；于是  $t$  年后的  $cf(t)$  美元的现值为

$$p = \frac{cf(t)}{(1+i_f)^t} \quad (8-1)$$

式 (8-1) 是对具有确定现金流的固定收益型工具进行定价的基础。给定一组现金流，例如 1 年后支付  $cf(1)$ ，两年后支付  $cf(2)$ ，…，那么估值公式将是

$$p = \sum_{t=1}^T \frac{cf(t)}{(1+i_f)^t} \quad (8-2)$$

例如，如果一个固定收益产品承诺 1 年后支付 6 美元，3 年后支付 10 美元，那么它的定价应为

$$p = \frac{6}{1.06} + \frac{10}{(1.06)^3} = 14.06 \quad (8-3)$$

### 不确定的现金流

式 (8-1) 在现金流具有不确定性时失效。不确定性意味着未来现金流具有不止一种可能的数值。我们需要一种方法来描述这些可能性。我们可以列出时刻  $t$  的所有可能结果，并确定每一种结果出现的概率。这说起来容易，做起来难。不过本章旨在进行理论推导，假设可以确定未来现金流的各种可能结果及相应的概率，那我们如何继续？

我们可以将时刻  $t$  所有可能的结果用  $s$ （表示状态）编号。令  $\pi(t, s)$  为时刻  $t$  结果  $s$  的发生概率，令  $cf(t, s)$  为不确定现金流在时刻  $t$  状态  $s$  下

的实现值。所有的概率都是非负的，并且和为 1；即对任意  $t$ ，有  $\sum_s \pi(t, s) = 1$  成立。

作为一个例子，考虑一段长为 1 个月的时期， $t = 1/12$ ，以及一只当前定价为 50 的股票。在 1 个月之后，该股票的价值（卖出价格加上这 1 个月中支付的所有分红）将或者为  $cf(t, 1) = 49$ ，或者为  $cf(t, 2) = 53$ 。这两种结果发生的概率相同， $\pi(t, 1) = \pi(t, 2) = 0.5$ 。无风险收益率为每年 6%，那么预期现金率为 51，标准差为 2。

给定上述信息，我们应该怎样为这只股票的不确定现金流定价呢？最简单、最诱人的方法是直接推广式 (8-1)，将其中的确定现金流替换为预期现金流：

$$E[cf(t)] = \sum_s \pi(t, s) \cdot cf(t, s) \quad (8-4)$$

但不幸的是这通常不对。期望值的方法通常高估了股票的价值。当现金流不确定时，我们常常发现

$$p < \frac{E[cf(t)]}{(1 + i_f)^t} = \frac{\sum_s \pi(t, s) \cdot cf(t, s)}{(1 + i_f)^t} \quad (8-5)$$

在我们的例子里，预期现金流折现估值为 50.75，但当前市场价格是 50。问题在于预期现金流法没有考虑风险。一个预期现金流等于 51 美元但带有不确定性的投资工具不应该与一个确定支付 51 美元的投资工具具有相同的价格。二者虽然预期现金流一样，但一个是确定的，另一个不确定。我们必须做更深入的研究才能找到可用的估值公式。

### 8.3 估值公式

在给出估值公式之前，我们可以先列出合理的公式应该具备的性质<sup>⊖</sup>：

1. 如果所有未来现金流非负，那么估值也非负。
2. 如果将所有未来现金流加倍（或 3 倍、或减半），那么估值也同比

<sup>⊖</sup> 在这个列表中，我们略去了技术角度的一个要求：如果对某个状态  $s^*$  有  $\pi(t, s^*) = 0$  及  $cf(t, s^*) = 1$ ，但对任意  $s \neq s^*$  有  $cf(t, s) = 0$ ，那么现金流的价值必须等于零。换言之，依赖于不可能发生的结果的现金流的价值为零；例如，行权价为 -10 的看跌期权。

例变化。

3. 如果将两组现金流相加，那么合并现金流的估值应等于两组现金流各自估值之和。
4. 在现金流具有完全确定性的情形下，估值公式应退化为式（8-1）。
5. 根据公式的估值结果应与各证券的市价一致。

性质 1 显然是合理的，一个永不亏损而且可能获利的机会理应有一些价值。性质 2 是说 6 股的价格等于 1 股的价格的 6 倍。性质 3 和性质 2 共同保证了估值公式应该具有组合属性；即为了获得组合的估值，我们可以先为组合中的每只股票估值，然后把它们按组合权重取加权均值。性质 3 不仅使我们能够从股票层面汇总到组合层面，还能够对现金流中的每一笔现金单独估值。因此我们可以单独估计下季度分红的价值以及下下季度分红的价值。3 个月后和 6 个月后的分红现金流可能高度相关；但这没有关系，估值公式会处理好每一次分红。

性质 3 还使我们看到了这种估值观点的灵活性。假设我们有一只每季度分红的股票，并且下次分红将在 3 个月后发放。性质 3 使我们不必考虑一个无限的分红序列，而只要考虑股票下面 4 个季度的分红与 1 年后的股票价格。1 年后的价格是我们获得的最后一笔现金流。这个例子中的“1 年”是可以任意选取的。我们可以用 1 个月后的价格（在第一次分红前），或是 2 年后的价格（在 8 次分红后）。不论我们怎样表达未来现金流，估值公式都应给出同样的结果。

性质 4 是说我们可以为任何期限的确定性现金流估值。这显然是为任何期限的不确定现金流估值的前提。式（8-1）基于恒定的无风险利率，但我们可以容易地将它推广到允许不同期限具有不同无风险收益率的情形。

性质 5 是说估值公式应该是有效的。这正是主动投资经理和经济学家的分歧所在。主动投资经理的兴趣在于利用这个判断基准寻找不满足公式的股票。在实践中，性质 5 被理解为“估值在某些股票群内平均上是正确的”。主动投资经理可以在这些股票群内部寻找被低估或被高估的股票。

我们知道了估值公式想要的性质，那如何才能得到它呢？

## 8.4 风险调整期望

有两种方式修改式（8-5）的右端以得到像式（8-1）那样直截了当的

关系式。一种方式是引入风险调整利息率的概念。然后我们可以将预期现金流按较高（正如我们希望的那样）的利息率折现，从而得到较低的估值。这看起来是一个好主意，并且下一章我们将看到它已被应用到投资实践之中。这种方法只是 CAPM 和 APT 的一个直接推广，即

$$E\left[\frac{cf(t)}{p}\right] = 1 + i_r + \beta \cdot f_0 \quad (8-6)$$

这里  $cf(t)$  是股票在一年后的价值，整理后得到

$$p = \frac{E[cf(t)]}{1 + i_r + \beta \cdot f_0} \quad (8-7)$$

式 (8-7) 中风险调整利息率基于资产的贝塔和组合 Q 的预期超额收益率。分母中  $i_r + \beta \cdot f_0$  这一部分有时被称为资本的股权成本。

虽然风险调整利息率简单易懂，但这种估值方法有时会失效。特别地，想象一种依赖于掷硬币的结果的证券，它的价值为 100 000 美元（如果掷硬币的结果为正面）或 -100 000 美元（如果掷硬币的结果为反面）。它的预期现金流为零。任何通过调整折现率进行估值的方法得到的结果都仍然是零。<sup>②</sup>

现代估值理论采用了式 (8-5) 的另一种修正：风险调整期望  $E^* | cf(t)|$ 。我们将看到，这种方法为我们提供的关于估值的深刻理解远胜于式 (8-7)，并且统一了 CAPM、APT 和期权定价理论中的概念。通过引入一个唯一的风险调整概率分布，我们将能够以相同的无风险利率折现所有的风险调整期望现金流。

我们通过引入价值乘子  $v(s, t)$  来实现风险调整，调整后的期望值可以写为：

$$E^* | cf(t)| = E[v(t) \cdot cf(t)] = \sum_s \pi(t, s) \cdot v(t, s) \cdot cf(t, s) \quad (8-8)$$

这里  $v(t, s)$  满足

- 正值；
- 期望值等于 1；

<sup>②</sup> 在式 (8-7) 中，这种情形导致分子趋近于零。更多细节请见问题 3。

<sup>③</sup> 技术上讲， $v(t, s)$  是一个 Radon-Nikodyn 导数，并且  $\pi^*(t, s) = v(t, s) \cdot \pi(t, s)$  是一个鞅等价测度。

- 是组合 Q 收益率的函数，并且与组合 S 的总收益成比例（组合 S 是总收益二阶矩最小的组合，详见技术附录）。

在技术附录中，我们将证明：只要估值环境中没有套利机会，就会存在这样的价值乘子。套利机会是指：在  $t=0$  时，我们可以构建一个不需正投资额的组合，使得在投资期末，它的所有可能净值都是非负的，并且至少在一种可能结果中是正的。

根据上述风险调整期望的定义，我们得到了期待已久的估值公式：

$$p = \sum_{t=1}^T \frac{E^* \{ cf(t) \}}{(1 + i_p)^t} \quad (8-9)$$

所有的现代估值理论，包括期权定价理论、CAPM 和 APT，都使用了式 (8-9) 形式的估值公式。技术附录将详细讨论这一点。

让我们来检验一下式 (8-9) 是否满足估值公式应具备的性质。由于  $v(t)$  是正的，所以性质 1 成立：非负现金流将导致非负的风险调整期望  $E^* \{ cf(t) \}$ ，进而根据式 (8-9) 得到非负的估值。

容易看出，估值公式对  $cf(t)$  是线性的，所以性质 2 和 3 必然成立。这意味着式 (8-9) 具有投资组合性质。如果股票  $n$  具有不确定现金流  $cf_n(t)$ ，并且股票  $n$  在组合 P 中的权重为  $h_{P,n}$ ，那么组合的现金流是  $cf_p(t) = \sum_n h_{P,n} \cdot cf_n(t)$ ，并且组合 P 的估值为

$$p = \sum_t \frac{E^* \{ cf_p(t) \}}{(1 + i_p)^t} = \sum_n h_{P,n} \cdot p_n \quad (8-10)$$

其中

$$p_n = \sum_t \frac{E^* \{ cf_n(t) \}}{(1 + i_p)^t} \quad (8-11)$$

是股票  $n$  的独立估值。

如果现金流  $cf(t)$  是确定的，那么

$$E^* \{ cf(t) \} = E \{ v(t) \cdot cf(t) \} = cf(t) \cdot E \{ v(t) \} = cf(t) \quad (8-12)$$

式 (8-12) 中第一个等号是根据  $E^*$  的定义，第二个等号是因为  $cf(t)$  是确定性的，第三个等号是因为  $v(t)$  的期望值是 1。式 (8-12) 说明性质 4 是成立的：式 (8-9) 在确定性现金流情形下与式 (8-1) 一致。

我们希望性质 5 至少在平均意义下也能够成立。如果性质 5 对每一只

股票都成立，那么主动投资经理在市场中就找不到机会了。

## 8.5 直观理解

价值乘子  $v(t, s)$  帮助我们定义了一组新的概率： $\pi^*(t, s) = \pi(t, s) \cdot v(t, s)$ 。风险调整期望  $E^*$  就采用了这组概率。

在前面的简单例子中，结果  $cf(t, 1) = 49$  和  $cf(t, 2) = 53$  具有相等的概率， $\pi(t, 1) = \pi(t, 2) = 0.5$ ；并且年化无风险收益率为 6%， $i_r = 0.06$ 。我们可以计算出（见技术附录）： $v(t, 1) = 1.38$ ， $v(t, 2) = 0.62$ 。调整后的概率为  $\pi^*(t, 1) = 0.5 \times 1.38 = 0.69$  及  $\pi^*(t, 2) = 0.5 \times 0.62 = 0.31$ 。现在，我们对这只具有高风险的股票的估值就与市价相符了：

$$50 = \frac{(0.69 \times 49 + 0.31 \times 53)}{(1.06)^{1/12}} \quad (8-13)$$

### 协方差的角色

根据协方差的定义以及  $E[v(t)] = 1$  这个事实，我们可以建立如下方程将  $cf(t)$  的期望值和风险调整期望值联系在一起：

$$E^*[cf(t)] = \text{Cov}[cf(t), v(t)] + E[cf(t)] \quad (8-14)$$

结合式 (8-5) 和式 (8-9) 可以推出一般情况下，协方差项都是负的。在我们的例子中， $E^*[cf(t)] = 50.24$  及  $E[cf(t)] = 51$ ，所以协方差项为 -0.76。这是对风险的明确惩罚，其现值为 -0.756。

对于估值公式的另一种理解是认为价值乘子调整了现金流。当价值乘子  $v(t, s) > 1$  时，它放大了现金流；当  $v(t, s) < 1$  时，它减少了现金流。由于价值乘子的期望值为 1，所以它们平均而言是无偏的。在我们的例子中，缩放后的现金流为  $67.62 = 1.38 \times 49$  和  $32.86 = 0.62 \times 53$ 。

假设  $cf_m(t)$  与市场组合的总收益率成比例，那么负的协方差意味着  $v(t, s)$  在市场收益率高于长期均值（好的时段）时小于 1，而在市场收益率低于长期均值（坏的时段）时大于 1。期望  $E^*$  通过对好的时段配以较低价值、对坏的时段配以较高的价值来实现风险调整。这并不奇怪，这意味着在资金稀缺的时候现金流更加珍贵。

## 8.6 与市场有关的估值

根据现代估值理论，式（8-9）中的关键元素——无风险收益率  $i_f$  和价值乘子  $v(t,s)$ ——都是只依赖于市场而不依赖个股的。方程中唯一依赖于个股信息的只有潜在现金流  $cf(t,s)$ 。我们用相同的  $v(t,s)$  和相同的  $i_f$  来处理所有投资工具：IBM 公司的股票，GM 公司的看跌期权，或者标普 500 指数组合。这个关键性质出现在所有现代资产估值理论中，特别是认为只有系统性风险才会被定价的 CAPM 和 APT。

APT 在无套利定价的框架中对资产进行了定价：对不可分散风险具有相同暴露度的资产应具有相等的（预期）收益率。这种无套利定价的观念是证明“价值乘子不依赖于个股收益率，而只依赖于组合 Q 的收益率”的关键。

我们已经发现了一个简单公式，只要提供股票的不确定现金流序列，就能对股票估值。这个公式首先计算了股票现金流的风险调整期望值，然后将它以市场利率折现，从而得到该股票的现值。在某些情形下，例如期权估值或 CAPM 的某些变体中，有明确的公式让我们计算出经调整的现金流。在其他情形中，例如在 APT 中，虽然我们并没有具体的信息去计算出调整期望值，但这些调整期望值确实存在。<sup>⊖</sup> 技术附录中包含这类应用的一些例子。

## 8.7 价值与预期收益率

下面我们来将预期收益率公式（即 CAPM 和 APT）与刚刚描述过的估值公式联系起来。考虑一只当前定价为  $p(0)$  的股票，它将在 1 年后支付一笔分红  $d$ ，并且在那时具有一个不确定的价格  $p(1)$ 。假设这只股票的当前定价是合理的，并且 1 年后的定价也是合理的。如果我们在 1 年后卖掉这只股票，那么现金流将是分红加上卖出价格： $cf(1) = d + p(1)$ 。将估值公式应用到这段单个时期上：

---

<sup>⊖</sup> 如果我们知道真实的 APT 因子，并且因此能够计算出组合 Q 和组合 S，那么我们就能计算出经调整的现金流。

$$p(0) = \frac{E^*|d + p(1)|}{(1 + i_f)} = \frac{E|v(1) \cdot [d + p(1)]|}{(1 + i_f)} \quad (8-15)$$

如果  $p(0) \neq 0$ , 那么我们可以将式 (8-15) 变化为预期收益率方程。我们定义总收益  $R = [d + p(1)]/p(0)$ 。在式 (8-15) 两端除以  $p(0)$ , 然后乘以  $1 + i_f$ , 再利用  $E|v(1)| = 1$  以及协方差的定义得到

$$E|R| = (1 + i_f) - \text{Cov}[v, R] \quad (8-16)$$

以及

$$E^*|R| = (1 + i_f) = E|v \cdot R| \quad (8-17)$$

式 (8-16) 表明所有股票的预期超额收益率都由它们与  $v$  的协方差决定。这个结果高度接近于 CAPM 和 APT 的结果: 每只股票的预期超额收益率都由它与组合 Q (在 CAPM 中就是市场组合) 的协方差决定。技术附录将证明, 事实上  $v$  就是组合 Q 收益率的函数, 并且与组合 S (无风险资产与组合 Q 的组合) 的收益率成比例。因此我们将式 (8-16) 与 CAPM 和 APT 联系起来了。并且, 我们不仅可以从式 (8-15) 推出式 (8-16), 还可以反过来从式 (8-16) 推出式 (8-15)。

式 (8-17) 还证明了在修正 (风险调整) 概率下, 任何风险投资的预期收益率都等于无风险投资的收益率。事实上, 在修正期望值下, 所有股票的 (修正) 预期收益率都等于无风险收益率。

如果市场价格和模型价格不符会怎样? 假设我们发现一只资产具有市场价格  $p(0, \text{市场}) \neq 0$ , 并且该市场价格与模型价格不符:

$$p(0, \text{市场}) \neq \frac{E^*|cf(1)|}{1 + i_f} = p(0, \text{模型}) \quad (8-18)$$

根据以下两个方程定义参数  $\kappa$  和  $\gamma$ :

$$\kappa = \frac{p(0, \text{模型}) - p(0, \text{市场})}{p(0, \text{市场})} \quad (8-19)$$

和

$$\gamma \cdot \kappa = \frac{p(1, \text{模型}) - p(1, \text{市场})}{p(1, \text{市场}) + d} \quad (8-20)$$

参数  $\kappa$  衡量了股票定价偏差的程度: 它是  $t=0$  时刻股票的模型定价与市场定价之间的差异百分比 (相对于市场定价)。参数  $\gamma$  衡量了定价偏差的持续性: 市场需要多久才能修正我们发现的定价偏差。通常情况下,  $0 \leq \gamma \leq 1$ 。对于“慢节奏的修正”,  $\gamma$  将接近于 1.0; 也就是说, 绝大部分的定价偏

差将会持续存在。对于“快节奏的修正”， $\gamma$ 将接近0。如果假设衰减速度是指数型的，那么 $-0.69/\ln|\gamma|$ 就是定价偏差的半衰期，即偏差衰减一半所需的时间（单位为年）。

根据式(8-16)、式(8-19)和式(8-20)得到<sup>⊖</sup>

$$E|R| = 1 + i_f - \text{Cov}[v, R] + \alpha \quad (8-21)$$

其中

$$\alpha = (1 + i_f) \cdot \left[ \frac{\kappa \cdot (1 - \gamma)}{1 + \kappa \cdot \gamma} \right] \quad (8-22)$$

式(8-22)将预期收益率分解为“如果股票被合理定价的预期收益率”和“修正市场定价偏差产生的收益率”两项。注意到如果 $\kappa=0$ 或者 $\gamma=1$ ，都有 $\alpha=0$ ；后者意味着我们不希望市场总是注意不到这只股票的定价错误。当 $\gamma=0$ 时，我们有 $\alpha=(1+i_f) \cdot \kappa$ ；这意味着我们在1年内实现了全部的定价偏差修正收益以及无风险收益。

表8-1展示了在假设了每年6%的无风险利率的前提下，在不同 $\kappa$ 和 $\gamma$ 水平下的阿尔法的值。

表8-1 阿尔法

$\kappa$	$\gamma$				
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
1%	1.06%	0.85%	0.63%	0.42%	0.21%
5%	5.30%	4.20%	3.12%	2.06%	1.02%
10%	10.60%	8.31%	6.12%	4.00%	1.96%
25%	26.50%	20.19%	14.45%	9.22%	4.42%
50%	53.00%	38.55%	26.50%	16.31%	7.57%

## 8.8 总结

现代估值理论对不确定的未来现金流的定价方式，是首先计算该现金流的风险调整期望值，然后用无风险利率折现。该理论与预测预期收益率的CAPM和APT模型是一致的；事实上该理论中的风险调整过程和组合Q是相关的。

⊖ 定义 $R^*$ 为资产合理定价时的收益率，然后证明 $R$ 与 $R^*$ 成比例，进而从式(8-16)直接得到式(8-21)。

如果资产当前的市场定价并不合理，那么该资产的预期收益率将由两部分组成：第一部分是假设资产被合理定价时的预期收益率，第二部分是市场当前定价回归合理定价产生的修正收益率。

## 8.9 问题

1. 在正文描述的简单股票示例中，假设存在该股票的一种欧式看涨期权，行权价为 50，距离行权日还有 1 个月，那么请对这种看涨期权定价。欧式看涨期权的现金流发生在 1 个月之后的行权日，现金流大小为  $\max\{0, p(t,s) - 50\}$ ，其中  $p(t,s)$  是股票在时刻  $t$  和状态  $s$  下的价格。
2. 比较式 (8-16) 与 CAPM 给出的预期收益率的表达式，并建立  $v$  和  $r_0$  之间的关系式。这里我们假设  $E[v] = 1$  以便  $v$  成为  $r_0$  的一个函数。
3. 利用正文中简单股票的示例，对下述投资工具进行定价：在状态 1 情形下，支付 1 美元，即  $c(t,1) = 1$ ；在状态 2 情形下，支付 -1 美元，即  $c(t,2) = -1$ 。该工具的预期收益率是多少？它相对于标的股票的贝塔值是多少？它与定价式 (8-7) 的失效有何关系？
4. 假设你相信股票 X 的当前市场价格被低估了 25%，并且认为该定价偏差消失一半需要 3.1 年。那么你对该股票未来 1 年阿尔法的预测值是多少？

## 8.10 参考文献

- Arrow, Kenneth J. *Essays in the Theory of Risk-Bearing* (Chicago: Markham Publishing Company, 1971).
- Bar-Yosef, Sasson, and Hayne Leland. *Risk Adjusted Discounting*. University of California, Berkeley Research Program in Finance working paper #134, December 1982.
- Black, Fischer, and Myron Scholes. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy*, vol. 81, no. 3, 1973, pp. 637-654.
- Chamberlain, Gary, and M. Rothschild. "Arbitrage, Factor Structure and Mean-Variance Analysis on Large Asset Markets." *Econometrica*, vol 51, no. 5, 1983, pp. 1281-1304.
- Cox, John C., and Mark Rubinstein. *Options Markets* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1985).
- Debreu, Gerard. *Theory of Value* (New York: John Wiley & Sons, 1959).
- Garman, Mark B. "A General Theory of Asset Valuation under Diffusion State Processes." University of California, Berkeley Research Program in Finance working paper #50, 1976.

- Garman, Mark B. "Towards a Semigroup Pricing Theory." *Journal of Finance*, vol. 40, no. 3, 1985, pp. 847–861.
- Grinold, Richard C. "The Valuation of Dependent Securities in a Diffusion Process," University of California, Berkeley Research Program in Finance working paper #59, April 1977.
- . "Market Value Maximization and Markov Dynamic Programming." *Management Science*, vol. 29 no. 5, 1983, pp. 583–594.
- . "Ex-Ante Characterization of an Efficient Portfolio." University of California, Berkeley Research Program in Finance working paper #59, September 1987.
- Harrison, Michael J., and David M. Kreps. "Martingales and Arbitrage in Multi-period Securities Markets." *Journal of Economic Theory*, vol 20, 1979, pp. 381–408.
- Hull, John. *Options, Futures, and Other Derivative Securities* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1989).
- Ohlson, James A. "A Synthesis of Security Valuation Theory and the Role of Dividends, Cash Flows, and Earnings." Columbia University working paper, April 1989.
- Ross, Stephen. "Return, Risk, and Arbitrage." In *Risk and Return in Finance*, edited by I. Friend and J. Bicksler (Cambridge, Mass.: Ballinger, 1976).
- Rubinstein, Mark. "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options." *Bell Journal of Economics*, vol 7, 1976, pp. 407–425.
- Sharpe, William F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, 1964, pp. 425–442.
- Williams, John Burr. *The Theory of Investment Value* (Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1964).

## 8.11 技术附录

本技术附录将推导正文中用到的几个结果。特别地，

- ▶ 我们将推导有限种可能结果情形下的基本估值公式。
- ▶ 我们将用期权定价的例子来说明基本估值公式的应用。
- ▶ 我们将应用 CAPM (更准确地说是均值/方差理论) 来估值。
- ▶ 我们将引入组合 S，并用它来重新表述我们的估值框架。

### 估值理论

考虑一组有限数目的资产，编号为  $n = 0, 1, \dots, N$ ；考虑它们在  $T$  个时间单位上的价格。从时刻  $t = 0$  开始，我们依次观察到这些资产在时刻  $t = 1, 2, \dots, T$  时的价格。资产价格沿着不同的路径演变。所有路径的集合确定了结果集。在时刻  $t = T$ ，我们将得知资产价格到底是沿着结果集中

的哪条路径演变过来的。在时刻  $t=0$ ，我们只知道全部可能的路径。在中间时刻  $0 < t < T$ ，我们对价格最终所经过的路径有部分的了解。

具体了解在每个中间时刻价格路径的状态将定义出这个随机演化系统。我们对路径的了解随着时间的推进不断精细；在这一过程中，可能路径集也不断缩小。在时刻  $t$ ，我们将处于  $\Omega(t)$ <sup>①</sup> 种可能状态之一，这里每一种状态都对应一个由全部可能后续路径构成的集合。随着时间的推进，这个可能路径集不断缩小，直到时刻  $T$  我们获知价格演变的完整路径。

图 8A-1 给出了 3 个时间单位、11 种可能路径情形的示意图。

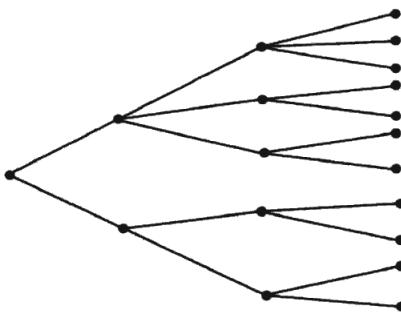


图 8A-1

我们可以用数学语言更精确地描述上述过程。在时刻  $t \geq 1$ ，在状态  $s$  下，我们可以唯一确定时刻  $t-1$  的状态，称之为时刻  $t$  状态  $s$  的前继，记为  $\phi(s, t)$ <sup>②</sup>。我们还能确定  $(s, t)$  在时刻  $t+1$  的所有可能后继，并将可能后继的全体记为  $\Omega(s, t)$ 。对任何可能后继  $z \in \Omega(s, t)$ ，必然有  $(s, t)$  是其前继；即如果  $z \in \Omega(s, t)$ ，则  $\phi(z, t+1) = s$ 。类似地，如果  $z \notin \Omega(s, t)$ ，那么  $\phi(z, t+1) \neq s$ 。时刻  $t$  的全部可能状态构成的集合记为  $\Phi(t)$ 。

假设我们知道时刻  $t$  状态  $s$  的发生概率  $\pi(s, t)$ 。我们只要求这些概率是正值。

资产价格由  $p_n(s, t)$  表示，即资产  $n$  在时刻  $t$  状态  $s$  下的价格。因为在

① 原著中为  $S(t)$ ，根据文意，与后文中主要使用的记号  $\Omega(t)$  应是一致的，故替换为后者。——译者注

② 注意这里  $(s, t)$  的顺序与正文中相反，但不影响本质。——译者注

$t=0$  时刻仅有一种状态，所以我们用  $p_0(1, 0)$  来代表初始价格。

有一只特殊资产，其编号为  $n=0$ ，是无风险资产。在时刻  $t$  状态  $s$  下，我们将提前获知一个确定的正的无风险利率  $i_r(s, t)$ ，它将是无风险资产的价格自时刻  $t$  到时刻  $t+1$  的变化率。不妨设无风险资产的初始价格为 1，即  $p_0(1, 0) = 1$ 。那么在时刻  $t$ ，我们有

$$p_0(z, t+1) = [1 + i_r(s, t)] \cdot p_0(s, t) \quad (8A-1)$$

对任意  $z \in \Omega(s, t)$  成立。这样的假设允许每个时间单位上的无风险收益率有所不同，同时我们总能获知下一时间单位上的无风险收益率。

为了简化讨论，我们将忽略分红。这意味着我们可以假设所有的分红都将在时刻  $T$  支付，或者  $p_n(s, t)$  包含了累计分红。

一个投资策略由  $N+1$  维向量  $NS(s, t) = | NS_0(s, t), NS_1(s, t), \dots, NS_N(s, t) |$  确定（这里  $NS$  是持股数“number of shares”的缩写）。在初始时刻，为了良好定义投资策略  $NS(s, t)$ ，我们需完整定义这个向量在每一状态、每一时刻及每一资产上的值。向量中的每一个元素  $NS_n(s, t)$  描述策略投资组合在状态  $s$  下，在时刻  $t$  到时刻  $t+1$  时段上持有资产  $n$  的股份数目。策略  $NS$  的投资组合在时刻  $t$  状态  $s$  下的价值用  $W(s, t)$  表示，定义如下

$$W(s, t) = \sum_{n=0}^N NS_n(s, t) \cdot p_n(s, t) \quad (8A-2)$$

为了使组合价值保持守恒，我们强制  $W(s, t)$  满足自融资约束：投资组合在  $t-1$  时段结束时刻的价值必须精确等于投资组合在时段  $t$  初始时刻的价值。数学上表达为：对任意  $t \geq 1$  以及  $s \in \Phi(t)$ ，

$$W(s, t) = \sum_{n=0}^N NS_n(s, t) \cdot p_n(s, t) = \sum_{n=0}^N NS_n[\phi(s, t), t-1] \cdot p_n(s, t) \quad (8A-3)$$

组合价值在头寸调整前与头寸调整后是一致的。

我们称套利机会存在，如果我们可以找到一个具有如下性质的投资策略：它所需的初始资金非正，即  $W(1, 0) \leq 0$ ；绝对不会亏钱，即  $W(s, T^\ominus) \geq 0$  对任意  $s \in \Phi(T)$  成立；至少在一种可能结果中赚钱，即  $\sum_{s \in \Phi(T)} W(s, T) > 0$ 。

---

⊕ 原著中为  $t$ ，译者判断应为印刷错误，更正为  $T$ 。——译者注

**命题 1**

如果不存在套利机会，那么我们必然可以找到一个正值的估值乘子  $v(s,t) > 0$ ，使得对任意资产  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  和任意时刻  $t = 1, 2, \dots, T$ ，有式 (8A-4) 成立

$$p_n(1,0) = \sum_{s \in \Phi(t)} \pi(s,t) \cdot v(s,t) \cdot \left\{ \frac{p_n(s,t)}{p_0(s,t)} \right\} \quad (8A-4)$$

**证明** 考虑下述线性规划问题：

$$\text{Max} \left\{ \sum_{s \in \Phi(T)} W(s,T) \right\} \quad (8A-5)$$

约束为：

$$\sum_{n=0}^N NS_n(1,0) \cdot p_n(1,0) \leq 0 \quad (8A-6)$$

以及

$$-\sum_{n=0}^N NS_n(s,t) \cdot p_n(s,t) + \sum_{n=0}^N NS_n[\phi(s,t), t-1] \cdot p_n(s,t) = 0 \quad (8A-7)$$

对任意  $1 \leq t < T$  及任意  $s \in \Phi(t)$  成立；以及

$$-\sum_{n=0}^N NS_n(s,T) \cdot p_n(s,T) + W(s,T) = 0 \quad (8A-8)$$

以及

$$W(s,T) \geq 0 \quad (8A-9)$$

对任意  $s \in \Phi(T)$  成立。

上述线性规划问题的目标函数是投资期末财富金额在各状态下的总和，优化目标是在“初始财富非正（式 (8A-6)）、自融资（式 (8A-7)）、期末财富定义（式 (8A-8)）和期末财富在各状态下恒正（式 (8A-9)）”这 4 条约束下最大化目标函数值。

给定初始财富非正和期末财富非负的约束，这个线性规划问题显然有一个可行解：对任意  $n, s$  和  $t$ ，恒取  $NS_n(s,t) = 0$ 。根据无套利机会假设，这个可行解必然也是最优解，即不存在使目标函数取正值的可行解。

于是，根据线性规划对偶理论，存在对偶问题的一个最优解  $q(s,t)$ 。对偶问题是

$$\text{Min} \left\{ \sum_{t=0}^T \sum_{s \in \Phi(t)} q(s,t) \right\} \quad (8A-10)$$

约束为

$$-q(s,t) \cdot p_n(s,t) + \sum_{z \in \Omega(s,t)} q(z,t+1) \cdot p_n(z,t+1) = 0 \quad (8A-11)$$

对任意  $n=0, 1, \dots, N$ , 任意  $0 \leq t < T$ , 任意  $s \in \Phi(t)$ ; 以及

$$q(1,0) \geq 0 \quad (8A-12)$$

$$q(s,T) \geq 1 \quad (8A-13)$$

对任意  $s \in \Phi(T)$ 。

令  $q(s,t)$  为对偶最优解。式 (8A-13) 保证了  $q(s,T)$  是正的, 并且事实上总大于 1。我们可以通过对无风险资产迭代地使用式 (8A-11) 来证明每个  $q(s,t)$  都是正的:

$$q(s,t) = \{1 + i_r(s,t)\} \cdot \sum_{z \in \Omega(s,t)} q(z,t+1) \quad (8A-14)$$

定义条件概率  $\pi^*(z,t+1|s,t)$  为

$$\pi^*(z,t+1|s,t) = \begin{cases} \frac{1 + i_r(s,t)}{q(s,t)} \cdot q(z,t+1) & \text{若 } z \in \Omega(s,t) \\ 0 & \text{若 } z \notin \Omega(s,t) \end{cases} \quad (8A-15)$$

上述定义与式 (8A-11) 共同推导出估值公式从时刻  $t$  到时刻  $t+1$  的递推方程:

$$\left\{ \frac{p_n(s,t)}{p_0(s,t)} \right\} = \sum_{z \in \Omega(s,t)} \pi^*(z,t+1|s,t) \cdot \left\{ \frac{p_n(z,t+1)}{p_0(z,t+1)} \right\} \quad (8A-16)$$

式 (8A-16) 右端需要知道状态  $(z, t+1)$  在已知前继状态为  $(s, t)$  时的条件概率。我们希望将它改写为无条件概率的形式; 为此, 我们定义一组新的概率  $\pi^*$ 。首先, 定义  $\pi^*(1,0)=1$ , 然后根据式 (8A-17) 递推定义全部的  $\pi^*(s,t)$ :

$$\pi^*(s,t+1) = \pi^*[s,t+1 | \phi(s,t+1), t] \cdot \pi^*[\phi(s,t+1), t] \quad (8A-17)$$

其中  $\phi(s,t+1)$  是时刻  $t+1$  状态  $s$  在时刻  $t$  的唯一前继。进而, 我们就可以根据式 (8A-18) 立即构造出估值乘子  $v(s,t)$ :

$$v(s,t) = \frac{\pi^*(s,t)}{\pi(s,t)} \quad (8A-18)$$

迭代地应用式 (8A-16)、式 (8A-17) 和式 (8A-18), 就可以证明命题 1,

即式 (8A-4)。<sup>②</sup>

## 期权定价

现代估值理论最为人熟知的部分是期权定价。这里我们将给出一个例子，它是本章正文中使用过的例子的延续。在为期 1 个月的单个投资期上考虑一只单独的股票，假设其股价在 1 个月后有两种可能的结果，且二者发生的概率相等：一种结果中股价上涨，另一种结果中股价下跌。对应于 6% 的年化无风险收益率，我们可以计算出 1 美元无风险资产的价值将在投资期末上涨到  $R_f = (1 + i_f)^{1/12} = 1.00487$  美元。假设股票的初始价格是  $p = 50$  美元，期末价格是  $p_{\text{上涨}} = 53$  美元或  $p_{\text{下跌}} = 49$  美元，并且设上涨和下跌的概率相等： $\pi_{\text{上涨}} = \pi_{\text{下跌}} = 0.5$ 。

现在我们来计算上涨和下跌状态下的估值乘子。根据式 (8A-11)，本例中的对偶线性规划问题是

$$q_0 - \{q_{\text{上涨}} \cdot R_f + q_{\text{下跌}} \cdot R_f\} = 0 \quad (8A-19)$$

$$q_0 \cdot 50 - \{q_{\text{上涨}} \cdot 53 + q_{\text{下跌}} \cdot 49\} = 0 \quad (8A-20)$$

② 我们只证明了估值乘子的存在性，但没有证明其唯一性。只有在“完整市场”的条件下，估值乘子才是唯一的。在完整市场中，对任意时刻  $t$ ，任意状态  $s \in S(t)$ ，我们都能建立一个自融资策略，使得它在状态  $s$  下产生 1 美元收益，而在其他状态  $u \in S(t) / \{s\}$  下产生零收益。不仅如此，我们还可以确定这样的自融资策略 ( $W(u, t) = 1; W(u, t) = 0$  对任意  $u \in S(t), u \neq s$ ) 的最低初始投入  $V^*(s, t)$ )。根据无套利假设， $V^*(s, t)$  必然大于零，并且可以推出

$$v(s, t) = \frac{\pi(s, t)}{V^*(s, t) \cdot p_0(s, t)}.$$

③ 命题 1 要求股票价格随机过程中不存在套利机会。举例而言，在投资实践中，当我们用 Monte Carlo 方法生成股票价格时，该随机过程可能不再是无套利的。然而，我们可以通过“假设原始概率为缺概率，并相应地调整原始价格”来将原价格过程转为无套利的。准确地说，就是定义如下  $\delta_n(s, t)$  和调整价格  $p_n^*(s, t)$ ：

$$\delta_n(s, t) = \left\{ \frac{(1 + i_f(s, t)) \cdot p_n^*(s, t)}{\sum_{z \in S(t)} \pi(z, t+1) \cdot p_n(z, t+1)} \right\}$$

以及

$$p_n^*(1, 0) = p_n(1, 0)$$

以及

$$p_n^*(z, t+1) = \delta_n(s, t) \cdot p_n(z, t+1)$$

对任意  $z \in S(t)$ 。利用这些调整价格序列，那么式 (8A-16) 将在原始概率下成立。这种想法的变体有时也被用于期权定价理论。

并且  $q_0 \geq 0$  及  $q_{\text{上涨}} \cdot q_{\text{下跌}} \geq 0$ 。根据以上方程组可以求解出  $v_{\text{上涨}} = \left\{ \frac{q_{\text{上涨}}}{q_0 \cdot \pi_{\text{上涨}}} \right\}$  和  $v_{\text{下跌}} = \left\{ \frac{q_{\text{下跌}}}{q_0 \cdot \pi_{\text{下跌}}} \right\}$ ，结果是： $v_{\text{上涨}} = 0.62$ ， $v_{\text{下跌}} = 1.38$ 。

我们可以检验这组估值乘子是否能正确地对无风险资产和股票进行估值。只要  $\left\{ \frac{p_{\text{上涨}}}{p} \right\} > \{1 + i_f\} > \left\{ \frac{p_{\text{下跌}}}{p} \right\}$ ，这组乘子就会是非负的<sup>⊖</sup>，并且它们的和总是等于 1.0。

期权定价理论主要用于处理期权定价问题，然而只要获得上述价值乘子，我们就可以对任何依赖于股票价格的资产或衍生品进行定价。特别地，在上述简例中，我们可以对投资期末到期并且收益依赖于期末股价的期权进行定价。看涨期权的收益具有  $\text{Max}[0, S(t) - K]$  的形式，其中  $K$  是行权价格。

我们可以容易地将这个理论推广到多投资期情形。更详细的论述，请参见 Cox 和 Rubinstein、Hull 所著教程。

## 与 CAPM 和 APT 的联系

本章主体部分讨论了估值和预期收益率之间的关系。这里我们将再次返回这一主题。令  $p_n$  为股票  $n$  的初始价值， $d_n$  为该股票在月末支付的现金分红， $p_n^*$  为该股票在月末的价格。令  $R_n$ 、 $R_f$  和  $R_Q$  依次为该股票、无风险资产和组合 Q 的总收益。令  $r_n$ 、 $r_Q$  依次为股票  $n$  和组合 Q 的超额收益率。在 CAPM 模型中，组合 Q 就是市场组合。

### 命题 2

估值函数  $v$  仅依赖于组合 Q 的收益率，依赖关系由式 (8A-21) 给出：

$$v(s) = 1 - \kappa \cdot |r_Q(s) - f_Q| \quad (8A-21)$$

其中

$$\kappa = \frac{f_Q}{\sigma_Q} \quad (8A-22)$$

**证明** 状态  $s$  下股票  $n$  的总收益定义如下

$$R_n(s) = \frac{p_n^*(s) + d_n(s)}{p_n} \quad (8A-23)$$

<sup>⊖</sup> 如果这个条件不成立，那么必然存在套利机会。

组合 Q 定义了预期超额收益率，因此有

$$E\{R_n\} = R_f + \kappa \cdot \text{Cov}\{r_n, r_q\} \quad (8A-24)$$

根据协方差定义有

$$\text{Cov}\{r_n, r_q\} = \text{Cov}\{R_n, r_q\} = E\{R_n \cdot (r_q - E\{r_q\})\} \quad (8A-25)$$

将式 (8A-25) 代入式 (8A-24)，并将含期望值的两项合并，得到

$$E\{R_n(s) \cdot (1 - \kappa \cdot (r_q(s) - f_q))\} = R_f \quad (8A-26)$$

根据本章正文中式 (8-17) 可得

$$E\{R_n(s) \cdot v(s)\} = R_f$$

与 (8A-26) 比较，并注意到  $n$  的任意性，即得式 (8A-21)。

注意到  $v$  仅依赖于组合 Q 的收益率。估值乘子  $v$  的期望值为 1，并且由于  $\kappa > 0$ ， $v$  随着市场收益率的增加而减小。 $\kappa$  的合理估计值应该介于 1.5 和 2，作为例子，我们这里取  $\kappa = 1.75$ 。于是， $v$  取负值当且仅当  $r_q > f_q + 0.57$ 。如果市场的预期年化超额收益率大约为 6%，那么  $v$  取负值的充要条件将是  $r_q > 6\% + 57\% = 63\%$ ：这是一个 3 个标准差外的极小概率事件。事实上，标普 500 指数自 1926 年以来的年度收益率中，最高的两个年份 1933 年和 1954 年也只取得了 54% 和 53% 的收益率。

命题 2 将估值乘子  $v$  与组合 Q 的超额收益率联系起来了。此外，我们还可以引入一个新的组合，称为组合 S，它同样可以解释超额收益率，而且它的总收益与估值乘子直接成比例。在本技术附录讨论的主题内，组合 S 只是提供了另一种关于超额收益率和估值的视角。我们引入组合 S 是因为它是比组合 Q 适用范围更广的解释超额收益率和估值的概念（虽然本书不会利用组合 S 的这个属性）。证明组合 S 的存在性和对超额收益率的解释性只需要极少的假设。举个例子说明：我们需要假设组合 C 具有正的预期超额收益率以确保组合 Q 的存在，与之对应的是，即使没有这条假设，组合 S 也是存在的，并且能够解释预期超额收益率。

## 组合 S

我们这样定义组合 S：它同时包含风险资产和无风险资产，并具有最低的总收益二阶矩。我们将研究组合 S 的性质，包括它与超额收益率、组合 Q 以及估值乘子的关系。

任意组合 P 的总收益定义为:  $R_p = 1 + i_p + r_p$ 。组合 S 是下述优化问题的解:

$$\text{Min}\{\mathbb{E}\{R_p^2\}\} \quad (8A-27)$$

其中组合 P 同时包含风险资产和无风险资产。无风险组合的总收益二阶矩为  $R_f^2$ 。组合 S 的总收益二阶矩将比无风险资产的更小。

**命题 3<sup>Θ</sup>**

对任意组合 P, 我们有

$$\mathbb{E}\{r_p\} = \phi \cdot \text{Cov}\{r_p, r_s\} \quad (8A-28)$$

其中

$$\phi = \frac{-1}{\mathbb{E}\{1 + i_p + r_s\}} = \frac{f_s}{\sigma_s^2} \quad (8A-29)$$

**证明** 考虑一个投资组合  $P(w)$ , 它由组合 S 和组合 P 构成; 其中投资于组合 S 的比例是  $(1-w)$ , 投资于组合 P 的比例是  $w$ 。该组合的总收益将是

$$R_p(w) = R_s + w \cdot |R_p - R_s| \quad (8A-30)$$

定义  $g_p(w)$  为组合  $P(w)$  的总收益二阶矩的期望值:

$$\begin{aligned} g_p(w) &= \mathbb{E}\{R_p^2(w)\} = \mathbb{E}\{R_s^2\} + 2 \cdot w \cdot \mathbb{E}\{R_s \cdot (R_p - R_s)\} \\ &\quad + w^2 \cdot \mathbb{E}\{(R_p - R_s)^2\} \end{aligned} \quad (8A-31)$$

由于组合 S 是具有最小总收益二阶矩的组合, 所以  $g_p(w)$  的导数在  $w=0$  处应取零值。因此

$$\mathbb{E}\{R_s \cdot (R_p - R_s)\} = 0 \quad (8A-32)$$

对任意组合 P 成立。将式 (8A-32) 展开可得

$$\text{Cov}\{r_p, r_s\} + \mathbb{E}\{r_p\} \cdot \mathbb{E}\{R_s\} = \mathbb{E}\{R_s^2\} \quad (8A-33)$$

Θ 这个命题实际上可以推广到更一般的情况。 $R_s$  和  $R_p$  可以是包含再平衡、期权复制等操作的更一般的策略的收益率。任给一个随机的无风险收益率, 设  $R_f$  是投资于无风险资产的某种策略的收益率, 可以证明,

$$\mathbb{E}\{R_p - R_f\} = \phi \cdot \text{Cov}\{R_p - R_f, R_s\}$$

其中

$$\phi = \frac{-1}{\mathbb{E}\{R_s\}}$$

这与技术附录正文中的结果几乎是一样的 (原著中, 本脚注第一个方程右端还有一项 “ $R_f$ ”, 但根据文意判断应为笔误, 已删去。——译者注)

式 (8A-33) 对任意组合 P 成立, 包括无风险组合 F; 因此有

$$E\{R_p\} \cdot E\{R_s\} = E\{R_s^2\} \quad (8A-34)$$

用式 (8A-34) 左端代替式 (8A-33) 右端的  $E\{R_s^2\}$ , 就得到命题 3 的结果, 即式 (8A-28)。式 (8A-29) 中的第二个等号可由式 (8A-34) 推出。

命题 3 证明了组合 S 与预期收益率之间的关系。我们还知道组合 Q 和预期收益率也相关, 这引导我们去建立组合 S 和组合 Q 之间的关系。

#### 命题 4

如果

- 组合 S 是式 (8A-27) 的最优解;
- 组合 Q 是具有最高夏普率的全额投资组合。<sup>⊖</sup>

那么组合 S 是组合 F 和组合 Q 的某种混合:

$$R_s = R_f + w_Q \cdot |R_Q - R_F| \quad (8A-35)$$

其中

$$w_Q = \frac{-SR_Q \cdot |1 + i_F|}{\sigma_Q \cdot |1 + SR_Q^2|} \quad (8A-36)$$

证明 任给一个全额投资组合 P, 考虑一个组合  $P(w)$ , 它由  $w$  比例的组合 P 和  $(1-w)$  比例的组合 F 构成。它的总收益为

$$R_p(w) = R_F + w \cdot (R_P - R_F) \quad (8A-37)$$

现在选取  $w$  使组合  $R_p(w)$  的预期二阶矩  $E\{R_p(w)^2\}$  取得最小值, 容易推出最优  $w$  为:

$$w_P = \frac{-SR_P \cdot |1 + i_F|}{\sigma_P \cdot |1 + SR_P^2|} \quad (8A-38)$$

同时, 最优预期二阶矩为

$$E\{R_p^2(w_P)\} = \frac{(1 + i_F)^2}{1 + SR_P^2} \quad (8A-39)$$

只要  $SR_P$  不等于零, 我们就可以获得比无风险组合更低的预期总收益二阶矩。事实上,  $SR_P$  的绝对值越大, 我们就能做得越好。因此, 当选择具有

<sup>⊖</sup> 这里我们做了熟悉的假设: 组合 C 具有正的预期超额收益率。因此组合 Q (能够解释预期超额收益率向量的那个全额投资组合) 必然存在。

最高  $SR_p^2$  的全额投资组合 Q 时，我们就可以构造出所有组合中（同时包含风险资产与无风险资产）预期总收益二阶矩最小的组合——组合 S。这就证明了命题 4，即式 (8A-35)。

我们最终的任务是将估值乘子用组合 S 表达出来。

### 命题 5

估值乘子可以表达为

$$\nu = \frac{R_s}{E\{R_s\}} \quad (8A-40)$$

**证明** 根据命题 3 (式 (8A-28))，单个资产或组合的预期超额收益率可用组合 S 来表达；我们用这一结论替代命题 2 证明过程中的式 (8A-24)，将之后所有涉及组合 Q 的地方替换为组合 S，就可推出

$$p_n = \frac{E\{(p_n^* + d_n) \cdot \nu\}}{R_f} \quad (8A-41)$$

其中

$$\nu = 1 - \phi \cdot (R_s - E\{R_s\}) \quad (8A-42)$$

由于  $\phi = -1/E\{R_s\}$ ，所以可将式 (8A-42) 化简为命题 5 的结论，即式 (8A-40)。

### 练习

- 利用第 2 章技术附录中的定义，组合 S 的特征是什么？
- 证明组合 S 的风险资产持仓头寸满足下式：  

$$V \cdot h_s = -E\{R_s\} \cdot f$$
- 证明：即使在  $f_c < 0$  时，组合 S 也存在；当  $f_c = 0$  时，组合 S 由 100% 的现金头寸，以及恰好正负抵消的风险资产的多头头寸和空头头寸构成。
- 证明组合 S 可以取代第 7 章技术附录命题 1 中组合 Q 的位置，即当且仅当组合 S 相对于因子模型  $(X, F, \Delta)$  充分分散时， $(X, F, \Delta)$  可以解释预期超额收益率向量。

### 应用练习

- 组合 Q 是 MMI，并且  $\mu_q = 6\%$ ，那么组合 S 是什么？请利用技术附

录中命题4（命题4证明了组合S可以用组合Q来表达）来求解本题。

2. 利用上一题中的结论，在 $r_0 = 5\%$ 的状态下，估值乘子应取值多少？请利用技术附录中的命题5来求出结果。如果无风险利率是6%，那么一张1年期限的仅在 $r_0 = 5\%$ （假设这种状态出现的概率为50%）时支付1美元的期权价值是多少？

## 第9章

# 估值实践

### 9.1 导言

前一章讨论了估值理论。该理论在期权、期货及其他衍生工具的估值实践中被证实是有效的，但还没有被应用到股权资产的估值实践中。在本章中，我们将介绍一些用于股权资产估值的量化方法。这些方法比较特殊，虽然和理论也有些模糊的联系。请不要惊讶，如果读者发现本章并没有提供一个“正确”的股票估值方法。我们在前一章已经描述了理论上正确的方法。本章实证了理论上正确的方案实际上难以付诸实践。我们不得不转向更加实用的方案。

读者应该将谦逊原则铭记于心：市场可能是对的，而你可能是错的。读者应该将主动管理基本定律铭记于心：为了产生附加值，你的正确率并不需要比 50% 高很多！我们应该带着这样现实的目标开始。

本章包含以下要点：

- 公司财务的基础理论为实用的估值模型提供了基本原则。
- 标准的估值模型是分红折现模型，它关注分红、盈利和成长。分红折现模型的优劣取决于成长率的预测。
- 比较型估值模型能够对一家公司的各项属性进行定价。
- 基于收益率的分析直接研究估值模型的终极目标：预测超常收益率。基于收益率的分析与套利定价理论（APT）模型有关。

我们的目标是寻找被市场错误定价的资产，并希望市场将最终自我修正。这需要一定的洞察力。量化方法可以帮助我们关注于这些洞察力并有效地使用它们，但不能取代这些洞察力本身。

## 9.2 公司财务

现代公司财务理论基于市场有效性的理念。Modigliani 和 Miller 在他们的经典研究工作中证明了市场有效性的威力：

- 分红政策只影响股票持有人的现金流分配。它是一个“现在支付或以后支付”的安排。分红政策不影响支付现金流的总价值。
- 一家公司的财务政策不影响该公司的总价值。财务政策旨在保持公司债务 (liability) 总值的恒定。

这些思想起初面临极大的争议，但它们历经数十年不倒，并且为其作者获得诺贝尔奖。主动投资经理的血液中流淌着市场无效的信念，他们可以将这些思想理解为：“分红和财务政策并不十分重要”。任何依赖于分红或债务融资的具有神奇效果的估值方法都可能是危险的。

一家公司的经济价值来自于其盈利性的经营活动。如果一家公司可以将它以 1.00 美元买入的原料（输入）转化为 3 个月后可以以 1.45 美元卖出的产品（输出），那么这家公司就能盈利。如果公司可以找到更多的项目来创造价值，那么它就会成长。这种产生盈利以及使盈利增长的能力是公司估值的核心。关于 Modigliani 和 Miller 研究结果的大量疑惑都源自两个问题：税收和无法区分子公司的运营活动和财务活动。

现在让我们暂时忽略税收问题。无法区分运营和财务决策是容易理解的。一家公司借钱是因为它需要资本开支来支持未来的成长。一家公司增加其分红是因为它过去的运营是成功的，并且未来的成功可预期。我们想要将运营方面的考虑（新的工厂、成功的产品等）和财务方面的考虑区分开。建立新工厂所需的资金可以来自以下三种来源中的任何一个：留存盈余（这将减少分红）、新股的出售（增发）或新债券的发行。成功的产品发行可以用来偿还债务、作为留存盈余保留下或者以分红的形式分发给股东。在 Modigliani 和 Miller 建立的原则的帮助下，我们可以认为公司的股

权价值有两个来源——运营价值和财务价值：

$$\text{股票价值} = \text{财务价值} + \text{运营价值} \quad (9-1)$$

在简单的情形下，财务价值等于公司资本盈余和债务的差额。资本盈余是支付过分红和利息（如果有的话）以及新投资之后的剩余资金，我们需要资本盈余以增长或维持公司运营端的活动。

运营价值源自运营收入（不包含利息），减去这些运营操作的成本（劳动力、原材料、辅助费用，但不包含利息成本），再减去维持和扩大股本（工厂、机器、研发等）的资本成本。

对任何一家公司，我们可以把它看作在两家协作运营的公司。运营端的公司生产工件，卖出工件，并投资于新的、更先进的工件生产设备。财务端的公司支付利息，支付分红，保留盈利，发行（或购回）股份以及发行（或购回）债券。如果财务端是净盈余的（留存盈余加上流入资本超过债务），那么它会将余额投资于无风险资产。如果财务端是净负债的，那么它将为债务与资金的差额支付利息<sup>②</sup>。

正如 Modigliani 和 Miller 所指出的，价值是在运营端被创造的。财务端只是不断地移动资金，并在股票和债券持有人之间重新分配运营价值的比例。今天发行的一笔债务将导致未来一系列的利息支付，这些利息的现值等于该债务现值。

图 9-1 展示了原型公司的流入流出现金流。第一层是运营端公司，我们称它的输出为现金流。这笔现金流是财务端公司的输入。正如我们所见，财务端公司支付分红，支付利息（如果有债务头寸），获得来自资本盈余的利息（如果有资本盈余），并发行或购回债券和股票。

图 9-1 可以被称为“Modigliani 和 Miller 的世界地图”。这是一种在概念上有用的看待公司的方法。不幸的是，会计人员并不认同这种观点。会计信息



图 9-1

<sup>②</sup> 公司的资产可以大致分为现金类和运营类两部分，前者留在财务端，后者投入运营端用于生产。现金类资产可以高于公司负债（净盈余），亦可低于公司负债（净负债）。——译者注

基于公司运营端和财务端的信息汇总。通过调整分红和债务政策，公司不仅可以操纵其分红和债/股比例，还可以操纵每股盈利（earnings per share, EPS）、EPS 增长（growth in EPS）、盈市率（earnings-to-price ratios）和净市率（book-to-price ratios）。

读者在构建和评估估值模型时，应该将 Modigliani 和 Miller 的原则铭记于心。大多数这样的估值模型都始于分红，我们也将从这里开始。

### 9.3 分红折现模型

John Burr Williams 在他经典的《投资价值理论》（*Theory of Investment Value*）中预测了现代金融理论中的许多东西。特别地，Williams 强调了分红在早期分红折现模型中扮演的重要角色。投资者通过分红或者资产的卖出得到回报，而卖出价格又依赖于市场对该公司支付未来分红的能力的评价。

其他例如盈利等变量在公司估值中可能也很重要，但它们的重要性来自它们预测未来分红现金流的能力。所以较高的当期盈利预示着公司可能增加分红，较低的当期盈利预示着未来分红的减少，或者至少预示着未来分红增长的推迟。

对于分红的强调看似与 Modigliani 和 Miller 的原则是冲突的，其实不然。你可以将 Modigliani 和 Miller 的原则解读为“现在支付或以后支付”。Modigliani 和 Miller 说，公司可以自由安排如何向投资者支付分红，但不同的安排不会（或不应该）影响市场对该公司价值的看法。

对于分红的强调似乎也与当今美国股票投资者的做法相悖。这些投资者把注意力几乎完全集中在价格增长上，基本忽略了当期分红。然而，情况也并不总是这样的。在 20 世纪 50 年代和更早些时候，股票分红率是超过债券利息率的。根据资本市场的基本逻辑，股票比债券风险更高，所以投资者需要更多的激励来购买股票。即使到今天，高收益债券依然延续了这一逻辑。

#### 确定性

假设  $p(0)$  是公司在时刻 0 的价格， $i_f$  是每段时期的无风险收益率，

$d(t)$  是时刻  $t$  确定支付的分红，那么 Williams 和我们的理论估值公式都认为有

$$p(0) = \frac{d(1)}{(1+i_f)} + \frac{d(2)}{(1+i_f)^2} + \cdots + \frac{d(t)}{(1+i_f)^t} + \cdots \quad (9-2)$$

Modigliani 和 Miller 认为这个公式既可以理解为一个估值公式（即对  $p(0)$  的定义），也可以理解为对分红政策的一个约束条件（即  $d(1)$  增加 1 美元，同时  $d(2)$  减少  $(1+i_f)$  美元，不改变该公司的总价值）。正如我们在前述章节中看到的那样，不确定性使这种分析变得复杂。

### 不确定性

我们可以用一个风险调整折现率<sup>⊖</sup>  $\gamma$  来捕获未来分红中的不确定性，我们称  $\gamma$  为分红折现率。

$$p(0) = \frac{d(1)}{(1+\gamma)} + \frac{d(2)}{(1+\gamma)^2} + \cdots + \frac{d(t)}{(1+\gamma)^t} + \cdots = \sum_t \frac{d(t)}{(1+\gamma)^t} \quad (9-3)$$

式 (9-3) 既可以看作一个净现值公式，也可以看作一个内在收益率公式。如果按净现值的方式应用，那么分红现金流序列  $d(t)$  和分红折现率  $\gamma$  是已知的，代入式 (9-3) 可以求出价格  $p(0)$ 。模型价格  $p(0)$  与市场价格之间的任何偏离都暗示存在获取超常收益率的机会。

如果按照内在收益率的方式应用，我们假设分红现金流序列  $d(t)$  和价格  $p(0)$  是已知的，来求解使方程成立的分红折现率  $\gamma$ （内在收益率）。如果根据已知分红现金流和价格计算出的收益率不同于一致预期收益率  $i_f + \beta \cdot f_s$ ，那么同样暗示存在获取超常收益率的机会。稍后，我们将回到对这两种方式的讨论，并研究分红折现模型和预期收益率的联系。现在，我们面临的最大问题是如何得到式 (9-3) 中的分红现金流  $d(t)$ 。首先，让我们来考虑常数增长率模型。

### 常数增长率分红折现模型

常数增长率或 Gordon-Shapiro 分红折现模型假设分红金额以恒定速率  $g$

⊖ 回忆前一章中，我们证明了理论上纯粹的方式是取折现率为无风险收益率，同时“风险调整”预期现金流。

增长。换言之，

$$d(t) = d(1) \cdot (1 + g)^{t-1} \quad (9-4)$$

将式 (9-4) 代入式 (9-3)，整理得到如下简化公式：

$$p(0) = \frac{d(1)}{y - g} \quad (9-5)$$

这是常数增长率分红折现模型的基本结果。给定第 1 年末分红  $d(1)$  以及分红增长率  $g$ ，股票的价格将随着分红折现率的降低而升高。较低的股价暗示了较高的分红折现率，而较高的股价暗示了较低的分红折现率或较高的增长率。

我们将采用另一种方法来重新建立上述结果；这一方法也将使我们对式 (9-5) 有更深刻的理解。我们可以将股票收益率分解为两部分，分红和资本增值：

$$i_f + r = \frac{d}{p} + \xi = \frac{[d + (\bar{p} - p)]}{p} \quad (9-6)$$

式中  $p$ ——投资期初的股票价格；

$\bar{p}$ ——投资期末的股票价格；

$d$ ——投资期中支付的分红（假设在投资期末支付）；

$i_f$ ——无风险利息率；

$r$ ——超额收益率；

$\xi$ ——不确定的资本增值率。

令  $g = E[\xi]$  为预期资本增值率， $f = E[r]$  为预期超额收益率， $y = i_f + f$  为预期总收益率。在式 (9-6) 两端取期望值，可以得到：

$$i_f + f = \frac{d}{p} + g = y \quad (9-7)$$

我们假设了分红金额是已知的，并且将分红预期值记为  $d$ 。我们还假设了本投资期的预期总收益率  $i_f + f$ ，等于内在收益率  $y$ ，也就是根据整个未来分红现金流计算的（常数）平均收益率。

根据式 (9-7) 求解股价，将把我们重新引向常数增长率分红折现模型的基本结果：

$$p = \frac{d}{(y - g)} \quad (9-8)$$

式 (9-5) 和式 (9-8) 意味着预期资本增值率等于预期分红增长率。到目

前为止，这只能算是一个同义反复，因为事实上我们定义了一个使它成立的 $g$ 。然而，下面将介绍增长率 $g$ 的一个模型，来证明我们确实可以令 $g$ 等于期望资本增值率。

## 9.4 对成长性建模

我们可以用一个简单的模型证明：预期资本增值率等于公司每股盈利的增长率，也等于公司的分红增长率。令

$e(t)$ ——时期 $t$ 上的盈利；

$d(t)$ ——时期 $t$ 期末支付的分红；

$\kappa$ ——公司的盈利发放率；

$I(t)$ ——再投资额；

$\rho$ ——盈利再投资的收益率。

并且假设盈利发放率 $\kappa$ 以及再投资收益率 $\rho$ 都是常数。特别地，我们假设每1美元投资将永续地在未来每一投资时期产生 $\rho$ 美元的预期收益。那么，盈利或者以分红形式支付给股东，或者被再投资：

$$e(t) = d(t) + I(t) \quad (9-9)$$

根据假设，分红占盈利的比例是常数 $\kappa$ ：

$$d(t) = \kappa \cdot e(t) \quad (9-10)$$

分红后剩下的盈利占比为 $(1 - \kappa)$ ，将被用于再投资：

$$I(t) = (1 - \kappa) \cdot e(t) \quad (9-11)$$

并且由于再投资会产生收益率 $\rho$ ，所以我们能够根据 $e(t)$ 和再投资比例递推出 $e(t+1)$ ：

$$e(t+1) = [1 + (1 - \kappa) \cdot \rho] \cdot e(t) \quad (9-12)$$

式(9-12)简单地表达出下一年盈利等于今年盈利加上今年盈利再投资（相当于增加了股东净资产）产生的盈利增量。

当然， $e(t)$ 和 $e(t+1)$ 根据式(9-13)决定了盈利增长率：

$$e(t+1) = (1 + g) \cdot e(t) \quad (9-13)$$

因此可得

$$g = (1 - \kappa) \cdot \rho \quad (9-14)$$

并且如我们所望：

$$d(t) = d(1) \cdot (1 + g)^{t-1} \quad (9-15)$$

盈利发放率是常数，于是分红与盈利成比例。因此，分红增长率（式（9-15））同样也是盈利增长率（式（9-13））。此外，这个增长率由再投资比例  $1 - \kappa$ （一种对机会的度量）和再投资资本的平均收益率  $\rho$ （式（9-14））决定。这个再投资资本的平均收益率又由净资产收益率决定。假设  $b(t)$  是时刻  $t$  的净资产，那么在时期 1 上我们有  $e(1) = \rho \cdot b(0)$ ，然后账面净资产将以同样的速率  $g$  增长，并且  $\rho$  将是恒定的净资产收益率： $e(t) = \rho \cdot b(t-1)$ 。

### 多股票情形

分红折现模型针对多只股票（用  $n = 1, 2, \dots, N$  编号）的更一般的形  
式是：

$$p_n(0) = \sum_t \frac{d_n(t)}{(1 + y_n)^t} \quad (9-16)$$

式（9-7）的多股票版本变为

$$\frac{d_n}{p_n} + g_n = i_F + f_n = y_n \quad (9-17)$$

将式（9-17）与一致预期收益率联系起来，可以使我们的分析更加深入。  
预期收益率  $f_n$  包括一致预期收益率<sup>⊖</sup> 和阿尔法两部分： $f_n = \beta_n \cdot f_B + \alpha_n$ 。将  
它代入式（9-17），可以得到

$$\frac{d_n}{p_n} + g_n = i_F + \beta_n \cdot f_B + \alpha_n = y_n \quad (9-18)$$

图 9-2 展示了式（9-18）中的关系，其中我们假设：无风险收益率为 4%；  
业绩基准的预期超额收益率为 6%；资产贝塔为 1.2。如果这只资产的分红  
率为 2.5%，并且其期望资本增值率为 8.7% 时，那么它的定价就是公平  
的，即  $\alpha_n = 0$ 。

如果根据式（9-18）求解阿尔法，我们就会获得预期超常收益率的一  
个简单模型，其中决定预期超常收益率的变量有分红率、风险（由贝塔衡  
量）和增长率：

---

<sup>⊖</sup> 这里我们假设预期业绩基准收益率  $f_B$  等于长期一致预期业绩基准收益率  $\mu_B$ ，即我们  
假设不进行基准择时。

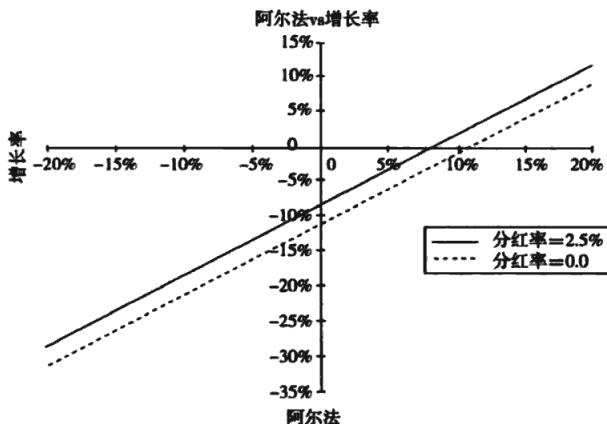


图 9-2

$$\alpha_n = \left( \frac{d_n}{P_n} - i_r \right) + (g_n - \beta_n \cdot f_s) \quad (9-19)$$

上述公式指出了我们在使用分红折现模型时应铭记于心的最重要的真知：

**分红折现模型黄金定律：增长率进，增长率出。**

增长率每增加 1%，阿尔法就增加 1%。分红折现模型输出的阿尔法预测的质量与输入的增长率预测的质量一样好（或一样坏）。如果输入的是垃圾，那么输出的也是垃圾。

### 隐含增长率

我们可以创新地使用式 (9-19)：假设资产是合理定价的，然后反解出相应的增长率。我们称之为隐含增长率：

$$g_n^* = (i_r + \beta_n \cdot f_s) - \frac{d_n}{P_n} \quad (9-20)$$

我们知道无风险收益率  $i_r$ ，并且可以在合理的精度下估计贝塔和分红率。我们还可以合理估计市场的预期超额收益率  $f_s$ 。

隐含增长率有多种用途。首先，它们告诉我们合理增长率的数值大致应该是多少，并且能够帮助我们判断分析师估计中的系统性偏差（对某个板块的或是对所有股票的判断偏差）。其次，隐含增长率可以帮我们发现哪些公司的股价反映出了不现实的增长率预期。

例如，在表 9-1 中，我们列出了主要市场指数（MMI）成分股以及它们在 1992 年 12 月的分红率、近 60 个月历史贝塔和隐含增长率。表格中假设了 MMI 指数的预期超额收益率为 6%，并根据 1992 年 12 月底的实际数据假设无风险收益率（3 个月国债利率）为 3.1%。

表 9-1

股票名称	分红率 (%)	贝 塔	隐含增长率 (%)
美国邮政	4.00	1.21	6.36
美国电话电报公司	2.60	0.96	6.26
雪佛龙	4.70	0.45	1.10
可口可乐	1.30	1.00	7.80
迪士尼	0.50	1.24	10.04
陶氏化学	4.50	1.11	5.26
杜邦	3.70	1.09	5.94
伊士曼柯达	4.90	0.60	1.80
埃克森美孚	4.70	0.47	1.22
通用电气	2.90	1.31	8.06
通用汽车	2.50	0.90	6.00
美国国际商用机器公司	9.60	0.64	-2.66
国际纸业	2.50	1.16	7.56
强生公司	1.80	1.15	8.20
麦当劳	0.80	1.07	8.72
默克公司	2.30	1.09	7.34
明尼苏达矿务及制造业公司	3.20	0.74	4.34
菲利普莫里斯	3.40	0.97	5.52
宝洁公司	2.10	1.01	7.06
西尔斯	4.40	1.04	4.94

我们可以看到，MMI 指数成分股的合理隐含增长率均值大约为 5.5%，标准差为 3.1%。使用分红折现模型的一个困难就隐含在黄金法则之中：增长率输入值可能极不现实。它们一般倾向于偏高，这是因为华尔街的研究（一致预期的重要驱动力）意在推销股票，而偏乐观的正向预期将帮助他们卖出股票。

## 对不现实的增长率的处理

我们有三种方法来处理不现实的增长率估计问题。第一，直接调整法：

- 将股票划分到不同板块中。
- 计算板块中每只股票的隐含增长率。
- 调整增长率预测，以使每个板块中股票的修正增长率预测与隐含增长率具有相同的均值和标准差。

这一方法实际上对原始增长率估计  $g_n$  做了线性变换：

$$g'_n = a + b \cdot g_n \quad (9-21)$$

我们选择系数  $a$  和  $b$  以使修正增长率预测的均值和标准差与隐含增长率  $g^*$  的一致（在每个板块内）。结果是<sup>⊖</sup>：

$$g'_n = \text{Mean}\{g^*\} + \left( \frac{\text{Std}\{g^*\}}{\text{Std}\{g\}} \right) \cdot (g_n - \text{Mean}\{g\}) \quad (9-22)$$

其中的均值和标准差是以股票  $n$  所在板块内全部股票为样本计算的。修正增长率预测等于板块平均隐含增长率加上一个与“原始增长率预测与其板块均值之差<sup>⊖</sup>”成比例的项。

表 9-2 展示了上述方法应用在 MMI 指数成分股上的结果。其输入为近 5 年历史每股盈利增长率（取值自 1992 年 12 月）。在这张表中，我们将所有股票视为隶属同一个板块的。表 9-2 同时展示了基于式 (9-19) 和修正增长率预测计算的阿尔法值。

表 9-2 (%)

股票名称	增长率预测	修正增长率预测	阿尔法
美国邮政	-3.20	4.90	-1.46
美国电话电报公司	-19.21	2.21	-4.05
雪佛龙	3.18	4.91	3.81
可口可乐	19.31	8.68	0.88

⊖ 原著中式 (9-22) 最右端是  $\text{Mean}\{g^*\}$ ，但根据文意应为  $\text{Mean}\{g\}$ 。——译者注

⊖ 原著此处是“板块平均隐含增长率”，根据文意，应为“板块原始增长率预测的均值”，式 (9-22) 亦更正。——译者注

(续)

股票名称	增长率预测	修正增长率预测	阿尔法
迪士尼	12.18	7.49	-2.55
陶氏化学	-23.22	1.54	-3.72
杜邦	-7.46	4.19	-1.75
伊士曼柯达	-37.51	-0.86	-2.66
埃克森美孚	3.32	6.00	4.78
通用电气	16.14	8.15	0.09
通用汽车	4.72	6.23	0.23
美国国际商用机器公司	-32.53	-0.03	2.63
国际纸业	-10.86	3.62	-3.94
强生公司	15.27	8.01	-0.19
麦当劳	12.09	7.47	-1.25
默克公司	22.95	9.30	1.96
明尼苏达矿业及制造业公司	4.48	6.19	1.85
菲利普莫里斯	22.92	9.29	3.77
宝洁公司	23.30	9.35	2.29
西尔斯	-7.96	4.10	-0.84
平均值	0.58	5.54	-0.01
标准差	18.40	3.09	2.70

这种方法的一个潜在问题是它可能丢失了有价值的板块择时信息。由于隐含增长率得自“零阿尔法”的假设，所以上述方法也会将板块阿尔法变为零。<sup>①</sup>如果你并不具有板块择时能力，那么这不是问题。但是如果你希望进行板块择时，那么在生成每个板块的目标平均增长率时，你必须额外产生该板块的阿尔法预测。

第二种处理不现实的增长率估计值的方法是第一种方法的变体。原则上讲，它的不同点在于考虑到了投资者预测增长率的能力水平。正如我们将在第10章中讨论的，对增长率的基本线性预测是：

$$g'_n = g_n^* + c \cdot (g_n - g_n^*) \quad (9-23)$$

与式(9-22)不同，上述预测始于股票的隐含增长率（而非板块平均值），

<sup>①</sup> 覆盖范围和市值加权方面的问题会使上述流程产生的板块阿尔法不精确等于零。

叠加上一个与“原始增长率预测与该股票隐含增长率之差”成比例的调整项。

此外，我们将在第10章中看到，常数c在某种程度上依赖于投资者预测增长率的能力（这里能力以增长率的预测值和实现值的相关系数衡量）。当投资者没有能力时，我们取c为零。第10章中我们会更详细地讨论这一点。

第三种——也是更加常用、更加精细的——获得现实的增长率预测的方法是三阶段分红折现模型。

## 9.5 三阶段分红折现模型

三阶段分红折现模型建立在以下假设之上：我们可能对公司的短期发展（1~4年）有一些洞察力，但我们对其长期发展并未掌握额外信息。因此，我们将长期增长率取为该公司或其所在行业的隐含增长率（或其他类似估计），并在长期和短期增长率之间插值。

这一想法源自最初的分红折现公式（式（9-3）），该公式很自然地引导使用者去区分长期和短期增长率。

三阶段分红折现模型是比较复杂的。对其细节不感兴趣的读者可以跳至下一子节，那里我们将对三阶段方法的总体效果进行（负面）评价。

建立三阶段分红折现模型的方式有很多。下面给出典型的一种，并且我们认为不同的模型结构不会带来实质性的差异。模型需要的输入包括下列：

$T_1, T_2$ ——划分三个阶段的时点——阶段1起自时刻0终至时刻 $T_1$ ，

阶段2起自时刻 $T_1$ 终至时刻 $T_2$ ，阶段3起自时刻 $T_2$ 直至无穷；

$g_{\text{短期}}$ ——每股盈利增长率的短期（0,  $T_1$ ）预测值；

$g_{\text{均衡}}$ ——每股盈利增长率的长期或均衡（ $T_2, +\infty$ ）预测值；

$\kappa_0$ ——当前（0,  $T_1$ ）分红率；

$\kappa_{\text{均衡}}$ ——长期或均衡期（ $T_2, +\infty$ ）分红率；

$\text{EPS}(1)$ ——下一年每股盈利预测值；

$\gamma_{\text{均衡}}$ ——均衡预期收益率， $i_F + \beta \cdot f_B$ 。

我们输入短期和长期增长率预测值。对介于短期和长期之间的时期，我们以线性插值法估计该期间的每股盈利增长率：

$$g(t) = g_{\text{短期}} \cdot \left( \frac{T_2 - t}{T_2 - T_1} \right) + g_{\text{均衡}} \cdot \left( \frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right) \quad (9-24)$$

对任意  $T_1 \leq t \leq T_2$ 。类似地，我们可以对分红率  $d(t)$  进行插值。于是每股盈利和分红的历史演化路径为：

$$EPS(t) = [1 + g(t)] \cdot EPS(t-1) \quad (9-25)$$

$$d(t) = \kappa(t) \cdot EPS(t) \quad (9-26)$$

下面我们分两步：第一步确定公司在时刻  $T_2$  的价值，第二步基于第一步的结果确定公司的当前价值。在时点  $T_2$ ，我们可以利用均衡增长率和分红折现率对公司进行估值：

$$p(T_2) = \frac{d(T_2 + 1)}{[y_{\text{均衡}} - g_{\text{均衡}}]} \quad (9-27)$$

然后，我们就可以求解使公司未来现金流折现值恰等于当前价格  $p(0)$  的分红折现率  $y$ ：

$$p(0) = \sum_{t=1}^{T_2} \frac{d(t)}{(1+y)^t} + \frac{p(T_2)}{(1+y)^{T_2}} \quad (9-28)$$

### 三阶段分红折现模型的评估

三阶段分红折现模型的整个流程由短期增长率  $g_{\text{短期}}$  和长期增长率  $g_{\text{均衡}}$  之间的相互牵制关系驱动。思路上讲，它只是“从  $g_{\text{短期}}$  过渡到  $g_{\text{均衡}}$ ，并且应用式 (9-3)”的另一种途径。更挑剔的观点甚至认为它只是平滑增长率输入值的一种精细（并且令人困惑）的技巧。重要的是：要记得三阶段分红折现模型不是魔法，它不能将糟糕的增长率预测转化为优质的增长率预测。黄金定律在这里依然奏效。

为了更好地理解这一点，我们来考虑如下例子。我们将建立一个典型的三阶段分红折现模型<sup>②</sup>，并使用它估计内在收益率和阿尔法（通过减去

<sup>②</sup> 相关参数是：划分三阶段的时点为 5 和 15 年，短期分红率为 0.0，长期分红率为 0.3。长期预期市场超额收益率为 5.5%，股票贝塔为 1.2，无风险收益率为 4%；这意味着股票的长期合理预期收益率为 10.60%。第一年 EPS 数值为 4.80 美元，并且其市价为 50.00 美元。

$i_r + \beta \cdot f_B$ )。图 9-3 展示了  $g_{\text{短期}}$  和阿尔法之间近乎线性的关系。在本例中，隐含增长率为 12.62%；短期增长率预测每提高 1%，将导致阿尔法提高 0.54%。黄金定律在这里略有变化： $g$  进， $0.54 \cdot (g - 12.62\%)$  出。

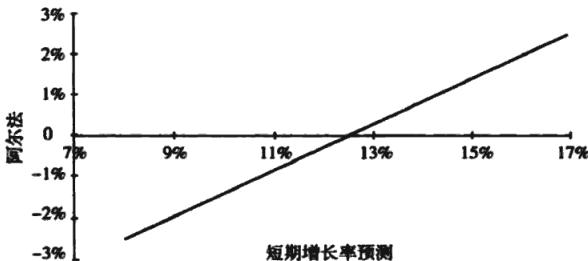


图 9-3 三阶段分红折现模型：阿尔法与短期增长率预测

我们可以运用同样的分析来观察阿尔法对于首年每股盈利预测的敏感性。图 9-4 展示了这一结果。首年每股盈利预测与阿尔法的关系有一点非线性，然而在合理范围内还是可以线性近似为“每 0.20 美元的每股盈利对应于 30 个基点的阿尔法”。

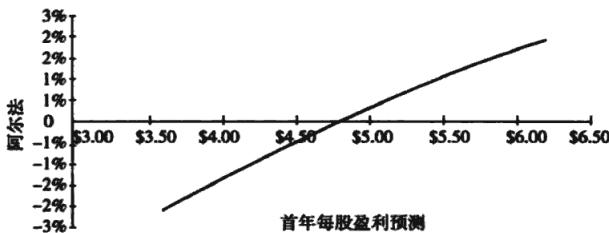


图 9-4 三阶段分红折现模型：阿尔法与首年每股盈利预测

## 9.6 分红折现模型和收益率

为了在主动组合管理的框架中应用分红折现模型，我们必须把模型中的信息转化为超常收益率的预测。有两种标准的方法：一种是计算内在收益率，另一种是计算净现值。这两种方法的差异在于它们对市场修复定价错误所需的时间做了不同的假设。

在内在收益率模式下，我们使用分红现金流和当前市场价格作为输入，

解出使分红现金流与市场价格相匹配的那个内在收益率  $y_n$ 。然后，我们通过以下两个步骤获得资产的阿尔法：第一步，将每只资产的内在收益率  $y_n$  汇总，来估计业绩基准的超额收益率预测值  $f_B$

$$f_B = y_B - i_F = \sum_i y_i \cdot h_{B,i} - i_F \quad (9-29)$$

第二步，将内在收益率转化为预期残差收益率

$$\alpha_n = y_n - (i_F + \beta_n \cdot f_B) \quad (9-30)$$

这里的假设是：资产的定价错误会持续存在；即 1 年后，合理的折现率仍然是  $y_n$ ，而不是那个“公允的”利息率  $i_F + \beta_n \cdot f_B$ 。我们可以用式 (9-3) 来说明这一点：如果我们假设  $y_n$  保持恒定，那么资产的预期总收益率就是  $y_n$ 。数学上，

$$\left[ \frac{p_n(1) + d_n(1) - p_n(0)}{p_n(0)} \right] = y_n \quad (9-31)$$

式 (9-31) 基于假设

$$p_n(1) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{d_n(t)}{(1 + y_n)^{t-1}} \quad (9-32)$$

1 年后的预期价格简单地等于以同样的内在收益率  $y_n$  折现、自第 2 年开始的分红现金流。式 (9-30)<sup>②</sup> 给出的阿尔法假设了定价错误将永续存在，并且我们可以持续从中获益。

在净现值模式下，我们将分红现金流和合理的折现率  $y_n = i_F + \beta_n \cdot f_B$  作为输入，之后根据净现值公式求解出一个合理的市场价格。然后我们将这个价格与当前实际的市场价格作比较，来判断该资产被低估或高估的程度。为了将这种“定价错误”转化为阿尔法，我们可以采用下述的两个步骤。第一步，调整  $f_B$ （从而调整  $y_n$ ）以使所有资产的合理的总市场价格等于当前实际的总市值。第二步，假设定价错误将会在 1 年后消失，从而定义阿尔法为

$$\alpha_n^* = \left[ \frac{p_n(0, \text{模型}) - p_n(0, \text{市场})}{p_n(0, \text{市场})} \right] \cdot (1 + i_F + \beta_n \cdot f_B) \quad (9-33)$$

或者近似为<sup>③</sup>

<sup>②</sup> 原著此处编号为式 (9-27)，应为式 (9-30)。——译者注

<sup>③</sup> 对于月度阿尔法的预测，式 (9-33) 和式 (9-34) 只差一个系数 1.01。

$$\alpha_n^* = \left[ \frac{p_n(0, \text{模型}) - p_n(0, \text{市场})}{p_n(0, \text{市场})} \right] \quad (9-34)$$

式 (9-33) 给出的阿尔法预测假设了所有的定价错误会在 1 年后消失。事实上, 式 (9-33) 对阿尔法的定义是由下式推导出来的

$$i_r + \beta_n \cdot f_s + \alpha_n^* = \left[ \frac{p_n(1) + d_n(1) - p_n(0, \text{市场})}{p_n(0, \text{市场})} \right] \quad (9-35)$$

并且假设

$$p_n(1) = \sum_{t \geq 1} \frac{d_n(t)}{(1 + i_r + \beta_n \cdot f_s)^{t-1}} \quad (9-36)$$

即年末价格等于未来的分红现金流按公允折现率  $i_r + \beta_n \cdot f_s$  折算的净现值。

### 分红折现模型的其他好处

除了在预测超常收益率方面的价值之外, 分红折现模型对机构投资者还有一些其他好处。分红折现模型是一种流程。合理的使用下, 它会促使使用者记录下决策过程并且平等看待每只资产。因此, 它可以帮助我们识别出组合构建中带有主观判断的输入值。我们可以比较纯粹基于分红折现模型得到的投资组合和实际的投资组合, 并将二者的差异归因于主观判断(人工调整)和实施成本(例如交易成本等)。长期来看, 这种方法可以帮助我们评估和改进带有主观判断的输入值。

另一方面, 完全依赖于分红折现模型, 即只用它来对资产进行估值, 是一种管窥蠡测的方式。在本章的剩余部分, 我们将考虑一些其他的实用估值方法。

## 9.7 比较估值法

第 8 章中的理论估值公式和分红折现模型都以公司未来分红现金流为基础进行估值。还有另一种估值方法——考察公司当前的各项特征, 将待估值公司与具有近似特征的公司的价格进行比较, 以判断待估值公司是否被高估或低估。最显而易见的简单例子是只比较当前市盈率(price-earnings ratios)这个特征。《华尔街日报》每天都会提供上市公司的市盈率数值。第二个例子是投资银行家经常引用的几条经验规则: “咨询公司通常以其营业收入的两倍出售”“资产管理公司通常以其管理资产规模的 5% 出

售”等。

上述例子基于公司当前属性进行估值，都是常见的、单一维度（并且可能是静态）的方法。我们下面将介绍的比较估值法是基于类似思想，但更加系统化和复杂（多维度）的方法：通过与类似公司的比较来定价，或以销售额和/或盈利的某种倍数（或函数）来估值。我们将从分红折现模型出发，推出<sup>⊖</sup>比较估值法的简单形式，然后一般化到较为完整的版本。

会计中的“净盈余”方程<sup>⊖</sup>将公司的分红、盈利和净资产联系起来：

$$b(t) = b(t-1) + e(t) - d(t) \quad (9-37)$$

这里  $b(t-1)$  和  $b(t)$  分别为第  $t$  个时段（从时刻  $t-1$  到时刻  $t$ ）的期初和期末的净资产， $e(t)$  是第  $t$  个时段上累积的盈利， $d(t)$  是第  $t$  个时段期末支付的分红。

我们可以使用分红折现率  $y$  将盈利分解为两部分：必要盈利和超常盈利：

$$e(t) = y \cdot b(t-1) + e^*(t) \quad (9-38)$$

由于我们预期超常盈利  $e^*(t)$  具有逐渐衰减的特征，所以对其建模为：

$$e^*(t+1) = \delta \cdot e^*(t) + \text{噪声} \quad (9-39)$$

这里  $\delta < 1$ 。为了利用分红折现模型（需要期望分红现金流作为输入），我们利用式 (9-37)、式 (9-38) 和式 (9-39) 来估计每一时段的期望分红：

$$\begin{aligned} d(1) &= (1+y) \cdot b(0) + e^*(1) - b(1) \\ d(2) &= (1+y) \cdot b(1) + \delta \cdot e^*(1) - b(2) \\ d(t) &= (1+y) \cdot b(t-1) + \delta^{t-1} \cdot e^*(1) - b(t) \end{aligned} \quad (9-40)$$

现在将上述期望分红现金流输入分红折现模型（式 (9-3)），（经过某些整理后）得到：

$$p(0) = b(0) + \left( \frac{e^*(1)}{1+y-\delta} \right) = \left( \frac{1-\delta}{1+y-\delta} \right) \cdot b(0) + \left( \frac{1}{1+y-\delta} \right) \cdot e(1) \quad (9-41)$$

式 (9-41) 将当前价格表达为预期盈利  $e(1)$  和当前账面净资产  $b(0)$  的线

<sup>⊖</sup> 这一“推导”包括一组假设和一套逻辑，最终推出一个公式；这并不是严格的推导。我们将以经验原则的方式应用这一公式。

<sup>⊖</sup> 深入讨论请参见 Ohlson (1989)。

性组合。组合系数因公司而异，并且依赖于分红折现率和超常盈利的持续性。

上述推导是对更一般应用的启示。在一般情形中，我们希望用公司的多种特征来解释其当前股价  $p(0)$ ：盈利（earnings）、账面净资产（book value）、预期盈利（anticipated earnings）、现金流（cash flow）、分红（dividend）、销售额（sales）、债务（debt），等等。基本想法就是：通过横截面比较具有类似特征的公司，找出定价偏高或偏低的公司。

例如，假设我们希望将式（9-41）中的想法应用到一组类似的中等规模的公共电力（electrical utility）公司上，我们将寻找系数  $c_1$  和  $c_2$  以拟合以下方程：

$$p_n(0) = c_1 \cdot b_n(0) + c_2 \cdot e_n(1) + \epsilon_n \quad (9-42)$$

从式（9-41）出发，我们的想法是，对于这些类似的公司，它们的系数  $c_1$ 、 $c_2$  应该是相同的，所以定价偏差  $\epsilon_n$  将标识出估值偏差。实现式（9-42）的具体流程可以有很多变化，从常义最小二乘（OLS）回归，到考虑公司规模的广义最小二乘（GLS）回归，再到同时关注时间序列和横截面方向相关性的面板式横截面或纵向回归。

一般而言，比较估值法的目标是获得如下形式的估计：

$$\text{市场价格} = \text{拟合价格} + \text{偏差} \quad (9-43)$$

其中拟合价格依赖于公司各方面特征。式（9-43）产生了对超常收益率的预测：

$$\alpha = -\frac{\text{偏差}}{\text{市场价格}} = \frac{\text{拟合价格} - \text{市场价格}}{\text{市场价格}} \quad (9-44)$$

式（9-44）假设了拟合价格比市场价格更精确，并且资产价格将在阿尔法的时间尺度内向拟合价格收敛。

我们可以对比较估值法提供一种套利解释。假设我们将公司分成两组：被高估的公司（市场价格高于拟合价格）和被低估的公司（市场价格低于拟合价格）。之后我们可以构建一个由被高估公司组成的投资组合和一个由被低估公司组成的投资组合，并使这两个组合具有相同的各项属性：即相同的销售额、相同的债务，以及相同的盈利。这创造了两个巨型公司——我们可以称它们为 OV（overvalued，被高估公司）和 UV（undervalued，被低估公司）——它们的各个重要属性完全相同。然而，我们可以以更便宜

的价格买入 UV。两个“相同”的公司以不同的价格出售，这就产生了套利机会。

比较估值法只需要当前信息和预测信息，例如当前账面净资产和预测盈利，因此不依赖于过去。它不是历史数据的外推。它是模仿投资银行估值流程（通常基于销售额和盈利的某种倍数）的一种高科技方式。在应用比较估值法时，我们希望模型纳入的各项特征可以完全决定公司的估值。

如果模型省略了某些重要的公司特征，估值结果将可能具有误导性：定价偏差可能仅仅是在衡量缺失的公司特征，而不是真正的估值偏差。因子缺失的一个例子是品牌价值。如果我们使用一个忽略了品牌价值因子的比较估值模型来对消费品板块进行估值，我们可能发现某些公司被长期高估。这可能并不意味着存在卖出机会，而仅仅是品牌价值的体现。应对这种情况的一种方法是：将公司当前的高估或低估水平与其历史平均水平相比较。

在实践中，比较估值法相当灵活。我们可以为银行、采掘与冶炼公司、工业、电力公司等分别建立独立的估值模型。这帮助我们专注于研究特征近似的公司，因为只有这些公司之间才具有可比性。

## 9.8 基于收益率的分析

有了上述线性估值模型做铺垫，我们可以很自然地引出基于收益率的分析。估值模型建立了定价偏差（拟合价格与当前价格之差除以当前价格）与未来残差收益率的联系。为什么不直接对预期残差收益率建立模型呢？假设公司  $n$  在时刻  $t$  具有一组属性（盈利、分红、账面净资产、销售额等） $A_{n,k}(t)$ 。我们可以尝试建立用这些属性来直接解释残差收益率的模型：

$$\theta_n(t) = \sum_k A_{n,k}(t) \cdot g_k(t) + \epsilon_n(t) \quad (9-45)$$

式 (9-45) 是基于收益率分析的一个例子。更典型的例子是针对超额收益率  $r_n(t)$  而不是残差收益率  $\theta_n(t)$  的，并且它使用风险控制因子来分离残差收益率和基准收益率。它的基本形式与式 (9-45) 类似：

$$r_n(t) = \sum_k X_{n,k}(t) \cdot b_k(t) + u_n(t) \quad (9-46)$$

但这里的公司暴露度  $X_{n,k}(t)$  同时包含属性  $A_{n,k}(t)$  和风险控制因子。

式 (9-46) 具有第 7 章中讨论的套利定价理论 (APT) 的形式。同时，式 (9-46) 可能更加灵活。根据第 7 章，我们可以相当容易地找到合格的 APT 模型——任何能够解释分散化投资组合收益率的因子模型都应该符合条件。但式 (9-46) 可以包含 APT 模型中的所有因子作为风险因子，再加上一个新信号去预测该 APT 模型产生的特异收益率。APT 的理论框架中不允许预测特异收益率。但我们处于更现实、更感性并且并非完全有效的主动管理世界。我们可以尝试预测特异收益率（虽然在式 (9-46) 中，我们仅将该预测表达为另一个因子）。

在使用上述线性模型（式 (9-46)）预测收益率的过程中，有三个要点需要注意。第一，在一个真实的 GLS 回归中，因子收益率  $b_k(t)$  是一个因子组合的收益率，该因子组合具有以下性质：对因子  $k$  具有单位暴露，对其他因子具有零暴露，同时是所有具有同样性质的组合中风险最低的组合。如果我们在投资期初就知道暴露度  $X_{n,k}(t)$ ，那么即使不知道收益率  $r_n(t)$ ，我们也可以在投资期初确定因子组合的组合权重；持有该组合，我们就能够实现因子收益率。

第二，上述各方程具有组合性质。特别地，对业绩基准收益率，我们有

$$r_B(t) = \sum_k x_{B,k}(t) \cdot b_k(t) + u_B(t) \quad (9-47)$$

其中

$$x_{B,k}(t) = \sum_n h_{B,n}(t) \cdot X_{n,k}(t) \quad (9-48)$$

我们将利用这种线性组合属性来分离残差和基准收益率。

第三，在使用最小二乘法进行估计时，线性模型（式 (9-46)）可能受到离群值的过度影响。一条经验原则是：将  $X_{n,k}(t)$  中的全部离群值拉回到距离均值  $\pm 3$  个标准差的位置。这样将避免拟合模型的全部解释力都来自一两个观测样本的情形。

最简单的分离残差和基准收益率的办法就是直接对残差收益率建立模型，如式 (9-45)。即使这样，我们仍应该注意。对业绩基准应用模型的组

合属性，得到

$$\theta_B(t) = \sum_k \alpha_{B,k}(t) \cdot g_k(t) + \epsilon_B(t) \quad (9-49)$$

其中

$$\alpha_{B,k}(t) = \sum_n h_{B,n}(t) \cdot A_{n,k}(t) \quad (9-50)$$

因为  $\theta_B(t) = 0$ ，所以我们应该调整<sup>⊖</sup> 变量  $A_{n,k}(t)$  以使  $\alpha_{B,k}(t) = 0$ 。

在更加典型的情形中，我们将对超额收益率建立模型。为了分离基准和残差收益率，我们必须包括一个或多个能够吸收基准收益率的因子。最简单的方法就是将“预测贝塔值”作为一个风险控制因子引入模型，并确保所有其他特征因子都是基准中性的（基准权重加权均值为零）。此时，预测贝塔值的因子收益率将倾向于吸收基准收益率，留下其他因子去解释残差收益率。更复杂的方法是包含一组行业或板块变量作为风险控制因子。行业或板块变量的因子收益率将吸收基准收益率。<sup>⊖</sup> 这些行业或板块因子叠加起来就构成了回归中的常数项。为了将基准和残差收益率分离，我们或者选择一个贝塔因子，或者选择一个常数项。<sup>⊖</sup>

<sup>⊖</sup> 如果  $Z_{n,k}(t)$  对是资产  $n$  在时刻  $t$  对属性  $k$  暴露度的原始描述，并且

$$z_{B,k}(t) = \sum_n h_{B,n}(t) \cdot Z_{n,k}(t)$$

是业绩基准在时刻  $t$  对属性  $k$  的暴露度，那么可将  $Z_{n,k}(t)$  替换为

$$A_{n,k}(t) = Z_{n,k}(t) - z_{B,k}(t)$$

如果资产  $n$  的贝塔是  $\beta_n(t)$ ，那么可以进行如下稍有不同的替换：

$$A_{n,k}(t) = Z_{n,k}(t) - \beta_n(t) \cdot z_{B,k}(t)$$

<sup>⊖</sup> 其他因子组合的收益率可能仍然与业绩基准相关，即使业绩基准对该因子的暴露度为零。例如，与波动率相关的因子（即使调整为市场中性之后）的收益率倾向于与市场强正相关。

<sup>⊖</sup> 如果你尝试同时包含贝塔和截距项（或板块、行业因子），我们要提出警示。具有基准中性属性的因子组合不会受到影响，这些组合将同时具有零贝塔和零净投资。困难在于基准收益率将在贝塔因子和截距因子之间分配。我们可以通过引入一种等价的回归来避免混淆。假设  $Z_{n,k}(t)$  是公司  $n$  对板块  $k$  的暴露度，并且

$$z_{B,k}(t) = \sum_n h_{B,n}(t) \cdot Z_{n,k}(t)$$

是业绩基准在时刻  $t$  对板块  $k$  的暴露度。如果我们用下式定义的  $X_{n,k}(t)$  替换  $Z_{n,k}(t)$ ：

$$X_{n,k}(t) = Z_{n,k}(t) - \beta_n(t) \cdot z_{B,k}(t)$$

那么因子  $k$  的因子组合收益率将可以被解释为在控制其他变量的条件下，板块  $k$  的残差收益率（该因子组合的贝塔降为零）。在上述替换中，基准中性因子的收益率将不发生改变。

## 应用基于收益率的分析

基于收益率的分析模型一旦建立，就要对历史收益率进行研究，并将这些收益率归因到公司的各种特征之上。主动投资经理的工作流程始于寻找合适的特征因子。一些特征可以直接解释残差收益率——例如来自分红折现模型或比较估值模型的阿尔法预测值。其他特征包括反转效应（reversal effects）（例如过去1个月实现的残差收益率）、动量效应（momentum effects）（例如过去12个月实现的收益率）、超预期盈利效应（earnings surprise effects）或者可能与超常收益率相关的特殊会计变量（particular accounting variables possibly connected with exceptional return）。<sup>④</sup>在上述情形中，我们希望与这些特征对应的因子收益率 $b_i(t)$ 能够展示出持续的正收益率。

此外，投资经理可以选择与某些投资主题相关的特征（例如成长性预测或公司规模），有时正向使用它们（做多），有时反向使用它们（做空）。在这种情况下，相关的因子收益率 $b_i(t)$ 可能不再具有持续的正收益率，投资经理会希望预测这些收益率的符号和强度。例如，成长股或小盘股相对于市场的整体表现将会怎样？这些预测可能依赖于对过去因子收益率序列的外推，例如采用移动平均法。更复杂的预测方法可能会利用经济指标，例如长期和短期利率、利率变动、公司债利差、或者平均分红率与利率的利差。

有时，投资经理甚至希望预测那些因子收益率持续为正的特征的因子收益率。例如 BARRA 美国模型中的“成功”因子，它是一种动量因子，通常具有正收益率。然而在每年的1月份，其收益率往往是负值。<sup>⑤</sup>在动量因子上押注的投资经理应该考虑（预测）1月效应。

投资经理当然可以将不同类型的信号组合使用，也可以利用公司层面的估值模型，来预测各种投资主题的因子收益率。组合使用时，不同信号

<sup>④</sup> 相关的例子请参见 Ou 和 Penman (1989) 以及 Lev 和 Thiagarajan (1993)。

<sup>⑤</sup> 我们将这种现象解释为投资者倾向于在年初对自己的组合进行“窗口修饰”。很多投资者会在12月卖掉亏损的股票，而将组合中盈利的股票持有到年终，以加速资本损失（让损失在12月实现），同时推迟资本利得（让利得在1月实现）。

的权重依赖于这些信号的信息率。第 12 章“信息分析”和第 17 章“业绩分析”将详细描述这方面的研究，并给出评估信号质量的方法。第 10 章和第 11 章将介绍预测理论，它们将对收益率预测中的诸多技术问题做详尽的讨论。本章附注将提供一份常用投资信号的列表。

## 9.9 总结

本章从对公司财务的讨论开始，由此引出基于合适的公司属性的估值模型。之后我们相当细致地讨论了分红折现模型，特别是几个关键问题：如何处理增长率和预测未来分红支付？如何将源自分红折现模型的信息转化为超常收益率预测？然后，我们从分红折现模型出发，引出了比较估值模型；后者在理论上不如前者严格，但在实践中更具灵活性。在本章的末尾，我们讨论了基于收益率的分析模型（直接关注于预期超常收益率的预测）以及实践中可行的另外几种实证方法。

## 9.10 本章附注

考虑到主动管理的本质，我们无法提供寻找超常信息的具体方案。所以，本章我们专注于结构和方法论。但我们可以提供一些线索：美国股票投资者在过去的投资实践中发现的有用的信息类型。根据 Merrill Lynch 进行的机构投资者年度调查，这些因子、属性以及模型包括：

- EPS 波动率 (EPS variability)
- ROE (return on equity)
- 外汇暴露度 (foreign exposure)
- 贝塔 (beta)
- 市盈率 (price/earnings ratios, PE)
- 市销率 (price/sales ratios, PS)
- 规模 (size)
- 盈利预期修正 (earnings estimate revisions)
- 忽视 (neglect) (卖方覆盖率的反向指标)
- 评级调整 (rating revision)

- 分红率 (dividend yield)
- EPS 动量 (EPS momentum)
- 预计增长率 (projected growth)
- 低股价 (low price)
- 久期 (duration)
- 相对强度 (relative strength)
- EPS 地雷 (EPS torpedo)
- 盈利预期分化度 (earnings estimation dispersion)
- 债务股本比率 (debt/equity ratio)
- 超预期 EPS (EPS surprise)
- 分红折现模型 (dividend discount model, DDM)
- 市现率 (price/cash flow ratios, PCF)
- 市净率 (price/book ratios, PB)

大多数填写调查问卷的投资者使用了 5 ~ 7 个列表中的因子。详情请参见 Bernstein (1998)。

## 9.11 问题

1. 根据 Modigliani 和 Miller 的理论 (并且忽略税收的影响), 如果一家公司借钱购回其发行在外的普通股票, 那么它的价值会怎样变化? 这是否将大幅增加其杠杆? 如果该公司改变了其盈利发放率, 那么上述问题的答案是什么?
2. 在常数增长率的分红折现模型 (式 (9-5)) 的框架下讨论增长率预测的问题。你会怎样统一 AT&T 公司的增长率预测 (表 9-2) 和隐含增长率 (表 9-1)?
3. 股票 X 具有 1.2 的贝塔值, 并且不支付任何分红。如果无风险收益率为 6%, 并且市场的预期超额收益率为 6%, 那么股票 X 的隐含增长率是多少?
4. 你是一位投资经理, 你相信净市率 (book-to-price, BP)、盈市率 (earnings-to-price, EP) 和贝塔是决定股票价值的三个变量。给定 500 只股

票的月度 BP、EP 和贝塔，你将怎样实现你的策略（a）利用比较估值法？  
 （b）利用基于收益率的分析？

5. 一只股票在 15 倍市盈率（PE）的水平交易，它的分红率为 0.5，并且预期收益率为 12%。那么根据常数增长率的分红折现模型，该股票的增长率是多少？

## 9.12 参考文献

- Bernstein, Peter L. "Off the Average." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 1, 1997, p. 3.
- Bernstein, Richard. "Quantitative Viewpoint: 1998 Institutional Factor Survey." *Merrill Lynch Quantitative Publication*, Nov. 25, 1998.
- Brennan, Michael J. "Stripping the S&P 500 Index." *Financial Analysts Journal*, vol. 54, no. 1, 1998, pp. 12–22.
- Chugh, Lal C., and Joseph W. Meador. "The Stock Valuation Process: The Analyst's View." *Financial Analysts Journal*, vol. 40, no. 6, 1984, pp. 41–48.
- Durand, David. "Afterthoughts on a Controversy with Modigliani and Miller, plus Thoughts on Growth and the Cost of Capital." *Financial Management*, vol. 18, no. 2, 1989, pp. 12–18.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "Taxes, Financing Decisions, and Firm Value." *Journal of Finance*, vol. 53, no. 3, 1998, pp. 819–843.
- Fouse, William. "Risk and Liquidity: The Keys to Stock Price Behavior." *Financial Analysts Journal*, vol. 32, no. 3, 1976, pp. 35–45.
- . "Risk and Liquidity Revisited." *Financial Analysts Journal*, vol. 33, no. 1, 1977, pp. 40–45.
- Gordon, Myron J. *The Investment, Financing, and Valuation of the Corporation* (Homewood, Ill.: Richard D. Irwin, 1962).
- Gordon, Myron J., and E. Shapiro. "Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit." *Management Science*, vol. 3, October 1956, pp. 102–110.
- Grant, James L. "Foundations of EVA for Investment Managers." *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, no. 1, 1996, pp. 41–48.
- Jacobs, Bruce I., and Kenneth N. Levy. "Disentangling Equity Return Opportunities: New Insights and Investment Opportunities." *Financial Analysts Journal*, vol. 44, no. 3, 1988, pp. 18–44.
- . "Forecasting the Size Effect." *Financial Analysts Journal*, vol. 45, no. 3, 1989, pp. 38–54.
- Lev, Baruch, and S. Ramu Thiagarajan. "Fundamental Information Analysis." *Journal of Accounting Research*, vol. 31, no. 2, 1993, pp. 190–215.
- Modigliani, Franco, and Merton H. Miller. "Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares." *Journal of Business*, vol. 34, no. 4, 1961, pp. 411–433.
- Ohlson, James A. "Accounting Earnings, Book Value, and Dividends: The Theory of the Clean Surplus Equation (Part I)." Columbia University working paper, January 1989.
- Ou, Jane, and Stephen Penman. "Financial Statement Analysis and the Prediction

- of Stock Returns." *Journal of Accounting and Economics*, vol. 11, no. 4, November 1989, pp. 295–329.
- Rosenberg, Barr, Kenneth Reid, and Ronald Lanstein. "Persuasive Evidence of Market Inefficiency." *Journal of Portfolio Management*, vol. 11, no. 3, 1985, pp. 9–17.
- Rozeff, Michael S. "The Three-Phase Dividend Discount Model and the ROPE Model." *Journal of Portfolio Management*, vol. 16, no. 2, 1989, pp. 36–42.
- Sharpe, William F., and Gordon J. Alexander. *Investments* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990).
- Wilcox, Jarrod W. "The P/B-ROE Valuation Model." *Financial Analysts Journal*, vol. 40, no. 1, 1984, pp. 58–66.
- Williams, John Burr. *The Theory of Investment Value* (Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1964).

## 9.13 技术附录

本技术附录将讨论如何处理非线性模型以及基于收益率的分块（线性）模型。基本想法是利用特殊设计的线性模型来捕获资产对线性因子的暴露度中的非线性。我们甚至可以让这些暴露度基准中性。

让我们从一个例子开始。假设你认为盈利率和收益率的关系是非线性的。这里有一种检验该假设的方法。将股票分成三组：高盈利率、低盈利率和中盈利率。<sup>②</sup> 我们用两个盈利率变量来描述上述分组信息——高盈利率和中盈利率。因此模型是：

$$\theta_n = X_{n,\text{高}} \cdot b_{\text{高}} + X_{n,\text{中}} \cdot b_{\text{中}} \quad (9A-1)$$

对所有高盈利率股票，我们定义  $X_{n,\text{高}} = 1$  及  $X_{n,\text{中}} = 0$ ；对所有中盈利率股票，我们定义  $X_{n,\text{高}} = 0$  及  $X_{n,\text{中}} = 1$ 。通过强制要求因子  $X_{n,\text{高}}$ ， $X_{n,\text{中}}$  满足基准中性条件，我们可以确定低盈利率股票对这两个因子的暴露度。假设上述三组股票具有相等的市值，那么  $\theta_B = 0$  的条件可以推出

$$b_{\text{低}} = -(b_{\text{高}} + b_{\text{中}}) \quad (9A-2)$$

因此对所有低盈利率的股票，我们必须定义  $X_{n,\text{高}} = -1$  且  $X_{n,\text{中}} = -1$ 。<sup>③</sup>

一旦估计出了因子收益率，我们就能确定是否存在非线性。例如，

<sup>②</sup> 分成几组是任意的，这里划分为三组主要是为了便于解释。如果把资产划分为四组，这将变成四等分分析。在四等分分析中，我们同样可以选择划分的方式：每组股票数量相等或者市值相等。

<sup>③</sup> 式 (9A-2) 中的  $b_{\text{低}}$  代表模型对低盈利率股票的残差收益率预测。注意到三组股票的市值相等，于是为保持业绩基准 B 对高盈利率和中盈利率因子的暴露度为零，可以推出  $X_{n,\text{高}} = -1$  且  $X_{n,\text{中}} = -1$ 。——译者注

非线性效应的迹象之一是高盈利率股票与中盈利率股票的收益率差异显著异于低盈利率股票与中盈利率股票的收益率差异。

我们很容易将上述方法推广到四等分、五等分或者十等分情形。事实上，这种基于收益率的分块分析方法具有允许加入控制条件的优点。我们可以确保每个分块投资组合都是板块以及/或者业绩基准中性的，并且还可以在其他我们认为可能会与非线性效应混淆的维度上保持中性。

还有其他分析非线性效应的方法。让我们从一个基准中性的属性  $X_{n,1}$  开始： $\sum h_{B,n} \cdot X_{n,1} = 0$ 。我们希望在保持基准中性的条件下分析非线性效应。一个简单的方法就是加入一个新的变量：

$$X_{n,2} = X_{n,1}^2 - \sum_n h_{B,n} \cdot X_{n,1}^2 \quad (9A-3)$$

平方暴露度的缺点是进一步增大了离群值的影响。其他的方法包括使用  $X_{n,1}$  的绝对值， $X_{n,1}$  的绝对值的平方根或者  $\text{Max}\{0, X_{n,1}\}$ ；并且都会按照与式 (9A-3) 中类似的方法进行基准中性化处理。上述每一种方法都将降低  $X_{n,1}$  中正向和负向极端值的非线性效应。

### 练习

你对盈市率 (EP) 和 IBES 增长率均高于业绩基准平均水平的股票作出 2% 的阿尔法预测。平均来讲，你对未同时满足上述两个条件的股票的阿尔法预测应是多少？如果你对恰满足上述两个条件之一的股票作出零阿尔法的假设，那么你对同时不满足上述两个条件的股票的平均阿尔法预测是多少？

### 应用练习

使用合适的软件（例如 BARRA 的 Aegis 或 Alphabuilder 产品）来确定 GE 公司和 Coke 公司的当前分红率、分红增长率以及贝塔（相对于 CAPM-MI）。根据上述数据、6% 的无风险收益率以及 6% 的预期基准超额收益率，那么根据常数增长率分红折现模型反推出的 GE 和 Coke 的股票价格应是多少？分红折现率是多少？请使用“分红折现模型和收益率”一节中介绍的两种方法估计 GE 和 Coke 的阿尔法。

**第三部分**

**信息处理**

# 第 10 章

## 预测基础

### 10.1 导言

我们已经完成了关于预期收益率和估值的讨论。现在我们将开始本书的第三部分：信息处理。从现在起，我们假设自己拥有阿尔法的信息源。我们将在本部分中处理一个关键问题：怎样有效地分析和处理这些信息。我们将通过两章向前（未来）看：描述将信息转化为阿尔法的方法。之后我们将向后（过去）看，讨论信息分析。本部分的最后一章将同时向前看和向后看，讨论信息时间尺度。

主动管理就是预测。预期收益率的一致预测值，如果被有效利用，将把我们引向市场或基准组合。主动投资经理的“主动”，在于他们的投资组合不同于业绩基准。只要他们宣称自己进行基于信息的有效投资，他们有意无意地都在预测预期收益率。

预测是一个太大的话题，本书不可能详尽地讨论。然而，我们将给读者提供一些真知，帮助读者理解预测技术是如何将原始信息精炼为阿尔法或超常收益率预测的。盈利估计、价格动量的各种度量以及券商的买入推荐都是原始信息的实例。本章和下一章将讨论如何将原始信息转化为超常收益率的预测值。

关于预测的这两章以及后续关于信息分析和信息时间尺度的章节是紧密关联的。在本章中，我们将尝试介绍一些基本术语，并获得一些真知。

在下一章“高级预测”中，我们将应用这些真知来处理现实中多数主动型机构投资经理面临的标准问题。在第12章“信息分析”中，我们将展示如何评估一个变量或多个变量的组合在预测收益率方面的能力。在第13章“信息时间尺度”中，我们将利用前面章节中发展的工具，特别聚焦于信息的关键时间属性。

本章的主要真知如下：

- 主动管理就是预测。
- 无条件预测或朴素预测（naive forecast）就是一致预期收益率。  
条件预测或信息下预测依赖于信息源。历史平均值是糟糕的无条件预测。
- 预测基本公式将朴素预测与信息下预测联系起来，并能够处理单个或多个信息源的情形。
- 精炼预测（refined forecast）具有“波动率·IC·标准分值”的形式。
- 收益率预测对风险预测的影响微乎其微。

## 10.2 朴素预测、原始预测和精炼预测

这一节我们将介绍几种不同类型的预测，并通过预测基本公式建立我们的预测与收益率之间的联系。朴素预测就是一致预期收益率。它是无信息（或未获信息）情形下的预测。朴素预测能推出基准持仓。

本书用原始预测表示主动投资经理所获信息的原始形式，例如某种盈利估计、买入或卖出建议等都属于原始形式的信息。原始预测变量可以具有千差万别的单位和量级，它们不是对超常收益率的直接预测。

预测基本公式将原始预测转化为精炼预测。该公式输出的预测值与超常收益率具有相同的形式（和单位），并且蕴含了原始预测中的有效信息。预测基本公式（将在技术附录中推导）如下<sup>⊖</sup>：

$$E[r|g] = E[r] + \text{Cov}[r,g] \cdot \text{Var}^{-1}[g] \cdot (g - E[g]) \quad (10-1)$$

---

<sup>⊖</sup> 我们并没有严格地使用条件期望符号  $E[r|g]$ 。

式中  $r$  —— 超额收益率向量 ( $N$  只资产)；

$g$  —— 原始预测向量 ( $K$  个预测)；

$E[r]$  —— 朴素（一致）预测；

$E[g]$  —— 原始预测变量的期望值；

$E[r|g]$  —— 信息下预测：基于信息  $g$  的条件预期超额收益率。

式 (10-1) 的核心是将原始预测变量异于其期望值的部分与收益率的信息下预测异于其无条件期望值的部分联系起来。事实上，我们将定义预测修正量的概念，即信息  $g$  导致的预期收益率变动：

$$\phi = E[r|g] - E[r] = \text{Cov}[r,g] \cdot \text{Var}^{-1}[g] \cdot (g - E[g]) \quad (10-2)$$

这正是前面章节中讨论过的超常收益率。它可以同时包含残差收益率预测以及基准择时。并且对给定的业绩基准组合  $B$ ，朴素（一致）预测定义为：

$$E[r] = \beta \cdot \mu_B \quad (10-3)$$

式 (10-3) 中的  $\beta$  是关于业绩基准组合的， $\mu_B$  是业绩基准的一致预期超额收益率。对主动投资经理而言，历史平均收益率是这些一致预期收益率的糟糕估计。正如我们在第 2 章中讨论过的，历史平均收益率具有非常大的样本误差，并且不适合新生或不断变化的股票。更重要的是，式 (10-3) 提供的一致收益率将导向基准组合。

一种理解预测基本公式的等价方法是将它应用到残差收益率  $\theta$  上。式 (10-3) 将变为如下等价方程：

$$E[\theta] = 0 \quad (10-4)$$

即残差收益率的一致预期为零，并且

$$\alpha = \text{Cov}[\theta, g] \cdot \text{Var}^{-1}[g] \cdot (g - E[g]) \quad (10-5)$$

在下一节中，我们将讨论预测基本公式的含义及用法。

### 10.3 精炼原始信息：一只资产一个预测

让我们从最简单的例子（一只资产一个预测）开始，以两种方式研究它。首先，我们会使用教学中常用的二元模型（第 6 章中我们曾介绍过），在那里我们可以看到收益率及其预测的内在产生过程。然后，我们会使用回归分析；此时我们将不能看到背后的过程。幸运的是，处理同一问题的

这两种方式将我们引向了几乎相同的结论。这样的双重验证增强了我们对这个信息精炼公式的心。我们还得到了一条预测经验法则，它在无数情形中被证明是非常有用的。

在二元模型中，我们假设能够理解收益率和预测变量的产生过程。假设我们希望预测下一季度的收益率，并设该季度超额收益率的期望值为  $E[r] = 1.5\%$ ，季度波动率为 9%。这等价于年化预期超额收益率 6%，年化波动率 18%。

我们可以将希望预测的收益率写为：

$$r = 1.5 + \theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_{81} \quad (10-6)$$

其中 1.5 是预期收益率中的确定性部分，而 81 个随机元素  $\theta_i$  构成了收益率中具有不确定性的部分。所有  $\theta_i$  之间是独立的，并且都具有相等的概率取值 +1 或 -1，因此每个  $\theta_i$  都具有期望值 0 和方差 1。 $r$  的方差是 81，对应于我们假设的 9% 的季度波动率。我们可以认为变量  $\theta_1$  到  $\theta_{81}$  是具有单位不确定性的砖块，收益率中具有不确定性的部分就是这 81 个简单的不确定单元之和。我们不能观察到每个  $\theta_i$  的值，只能观察到它们的和  $r$ 。

我们将在投资期末得知收益率的实现值，但我们必须在投资期初作出预测。在我们的例子中，预测变量  $g$  具有 2% 的期望值和 4% 的标准差。我们可以用与收益率类似的方式对预测变量  $g$  建模：

$$g = 2.0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \eta_1 + \eta_2 + \cdots + \eta_{13} \quad (10-7)$$

注意到在  $g$  的构成中，变量  $\theta_1$  到  $\theta_3$  都是收益率  $r$  中的元素。上述模型假设预测变量确实知道关于收益率的部分信息，并且是在投资期初就知道了。组件  $\eta_1$  到  $\eta_{13}$  是预测变量中额外的单位不确定性单元，它们与收益率没有关系。预测变量同时包含有用信息和无用信息。所有  $\eta_i$  之间相互独立，并且与任何  $\theta_i$  独立。每个  $\eta_i$  取值 +1 或 -1 的概率相等。我们可以认为  $\theta_i$  是信号单位，而  $\eta_i$  是噪声单位。预测变量由 16 个单位不确定性单元构成，其中 3 个是信号，13 个是噪声。不幸的是，预测变量只能观测到信号和噪声叠加后的总和，而不能分离出信号和噪声。

$g$  和  $r$  的协方差就是它们共有的收益率元素的个数。在本例中， $Cov[r, g] = 3$  ( $\theta_1$  至  $\theta_3$ )。 $g$  和  $r$  的相关系数就是能力水平或  $IC$ ：

$$IC = \text{Corr}[r, g] = \frac{\text{Cov}[r, g]}{\text{Std}[r] \cdot \text{Std}[g]} = \frac{3}{9 \times 4} = 0.0833 \quad (10-8)$$

利用式 (10-1)，我们可以得到收益率在信息  $g$  下的最优线性估计。在一只资产和一个预测的情形下，我们可以将预测修正量表达为：

$$\phi = \text{Std}\{r\} \cdot \text{Corr}\{r, g\} \cdot \left( \frac{g - E[g]}{\text{Std}\{g\}} \right) \quad (10-9)$$

在本例中，我们有

$$\phi = 9 \cdot 0.0833 \cdot \left( \frac{g - 2}{4} \right) \quad (10-10)$$

## 10.4 预测经验法则

在一只资产及一个预测的情形中，我们这样对原始预测进行精炼：

- 对原始预测变量进行标准化：减去其预期值，然后除以其标准差。我们称标准化后的原始预测为标准分值或  $z$  值。
- 根据预测变量的能力水平 ( $IC$ ) 和被预测收益率的波动率来调整标准分值的量级。

式 (10-9) 告诉我们一个预测经验法则：

$$\text{精炼预测} = \text{波动率} \cdot IC \cdot \text{标准分值} \quad (10-11)$$

有了这条经验法则，我们就可以更加深刻地理解预测过程，并能够在非结构化的情形中推导出精炼预测。在我们的例子中，(季度) 波动率是 9%， $IC$  是 0.0833。精炼预测将是  $0.75 \cdot \text{标准分值}$  (其中  $0.75 = 9 \times 0.0833$ ，标准分值是标准化后的原始预测)。如果标准分值是服从正态分布的，那么我们的精炼预测将以  $2/3$  的概率落在  $-0.75\%$  和  $+0.75\%$  之间。精炼预测落在  $-1.50\%$  和  $+1.50\%$  之外的概率是  $1/20$ 。

预测经验法则 (式 (10-11)) 还说明了在完全没有预测能力的极端情形下应该做的事。如果  $IC = 0$ ，那么精炼预测将全部等于零；这也正是它们应有的结果。

如果使用回归分析代替二元模型，我们会发现相同的经验法则。在二元模型中，我们假设自己了解收益率和预测变量的产生过程。但是在现实中，我们并不了解该过程，因此我们必须基于有限的可获知数据作出推断，或者基于经验和直觉猜测。给定这些数据，我们将使用回归分析来精炼原

始预测。

考虑  $T$  个时间单位上的预测变量  $g(t)$  及实现收益率  $r(t)$  的时间序列。令  $m_r$  和  $m_g$  分别为  $r$  和  $g$  的样本均值，并且令  $\text{Var}\{r\}$ ， $\text{Var}\{g\}$  和  $\text{Cov}\{r, g\}$  为样本方差和协方差。我们将使用时间序列回归

$$r(t) = c_0 + c_1 \cdot g(t) + \epsilon(t) \quad (10-12)$$

作为我们精炼原始预测的工具。 $c_1$  和  $c_0$  的最小二乘估计是

$$c_1 = \frac{\text{Cov}\{r, g\}}{\text{Var}\{g\}} = \frac{\text{Std}\{r\} \cdot \text{Corr}\{r, g\}}{\text{Std}\{g\}} \quad (10-13)$$

$$c_0 = m_r - c_1 \cdot m_g \quad (10-14)$$

我们定义标准分值为

$$z(t) = \frac{g(t) - m_g}{\text{Std}\{g\}} \quad (10-15)$$

并且使用回归分析的结果以及精炼预测的定义，可以得到

$$\phi = \text{Std}\{r\} \cdot \text{Corr}\{r, g\} \cdot z(T+1) = \text{波动率} \cdot IC \cdot \text{标准分值} \quad (10-16)$$

这与二元模型的结果基本相同；唯一的差别是，这里我们使用历史样本来估计  $IC$  和  $r$  的波动率，并对原始预测进行标准化。<sup>⊖</sup>

所以二元模型和回归分析将我们导向了相同的预测经验法则：超常收益率的精炼预测具有“波动率  $\cdot IC \cdot$  标准分值”的形式。对于给定的信号，波动率和  $IC$  都是常数，标准分值是区分资产的当期预测与前期预测的唯一因素。

预测具有“波动率  $\cdot IC \cdot$  标准分值”的形式。

## 直觉

将原始预测转化为精炼预测的过程涉及三个对象：预期、能力和波动率。其中预期是用标准分值来描述的，后者正比于预测变量的条件期望与无条件期望之差。我们将以一个例子展示这一直觉：超预期盈利。超预期

<sup>⊖</sup> 正如我们之前提到的，我们对收益率均值  $m_r$  的估计通常包含大量的样本误差。同样的误差会影响到参数  $c_0 = m_r - c_1 \cdot m_g$ 。如果我们拥有强烈的先验理由相信收益率的无条件期望等于  $m$ ，那么我们可以将参数  $c_0$  的估计替换为  $c_0^* = m - c_1 \cdot m_g$ 。贝叶斯分析将始于均值的先验估计  $m \pm d$ ，然后与样本估计进行混合。

盈利模型根据公告盈利与先验期望的差异来预测阿尔法。当盈利刚好等于期望时，股票价格将不会变动。更一般地，我们预期超常价格变动仅会在原始预测变量不等于其一致期望时才会发生。

精炼过程应通过  $IC$  项引入对能力的考虑。如果  $IC = 0$ ，原始预测不包含任何有用信息，那么我们会将超常收益率的精炼预测设为零。

最后，精炼过程应考虑波动率。首先注意到在“波动率 ·  $IC$  · 标准分值”的结构中， $IC$  和标准分值项都是无量纲的。波动率项提供了收益率的量纲。再者，注意到任给一个能力水平和两只具有同样标准分值的股票，波动率较高的股票将获得较高的阿尔法。可能一只工业设备股票和一只互联网股票都出现在券商的买入列表上，我们预期两只股票都会上涨。互联网股票（假设波动性更高）应该上涨得更多。

正如我们将在下一章中讨论的，预测经验法则也对横截面超常收益率预测成立，因此标准分值是区分不同股票的因素。对一只股票而言，其标准分值时间序列的平均值和标准差应该分别接近 0 和 1。在同一时点，许多股票的标准分值的平均值和标准差也应该分别接近 0 或 1。

表 10-1 展示了预测经验法则的应用实例：应用对象为主要市场指数的成分股，时点为 1992 年 12 月；我们假设  $IC$  水平为 0.09，并使用一个随机数生成器来产生正态分布的标准分值。

表 10-1

MMI 股票	残差波动率 (%)	预测分值	阿尔法 (%)
美国邮政	23.26	0.35	0.73
美国电话电报公司	15.89	0.71	1.01
雪佛龙	20.44	-0.25	-0.45
可口可乐	18.92	-0.48	-0.82
迪士尼	19.17	0.36	0.62
陶氏化学	16.93	-0.77	-1.17
杜邦	17.29	1.58	2.47
埃克森美孚	21.13	0.00	-0.01
通用电气	14.42	0.77	1.01
通用汽车	23.46	1.98	4.17
美国国际商用机器公司	30.32	-0.67	-1.84

(续)

MMI 股票	残差波动率 (%)	预测分值	阿尔法 (%)
国际纸业	19.83	-0.03	-0.05
强生公司	18.97	-1.77	-3.02
伊士曼柯达	19.20	-0.06	-0.10
麦当劳	20.54	-0.45	-0.82
默克公司	20.43	0.74	1.36
明尼苏达矿业及制造业公司	13.41	0.35	0.42
宝洁公司	16.29	-2.32	-3.40
菲利普莫里斯	20.17	-0.89	-1.62
西尔斯	22.33	0.85	1.70

## 10.5 预测的精炼：一只资产两个预测

让我们回到二元模型的情形，假设我们将预测同样的超额收益率  $r$ 。不同之处在于：除了之前的预测变量  $g$  之外，这次我们还有一个新的预测变量  $g'$ ：

$$g' = 0.5 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 + \eta_{10} + \eta_{11} + \dots + \eta_{30} \quad (10-17)$$

预测变量  $g$  和  $g'$  共有一个信号元素 ( $\theta_3$ ) 和四个噪声元素 ( $\eta_{10}$ ,  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{13}$ )。预测变量  $g'$  包含 25 个单位不确定性单元，因此  $\text{Var}\{g'\} = 25$ 。预测变量  $g'$  包含 4 个信号元素 ( $\theta_3$ ,  $\theta_4$ ,  $\theta_5$ ,  $\theta_6$ )，因此  $\text{Cov}\{r, g'\} = 4$ 。 $r$  和  $g'$  的相关系数 ( $IC_r$ ) 为  $\text{Corr}\{r, g'\} = 4/(9 \cdot 5) = 0.089$ 。预测变量  $g'$  与  $g$  具有 5 个单位的共同信息 ( $\theta_3$ ,  $\eta_{10}$ ,  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{13}$ )，因此  $\text{Cov}\{g, g'\} = 5$ 。

现在我们拥有足够的信息应用式 (10-1)。如果我们只利用  $g'$ ，那么

$$\phi = 9 \times 0.089 \times \left( \frac{g' - 0.5}{5} \right) = 0.16 \times (g' - 0.5) \quad (10-18)$$

但若结合使用  $g$  和  $g'$ ，我们会得到

$$\phi = 0.1467 \times (g - 2.0) + 0.1307 \times (g' - 0.5) \quad (10-19)$$

此时组合精炼预测的  $IC$  达到 0.1090。

在一只资产、两个预测的情形中，我们可以计算出一个显式结果（经验法则）：

$$\phi = \text{Std}\{r\} \cdot IC_r^+ \cdot z_r + \text{Std}\{r\} \cdot IC_{r'}^+ \cdot z_{r'} \quad (10-20)$$

修正能力水平  $IC_s^*$  和  $IC_{s'}^*$  将两个预测变量之间的相关系数纳入考虑之中。如果  $\rho_{s,s'}$  是预测变量  $s$  和  $s'$  之间的相关系数，那么：

$$IC_s^* = \frac{IC_s - \rho_{s,s'} \cdot IC_{s'}}{1 - \rho_{s,s'}^2} \quad (10-21)$$

$$IC_{s'}^* = \frac{IC_{s'} - \rho_{s,s'} \cdot IC_s}{1 - \rho_{s,s'}^2} \quad (10-22)$$

如果预测变量之间不相关，那么组合预测将化简为  $s$  和  $s'$  各自的精炼预测之和。如果预测变量之间完全正相关 ( $\rho_{s,s'} = 1$ )，那么式 (10-21) 和式 (10-22) 将失效（注意在这种情形下， $IC_s = IC_{s'}$ ）。第二个预测变量不能增加任何有效信息。

我们可以等价地将标准分值重组（前面我们是将  $IC$  重组）。基本想法就是构建原始标准分值的正交线性组合。在我们两个信号的例子中，

$$z_s^* = \frac{z_s + z_{s'}}{\sqrt{2 \cdot (1 + \rho_{s,s'})}} \quad (10-23)$$

及

$$z_{s'}^* = \frac{z_s - z_{s'}}{\sqrt{2 \cdot (1 - \rho_{s,s'})}} \quad (10-24)$$

这两个重组标准分值具有如下的修正  $IC$ ：

$$IC_s^{**} = \frac{IC_s + IC_{s'}}{\sqrt{2 \cdot (1 + \rho_{s,s'})}} \quad (10-25)$$

及

$$IC_{s'}^{**} = \frac{IC_s - IC_{s'}}{\sqrt{2 \cdot (1 - \rho_{s,s'})}} \quad (10-26)$$

因为重组标准分值是互不相关的，二者的组合精炼预测就等于各自的精炼预测之和。

我们可以证明，在两个信号的例子中，组合预测的  $IC$  为

$$IC_{\text{组合}} = \sqrt{\frac{IC_s^2 + IC_{s'}^2 - 2 \cdot \rho_{s,s'} \cdot IC_s \cdot IC_{s'}}{1 - \rho_{s,s'}^2}} \quad (10-27)$$

如果预测变量之间是不相关的，那么组合预测的  $IC$  的平方将等于每个预测的  $IC$  的平方和。

我们可以用回归分析重新讨论两个预测一只资产的例子。此时时间序

列回归变为：

$$r(t) = c_0 + c_1 \cdot g(t) + c_2 \cdot g'(t) + \epsilon(t) \quad (10-28)$$

并且我们的精炼预测将是

$$\phi = c_1 \cdot [g(T+1) - m_g] + c_2 \cdot [g'(T+1) - m_{g'}] \quad (10-29)$$

在我们的例子中，如果有足够长的历史数据（ $T$  很大），我们就能够估计出  $c_1$  接近于 0.1467 及  $c_2$  接近于 0.1307 的结果。

一只资产以及两个以上信号的情形将包括更复杂的代数（详见技术附录）。但我们将提供这些情形下关于精炼流程的一些建议。例如想象一下三个信号的情形，每个都具有相同的  $IC$ ，前两个信号高度相关，但都与第三个信号不相关，会发生什么？首先我们知道，如果全部三个信号都互不相关，我们将以等权重组合它们（将它们各自独立产生的精炼预测简单相加）。回到我们的例子中，精炼流程会考虑三者之间的相关性，并将两个相关信号的  $IC$  减半。实际上，我们会将不相关的那个信号与另外两个相关信号的组合等同对待。一般的数学结果更精确地描述了这个直观的想法，同时考虑到了所有可能的相关关系。

## 10.6 预测的精炼：多只资产多个预测

对于多只资产多个预测的情形，应用预测基本公式将更加困难。这是因为我们缺少足够的数据和直觉来确定所需的结构。例如假设我们对 500 只股票的每一只各有两个预测变量  $g$  和  $g'$ ，那么  $g$  和  $g'$  的协方差矩阵是  $1000 \times 1000$  的，收益率与  $g$  和  $g'$  的协方差矩阵也是  $500 \times 1000$  的。我们将在下一章处理这一问题，但在本章中我们会给出一些简单的例子。

## 10.7 例子

现在我们将考虑几个比较实际、结构化较低的例子，依赖于“波动率 ·  $IC$  · 标准分值”这个经验法则来产生超常收益率的精炼预测。我么假设已知残差波动率的估计值。在没有充足的历史信息来确定原始预测的  $IC$  时，我们使用不太精确但已被检验过的先验估计：良好的预测变量具有  $IC = 0.05$ ，优秀的预测变量具有  $IC = 0.10$ ，世界级的预测变量具有  $IC = 0.15$ 。高于 0.20 的  $IC$  通常预示着逆推测试（backtest）的错误或者内幕交易。

## 股票点评

考虑所有情形中最特殊的例子，股票点评<sup>⊖</sup>。假设我们要讨论的股票具有典型的 20% 的残差波动率。为了将主观的股票点评转化为对残差收益率的预测，我们需要知道  $IC$  和标准分值。对于  $IC$ ，只要观察信息源的历史业绩：如果信息源的质量很高，那么  $IC = 0.10$ ；如果信息源的质量良好， $IC = 0.05$ ；如果该信息源一无是处， $IC = 0$ 。对于标准分值，我们可以给一个普通的点评（非常乐观的）1.0 以及一个非常非常乐观的点评 2.0。表 10-2 展示了  $IC$  和标准分值的所有可能组合下，将这种非结构化的定性信息转化为更有用的定量形式的对照表。

表 10-2

$IC$	非常乐观 (预测分值 = 1)	非常非常乐观 (预测分值 = 2)
卓越, 0.10	2.0%	4.0%
良好, 0.05	1.0%	2.0%
无信息, 0.00	0.0%	0.0%

## 涨/跌预测

在一家主流投资公司中，最有名并且预测最准确的预测大师是一位名叫 Charlie 的家伙。许多年来，每天早晨基金经理们走入办公室时，Charlie 就会用热情的言语鼓动他们：“今天市场要涨！”Charlie 在 2/3 的时间里都是正确的。当然，Charlie 的预测并不是很有价值，因为市场平均而言应该上涨，2/3 是正常的历史平均值。预测的价值来自于对上涨和下跌的区分。

假设市场的预期年化收益率是 6%，年化风险是 18%，这对应于 0.5% 的月度预期收益率和 5.20% 的月度标准差。我们可以将月度涨/跌预测表示为  $\text{Raw}(t)$ ； $\text{Raw}(t) = +1$  表示预测上涨， $\text{Raw}(t) = -1$  表示预测下跌。如果原始预测的分布与收益率是一致的，即 2/3 的原始预测等于 +1，那么原始分值的均值和标准差将分别等于 1/3 和 0.9428。标准化的原始分值将取

<sup>⊖</sup> Andrew Rudd 建议了这个例子。

值0.707或-1.414。给定 $IC$ （预测与收益率的相关系数），我们可以得到：当预测上涨时，精炼预测 $=0.50+(5.20)\cdot IC\cdot(0.707)$ ；当预测下跌时，精炼预测 $=0.50-(5.20)\cdot IC\cdot(-1.414)$ 。对于中等的能力水平( $IC=0.075$ )，预测市场上涨时的精炼预测是0.78%，预测市场下跌时的精炼预测是-0.05%；不对称性源自于不具备任何信息时，我们对市场收益率的无条件期望值是0.5%（长期看涨）。

### 买入和卖出推荐

更加结构化的例子包括买入和卖出列表。此时，我们会给买入列表中的股票+1.0的标准分值，给卖出列表中的股票-1.0的标准分值。如果我们将此法应用到主要市场指数(MMI)的成分股上（其中买入和卖出列表随机生成，并且假设 $IC=0.09$ ），我们将得到表10-3中展示的结果。经验法则给更加波动的股票更高的阿尔法。如果我们忽略经验法则，并给买入列表中的股票+1%的阿尔法，给卖出列表中的股票-1%的阿尔法，那么组合优化器将把过高的权重分配到买入列表中具有最低残差风险的股票上。

表 10-3

MMI股票	残差波动率 (%)	现 点	预 测 分 值	阿尔法 (%)
美国邮政	23.26	卖出	-1	-2.09
美国电话电报公司	15.89	买入	1	1.43
雪佛龙	20.44	买入	1	1.84
可口可乐	18.92	卖出	-1	-1.70
迪士尼	19.17	卖出	-1	-1.73
陶氏化学	16.93	买入	1	1.52
杜邦	17.29	买入	1	1.56
埃克森美孚	21.13	卖出	-1	-1.90
通用电气	14.42	卖出	-1	-1.30
通用汽车	23.46	买入	1	2.11
美国国际商用机器公司	30.32	买入	1	2.73
国际纸业	19.83	卖出	-1	-1.78
强生公司	18.97	买入	1	1.71
伊士曼柯达	19.20	买入	1	1.73

(续)

MMI 股票	残差波动率 (%)	现 点	预 测 分 值	阿尔法 (%)
麦当劳	20.54	买入	1	1.85
默克公司	20.43	卖出	-1	-1.84
明尼苏达矿务及制造业公司	13.41	卖出	-1	-1.21
宝洁公司	16.29	卖出	-1	-1.47
菲利普莫里斯	20.17	买入	1	1.82
西尔斯	22.33	卖出	-1	-2.01

### 多档评级

一些投资经理将备选资产划分为 10 档或 5 档或 4 档。这是买入/卖出评级（将备选资产分为两档）的升级版本。如果资产具有 1 ~ 10 的原始分值（根据它们各自所在的 10 档档位），我们可以通过减去均值（可能是加权均值）再除以标准差将它们转化为标准分值。

### 排序

排序类似于多档评级，只是这里每档只包含一只资产。我们可以将排序结果（假设是 1 ~ 762）视为一种原始分值。首先检查排在第 1 位的资产是最好的那只还是最差的那只；然后，我们可以使用不同复杂程度的流程将这些排序转化为标准分值。

### 预测的时间尺度：新旧预测

假设我们每个月产生一个原始预测，并且这些预测对随后两个月的收益率都有预测效力。此时，预测频率（多久产生一个预测）是一个月而预测的时间尺度（预测变量的预测效力能持续多久）是两个月。在这种情形下，我们该怎样操作？我们将在第 13 章中讨论这个问题的答案：将旧预测视为一个独立的信息源并应用预测基本公式。

## 10.8 预测与风险

假设在过去的 10 年中，标普 500 指数 (S&P 500) 和中盘指数 (MID-

CAP) 具有 0.95 的相关性，但最新信息产生的预测为：标普 500 指数将在下一季度表现糟糕而中盘指数将表现较好。在这种情形下，我们会有将二者的历史相关系数 0.95 替换为某个负相关系数的冲动；因为此时我们相信标普 500 和中盘指数将会向相反的方向变动。

这种冲动是不正确的。这样的想法混淆了条件均值（即考虑到最新信息时，标普 500 指数的条件预期收益率）与条件方差（即最新信息如何影响了方差和协方差预测）这两个概念。

令人惊奇的是，收益率预测对波动率和相关系数预测的影响是微乎其微的。更意外的是：这微乎其微的影响与预测变量本身的数值没有任何关系，而完全取决于预测变量的预测能力。因此，即使我们的例子改为标普 500 指数将表现较好而中盘指数将表现糟糕（恰与之前相反），我们也会以完全相同的方式调整风险预测！这个结果让我们的工作轻松了许多。我们可以聚焦于预期收益率的预测而不必担心对风险预测的影响。

上述结果源自“风险指标衡量收益率的不确定性”这一事实。一个预测能力相当高的预测变量可以降低收益率中的不确定性；一个完美的预测变量甚至可以将不确定性降到零（此时收益率仍可以每月变化，但总是精确地等于月初的预测值）。然而，对任意给定的预测变量，无论该预测变量的当期取值为何，收益率中剩余的不确定性总是保持不变。并且，对于典型的能力水平，预测变量的预测能力导致的风险降低程度是极其微小的。

令  $\sigma_{\text{先验}}$  和  $\sigma_{\text{后验}}$  分别为无信息和有信息情形下对波动率的预测。预测基本公式将二者联系起来<sup>⊖</sup>：

$$\sigma_{\text{后验}} = \sigma_{\text{先验}} \cdot \sqrt{1 - IC^2} \quad (10-30)$$

表 10-4 展示了波动率的先验预测  $\sigma_{\text{先验}} = 18\%$ （年化）将怎样随研究者的  $IC$  变动。合理的  $IC$  水平（0 ~ 0.15）对波动率预测几乎没有影响。

<sup>⊖</sup> 方差的预测基本公式为

$$\text{Var}\{r|g\} = \text{Var}\{r\} - \text{Cov}\{r,g\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g\} \cdot \text{Cov}\{g,r\}$$

这可以导出式 (10-30)。我们将在技术附录的命题 2 中讨论这个公式。

表 10-4

IC	$\sigma_{\text{后验}}$
0.00	18.00
0.05	17.98
0.10	17.91
0.15	17.80
0.25	17.43
0.95	5.62
1.00	0.00

我们讨论了这么多关于波动率预测的内容，那么相关系数的情况又如何呢？计算过程是更加复杂的，但基本结果相同。考虑最简单的例子：两只资产和两个预测。我们现在有4个可以操纵的变量。我们将称这两个资产为标普500指数（L代表大盘）和中盘指数（M代表中盘）。我们的任务是确定中盘和大盘的相关系数将怎样随我们的研究而变化。这需要设置一些记号。假设中盘和大盘股收益率之间的相关系数是 $\rho_{ML}$ （在我们的例子中， $\rho_{ML} = 0.95$ ）。 $IC_M$  表示我们对中盘指数收益率的预测值与实现值之间的相关系数，典型（乐观的）的数值是0.1。 $IC_L$  表示我们对大盘股（标普500指数）收益率的预测值与实现值之间的相关系数，同样，我们假设其取值为0.1或更低。

我们将假设两个预测之间的相关系数也为 $\rho_{ML}$ 。我们还需要假设两种交叉相关性：中盘指数预测变量与标普500收益率的相关性，以及标普500预测变量与中盘指数收益率的相关性。为了简化讨论，我们假设它们都等于零。<sup>④</sup>

在上述假设之下，我们可以证明修正相关系数的以下表达式：

$$\rho_{ML}^* = \rho_{ML} \cdot \left[ \frac{1 - IC_M \cdot IC_L}{\sqrt{(1 - IC_M^2) \cdot (1 - IC_L^2)}} \right] \quad (10-31)$$

④ 更明智一点的做法可能是：假设中盘指数预测变量对中盘指数未来收益率有所启示（通过 $IC_M$ ），而中盘指数未来收益率又对标普500指数未来收益率有所启示（通过 $\rho_{ML}$ ）。这将导致中盘指数预测变量与标普500收益率之间具有 $IC_M \cdot \rho_{ML}$ 的相关系数，而标普500预测变量与中盘指数收益率具有 $IC_L \cdot \rho_{ML}$ 的相关系数。

这看起来是一个令人望而生畏的复杂公式。然而，如果  $IC_M = IC_L$ ，那么相关性的朴素预测将不需要修正。简单的分析可以证明：当式（10-31）中两个信息系数都在 0~0.15 时，相关系数预测的修正量将非常小。我们再次重申，修正相关系数仅依赖于我们的预测能力，而非预测值。

我们能得出什么结论呢？试图预测短期收益率的研究者应该忽略收益率预测对资产波动率和相关系数预测的轻微影响。资产配置者尤其应该注意这一点。许多资产配置者受到误导，认为可以利用收益率来预测波动率和相关系数。他们相信市场已经改变，并且它服从于新的运行规律。驱动超常收益率的力量同样也改变着市场的协方差结构。这种想法容易想象，但很难从逻辑和实证上严格论证。确实有一些证据表明，汇率市场中的短期波动率和相关系数存在“结构变更”现象；但对于更一般的市场而言，资产的波动率和相关系数的稳定性远多于变动性。

## 10.9 高级技巧

到目前为止，我们对一些简单技巧——如二元模型或线性回归——进行了深入讨论。还有许多更复杂的预测方法。挑选预测方法的一般原则是：预测模型越复杂，预测效力越高，但你更可能失去对预测流程的控制。在复杂的预测模型中，投资真知变得模糊，预测流程完全被技术接掌，而你将越来越难明白预测结果的统计学含义。当预测技术控制了你，而不是你控制了预测技术时，你或许应该寻找更基本更稳定的工具。

一条指导性原则是在从简单模型转向更复杂的模型的过程中，你必须掌握其简单情形，理解其缺陷，然后才开始在更复杂的情形中使用该高级技巧。此外，在使用复杂技巧时，必须采用以下两种测试来确保它们是在正确地运行。首先，输入完全随机的数据，观察复杂技巧的运行及结果。对随机数据的成功预测意味着存在严重问题。其次，输入你了解其内在相关性的模拟数据，观察复杂技巧是否能恰当地识别出来。许多复杂技巧并未带有相应的统计检验。幸运的是，现代计算机结合样本自举估计法（bootstrapping methodology）使我们能够进行所希望的统计检验。

本节我们将介绍几种特别的高级技巧。在下一章“高级预测”中，我们将回到对基本方法的讨论，但是将它应用在更复杂、更现实的情形中。

## 时间序列分析

这是一个自成体系的世界，它有一套自己的术语和记号。Box 和 Jenkins (1976) 所撰写的书是时间序列分析的标准教程；更新颖的材料是 Lutkepohl (1991) 的作品。模型的标准描述如下：

**AR( $q$ )。** 自回归模型：变量在时刻  $t$  的取值  $r(t)$ ；其取值依赖于变量的  $q$  个历史取值  $|r(t-1), r(t-2), \dots, r(t-q)|$  的加权总和以及一个随机输入项  $e(t)$ ：

$$r(t) = a_0 + a_1 \cdot r(t-1) + \dots + a_q \cdot r(t-q) + e(t)$$

**MA( $p$ )。** 移动平均模型：变量在时刻  $t$  的取值等于  $p+1$  个（独立的）随机输入  $e(t), e(t-1), \dots, e(t-p)$  的加权平均之和：

$$r(t) = e(t) + c_1 \cdot e(t-1) + \dots + c_p \cdot e(t-p) + c_0$$

**ARMA( $q, p$ )。** 自回归移动平均模型。由名字可知，它是 AR( $q$ ) 和 MA( $p$ ) 的组合。

**ARIMA。** ARMA 模型在时间序列一阶差分上的应用；即不再考察收益率本身，而是考察收益率的变化。

**VARMA。** ARMA 模型应用到多变量情形：向量 ARMA。这种方法使用  $J$  个可能的解释变量及其滞后项预测  $K$  个收益率。

## ARCH、GARCH 等

ARCH 是自回归条件异方差 (autoregressive conditional heteroskedasticity) 的缩写，GARCH 是广义 ARCH (Generalized ARCH) 的缩写。通常来讲，这类方法的目标是预测波动率（有时是相关系数）。这是 Robert Engle 开发出的技术。欲知它们在金融领域的应用，请参见 Bollerslev, Chou 和 Kroner (1992) 的文章。

ARCH 和 GARCH 方法适用于波动率以某种可预测方式变化的情形，例如较高的波动率时段倾向于在较大的正向或负向收益率之后出现。波动率的标准 GARCH 模型具有以下结构：三种因子影响当期波动率。第一，即使不断变化的波动率也具有长期均值。第二，均值回复倾向于将当期波动率拉回到长期均值水平。第三，近期收益率可以推动当期波动率偏离长期

均值。这都是时间序列中的基本概念，只是应用到波动率而非收益率上而已。

更高级的 GARCH 模型允许区分较大的负向和正向近期收益率的不同影响。我们经常观察到股票市场波动率在市场下行时期升高，而在市场上行时期下降。

ARCH 和相关的非线性技巧在待预测收益率数目有限的情形下最有用，即它们更适合资产配置而非股票挑选。在风险模型中，这些技巧可以改进对市场或系统风险的预测，进而改善我们对协方差矩阵的预测。基本想法就是首先提取出最重要的单个因子，然后将这种高级技巧应用到该因子的单变量时间序列上。ARCH 技巧的效果在投资期较短（几天而非几个月或几年）的情形下最显著。最后，ARCH 技巧在带有强烈期权特征的策略中极为有用；这是因为更好的波动率预测可以直接促使我们得出更好的期权定价。

### Kalman 滤波

Kalman 滤波与贝叶斯分析联系密切。我们的预测基本公式就是一个简单的例子。我们始于收益率均值和方差的先验估计，然后根据某些新信息调整该均值和方差。Kalman 滤波以相同的方式运作，不过它们的工作流程常常被晦涩的电子工程/最优控制的术语所掩盖。Bryson 和 Ho (1969) 著作的第 12 章对 Kalman 滤波进行了介绍，并解释了正态分布下 Kalman 滤波与 Bayes 分析的联系。Diderrich (1985) 的文章讨论了 Kalman 滤波与回归分析中的 Goldberger-Theil 估计的联系。

### 混沌

混沌理论关注不稳定现象和非线性现象。在投资领域，它意味着建立和使用收益率和波动率的非线性模型。我们希望能区分完全随机现象和由某种确定的但高度非线性的方式产生的可预测现象（伪随机）；因为它们二者看起来像是同样的东西。

典型的例子就是随机数生成器。计算机采用完全可复制的方式生成随机数，但这些数字看起来是随机的。利用混沌理论的预测模型从随机数生

成器的输出开始，试着逆向推导出产生随机数的非线性规则。这不是一项容易的任务。

另一个混沌的例子是帐篷线图。任给一个 0 和 1 之间的初始数值  $x(0)$ ，我们按式 (10-32) 生成下一个数值：

$$x(t) = \text{Min}\{2 \cdot x(t-1), 2 - 2 \cdot x(t-1)\} \quad (10-32)$$

如果  $x(t)$  卡在了 0 处，就选一个随机数作为  $x(t+1)$ 。上述规则将产生一个看起来非常像在 0 到 1 之间随机分布的数值序列。然而，如果在二维空间中观察全体有序数对  $\{x(t-1), x(t)\}$ ，我们将看到它们都落在图 10-1 中帐篷状的折线上。对于真正的随机数值序列，有序数对  $\{x(t-1), x(t)\}$  将充满整个二维正方形。

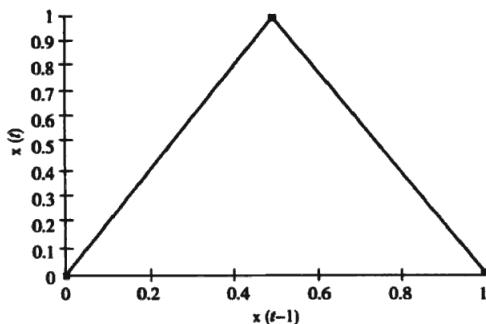


图 10-1

为了将混沌理论应用到预测中，我们会取出预测模型中的残差项，并观察其二维、三维或更高维度的图像，以寻找像帐篷图那样的非线性关系。如果找到了非线性关系的依据，我们就会增强模型以捕捉该非线性效应。请参见 Hsieh (1995)，该文章给出了上述想法的一个出色应用和一些有趣的建模技巧。

### 神经网络<sup>⊖</sup>

在过去的几年里，神经网络在投资领域各个分支的应用获得了广泛关

---

⊖ Hertz, Krogh 和 Palmer (1991) 的文章是神经网络的标准参考。

注。Hornik, Stinchcombe 和 White (1988) 证明了神经网络可以近似几乎任何可以想象到的函数。在处理信噪比 (signal-to-noise ratios) 较高的问题时, 神经网络已被证明是强大的工具。对于信噪比较低的情形, 特别是预测超常收益率时, 神经网络的实用性还远未明朗。<sup>⊖</sup>

神经网络是一种得到生物神经电路启发而设计出的计算模型 (见图 10-2)。每个人工神经元对多个输入信号进行加权求和, 并确定其非线性输出。典型的例子是: 当输入信号的加权和超过某个阈值  $T$  时, 输出立即从 0 变为 1。神经网络是许多这样的人工神经元构成的整体结构。典型的神经网络依次具有一层输入神经元、一层内部 (隐藏) 神经元和一层输出神经元; 前一层的输出将作为后一层的输入 (见图 10-3)。

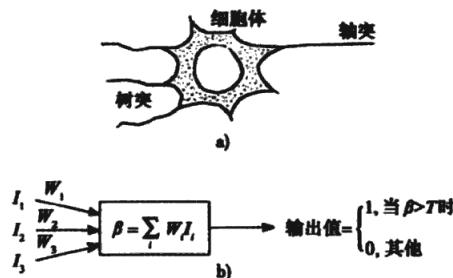


图 10-2

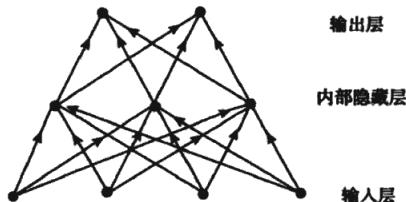


图 10-3

神经网络可以解决非常一般化的问题, 但它们并不很直观。与标准的计算机程序不同, 神经网络一开始并没有内置的问题解决方案; 但它们被一组特定的数据训练, 以习得解决问题的方法。神经网络的训练实为对其

<sup>⊖</sup> 参见 Kahn 和 Basu (1994)。

内部系数的估计过程，我们希望训练后得到的内部系数能最优匹配训练数据的输入值和输出值。因此，神经网络非常依赖于训练数据。

神经网络已经被应用到许多研究和金融领域。所有这些都可以划入两种类别，我们可以用例子来说明它们。第一类应用以债券评级建模为例。这里我们希望应用神经网络技术，在基于发行公司的金融数据的基础上预测其债券的评级。实际上，我们是在对穆迪（Moody）和标普（S&P）公司的评级流程进行逆向推导。这类应用的特征可以概括为：金融数据和评级之间的非线性关系、时间维度上的相对稳定性以及高信噪比。神经网络的第二类应用以预测收益率为例。这里我们希望使用由历史数据（金融、经济及收益率的历史样本）训练过的神经网络来预测未来收益率。这类应用的特征可以概括为：解释变量与观测到的收益率之间的非线性关系、时间上的相对不稳定性以及低信噪比。

神经网络对以非线性、稳定结构和高信噪比为特征的第一类问题很有效。对于第二类问题，许多金融研究员都尝试过神经网络，并且其中很多人宣称获得了成功。然而，至今为止仍然没有确切的、在统计上显著的证明。

### 遗传算法<sup>⊖</sup>

遗传算法是一种试错式的最优化方法，源自对生物进化过程的模仿。物种根据“适者生存”的原则进化；每一代都通过交配、变异和训练的共同作用繁衍下一代。因此种群整体上将以一种半随机的方式向更高的适应性进化。

进化过程的计算机模拟是对一个多元函数的优化，其中自变量的每种组合都定义了一个“个体”，而目标函数（希望被最大化）则是对“适应性”的某种度量。

我们选择随机的初始“种群”，并评估其中每个个体的适应性，然后在适应性最高的个体之间进行基因重组（交配、变异），进而得到下一代个体。之后我们重复遗传进化（父代通过重组产生子代）这一步，直到收敛到一个最优解。在“遗传进化”这一步中，选用较强的随机性将导致较广的最优解

---

<sup>⊖</sup> Holland (1975) 的文章是一份标准参考文献。

搜索范围。事实上，我们可以随机组合具有较高适应性的个体或者随机改动个体的某些属性；这两种操作我们分别称之为“交配”和“变异”。

一个我们应用了遗传算法的领域是指数复制问题；例如，寻找最优的包含 50 只股票的组合来跟踪标普 500 指数。对给定的 50 只股票，标准的二次优化可以帮助我们找到跟踪标普 500 指数的最优组合权重。最困难的部分是如何遍历搜索 50 只股票的所有可能组合。组合数学理论告诉我们：不可能精确求解。

BARRA 和其他研究机构已经开发出了这个问题的试错式解法。经过相当多的研究努力（大约 6 个人月<sup>⊖</sup>），他们开发出了能够快速（在 1998 年的电脑上运行需几秒钟）找到合理答案的算法。作为另一种尝试，他们用一个周末编写了遗传算法。结果遗传算法在类似电脑上经过 48 小时的 CPU 时间后找到了同样好的答案。因此对于这类问题，遗传算法是一种极具吸引力的一次性解法。不过它的运行效率较低，可能不适于工业强度的商业软件使用。

在预测领域中，我们常常需要寻找具有最高信息率的信号。想象一下：随机选取的一些可能信号构成初始“种群”，然后令它们按照信息率最大化的准则“进化”。

遗传算法能自己“学习”最优解的特征（在成功的应用中），因此实现它们所需的编程量通常少于解析技巧（开发效率高于解析法），并且它们的运行速度快于遍历搜索（执行效率高于遍历法）。

## 10.10 总结

主动管理就是预测。我们可以使用预测基本公式来修正收益率预测，使它偏离一致预期；修正量依赖于原始预测与其一致预期的差异以及原始预测包含信息的质量 ( $IC$ )。我们可以从预测经验法则中得到这个结果：超常收益率预测具有“波动率 ·  $IC$  · 标准分值”的形式。本章在数个具体例子中应用了这一关系。

下一章将进一步讨论更加复杂，特别是那些包括多资产和横截面预测

---

<sup>⊖</sup> “人月”是软件工程中的单位，用于描述一个软件的开发工作量。例如 6 个人月意味着“1 个人开发 6 个月”或等价的“6 个人开发 1 个月”的工作量。——译者注

的情形。

## 10.11 问题

1. 假设残差收益率之间互不相关。我们将使用一个优化器来最大化风险调整残差收益率。利用表 10-3 中的数据，哪只资产将被优化器分配到最大的正向主动头寸？如果我们给买入列表中的股票 1% 的阿尔法，给卖出列表中的股票 -1% 的阿尔法，结果会怎样变化？提示：在最优点（假设残差收益率互不相关），最优主动头寸为

$$h_n = \frac{\alpha_n}{2 \cdot \lambda_n \cdot \omega_n^2}$$

2. 在问题 1 描述的情形下，假设每只资产具有相等的风险，证明预测经验法则成立。如果我们给买入列表中的股票 1% 的阿尔法，给卖出列表中的股票 -1% 的阿尔法，结果会怎样变化？

3. 利用预测基本公式（式（10-1））来推导式（10-20），即一只资产两个预测情形下的精炼预测。

4. 在两个预测的情形下（式（10-20）），组合预测的方差是多少？组合预测与收益率的协方差是多少？验证正文例子中  $g$  和  $g'$  的组合预测的  $IC$  是 0.109 0，并将这一结果与式（10-27）<sup>①</sup>的结果相比较。

5. 假设你正在使用一个神经网络来预测一只股票的收益率。神经网络的输入包括基本面会计数据、分析师预测、以及历史收益率。神经网络将这些输入非线性地组合在一起。在这种情形下，预测基本法则将怎样变化？

## 10.12 参考文献

- Bickel, P. J., and K. A. Doksum. *Mathematical Statistics* (San Francisco: Holden Day, 1977), pp. 127–129.
- Black, Fisher, and Robert Litterman, "Global Asset Allocation with Equities, Bonds, and Currencies." *Fixed Income Research*, Goldman, Sachs & Co., New York, October 1991.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou, and K. F. Kroner. "ARCH Modeling in Finance." *Journal of Econometrics*, vol. 52, no. 1, April 1992, pp. 5–59.
- Box, George E. P., and Gwilym M. Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (San Francisco: Holden-Day, 1976).

<sup>①</sup> 原著中是式（10-23），应为式（10-27）。——译者注

- Bryson, A. E., and Y. C. Ho. *Applied Optimal Control*. (Waltham, MA: Blaisdell, 1969).
- Chopra, Vijay Kumar, and Patricia Lin. "Improving Financial Forecasting: Combining Data with Intuition." *Journal of Portfolio Management*, vol. 22, no. 3, 1996, pp. 97–105.
- Diderrich, G. T. "The Kalman Filter from the Perspective of Goldberger-Theil Estimators." *The American Statistician*, vol. 39, no. 3, 1985, pp. 193–198.
- Grinold, Richard C. "Alpha Is Volatility Times IC Times Score, or Real Alphas Don't Get Eaten." *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 9–16.
- Hertz, J., A. Krogh, and Richard G. Palmer. *Introduction to the Theory of Neural Computation* (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1991).
- Holland, John H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975).
- Hornik, K., M. Stinchcombe, and H. White. "Multi-layer Feedforward Networks Are Universal Approximators." Working paper, University of California, San Diego, June 1988.
- Hsieh, D. A. "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets." *Journal of Finance*, vol. 46, no. 5, 1991, pp. 1839–1877.
- . "Nonlinear Dynamics in Financial Markets: Evidence and Implications." *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 4, 1995, pp. 55–62.
- Johnson, N. L., and S. Kotz. *Distributions in Statistics: Continuous Multivariate Distributions* (New York: John Wiley & Sons, 1972), pp. 40–41.
- Kahn, Ronald N., and Archan Basu. "Neural Nets and Fixed Income Strategies." *BARRA Newsletter*, Fall 1994.
- Lütkepohl, H. *Introduction to Multiple Time Series Analysis* (New York: Springer-Verlag, 1991).
- Rao, C. R. *Linear Statistical Inference and Its Application*, 2d ed. (New York: John Wiley & Sons, 1973), pp. 314–333.
- Searle, S. R. *Linear Models* (New York: John Wiley & Sons, 1971), pp. 88–89.
- Theil, Henri. *Principles of Econometrics* (New York: John Wiley & Sons, 1971), pp. 122–123.

## 10.13 技术附录

本技术附录将覆盖两个主题：推导预测基本公式及相关的一些技术结果，分析本章正文中的具体例子。

### 预测基本公式

现在我们将证明预测基本公式提供了具有最小均方误差的线性无偏估计。大多数统计书籍将这一主题的讨论命名为最小方差无偏估计（minimum variance unbiased estimates, m. v. u. e.）或最优线性无偏估计（best linear unbiased estimates, b. l. u. e.）<sup>⊖</sup>，并且在  $\text{Var}\{g\}$ ,  $E\{g\}$  以及  $\text{Cov}\{r, g\}$

---

<sup>⊖</sup> 参见 Bickel 和 Doksum (1977) 第 127 ~ 129 页；Theil (1977) 第 122 ~ 123 页；Rao (1973) 第 314 ~ 333 页。

未知的情形下进行处理。

让我们从以下估计开始：

$$\hat{r} = E\{r\} + \text{Cov}\{r, g\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g\} \cdot (g - E\{g\}) \quad (10A-1)$$

### 命题 1

$\hat{r}$  是：

1.  $r$  的一个无偏估计；
2.  $r$  的所有线性估计中具有最小均方误差的那个。

### 证明

一般的线性估计可以写为

$$r(g; b, A) = b + A \cdot g \quad (10A-2)$$

估计误差为  $q = r - r(g; b, A)$ , 均方误差为

$$\text{MSE}\{b, A\} = E\{q^T \cdot q\} = E\{\sum q_n^2\} \quad (10A-3)$$

为了最小化均方误差，我们取  $\text{MSE}\{b, A\}$  对  $b$  的每一个元素（共  $N$  个）和  $A$  的每一个元素（共  $N \cdot K$  个）的偏导数，并令它们等于零。

令关于  $b_n$  的偏导数等于零，将得到

$$b_n = E\{r_n\} - \sum_{k=1}^K A_{n,k} \cdot E\{g_k\} \quad (10A-4)$$

这个结果与式 (10A-2) 一起证明了预期误差为零，即具有最小均方误差的线性估计是无偏的。因此我们可以将注意力集中在具有如下形式的线性估计中：

$$r(g; b, A) = E\{r\} + A \cdot (g - E\{g\}) \quad (10A-5)$$

为了便于讨论，我们引入记号  $s = g - E\{g\}$  及  $p = r - E\{r\}$ 。利用上述记号，我们有  $q = p - A \cdot s$ ，因此  $E\{q\} = 0^\ominus$  且

$$\text{MSE}\{A\} = E\{p^T \cdot p\} - 2 \cdot E\{p^T \cdot A \cdot s\} + E\{s^T \cdot A^T \cdot A \cdot s\} \quad (10A-6)$$

取式 (10A-6) 关于元素  $A_{n,k}$  的偏导数，并令它们等于零，整理得到<sup>①</sup>

① 原著中为 “ $E\{g\} = 0$ ”，根据文意判断应为 “ $E\{q\} = 0$ ”。——译者注

② 本句和式 (10A-7) 中，我们对原著表述略作调整，以使推导过程更易理解。——译者注

$$\mathbb{E}\{q_n, s_t\} = \text{Cov}\{q_n, s_t\} = \mathbb{E}\{(p_n - \sum_{j=1}^K A_{n,j} \cdot s_j) \cdot s_t\} = 0 \quad (10A-7)$$

根据式 (10A-7)，我们的估计误差与原始预测变量之间是不相关的。如果  $q$  和  $s$  是相关的，那么我们一定丢失了某些信息。我们应该挖掘出任何相关性，以进一步降低均方误差。

在矩阵的表达下，式 (10A-7) 变为

$$\mathbb{E}\{g \cdot s^T\} = \text{Cov}\{r, g\} - A \cdot \text{Var}\{g\} = 0 \quad (10A-8)$$

$$A = \text{Cov}\{r, g\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g\} \quad (10A-9)$$

式 (10A-9) 和式 (10A-5) 证明了  $\hat{r}$  是具有最小均方误差的线性估计。

如果  $r$  和  $g$  服从联合正态分布，那么线性估计  $\hat{r}$  具有额外的属性。

### 命题2

如果  $\{r, g\}$  服从联合正态分布，那么：

1.  $\hat{r}$  是已知  $g$  条件下  $r$  的最大似然估计。
2.  $\hat{r} = \mathbb{E}\{r | g\}$  是已知  $g$  条件下  $r$  的条件期望值。
3.  $\text{Var}\{r | g\} = \text{Var}\{r\} - \text{Cov}\{r, g\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g\} \cdot \text{Cov}\{g, r\}$  是已知  $g$  条件下  $r$  的条件方差。
4.  $\hat{r}$  在所有无偏估计（无论它是否线性）中具有最小均方误差。

证明  $r$  和  $g$  的联合向量的协方差为

$$V = \begin{Bmatrix} \text{Var}\{r\} & \text{Cov}\{r, g\} \\ \text{Cov}\{g, r\} & \text{Var}\{g\} \end{Bmatrix} \quad (10A-10)$$

其逆矩阵为

$$V^{-1} = Q = \begin{Bmatrix} Q\{r\} & Q\{r, g\} \\ Q\{g, r\} & Q\{g\} \end{Bmatrix} \quad (10A-11)$$

给定观测值  $\{p, s\}$ （其中  $p = r - \mathbb{E}\{r\}$ ,  $s = g - \mathbb{E}\{g\}$ ）和正态分布的假设，观测值的似然函数为<sup>①</sup>

$$L = \exp\left\{-\frac{(p^T, s^T) \cdot Q \cdot (p, s)}{2}\right\} / \sqrt{(2\pi)^{N+K} \det[V]} \quad (10A-12)$$

<sup>①</sup> 式 (10A-12) 中，我们将分母中平方根号内的  $\det[Q]$  更正为  $\det[V]$ 。——译者注

因此最大化对数似然函数等价于最小化

$$\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{Q}\{\mathbf{r}\} \cdot \mathbf{p} + 2 \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{Q}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{Q}\{\mathbf{g}\} \cdot \mathbf{s} \quad (10A-13)$$

如果我们固定  $\mathbf{s}$ , 然后选择使式 (10A-13) 最小化的  $\mathbf{p}$ , 那么最优  $\mathbf{p}^*$  为

$$\mathbf{p}^* = -\mathbf{Q}^{-1}\{\mathbf{r}\} \cdot \mathbf{Q}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} \cdot \mathbf{s} \quad (10A-14)$$

然而, 由于  $\mathbf{Q}$  是  $\mathbf{V}$  的逆矩阵, 我们可以利用式 (10A-10) 和式 (10A-11) 证明

$$\text{Cov}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} \cdot \text{Var}^{-1}\{\mathbf{g}\} = -\mathbf{Q}^{-1}\{\mathbf{r}\} \cdot \mathbf{Q}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} \quad (10A-15)$$

式 (10A-14) 和式 (10A-15) 共同推出结论 1。

结论 2 和 3 是多维正态分布的标准属性。<sup>⊖</sup> 注意

$$\mathbf{Q}^{-1}\{\mathbf{r}\} = \text{Var}\{\mathbf{r}\} - \text{Cov}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} \cdot \text{Var}^{-1}\{\mathbf{g}\} \cdot \text{Cov}\{\mathbf{g}, \mathbf{r}\} \quad (10A-16)$$

结论 4 涉及一些统计理论。存在一个协方差矩阵, 称为 Cramer-Rao 下界, 使得  $\mathbf{r}$  的任何无偏估计的协方差都大于或等于这个 Cramer-Rao 下界。<sup>⊖</sup> 在正态分布的特例中, 你可以证明  $\text{Var}\{\mathbf{r} \mid \mathbf{g}\}$  就是 Cramer-Rao 下界, 因此  $\hat{\mathbf{r}}$  是所有无偏估计 (不论是否为线性估计) 中方差最小的估计。

### 正文中例子的技术处理

我们已经证明了预测基本公式, 并讨论了一些深入的技术结果。本附录剩下的部分将讨论正文中提到的一些关于单只资产多个预测的具体例子。

让我们考虑一只资产  $K$  个预测的情形:

$$\mathbf{g} = [g_1, \dots, g_K] \quad (10A-17)$$

及

$$\text{Var}\{\mathbf{g}\} = \begin{bmatrix} \text{Std}\{g_1\} & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & \text{Std}\{g_K\} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\rho}_s \cdot \begin{bmatrix} \text{Std}\{g_1\} & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & \text{Std}\{g_K\} \end{bmatrix} \quad (10A-18)$$

注意到收益率与  $K$  个信号的协方差矩阵涉及  $K$  个信息系数:

<sup>⊖</sup> 参见 Johnson 和 Kotz (1972) 第 40~41 页。

<sup>⊖</sup> 参见 Rao (1973) 或 Searle (1971)。

$$\text{Cov}\{r, g\} = \omega \cdot [IC_1 \cdots IC_k] \cdot \begin{bmatrix} \text{Std}\{g_1\} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \text{Std}\{g_k\} \end{bmatrix} \quad (10A-19)$$

现在我们将式 (10A-18) 和式 (10A-19) 代入预测基本公式 (式 (10-2)), 得到

$$\begin{aligned} \phi &= \text{Cov}\{r, g\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g\} \cdot (g - E\{g\}) \\ &= \omega \cdot [IC_1 \cdots IC_k] \cdot \rho_g^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\text{Std}\{g_1\}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\text{Std}\{g_k\}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_1 - E\{g_1\} \\ \vdots \\ g_k - E\{g_k\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10A-20)$$

利用我们对标准分值  $z$  的定义, 可以将式 (10A-20) 化简为

$$\begin{aligned} \phi &= \omega \cdot [IC_1 \cdots IC_k] \cdot \rho_z^{-1} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} \\ &= \omega \cdot IC^T \cdot \rho_z^{-1} \cdot z \end{aligned} \quad (10A-21)$$

其中

$$z_j = \frac{g_j - E\{g_j\}}{\text{Std}\{g_j\}} \quad (10A-22)$$

进一步地, 我们可以利用式 (10A-21) 计算组合信号的方差、它与收益率的协方差以及它的信息系数:

$$IC_{\text{组合信号}} = \sqrt{IC^T \cdot \rho_z^{-1} \cdot IC} \quad (10A-23)$$

式 (10A-21) 和式 (10A-23) 是一般性的结果。如果  $K=1$ , 那么  $\rho_z=1$ , 于是它化简为标准的“波动率  $\cdot IC \cdot$  标准分值”形式。如果  $K=2$ , 那么

$$\rho_z = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{bmatrix} \quad (10A-24)$$

$$\rho_z^{-1} = \left( \frac{1}{1 - \rho_{12}^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\rho_{12} \\ -\rho_{12} & 1 \end{bmatrix} \quad (10A-25)$$

及

$$\phi = \omega \cdot \left( \frac{IC_1 - \rho_{12} \cdot IC_2}{1 - \rho_{12}^2} \right) \cdot z_1 + \omega \cdot \left( \frac{IC_2 - \rho_{12} \cdot IC_1}{1 - \rho_{12}^2} \right) \cdot z_2 \quad (10A-26)$$

这就是正文中的式 (10-20)。我们可以类似地证明, 当  $K=2$  时, 式 (10A-23) 化简为式 (10-27)<sup>⊕</sup>。

当  $K=3$  时, 我们需要对以下矩阵求逆:

$$\rho_s = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix} \quad (10A-27)$$

对任意数目的预测变量, 关键就在于对矩阵  $\rho_s$  求逆。注意到对任意数目的预测变量, 式 (10A-21) 总可以导出具有以下形式的精炼预测:

$$\phi = \omega \cdot \sum_j IC'_j \cdot z_j \quad (10A-28)$$

即精炼预测总是等于标准分值的某种线性组合。上述方法论的核心其实就是确定该线性组合中的权重 (修正信息系数)。

### 练习

根据式 (10A-21), 组合预测的方差是多少? 它与收益率的协方差是多少? 注意: 组合预测仅仅是信号的线性组合。我们知道所有信号的波动率和相关系数, 并且知道每个信号和收益率的相关系数。

验证式 (10A-23), 即组合预测的  $IC$ 。验证当  $K=2$  时, 它可以简化为本章正文中的式 (10-27)。

---

<sup>⊕</sup> 原著中为“化简为式 (10-23)”, 应为“化简为式 (10-27)”。——译者注

## 第 11 章

# 高级预测

### 11.1 导言

第 10 章中，我们介绍了预测的基础要点，给出了由波动率、能力和预期生成精炼阿尔法的公式。在单一资产的情形下，第 10 章讨论了多个信号的组合，还简单介绍了一些高级的和非线性的预测方法。

第 10 章虽然提供了关于预测的很多真知，但它没有涉及机构投资经理所面临的最基本的情况：多只资产。本章将主要聚焦于重要的实践课题，还将讨论因子预测、不确定性的信息系数的处理等。

本章要点如下：

- 单一资产方法同样适用于多资产情形。
- 当我们处理的是横截面而不是时间序列标准分值时，我们将会面临一些新的困难。在许多情形下，我们不需要在横截面标准分值上乘以波动率。
- 如果我们拥有信息并能够预测一些因子收益率，则不需将其他因子的收益率设为零。
- $IC$  的不确定性将导致阿尔法的衰减。

我们从讨论多资产情形开始。

## 11.2 多资产情形

机构投资经理面临的标准情形是多资产情形：选择一个能够超越业绩基准的投资组合。本书第1部分“基础理论”中的各章就是在讨论这种情形。

首先，我们必须指出，预测基本公式（式（10-1）），适用于多资产多信号的情形：

$$E\{r|g\} = E\{r\} + Cov\{r,g\} \cdot Var^{-1}\{g\} \cdot (g - E\{g\}) \quad (11-1)$$

在式（11-1）中， $r$  和  $g$  可以同时是向量。假设  $r$  是  $N$  维向量， $g$  是  $K$  维向量，那么  $K/N$  就是平均每只资产的信号数。在一只资产一个信号的情形下，技术附录证明了预测基本公式对每一只资产  $n$  成立：

$$\phi_n = \omega_n \cdot IC \cdot z_{TS,n} \quad (11-2)$$

其中我们假设了每只资产的预测信号具有相同的信息系数。

我们用下标“TS”（time series）来表示方程中的标准分值是时间序列维度上的标准分值。股票  $n$  的标准分值时间序列  $\{z_{TS,n}\}$  具有零均值和单位标准差。这是我们在第10章讨论的标准分值的定义。在之后的内容中，我们将把时间序列标准分值和横截面标准分值  $z_{CS,n}$  进行对比。

不幸的是，式（11-2）并不能描述投资经理所面临的典型情况：在给定时刻，对每只股票有一个预测数值。我们没有  $N$  个标准分值的时间序列，我们只有一组横截面标准分值。横截面标准分值在任意时刻在  $N$  只股票上的平均值为 0，标准差为 1。我们想要时间序列标准分值，但我们只有横截面标准分值。我们该怎样处理？

## 11.3 横截面标准分值

时间序列标准分值  $z_{TS,n}$  不仅依赖于当期信号  $g_n(t)$ ，还依赖于时间序列  $g_n$  的均值和标准差：

$$z_{TS,n}(t) = \frac{g_n(t) - E_{TS}|g_n|}{Std_{TS}|g_n|} \quad (11-3)$$

如果我们只拥有一组横截面样本  $\{g_n\}$ （即某个时刻的  $g_n$ ， $n = 1, 2, \dots, N$ ），那么我们只能计算横截面标准分值：

$$z_{CS,n}(t) = \frac{g_n(t) - E_{CS}\{g_n(t)\}}{\text{Std}_{CS}\{g_n(t)\}} \quad (11-4)$$

我们如何从容易获得的横截面标准分值转化到式(11-2)需要的时间序列标准分值上呢?

为了简化讨论, 我们假设对每只股票的预测的长期均值是0, 并且在每只股票上的预测IC相同, 不同股票的预测之间是不相关的。下面我们将分析两种情形。在情形1中, 每只资产预测信号的时间序列的标准差是相等的。在情形2中, 每只股票预测信号的时间序列标准差与相应股票的波动率成比例。例如, 如果股票A的波动率是股票B的两倍, 那么它的原始预测信号 $g_A(t)$ 的波动率也将是 $g_B(t)$ 波动率的两倍。

### 情形1: 相同的时间序列信号波动率

在情形1中, 我们假设

$$\text{Std}_{TS}\{g_n\} = c_1 \quad (11-5)$$

其中 $c_1$ 是不依赖于 $n$ 的。在这种情形下, 我们可以通过时间序列或者横截面分析来估计 $c_1$ 。我们可以用从一个标准差为 $c_1$ 的分布中抽取出的标准分值时间序列来估计 $c_1$ 。或者, 我们也可以用从均值为0、标准差为 $c_1$ 的一组分布中各抽取一个标准分值构成一组横截面样本来估计 $c_1$ 。换言之, 如果多个时间序列的标准差是相等的, 那么时间序列标准分值等于横截面标准分值:

$$z_{TS,n} = \frac{g_n}{\text{Std}_{TS}\{g_n\}} = \frac{g_n}{c_1} = \frac{g_n}{\text{Std}_{CS}\{g_n\}} \quad (11-6)$$

$$\alpha_n = \omega_n \cdot IC \cdot z_{CS,n} \quad (11-7)$$

### 情形2: 时间序列信号波动率与资产波动率成比例

在情形2中, 我们假设时间序列标准差依赖于相应资产的波动率:

$$\text{Std}_{TS}\{g_n\} = c_2 \cdot \omega_n \quad (11-8)$$

这里我们再次假设所有时间序列的均值为0。根据式(11-8), 我们可以通过式(11-9)估计常数 $c_2$ :

$$c_2 = \text{Std}_{TS}\left\{\frac{g_n}{\omega_n}\right\} \quad (11-9)$$

根据假设，系数  $c_2$  是不依赖于  $n$  的。在这种情形下，如果假设不同资产的预测值之间是不相关的，那么我们可以等价地利用时间序列或横截面数据来估计  $c_2$ ：

$$c_2 = \text{Std}_{CS} \left\{ \frac{g_n}{\omega_n} \right\} \quad (11-10)$$

根据式 (11-10) 对  $c_2$  的横截面估计以及式 (11-8)，我们可以将基本结果(式 (11-2)) 重新表述为：

$$\phi_n = \omega_n \cdot IC \cdot \left( \frac{g_n}{c_2 \cdot \omega_n} \right) \quad (11-11)$$

$$\phi_n = IC \cdot \left( \frac{g_n}{\text{Std}_{CS} \left\{ \frac{g_n}{\omega_n} \right\}} \right) \quad (11-12)$$

将式 (11-12) 整理为横截面标准分值的形式：

$$\phi_n = IC \cdot \left( \frac{\text{Std}_{CS} \left\{ g_n \right\}}{\text{Std}_{CS} \left\{ \frac{g_n}{\omega_n} \right\}} \right) \cdot \left( \frac{g_n}{\text{Std}_{CS} \left\{ g_n \right\}} \right) \quad (11-13)$$

注意到式 (11-13) 右端第二项是一个不依赖于  $n$  的常数；我们称之为  $c_s$ 。那么，

$$\phi_n = IC \cdot c_s \cdot z_{CS,n} \quad (11-14)$$

因此，如果时间序列信号的波动率与资产的波动率成比例，那么精炼预测就会与横截面标准分值成比例，而与波动率无关。在情形 2 中，预测仍然等于波动率乘以  $IC$  乘以标准分值，只是它正比于横截面标准分值。恒定的比例系数  $c_s$  会随不同的信号而变。

## 实证结果

上述理论推导说明，对横截面信号的精炼主要依赖于时间序列信号的波动率是怎样随不同股票变化的。在前一节，我们分析了两种极端情况：无关于股票波动率和与股票波动率成比例。

本节中我们将沿着两个维度分析几种特定信号。第一，我们将观察时间序列信号的波动率怎样依赖于资产的波动率。第二，我们将比较根据式 (11-7) 和式 (11-14) 分别精炼出的阿尔法。我们希望找到与前述理论分析相一致的实证结果（对于另一种实证检测阿尔法量级的方法，请参

见技术附录)。

我们将审查六种由 BARRA 公司作为一种商业服务提供的美国股票信号：

- 分红折现模型 (DDM)；
- 盈利预期变动 (estimate change)；
- 盈利预期修正 (estimate revision)；
- 相对强度；
- 残差反转；
- 板块动量。

分红折现模型提供了根据第 9 章中概述的三阶段模型估计的内在收益率。盈利预期变动信号是一致预期年度盈利<sup>②</sup>的单月变动除以当前价格。盈利预期修正信号结合了一致预期年度盈利的单月变动和单月股票收益率(为了应对那些已经在价格中反映了预期变动的股票)。相对强度信号结合了每只股票过去 13 个月的收益率和它过去 1 个月的收益率(即该信号试图捕获过去大约 1 年的动量，同时控制短期(1 个月)反转效应)。残差反转信号使用剔除了行业和风险指数影响的单月残差收益率。板块动量信号是所在板块的市值加权组合的单月收益率。同属一个板块的股票都具有相同的板块动量。

BARRA 提供这些信号的月度横截面标准分值。板块动量信号在这组信号中与众不同，因为它是唯一在许多资产上取相同标准分值的信号。

在第一项实证测试中，我们简单地计算了 1 200 只规模最大的美国股票(BARRA HICAP 股票空间)的上述信号的时间序列波动率，截止时点为 1994 年 12 月，时间区间为 60 个月。然后，我们运行下述横截面回归：

$$\text{Std}_{rs}\{g_s\} = a + b \cdot \omega_s + \epsilon_s \quad (11-15)$$

这个回归将检验时间序列信号的波动率是否随着不同股票的残差波动率而

<sup>②</sup> 这项估计基于第 1 财政年度和第 2 财政年度的盈利估计的加权组合。两个财政年度上的权重依赖于当前日期在财政年度中的位置。在第 1 财政年度之初，所有的权重都分配到第 1 财政年度上。随着时间的推进，模型会将越来越多的权重分配到第 2 财政年度上。

变。最重要的是，我们想要知道这个回归的  $R^2$  统计量以及估计出的系数  $b$  的  $t$  统计量。表 11-1 给出了测试结果。

表 11-1

模 型	$R^2$	$t$ 统计量 ( $b$ )
分红折现模型 (DDM)	0.37	19.3
盈利预期变动	0.34	18.0
盈利预期修正	0.31	17.0
相对强度	0.72	54.3
残差反转	0.77	62.2
板块动量	0.01	-3.8

对板块动量之外的所有信号，其时间序列信号波动率与资产残差波动率之间均存在非常强的正线性相关性。这暗示着当估计预期超常收益率时，我们不需要对这些横截面标准分值进行重新缩放。

我们通过同时使用式 (11-7) 和式 (11-14) 计算预期超常收益率来检验这个想法。我们将在第 12 章中详细描述测试的流程。对两个方程计算出来的结果，我们分别基于相应的精炼信号构建最优投资组合，然后在逆推测试中考察它们的信息率。<sup>②</sup> 表 11-2 展示了测试的结果。

表 11-2

模 型	信 息 率		
	$IC \cdot z_{CS}$	$\omega_n \cdot IC \cdot z_{CS}$	$R^2$
分红折现模型 (DDM)	1.31	1.19	0.37
盈利预期变动	1.92	1.87	0.34
盈利预期修正	3.55	3.32	0.31
相对强度	1.93	1.93	0.72
残差反转	2.51	2.18	0.77
板块动量	1.91	2.10	0.01

表 11-2 中展示的结果与表 11-1 中的结果完全一致。5 个模型（即除了板块动量之外的模型）展示出信号波动率和资产残差波动率之间的强相关

② 在这项测试中，我们对板块动量之外的所有信号都做了行业中性处理；也就是说，每个信号都是相对于行业定义的。对板块动量进行行业中性处理将把信号变成零。

性。在每一个模型的逆推测试中，横截面标准分值（根据式（11-14）正确计算的精炼信号）构建的最优组合的信息率都达到或超越了经过残差波动率调整后的横截面标准分值的表现。

在唯一一种信号波动率不随资产波动率变化的情形中，板块动量的横截面标准分值乘以资产波动率（根据式（11-7）正确计算的精炼信号）构建的最优组合在逆推测试中也超越了横截面标准分值本身。

实证结果支持前面的理论分析。给定横截面标准分值，我们要处理的关键问题是信号的波动率是否随资产波动率变化。虽然信号的精炼过程总是时间序列标准分值乘以波动率，但这并不总意味着要在横截面标准分值上乘以波动率。

预测总是具有“波动率·IC·标准分值”的形式，但有时它恰好正比于“IC·横截面标准分值”。

## 11.4 为什么不直接预测横截面阿尔法

在第10章，我们基于时间序列分析建立了整个预测方法论。在本章中，我们又花大力气使我们的方法论适用于涉及横截面标准分值的更常见的应用中。我们为什么不直接将预测方法论应用到横截面信息上呢？我们是否可以扔掉时间序列分析的所有东西，转而直接关注横截面行为呢？

考虑一种简单的情形：在同一时刻，我们有 $N$ 只资产的收益率和 $N$ 个预测信号<sup>⊖</sup>，那么式（11-1）简化为

$$\phi_n = IC \cdot Std_{CS}\{\theta_n\} \cdot z_{CS,n} \quad (11-16)$$

其中 $Std_{CS}\{\theta_n\}$ 是残差收益率的横截面波动率。对任意给定时刻 $t$ ，它都只是一个不随 $n$ 变化的常数。在所有的应用中，式（11-16）和式（11-14）是等价的。

这样的结果可能是我们所希望看到的，但这样的分析过度简单了。仅根据一组横截面数据来估计预期超常收益率会有很大的问题。在某个月，行业因子可能解释了收益率大部分的横截面起伏。下一个月，同样如此，

---

<sup>⊖</sup> 将收益率和预测信号看成相关的两个变量，将横截面上 $N$ 只资产的收益率和预测信号理解为这对变量的 $N$ 次实现，即 $N$ 个样本。——译者注

但行业不同：这个月，是互联网股票；下个月，是健康医疗股票；再下个月，是银行股票。信号的精炼过程必须综合分析时间序列和横截面上的信息。我们需要知道哪些东西是我们可以持续预测的。

总而言之，我们必须在式（11-1）中综合使用时间序列和横截面数据。在此，我们选择首先攻克时间序列问题，然后加入横截面数据带来的复杂性。我们将要看到，最一般的情形太过复杂以至于无法精确处理；因此，我们必须采用某种结构来解决它。

## 11.5 每只股票多个预测

在第10章中，我们详尽讨论了一只资产两个预测的情形，并且以数学形式描述了处理一只资产多个预测的情形。

在一些简化假设下，第10章的结果可以采用逐只应用的形式直接应用到多资产情形。不过，在此需要的简化假设相当强。每个信息源 $j$ 都具有一个信息系数向量 $\mathbf{IC}_j^{\ominus}$ 。 $\mathbf{IC}_j$ 中的元素描述了信息源 $j$ 中对逐只资产的预测信号的信息系数。对每个信息源 $j$ ，一个 $N \times N$ 的相关系数矩阵 $\rho_j$ 描述了不同资产的预测信号之间的相关性。我们的简化假设是

$$\mathbf{IC}_j(n) = \mathbf{IC}_j, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (11-17)$$

$$\rho_j = \rho, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (11-18)$$

信息源 $j$ 中对每只资产的预测信号都具有相同的信息系数，并且这 $N$ 个预测信号之间的相关系数矩阵与所有其他信息源的一致。另外，我们必须假设对任意资产 $n$ ， $g_{in}$ 和 $g_{jn}$ 之间的相关系数刚好等于 $\rho_{ij}$ ，即信号 $i$ 和信号 $j$ 之间相关系数。我们还必须记得第10章的结果依赖于时间序列标准分值而非横截面标准分值。

技术附录中提供了更深入的讨论以处理多只资产多个预测的一般情形。如果我们不愿接受上述假设，我们则需要借助于其他分析框架。

## 11.6 因子预测

对多资产情形应用结构化方法的一种标准方式是建立多因子模型。特

---

$\ominus$  设有 $J$ 个信息源，每个信息源产生 $N$ 个预测信号，分别预测 $N$ 只资产的收益率。——译者注

别地，套利定价理论（arbitrage pricing theory, APT）认为所有的收益率预测必须满足如下形式

$$\mathbb{E}\{r\} = X \cdot m \quad (11-19)$$

其中

$$r = X \cdot b + u \quad (11-20)$$

$$m = \mathbb{E}\{b\} \quad (11-21)$$

通常情况下，多因子模型可将预测成百上千只资产收益率的问题简化为预测为数不多的几个因子收益率的问题。许多机构投资经理就正在应用这种方法，就像我们在第7章中看到的那样。

通常一些APT因子很容易预测。例如，某些因子可能每个月都会产生持续的收益率。我们总是希望投资组合能够对这些因子有所倾斜（对它们有较高的暴露度）。其他因子可能需要择时，即它们的收益率时正时负，没有明确的方向。

我们观察到许多投资经理面临如下问题：他们可以预测一个或几个因子，但是他们没有预测其他因子的信息（至少他们这样认为）。在这种情况下，他们是否应该将其他因子的预测值设为零呢？

我们可以应用预测基本公式来解决这个问题。假设我们有一个信号  $g_1$  来预测  $b_1$ 。我们知道如何对  $g_1$  进行精炼以预测  $b_1$ 。那么我们该如何预测其他因子呢？

利用预测基本公式，我们有

$$\mathbb{E}\{b_j | g_1\} = \mathbb{E}\{b_j\} + \text{Cov}\{b_j, g_1\} \cdot \text{Var}^{-1}\{g_1\} \cdot (g_1 - \mathbb{E}\{g_1\}) \quad (11-22)$$

我们怎样计算  $b_j$  和  $g_1$  的协方差和相关系数呢？首先，我们假设  $g_1$  由部分  $b_1$  和随机噪声构成：

$$g_1 = IC^2 \cdot b_1 + IC \cdot \sqrt{1 - IC^2} \cdot w_1 \cdot Z \quad (11-23)$$

其中  $Z$  具有均值 0 和标准差 1，并且与  $b_1$ （及所有其他  $b_j$ ）不相关。利用式(11-23)，我们可以计算出

$$\text{Cov}\{b_j, g_1\} = IC^2 \cdot \text{Cov}\{b_j, b_1\} = IC^2 \cdot \rho_{ij} \cdot \omega_j \cdot \omega_1 \quad (11-24)$$

将式(11-24)代回到式(11-22)中，并且假设  $\mathbb{E}\{b_j\} = 0$ ，我们得到

$$\mathbb{E}\{b_j | g_1\} = IC \cdot \rho_{ij} \cdot \omega_j \cdot \left( \frac{g_1 - \mathbb{E}\{g_1\}}{\text{Std}\{g_1\}} \right) = IC \cdot \rho_{ij} \cdot \omega_j \cdot z_1 \quad (11-25)$$

根据式 (11-25)，只要我们的预测  $E\{b_i|g_1\} \neq 0$ ，就不应该将设  $E\{b_i|g_1\} = 0$ 。

我们通过如下测试实证检验了式 (11-25)。我们使用 BARRA 美国股票模型 (第 2 版)，并假设我们仅拥有关于净市率 (BP) 因子的明确信息。然后我们考察 BP 策略的三种变体：

1. 仅预测净市率。
2. 使用关于净市率的信息，预测净市率和其他风险指数因子。
3. 使用关于净市率的信息，仅预测净市率之外的其他风险指数因子。

情形 C 有些奇特，但却是针对本节想法的一项有趣的实证检验。使用从 1990 年 5 月 ~ 1995 年 4 月的 5 年时段的数据，上述三项测试的结果见表 11-3。

表 11-3

策 略	<i>IR</i>
A	3.26
B	3.42
C	1.57

根据表 11-3，我们可以观察到，使用关于  $b_1$  的信息来预测其他  $b_j$  确实提升了策略的表现。我们还可以观察到，甚至是那个奇特的策略 C (只用关于  $b_1$  的信息预测  $b_1$  之外的因子)，也拥有较高的信息率。我们还预期策略 B 的信息率的平方应该等于策略 A 和策略 C 的信息率的平方之和。事实也确实如此。

## 11.7 不确定的信息系数

本章和前一章讨论了基于预期、波动率和能力来精炼原始预测信号的方法，其中能力是用信息系数衡量的。我们还讨论了如何将具有不同信息系数的信号组合起来。

但实践中经常遇到的一个问题，是信息系数本身具有不确定性，以及它对精炼信号的影响。例如，如何组合两个预测信号，如果它们的 *IC* 估计值相同，但其中一个的估计误差远高于另一个？我们预期应该在 *IC* 估计值确定性更高的信号上配以更高的权重，然而我们的分析框架到目前为止还不能产生这样的结果。事实上，我们的分析框架并没对如何考虑 *IC* 的估计

误差提供明确的指导。

我们的方法论到目前为止都忽略了这个问题。为了获得解析结果，我们需要做一些假设；因此，到目前为止，我们的分析框架假设了我们知道  $IC$  的真值。

幸运的是，我们可以采用适度的贝叶斯调整法来应对  $IC$  估计值中的不确定性。下面我们将对仅有—个预测信号的情形进行具体描述，然后对更一般的结果进行讨论。

我们将使用回归方法来分析这个问题。设我们试图用信号  $g(t)$  来预测残差收益率  $\theta(t)$ 。我们将通过以下回归方程来对预测信号进行精炼：

$$\theta(t) = a + b \cdot g(t) + \epsilon_\theta(t) \quad (11-26)$$

在这项分析中，我们假设  $\theta(t)$  和  $g(t)$  的均值都为 0。因此

$$a = 0 \quad (11-27)$$

$$b = \frac{\text{Cov}\{\theta, g\}}{\text{Var}[g]} = \frac{\sum_{t=1}^T \theta(t) \cdot g(t)}{\sum_{t=1}^T g^2(t)} \quad (11-28)$$

我们处理  $IC$  估计值中不确定性的方法是：在回归（式（11-26））中加入一个先验样本  $\hat{b}^\Theta$ ，于是我们有如下回归方程和  $T+1$  个样本：

$$\begin{bmatrix} \theta(1) \\ \vdots \\ \theta(T) \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(1) \\ \vdots \\ g(T) \\ 1 \end{bmatrix} \cdot b' + \begin{bmatrix} \epsilon_\theta(1) \\ \vdots \\ \epsilon_\theta(T) \\ \epsilon_b \end{bmatrix} \quad (11-29)$$

我们给观测样本  $\theta(t)$  配以  $1/\omega_\theta^2$  的权重，并给先验样本  $\hat{b}$  配以  $1/\omega_b^2$  的权重；其中  $\omega_\theta$  是  $\epsilon_\theta(t)$  的标准差， $\omega_b$  是  $\epsilon_b$  的标准差。

式（11-29）展示了一种有用的数学技巧。我们在标准回归中加入系数  $b$  的一个先验估计作为额外的“样本”。在上述权重分配下，调整后的回归分析等价于一种最大似然估计：给定  $b$  的先验估计  $(\hat{b}, \omega_b)$ ，似然函数等于每个残差收益率样本  $\theta(t)$  的似然概率乘以实现的回归系数的似然概率。

$\Theta$  注意，这不是式（11-28）左端的  $b$ ，而是对  $b$  的某个先验估计，并且已知估计误差  $\omega_b$ 。——译者注

求解这个回归以估计调整系数  $b'$ , 得到

$$b' = \frac{(1/\omega_g^2) \cdot \sum_{t=1}^T \theta(t) \cdot g(t) + (\hat{b}/\omega_b^2)}{(1/\omega_g^2) \cdot \sum_{t=1}^T g^2(t) + (1/\omega_b^2)} \quad (11-30)$$

我们将在此假定先验估计  $\hat{b}=0$ 。技术附录中将证明（根据 Connor(1997)）式 (11-30) 可以化简为

$$b' = \left[ \frac{1}{1 + (1/[T \cdot E\{R^2/(1-R^2)\}])} \right] \cdot b \quad (11-31)$$

式 (11-31) 包含了原回归（不加入先验样本）的预期  $R^2$ 。因为  $R^2$  统计量应该等于  $IC^2$ ，因此它的数值通常很小，进而我们可以将式 (11-31) 近似为

$$b' \approx \left( \frac{1}{1 + \left[ \frac{1}{(T \cdot IC^2)} \right]} \right) \cdot b \quad (11-32)$$

式 (11-32) 描述了回归系数原始估计值的收缩，其收缩程度依赖于估计的不确定性。当样本数目  $T$  较大或信息系数  $IC$  较高时，收缩后的  $b'$  将接近原始估计值  $b$ 。但是对  $T$  较小或者信息系数较低的情况，收缩结果将会是  $b'$  接近于零。表 11-4 展示了收缩系数依赖于  $IC$  和观测月数  $T$  的函数关系。即使对于有较长观测时期的非常好的预测信号，收缩幅度也相当显著。对于劣质预测信号，收缩系数衰减到零，进而导致  $b'=0$ ，即调整后的估计等于先验估计  $\hat{b}$ 。

表 11-4 贝叶斯收缩系数

月 数	信 息 系 数		
	0.00	0.05	0.10
36	0.00	0.08	0.26
60	0.00	0.13	0.38
90	0.00	0.18	0.47
120	0.00	0.23	0.55
240	0.00	0.38	0.71

注意式 (11-31) 将贝叶斯收缩法应用到回归系数  $b$  而不是  $IC$  上。我们将在技术附录中证明， $IC$  中的不确定性通常是回归系数整体不确定性的

主导因素。

对于有多个预测信号的情形，我们应该怎样应对信息系数中的不确定性呢？这时贝叶斯收缩法同样适用，只是式（11-31）中的整体  $R^2$  统计量需要替换为边际  $R^2$  统计量。在有多个预测信号的情形下，边际  $R^2$  统计量将整体  $R^2$  归因到各个信号上。每个信号的边际  $R^2$  等于全部信号的整体  $R^2$  减去将该信号系数设为零时其他信号的  $R^2$ 。这些边际  $R^2$  统计量的和等于整体  $R^2$  统计量。这种方法的优点在于它具有较强的谨慎性，当具有较小边际解释力的新信号加入时，该信号的影响力将被大幅收缩。

## 11.8 总结

本章以第10章建立的预测基础理论——如何精炼单只资产的预测——为起点，展开了对更复杂但更常见的多资产情形以及  $IC$  估计值具有不确定性的讨论。预测基本公式虽可应用于多资产情形，但通常需要大量独立估计，因此它需要额外的结构。投资经理常常依赖于横截面标准分值。在许多情形中，精炼的预期超常收益率直接与横截面标准分值成比例。

在预测因子收益率（例如在 APT 模型中）时，应该利用你拥有的信息来预测所有的因子。

我们所估计出的  $IC$  值的不确定性越大，我们就越应该将  $IC$  向零收缩。

## 11.9 问题

1. 信号 1 和信号 2 具有相同的  $IC$ ，并且二者的波动率都与资产的波动率成正比。那么在预测超常收益率时，这两个信号是否应获得相同的权重？
2. 如果联合使用表 11-3 中的策略 A 和策略 C，你对  $JR$  的朴素预期（未经深思熟虑的预期）是多少？为什么观察到的测试结果显著异于朴素预期？
3. 设想你在估计式（11-26）中联系原始预测信号和收益率实现值的回归系数  $b$ 。如果回归样本为 120 个月的数据，并且回归的  $R^2 = 0.05$ ，那么系数  $b$  应该被收缩多少？

## 11.10 参考文献

- Black, Fisher, and Robert Litterman. "Global Asset Allocation with Equities, Bonds, and Currencies." *Fixed Income Research*, Goldman, Sachs & Co., New York, October 1991.
- Connor, Gregory. "Sensible Return Forecasting for Portfolio Management." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 5, 1997, pp. 44-51.
- Grinold, Richard C. "Alpha Is Volatility Times IC Times Score, or Real Alphas Don't Get Eaten." *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 9-16.
- Kahn, Ronald. "Alpha Analytics." BARRA Equity Research Seminar, Pebble Beach, Calif., June 1995.

## 11.11 技术附录

在这篇技术附录中，我们将详细介绍对多资产情形的预测的分析，讨论检验波动率大小的另一种方法，并更加细致地研究信息系数带有不确定性的情形。

### 每只资产均有一个预测

考虑  $K=N$  的情形，即每只资产的收益率  $r_n$  均有一个预测信号  $g_n$ 。我们假设每个预测信号的信息系数  $IC$  是相等的：

$$\text{Cov}\{r_n, g_n\} = IC \cdot \omega_n \cdot \text{Std}_{rs}\{g_n\} \quad (11A-1)$$

为了使分析继续下去，我们还需要  $r_n$  和  $g_n$  的协方差。我们假设  $r_n$  仅通过  $g_n$  与  $g_n$  相关，即

$$\text{Cov}\{r_n, g_n\} = IC \cdot \omega_n \cdot \rho_{nn} \cdot \text{Std}_{rs}\{g_n\} \quad (11A-2)$$

其中  $\rho_{nn}$  是  $g_n$  和  $g_n$  的相关系数。以矩阵形式表达如下：

$$\text{Cov}\{r, g\} = IC \cdot \omega \cdot \rho \cdot \text{Std} \quad (11A-3)$$

$$\text{Var}\{g\} = \text{Std} \cdot \rho \cdot \text{Std} \quad (11A-4)$$

这里  $\omega$  和  $\text{Std}$  都是对角矩阵，对角线元素分别为  $|\omega_n|$  和  $|\text{Std}\{g_n\}|$ 。将以上两个公式代入预测基本公式（式 (11-1)），得到

$$\phi = IC \cdot \omega \cdot \text{Std}^{-1} \cdot (g - E\{g\}) \quad (11A-5)$$

因此，每个预测都具有如下形式：

$$\phi_n = IC \cdot \omega_n \cdot \left( \frac{g_n - E_{rs}\{g_n\}}{\text{Std}_{rs}\{g_n\}} \right) \quad (11A-6)$$

### 每只资产均有两个预测

下面我们考虑  $K=2N$  的情形。现在  $\mathbf{g} = [g_1, g_2]$ , 即每只股票都有两个预测。为了便于分析又不失精髓, 我们将作出下列简化假设:

$$\text{Var}\{\mathbf{g}\} = \text{Std} \cdot \begin{bmatrix} \rho & \rho_{12} \cdot \rho \\ \rho_{12} \cdot \rho & \rho \end{bmatrix} \cdot \text{Std} \quad (11A-7)$$

$$\text{Cov}\{\mathbf{r}, \mathbf{g}\} = \omega \cdot [IC_1 \cdot I \quad IC_2 \cdot I] \cdot \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \cdot \text{Std} \quad (11A-8)$$

根据假设式 (11A-7),  $\mathbf{g}_1$  中的  $N$  个预测信号的相关系数矩阵与  $\mathbf{g}_2$  中的  $N$  个预测信号的相关系数矩阵相同。对于任意  $n$ ,  $\mathbf{g}_{1n}$  和  $\mathbf{g}_{2n}$  的相关系数都等于常数  $\rho_{12}$ 。根据假设式 (11A-8), 对于任意  $n$ ,  $\mathbf{g}_{1n}$  和  $\mathbf{r}_n$  的相关系数都等于常数  $IC_1$ ,  $\mathbf{g}_{2n}$  和  $\mathbf{r}_n$  的相关系数都等于常数  $IC_2$ 。

将式 (11A-7) 和式 (11A-8) 代入预测基本公式, 得到

$$\phi = \omega \cdot \left[ \left( \frac{IC_1 - \rho_{12} \cdot IC_2}{1 - \rho_{12}^2} \right) \cdot I \quad \left( \frac{IC_2 - \rho_{12} \cdot IC_1}{1 - \rho_{12}^2} \right) \cdot I \right] \cdot \text{Std}^{-1} \cdot [\mathbf{g} - \mathbf{E}\{\mathbf{g}\}] \quad (11A-9)$$

我们再一次看到, 超常收益率的精炼预测具有“波动率·信息系数·标准分值”的形式。注意到式 (11A-9) 右端的信息系数, 是  $IC_1$  和  $IC_2$  基于预测信号  $\mathbf{g}_1$  和  $\mathbf{g}_2$  之间的相关性调整后得到的。

### 每只资产多个预测

下面来考虑每只资产多个预测的一般情形。如果我们将原始预测信号  $\mathbf{g}$  转化为一组不相关 (正交) 的预测信号  $\mathbf{y}$ , 那么对一般情形的讨论将更容易理解。数学上讲, 总可以将对称矩阵  $\text{Var}\{\mathbf{g}\}$  做如下分解: 存在矩阵  $\mathbf{H}$  使得

$$\text{Var}\{\mathbf{g}\} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H} \quad (11A-10)$$

并且使

$$\mathbf{y} = (\mathbf{H}^T)^{-1} \cdot [\mathbf{g} - \mathbf{E}\{\mathbf{g}\}] \quad (11A-11)$$

成为标准化的、不相关的原始预测信号, 即  $\mathbf{E}\{\mathbf{y}\} = 0$ ,  $\text{Var}\{\mathbf{y}\} = I$ 。我们还可以证明

$$\text{Cov}\{r, g\} = \text{Cov}\{r, y\} \cdot H \quad (11A-12)$$

故而有

$$\phi = \omega \cdot \text{Corr}\{r, y\} \cdot y \quad (11A-13)$$

于是我们看到，在一般情形下，精炼预测仍然具有“波动率·信息系数·标准分值”的形式（只是在一般情况下，精炼预测包含了变形后的标准分值  $y$  以及衍生的信息系数矩阵  $\text{Corr}\{r, y\}$ ）。如果想在当前结果上更进一步，我们需要在这个相关系数矩阵上添设更多的结构。<sup>②</sup>

### 检验阿尔法的层级

另一种检验我们通过波动性来对阿尔法进行缩放是否合适的方法是考察我们在每只资产上承担的风险。假设残差收益率是不相关的，那么最优主动组合权重为：

$$h_{PA}^*(n) = \frac{\alpha_n}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega_n^2} \quad (11A-14)$$

将预测基本公式（阿尔法 = 波动率 · IC · 标准分值）代入式 (11A-14)，得到

$$h_{PA}^*(n) = \frac{IC \cdot z_n}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega_n} \quad (11A-15)$$

于是投资组合的风险为

$$\omega_p^2 = \left( \frac{IC}{2 \cdot \lambda_R} \right)^2 \cdot \sum_n z_n^2 \quad (11A-16)$$

由于对每个  $n$  有  $E\{z_n^2\} = 1$ ，式 (11A-16) 意味着我们预期每只资产对风险的贡献是相等的。因此，我们可以按资产的某种属性——例如波动率——将资产划分为数目相等的几组，然后计算每组股票对残余方差的贡献。每组股票都应该包含足够数目的资产以控制估计  $E\{z^2\}$  的样本误差。

如果不同股票组表现出了对风险不同程度的贡献，那要么是波动率缩放不当，要么是我们对不同股票组设置了不同的信息系数。

<sup>②</sup> 对于每只股票  $K$  个预测的情形（即  $K$  个因子预测  $N$  只股票），这里有另一种实证研究的方法。首先估计  $K$  个因子组合的收益率，每个预测因子的收益率通用于全部  $N$  只资产。每个因子组合都控制了对其他  $K - 1$  个因子的暴露度。然后挑选一组最优权重 ( $K$  维向量) 将这  $K$  个因子组合组合起来，以获得最高的信息率。这样我们就确定了每只资产的  $K$  个预测的组合权重；注意：这组权重是所有资产通用的。

这种方法同样适用于按资产的其他属性划分股票组的情形。

### 不确定的 $IC$

本章主要分析了如何根据估计误差来收缩  $IC$  的估计值。这项技术关注于回归系数  $b$ :

$$\theta(t) = a + b \cdot g(t) + \epsilon(t) \quad (11A-17)$$

其中

$$b = \frac{\text{Cov}\{\theta, g\}}{\text{Var}\{g\}} = \frac{IC \cdot \omega}{\text{Std}\{g\}} \quad (11A-18)$$

而不是直接关注于  $IC$ 。然而，我们将证明  $IC$  的估计误差是造成  $b$  的估计误差的主要因素。因此如果我们将（对回归系数  $b$  的）贝叶斯收缩作用于  $IC$  之上也是合理的。

基于式 (11A-18)，右端各项的估计误差会怎样影响我们对  $b$  的估计呢？我们用符号  $\Delta$  来表示变量中的不确定性：

$$\Delta b = \Delta IC \cdot \frac{\omega}{\text{Std}\{g\}} + \Delta \omega \cdot \frac{IC}{\text{Std}\{g\}} - \frac{IC \cdot \omega}{\text{Var}\{g\}} \Delta \text{Std}\{g\} \quad (11A-19)$$

或

$$\frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta IC}{IC} + \frac{\Delta \omega}{\omega} - \frac{\Delta \text{Std}\{g\}}{\text{Std}\{g\}} \quad (11A-20)$$

于是

$$\text{Var}\left\{\frac{\Delta b}{b}\right\} = \text{Var}\left\{\frac{\Delta IC}{IC}\right\} + \text{Var}\left\{\frac{\Delta \omega}{\omega}\right\} + \text{Var}\left\{\frac{\Delta \text{Std}\{g\}}{\text{Std}\{g\}}\right\} + \text{Covs.} \quad (11A-21)$$

其中 Covs. 表示所有的协方差项。我们作出如下假设，以便进一步分析式 (11A-21)：

1. 误差之间是互不相关的（所以协方差项消失）；
2. 我们有充分大的样本量；
3. 所有误差都是正态分布的。

我们要利用样本标准差和样本相关系数的标准误公式（方差形式）：

$$\text{Var}\{\Delta \sigma\} = \frac{\sigma^2}{2N} \quad (11A-22)$$

$$\text{Var}\{\Delta \rho\} = \frac{(1 - \rho^2)^2}{N} \quad (11A-23)$$

将以上两个方程代入式 (11A-21)，并假设  $IC \ll 1$ ，经过整理和化简得到：

$$\text{Var}\left\{\frac{\Delta b}{b}\right\} = \frac{1}{IC^2 \cdot T} + \frac{1}{T} \quad (11A-24)$$

其中  $T$  是样本量 ( $T$  个月)。式 (11A-24) 右端第一项代表了  $IC$  的不确定性，第二项代表了  $\omega$  和  $\text{Std}\{g\}$  的不确定性。由于  $IC \ll 1$ ，所以  $IC$  的估计误差占据了回归系数  $b$  的估计误差的绝大部分。

### 练习

1. 设我们跟踪  $N$  只资产，但是只对资产 1 有一个预测信号（即  $N$  只资产， $K=1$  的情形）。我们是否应该将其他资产的预测值都设为它们的一致预期值 ( $\phi_n = 0, n=2, 3, \dots, N$ )？基于这唯一的预测信号，精炼后的  $N$  个预测会怎样异于各资产的一致预期值？
2. 比较第 1 题的结果与根据 CAPM 产生的结果，以获得对市场收益率的超常预测。Black 和 Litterman 曾经在他们的国际化 CAPM 模型中在国际化资产配置的范畴内研究过这个想法。
3. 考虑  $N$  只资产，每只资产  $K$  个预测信号的情形。一种分析方法是最优线性无偏估计 (best linear unbiased estimate)；另一种分析方法是首先估计这  $K$  个预测信号对应的因子组合，然后以最优方式混合这些因子组合以达到最高的整体信息率。请问：怎样能够将这两种方法联系起来？

### 应用练习

为至少两个预测信号计算系数  $c_s$ 。这需要一组横截面预测信号和残差波动率。如果这两个预测信号具有相同的  $IC$ ，那么这对它们的相对权重意味着什么？

## 第 12 章

# 信息分析

### 12.1 导言

信息是主动管理策略极为重要的输入，也是主动管理与被动管理的区别。通过合理利用信息，主动投资经理才有可能超越没有信息的业绩基准。

信息分析是评估信息价值，提炼信息并转化为投资组合的科学。信息分析对于采用非量化以及量化投资流程的经理同样适用——只要他们都有一个投资流程。

信息是一个相当模糊的概念。信息分析首先将信息转化为具体的投资组合，然后通过分析这些组合的业绩表现来评估信息的价值。信息分析可以用于分析简单的信息，例如股票研究员的“买入”和“卖出”的推荐。它也可以用于分析一个广泛投资空间中的全部股票的阿尔法预测。信息分析与产生股票推荐的流程或者直觉无关；它只与推荐本身有关。

信息分析可以很精确。它能评估信息在正向、反向或双向预测中的价值；它能评估信息价值是短期有效还是长期有效；它还能评估信息在你的投资流程中是否提供价值。

在投资流程中，信息分析应在逆推测试之前进行，它关注在无约束条件下的信号。逆推测试则是利用已被认定包含信息的信号来建立可投资的策略。逆推测试不仅关注信息内容，还关注换手率、交易可行性以及交易成本。

本章将聚焦在信息分析上，它将介绍一个统一的信息分析架构，结合理论的讨论与具体的案例。信息分析是一个宽广的课题，本章会介绍通用的方法，但也会推荐具体的最佳分析方法。本章的主要真知包括：

- ▶ 信息分析有两个步骤。
- ▶ 第一步将信息转化为投资组合。
- ▶ 第二步分析这些投资组合的业绩表现。
- ▶ 事件研究可以分析不规律到达的信息。

本章首先介绍在主动管理流程中信息是怎样体现和在哪里体现的，之后详细介绍并讨论信息分析的两个步骤。我们将涉及一些关于业绩分析的讨论，但更深入的业绩分析技术将在第 17 章中详述。我们把对不规律到达信息的事件研究作为一个特殊的论题。最后，我们将介绍信息分析中的常见陷阱。信息分析是一种工具，就像锤子一样，用不好会砸到手指而不是钉子。

## 12.2 信息与主动管理

信息是在哪里，又是如何被引入主动管理流程的呢？不同于被动投资经理，主动投资经理利用信息产生超越业绩基准的收益。被动投资经理只是想简单地复制业绩基准的收益，他们不需要信息。

主动投资经理利用信息去预测一组股票未来的超常收益。这里强调的是预测阿尔法，或残差收益率：相对于业绩基准的贝塔调整后收益率。我们想知道在风险调整之后，哪些股票的表现高于平均水平，哪些股票的表现低于平均水平。

当我们在主动管理的框架中讨论信息时，我们实际是在讨论阿尔法预测因子。对于任何与股票相关的数据，我们都可以问：这个数据对于预测阿尔法有帮助吗？我们甚至可以称这些数据为“预测因子”（predictor）。

一般而言，预测因子都是由信号及噪声构成的。信号与未来股票收益率相关，而噪声会覆盖信号，使信息分析的任务更加困难但也更令人兴奋。随机数值只包含噪声，没有任何信号。信息分析就是发现信噪比（signal-to-noise ratio）的过程。

预测因子通常覆盖多个时间段以及在每个时间段中的多只股票。在时间段  $t$  初始，信息是每只股票一个数据项。数据项可以很简单，例如推荐买入的股票均为 +1，推荐卖出的股票均为 -1。数据项也可以是精确的阿尔法预测值：例如一只股票 2.15%，另一只股票 -3.27% 等。其他预测因子还可以是分值。粗糙的分值可以是对股票的分类，也就是买入、卖出推荐的精细化版本。其他分值也可以是股票沿着某个维度的排序。注意我们可以根据阿尔法产生一个排序，也可以根据一个排序产生一组分值：例如对处于前 25% 的股票打 4 分，对处于最后 25% 的股票打 1 分。

预测因子可以是公开的信息，例如一致盈利预测；也可以是衍生数据，例如一致盈利预测的变动。预测因子的构造仅受数据可得性以及想象力的限制。

我们可以将信息按照以下几个维度进行分类：

- 原始的或经过处理的；
- 主观判断的或客观的；
- 序数型（ordinal，例如排序、分类等）或基数型（cardinal，包含程度信息）；
- 历史的、当前的或预测的。

原始信息是信息的最初状态。信息通常都经过某种程度的处理。一个例子：公司的短期负债就是一种原始信息，而短期负债/短期资产比率则为经过处理的信息。值得注意的是，经过处理的信息未必比原始信息更好，也许它的预测能力更差。

主观判断信息主要来源于人的输入。本质上讲它是难以重复的。来自某位或一组专家的预期数据就是一个例子。

序数型数据可将全部资产分成具有某种偏好顺序的群组。例如将股票分为“买入”、“卖出”以及“持有”这三组就属于序数型数据。基数型数据通常赋予每只资产一个有意义的数值。

我们还将信息分为历史的、当前的以及预测的。过去三年的平均盈利是历史信息；最近一次的盈利是当前信息；未来盈利预测是预测信息。

在本章中，我们将使用美国股票的净市率（book-to-price，在下文中简

称为“净市率”）作为原始数据，根据不同的标准流程来产生收益率预测因子。例如我们可以将所有股票按净市率进行排序，然后将前 50% 放入“买入”列表，将后 50% 放入“卖出”列表。上例以及后面的例子不是为了展示新的投资策略，而是为了说明信息分析的技巧。

净市率例子的假设是该指标包含关于股票未来收益率的信息。具体而言，高净市率股票的表现将优于低净市率股票。这个假设成立吗？净市率中到底包含多少信息呢？我们将应用信息分析的工具来回答这个问题。

## 12.3 信息分析

信息分析是一个两步骤过程：

**第一步：将预测转化为投资组合。**

**第二步：分析上述投资组合的表现。**

在第一步中，信息被转化为具体的投资组合；在第二步中，该组合的表现将被分析。

信息分析是一个很灵活的过程。有很多方法可以将预测转化为投资组合，也有很多方法可以分析投资组合的表现。我们将在下文中分析不同的方法。

## 12.4 第一步：将信息转化为组合

我们从第一步开始：将预测转化为投资组合。因为我们在每个时间段都有预测，所以我们在每个时间段都会构建投资组合。<sup>②</sup>有很多方法可以根据预测构建投资组合，选用的构建方法与预测的类型相关。以下给出六种可能的构建方法。对每一种方法，我们首先描述其整体想法，然后讨论它在净市率上的应用。之后我们会分析这些构建出的投资组合的表现。

- **方法 1：对于“买入”和“卖出”的推荐，我们可以构造等权重（或市值权重）组合。**

<sup>②</sup> 对于时间段的选择可能会影响信息分析。通常来说，投资时间区间应该与信息时间区间相吻合。根据日频率信息——每天都会改变的并且会影响日收益率的信息——构造的组合也应该每日更新。根据季度信息——每个季度改变的并且会影响季度收益率的信息——构造的组合也应该每季度更新。第 13 章“信息时间尺度”会更加详细地讨论这个话题。

对于净市率，我们可以将股票按净市率进行排序，将前一半股票作为“买入”推荐，后一半作为“卖出”推荐。

- 方法2：对于股票的某种分值，我们可以在每组具有相同分值的股票中构建等权重（或市值权重）组合。

对于净市率，我们可以将股票按净市率进行排序。然后给前1/5（根据股票个数或者市值总和）的股票打5分，下一个1/5的股票打4分，以此类推，直到最后1/5的股票打1分。这样，我们就将股票分为了净市率从高到低的5组。

- 方法3：对于股票的阿尔法值，我们可以将股票分为阿尔法值高于整体均值的一组，和低于整体均值的另一组。之后我们可以根据股票的阿尔法超过（或者低于）整体均值的程度来决定它的权重。这也是方法1的一种进一步精细化。

一种根据净市率产生股票阿尔法的方法，是假设阿尔法与净市率成线性比例。我们可以分别在买入和卖出列表中，以每只资产的净市率高于或低于整体均值的程度为权重构建组合。

- 方法4：对于股票的阿尔法值，我们可以将股票按照阿尔法排序，之后将股票划分为5组（也可以分为10组、4组或2组），然后在每组股票中构建等权重（或市值权重）组合。这是方法2的一种精细化版本。

如果阿尔法与净市率线性相关，这是对方法3的一个直接扩展。

- 方法5：对于任何一组数值分值，我们可以构建一个因子组合，使它有效地表达预测分值中的信息，同时不对市场有任何暴露。因子组合由一个多头组合和一个空头组合组成，这两个组合具有相同的市值以及贝塔；不同之处是多头组合在预测分值上的头寸相对于空头组合高一个单位。在上述约束之下，多头组合会尽量紧密地跟踪空头组合。

对于净市率，我们可以构建拥有相同市值以及贝塔的多头组合以及空头组合。其中，多头组合的净市率比空头组合的净市率高出一个标准差。同时使多头组合尽可能紧密地跟踪空头组合。

- 方法6：对于任何一组数值分值，我们可以建立一个因子组合，包

括一个多头组合和一个空头组合，并且这两个组合在一系列事先设定的控制变量上刚好相互抵消。例如，我们可以使多空组合在行业因子、板块因子、小市值股票因子上的暴露都刚好相互抵消。与方法 5（只控制贝塔，即仅对冲市场风险）相比，这是一个更加深化的处理。这里净市率的例子只是方法 5 中例子的扩展，不再详述。

整体的思路应该已经清晰，我们将应用上述方法建立相对效用的比较。对每一种方法，我们将建立两个或更多组合。在方法 1、3、5、6 中，我们同时建立了多空组合，多头组合在信息上下了正向赌注，而空头组合则在信息上下了反向赌注。在方法 2 中，我们对每个分值都建立了一个组合；在方法 4 中，我们为五档股票中的每一档都建立了一个组合。

与前四种方法相比，方法 5 和方法 6 更为深入且更“数量化”。它们要求更加精深的技术，我们将在技术附录中进行更详细的讨论。然而，基础输入（将被分析的信息）并不一定需要由量化策略产生。由任意方法产生的出来的数值都可以使用。

方法 5 和方法 6 不但更加精细，并且会将数据中的信息更加精确地剥离出来。这两种方法仅仅根据数据中的新信息构建投资组合，同时控制组合对市场中其他重要因子的暴露。

因为控制了实验中的干扰因素，我们推荐方法 5 和方法 6 作为分析任意预测分值中蕴含信息的最佳方法。

为了将信息分析的第一步（信息转化为组合）描述得更加明确，我们以 1988 年 1 月 ~1992 年 12 月的股票的净市率为例。

例子 A，我们根据方法 2 建立组合。每个月我们将标普 500 指数中的股票按净市率进行排序，然后将它们依次划分为五组，使得每组股票的市值相等。接着，我们对每组股票按市值加权构造出一个投资组合。

例子 B，我们根据方法 5 建立组合。每个月我们将构造两个投资组合，一个多头组合和一个空头组合。这两个组合具有相同的市值以及贝塔。多头组合的净市率将比空头组合的净市率高出一个标准差。在这些限制条件下，多头组合将尽可能紧密地跟踪空头组合。对于净市率中蕴含的投资信息，上述两个例子能告诉我们什么呢？

## 12.5 第二步：业绩评价

我们已经把数据转化为两个或更多的组合。现在我们必须评价这些组合的业绩表现。<sup>①</sup>“业绩分析”这个主题相当复杂，我们将在第17章中专门讨论。这里我们将简要介绍几种方法以及总结性的统计指标，包括信息率和信息系数。

业绩分析的最简单方法是计算投资组合与市场组合的累积收益率并绘图进行比较。一些整体统计量，比如均值与标准差，可以帮助我们加深分析。

图12-1展示了对例子A的基本分析。该图展示了5个五分组合各自的累积收益率<sup>②</sup>。结果很有意义：从1988年1月~1989年年初，这些组合的表现跟它们的分值排序很相似。净市率最高的五分组合获得了最高的累积收益率，净市率最低的五分组合获得了几乎最低的累积收益率。然而这种情况在1989~1990年发生了极大变化。净市率是标准的“价值”度量，而这一时期中价值股显著跑输成长股。并且，在整个5年分析期上，具有最

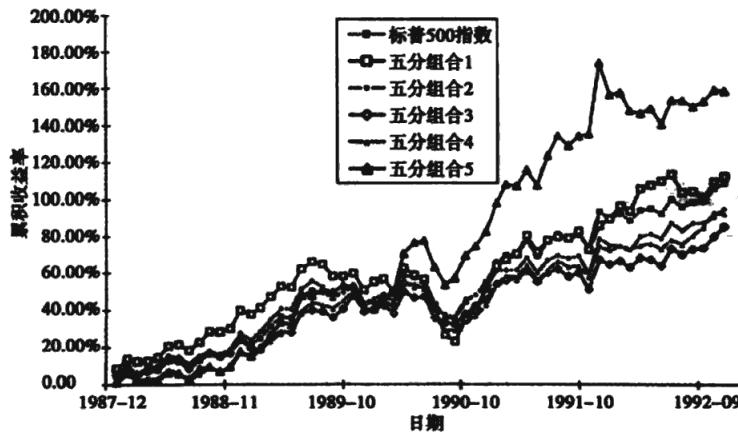


图12-1 净市率五档分析

- 
- ① “业绩评价”这一步对于资产价格中的数据错误非常敏感。某个月价格的错误可能表现为一个投资机会（市场定价偏差）。如果该数据错误在下一个月中被修正，那么看起来好像是定价偏差自我修正了：一个获利机会实现了。
  - ② 原著中为“累积主动收益率”，根据文意判断，应为“累积收益率”。——译者注

低净市率的五分组合有最高的累积收益率，而具有最高净市率的五分组合排在较远的第二位。注意到在例子 A 中，我们仅根据净市率信息来构造 5 个五分组合，我们没有控制这 5 个组合在其他因子上的暴露，因此这 5 个组合可能含有对其他因子的意外暴露，从而干扰分析的结果。

图 12-2 展示了例子 B 中多头组合、空头组合以及净额（多头减去空头）组合的累积收益率。它展示了跟图 12-1 稍有不同的画面：看多净市率的多头组合依然是评价期初期表现最好的组合，而看空净市率的空头组合在 1990 年赶上了多头组合。然而，与例子 A 中最低净市率五分组合不同，空头组合并不是最终的最优表现组合。

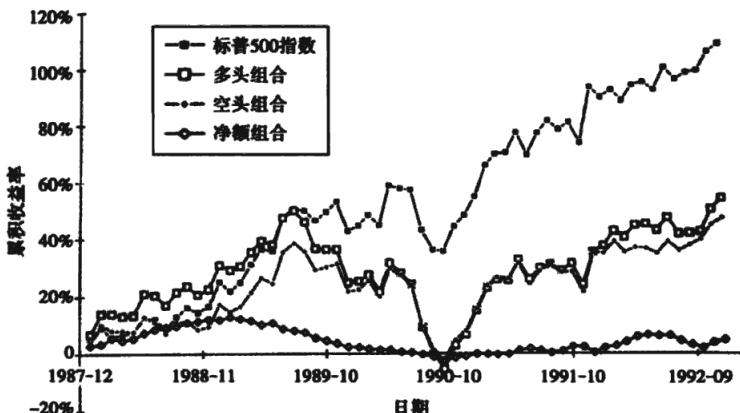


图 12-2 因子组合分析

净额组合的预测贝塔是零，我们可以看出它的收益率的确与市场不相关。对于净市率的净赌注直到 1989 年早期都表现良好，但在 1990~1991 年却失效了。1992 年后净市率重新开始有效。比较图 12-1 与图 12-2 可以发现：同样的基础信息，如果构建组合的方法不同，观测到的组合表现也会不同，导致我们对信息价值的评估结果不同。

### *t* 统计量、信息率、信息系数

到目前为止，我们仅讨论了最简单的业绩分析方法：分析收益。更加精细的分析考察统计显著性、附加值，以及能力，它们分别由 *t* 统计量、

信息率以及信息系数来衡量。它们之间是相互关联的。

我们首先对组合收益率进行回归分析：将组合的超额收益率对业绩基准的超额收益率进行回归，从而将组合的超额收益率分割成两部分：与业绩基准相关的部分以及与基准无关的部分：

$$r(t) = \alpha + \beta \cdot r_g(t) + \epsilon(t) \quad (12-1)$$

这个回归估计了组合的阿尔法与贝塔，并且通过  $t$  统计量判断了阿尔法是否显著异于 0。

组合阿尔法的  $t$  统计量是

$$t \text{ 统计量} = \frac{\alpha}{\text{SE}(\alpha)} \quad (12-2)$$

也就是阿尔法估计值与该估计值的标准误的比值。这个统计量可以用来判断阿尔法是否显著异于 0。假设阿尔法都是正态分布的，那么如果  $t$  统计量超过 2，则仅凭借运气产生该收益率的概率小于 5%。

将回归分析应用于例子 A，我们可以得到表 12-1 的结果。该分析与图 12-1 的图像结果一致。仅最高与最低净市率的五分组合的表现超过了标普 500 指数，并且也只有它们拥有正值阿尔法。然而，这两个正值阿尔法的  $t$  统计量显示，它们都没有在 95% 的置信水平上显著。对于贝塔的分析显示这些五等分分组在对于市场的暴露度上也是显著不同的。

表 12-1

五分之一组合	阿尔法 (%)	阿尔法的 $t$ 统计量	贝 塔	贝塔的 $t$ 统计量
最高	0.03	0.14	1.02	16.05
次高	-0.06	-0.05	0.92	28.14
中间	-0.14	-0.97	0.92	24.76
次低	-0.15	-1.10	1.04	28.86
最低	0.31	1.15	1.12	16.35

将回归分析应用于例子 B，我们可以得到表 12-2 中的结果。这里的分析也是与图 12-2 一致的。<sup>①</sup> 多头组合与空头组合的阿尔法都是负值，并且净

① 图 12-2 中，多头组合、空头组合以及净额组合的曲线是按累积超额收益率绘制的，而标普 500 指数的曲线是按累积总收益率绘制的，所以图中多头组合与空头组合的曲线走势远低于标普 500 指数，这可能会使读者误以为多头组合、空头组合的阿尔法应显著为负值（与表 12-2 中结果不符）。如果按照累积超额收益率来绘制图中的标普 500 指数曲线，那么图 12-2 将与表 12-2 看起来更加一致。

额组合表现出零贝塔以及正阿尔法。上述组合的阿尔法在 95% 置信水平下均不显著。

表 12-2

组合	阿尔法 (%)	阿尔法的 <i>t</i> 统计量	贝塔	贝塔的 <i>t</i> 统计量
多头组合	-0.02	-0.10	1.08	18.43
空头组合	-0.11	-0.76	1.08	29.94
净额组合	0.08	0.59	0.00	0.04

到目前为止，我们的分析仅关注 *t* 统计量。那么信息率又将如何呢？正如我们在之前章节中讨论的，信息率是捕捉主动管理创造附加值的潜力的最佳统计量。例子 A 与 B 的信息率展示在表 12-3 中。

表 12-3

组合	信息率
例子 A	
最高净市率的五分之一组合	0.06
次高净市率的五分之一组合	-0.21
中间净市率的五分之一组合	-0.45
次低净市率的五分之一组合	-0.51
最低净市率的五分之一组合	0.53
例子 B	
多头组合	-0.05
空头组合	-0.35
净额组合	0.27

最低净市率的五分之一组合具有最高的信息率，而次优的信息率出现在明确对冲掉市场风险的净额组合中。

*t* 统计量与信息率紧密相关。*t* 统计量是阿尔法与它的标准误的比值，而信息率是年化阿尔法与其年化风险的比率。如果我们观测长度为 *T* 年的收益率序列，那么信息率大致是 *t* 统计量除以观测时长的年数的平方根：

$$IR \approx \frac{t \text{ 统计量}}{\sqrt{T}} \quad (12-3)$$

随着观测值数目的增加，该关系也将变得越来越精确。

不要因为这个近似数学关系的存在而模糊这两个比率之间的本质区别。<sup>①</sup>统计量衡量了收益率的统计显著性，而信息率捕捉的是策略的风险/收益权衡关系以及投资经理的附加值。5年考察期上0.5的信息率可能比1年考察期上0.5的信息率在统计上更加显著，但它们的附加值是相同的。<sup>②</sup>统计量与信息率之间的差异，源于我们将附加值定义在一个特定长度的时间尺度（本例中是1年）上。

我们所感兴趣的第三个统计量是信息系数。根据主动管理基本定律，预测阿尔法与实现的阿尔法之间的相关系数是决定信息率的关键因素。同时，正如第10章以及第11章所描述的那样，这个相关系数也是阿尔法精炼以及多信号整合中的重要输入。

在信息分析的背景里，信息系数是我们的数据与实现的阿尔法之间的相关性。如果数据项全部由噪声组成，不含任何信号，那么信息系数将为0；如果数据项全部由信号组成，不含任何噪声，那么信息系数将为1。如果数据项与实现的阿尔法之间存在反向关系，那么信息系数将为负值。总而言之，信息系数的数值必然在-1与+1之间。

回到我们之前的例子，在1988年1月~1992年12月的考察期上，净市率因子的信息率是0.01。

正如我们在第6章所见，信息系数与信息率通过主动管理基本定律相关联：

$$IR \approx IC \cdot \sqrt{BR} \quad (12-4)$$

其中 $BR$ 衡量的是信息的广度，即该信息每年可产生的独立赌注次数。在我们的例子中，信息率为0.27，信息系数为0.01，由此我们能够推测出净市率每年大约产生略高于700次的独立赌注。然而，由于信息覆盖500只股票，每年12次，也就是每年产生6000个信息项，很显然不是每个信息项的产生都是独立的。因此我们发现：在投资实践中，广度 $BR$ 是比信息率和信息系数更难以衡量的参数。

<sup>①</sup> 事实上，信息率的估计误差（近似）与观测收益率的时间长度 $Y$ （年数）反向相关：

$$SE[IR] = \frac{1}{\sqrt{Y}}$$

更多的细节请参见第17章。

## 业绩分析中的高级课题

业绩分析涉及的主题相当广泛，我们将在第 17 章中更细致地介绍它们。不过在这里，仍然值得简要提及其中与信息分析有关的一些高级课题。

第一个课题跟组合换手率相关。我们的两步流程是把信息转化为投资组合，并分析这些组合的表现。既然构造了投资组合，我们就可以研究它们的换手率问题。事实上，有了交易成本，换手率会直接影响到业绩。当我们从信息分析走向逆推测试和开发可投资策略时，换手率的重要性也会逐渐增加。

其他课题考察策略表现的其他细节。例如，当我们构造一个多头组合和一个空头组合来对一个信息下正向和反向赌注时，我们可以分别考察信息在预测上行阿尔法和下行阿尔法时的表现。

除了上行与下行信息，我们还可以研究数据所包含信息的预测效果是否与上行或下行市场有关。也就是说在市场上涨或下跌时，这些组合的表现分别如何？

最后，还有一些高级课题研究的是业绩分析与将信息转化为投资组合这一步骤之间的关系。我们可以研究对行业、规模等其他变量进行控制的重要性。我们也可以根据不同的控制条件来构造投资组合并且分析在每种情况下组合的表现。

## 12.6 事件研究

至此，我们在分析信息时都假设信息的到达是有规律的——例如每个月我们投资空间中的每只资产都会有一个信息。这使得我们能够以月度频率构建投资组合并观察它们的表现。但有些信息并不具有整齐的横截面形式；有些内含信息的事件对于不同资产发生在不同的时间。我们需要一种能够处理这类不规律信息的方法论：事件研究。

横截面信息分析考察同一时点到达的所有信息，而事件研究考察的是同一类型事件的信息。事件研究只受到我们的想象力以及相关数据的存在性的限制。我们能研究的事件类型可以包括：

- 盈利公告；
- 新 CEO；
- 分红变化；
- 股票拆分。

三种变量在事件研究中很重要：关于事件的描述、事后资产收益率和事前条件变量。通常而言，关于事件的描述是一个 0/1 变量：事件发生了则为 1，未发生则为 0。比如说，如果一家公司聘用了一位新 CEO，则这个变量被定义为 1。其他事件可能会需要一个更加复杂的描述。比如说，关于盈利公告的研究将“超预期盈利”（earnings surprise）作为相关变量。这个变量是最终公告的盈利减去一致预测值之后再除以分析师预测值的分散度或者其他对于盈利不确定性的度量。第二个例子是我们可以用分红率的变化来描述“分红变动”事件。

接着，我们还需要考虑事件发生后的资产收益率。这时我们要格外注意：事件发生在不同时点，我们必须分辨事件之后资产收益率的特殊性是事件所致还是其所在时点所致。为了避免混淆日历时间与相对于事件的时间，我们会从资产事后收益率中剔除所在日历时点的市场涨跌所造成的扭曲。比如说，ABC 股票在 1999 年 8 月 6 日将分红由 1.65 美元上调至 1.70 美元，而 XYZ 股票在 1996 年 9 月 5 日将分红由 0.95 美元下调至 0.80 美元。在这两种情况中，我们都希望了解股票在事件发生后 1 个月、1 个季度以及 1 年中的表现。但是，1996 年 9 月 5 日之后的市场状况也许与 1999 年 8 月 6 日之后的市场状况完全不同。因此，事件研究一般都使用事后的资产残差收益率。<sup>⑨</sup>

最后，我们可能希望使用一些描述事件发生时公司属性的条件变量。对于上述事件，可能的公司属性包括：

- 盈利公告

---

⑨ 如果希望对市场条件进行更多控制，我们可以使用资产的特异收益率（剔除了市场以及其他共同因子的影响）。

- 上季度超预期盈利
- 新 CEO
  - 内部升任或者外界聘请
  - 前任者的命运：正常退休，被解雇或者自主离职？
- 分红变动
  - 公司杠杆
- 股票拆分
  - 机构投资者持有比例
  - 领导层是否发生了变化？

### 怎样进行事件研究？

一般情形下，我们首先搜集  $N$  个事件样本，并用  $n = 1, 2, \dots, N$  依次编号。我们用  $\theta_n(1, j)$  来表示第  $n$  个事件发生后，从时间单位 1 到时间单位  $j$  上的累积残差收益率；用  $\omega_n(1, j)$  表示相应时期（区间：时间单位 1 到时间单位  $j$ ）上的残差风险，用  $X_{nk}$  表示条件变量，其中  $k = 1, 2, \dots, K$  是对不同条件变量的编号， $n$  是事件编号。

一旦搜集并整理好上述各变量的历史样本数据，事件研究的剩余工作就是拟合如下回归方程：

$$\frac{\theta_n(1, j)}{\omega_n(1, j)} = b_0(1, j) + \sum_k X_{nk} \cdot b_k(1, j) + \epsilon_n(1, j) \quad (12-5)$$

一旦我们采用回归的形式进行事件研究，我们就可以借助于常用的统计分析；这时我们最关心的是解释变量的显著性水平。

我们还关心：如果将未来收益率分割成多个子区间上的收益率，那么回归系数将如何随着滞后期变化。如果按交易日算，我们可以关注以周为单位的业绩： $\theta_n(1, 5)$ ,  $\theta_n(6, 10)$  等。例如当分析第二周的业绩表现时，我们可以做如下回归：

$$\frac{\theta_n(6, 10)}{\omega_n(6, 10)} = b_0(6, 10) + \sum_k X_{nk} \cdot b_k(6, 10) + \epsilon_n(6, 10) \quad (12-6)$$

值得注意的是，在上述事件研究的回归中，因变量（方程左端）具有

先验均值为0、标准差为1的性质；且根据回归，信号的IC的样本内估计值为 $\sqrt{R^2}$ 。

### 从事件研究到阿尔法

一旦有了上述分析（拟合出了回归系数 $b_0, b_1, \dots, b_k$ ），并得知一个事件刚发生，我们对随后 $j$ 个时间单位上的阿尔法预测值为<sup>⊖</sup>

$$\alpha_n(1, j) = \omega_n(1, j) \cdot [b_0(1, j) + \sum_k X_{nk} \cdot b_k(1, j)] \quad (12-7)$$

如果最近一次事件发生在 $j_1$ 个时间单位之前，那么阿尔法预测值为

$$\alpha_n(1, j) = \omega_n(1, j) \cdot [b_0(j_1 + 1, j_1 + j) + \sum_k X_{nk} \cdot b_k(j_1 + 1, j_1 + j)]^{\oplus} \quad (12-8)$$

式(12-7)以及式(12-8)与经验法则“波动率·IC·标准分值”是一致的：第一项 $\omega_n(1, j)$ 就是波动率。由于在回归中我们的因变量具有事前均值为0、标准差为1的性质，所以回归拟合值 $b_0(1, j) + \sum_k X_{nk} \cdot b_k(1, j)$ 就具有“IC·标准分值”的量级。

### 与横截面研究的关系

事件研究的结果不能像横截面研究的结果那样直接转化为先验信息率。但我们还是可以根据前面计算出的阿尔法来计算先验与后验信息率。

我们也可以用一个简单的模型来深入探究事件研究结果与信息率之间的关系。建立这二者之间的关系需要三个重要假设：事件发生的频率，预测未来收益率的能力以及预测能力的衰减速度。

首先我们的简单模型会假设相邻事件间隔的交易日数目服从几何分布。在任意给定的日期中一个事件发生的概率为 $p$ 。那么下一次事件恰在随后第 $j$ 天发生的概率为 $p \cdot (1-p)^{j-1}$ 。注意，这个概率表示的是事件在随后 $j-1$ 天内都不发生，而恰在第 $j$ 天发生的概率。相邻事件之间的间隔日数的期望值为 $1/p$ 。

<sup>⊖</sup> 式(12-7)、式(12-8)中，下标n是最近一次事件的编号。——译者注

<sup>⊕</sup> 这里更正了原著中关于时间下标的笔误。——译者注

模型以信息系数衡量预测能力。事件发生后第一天的信息系数为  $IC(1)$ 。

最后，模型会考虑随着事件发生后的时间推移，我们的预测能力会逐渐衰减——这就是信息时间尺度（information horizon），我们将在第 13 章中深入探讨。这里，我们简单假设信息系数随时间推移是呈指数衰减的。在事件发生后的第  $j$  天，

$$IC(j) = IC(1) \cdot \gamma^{j-1} \quad (12-9)$$

有时我们对于半衰期比对于固定的衰减速率有更好的直观感觉。我们可以很容易地将它们互相转换：以日数为单位的半衰期就是  $\log|0.5|/\log|\gamma|$ 。

有了以上信息之后，我们假设每年有  $J$  个交易日，并且投资空间中有  $N$  个大致相似的资产，则模型所估计出的年化信息系数为<sup>⊖</sup>：

$$IC(1, J) = IC(1) \cdot \frac{(1 - \gamma^J)}{(1 - \gamma) \cdot \sqrt{J}} \quad (12-10)$$

且信息率为：

$$IR = IC(1, J) \cdot \sqrt{\frac{p \cdot N}{1 - (1 - p) \cdot \gamma^2}} \quad (12-11)$$

在技术附录中会提供更多细节。请注意，将式 (12-11) 与主动管理基本定律相结合，我们可以得到关于事件信息广度的度量。等效地讲，我们相当于得到了  $N^*$  只资产的全新信息，其中

$$N^* = \frac{p \cdot N}{1 - (1 - p) \cdot \gamma^2} \quad (12-12)$$

式 (12-12) 包含了整个过程的精髓。如果  $p$  足够大（趋近于 1），也就是说事件几乎每天发生，那么  $N^* \approx N$ 。但如果  $p$  很小呢？如果我们的事件是任命一位新 CEO，而这种事件发生的频率大约是 7 年左右 1 次，也就是说  $p=0.000\,56$ 。对于如此罕见的事件，有效广度是

$$N^* \approx \frac{p \cdot N}{1 - \gamma^2} \quad (12-13)$$

假设年化信息系数是 0.04，有 1 000 只资产，那么图 12-3 展示了信息率与每年发生的事件个数以及信息的半衰期之间的关系。

<sup>⊖</sup> 为了与式 (12-9) 中定义的逐日  $IC$  区分，我们将式 (12-10)、式 (12-11) 中记号 “ $IC(J)$ ” 更换为 “ $IC(1, J)$ ”。——译者注

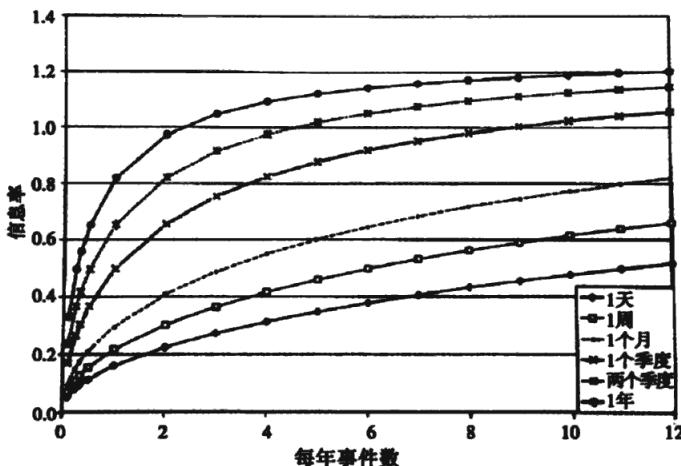


图 12-3 信息率对信号半衰期的敏感性

## 12.7 信息分析中的陷阱

信息分析是一种有力的工具。如果我们能用信息分析来评估一组原始数据对于投资的价值，那么我们也能用它来精炼这些数据。如果做得正确，我们就可以把麦粒与麦糠分离。但如果做得不对，我们就是在数据挖掘 (data mining)。

数据挖掘会让分析师误认为某些不存在的信息是存在的，也会误导投资经理在不存在的信息上下赌注。数据挖掘是信息分析的灾难。

### 陷入数据挖掘很容易

为什么很多想法在逆推测试中看起来很棒，但在实践中的表现却令人失望呢？逆推测试的结果总是在 95% 的置信水平下显著，但为什么投资者失望的几率远大于 5% 呢？事实证明，在研究历史数据的过程中发现不存在的数据特征是非常容易的事情。

为了理解为什么数据挖掘很容易出现，我们必须首先理解“巧合”的统计特征。我们先举几个跟投资无关的例子，然后再来讨论投资研究。

几年前，Evelyn Adams 在 4 个月内中了两次新泽西州彩票。报纸报道

称这样的概率是 17 万亿分之 1，是个难以置信的几乎不可能发生的事件。数个月之后，两个哈佛的统计学家，Percy Diaconis 和 Frederick Mosteller 的研究显示，在彩票中连赢两次并不是一个特别不可能的事件。他们估计这种情况发生的概率是  $1/30$ 。我们该怎样解释上述两个概率之间的巨大差异呢？

Evelyn Adams 连赢两次彩票的概率确实应该是 17 万亿分之 1，但是这个结果只是对于她自己的家庭有效。考虑到每天有数以百万计的人买彩票这一事实，存在某个人在某个地方连赢两次彩票的概率仅为  $1/30$ 。如果不是 Evelyn Adams，也将是另外某个人。

只有从一个狭窄的角度观察时，我们才会觉得巧合似乎是不可能发生的。当我们从正确的（整体）角度思考时，巧合不再是那么不可能发生的事。让我们再来考虑一个跟投资无关的例子：Norman Bloom，他可以说是世界上最伟大的数据挖掘者。

Norman Bloom 在几年前去世了，当时他正在尝试通过棒球的统计数据以及道琼斯工业平均指数来证明上帝的存在。他强调：“这两种数据实际上都是很好的实验数据——样本量巨大，数据被准确地记录，并且立即公开发布。”（Bloom 自己在文章中用大写字体强调了这句话）在他对于棒球数据数以千计的分析中，有一个例子是：堪萨斯城市三号垒手 George Brett 在季后赛第三场中击中第三次本垒打，使得比分变为 3–3，这绝不可能是巧合——所以它一定证明了上帝的存在。在投资领域内，他认为道琼斯指数在 1976 年 13 次穿过 1 000 点指数线这一行为反映了“13 个殖民地在 1776 年联合在一起”这一历史事件，也绝不可能是巧合（他还指出，道琼斯指数在 1976 年第 12 次穿过 1 000 点指数线的日期刚好是他生日，也是把信息以及传信者结合起来的信号）。他从不考虑这些事件是在多么巨大的数据海洋中挖掘出来的——事实上是整个纽约公共图书馆——他在其中通过搜索数据来找到那些巧合。他的视野太狭窄，没有整体观。

Bloom 去世之后，“当世最伟大的数据挖掘家”这一称号就一直空缺了。不过，最近《圣经密码》（*The Bible Code*）的作者 Michael Drosnin 似乎有资格继承这个名号。<sup>Θ</sup>

---

Θ 关于《圣经密码》（*The Bible Code*）的介绍，请参见 Kahn (1998)。

在理解巧合的统计特征时，Marcel Proust 可能是将视角的重要性总结得最好的一人（Marcel Proust 经常表现出敏锐的数学直觉）：

在人类棋盘上，兵的数目少于它们所能构成的不同组合的数量。正如在一个剧院中，在所有我们认识的或者期待遇见的人都不在场时，出现了一个我们从未想象过我们会再次遇见的人。这个人的出现是如此巧合，以至于让我们以为这是天意。然而，毫无疑问，如果我们当时没有在那个地方而是在别处，另外一些巧合也会发生。就在这个“别处”，我们会萌生另外一些渴望，而另外一位老朋友会奇迹般地出现，让我们的渴望得到满足。<sup>②</sup>

### 投资研究

投资研究涉及的统计量和观察角度与数据挖掘一模一样。投资数据挖掘中最典型的例子就是对策略进行逆推测试得到的 $t$ 统计量。

如果仅从狭窄的视角看待逆推测试的结果，人们可能会说：“在 19 次失败的尝试之后，第 20 个投资策略终于成功了。它的 $t$ 统计量达到了 2。”

但若从整体视角来看，我们对上述回测结果的看法将相当不同。事实上，给定 20 个不含任何信息的策略，找到至少一个 $t$ 统计量为 2 的策略的概率是 64%。狭窄的视角将在无形中使我们对结果的信心膨胀。当我们从一个合适的视角观察同样的测试结果时，我们对结果的置信度会相应地降低。<sup>③</sup>

幸运的是，四个方针能帮助我们防止在信息分析中陷入数据挖掘：直觉（intuition）、克制（restraint）、合乎情理（sensibleness）以及样本外测试（out-of-sample testing）。

第一，在逆推测试开始之前，直觉就应该开始引导我们寻找信息。直觉不应该完全由数据驱动。理想的情况是，直觉应源自对于主导投资收益率以及整体经济的驱动力的总体性理解。净市率策略满足了“直觉”的方针，告诉我们哪些股票的净资产相对便宜。当然，直觉对于找到有价值的信息而言是必要非充分条件。有的信息已经被市场参与者广泛了解，并且

<sup>②</sup> 参见 C. K. Scott Moncrieff 与 Terance Kilmartin 的译作：*The Guermantes Way, Cities of the Plain, Remembrance of Things Past* 第二卷，(New York: Vintage Books, 1982)，第 178 页。

<sup>③</sup> 关于这些陷阱的详细分析，请参见 Kahn (1990)。

在市场中也已经被公平定价。另一方面，一些非直觉的信息在分析中看起来是有价值的，但在实际运用中却失败了。太阳黑子、短裙长度和美式橄榄球超级决赛（Super Bowl）胜利在精心挑选的历史时期中可能看起来非常有效，但它们完全是非直觉的。数据挖掘很容易就能找到这样的偶然关联，但它们无法被转化为成功的实践。

第二，克制应该贯穿整个逆推测试的过程。统计分析表明，对毫无价值的信息进行充分多的测试，总会有一次测试结果（通常是最最后一次）看起来很好。在对毫无价值的信息进行了 20 次测试之后，理应有一次测试结果在 95% 的置信水平上显著。原则上讲，研究员在测试开始之前就应该明确列出信息的所有可能变化形式，并限制自己仅在列出的变化形式中进行测试。信息的变化形式太多了；以净市率为例，计算时我们可以使用当前价格，也可以使用与净资产统计日期同期的价格。我们也可以在不同股票板块中逐个检测它的价值，找到与未来股价相关性最高的那个板块。每变化一次形式，信息都会被特定的历史数据推动，向着离直觉更远的方向漂移。

第三，业绩表现应该是合乎情理的。最应该被严格检查的信息是表现得太好的信息。我们观察到的已实现的信息率中，只有大约 10% 在 1 以上。我们需要仔细并且批判地检查信息分析中超过 2 的信息率。我们例子中的净市率数据是直接的、公开可获得的信息。在相当有效的美国市场中，这样的信息的信息率高于 2 是不可思议的。信息率远高于 2 是分析中出现错误的信号，而不意味着重要真知的发现。

第四，样本外测试能作为数据挖掘的数量化检查工具。在一组历史数据上被打磨至完美的无价值信息将在另一组历史数据上暴露其本来面目。在 1980 ~ 1985 年的月度收益率数据上优化过的净市率信息，也应该在 1986 年的数据上延续其优异表现。在 1 月、3 月、5 月、7 月、9 月和 11 月的月度收益率上优化的净市率信息，也应该在 2 月、4 月、6 月、8 月、10 月和 12 月的数据上有优异的表现。样本外测试能帮助我们确保信息不但解释了历史收益率，而且能预测未来收益率。

## 12.8 总结

本章对信息分析进行了一次全面深入的讨论。信息分析分两步进行：

第一步，将信息转化为投资组合；第二步，分析这些投资组合的业绩表现。为了定量衡量投资组合的表现——同时也是定量衡量被分析信息中蕴含的价值——我们通常采用信息率，它是衡量包含在信息中的潜在投资附加值的最精炼的指标。

## 12.9 问题

1. 在信息分析中，如果我们使用标准分值代替阿尔法，将会导致怎样的问题？这些问题将在分析的哪一环节显现？
2. 从关于美国的净市率的信息分析中，你能得出怎样的结论？
3. 与考察因子组合的表现相比，为什么仅关注最高与最低五分之一组合之间的相对表现会使我们得到误导性的结果？
4. 在随机数据中，观察到  $|t\text{-统计量}| > 2$  的可能性仅有 5%。因此，我们对于这一估计的置信度是 95%。请证明在 20 次作用于相互独立的随机数据集的回归中，观察到至少一个  $|t\text{-统计量}| > 2$  的概率是 64%。
5. 我们来考虑信息率的估计误差问题。假设你可以完全准确地度量收益率的标准差，那么所有的估计误差都将出在对于均值的估计中。均值估计的标准误是  $1/\sqrt{N}$ ，其中  $N$  是观测样本的个数。请证明信息率的标准误大约是  $1/\sqrt{T}$ ，其中  $T$  是观测时长的年数。
6. 你希望分析公司内部人士股票交易（corporate insider stock transaction）信息的价值。那么你应该采用标准的横截面方法还是事件研究方法呢？如果你采用事件研究法，你需要考虑什么样的条件变量呢？
7. Haugen 和 Baker (1996) 提出了一个 APT 模型；在这个模型中，预期因子收益率简单地由过去 12 个月的移动平均值确定。将这个想法应用于 BARRA 美国股票模型，在 1974 年 1 月 ~ 1996 年 3 月这段时期上，我们可以获得 1.79 的信息率。如果仅在模型中的风险指数因子上应用该想法（同时使用一致预期收益率作为行业因子的预测），则信息率降为 1.26。那么，如果仅在行业因子上应用该想法，你期望获得怎样的信息率？如果完整应用该想法得到的信息系数为 0.05，那么这个策略的隐含广度是多少？
8. 现在有一个名为“快速致富”的网站宣称：他们保证在接下来的

三个月里，网站上提及的股票中至少有三只将实现至少 300% 的年化收益率。假设所有股票的收益率都服从相互独立的正态分布，并且预期年化收益率为 12%，风险为 35%。那么，(a) 在一个季度中，在 500 只股票中至少有 3 只实现至少 300% 的年化收益率的概率为多少？(b) 为了使上述概率高于 50%，该网站必须涵盖多少只股票？(c) 在上述假设中，请指出至少两个与现实生活偏离的地方，并讨论这些偏离将如何影响计算出的概率。

## 12.10 本章附注

信息分析作为科学始于 20 世纪 70 年代，基于 Treynor 和 Black (1973)、Hodges 和 Brealey (1973)、Ambachtsheer (1974)、Rosenberg (1976) 以及 Ambachtsheer 和 Farrell (1979) 等人的工作。这些作者都研究了主动管理在投资中的角色：它创造附加值的能力以及衡量这种能力的方法。Treynor、Black、Hodges 以及 Brealey 是在资本资产定价模型（capital asset pricing model, CAPM）框架下研究证券分析与主动管理所扮演角色的先驱。他们分析了主动管理要想超越市场需要哪些条件，并确认了收益率预测和实现值之间的相关系数在这些条件中的重要地位。Ambachtsheer 独立或与 Farrell 一起提出了更深入的对主动管理过程以及将信息转化为投资的看法。他还首次使用术语“信息系数”或者 IC 来描述残差收益率预测值（阿尔法）与其实现值之间的相关关系。Rosenberg 研究了主动管理流程以及衡量其业绩的方法，这是他关于“机构投资者对主动管理的最优配置比例”的研究成果中的一部分。

## 12.11 参考文献

- Ambachtsheer, Keith P. "Profit Potential in an 'Almost Efficient' Market." *Journal of Portfolio Management*, vol. 1, no. 1, 1974, pp. 84–87.
- . "Where Are the Customers' Alphas?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 4, no. 1, 1977, pp. 52–56.
- Ambachtsheer, Keith P., and James L. Farrell Jr. "Can Active Management Add Value?" *Financial Analysts Journal*, vol. 35, no. 6, 1979, pp. 39–47.
- Drosnin, Michael. *The Bible Code* (New York: Simon & Schuster, 1997).
- Frankfurter, George M., and Elton G. McGoun. "The Event Study: Is It Either?" *Journal of Investing*, vol. 4, no. 2, 1995, pp. 8–16.

- Grinold, Richard C. "The Fundamental Law of Active Management." *Journal of Portfolio Management*, vol. 15, no. 3, 1989, pp. 30–37.
- Grinold, Richard C., and Ronald N. Kahn. "Information Analysis." *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, no. 3, 1992, pp. 14–21.
- Haugen, Robert A., and Nardin L. Baker. "Commonality in the Determinants of Expected Stock Returns." *Journal of Financial Economics*, vol. 41, no. 3, 1996, pp. 401–439.
- Hedges, S. D., and R. A. Brealey. "Portfolio Selection in a Dynamic and Uncertain World." *Financial Analysts Journal*, vol. 29, no. 2, 1973, pp. 50–65.
- Kahn, Ronald N. "What Practitioners Need to Know about Backtesting." *Financial Analysts Journal*, vol. 46, no. 4, 1990, pp. 17–20.
- . "Three Classic Errors in Statistics from Baseball to Investment Research." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 5, 1997, pp. 6–8.
- . "Book Review: *The Bible Code*." *Horizon: The BARRA Newsletter*, Winter 1998.
- Kritzman, Mark P. "What Practitioners Need to Know about Event Studies." *Financial Analysts Journal*, vol. 50, no. 6, 1994, pp. 17–20.
- Proust, Marcel. *The Guermantes Way, Cities of the Plain*, vol. 2 of *Remembrance of Things Past*, translated by C.K. Scott Moncrieff and Terence Kilmartin (New York: Vintage Books, 1982), p. 178.
- Rosenberg, Barr. "Security Appraisal and Unsystematic Risk in Institutional Investment." *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices* (Chicago: University of Chicago Press, 1976), pp. 171–237.
- Salinger, Michael. "Standard Errors in Event Studies." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 27, no. 1, 1992, pp. 39–53.
- Treynor, Jack, and Fischer Black. "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection." *Journal of Business*, vol. 46, no. 1, 1973, pp. 68–86.

## 12.12 技术附录

本技术附录将从数学角度，讨论一个更有控制性的量化途径：如何在控制风险的前提下，构建投资组合以有效地对某一特殊信息项  $a$  进行下注。我们也将详细讨论用来连接事件研究与横截面研究的模型。

### 信息有效的投资组合

从本质上来说，这仅仅是个优化问题。我们希望找到风险最小的组合  $h^*$  来满足一系列限制条件：

$$\text{Min } h^T \cdot V \cdot h \quad (12A-1)$$

满足

$$h^T \cdot a = 1 \quad (12A-2)$$

$$h^T \cdot Z = 0 \quad (12A-3)$$

如果我们忽略在式 (12A-3) 中的限制  $Z$ ，那么这个问题的答案就是  $a$  的特

征组合。我们可以增加的限制条件包括：

- $h^T \cdot \beta = 0$ (零贝塔)；
- $h^T \cdot e = 0$ (零净投资)；
- $h^T \cdot X = 0$ (对风险模型因子零暴露)。

### 多空头组合

组合  $h_a$  包括多头和空头头寸：

$$h_a = h_{a\text{长}} - h_{a\text{空}} \quad (12A-4)$$

其中  $h_{a\text{长}}$  和  $h_{a\text{空}}$  根据下式定义，因此它们的头寸均为非负的：

$$h_{a\text{长},n} = \text{Max}\{0, h_{a,n}\} \quad (12A-5)$$

$$h_{a\text{空},n} = \text{Max}\{0, -h_{a,n}\} \quad (12A-6)$$

如果我们将零净投资作为限制条件，那么多头与空头组合的市值将恰好相等。

我们从式 (12A-4) 可以看出  $\text{Var}\{h_a\}$  等于  $\text{Var}\{h_{a\text{长}} - h_{a\text{空}}\}$ ，因此在限制条件下最小化  $h_a$  的方差与在相同的限制条件下最小化  $h_{a\text{长}}$  相对于  $h_{a\text{空}}$  的跟踪误差是等价的。

我们可以分别跟踪  $h_{a\text{长}}$  与  $h_{a\text{空}}$  的表现来观察  $a$  是否分别包含上行和(或)下行信息。

### 与回归的关系

上述通过构建因子组合来研究信息价值的方法与用于估计因子收益率的回归方法相关。给定超额收益率  $r$ ，信息  $a$  以及暴露度  $X$ ，我们可以估计因子收益率：

$$r = Y \cdot b + \epsilon \quad (12A-7)$$

其中  $Y$  是  $N \times (J+1)$  的矩阵，前  $J$  列即为矩阵  $X$ ，最后一列为向量  $a$ 。在权重  $W$  (一个  $N \times N$  对角矩阵) 下估计  $b$ ，可以得到：

$$b = (Y^T \cdot W \cdot Y)^{-1} \cdot Y^T \cdot W \cdot r \quad (12A-8)$$

这是使  $\epsilon^T \cdot W \cdot \epsilon$  取得最小值的回归系数。上述估计值是资产超额收益率的线性组合，我们可以重新将其写为

$$\mathbf{b} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{r} \quad (12A-9)$$

其中

$$\mathbf{H}^T = (\mathbf{Y}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Y})^{-1} \cdot \mathbf{Y}^T \cdot \mathbf{W} \quad (12A-10)$$

是  $(J+1) \times N$  的因子组合权重矩阵。注意到

$$\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{I} \quad (12A-11)$$

因此每个因子组合均对其特定的因子有单位暴露，而对所有其他因子零暴露。

组合  $\mathbf{h}_{j+1}$ ，即矩阵  $\mathbf{H}$  的最后一列，具有收益率  $b_e$ ，这是由式 (12A-9) 估计出来的。若  $\mathbf{h}_e$  是在条件  $\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{a} = 1$  以及其他约束下的最小风险组合，那么  $\mathbf{h}_{j+1}$  则是在条件  $\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{a} = 1$  以及其他约束下的使  $\epsilon^T \cdot \mathbf{W} \cdot \epsilon$  取得最小值的组合。

### 事件研究与横截面研究<sup>②</sup>

本章正文已经阐述了将事件研究中的信息系数、事件发生率以及信息时间尺度与横截面信息率联系起来的结果，即式 (12-10) 与式 (12-11)。在此我们将推导上述结果。

首先，在给定第 1 日信息系数  $IC(1)$  的条件下，我们推导年化信息系数  $IC(1, J)$ （我们假设一年中有  $J$  个交易日）。第 1 日信息系数即我们的信号与之后第 1 日残差收益率之间的相关性为  $IC(1)$ ：

$$\text{Corr}\{z(0), \theta(1)\} = IC(1) \quad (12A-12)$$

不失一般性，我们假设我们的信号的标准差为 1。因此，信号与第 1 日残差收益率之间的协方差为

$$\text{Cov}\{z(0), \theta(1)\} = \omega(1) \cdot IC(1) \quad (12A-13)$$

我们假设了我们的信息系数以恒定速率  $\gamma$  指数衰减。因此，我们的信号与第  $J$  天的残差收益率的协方差为

<sup>②</sup> 原著下述推导过程中有一些笔误，我们根据文意进行了更正。其中，式 (12A-17) ~ 式 (12A-21) 以及式 (12A-26) 中，将 “ $IC(J)$ ” 更换为 “ $IC(1, J)$ ”；式 (12A-19) 中，将 “ $\gamma^{-1}$ ” 更换为 “ $\gamma$ ”；式 (12A-20) 中，将 “ $j_a - 1$ ” 换为 “ $j_a$ ”；式 (12A-21) 中，将 “[ $IC(1, J)/\gamma$ ]<sup>2</sup>” 更换为 “[ $IC(1, J)$ ]<sup>2</sup>”；式 (12A-24) 中，将 “ $\sum_{j=1}^{\infty}$ ” 更换为 “ $\sum_{j=0}^{\infty}$ ”；式 (12A-25) 中，将 “ $p \cdot \gamma^2$ ” 更换为 “ $p$ ”。——译者注

$$\text{Cov}\{z(0), \theta(j)\} = \omega(1) \cdot IC(1) \cdot \gamma^{j-1} \quad (12A-14)$$

为了计算年化信息系数，我们首先需要得到信号与年化残差收益率（ $J$  个日度残差收益率之和）的协方差：

$$\text{Cov}\{z(0), \sum_{j=1}^J \theta(j)\} = \omega(1) \cdot IC(1) \cdot \sum_{j=1}^J \gamma^{j-1} \quad (12A-15)$$

我们可以对这个几何数列进行求和，得到

$$\text{Cov}\{z(0), \sum_{j=1}^J \theta(j)\} = \omega(1) \cdot IC(1) \cdot \frac{1 - \gamma^J}{1 - \gamma} \quad (12A-16)$$

年化信息系数是与这个协方差对应的相关系数。我们仅需要将其除以年化残差波动率：

$$IC(1, J) = IC(1) \cdot \frac{1 - \gamma^J}{(1 - \gamma) \cdot \sqrt{J}} \quad (12A-17)$$

这是本章正文中的式 (12-10)。

接下来，我们需要推导信息率的表达式。假设事件刚刚发生，则年化阿尔法是

$$\alpha(0) = IC(1, J) \cdot \omega \cdot z \quad (12A-18)$$

但如果信息是  $j$  天前到达的，则阿尔法为

$$\alpha(j) = IC(1, J) \cdot \omega \cdot z \cdot \gamma^j \quad (12A-19)$$

对一系列给定的阿尔法，信息率为  $\sqrt{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha}$  (参见式 (5A-6))。我们可以对这一结果的平方在  $z$  的分布下取期望值来计算信息率的平方。我们假设残差收益率是互不相关的。此外，我们必须注意到如下事实：从横截面角度考虑，不同资产有不同的事件延迟。因此我们有

$$IR^2 = E\left\{\sum_{n=1}^N \left[\frac{IC(1, J) \cdot \omega_n \cdot z_n \cdot \gamma^n}{\omega_n}\right]^2\right\} \quad (12A-20)$$

我们可以将其简化为

$$IR^2 = IC(1, J)^2 \cdot E\left\{\sum_{n=1}^N (z_n \cdot \gamma^n)^2\right\} \quad (12A-21)$$

为了估计式 (12A-21) 中的期望值，我们必须作出更多假设。首先，我们假设每只资产  $n$  均拥有相同的期望值：

$$E\left\{\sum_{n=1}^N (z_n \cdot \gamma^n)^2\right\} = N \cdot E\{(z \cdot \gamma^j)^2\} \quad (12A-22)$$

其次，假设我们可以将期望中的两项分离，则对于任意  $j$ ，我们有：

$$E\{(z \cdot \gamma^j)^2\} = E|z^2| \cdot E|\gamma^{2j}| = E|\gamma^{2j}| \quad (12A-23)$$

我们必须计算最后的期望值。现在我们知道事件到达时间的分布，因此

$$E|\gamma^{2j}| = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma^{2j} \cdot p \cdot (1-p)^j \quad (12A-24)$$

我们再次可以应用几何数列求和公式，得到

$$E|\gamma^{2j}| = \frac{p}{1 - (1-p) \cdot \gamma^2} \quad (12A-25)$$

将式 (12A-21) ~ 式 (12A-23) 以及式 (12A-25) 结合，可以得到最终结果：

$$IR = IC(1, J) \cdot \sqrt{\frac{p \cdot N}{1 - (1-p) \cdot \gamma^2}} \quad (12A-26)$$

这就是正文中的式 (12-11)。

## 第 13 章

# 信息时间尺度

### 13.1 导言

信息具有时间维度。它们到达的频率不同，其价值体现的时期有长有短。多数信息的到达频率是固定的，我们感兴趣的是其保质期（shelf-life），即信息的时间尺度（information horizon）。这是一个将在三四天内消失的快速信号，还是一个在随后一年中具有持续价值的缓慢信号？最新的信息并不一定是最好的。在某些情况下，新信息与旧信息的混合比最新的信息更有价值。

第 10 章以及第 11 章发展出一套处理信息的方法，并且描述了如何最优化地合并不同的信息源。第 12 章展示了分析信号的信息内容的方法。第 13 章将根据这两种方法来处理信息时间尺度这一具体问题。

我们首先将信息分析应用于“宏观”层面：关注多资产策略的收益率。多资产策略可能依靠一个或多个信息源；它们之间可以是最优方式组合的，也可以不是。我们的目标是确定信息的时间尺度，以及策略是否有效地在时间维度上应用了该信息——比如说，信息的时间平均或者时间差分是否能够提高表现。这种分析的优势在于它仅需要收益率数据，不需要了解策略内部的工作机制。

在“微观”层面上，我们将应用第 10 章的方法来处理一个具体问题：如何将新信号和旧信号进行最优组合。

对简单情形的深度分析为我们提供了真知，指导我们研究更复杂、更现实的情形。微观结果与宏观结果相呼应。

本章的真知包括以下内容：

- 信息时间尺度应定义为信息预测能力的半衰期 (half-life)。
- 策略的时间尺度是其内在属性。时间平均或者时间差分可以改变策略的表现，但不会改变其时间尺度。
- 滞后的信号或标准分值以及历史收益率可以提高投资业绩表现。

## 13.2 信息时间尺度的宏观分析

对策略的信息时间尺度或者信息保质期的一个自然定义是信息率的衰减速率。如果拖沓的投资者委员会在执行投资建议时强加一个月的延迟，我们要为之付出怎样的代价？我们在6月使用5月1日的组合，在7月使用6月1日的组合，如此类推。如果换成2个月的延迟呢？如果是6个月的延迟又会怎样？一般而言，我们会发现延迟造成策略业绩下降（用信息率来衡量）。衰减速率的一个合理度量是半衰期 (half-life)，即信息率衰减一半（相对于信息被立即执行时的信息率）所需要的延迟时间。在实际操作中，这意味着我们用一个指数衰减模型来模拟信息率的衰减过程；也就是说，在每个时期中我们均丧失固定比例的信息。

半衰期是策略的一个非常稳健的特征。通过在时间维度重组信号或许可以提高信号的业绩表现，但这对于策略的半衰期几乎没有任何影响！

在图13-1中，我们看到随着信号延迟时间（月）的增加，策略实现的信息率在逐渐衰减。半衰期为1.2年。

创造附加值的能力与信息率的平方成比例。因此，附加值的半衰期是其信息率的半衰期的一半。在图13-1的情形中，附加值的半衰期是0.6年，这与信息率的半衰期（1.2年）相呼应。这是一个长期策略。我们可以将推荐交易的执行延迟至6个月甚至更长，依然可以实现50%的附加值。

图13-2展示了一个半衰期很短的策略。

信息与时间的相互作用和食物与时间的相互作用一样微妙。“新鲜的即是最好的”是一条常用准则，但并不是永远准确：蔬菜和面包在新鲜时是

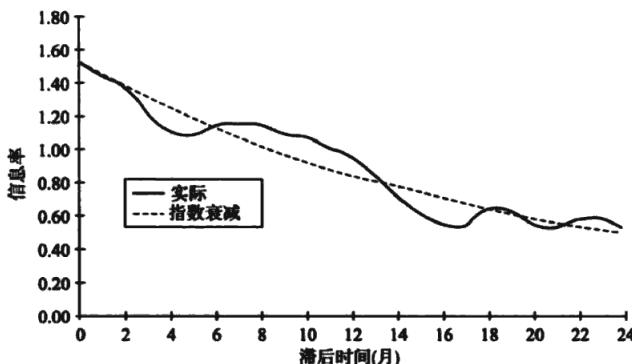


图 13-1

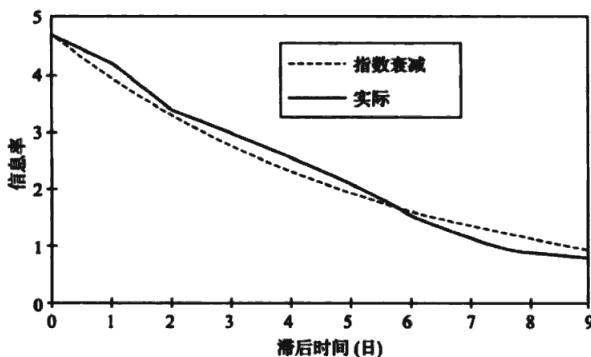


图 13-2

最好的，水果则需要时间成熟；酒和芝士随时间推移品质提高，而几种不同年份的葡萄酒混合而成的雪利酒才是最好的。那么，信息到底像雪利酒、蔬菜还是葡萄酒呢？

我们可以借助一个假想实验来检验旧信息中是否存在价值。假设又有两位投资经理，“先行”经理与“追随”经理。“先行”经理采用一个很好的策略，其信息率为 1.5。“追随”经理的主要工作就是在“先行”经理的垃圾桶中翻出其上个月的组合头寸。因此，“追随”经理与“先行”经理使用一样的策略，只是其组合滞后了 1 个月。“追随”经理的信息率为 1.20。两位经理的主动风险水平均为 4%。

我们应该聘用“先行”经理，“追随”经理，还是同时聘用他们两位呢？这个决定的关键在于二者主动收益率之间的相关性。如果“先行”经理和“追随”经理的主动收益率的相关性低于  $0.80 = 1.2/1.5$ ，即信息率的衰减速率，那么我们可以通过同时雇用他们二人来增加价值。如果相关系数高于 0.80，那么我们希望通过卖空“追随”经理来对冲“先行”经理的业绩。图 13-3 展现了“先行”经理和“追随”经理的最优混合比例对二者主动收益率之间相关性的依赖关系。当“先行”经理与“追随”经理的主动收益率的相关性为 0.7 时，最优组合包括持有 18.5% 的“追随”经理组合以及 81.5% 的“先行”经理组合。如果我们假设二者相关系数为 0.85，那么最优组合是做多 118.5% 的“先行”经理，同时做空 18.5% 的“追随”经理来对冲。

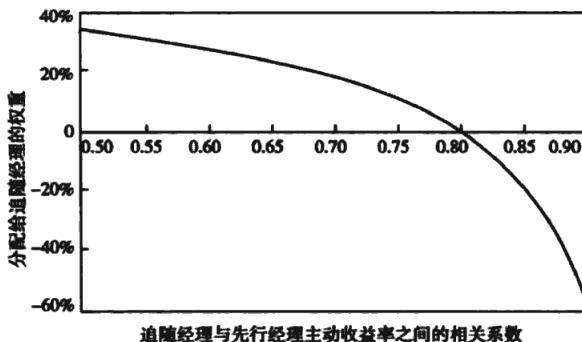


图 13-3

我们将在技术附录中证明：对任意给定的信息率衰减速率  $\gamma$  以及主动收益率相关系数  $\rho$ ，“先行”经理的最优权重为

$$w_{\text{先行}}^* = \frac{\gamma + z}{\gamma + 1} \quad (13-1)$$

其中

$$z = \frac{1 - \gamma}{1 - \rho} \quad (13-2)$$

图 13-4 展示了将“先行”经理与“追随”经理进行最优组合时，策略整体信息率的变化。我们会发现，如果主动收益率相关系数为 0.8，则没有什么增益；而如果主动收益率相关系数在临界水平（0.8）上下徘徊时，将

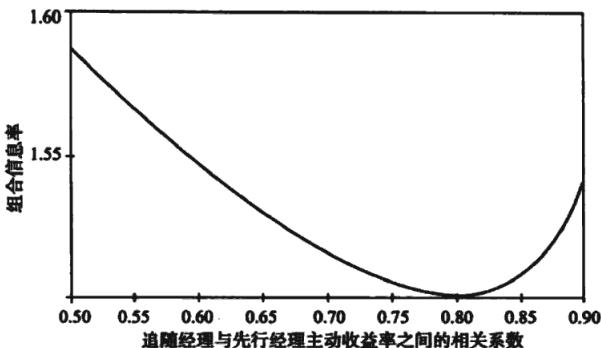


图 13-4

会有微薄的增益。代数结果如下：

$$IR^* = IR_{\text{先行}} \cdot \frac{(\gamma + x) + \gamma \cdot (1 - x)}{\sqrt{(\gamma + x)^2 + (1 - x)^2 + 2 \cdot (\gamma + x) \cdot (1 - x) \cdot \rho}} \quad (13-3)$$

我们将在技术附录中证明更加一般的结果：（不同滞后期）历史组合的最优混合组合将使得时间  $t$  与时间  $t-l$  的混合组合的相关系数等于信息率的衰减速率。举例而言，如果滞后  $l$  期的信息率为  $IR_t = \gamma^l \cdot IR_0$ ，并且每个时点的组合被记为  $h(t), h(t-l), \dots, h(t-l)$ ，…，那么最优信息率的混合组合为：

$$\begin{aligned} h^*(t) &= \sum_{i=0}^l \gamma^i \cdot [h(t-l) - \rho \cdot h(t-l-1)] \\ &= [h(t) - \rho \cdot h(t-1)] + \gamma \cdot h^*(t-1) \end{aligned} \quad (13-4)$$

组合权重  $h^*(t)$  与其 1 阶滞后组合  $h^*(t-1)$  的主动收益率的相关系数为  $\gamma$ 。注意到  $h^*$  是一系列新生数据项的加权平均值，其中  $h(t-l) - \rho \cdot h(t-l-1)$  捕捉了  $h(t-l)$ <sup>⊖</sup> 中的新生信息。

由于现实中的投资经理很容易就能通过混合最新推荐组合与前一期推荐投资组合来建立“先行”经理与“追随”经理的混合组合，所以上述信息分析的应用可以帮助经理快速判断他或她是否遗漏了任何信息。举例而

⊖ 如果你用  $\theta(t-l)$  对  $\theta(t-l-1)$  做回归，那么由于  $\omega(t-l) = \omega(t-l-1)$ ，故  $\theta(t-l-1)$  的回归系数将为  $\rho$ 。因此式 (13-4) 恰依赖于上述回归中的残差项。

言，如果主动收益率相关系数为 0.5，那么 33% 的滞后组合与 67% 的当期组合构成的混合组合的信息率将达到 1.59。将这些不同的组合混合起来就是将不同的投资管理流程的输出组合起来。如果存在一种流程，能够将输入与输出联系起来，那么我们也可以先将输入按同样比例混合，然后再输入流程。

这个由“先行”经理组合与“追随”经理组合混合而成的最优组合虽然不会改变策略的信息时间尺度，但是能够提高业绩表现。如果我们构造一个由历史组合组成的最优混合组合，那么信息率会增加，但是该策略的时间尺度（半衰期）将与原策略完全一致。

### 13.3 信息时间尺度的微观分析

现在我们将运用我们的信息处理方法在微观层面上分析信息的时间尺度。我们将关注单只资产，或者更准确地说，单个时间序列<sup>⊖</sup>的情形。该资产在时间点 0 与时间点  $\Delta t$  之间的收益率为  $r(0, \Delta t)$ 。为了方便，我们假设预期收益率为 0。收益率的波动率为  $\sigma$  乘以  $\Delta t$  的平方根。我们还假设，不重叠时期上的资产收益率是互不相关的。

信息的到达是周期性的，以一组标准分值的形式到达，到达间隔  $\Delta t$  可能是一小时、一天、一周、一个月、一个季度或者一年。这些标准分值的均值为 0，标准差为 1，正如第 10 章所描述的那样。

包含在标准分值中的特殊信息可以让我们预测收益率  $r(0, \Delta t)$ 。这个预测值，或者阿尔法，取决于信息的到达频率以及该信息的保质期。

首先考虑最简单的情形——“即时到达”（just-in-time）的信号：我们假设每个信号对下一个信号到达之前的收益率预测有价值，而对下一个信号到达之后任意时段上的收益率预测没有任何价值。例如，在 4 月 30 日到达的信号对于预测 5 月的收益率有用，而对于预测 6 月、7 月或之后的收益率则没有任何作用。而下一个在 5 月 31 日到达的信号则对于预测 6 月的收益率有用。

---

<sup>⊖</sup> 这里所要表达的是我们的结果适用于单只资产，或单个因子收益率，或持有股票多头与债券空头的单个组合情形。

我们用  $IC(\Delta t)$  来表示标准分值与时期  $[0, \Delta t]$  上的收益率的相关系数。设标准分值  $s(0)$  为时间点 0 到达的标准化后的信号，则  $r(0, \Delta t)$  的条件期望是

$$\alpha(\Delta t) = (\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}) \cdot IC(\Delta t) \cdot s(0) \quad (13-5)$$

信息系数  $IC(\Delta t)$  是对这段时期的预测准确度的度量。首先我们来确定信息的价值。这里我们将使用信息率。我们可以用主动管理基本定律来确定信息率，它是预测时间间隔的函数：

$$IR^2 = [IC(\Delta t)]^2 \cdot \left(\frac{1}{\Delta t}\right) \quad (13-6)$$

在此我们简单地将时期长度的倒数，即  $1/\Delta t$ ，作为广度  $BR$ 。比如说，一个每月到来一次的信号的广度为 12。根据式 (13-6)，我们可以马上意识到在信息到达频率（由  $\Delta t$  度量）与预测精度（由  $IC(\Delta t)$  度量）之间存在一个权衡关系。

### 两时期保质期的例子

在上述最简单的情形中，我们拥有“即时到达”的信息。信息到达的时间间隔  $\Delta t$  与保质期  $\Delta t$  刚好吻合。现在我们考虑信息到达的时间间隔比保质期短的情形。<sup>①</sup> 具体地，假设我们在每个时期都会收到标准分值，并且每个标准分值的保质期都是两个时期那么长。也就是说，4 月 30 日的分值能够预测 5 月和 6 月的收益率，5 月 31 日的分值可以预测 6 月和 7 月的收益率。我们可以衡量标准分值对未来每一个时期上收益率的预测  $IC$ 。我们用  $IC_1$  表示标准分值与随后第一个时期的收益率之间的相关系数，用  $IC_2$  表示标准分值与随后第二个时期的收益率的相关系数。相关系数  $IC_{1,2}$  衡量了标准分值与随后两个时期的总收益率之间的相关系数。这些信息系数之间的关系是：

$$IC_{1,2} = \frac{IC_1 + IC_2}{\sqrt{2}} \quad (13-7)$$

举例而言，若标准分值与第一个时期收益率的相关系数为  $IC_1 = 0.15$ ，与第

<sup>①</sup> 信息到达的时间间隔比保质期更长的情形是可能的，但不那么有意义。以国际公司的超预期盈利 (earnings surprise) 为例：该信息每年仅到达一次，在下一次信息到达之前，该信息早已失效。

二个时期收益率的相关系数为  $IC_2 = 0.075$ ，那么它与两时期的总收益率的相关系数为  $IC_{1+2} = \frac{0.15 + 0.075}{\sqrt{2}} = 0.159$ 。我们获得了保质期更长的信号，但我们还需要明白怎样利用它们。

我们希望基于最新分值  $s(0)$  以及上期分值  $s(-\Delta t)$  来作出单时期预测。在月度频率的例子中，我们将 4 月 30 日的分值与 5 月 31 日的分值组合起来产生对 6 月的预测值。产生最优预测值的关键变量是  $s(0)$  与  $s(-\Delta t)$  的相关系数  $\rho$ 。

在第 10 章，我们推导出如何将两个单独的信号进行最优混合。当时的结果也适用于这里，只需将滞后期信号视为一个新的信号：

$$\alpha(\Delta t) = \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot [IC_1^* \cdot s(0) + IC_2^* \cdot s(-\Delta t)] \quad (13-8)$$

式 (13-8) 中修正信息系数  $IC_1^*$  与  $IC_2^*$  是根据信号之间的相关系数修正的：

$$IC_1^* = \frac{IC_1 - \rho \cdot IC_2}{1 - \rho^2} \quad (13-9)$$

$$IC_2^* = \frac{IC_2 - \rho \cdot IC_1}{1 - \rho^2} \quad (13-10)$$

组合信号的  $IC$  是

$$IC^* = \sqrt{\frac{IC_1^2 + IC_2^2 - 2 \cdot IC_1 \cdot IC_2 \cdot \rho}{1 - \rho^2}} \quad (13-11)$$

图 13-5 展示了修正信息系数  $IC_1^*$ ,  $IC_2^*$  随信号相关系数的变化，其中，我们假设  $IC_1 = 0.15$ ,  $IC_2 = 0.075$ 。

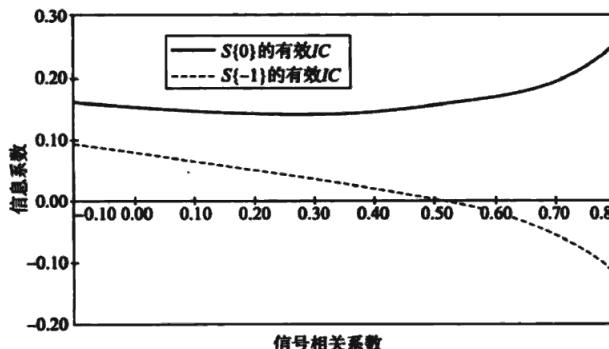


图 13-5

组合预测的表现比单独使用第一个或者第二个标准分值更好。图 13-6 展示了这个例子的结果 ( $IC^*$  随  $\rho$  的变化)。

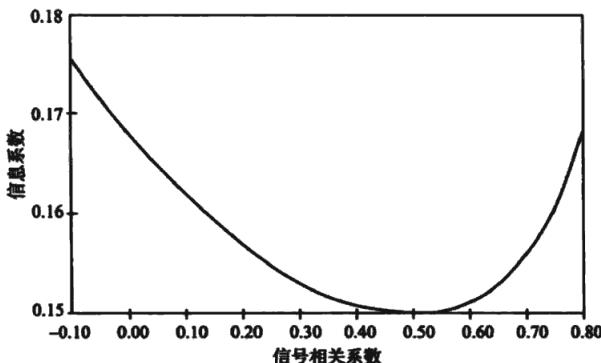


图 13-6

滞后期标准分值  $s(-\Delta t)$  通过以下两种方式帮助我们提高预测质量：

- 分散化，作为收益率  $r(0, \Delta t)$  的第二个预测因子；
- 对冲，作为减少  $s(0)$  中的噪声的一种方法。

标准分值是由部分真实信号与部分噪声共同构成的。其真实信号部分与未来收益率完全相关，而其噪声部分与未来收益率完全不相关。通过把前期分值按一定比例叠加到当期分值上，我们可以增强已有的真实信号并且分散噪声。如果  $IC_2 > \rho \cdot IC_1$ ，即前期分值有相对较强的补充信号以及与当期分值相对较低的相关性，那么这是一个好主意。另一种使用前期分值的方法是从当期分值中减去一定比例的前期分值。这虽然使我们损失了一些信号，但如果前后两期分值是强相关的，那么该方法可以用来对冲噪声。如果  $IC_2 < \rho \cdot IC_1$ ，即前期分值有相对较弱的补充信号并且与当期分值有相对较强的相关性，那么对冲是最有益的做法。对介于二者之间的情形，即  $IC_2 = \rho \cdot IC_1$  时，我们有  $IC_2^* = IC_1$ ，并且  $IC_2^* = 0$ 。实际上，我们忽略了前一期的分值。<sup>②</sup> 我们可以在图 13-5 与图 13-6 中看到这个临界点，即前后两期

<sup>②</sup> 当然存在  $IC_2 > IC_1$ （与  $IC_2 > \rho \cdot IC_1$  不同）的情形。这意味着收益率与时期 2 的相关性强于与时期 1 的相关性。在这种情形下，我们建议投资者研究收益率的自相关性。

分值的相关系数等于 0.5，恰与信息系数之比相等的情形。

关于新信息与旧信息最优组合的结果与我们在宏观分析中的结果非常相近。实际上微观分析中的图 13-5 与图 13-6 与宏观分析中的图 13-3 与图 13-4 相似。这一点相当有趣。下面我们将看到，在微观分析中我们可以挖掘得更深。

## 13.4 阿尔法是否被实现

在 1967 年阿拉伯 - 以色列战争之前，普通公民 Richard Nixon 预测道：

1. 战争不会发生。
2. 如果战争发生了，那将是一场漫长战争。

结果是，战争在几天内就爆发了，使得 Nixon 先生的第一个预测失效。当战争在一周后结束时，他的第二个预测也宣告失败。在预测资产的收益率时，一般你不会得到这样戏剧性并且迅速的反馈。

假设如前文所述，我们每个月都能获得一个阿尔法，它对随后两个月的收益率均有预测效果。进一步假设我们的信号在 3 月初产生了一个 2% 的阿尔法预测值。我们的第三个假设是：3 月实现的阿尔法正如预测的那样是 2%。看上去我们的预测似乎完全实现了，并且我们可以忽略旧信息，因为其中所有有用的部分都已被充分利用了。错了，不是这样的！很多人会觉得难以相信：他们可能会以错误的方法获得正确的结果<sup>⊖</sup>。那个 2% 的收益率可能只是个巧合。

为了说明这个可能性，我们将前一时期的收益率  $r(-\Delta t, 0)$  作为预测下一时期收益率  $r(0, \Delta t)$  的另一个可能的变量。我们通过将  $r(-\Delta t, 0)$  除以其标准差来将其变成标准分值，即  $r(-\Delta t, 0) / (\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})$ 。

现在我们有  $r(0, \Delta t)$  的三个预测变量： $s(0)$ ， $s(-\Delta t)$  以及  $r(-\Delta t, 0) / (\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})$ 。若收益率之间不存在序列相关性，并且历史收益率与当前分值之间也不存在相关性，那么“调整以适应观察到的收益率”的原则将改变上期分值，这一调整也因此被称为“对旧分值的修正”。修正后的上期

---

<sup>⊖</sup> 另一方面，人们犯错时总是乐于相信自己采用了正确的做法，只是运气不佳。

分值<sup>①</sup>是

$$s^*(-\Delta t) = s(-\Delta t) - \frac{IC_1 \cdot r(-\Delta t, 0)}{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}} \quad (13-12)$$

对上期分值的“修正”，即  $IC_1 \cdot r(-\Delta t, 0) / (\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})$ ，是分值中已被充分利用的部分。预测能力越强，我们需要在分值中减去的部分越多。

一般而言，分值修正产生的影响很小，因为它的影响依赖于  $IC_1$  与  $IC_2^*$  的乘积。然而，在极端情况下这种影响是巨大的。例如考虑一个资产配置模型，其中“股票减去债券”的上期分值  $s(-1) = -2.16$ （1987 年 10 月 1 日到达）。而那年 10 月的收益率是一个 6.5 倍标准差的事件，也就是说，  
 $\frac{r(-\Delta t, 0)}{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}} = -6.5$ 。在第一时段  $IC_1 = 0.15$  的情况下，修正的分值为  
 $s^*(-1) = -1.18$ 。异常的修正量反映了异常事件的发生。在正常的月份中，收益率只会发生 1 倍标准差的事件，此时分值修正量的量级仅有 0.15。

在上述分析中，我们忽略了真实世界中一些复杂的特征。比如说，如果收益率是自相关的，那么过去的收益率将扮演双重角色，一方面通过前文所述的方式对旧分值进行修正，另一方面还携带了预测下一时期收益率的信息。还有一种经常发生的情形是：历史收益率对未来分值有一定影响。此时因果关系将变得复杂，收益率会影响标准分值，而标准分值又会影响收益率。对于动量信号，较高的历史收益率意味着较高的未来分值。对于价值信号，较高的历史收益率则意味着较低的未来分值。<sup>②</sup>微观分析方法能够同时处理以上两种情形。技术附录中我们使用二元模型处理了一种特殊情形。

## 13.5 信息价值的逐渐衰减

前文所述的单时期与两时期模型很容易分析但不太现实。一个更加

<sup>①</sup> 技术上讲，式 (13-12) 的标准差不再等于 1，因此它并不是严格意义上的标准分值。将其除以  $1 - IC_1^2$  可以修正这一问题。然而，我们更偏好于使用文中给出的式 (13-12) 的形式。

<sup>②</sup> 消除这一问题的一种方法是设计一种新分值，使得它是旧分值对历史收益率回归的残差。这个过程能够从旧分值中分离出由历史收益率解释的部分以及与历史收益率无关的部分。

感性的信息模型是假设信息的预测能力逐渐衰减的模型。随着我们距离信息到达的时点越来越远，信息系数也逐渐衰减。在时间点6月30日可获得的分值与7月收益率的相关系数为 $IC$ ，而它与8月收益率的相关系数为 $IC \cdot \delta$ 。一般而言，该分值与第 $n+1$ 个月的收益率的相关系数为 $IC \cdot \delta^n$ 。我们可以将这种持续衰减与半衰期联系起来：

$$\delta = \left(\frac{1}{2}\right)^{HL} \quad (13-13)$$

或者

$$HL = \frac{-\Delta t \cdot \ln |2|}{\ln |\delta|} \quad (13-14)$$

图13-7展示了信息的逐渐损耗。在该情形中，时间单位为1个月，半衰期(half-life)为一个季度； $HL=0.25$ ,  $\delta=0.7937$ 。我们看到月度信息系数随时间指数递减。<sup>②</sup>随着分值和收益率区间的距离越来越远，信息系数也越来越小。

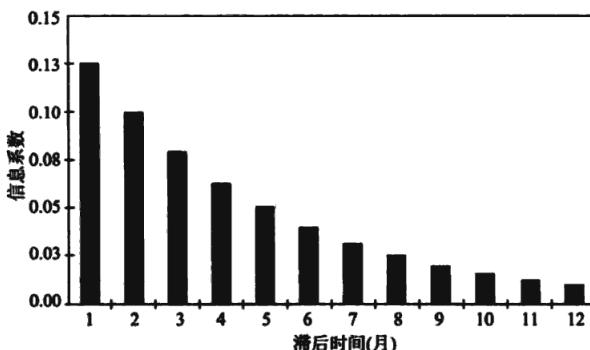


图 13-7

一种不同的视角是观察信号与越来越长的未来时期的收益率的相关系数。在这里我们不再改变分值的滞后期，取而代之的是不断改变收益率的考察区间。我们可以查看月度到达的标准分值与随后1个月收益率、两个月收益率、季度收益率、年度收益率的相关系数。

在越来越长的收益率时间尺度上，信息系数会发生怎样的变化？正面

<sup>②</sup> 计算信号与随后每个时间单位上收益率的 $IC$ 是一种高明的做法：它可以避免由于使用重叠时期而带来的混淆。

的影响是，更长的收益率时间尺度有利于更加全面地反映信号中的信息。负面影响是，伴随着时间区间的增长，收益率的波动率  $\sigma \cdot \sqrt{t}$  也会随之增加。我们会在技术附录中证明，收益率与信号在不同长度的时间区间上的相关系数为

$$IC(0, t) = \text{Corr}[r(0, t), s(0)] = IC \cdot \sqrt{\frac{\Delta t}{t}} \cdot \frac{1 - e^{-\delta \Delta t}}{1 - \delta} \quad (13-15)$$

其中式 (13-15) 右端的  $IC$  是标准分值在随后长为  $\Delta t$  的时段上的预测信息系数。图 13-8 展示了这个关系。该信号在大约等于其半衰期两倍的时间尺度上具有最高的预测能力。<sup>⊖</sup>

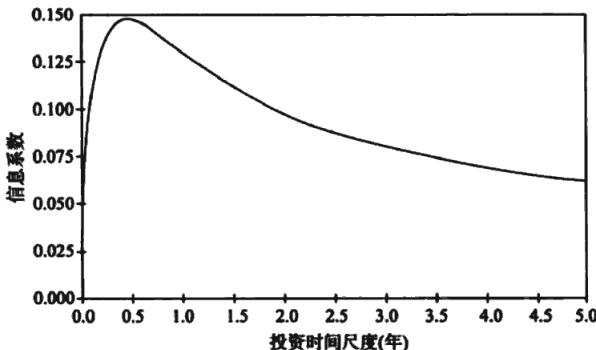


图 13-8

随着信号的不断到达，我们既可以使用最新信号，也可以尝试使用新信号和旧信号的某种组合以达到更强的预测效果。预测效果的提升空间依然由以下两个参数决定：

- 衰减因子  $\delta$ ；
- 相邻分值之间的相关系数  $\rho$ 。

如果  $\delta = \rho$ ，那么最新的分值将拥有我们所需要的全部信息。如果  $\delta > \rho$ ，那么我们将可以通过使用旧分值加强信息来达到分散化的目的。如果  $\delta < \rho$ ，我们可以使用旧信号来对冲最新信号中的噪声。这种理解我们在之前的宏

<sup>⊖</sup> 函数  $(1 - e^{-x}) / \sqrt{x}$  在  $x = 1.257$  时达到最大值 0.638 2。

观分析和两时期情形中也曾讨论过。

为了最优地使用信息，我们可以混合历史各期信号使得新的混合信号的自相关系数恰好等于 $\delta$ 。其混合方法是<sup>⊖</sup>

$$\begin{aligned}s^*(0) &= \sum_{m=0} s_m \cdot [s(-m \cdot \Delta t) - \rho \cdot s[-(m+1) \cdot \Delta t]] \quad (13-16) \\ &= s(0) - \rho \cdot s(-\Delta t) + \delta \cdot s^*(-\Delta t)\end{aligned}$$

上述结果与我们在式（13-4）中所见的一致。这个最优重组信息的与原始信息具有相同的半衰期。举例而言，在图13-9中我们可以看到原始信息与重组信息的信息系数。半衰期都是一个季度，并且信号之间的相关系数为0.5。

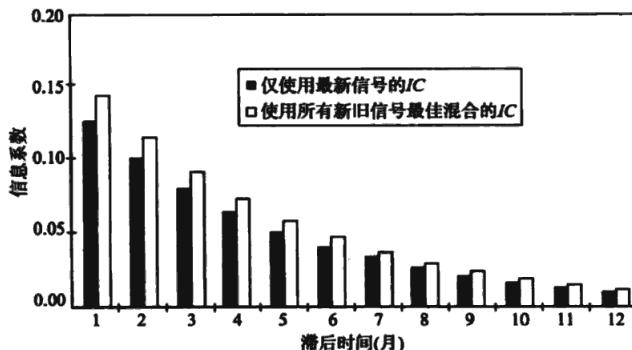


图 13-9

## 13.6 总结

信息时间尺度（半衰期）是信号或者策略的一个关键特征。时间尺度可以帮助我们判断策略是否在时间维度上有效利用了信息。宏观分析可以容易地回答是或否；而微观分析则可以深入了解其内在工作机制，并且能处理很多重要问题。过去的信息——信号和收益率——能帮助我们预测未来。

⊖ 原著中，式（13-16）右端有一项为 $s[-(m-1) \cdot \Delta t]$ ，根据文意，我们更正为 $s[-(m+1) \cdot \Delta t]$ 。——译著注

## 13.7 本章附注

投资时间尺度是一个在战略层面描述个人投资者或机构投资者投资方式的术语。将“时间尺度”比喻为“视野”（英文中“时间尺度”和“视野”的单词都是 horizon）对于机构投资者很贴切，因为机构的投资是持续不断的，其向未来看的时间窗口也会随着时间不断向未来平移。这种较长时间尺度上的观点被用于制定战略资产配置与投资政策。

对于个人投资者，时间尺度这一比喻并不是特别适合；因为投资者的未来投资期是随着年龄增长而不断变化的。我们每个人距离自己的退休日期都有一个不确定但是有限的期限；我们距离死亡的期限也是如此——不确定、但有限。这是生命中一个残酷玩笑。Samuelson (1994) 在这方面有更多阐述。

另外一个更加技术性的关于时间尺度的话题请参见 Goetzmann 与 Edwards (1994) 以及 Ferguson 与 Simaan (1996)。他们处理了时间尺度问题，因为它与组合的单投资期均值/方差优化问题相关联。需要回答的问题是：我们应该考虑一个多长的投资期？投资期的长度是否重要？这个分析的关键在于：收益率复利累积的属性与买入并持有组合的可加性属性之间的相互作用。这个问题可以变得很复杂；并且它也确实如此。当你考虑多期投资或者连续的再平衡时，一些困难就消失了。如果你假设收益率服从对数正态分布、连续组合再平衡以及一个幂函数形式的累积收益率（投资时间尺度上的）效用函数，那么选出来的投资组合将与投资时间尺度无关。请参见 Merton (1990), pp. 137 ~ 145。

## 13.8 问题

1. 你的研究发现一个  $IR = 1$  的月度信号。你注意到将这个信号延迟 1 个季度实施会使  $IR$  降低到 0.75。这个信号的半衰期是多长？附加值的半衰期是多长？

2. 在对问题 1 的信号进行更深入的研究后，你发现马上实施这个信号的主动收益率与延迟 1 个月实施这个信号的主动收益率之间的相关系数为 0.75。那么当前组合与滞后组合的最优混合组合是什么？

3. 根据一个  $IC = 0.05$  的信号，你预测一个  $\omega = 25\%$  的股票的  $\alpha = 2\%$ 。突然这只股票的价格发生了重大变动， $\theta = 10\%$ 。你该如何调整你的阿尔法？调整之后，它是正的还是负的？

## 13.9 参考文献

- Atkins, Allen B., and Edward A. Dyl. "Transactions Costs and Holding Periods for Common Stocks." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 1, 1997, pp. 309–325.
- Ferguson, Robert, and Yusif Simaan. "Portfolio Composition and the Investment Horizon Revisited." *Journal of Portfolio Management*, vol. 22, no. 4, 1996, pp. 62–68.
- Goetzmann, William N., and F. R. Edwards. "Short Horizon Inputs and Long Horizon Portfolio Choice." *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 76–81.
- Grinold, Richard C. "Alpha Is Volatility Times IC Times Score," *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 9–16.
- . "The Information Horizon." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 1, 1997, pp. 57–67.
- Merton, Robert C. *Continuous Time Finance*, (Cambridge, MA: Blackwell, 1990).
- Samuelson, Paul A. "The Long Term Case for Equities." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 1, 1994, pp. 15–24.

## 13.10 技术附录

我们将在本技术附录中推导几个在正文中使用过的结果。我们将证明历史各期策略的混合不能改变策略的半衰期。我们将分析历史各期策略的最优组合。我们还会证明信号与未来不同时间尺度上收益率之间的相关性是如何随着时间尺度的变化而改变的。最后，我们还会在二元模型的框架下，详细讨论当前信号与历史信号以及历史收益率之间的最优组合的一个例子。

### 历史策略的混合组合

让我们从一些基本的记号开始。我们需要清晰地记录滞后的信息：

$h_{PA}(j)$  = 滞后  $j$  期的主动组合；

$\theta(j)$  = 滞后  $j$  期的主动组合的收益率<sup>⊖</sup>；

---

⊖ 我们在此假设组合的贝塔是 1，因此主动收益率等于残差收益率。

$IR(j)$  = 滞后  $j$  期的组合的信息率。

我们还将进一步作出假设：

$$h_{PA}^T(j) \cdot V \cdot h_{PA}(j) = \omega^2 \quad (13A-1)$$

$$h_{PA}^T(j) \cdot V \cdot h_{PA}(k) = \omega^2 \cdot \rho(|j - k|) \quad (13A-2)$$

第一个假设并不很重要。它只是说任何滞后期的主动头寸都具有一样的主动风险。这意味着各滞后期组合的信息率衰减必定仅由其阿尔法衰减决定：

$$IR(j) = \gamma^j \cdot IR(0) = \frac{\alpha(j)}{\omega} \quad (13A-3)$$

第二个假设更强一些。它认为滞后的头寸之间的协方差仅依赖于这些头寸之间的时间间隔。注意到这种说法比“存在单一参数  $\rho$  使得  $\rho(|j - k|) = \rho^{|j-k|}$ ”更弱。

我们按照权重  $y(j)$ ,  $j=0, 1, 2\cdots$ , 将不同滞后期的历史策略组合起来, 得到一个新的混合策略。该混合策略的信息率记为  $IR^*(0)$ 。我们也可以对这个混合策略进行滞后操作, 因此可以得到不同滞后期混合策略的信息率序列  $IR^*(j)$ ,  $j=0, 1, 2, \cdots$ 。

#### 命题

如果一个策略的信息率以指数形式衰减（正如式（13A-3）所述），那么它的任何混合策略的信息率也会以指数形式衰减，并且衰减速率与原策略相同：

$$IR^*(j) = \gamma^j \cdot IR^*(0) \quad (13A-4)$$

证明 滞后  $j$  期的混合策略的主动头寸为

$$h^*(j) = \sum_{k=0}^j y(k) \cdot h(j+k) \quad (13A-5)$$

并且其主动收益率为

$$\theta^*(j) = \sum_{k=0}^j y(k) \cdot \theta(j+k) \quad (13A-6)$$

我们的第一步来证明：虽然混合策略的风险一般不等于原策略的风险，但是它们对于滞后期数的依赖关系是一样的。事实上，混合策略的风险与滞后期数无关。

滞后的混合策略的风险是

$$\text{Var}\{\theta^*(j)\} = \text{Var}\left\{\sum_{k=0}^j y(k) \cdot \theta(j+k)\right\} \quad (13A-7)$$

$$= \sum_j \sum_k y(k) \cdot \text{Cov}[\theta(j+k), \theta(j+m)] \cdot y(m)$$

但是根据我们的假设，式(13A-1)与式(13A-2)推出

$$\text{Cov}[\theta(j+k), \theta(j+m)] = \text{Cov}[\theta(k), \theta(m)] \quad (13A-8)$$

因此

$$\text{Var}[\theta^*(j)] = \text{Var}[\theta^*(0)] = (\omega^*)^2 \quad (13A-9)$$

因此混合策略的信息率衰减一定完全依赖于混合策略的阿尔法衰减。我们现在将证明混合策略的阿尔法衰减速率跟原始策略的阿尔法衰减速率是一样的。

不滞后的混合策略的信息率是

$$IR^*(0) = \frac{\alpha^*(0)}{\omega^*} = \frac{\sum_{k=0} \alpha(k) \cdot y(k)}{\omega^*} \quad (13A-10)$$

我们可以将这些阿尔法与信息率联系起来：

$$IR^*(0) = \frac{\sum_{k=0} \omega \cdot IR(k) \cdot y(k)}{\omega^*} \quad (13A-11)$$

滞后的混合策略的信息率是

$$IR^*(j) = \frac{\alpha^*(j)}{\omega^*} = \frac{\sum_{k=0} \alpha(j+k) \cdot y(k)}{\omega^*} \quad (13A-12)$$

我们也可以将式(13A-12)与信息率联系起来：

$$IR^*(j) = \frac{\sum_{k=0} \omega \cdot IR(j+k) \cdot y(k)}{\omega^*} \quad (13A-13)$$

最后，我们可以简单地计算滞后的与不滞后的混合策略的信息率之比。利用式(13A-11)与式(13A-13)，于是得到

$$\frac{IR^*(j)}{IR^*(0)} = \frac{\sum_{k=0} IR(j+k) \cdot y(k)}{\sum_{k=0} IR(k) \cdot y(k)} \quad (13A-14)$$

利用式(13A-3)、式(13A-14)就变成了我们想要的结果：

$$\frac{IR^*(j)}{IR^*(0)} = \gamma' \quad (13A-15)$$

事实上，我们可以证明更进一步的结果（证明过程不再详述）：混合策略不同滞后期之间的相关性结构与原始策略不同滞后期之间的相关性结构是

一样的；也就是说，相关性仅依赖于两个混合策略的滞后期之差。

### 最优混合策略

正文中给出了关于最优混合策略的两组结果。第一组结果是：“先行”经理与“追随”经理的最优混合策略，也就是当前组合与滞后组合的最优混合方案。第二组是一个更一般化的结果：最优混合策略会显示出与信息的衰减相吻合的相关性结构。我们将在这里推导出上述两种结果。让我们从“先行”经理与“追随”经理的组合开始。

我们的目标是混合当前组合（先行）与滞后组合（追随）以最大化混合组合的信息率。我们用统计量  $\alpha_{\text{先行}}$ 、 $\omega$ 、 $IR_{\text{先行}}$  来描述当前组合，用统计量  $\alpha_{\text{追随}}$ 、 $\omega$ 、 $IR_{\text{追随}}$  来描述滞后组合。注意到当前组合与滞后组合具有同样的风险。我们还假设当前组合与滞后组合的主动收益率之间的相关系数为  $\rho$ ，并且当前组合到滞后组合的信息率衰减因子为  $\gamma$ 。我们用  $w_{\text{先行}}$  来描述当前组合的权重，则混合组合的阿尔法是

$$\begin{aligned}\alpha_p &= w_{\text{先行}} \cdot \alpha_{\text{先行}} + (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \alpha_{\text{追随}} \\ &= \omega \cdot IR_{\text{先行}} \cdot [w_{\text{先行}} + (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \gamma]\end{aligned}\quad (13A-16)$$

这里我们明确使用了衰减因子来描述滞后组合的信息率。我们可以将混合组合的风险表述为

$$\begin{aligned}w_p^2 &= w_{\text{先行}}^2 \cdot \omega^2 + (1 - w_{\text{先行}})^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot w_{\text{先行}} \cdot (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \omega^2 \cdot \rho \\ &= \omega^2 \cdot [w_{\text{先行}}^2 + (1 - w_{\text{先行}})^2 + 2 \cdot w_{\text{先行}} \cdot (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \rho]\end{aligned}\quad (13A-17)$$

根据以上两个方程计算混合策略信息率，再除以原始策略的信息率，得到

$$\left(\frac{IR_p}{IR_{\text{先行}}}\right)^2 = \frac{[w_{\text{先行}} + (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \gamma]^2}{w_{\text{先行}}^2 + (1 - w_{\text{先行}})^2 + 2 \cdot w_{\text{先行}} \cdot (1 - w_{\text{先行}}) \cdot \rho}\quad (13A-18)$$

为了最大化混合策略的信息率，我们需要在式 (13A-18) 右端对  $w_{\text{先行}}$  求偏导数，并且令其为 0。这个过程在代数上比较麻烦，最终的计算结果是

$$w_{\text{先行}}^* = \frac{\gamma + x}{\gamma + 1}\quad (13A-19)$$

其中

$$x = \frac{1 - \gamma}{1 - \rho}\quad (13A-20)$$

恰如正文中所述。此外，我们可以将式(13A-19)代回到式(13A-18)中，以计算最优混合策略所能达到的信息率。结果是

$$IR^* = IR_{\text{先行}} \cdot \frac{(\gamma + x) + \gamma \cdot (1 - x)}{\sqrt{(\gamma + x)^2 + (1 - x)^2 + 2 \cdot (\gamma + x) \cdot (1 - x) \cdot \rho}} \quad (13A-21)$$

### 一般最优条件

我们现在来讨论正文中引用的一般最优条件。我们会使用在本附录最开始描述的符号。在这个一般化的情形中，我们希望在保持阿尔法不变（例如保持混合策略的阿尔法等于原始策略的当期阿尔法）的条件下，最小化混合策略的方差。用数学语言来描述就是：

$$\text{Min}\{\text{Var}\left\{\sum_{j=0}^{\infty} y(j) \cdot \theta(j)\right\}\} \quad (13A-22)$$

约束条件：

$$\sum_{j=0}^{\infty} y(j) \cdot \omega \cdot IR(j) = \alpha(0) = \omega \cdot IR(0) \quad (13A-23)$$

注意到这个优化问题存在可行解，因为情形  $|y(0)| = 1; y(i) = 0, i \neq 0|$  满足上述限制条件。我们可以借用拉格朗日乘子法，将这个最小化问题改写为

$$\text{Min}\{\text{Var}\left\{\sum_{j=0}^{\infty} y(j) \cdot \theta(j)\right\} + c \cdot [\sum_{j=0}^{\infty} y(j) \cdot IR(j) - IR(0)]\} \quad (13A-24)$$

其一阶条件是

$$2 \cdot \text{Cov}\{\theta(j), \sum_{k=0}^{\infty} y(k) \cdot \theta(k)\} + c \cdot IR(j) = 0 \quad (13A-25)$$

以及原约束条件式(13A-23)。注意到式(13A-25)表示了一组方程，其中每一个都是针对某个特定的滞后期  $j$  的。为了求出拉格朗日乘子  $c$ ，我们在滞后期  $j$  对应的方程两边乘以权重  $y(j)$ ，然后将所有方程相加。于是协方差项变为

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{\infty} 2 \cdot y(j) \cdot \text{Cov}\{\theta(j), \sum_{k=0}^{\infty} y(k) \cdot \theta(k)\} \\ &= 2 \cdot \text{Var}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} y(k) \cdot \theta(k)\right\} = 2 \cdot (\omega^*)^2 \end{aligned} \quad (13A-26)$$

信息率项变为

$$\sum_{j=0}^{\infty} c \cdot y(j) \cdot IR(j) = c \cdot IR(0) \quad (13A-27)$$

综上所述，我们可以发现  $c$  即为

$$c = \frac{-2 \cdot (\omega^*)^2}{IR(0)} \quad (13A-28)$$

并且协方差关系（一阶条件）变为

$$\text{Cov}\{\theta(j), \theta^*(0)\} = \frac{(\omega^*)^2 \cdot IR(j)}{IR(0)} \quad (13A-29)$$

这里我们用记号  $\theta^*$  来表示混合策略的主动收益率。

在这个框架下，由于混合策略的风险更低，它比原始策略有更高的信息率。我们已经约束阿尔法为常数，故  $IR(0)$  与  $IR^*(0)$  的比值刚好是  $\omega^*$  与  $\omega$  的比值，因此我们可以将式 (13A-29) 改写为

$$\text{Cov}\{\theta(j), \theta^*(0)\} = \frac{\omega \cdot \omega^* \cdot IR(j)}{IR^*(0)} \quad (13A-30)$$

式 (13A-30) 很接近我们寻找的答案。现在我们获得了原始策略与最优混合策略之间的协方差结构。我们希望得到最优混合策略与其滞后策略之间的协方差结构。我们可以很容易地将它计算出来。滞后的最优策略的主动收益率为

$$\theta^*(k) = \sum_{j=0}^{\infty} y(j) \cdot \theta(j+k) \quad (13A-31)$$

我们可以计算  $\theta^*(k)$  与  $\theta^*(0)$  的协方差。利用式 (13A-30) 与  $IR^*(k)$  的定义，可以得到

$$\text{Cov}\{\theta^*(k), \theta^*(0)\} = \frac{(\omega^*)^2 \cdot IR^*(k)}{IR^*(0)} \quad (13A-32)$$

直接化简即为我们想要的结果：

$$\text{Corr}\{\theta^*(k), \theta^*(0)\} = \frac{IR^*(k)}{IR^*(0)} \quad (13A-33)$$

式 (13A-33) 表明：对于最优混合策略，随着滞后期  $k$  的增加，其滞后策略与当期策略的相关系数（主动收益率之间的）也随着滞后策略的信息率衰减。特别地，对于指定的滞后期，若信息率的衰减因子为  $\delta$ ，那么根据式 (13A-33)，我们构造的最优混合策略的滞后策略与当期策略主动收益率的相关系数也同样为  $\delta$ 。

式 (13A-33) 中的结果加上之前“混合策略的所有滞后组合都拥有相

同的风险”的结果（式（13A-9））使得我们可以直接验证式（13-4）。最优混合策略的当前头寸恰好是其乘以滞后期组合头寸的 $\gamma$ 倍，再加上当期策略的新生部分。我们可以验证该新生项与滞后期的混合策略互不相关。

### 不同时间尺度收益率与信号的相关系数

正文中我们提到：预测分值与收益率之间的相关系数依赖于投资时间尺度的选取。在那个例子中，我们假设信息的价值在每个时期以因子 $\delta$ 衰减。我们将在此推导该结果。我们用变量 $t$ 来度量投资时间尺度（即考察收益率的时间区间），它是几个长度为 $\Delta t$ 的时间单位之和。预测标准分值与未来每个 $\Delta t$ 时段上的收益率的相关系数按照因子 $\delta$ 指数衰减（随着 $\Delta t$ 时段由近及远）。我们的目标是计算预测分值对包含多个 $\Delta t$ 时段的区间 $[0, t]$ 上的收益率的预测效果。我们有

$$\text{Corr}[r(0, t), s(0)] = \frac{\text{Cov}[r(0, t), s(0)]}{\text{Std}[r(0, t)]} \quad (13A-34)$$

记得标准分值的标准差为1。我们可以将 $r(0, t)$ 展开为数个长度为 $\Delta t$ 的时段上的收益率之和：

$$\text{Corr}[r(0, t), s(0)] = \frac{\text{Cov} \left\{ \sum_{j=1}^{\frac{t}{\Delta t}} r[(j-1) \cdot \Delta t, j \cdot \Delta t], s(0) \right\}}{\text{Std} \left\{ \sum_{j=1}^{\frac{t}{\Delta t}} r[(j-1) \cdot \Delta t, j \cdot \Delta t] \right\}} \quad (13A-35)$$

利用衰减关系，同时假设不同时段上的收益率互不相关，那么式（13A-35）将简化为

$$\text{Corr}[r(0, t), s(0)] = \frac{IC \cdot \omega \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot (1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{\frac{t}{\Delta t}-1})}{\omega \cdot \sqrt{t}} \quad (13A-36)$$

我们可以对这个有限幂级数求和，得到

$$\text{Corr}[r(0, t), s(0)] = IC \cdot \sqrt{\frac{\Delta t}{t}} \cdot \frac{1 - \delta^{\frac{t}{\Delta t}}}{1 - \delta} \quad (13A-37)$$

这正是正文中的结果。

### 当期信号、历史信号以及历史收益率的最优组合

最后，我们将精细地讨论当期信号、历史信号以及历史收益率的最优

组合问题，我们会使用二元模型来构建基础概率结构。

假设我们每个月预测一次残差收益率，并且我们的预测对随后两个月的收益率都有预测效果。假设残差收益率的期望值是0，月度波动率是6%（对应20.78%的年化波动率）。在时期 $t$ 上，我们有

$$r(t) = \sum_{j=1}^{36} \theta_j(t) \quad (13A-38)$$

我们的预测具有零均值和4%的标准差：

$$\begin{aligned} g(t) &= \theta_1(t) + \theta_2(t) + \theta_3(t) + \theta_4(t+1) + \theta_5(t+1) \quad (13A-39) \\ &\quad + \eta_1(t) + \cdots + \eta_7(t) + \eta_1(t-1) + \cdots + \eta_4(t-1) \end{aligned}$$

预测值 $g(t)$ 在时期 $t$ 之初即可获得，它由四个部分组成：

- 有关当期收益率的3个信号： $\{\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)\}$ ；
- 有关下期收益率的两个信号： $\{\theta_4(t+1), \theta_5(t+1)\}$ ；
- 7个新生的噪声元素： $\{\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_7(t)\}$ ；
- 4个旧噪声的回声： $\{\eta_1(t-1), \eta_2(t-1), \dots, \eta_4(t-1)\}$ 。

当然，我们只能观察到上述四组变量的总和。

在对时期 $t$ 收益率的预测中，当期预测和上期预测都有效果。当期预测 $g(t)$ 与残差收益率 $r(t)$ 的协方差为3；上期预测 $g(t-1)$ 与残差收益率 $r(t)$ 的协方差为2； $g(t)$ 和 $g(t-1)$ 的协方差为5，这是因为它们共享一个信号元素和4个噪声元素。于是根据预测基本定律，我们有

$$E[r(t) | g(t), g(t-1)] = (0.1645) \cdot g(t) + (0.0736) \cdot g(t-1) \quad (13A-40)$$

上述修正预测与残差收益率的相关系数（即信息系数 $IC$ ）是0.1334。注意 $g(t)$ 本身的 $IC$ 是0.125， $g(t-1)$ 本身的 $IC$ 是0.0833。

事实上，我们可以通过添加一种已知信息来进一步改进上述预测（但改进幅度不大）：上期残差收益率 $r(t-1)$ 。 $g(t-1)$ 和 $r(t-1)$ 的协方差是3。在我们的模型中， $r(t-1)$ 与 $g(t)$ 或 $r(t)$ 不相关，因此 $r(t-1)$ 本身对于预测 $r(t)$ 没有直接作用。然而，当把 $r(t-1)$ 与 $g(t)$ 和 $g(t-1)$ 结合在一起时，它就变得有效了（哦～虽然效力微弱）。再次利用预测基本公式，我们得到

$$\begin{aligned}
 & E[r(t) | g(t), g(t-1), r(t-1)] \\
 & = (0.1641) \cdot g(t) + (0.0749) \cdot g(t-1) - (0.0062) \cdot r(t-1)
 \end{aligned} \tag{13A-41}$$

此时修正预测的  $IC$  略微提升至 0.1335。

如果预测信号的到达间隔短于信息的时间尺度，我们应该将旧的预测视为来自不同信息源的预测信号。过去实现的收益率也可以改进我们的预测。

### 练习

1. 请证明：任意混合策略的相关性结构都与我们为原始策略假设的相关性结构相同。也就是说，请证明

$$\text{Corr}\{\theta^*(j), \theta^*(k)\} = \rho^*(|j - k|)$$

2. 请证明“先行”经理与“追随”经理的最优组合将把我们引导向一个这样的混合策略：该混合策略与它的一阶滞后策略的（主动收益率之间的）相关系数刚好等于衰减因子  $\gamma$ 。



第四部分

## 策略实施

## 第 14 章

# 组合构建

### 14.1 导言

策略实施是将研究结果有效地转化为投资组合。策略实施并不光鲜，但却很重要。好的组合构建不能挽救糟糕的研究，但糟糕的组合构建会浪费好的研究。一位拥有杰出信息但漏洞百出的实施过程的经理也会功亏一篑。

策略实施包括组合构建——也就是本章的主题（某种意义上讲也是下一章的主题），以及交易执行——第 16 章的主题。本章中我们假设投资经理的投资限制（比如“禁止卖空”）是给定的，而在这些限制下构造最优组合。我们将使用标准的目标函数：最大化主动收益率与主动风险惩罚项之差。下一章将特别关注于“禁止卖空”这一限制及其意外的重大影响。本章中我们也把交易成本视为组合构建问题的一个输入参数。第 16 章将更多关注如何估计交易成本以及减少它的方法。

组合构建需要几个输入值：当前组合、阿尔法向量、协方差估计、交易成本估计以及主动风险厌恶水平。在这些输入值中，我们唯一能够精确确定的是当前组合。阿尔法、协方差以及交易成本的估计均包含误差。阿尔法向量常常是不合理的，并且可能具有未知的倾向性。协方差与交易成本都是带有噪声的估计；我们希望它们是无偏的，但是我们知道它们的测量并不准确。即使是风险厌恶水平也不是完全确定的。大多数主动投资经

理心中都有一个主动风险的目标水平，我们必须选择一个与之匹配的主动风险厌恶水平。

策略实施方案必须处理两个问题。第一，假定各项输入参数（阿尔法、协方差、主动风险厌恶水平以及交易成本）不含估计误差，我们应该选择怎样的组合？第二，当输入参数不合理或者包含噪声时，我们应该使用怎样的步骤来保证组合构建过程的稳健性？也就是说，如何使用完美的数据以及如何处理不完美的数据？

如何处理完美的数据是相对容易的。在没有交易成本的情况下，我们的目标是在各项约束条件（客户指定的对投资经理投资行为的限制）允许范围内最大化附加值。考虑交易成本会增加问题的难度。我们还要小心地比较在某一时点处产生的交易费用与在某一段上产生的收益率及风险。

本章将主要关注第二个问题——如何处理不完美的数据。组合构建中用到的许多方法，事实上都是间接处理噪声数据的方法。在这种观点下，我们希望通过直接处理不完美的或带有噪声的输入，来使组合构建更加有效。

本章要点包括：

- 好的策略实施，能够部分防范糟糕的研究。
- 利用阿尔法分析，可以把阿尔法调整到与经理所希望的风险控制以及期望的附加值一致的状态。
- 组合构建技术包括筛选、分层抽样、线性规划以及二次规划。在给定足够精确的风险估计的情况下，二次规划技术能最持续地创造高附加值。
- 对于大多数机构主动组合经理而言，使用标准差之外的其他风险度量来构造组合会大量增加所需付出的努力（以及犯错的概率），但是不会显著改善结果。
- 为多位客户管理独立账户的经理能够控制但不能消除离差。

让我们从最重要的输入（阿尔法）与输出（经过修正的组合）开始。

## 14.2 阿尔法与组合构建

如果有正确的阿尔法，那么主动管理似乎应该很容易，但是有时并非

如此。大多数主动投资经理在构建组合时，要遵守他与客户商定的某些投资约束条件。比如说，大多数机构组合经理不能持有空头头寸，并且会限制组合中现金的比例。其他经理可能会出于对流动性、关联交易等方面的考虑限制可投资资产的范围。这些限制可能会使组合不再有效，但它们往往是难以避免的。

投资经理也经常把他们自己的投资约束加入到投资过程中。投资经理可能要求组合对不同经济板块或行业保持中性，也可能为了保证主动头寸充分分散化而限制个股头寸，还可能限制任何基于基准收益率预测的头寸（即择时头寸）。经理们经常使用上述约束条件来增强组合构建流程的稳健性。

还有另外一种方法能够得到同样的最终组合：只需对输入值做简单调整。对任何一个非常复杂（带有多个约束条件）的组合优化过程，我们总能通过调整输入值将它转化为一个简单的无约束均值/方差优化过程。具体而言，如果原优化过程的最优解为  $h_{PA}^*$ （主动头寸），对应主动风险为  $\psi_p^*$ ，对应先验信息率为  $IR$ ，那么调整后的阿尔法向量及风险厌恶系数由式（14-1）给出<sup>⊖</sup>：

$$\alpha' = \left( \frac{IR}{\psi_p^*} \right) \cdot V \cdot h_{PA}^* \quad (14-1)$$

及

$$\lambda'_A = \frac{IR}{2 \cdot \psi_p^*} \quad (14-2)$$

表 14-1 展示了 1992 年 12 月的主要市场指数（MMI）成分股的相关结果。我们给每只股票都赋予一个阿尔法（在这个例子中是随机选择的），并且在主动风险厌恶系数选用 0.0833 的情况下，首先进行一次风险调整主动收益率（相对于主要市场指数）的无约束优化过程。表 14-1 展示了最优化的结果。无约束最优组合将卖空 American Express 以及 Coca-Cola，并且将

<sup>⊖</sup> 这个等价的简单优化问题的目标是最大化  $h_{PA}^T \cdot \alpha' - \lambda'_A \cdot h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA}$ 。其一阶条件是  $\alpha' = 2 \cdot \lambda'_A \cdot V \cdot h_{PA}$ 。式（14-1）与式（14-2）保证了原优化问题的最优解  $h_{PA}^*$  会满足新优化问题的一阶条件。注意到：我们的组合构建过程明确地关注于主动收益率与主动风险，而不是残差收益率与残差风险。在不进行基准择时的情况下，这二者是一样的。

组合权重中大约 18% 投资于 MMM。然后我们再增加约束条件：我们不允许卖空交易，并且要求组合头寸至多超过基准组合头寸 5%（按权重计算）。约束优化的结果也在表 14-1 中展示出来了。最优组合将完全不持有 American Express 和 Coca-Cola，并且在 MMM 上的头寸刚好比基准头寸高 5%。其他头寸也相应调整。

表 14-1 (%)

股票名称	指 数 权 量	阿 尔 法	最 优 头 寸	带 约 束 的 最 优 头 寸	修 正 阿 尔 法
美国邮政	2.28	-3.44	-0.54	0.00	-1.14
美国电话电报公司	4.68	1.38	6.39	6.18	0.30
雪佛龙	6.37	0.56	7.41	7.05	0.11
可口可乐	3.84	-2.93	-2.22	0.00	-0.78
迪士尼	3.94	1.77	5.79	5.85	0.60
陶氏化学	5.25	0.36	5.78	6.07	0.22
杜邦	4.32	-1.50	1.54	1.67	-0.65
伊士曼柯达	3.72	0.81	4.07	4.22	0.14
埃克森美孚	5.60	-0.10	4.57	4.39	-0.19
通用电气	7.84	-2.80	0.53	0.92	-1.10
通用汽车	2.96	-2.50	1.93	1.96	-0.52
美国国际商用机器公司	4.62	-2.44	3.24	3.54	-0.51
国际纸业	6.11	-0.37	5.73	6.15	0.01
强生公司	4.63	2.34	7.67	7.71	0.66
麦当劳	4.47	0.86	5.07	4.98	0.14
默克公司	3.98	0.80	4.72	4.78	0.20
明尼苏达矿业及制造业公司	9.23	3.98	17.95	14.23	0.91
菲利普莫里斯	7.07	0.71	7.82	7.81	0.12
宝洁公司	4.92	1.83	6.99	6.96	0.44
西尔斯	4.17	0.69	5.57	5.54	0.35

这个带约束的优化问题（在结果上）等价于使用同样的风险厌恶系数 0.0833 和修正阿尔法（即表 14-1 最后一列）的无约束优化问题。我们可以利用式 (14-1) 与式 (14-2) 来推导上述结果。由于约束条件将最优组合推向基准组合，于是正如我们所预期的那样，修正阿尔法被拉回到相对于原始阿尔法更靠近 0 的位置。原始阿尔法的标准差为 2%，而修正阿尔法

的标准差为 0.57%。

无论多么复杂的组合构建流程，我们总可以用首先调整阿尔法，然后进行简单的无约束均值/方差优化的流程来替代它。

这不是对复杂的组合构建流程的反对，而是引导我们思考引入这些复杂性的原因。如果组合构建流程的设计部分为了防范不现实或者不合理的输入，那么也许我们可以通过直接处理来获得更好的效果。我们可以对阿尔法进行精炼（预处理），或者设计具有明确的“输入缓冲器”功能的组合构建流程。下一节将讨论阿尔法的预处理。

### 14.3 阿尔法分析

如果能保证我们的阿尔法与我们的信念以及目标是一致的，那么就可以极大地简化实施过程。现在我们将概述一些能够简化实施过程的精炼阿尔法的方法，并明确地将每种阿尔法精炼操作与相应最优组合的属性联系起来。我们的讨论将从量级调整以及剔除异常值这两种标准的数据筛选过程<sup>⊖</sup>开始。

#### 阿尔法的量级调整

阿尔法有一个自然的结构，即第 10 章中提到的预测经验法则： $\alpha = \text{波动率} \cdot IC \cdot \text{标准分值}$ 。这个结构中包括了阿尔法的自然量级。我将一组阿尔法的信息系数（IC）与残差风险（波动率）近似地视为常数，而标准分值的均值为 0，标准差为 1。因此阿尔法的均值应该是零，并且其标准差（或者量级）为  $\text{Std}|\alpha| \sim \text{波动率} \cdot IC^{\ominus}$ 。根据 0.05 的信息系数以及一个典型的 30% 的残差风险可以计算得出阿尔法的量级为 1.5%。在这种情况下，

- ⊖ 由于量级调整和异常值剔除的简单性，我们首先讨论它们。然而，当我们实施阿尔法分析时，量级调整和异常值剔除通常被放在流程的最后一步。
- ⊖ 有一种利用信息率而不是信息系数来确定正确的阿尔法量级的相关方法。这种方法首先根据原始阿尔法向量计算隐含信息率；如果数值异常，则对原始阿尔法向量进行量级调整以使其隐含信息率与先验信息率相符合。阿尔法向量的隐含信息率是  $IR_0 = \sqrt{\alpha^T \cdot V^{-1} \cdot \alpha}$ 。我们可以通过一次无现金头寸约束、无资产头寸约束且主动风险厌恶系数为 0.5 的优化过程来快速计算出  $IR_0$ 。最优主动组合是  $\alpha_{PA}^* = V^{-1} \cdot \alpha$ ，并且最优组合的阿尔法是  $(IR_0)^2$ 。如果 IR 是先验信息率，那么我们可以按照系数  $(IR/IR_0)$  这一比例来调整阿尔法的量级。

阿尔法的均值为 0，并且大约 2/3 的股票的阿尔法都在 ( -1.5% ) ~ ( +1.5% ) 之间，大约有 5% 的股票的阿尔法比 3% 高或者比 -3% 低。在表 14-1 中，原始阿尔法值的标准差为 2%，而修正阿尔法值的标准差为 0.57%。这表明例子中的限制条件实际上将  $IC$  缩减了 72%<sup>⊖</sup>，一个显著的缩减量。明确地注意到这点而不是任其隐藏于优化器的众多限制条件中，是一件有价值的事情。

阿尔法的量级调整取决于投资经理的信息系数。如果组合构建中的阿尔法输入值不具有合适的量级，那么应该重新调整它的量级。

### 剔除阿尔法离群值

对于阿尔法的第二个精炼步骤就是剔除极端值。极大的正阿尔法或者负阿尔法都会有不当影响。需要仔细检查所有阿尔法偏离均值 3 个标准差之外的股票。详细分析可以证明：这些阿尔法离群值中，有些是有疑问的数据导致的，应被忽略（设为 0），其他则是真实的样本，应该把它们的阿尔法拉回到 3 个标准差处。

第二种也是更极端的消除阿尔法异常值的方法是强制地将原始阿尔法输入值变换为一组正态分布数值<sup>⊖</sup>，使业绩基准阿尔法等于 0 并且满足需要的量级。这种方法的极端性体现在它仅利用了阿尔法中的顺序信息，而忽略了阿尔法差异的程度。在这个变换之后，你必须重新检查业绩基准的阿尔法中性以及阿尔法的量级。

### 中性化

在量级调整以及剔除极端值之后，我们还可以从阿尔法中剔除倾向性或者不希望的赌注。我们把这个过程称为“中性化”。这个过程显然会对

<sup>⊖</sup> 原著中为 62%，疑为打印错误，正确结果应为 71.5%。——译者注

假设  $h_{B,n}$  是资产  $n$  的基准权重。为了简便，假设资产是如此排列，使得： $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3$ ，以此类推。然后定义  $p_1 = 0.5 \cdot h_{B,1}$ ，并且对于  $n \geq 2$ ， $p_n = p_{n-1} + 0.5 \cdot (h_{B,n-1} + h_{B,n})$ ，于是我们有  $0 < p_1 < p_2 < \dots < p_{N-1} < p_N < 1$ 。之后，找到满足  $p_n = \Phi(z_n)$  的正态变量  $z_n$ ，其中  $\Phi$  是正态分布累积概率函数。再经过对位置和量级的调整，我们就可以把  $z$  变量当作阿尔法。

阿尔法以及组合都具有影响。

基准中性化意味着基准具有零阿尔法。如果根据原始阿尔法向量计算出基准组合具有非零的阿尔法，那么中性化过程将平移原始阿尔法以使基准组合的阿尔法等于零。从组合角度出发，基准中性化意味着最优组合的贝塔为1；也就是说，最优组合不会在基准上下赌注。

“中性化”是一个复杂的过程，它的定义不唯一。技术附录中我们将展示，基准中性化可以由多种方法实现。从组合角度来看这是容易理解的：我们可以选择不同的组合来对冲主动贝塔。

作为一般性原则，我们应对怎样进行阿尔法中性化有一个先验的判断。我们可以选择的中性化操作包括基准、现金、行业以及因子中性化。我们的阿尔法包含能够判断不同行业前景的信息吗？如果没有，那么我们应该实施行业中性化。这种先验的方法比简单地尝试所有可能性并选择表现最优的方法更有效。

### 基准中性和现金中性的阿尔法

对阿尔法进行基准中性化是第一种也是最简单的一种中性化操作。根据定义，基准组合应具有零阿尔法（即使它的超常收益率实现值可能不等于零）。将基准阿尔法设置为零，确保阿尔法的基准中性，避免基准择时。

同理，我们也希望阿尔法是现金中性的；也就是说，阿尔法不会导致任何主动现金头寸。同时实现阿尔法的基准中性和现金中性是可能的（请参见技术附录的练习11）。

表14-2展示了表14-1中的修正阿尔法以及对它们进行基准中性化处理后的结果。在这个例子中，基准阿尔法仅为1.6个基点，因此从每个修正阿尔法中减去 $\beta_a \cdot \alpha_a$ 并不会改变阿尔法很多。经过调整，我们将基准“主要市场指数”的阿尔法从1.6个基点平移到0。在基准中性化操作中，阿尔法的变动很小，这与基准中性化前最优组合的贝塔非常接近于1的事实是一致的。

表 14-2

股 票	贝 塔	修正阿尔法 (%)	基准中性修正 阿尔法 (%)
美国邮政	1.21	-1.14	-1.16
美国电话电报公司	0.96	0.30	0.29
雪佛龙	0.46	0.11	0.10
可口可乐	0.96	-0.78	-0.79
迪士尼	1.23	0.60	0.58
陶氏化学	1.13	0.22	0.20
杜邦	1.09	-0.65	-0.67
伊士曼柯达	0.60	0.14	0.13
埃克森美孚	0.46	-0.19	-0.20
通用电气	1.30	-1.10	-1.12
通用汽车	0.90	-0.52	-0.53
美国国际商用机器公司	0.64	-0.51	-0.52
国际纸业	1.18	0.01	-0.01
强生公司	1.13	0.66	0.64
麦当劳	1.06	0.14	0.12
默克公司	1.06	0.20	0.18
明尼苏达矿业及制造业公司	0.74	0.91	0.90
菲利普莫里斯	0.94	0.12	0.10
宝洁公司	1.00	0.44	0.42
西尔斯	1.05	0.35	0.33

### 风险因子中性的阿尔法

组合分析的多因子方法将收益率沿着几个维度进行了分解。在投资经理眼中，每个维度要么是一个风险来源，要么是一个附加值来源。根据这个定义，经理并没有预测风险因子的能力。因此，他应该对阿尔法进行风险因子中性化。中性化的阿尔法仅包括经理可以预测的因子的信息以及资产的特异信息。经过中性化处理，每个风险因子的阿尔法都将为0。

举例而言，一位经理可以使他的组合不对行业因子或规模因子下任何赌注。以下是一个使阿尔法变为行业中性的简单方法：计算每个行业的

(市值加权)阿尔法，然后从每只股票的阿尔法中减去所在行业的阿尔法。

技术附录展示了一个在多因子模型框架下的更加详细的阿尔法分析方法。我们可以修正阿尔法来得到我们期望的主动共同因子头寸，并分离出阿尔法中不影响主动共同因子头寸的那部分。

## 14.4 交易成本

到现在为止，我们只是在阿尔法与主动风险之间做权衡。傻子都能玩转两只橡皮鸡。一旦加入第三只橡皮鸡，情况就变得复杂了。在组合构建中，第三只橡皮鸡就是交易成本——从一个组合调整到另一个组合所花费的成本。有人曾说，准确估计交易成本与准确预测超额收益率一样重要。这是有些夸大<sup>Θ</sup>，但它确实指出了交易成本扮演的重要角色。

交易成本除了会使得组合构建问题变得复杂，还有其特殊内在的困难。我们会看到，交易成本的存在要求我们在预测阿尔法时达到更高的准确度。我们还将面对一个棘手的问题：如何权衡在某一时点产生的交易成本与在一个投资期上产生的收益率及风险？更困难的问题包括什么决定交易成本，如何衡量交易成本，以及如何避免交易成本等，我们将推迟到第16章中讨论这些问题。

在组合构建流程中，当我们仅考虑阿尔法和主动风险时，可以通过提高或降低主动风险厌恶水平来抵消任何关于阿尔法量级的问题。找到阿尔法与主动风险的正确权衡是一个一维问题。通过转动单一旋钮，我们很容易找到正确的平衡。而交易成本使这个问题变为一个二维问题。阿尔法与主动风险之间的权衡依然存在，但现在还有一个新的阿尔法与交易成本之间的权衡。因此我们在调整阿尔法量级的时候一定要精确，这样才能在假想的阿尔法与必然的交易成本之间作出正确的权衡。

组合构建的目标是最大化风险调整后年化主动收益率。组合再平衡操作会在调整时点产生交易成本。为了比较在该时点产生的交易成本和下一年的阿尔法与主动风险预期值，我们需要一种将交易成本摊销到下一年各

<sup>Θ</sup> 关于收益率的完美信息比关于交易成本的完美信息的价值大得多。收益率的确定性比交易成本的确定性低得多，因此准确的收益率估计对不确定性的降低幅度远远大于准确的交易成本估计。

个时段上的准则。我们必须摊销交易成本，以便将它们与从阿尔法中获得的年化收益率以及从主动风险中折算出的年化损失率相比较。摊销率取决于预期持有时间。

下面一个例子将很好地说明这点。我们假设存在完美的确定性，并且无风险收益率等于零；我们将从现金开始和并以现金结束。设股票1的现价是100美元。在接下来的6个月中，股票1的价格将上升至102美元，并且保持在102美元这一水平上。股票2的现价也是100美元。在接下来的24个月中，股票2的价格将上升至108美元，并且保持在108美元这一水平上。买卖这两只股票的成本均为0.75美元。可见股票1和股票2的年化阿尔法均为4%。为了更清晰地比较这两种情形，假设从现在算起6个月时、12个月时以及18个月时我们均可以发现与股票1相似的另一只股票。

若不计交易成本，则对股票1及其继承者每次6个月的持有期将产生每次2.00美元的收益。由于在第0个月、第6个月、第12个月、第18个月及第24个月时分别存在0.75美元、1.5美元、1.5美元、1.5美元以及0.75美元的交易成本（记得我们从现金开始和也从现金结束交易）。总交易成本是6美元，持有股票产生的收益是8美元，于是在两年内我们的净收益是2美元，并且年化收益率是1%。

对于股票2，在两年内我们会在第0个月以及第24个月分别产生0.75美元的交易成本。因此总交易成本是1.5美元，持有股票产生的收益是8美元，净利润是6.5美元，年化收益率是3.25%。

对于股票1的一系列交易，我们实现了4%的年化阿尔法以及3%的年化交易成本。对于股票2的一次交易，我们实现了4%的年化阿尔法以及0.75%的年化交易成本。当持有期是6个月时，年化交易成本是双向交易成本的2倍；当持有期是24个月时，年化交易成本是双向交易成本的一半。下面是一条一般性规律：

**年化交易成本是双向交易成本除以持有年数。**

第16章“交易成本、换手率和交易”将处理关于估计以及控制交易成本的问题。在本章剩下部分，我们将假设我们知道每笔计划进行的交易的成本。

## 14.5 实践细节

在将我们对于组合构建的分析继续向前推进之前，我们应该回顾一些关于这个过程的实践细节。首先，我们应该如何选择风险厌恶系数？

我们在第5章简单地讨论过这个问题。在那里，我们发现了一个信息率、风险厌恶系数以及最优残差风险之间的相互依赖关系。我们将该结果中的残差收益率和残差风险替换为主动收益率和主动风险，重新写成如下形式：

$$\lambda_A = \frac{IR}{2 \cdot \psi_p} \quad (14-3)$$

基本想法是：我们对于自己的信息率以及目标主动风险水平有更多直觉。因此，我们可以利用式(14-3)来推出一个合适的风险厌恶系数。如果我们的信息率是0.5，并且我们希望承担5%的主动风险，那么我们应该选择一个0.05的主动风险厌恶系数。注意式(14-3)中的主动风险是百分数而非小数，所以在使用时我们必须小心确认我们的优化器到底采用了哪一种单位。

第二个实践细节关注于特异风险与共同因子风险的差异。多种商用投资组合优化器都实现了对这两种风险的分解，以允许投资者对它们采用不同的风险厌恶系数<sup>⊖</sup>：

$$U = \alpha_p - (\lambda_{A,CF} \cdot \psi_{P,CF}^2 + \lambda_{A,SP} \cdot \psi_{P,SP}^2) \quad (14-4)$$

对此，我们的第一反应是：“风险就是风险，为什么我对某个来源的风险的规避意愿要强于对另一个来源的呢？”这个直觉是应该记住的，但至少有两个理由支持我们在某些特殊情况下对特异风险采用更高的风险厌恶系数。首先，由于特异风险源于对特定资产下的赌注，对特异风险采用更高的厌恶系数会减少在任意单只股票上的赌注。特别地，这会减少你在（将被证明的）表现最差的股票上的赌注规模。其次，对管理多个组合的经理而言，对特异风险的厌恶可以帮助他们减少离差。这会推动所有组合持有相同的股票。

---

<sup>⊖</sup> 式(14-4)中，下标A代表主动(active)、CF代表共同因子(common factor)、SP代表特异(specific)。——译者注

我们要讨论的最后一个实践细节是关于阿尔法覆盖的。首先，如果我们对某只股票有预测，但它不在业绩基准中，该怎么办？我们总可以通过将业绩基准扩大至包含那些股票（尽管那些股票的权重是0）来处理这个问题。这使得股票 $n$ 存在于业绩基准中，但是在计算业绩基准的收益率或者风险时，它不会产生任何影响。股票 $n$ 的任何头寸都是主动头寸，这样就正确地处理了它的主动风险。

与之对称的一个问题是：如果我们没有对某只股票收益率的预测，但它却在业绩基准中，又该如何处理呢？第11章提出了一个根据一些因子的阿尔法来推断出另一些因子的阿尔法的复杂方法。在这里，我们可以应用类似的方法。对于股票层面的阿尔法，我们还可以运用以下方法：

令 $N_1$ 表示带有预测值的股票集合， $N_0$ 表示不带有预测值的股票集合。带有预测值的股票的价值加权占比是

$$H|N_1| = \sum_{n \in N_1} h_{s,n} \quad (14-5)$$

集合 $N_1$ 的平均阿尔法是

$$\alpha|N_1| = \frac{\sum_{n \in N_1} h_{s,n} \cdot \alpha_n}{H|N_1|} \quad (14-6)$$

为了使得预测值的集合覆盖全部股票，我们定义：对于 $N_1$ 中的股票， $\alpha_n^* = \alpha_n - \alpha|N_1|$ ；对于 $N_0$ 中的股票， $\alpha_n^* = 0$ 。容易证明，新的这组阿尔法是业绩基准中性的。另外，原来没有被覆盖的股票的预测值被设为零，这是一个中性的预测。

## 14.6 组合调整

你应该多频繁地调整你的组合呢？简洁的答案是：每当你收到新信息的时候。如果一位经理知道该怎样对预期主动收益率、主动风险以及交易成本进行正确权衡，那么频繁的组合调整就不会是一个问题。如果投资经理也有人性的弱点，不能确定自己是否能够正确地权衡阿尔法、主动风险以及交易成本，那么该经理应该通过降低组合调整的频率来保护自己。

考虑一位不幸的投资经理，他低估了交易成本，频繁而大幅度地改变其阿尔法估计值，并且每天都调整他的组合。这位经理付出了高于预期的

交易成本，而实现的阿尔法却低于预期。一种简易而有效的拯救方案就是降低组合调整的频率。

更一般地，即使我们能精确地估计交易成本，我们还需应对另一个问题：随着阿尔法预测值时间尺度的缩短，阿尔法中包含的噪声越来越多。资产收益率自身也随着时间尺度的缩短而带有更多噪声。在非常短的时间尺度上进行的组合再平衡往往是对噪声而非信号的反应。然而，不论我们是对信号还是对噪声作出反应，交易成本都是一样的。

阿尔法、风险以及交易成本之间的权衡由于各自内在时间尺度的原因而变得很难分析。我们希望在某个时间尺度上实现阿尔法和风险。因此，我们必须在这个时间尺度上摊销在某个时点上产生的交易成本。

我们可以通过边际分析来捕获新信息的影响，并决定是否进行交易，具体方法是：比较股票  $n$  对附加值的边际贡献  $MCVA_n$  与其交易成本的大小。一只股票对附加值的边际贡献反映了当该股票头寸增加（同时现金头寸等值减少）时，附加值（定义为风险调整阿尔法）的边际变动。当我们增加对股票  $n$  的持有权重时， $\alpha_n$  度量了其对于组合阿尔法的影响。附加值的变化也依赖于增加股票  $n$  的头寸对于组合主动风险的（边际）影响。股票的主动风险的边际贡献  $MCAR_n$ ，衡量了当我们增加股票  $n$  的权重时，主动风险是以怎样的速度变化的。主动风险水平变化带来的附加值损失与  $MCAR_n$  成比例。股票  $n$  对附加值的边际贡献依赖于它的阿尔法以及对于主动风险的边际贡献：

$$MCVA_n = \alpha_n - 2 \cdot \lambda_A \cdot \psi \cdot MCAR_n \quad (14-7)$$

令  $PC_n$  为股票  $n$  的买入成本（purchase cost）， $SC_n$  为股票  $n$  的卖出成本（sales cost）。为了更好地进行描述，我们取  $PC_n = 0.50\%$ ， $SC_n = 0.75\%$ 。如果当前组合是最优的<sup>②</sup>，那么股票  $n$  对附加值的边际贡献应该低于其购入成本。因为如果股票  $n$  对附加值的边际贡献超过了它的购入成本，例如  $0.80\%$ ，那么增加一单位股票  $n$  会带来正的净增益： $0.80\% - 0.50\% = 0.3\%$ 。同理，股票对附加值的边际贡献也必须高于其卖出成本的相反数。

---

<sup>②</sup> 我们假设没有对于持有头寸的限制，没有对于现金头寸的限制，也没有其他额外的限制。精致分析的狂热爱好者也许更愿意研究带有上述各种约束的情形，这时整个分析将变得极其复杂，但究其本质并没有什么不同。

如果股票  $n$  对附加值的边际贡献是  $-1.30\%$ ，那么我们可以通过减少股票  $n$  的头寸挽回  $1.30\%$  的边际收益。这样做的成本是  $0.75\%$  的交易成本，净增益为  $1.30\% - 0.75\% = 0.55\%$ 。

上述观察使我们能够为每只股票的阿尔法指定一个区间。只要股票的阿尔法保持在那个区间内，组合就依然是最优的，此时我们不应对新信息作出反应。区间宽度是卖出成本与买入成本之和，在本例中是  $0.50\% + 0.75\% = 1.25\%$ 。如果我们刚刚购买了一只股票，则它对附加值的边际贡献应该恰等于它的买入成本，也就是说其阿尔法正处于阿尔法区间的上限。此时，阿尔法的任何一点增加都会导致更多的买入。并且只有当阿尔法从当前水平下降  $1.25\%$  时，我们才会考虑卖出该股票。在新信息到达之前的情形是

$$-SC_n \leq MCV\alpha_n \leq PC_n \quad (14-8)$$

或者利用式 (14-7) 将式 (14-8) 改写为

$$2 \cdot \lambda_A \cdot \psi \cdot MCAR_n - SC_n \leq \alpha_n \leq PC_n + 2 \cdot \lambda_A \cdot \psi \cdot MCAR_n \quad (14-9)$$

上述分析中，我们通过将复杂的交易成本产生过程封装进成本  $SC$  和  $PC$  这两个参数，从而大幅简化了问题。为了全面地处理何时进行组合再平衡的问题，我们需要在时间路径上对阿尔法、风险和成本之间的交互作用进行动态分析。对于一只或两只资产情形的一般处理昭示了一些有用的结果。

Leland (1996) 解决了以下资产配置问题：给定一个最优股票/债券比例，应该如何围绕它进行持续的组合再平衡。我们假设最优股票/债券比例是  $60/40$ 。假设交易成本是线性的，并且效用函数惩罚（相对于最优配置的）主动方差以及时间路径上的交易成本，Leland 证明了最优策略中涉及一个在  $60/40$  配置比例附近的无交易区域。如果组合运动到该区域之外，那么最优策略将启动交易以使股票/债券比例回到区域边界处。仅交易回边界而不是目标配置比例将使换手率以及交易成本减少一半，同时不会显著影响时间路径上的风险。“无交易区域”的宽度取决于交易成本、风险厌恶水平以及股票与债券的预期收益率与风险。很显然，改变无交易区域的宽度会改变策略的换手率。

上述结果讨论的是一个比我们的一般主动组合管理问题简单得多的问

题：它是一个一维的问题，并且不涉及对信息流的利用（目标配置比例是静态的）。即便如此，它依然足以激发我们采用由触发规则（例如当组合漂移到某个区域之外）而不是固定频率（例如月度或季度的再平衡）驱动的再平衡规则。

另一种处理上述动态问题的方法利用了第13章中的信息时间尺度分析。这里我们应用类似式(14-9)的交易规则于动态交易单一头寸的情形，交易时期不确定<sup>②</sup>，我们对具有不同信息时间尺度的信息进行了测试。图14-1展示了交易成本后信息率作为(单向)交易成本与信号半衰期的二元函数是如何衰减的。有两种效应在起作用。首先，只要进行交易，我们就要支付成本。第二，也是更加微妙的一点，交易成本的存在使得我们不再那么急切；我们由于害怕交易成本而失去一部分收益。

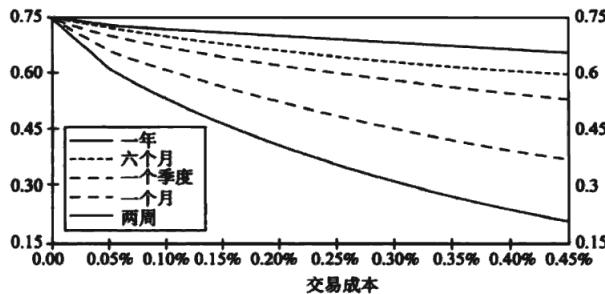


图 14-1 不同半衰期下的成本后信息率

## 14.7 组合构建的技术

有多少位投资经理，就有多少种组合构建技术。每位经理都增加了一些自己独特的方法。虽然组合构建技术具有强烈的个性化本质，但绝大多数机构投资者的组合构建流程都可划入以下四个类别：<sup>③</sup>

- ② 这种情形涉及一个美妙的对称。传统的组合优化通常在单时期分析框架下考虑多资产情形；而在这里，我们是在多时期框架下考虑单资产(头寸)情形。
- ③ 我们回顾的几种技术能够成功地处理包含1 000只资产的组合的月度或季度频率调整，也能够应对国际投资中涵盖超过10 000只资产的资产空间。之后我们还将讨论非线性规划以及随机优化，这两种资产配置方法的应用一般限于资产类别较少(少于25只)并且投资期较长的情形。

- 筛选法 (screens)；
- 分层法 (stratification)；
- 线性规划 (linear programming)；
- 二次规划 (quadratic programming)。

在深入讨论这些流程之前，我们应该首先回顾我们的标准。我们希望获得高阿尔法、低主动风险以及低交易成本。我们用附加值与交易成本之差衡量结果的优劣：

$$\sigma_p - \lambda_A \cdot \psi_p^2 - TC \quad (14-10)$$

我们将看到上述四种流程分别是如何处理组合构建中的这三个部分（阿尔法、主动风险以及交易成本）的。

### 筛选法

筛选法很简单。下面是利用筛选法构建组合的一个完整示例：

1. 根据阿尔法对股票进行排序。
2. 选择前 50 只股票（举例而言）。
3. 用这些股票构建等权重（或市值加权）组合。

我们也可以用筛选法进行头寸调整。假设我们有 200 只股票的阿尔法（跟踪列表）。我们将这些股票按阿尔法顺序划分为 3 类：前 40 只、中间 60 只以及最后 100 只。把前 40 只股票放到“推荐买入”列表中，把最后 100 只股票放入“推荐卖出”列表中，把中间 60 只股票放到“持有”列表中。从当前的持有 50 只股票的组合开始，买入任意在“推荐买入”列表中但不在组合中的股票；然后卖出任意在“推荐卖出”列表中且在组合中的股票。我们可以调整数字 40、60 以及 100 来改变换手率。

筛选法有几个吸引人的特征。它的简单性使之富有魅力。筛选法易于理解，且其原因（是否进入“买入”列表或“卖出”列表或“持有”列表）与结果（是否进入投资组合）之间有清晰的联系。筛选法也易于程序化；它就是传说中那个只需两天就能完成的软件项目！筛选法也是稳健的。注意到它只依赖于排序。正向或负向的离群阿尔法值并不会影响结果。

筛选法通过将组合聚焦于高阿尔法股票上而增强了组合的阿尔法。它

通过包含足够多数量的股票（在本例中是 50 只）并在它们之间分配权重（以防止重仓个别股票）来控制风险。通过调整“买入”“卖出”和“持有”列表中的股票数量，我们还可以改变组合的换手率，进而控制交易成本。

筛选法也有几个缺点。它忽略了阿尔法中除了排序之外的信息，它也不能避免阿尔法中各种系统性偏差的影响。如果公共事业股票的阿尔法排序碰巧都偏低，那么组合中将不会包含任何公共事业股票。筛选法的风险控制充其量也就是零散的。在我们的咨询经历中，我们遇到过许多以筛选法构建的，风险远高于投资经理想象的投资组合。虽然筛选法有这些明显的缺点，但它依然是一项很受欢迎的组合构建技术。

### 分层法

分层法是升级版的筛选法。术语“分层”来自统计学。在统计学中，分层法把样本总体分割成互不重叠的样本集，并按规定的比例从不同样本集中抽取样本，以保证抽出的样本能够代表总体，这样就能够避免样本偏差的问题。这个术语在组合构建中的使用非常随意。当一位组合经理说他使用了分层抽样时，他是希望听众①能够对他印象深刻；②不要再继续追问下去。

分层法的关键在于将跟踪的股票分成不同类别。这些类别一般是互斥的。基本思想就是确保组合在每个类别中都持有规定比例的头寸，以此实现风险控制。举一个典型的例子，假设我们将股票分成了 10 个经济板块，并且在每个板块中将股票按照规模再次进行分类：大盘、中盘、小盘。因此，我们也根据经济板块以及规模将所有股票分成了 30 类。我们也知道业绩基准组合在其中每一类上的配置权重。

为了构造投资组合，我们在每个类别中分别应用筛选法的流程。我们根据阿尔法对同一类别内的股票进行排序，然后将股票放入该类别的“推荐买入”、“推荐卖出”或者“持有”列表中。我们为这三种列表选取合适的长度（股票数目）以保证组合换手率是合理的。然后我们对每只股票进行赋权，以使组合在每个类别中的权重等于业绩基准在相应类别中的权重。分层法保证了投资组合在选定的重要维度上与业绩基准保持一致。

分层法具有筛选法的各项优点，并且还有更多的好处。它是稳健的。基于筛选法改进而来的分层法可以有效规避股票类别维度上的阿尔法偏差的影响<sup>⊖</sup>。分层法是相对透明的，并且易于编程实现。它在控制换手率方面拥有与筛选法一样的机制。

分层法也保留了筛选法的一些缺点。它忽略了一些信息，并且完全不考虑适度超配一个类别同时低配另一个类别的可能性。此外，关于如何选择划分股票类别的维度这个问题，少有系统的支持性研究，因此分层法的风险控制实质上是较为初级的。如果划分类别的维度选择正确，那么风险控制将是合理的。如果一些重要的风险维度被忽略了，那么风险控制也会失效。

### 线性规划

线性规划（linear program, LP）是空间时代的分层法。线性规划方法<sup>⊖</sup>沿着不同的风险维度——如行业、规模、波动率以及贝塔等——来描述股票的特征。线性规划不要求这些维度相互独立，也不要求它们互斥地对股票进行分类。我们可以使用全部维度来描述所有股票，然后线性规划会尝试构造出一个合适的组合，它在所有用于风险控制的维度都合理地逼近业绩基准组合。

线性规划是灵活的，我们可以在目标函数中加入明确的交易成本项，并且添加以下约束：换手率约束、个股头寸的上下限。线性规划的目标是最大化组合阿尔法与交易成本之差，同时尽可能在风险控制维度上接近于基准组合。

线性规划将所有关于阿尔法的信息都纳入考虑，并通过保持组合的各项特征充分接近于业绩基准的各项特征来控制风险。然而，线性规划在构造包含指定数目股票的投资组合时会遇到困难。并且，用于风险控制的特征维度不应与产生阿尔法的特征维度重叠。例如，如果阿尔法有时引导组

<sup>⊖</sup> 例如在上例中，按经济板块、大中小盘维度进行股票类别划分的分层法，就可以使组合在经济板块和规模维度上保持中性（与业绩基准一致），从而避免阿尔法输入值在这两个维度上的偏差对组合的影响。——译者注

<sup>⊖</sup> 线性规划是很多组合管理应用中的有用工具。这里所描述的应用只是其中一个。

合向小盘股倾斜，有时引导组合向大盘股倾斜，那么你就不应该在“规模”维度上控制风险。

## 二次规划

二次规划（quadratic programming, QP）是组合构建技术中的顶点<sup>①</sup>。二次规划明确考虑了我们评判组合优劣的三项指标中的每一项：阿尔法、风险以及交易成本。除此之外，由于二次规划包含了线性规划作为其特殊情形，它可以包含所有在线性规划中使用的限制条件。如此看来，二次规划应该是最完美的组合构建技术。然而，没有什么是完美的。

本章的主题之一是处理并非完美的数据。二次规划需要的输入值数量远远多于其他组合构建技术。更多的输入值就意味着更多的噪声。明确考虑风险所带来的好处是否会多于带入新噪声引起的弊端呢？一个含有 500 只股票的选股空间将需要 500 个波动率估计值以及 124 750 个相关系数估计值<sup>②</sup>。这其中有许多机会犯错。对于“垃圾进，垃圾出”的害怕使一些投资经理打消了使用二次规划的念头。

这样的害怕是有理由的。不能精确地估计相关系数，将给估计组合整体风险带来不便。不过在多数情况下，估计误差会相互抵消，因此上述问题对组合整体风险估计的影响不太大。上述问题的主要影响出现在二次规划这类高强度的优化流程中。在优化流程中，被选出的组合通常具有较低的主动风险（暂不考虑其他方面的优势）。由于优化器尝试去降低最优组合的主动风险，它将利用在现实中不存在、但出现在有噪声的协方差估计中的机会。

下面的例子能够说明这一点。假设我们考虑一个现金与市场之间的权衡。令  $\zeta$  为市场的真实波动率， $\sigma$  为我们预测的波动率。设  $VA^*$  是基于正确的风险估计值  $\zeta$  能够得到的最优附加值。如果我们实际根据估计值  $\sigma$  进行优化，那么我们的附加值将蒙受以下损失<sup>③</sup>：

$$\text{损失} = VA^* \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\zeta}{\sigma} \right)^2 \right]^2 \quad (14-11)$$

<sup>①</sup> 我们的衡量组合优劣的准则是“阿尔法减去对主动风险的惩罚项，再减去交易成本”。

<sup>②</sup> 第 3 章讨论了如何精确地解决这个问题。

<sup>③</sup> 技术附录推导了本例的一个更加一般化的结果。

图 14-2 展示了百分比损失（损失/ $V_A^*$ ）依赖于市场风险估计  $\sigma$  的函数关系，其中假设真实的市场风险是 17%。在这个例子中，市场波动率估计值在真值  $\pm 1\%$  的范围内不会对附加值造成很大损失；但是随着估计误差开始超过 3%，尤其是低估情形时，估计误差对于附加值的负面影响将变得显著。事实上，低至 12% 的市场风险估计值（即低于真值 5%）会导致一个负的附加值。

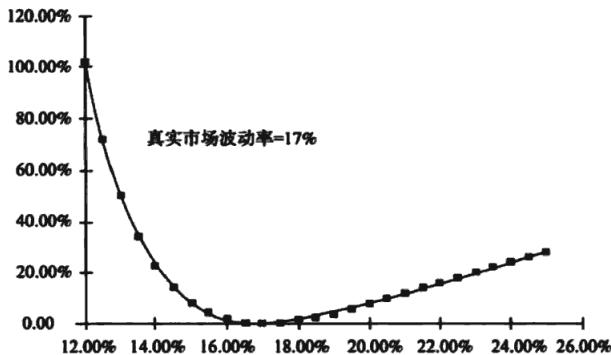


图 14-2 市场波动率估计值

通过上例我们获得了两个心得。第一个是协方差估计值中的误差会导致优化结果不够有效。第二个心得更加积极并且实际上也更加重要，即精确的协方差估计将显著改善我们构建的组合。我们不应该放弃尝试，而应该努力做好。

## 14.8 不同组合构建方法的比较测试

我们可以通过把各种组合构建流程放入相同的测试环境，然后考察它们输出的最优组合的业绩表现来比较它们的有效性。在本节中，我们将按以下文所述的方式把相同的阿尔法输入到四种组合构建过程中，并且忽略交易成本<sup>⊖</sup>。

我们输入的阿尔法包含高质量的信息。它们由标普 500 指数中 500 只

⊖ 更多细节请参见 Muller (1993)。我们忽略交易成本的目的是简化测试。

股票在下一年的真实收益率以及噪声混合而成。混合比例是精心挑选的，以使阿尔法与收益率之间的相关系数（信息系数）是 0.1。因此，主动管理基本定律预言<sup>⊖</sup>信息率是 2.24。因此我们不仅将把同样的阿尔法输入到每个组合构建流程，并且我们知道最终的信息率目标是什么。

四种组合构建技术包括：

- 筛选法 I。取阿尔法最高的前  $N$  只股票并且对它们赋予等权重。对应于低、中、高三种风险厌恶水平，依次取  $N = 50, 100$  以及 150。
- 筛选法 II。取阿尔法最高的前  $N$  只股票并按市值加权构成组合。对应于低、中、高三种风险厌恶水平，依次取  $N = 50, 100$  以及 150。
- 分层法。采用 BARRA 行业划分（包含 55 个行业），在每个行业中取阿尔法最高的前  $J$  只股票。对应于低、中、高三种风险厌恶水平，依次取  $J = 1, 2$  以及 3，也就是这三个组合分别含有 50 只、100 只以及 150 只股票。
- 二次规划法。设定低、中、高三种风险厌恶系数之后，选择能够最大化附加值的组合。设置“全额投资”以及“无卖空交易”的约束条件，并且限制单个头寸不能超过整个组合的 10%。

组合在 1984 年 1 月构建，在 1985 年 1 月、1986 年 1 月以及 1987 年 5 月重新调整，并且记录组合在接下来一年中的表现。表 14-3 展示了结果。

表 14-3

日期	风险厌恶水平	筛选法 I	筛选法 II	分层法	二次规划法
1984 年 1 月	高	1.10	1.30	0.63	2.16
	中	0.95	2.24	0.64	1.89
	低	0.73	1.31	0.69	1.75
1985 年 1 月	高	0.78	1.47	1.98	0.98
	中	0.74	-0.53	1.29	1.68
	低	0.50	-0.15	0.83	1.49

⊖ 信息系数 0.1 以及广度 500 会导致  $IR = 0.1 \times \sqrt{500} = 2.24$ 。

(续)

日期	风险厌恶水平	筛选法 I	筛选法 II	分层法	二次规划法
1986年1月	高	1.17	0.91	0.69	2.08
	中	0.69	0.98	0.33	2.29
	低	0.60	0.99	0.51	2.51
1987年5月	高	1.43	2.04	2.82	2.14
	中	1.01	1.48	2.60	1.76
	低	0.66	1.17	2.17	1.82
平均值		0.86	1.10	1.27	1.88
标准差		0.27	0.79	0.89	0.40
最大值		1.43	2.24	2.82	2.51
最小值		0.50	-0.53	0.33	0.98

资料来源：Peter Muller，“关于股票投资组合优化中系统偏差的实证测试”（*Empirical Tests of Biases in Equity Portfolio Optimization*），发表于《金融优化》，由 Stavros A. Zenios 编辑（剑桥：剑桥大学出版社，1993），表 4-4。

表 14-3 展示了每个组合的后验信息率。在这个测试中，二次规划法很显然能持续产生最高的后验信息率。平均而言，它超过了所有其他技术，并且在不同情形下的表现也比较稳定。分层法的组合达到了单次最高的后验信息率，但是长期来看缺乏连贯性。筛选法一般而言并不能系统地控制风险，并且表 14-3 展示出其中一个筛选法的组合甚至在一个时期中表现出了负收益率。

记起我们对信息率的先验目标值是 2.24。上述各种组合构建技术中，即使是平均信息率最接近先验目标的二次规划，也与目标值有显著的差距。不能达到目标值的部分原因在于优化器中设置的约束条件，要注意目标信息率是我们在无约束情形下计算出来的。正如我们所见，限制条件显著地降低了信息系数，进而降低了信息率。

## 14.9 替代均值/方差优化法的其他方法

在第 3 章，我们讨论了作为风险度量的标准差的其他替代指标。这包括半方差、下行风险以及损失概率。我们逐一讨论了这些替代指标，并最终将标准差选为整体上最优的风险度量。在组合构建流程中，目标函数是以效用函数的形式定义的，而效用函数又依赖于风险的数值，于是不同的

风险度量可能会影响到最终的优化组合。因此，在这里我们再次回到风险的不同度量这个主题。然而两项研究表明，即使你倾向于使用风险的其他度量，均值/方差分析也能产生同样或者更好的组合。我们将在此介绍这两项研究的结果，并在参考文献中给出其出处。

Kahn 和 Stefek (1996) 讨论了组合构建流程“向前看”的本质。效用函数包含了对未来风险的预测值。均值/方差分析，正如经常在资产选择中运用的那样，依赖于复杂的建模技巧来正确预测风险。第3章详细讨论了结构化风险模型的优点以及它们的出众表现。

对其他风险度量的预测必定基于对历史收益率的分析。Kahn 和 Stefek 证明了资产以及资产类别的收益率分布的高阶矩表现出了极低的可预测性，尤其是在对组合构建比较重要的部分。收益率峰度是可预测的，表现为大多数时候大多数收益率分布都会表现出正峰度（“肥尾”）。但资产或者资产类别按照峰度的排序具有很低的可预测性。唯一的例外是期权，它的收益率不对称性是收益模式设计使然。<sup>①</sup>

实证结果表明，绝大多数风险替代度量的预测值都会退化为标准差预测值加上噪声，并且标准差预测值仅依赖于历史。根据这项研究，即使是对具有其他风险度量偏好的投资者，均值/方差分析也能更好地帮助他们达到优化目标。<sup>②</sup>

Grinold (1999) 采用了一种不同的方法来讨论同样的问题，并且以资产配置这种特殊情形为研究对象。首先，他调整了基于收益率的分析<sup>③</sup>，使之适用于机构投资者的情形：具有明确的业绩基准，并且往往采用接近于业绩基准的投资组合。这与我们在均值/方差分析中的做法一致。然后，他在业绩基准不含期权以及所有期权都被正确定价的假设下，比较了均值/方差分析和基于收益率的分析。

<sup>①</sup> 本句与前文不连贯，与原著者确认可删去。——译者注

<sup>②</sup> 对于期权以及类似组合保险的动态策略的投资者，情况变得更加微妙。不过该文章也处理了这种情形。结论是：把均值/方差分析运用到主动资产选择策略中，同时叠加一个基于其他风险度量的以期权为标的资产的策略。但是 Grinold (1999) 证明了，在合理的假设下，即使使用替代风险度量，大多数机构投资者也不会使用这种策略。

<sup>③</sup> 基于收益率的分析 (return-based analysis) 又叫情景分析 (scenario-based analysis)，也叫预期效用分析 (expected utility analysis)，参见 Grinold (1999)。——译者注

他的结果表明，利用基于收益率的分析构造出的组合与利用均值/方差分析构造出的组合非常相似，虽然前者比后者要求投资者付出更多努力。另外，使用基于收益率的分析的投资经理极少购买期权。如果期权相对于其标的资产类别是正确定价的，那么优化结果将直接通过持有各资产类别，而非间接地通过持有相应期权来实现阿尔法。

因此，Kahn 和 Stefek 讨论了资产选择的情形，Grinold 讨论了资产配置的情形。在两种情形中，他们各自都认为均值/方差分析是更好的方法。更进一步地，Grinold 证明了为什么厌恶基准风险的机构投资者很少购买期权（唯一需要均值/方差之外的分析方法的资产类型）。

作为本节最后一个话题，我们来讨论这种例外情形：有些主动机构投资者确实会购买期权。我们认为他们这样做主要是为了回避在杠杆或者卖空上的限制，或者是为了流动性的需要。仅在汇率期权的情形中，我们观察到投资者明确因为收益率分布的特殊性而选择期权的实质性依据。很多经理极其厌恶汇率损失，而期权可以为他们提供下行保护。但是，我们依然提倡，在一般情形中使用均值/方差分析，并且在必要时，将汇率期权作为一个特例来处理。

## 14.10 离差

离差折磨着每个为多个客户运营独立账户的经理。每个账户都拥有相同的阿尔法、业绩基准以及投资过程，然而它们的现金流以及历史情况都不尽相同，于是它们的投资组合也不是完全一样的。因此，这些账户的收益率并不相等。

我们将这些独立账户组合的最高收益率与最低收益率之差定义为离差。如果每个账户的头寸都是一样的，那么离差就会消失；如果交易成本为零，离差也会消失。离差衡量了单个账户收益率与投资经理公布的复合收益率（所有账户的加权平均值）的最大差异。离差至少会给投资经理带来客户支持的问题。

在投资实践中，离差可以非常大。我们曾经观察到，聘用同一位投资经理的同一个策略的五位客户，他们各自开设的独立账户在一年投资期上的离差达到 23%。这还只是其中五位客户的离差，该投资经理的整体离差

可能更大。在另一个例子中，另一位投资经理有两位客户，在同一年上，其中一位的账户收益率超越标普 500 指数 15%，而另一位的账户收益率跑输标普 500 指数 9%。在这个水平上，离差的问题已经远远不是客户服务的问题了。

我们可以根据离差的不同来源来对其进行分类。第一类离差是客户导致的。由于客户提出了不同的限制条件，因此组合也会不同。一家养老基金可能会限制在自身公司股票上的投资，而另一家则可能不允许使用期货合约。这些由客户发起的限制条件会导致离差，并且它们完全是在经理的控制范围之外的。

但是经理可以控制其他形式的离差。离差经常来源于疏忽。由于疏忽，独立账户会表现出不同的贝塔以及不同的因子暴露度。经理应该控制这种形式的离差。

另一方面，拥有同样的因子暴露度以及贝塔的独立账户依然可能由于拥有不同的资产而表现出离差。在每个账户中持有完全一样的资产所导致的成本往往会超过减少离差所带来的益处。

实际上，由于交易成本的存在，有些离差是最优的。如果交易成本为零，那么我们就能以零成本再平衡所有独立账户的投资组合，以使它们以同样的比例持有完全相同的资产。这时离差就会消失，而投资者对此不需付出任何代价。然而，在交易成本存在的情况下，经理只能以增加交易成本为代价来降低离差。经理应该尽量减少离差，直到再平衡产生的交易费用使得平均收益率显著降低为止。

## 例子

为了更好地理解离差，我们来看一个具体的例子。在这个例子中，一位投资经理正在管理一个投资组合，同时他收到一笔新资金，要求投资于同一策略。因此在某个时点，这位经理既要对旧的组合进行再平衡，又要构建新的组合。再平衡后的旧组合的持仓头寸将同时反映出新信息与旧信息。如果交易成本为零，投资经理将把旧组合的持仓头寸调整至新的最优组合处。而在有交易成本的情况下，由于旧组合的存在，投资经理仅当新信息带来的益处超过交易成本时，才会重新调整旧组合，这正如式（14-9）

所言。

上述权衡对于新组合的影响方式是不同的。对于新组合，这位投资经理从现金开始。虽然他依然希望最小化交易成本，但此时他为初始组合的构建划拨了更多的交易成本预算。在本例中，我们假设他构造的新组合就是最优组合，它能够完全反映出经理的新信息。

很显然，上述旧组合与新组合之间将出现离差。投资经理有两种方法能够将离差减少至零。第一种选择是：他可以将新组合投资于再平衡后的旧组合中。此时新组合会同时反映新信息与旧信息，而并非仅反映新信息，因此这样做会牺牲收益率。第二种选择是将两个组合都投资于新的最优组合中，但这样做会付出额外的交易成本。通过区别对待旧组合与新组合，投资经理接受了一定程度的离差，但换来了更高的平均收益率。另外，他也可以预期离差会随时间的推移而自动降低。

### 产生离差的原因

我们现在将通过一些静态分析来理解离差产生的原因。首先，考虑由不同的贝塔或者因子暴露度导致的离差。如果不同的账户的贝塔分布在0.9~1.1，并且某年市场收益率为35%，那么仅由于贝塔的不同就可导致7%的离差。对一个有效的、以量化模式运行的最优过程而言，上面假设的各账户贝塔的变动范围已经是相当大的了，然而它依然不能解释一些极端情况。

我们再来对管理型离差——各账户的因子暴露相同但具体资产选择不同——进行静态分析，以了解这类离差能够达到的量级。在这个简单模型中，我们将考虑 $N$ 个组合，所有组合都是等权重股票组合，并且具有完全一样的因子暴露率。每个组合都包含100只股票；并且在这100只股票中， $M$ 只股票出现在所有组合中，其他 $100 - M$ 只股票是每个组合独有的。另外，每只股票都具有相同的特异风险，数值为20%。图14-3展示了在正态分布假设下的结果。

我们可以利用这个模型证明：离差依赖于这些组合共有的股票数量 $M$ 、特异风险的整体水平以及被管理的组合总数 $N$ 。

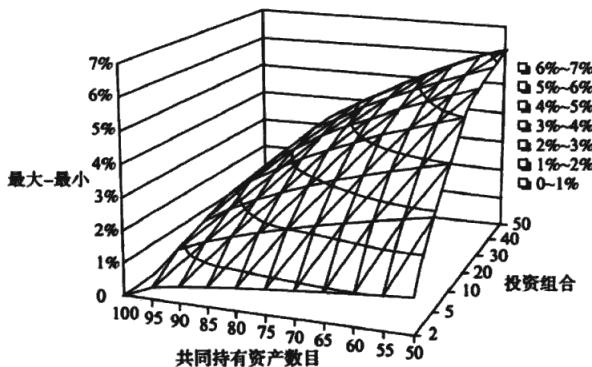


图 14-3 离差：100 只股票的投资组合

### 管理离差

我们已经看到为什么一定程度的离差是最优的，并且讨论了离差出现的原因。下一个问题是离差是否会随时间减少：偏离的组合是否会相互收敛？以怎样的速率收敛？一般而言，收敛速度取决于策略中的阿尔法类型、交易成本以及组合构建的方法。

如果阿尔法与风险长期完全保持恒定，那么离差将永远不会消失。交易成本的障碍会一直存在，将不同账户组合调整至完全相同的努力得不到任何补偿。更进一步地，我们将证明（请参见技术附录）交易成本与经理的风险厌恶水平可以决定残留跟踪误差的上限：

$$\psi^2 \leq \frac{TC}{2 \cdot \lambda_A} \quad (14-12)$$

其中  $TC$  衡量了从初始组合交易至零交易成本最优组合（称之为组合 Q）的交易成本，并且这里的跟踪误差和主动风险厌恶系数都是相对于组合 Q 而言的。在很高的风险厌恶水平下，所有组合必然相互接近。然而交易成本越高，跟踪误差越大。假设中等的主动风险厌恶系数  $\lambda_A = 0.10$ ，双向交易成本为 2%，并且假设从初始组合变动至组合 Q 需要 10% 的换手率，那么由式 (14-12) 计算出跟踪误差上限为 10%。

由跟踪误差有界可推出离差也有界。离差的上界与跟踪误差的上界成比例，其比例系数取决于管理中的组合个数：

$$E\{r_{PA_{max}} - r_{PA_{min}}\} = 2 \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \psi \quad (14-13)$$

其中比例常数包含累积正态分布函数  $\Phi$  的反函数，并且  $\psi$  是每个组合相对于复合组合（composite portfolio）的跟踪误差（更多细节请参见技术附录）。图 14-3 展示了这个函数。对于给定的跟踪误差，更多的组合会更充分地挖掘出收益率分布中的极值，因此会导致更高的离差。

如果阿尔法和风险随着时间改变——实际情况经常如此——那么离差收敛就会发生。我们可以证明，如果每个时期的阿尔法和风险都在变动，那么组合会保持当前离差水平，或者更常见地，会降低其离差水平。由于每个独立账户组合都在追赶同一个移动目标，因此长期上它们将不可避免地走向收敛。然而，这种启发式的讨论并没有给出收敛所需的时间尺度。

让我们来看一个实证的例子：考虑 5 个采用同一策略的美国股票组合，它们的阿尔法由净市率和股票特异阿尔法生成。大约  $2/3$  的策略价值来源于对净市率因子的偏向，另外  $1/3$  来源于股票特异阿尔法。我们在 1992 年 1 月建立这 5 个组合，每个组合中包含 100 只股票，但是每个组合的 100 只股票不完全相同。每个组合相对于标普 500 指数大约有 3% 的跟踪误差。我们分析初始水平的离差，并且观察它是如何随时间变化的。我们采用相同的阿尔法生成过程，以及相同交易成本的标准均值/方差最优化过程。为了理解离差收敛与交易成本的关系，我们在不同的整体交易成本水平下，观察离差随时间收敛的行为。

我们发现平均跟踪误差（相对于复合组合）与离差均存在稳定的下降趋势，并且当我们假设交易成本在最低水平时，最小的离差出现了。图 14-4 展示了这些结果。可以看出，虽然我们的初始组合互不相同，但它们在大约 5 年的时期内会稳定地走向收敛。在现实情形中，由客户提出的限制以及客户特异的现金流将阻止独立账户收敛到一起。

最后一个问题是我们是否能够通过改变我们的组合构建技术来促进不同账户之间的收敛呢？特别地，如果我们使用双业绩基准的优化流程会怎样？在双业绩基准的优化中，我们不仅惩罚相对于业绩基准的主动风险，还惩罚相对于复合组合或者零交易成本最优组合的主动风险。

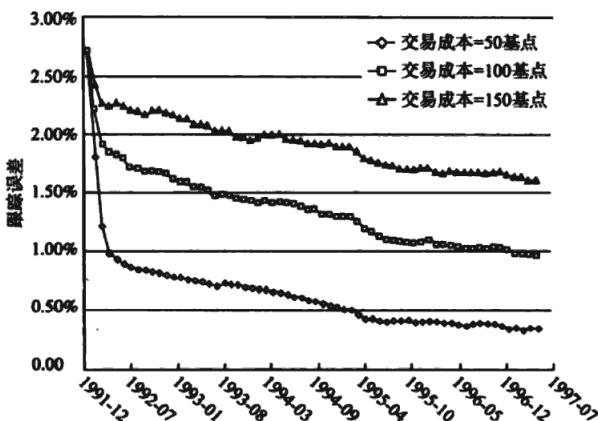


图 14-4 多账户离差的收敛（本图源自 BARRA）

双业绩基准最优化能够显著地降低离差，但是要付出代价，总的来说不那么划算。双业绩基准最优化不过是重新引入了我们早些时候分析的离差与平均收益率之间的权衡。除非你愿意为了更低的离差而放弃收益率，否则不要采用双业绩基准最优化方法来管理离差。

## 14.11 总结

本章主题是如何在一个不完美的世界中构建投资组合。我们假设组合经理的投资目标是给定的。经理希望得到最高的成本后附加值。成本前附加值是组合的阿尔法减去对主动方差的惩罚项。这里成本是指为了保持组合的阿尔法所进行的交易产生的费用。

为了定义并实现上述投资目标，我们需要以下数据：阿尔法向量、股票收益率之间的协方差以及关于交易成本的估计。阿尔法的输入值经常是不现实或者带有倾向性的。协方差以及交易成本的估计值也是不完美的。

在这个不完美的环境中，应对有缺陷的输入值的标准做法就是对组合构建流程的输出设置合理的约束。例如：对股票的主动头寸设立上下界，限制换手率，约束组合在某些股票类别中的头寸以使组合与业绩基准相匹配。

这些都是合理的方法，只要我们认识到其目的是为了补偿有缺陷的输

入值的。但我们更倾向于直接处理输入值中的缺陷（而不是对最优组合进行各种限制）。我们用阿尔法分析来处理阿尔法输入值中的错误：消除系统性偏差，剔除不切实际的数值，调整阿尔法的量级以使它们符合我们对附加值的预期。这样能够加强研究与组合构建之间的联系。之后，我们要找到风险以及交易成本的最优估计。最后，我们可以酌情选用一种有力的组合构建工具，并给予尽可能少的约束条件。

在接近本章末尾的地方，我们回到了关于替代风险度量以及均值/方差最优化的替代方法的主题上。对于大多数主动机构投资经理（尤其是那些不投资于期权或者像组合保险那样的类期权动态策略的经理）而言，均值/方差分析的替代方法将使组合构建变得非常复杂而且并不能改善结果。在股票选择层面，情况可能更加糟糕。

最后，我们分析了投资实践中非常常见的多账户离差问题。我们发现经理能够控制离差——尤其是各账户因子暴露度不同导致的离差——但是不能够使其减小至零。

## 14.12 问题

1. 表 14-1 展示了一个带约束优化流程中的阿尔法向量，以及另一个具有相同最优解的无约束优化流程中的修正阿尔法向量。比较这两组阿尔法能够帮助我们估计由于约束条件导致的附加值的损失。具体应该怎样比较呢？在本例中，附加值损失了多少？下一章将更加细致地讨论这个问题。
2. 讨论“禁止卖空”这条约束，为什么说它既是经理有效使用信息的障碍，又是对低质量信息的防卫手段呢？
3. Lisa 是一位价值型投资经理，并且她根据股票的市盈率来选择股票。你认为会从她的阿尔法中看到怎样的倾向？她应该如何根据这些阿尔法来构造组合，以达到仅在特异资产收益率上下赌注的目标？
4. 你是一位业绩基准择时者，并且你在逆推测试中能够将风险调整附加值提高 50 个基点。你根据近期平均波动率对业绩基准的波动率作出 14% 的预测，但是很不幸，基准波动率实际上是 17%。若你使用这个错误的预测值作出决策，能够创造的附加值是多少？
5. 你用同样的投资过程管理 20 个独立账户。每个账户组合持有大约

100 只股票，有 90 只股票出现在所有账户的组合中，而每个组合的另外 10 只股票是相应组合特有的。在这种情况下，你预期会得到多大的离差？

### 14.13 参考文献

- Chopra, Vijay K., and William T. Ziemba. "The Effects of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice." *Journal of Portfolio Management*, vol. 19, no. 2, 1993, pp. 6–11.
- Connor, Gregory, and Hayne Leland. "Cash Management for Index Tracking." *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 6, 1995, pp. 75–80.
- Grinold, Richard C. "The Information Horizon." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 1, 1997, pp. 57–67.
- . "Mean-Variance and Scenario-Based Approaches to Portfolio Selection." *Journal of Portfolio Management*, vol. 25, no. 2, Winter 1999, pp. 10–22.
- Jorion, Philippe. "Portfolio Optimization in Practice." *Financial Analysts Journal*, vol. 48, no. 1, 1992, pp. 68–74.
- Kahn, Ronald N. "Managing Dispersion." BARRA Equity Research Seminar, Pebble Beach, Calif., June 1997.
- Kahn, Ronald N., and Daniel Stefek. "Heat, Light, and Downside Risk." *BARRA Preprint*, December 1996.
- Leland, Hayne. *Optimal Asset Rebalancing in the Presence of Transactions Costs*. University of California Research Program in Finance, Publication 261, October 1996.
- Michaud, Richard. "The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?" *Financial Analysts Journal*, vol. 45, no. 1, 1989, pp. 31–42.
- Muller, Peter. "Empirical Tests of Biases in Equity Portfolio Optimization." In *Financial Optimization*, edited by Stavros A. Zenios (Cambridge: Cambridge University Press, 1993), pp. 80–98.
- Rohwedder, Herold C. "Implementing Stock Selection Ideas: Does Tracking Error Optimization Do Any Good?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 3, 1998, pp. 49–59.
- Rudd, Andrew. "Optimal Selection of Passive Portfolios." *Financial Management*, vol. 9, no. 1, 1980, pp. 57–66.
- Rudd, Andrew, and Barr Rosenberg. "Realistic Portfolio Optimization." *TIMS Study in the Management Sciences*, vol. 11, 1979, pp. 21–46.
- Stevens, Guy V. G. "On the Inverse of the Covariance Matrix in Portfolio Analysis." *Journal of Finance*, vol. 53, no. 5, 1998, pp. 1821–1827.

### 14.14 技术附录

本技术附录涵盖三个主题：阿尔法分析（特别是如何对阿尔法进行因子中性化，以消除其中的各种因子倾向）；协方差矩阵估计误差造成的附加值损失；离差。

## 阿尔法分析

在本节中，我们的目标是将阿尔法向量分解为共同因子部分和特异部分，并定义与这两部分阿尔法分别对应的主动组合头寸。本节将包含相当多的代数推导，但这是值得的。本节的结果使我们能够极为精细地控制阿尔法向量。我们可以修正原始阿尔法向量，以使特定因子的阿尔法变为零（中性化）。我们甚至可以将全部因子的阿尔法同时调整到我们设定的不同数值，进而使最优组合的主动因子暴露度达到我们希望的目标值。

我们将在包含  $N$  只股票以及  $K$  个因子的多因子模型框架中分析股票阿尔法：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{u} \quad (14A-1)$$

我们沿用一贯的假设： $\boldsymbol{b}$  和  $\boldsymbol{u}$  不相关，并且  $\boldsymbol{u}$  的元素之间也互不相关。模型有以下协方差结构：

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{X}^T + \boldsymbol{\Delta} \quad (14A-2)$$

在无约束组合构建流程中，我们根据一阶条件推导出一个最优主动头寸  $\boldsymbol{h}_{PA}^*$ ：

$$\frac{\alpha}{2 \cdot \lambda_A} = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{h}_{PA}^* = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{x}_{PA}^* + \boldsymbol{\Delta} \cdot \boldsymbol{h}_{PA}^* \quad (14A-3)$$

其中  $\boldsymbol{x}_{PA}^* = \boldsymbol{X}^T \cdot \boldsymbol{h}_{PA}^*$  是主动因子头寸。

我们现在希望将  $\alpha$  分解成共同因子部分  $\alpha_{CF}$  以及特异部分  $\alpha_{SP}$ ，并且对应地将  $\boldsymbol{h}_{PA}^*$  分解成共同因子头寸  $\boldsymbol{h}_{CF}$  以及特异头寸  $\boldsymbol{h}_{SP}$ 。最终我们将看到，每个部分都会单独满足式 (14A-3)。具体而言，共同因子阿尔法部分将推导出共同因子主动头寸，而特异阿尔法部分将推导出特异主动头寸，其中特异主动头寸对各共同因子的暴露度为零。

式 (14A-3) 唯一地定义了最优主动头寸  $\boldsymbol{h}_{PA}^*$  以及最优主动因子暴露度  $\boldsymbol{x}_{PA}^*$ 。然而，它并没有唯一地定义如何将  $\boldsymbol{h}_{PA}^*$  分割成  $\boldsymbol{h}_{CF}$  与  $\boldsymbol{h}_{SP}$ 。因子暴露度为  $\boldsymbol{x}_{PA}^*$  的组合有无数多个。如果我们规定  $\boldsymbol{h}_{CF}$  为因子暴露度等于  $\boldsymbol{x}_{PA}^*$  的组合中风险最小的组合，那么我们就可以唯一地定义  $\boldsymbol{h}_{PA}^*$  的分割。

令  $\boldsymbol{H}$  为  $K \times N$  的矩阵，其中每一行均为一个因子组合。那么矩阵  $\boldsymbol{H}$  为

$$\boldsymbol{H} = (\boldsymbol{X}^T \cdot \boldsymbol{\Delta}^{-1} \cdot \boldsymbol{X})^{-1} \cdot \boldsymbol{X}^T \cdot \boldsymbol{\Delta}^{-1} \quad (14A-4)$$

注意到  $H \cdot X = I$ ；也就是说，每个因子组合对自身因子都有单位暴露，同时对其他因子零暴露。也请注意每个因子组合都是具有相同因子暴露度的组合中风险最小的组合。

然后，从唯一定义的  $x_{PA}^*$  以及我们对  $h_{cr}$  的定义（在已给定的因子暴露度下，它是最小风险组合）出发，我们发现

$$h_{cr} = H^T \cdot x_{PA}^* \quad (14A-5)$$

注意到  $h_{cr}$  和  $h_{sp}$  组成了  $h_{PA}^*$ ，通过一些代数计算，我们发现

$$h_{sp} = \Delta^{-1} \cdot [I - X \cdot H] \cdot \left( \frac{\alpha}{2 \cdot \lambda_A} \right) \quad (14A-6)$$

本附录末尾的练习 1 要求读者证明式 (14A-5)；也就是说，正如定义所言， $h_{cr}$  确实是因子暴露度为  $x_{PA}^*$  的最小风险组合。练习 2 要求读者证明  $h_{sp}$  不包含任何共同因子暴露；也就是说， $X^T \cdot h_{sp} = 0$ 。

将最优头寸分解为共同因子头寸以及特异因子头寸是我们的任务中最困难的部分。与之相比，将  $\alpha$  分解为共同因子部分  $\alpha_{cr}$  以及特异部分  $\alpha_{sp}$  是比较容易的任务：

$$\alpha_{cr} = X \cdot H \cdot \alpha \quad (14A-7)$$

并且

$$\alpha_{sp} = \alpha - \alpha_{cr} = [I - X \cdot H] \cdot \alpha \quad (14A-8)$$

注意到  $H \cdot \alpha$  是  $K$  个因子组合各自的阿尔法。命名  $\alpha_r = H \cdot \alpha$  为因子阿尔法。于是  $X \cdot \alpha_r$  将因子阿尔法映射回资产层面。

至此，我们成功地将最优主动头寸以及阿尔法分解为共同因子部分以及特异部分。我们也可以检查共同因子阿尔法与共同因子头寸之间、特异阿尔法与特异头寸之间的对应关系。根据式 (14A-3)，最优主动共同因子暴露度是

$$x_{PA}^* = X^T \cdot V^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2 \cdot \lambda_A} \right) \quad (14A-9)$$

练习 4、5、6 将帮助我们证明：仅使用  $\alpha_{cr}$  会得出共同因子头寸  $h_{cr}$  以及共同因子暴露  $x_{PA}^*$ ；仅使用  $\alpha_{sp}$  会导出主动头寸  $h_{sp}$  以及零共同因子暴露。

以上论及的一系列代数公式应该怎样应用到投资实践中呢？假设我们认为我们的阿尔法仅在特定股票选择方面包含有价值的信息。因此，为了避免任何意外包含在我们的阿尔法中的因子预测的影响，我们会为共同因

子设定一个目标主动头寸  $x_{PAT}^*$ 。为了实现这个目标，我们可以用  $\alpha'$  来替代原来的阿尔法  $\alpha$ ，其中

$$\alpha' = 2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot H^T \cdot x_{PAT}^* + \alpha_{SP} \quad (14A-10)$$

式 (14A-10) 右手边的第一项替代了原来的  $\alpha_{CF}$ ，并且可以使最优组合恰好具有目标主动共同因子暴露度  $x_{PAT}^*$ 。式 (14A-10) 右手边的第二项不会影响共同因子头寸，同时会保留原始阿尔法向量中纯粹的选股信息。

$N \times K$  的矩阵  $V \cdot H^T$  的列向量是我们格外感兴趣的。 $V \cdot H^T$  第  $k$  列（若用作阿尔法向量）恰可以在无约束优化中导出第  $k$  个因子的因子组合（实际上还差一个系数），它对因子  $k$  具有正暴露，而对其他因子具有零暴露。这条信息让我们可以对因子实施精准的控制。将因子集划分为两部分  $x = \{y, z\}$ ，假设我们希望在  $y$  中因子上建立主动头寸，而在  $z$  中因子上保持零主动头寸。那么我们可以设

$$x_{PAT}^* = \{y_{PAT}^*, \mathbf{0}\} \quad (14A-11)$$

其中  $y_{PAT}^*$  是  $x_{PAT}^*$  的  $y$  部分。这将导致最优组合在  $z$  中因子上不具有任何主动头寸。如果我们希望在上述两类因子上都不具有主动头寸，那么我们可以设  $x_{PAT}^* = \mathbf{0}$ 。

### 最优化与数据误差

现在我们开始讨论本技术附录的第二个主题：协方差矩阵的估计误差造成的附加值损失。

考虑一个情形，其中真实协方差矩阵为  $V$ ，但是投资经理使用了一个协方差矩阵  $U \neq V$ 。为了简化，假设这位经理并没有添加其他约束条件。根据式 (14A-3)，这位经理会选择最优主动头寸

$$h_{PA}^* = U^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2 \cdot \lambda_A} \right) \quad (14A-12)$$

利用  $V$  和  $h_{PA}^*$ ，经理的附加值（风险调整收益率）将为  $VA_U^*$ ：

$$VA_U^* = \alpha^T \cdot h_{PA}^* - \lambda_A \cdot h_{PA}^{*T} \cdot V \cdot h_{PA}^* \quad (14A-13)$$

如果经理知道真实的协方差矩阵，那么主动头寸应该是

$$h_{PA}^{**} = V^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2 \cdot \lambda_A} \right) \quad (14A-14)$$

相应附加值  $VA_V^*$  为：

$$VA_y^+ = \alpha^T \cdot h_{PA}^{++} - \lambda_A \cdot h_{PA}^{++T} \cdot V \cdot h_{PA}^{++} \quad (14A-15)$$

附加值的损失正是  $VA_y^+$  与  $VA_u^+$  的之差。结合式 (14A-12) 与式 (14A-14)，我们得到

$$\text{Loss} = \left( \frac{1}{4 \cdot \lambda_A} \right) \cdot \alpha^T \cdot [V^{-1} - 2 \cdot U^{-1} + U^{-1} \cdot V \cdot U^{-1}] \cdot \alpha \quad (14A-16)$$

我们将损失定义为一个正值（即损失的量）。可以看出，如果  $U = V$ ，那么这一项将等于 0。

## 离差

这里我们推导两个在正文中提到的结果。首先，我们将在存在交易成本的情况下，推导跟踪误差的上界估计。从初始组合 I 以及我们的业绩基准——零交易成本最优组合——Q 开始。为了找到最优解，也就是组合 P，我们将在相对于组合 Q 的跟踪误差和自组合 I 调整至组合 P 的交易成本之间进行权衡：

$$\text{Max} \{-\lambda_A \cdot h_{PA}^T \cdot V \cdot h_{PA} - \text{Max}\{0, h_{PA}^T - h_{IA}^T\} \cdot PC - \text{Max}\{0, h_{IA}^T - h_{PA}^T\} \cdot SC\} \quad (14A-17)$$

其中  $PC$  是买入成本 (purchase costs, PC) 向量， $SC$  是卖出成本 (sell costs, SC) 向量。目标函数内层的最大化函数作用在向量的每个元素上，用以判断相应资产的交易方向（买入还是卖出）。再次提醒，这里的主动组合是相对于组合 Q 定义的。因此，上述优化流程通过组合 Q 隐含地使用了阿尔法向量。

在最优解处，我们有<sup>⊖</sup>

$$-2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot h_{PA} - PC' + SC' = 0 \quad (14A-18)$$

其中  $PC'$  的元素或等于  $PC$  中的对应元素（当最优解处有  $h_{PA}(n) > h_{IA}(n)$  成立时），或等于零（其他  $n$ ）。类似地，我们根据最优解处是否卖出相应资产来定义  $SC'$  中的元素。

如果我们将式 (14A-18) 乘以  $h_{PA}^{+T}$ ，我们会发现<sup>⊖</sup>

<sup>⊖</sup> 式 (14A-18) 中，右端第三项原著中符号为“-”，根据推算，应为“+”。——译者注

<sup>⊖</sup> 式 (14A-19) 中，右端第二项原著中符号为“+”，根据推算，应为“-”。——译者注

$$-2 \cdot \lambda_A \cdot \psi^2 = h_{PA}^T \cdot P C' - h_{PA}^T \cdot S C' \quad (14A-19)$$

现在来关注我们买入的资产  $n$ ,  $h_p(n) > h_t(n)$ 。对于这只资产, 我们预期  $h_q(n) > h_p(n)$ 。也就是说, 如果不是因为交易成本, 我们甚至会购买更多这只资产使它的头寸从  $h_t(n)$ 一直增加到  $h_q(n)$ 。因此,

$$h_{PA}^T \cdot P C' \leqslant 0 \quad (14A-20)$$

此外, 仍然是对于我们买入的资产  $n$ , 有

$$h_q(n) - h_t(n) \geqslant h_q(n) - h_p(n) \quad (14A-21)$$

对于我们卖出的资产也有类似的结论。如果我们定义

$$TC = (h_q^T - h_t^T) \cdot P C' + (h_t^T - h_q^T) \cdot S C' \quad (14A-22)$$

那么根据式 (14A-20)、式 (14A-21) 以及式 (14A-19) 可以推出

$$\psi^2 \leqslant \frac{TC}{2 \cdot \lambda_A} \quad (14A-23)$$

这就是正文中的结果。

我们想推导的另一个关于离差的结果旨在估计  $N$  个组合的预期离差。这  $N$  个组合中的每一个相对于复合组合的跟踪误差均为  $\psi$ 。假设主动收益率  $r_{PA}$  相对于复合组合是独立的并且服从均值为 0、标准差为  $\psi$  的正态分布, 则观察到一个低于  $r_{PA,\max}$  的主动收益率的概率是

$$\text{Prob}\{|r_{PA}| < r_{PA,\max}\} = \Phi\left\{\frac{r_{PA,\max}}{\psi}\right\} \quad (14A-24)$$

观察  $N$  个独立主动收益率, 每个都低于  $r_{PA,\max}$  的概率是

$$\text{Prob}\{|r_{PA}(j)| \mid j = 1, \dots, N\} < r_{PA,\max} = \Phi^N\left\{\frac{r_{PA,\max}}{\psi}\right\} \quad (14A-25)$$

因此我们可以解出预期 (中位数)  $r_{PA,\max}$  为

$$\text{Prob}\{|r_{PA}(j)| \mid j = 1, \dots, N\} < \text{E}\{r_{PA,\max}\} = 1/2 \quad (14A-26)$$

或者

$$\text{E}\{r_{PA,\max}\} = \Phi^{-1}\{(1/2)^+\} \cdot \psi \quad (14A-27)$$

根据对称性, 我们可以为预期最小收益率  $r_{PA,\min}$  找到一个类似的结果。因此

$$\text{E}\{r_{PA,\max} - r_{PA,\min}\} = 2 \cdot \Phi^{-1}\{(1/2)^+\} \cdot \psi \quad (14A-28)$$

正如正文中所言。

## 练习

- 证明因子暴露度为  $x_p$  的最小风险组合是通过  $h_p = H^T \cdot x_p$  来给定

的；其中  $H$  按照式 (14A-4) 来定义。回忆第 7 章中的定义：我们称一个组合是相对于因子模型  $(X, F, \Delta)$  充分分散的（或简称为充分分散的），如果它在所有拥有相同因子暴露度的组合中是风险最小的。这个结果说明所有充分分散的组合都是一系列因子组合的加权组合。

2. 证明式 (14A-6) 所定义的最优特异资产头寸  $h_{sp}$  对所有因子的暴露度均为零，也就是  $X^T \cdot h_{sp} = 0$ 。

3. 证明以下结论：如果业绩基准组合是充分分散的，并且阿尔法是基准中性的，那么  $\alpha_{cf}$  和  $\alpha_{sp}$  都是基准中性的。

4. 证明如下等式

$$X^T \cdot V^{-1} \cdot X \cdot H = X^T \cdot V^{-1} \quad (14A-29)$$

$$X^T \cdot V^{-1} = F^{-1} \cdot [F^{-1} + X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X]^{-1} \cdot X^T \cdot \Delta^{-1} \quad (14A-30)$$

提示：回忆第 3 章技术附录中的练习 5。

5. 证明如下等式

$$V \cdot H^T = X \cdot [F + (X^T \cdot \Delta^{-1} \cdot X)^{-1}] \quad (14A-31)$$

6. 证明阿尔法的共同因子部分能够推导出共同因子头寸，也就是  $2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot h_{cf} = \alpha_{cf}$ ；并且阿尔法的特异部分能够推导出特异头寸，也就是  $2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot h_{sp} = \alpha_{sp}$ 。这意味着下列等式成立：

$$V \cdot H^T \cdot X^T \cdot V^{-1} = X \cdot H \quad (14A-32)$$

$$\text{并且 } (V \cdot \Delta^{-1} - I) \cdot (I - X \cdot H) = 0 \quad (14A-33)$$

7. 这个练习要求运用回归来对阿尔法进行分割。证明：我们能够通过加权回归  $\alpha = X \cdot \alpha_p + \epsilon$ （其中样本权重与特异方差呈反向比例关系）来计算因子阿尔法  $\alpha_p$ 。这个回归的残差，也就是  $\epsilon$ ，等于  $\alpha_{sp}$ 。

8. 考虑  $K$  个因子的情形，记组合的主动因子暴露为  $x$  ( $K \times 1$  向量)。假设我们希望对共同因子暴露度进行约束，使之满足  $Q \cdot x = p$ ，其中  $Q$  是一个  $J \times K$  的秩为  $J$  的矩阵。这能对一些因子暴露度形成限制，而对另外一些因子暴露度没有限制。令  $p^*$  为使用原始阿尔法以及无约束最优化得到的结果，也就是  $Q \cdot x_{pa}^* = p^*$ 。证明按如下方式定义的修正阿尔法

$$\alpha^* = \alpha - 2 \cdot \lambda_A \cdot X \cdot Q^T \cdot [(Q \cdot X^T \cdot V^{-1} \cdot X \cdot Q^T)^{-1} \cdot (p^* - p)]$$

将导出一个满足上述限制条件的组合。

### 9. 考虑如下最优化

$$\text{Max} \{ h^T \cdot \alpha - \lambda_A \cdot h^T \cdot V \cdot h \}$$

服从于不等式约束

$$b \leq A \cdot h \leq d$$

证明任意经修正的 $\alpha^*$ ，其中 $\alpha^*$ 满足

$$2 \cdot \lambda_A \cdot b \leq A \cdot V^{-1} \cdot \alpha^* \leq 2 \cdot \lambda_A \cdot d$$

将产生一个满足上述不等式约束条件的组合。你会如何选择 $\alpha^*$ ？

10. 如果输入的阿尔法向量够推导出一个零主动现金的头寸，那么我们就称这组阿尔法是现金中性的。证明：阿尔法是现金中性的，当且仅当 $h_c^T \cdot \alpha = 0$ ，其中 $h_c$ 是最小风险的全额投资组合。

11. 为了使得阿尔法同时是基准中性与现金中性的，我们对它做如下修正：

$$\alpha^* = \alpha - c_B \cdot V \cdot h_B - c_C \cdot V \cdot h_C$$

选择常数 $c_B$ 和 $c_C$ 来保证基准中性 $h_B^T \cdot \alpha^* = 0$ ，以及现金中性 $h_C^T \cdot \alpha^* = 0$ 。为什么采用如上方式的修正（基准和现金中性化的方法不唯一）？

### 应用练习

为了完成这些练习，你需要全部主要市场指数（MMI）成分股的阿尔法，它们可以由一个分红折现模型产生（或者你可以使用来自其他估值模型的阿尔法，但是对于这些阿尔法的来源有一些直觉认识将会很有帮助）。

1. 请使用中等水平的主动风险厌恶系数 $\lambda_A = 0.10$ ，并且以市值加权的CAPMMI作为业绩基准，计算出无约束最优投资组合。最优组合的贝塔是多少？最优组合的因子暴露度是多少？讨论对于这些因子暴露度的任何想法。

2. 现在对阿尔法实施行业中性化处理，并且重新进行最优化。新的因子暴露度是多少？请比较新的最优组合相对于原最优组合的好处。你会如何为“第一个组合理应超越第二个组合”的说法进行辩护？

## 第 15 章

# 多空投资

### 15.1 导言

美国机构至少从 20 世纪 80 年代后期开始就已经在使用多空策略。这些策略曾经产生过异议，但随着时间也被接受成为一个有价值的创新。多空策略具有一个纯多头策略无可比拟的优势：能够更有效地利用信息，特别是（但不限于）负面信息。

本章将分析多空策略的几个重要方面，顺带讨论纯多头策略的一些重要但鲜为人知的方面。我们将定义多空策略，并简要介绍它的优势以及围绕这些优势的争论。然后，我们将详细分析多空策略对投资有效性的提高，以及纯多头约束带来的微妙但广泛的影响。因此，这里的分析对所有基金经理——不仅是多空策略基金经理——都是重要的。之后，我们还会讨论多空策略的引人之处和一些实证表现。本章将以常见的附注、参考文献以及技术附录结尾。

本章的主要结论如下：

- 多空投资的好处来源于对（意外重要的）纯多头约束的放松。
- 当资产空间很大、资产波动率很低、策略的主动风险很高时，以多空方式取代纯多方式实施策略将产生最大的增益。
- 纯多头约束可能会引起组合的偏差，特别是向小盘股的倾斜。令人惊讶的是，纯多头约束也妨碍了组合利用正面信息的能力，因

为禁止了利用空头为多头融资。

在本章，我们将多空策略特别定义为股票的市场中性策略。这些策略的贝塔为0，并且具有市值相等的多头以及空头头寸。有些数据库将这些策略归入一类更加宽泛的类别“对冲基金”。然而对冲基金这个类别包括几乎所有允许空头头寸的策略。我们将更加专注于根据本书描述的原则进行管理的、贝塔为零、净投资金额为零的股票策略。

多空投资指的是主动管理的一种实施方式。我们可以利用多空方式或者纯多头方式实施任何策略。多空投资是广义的，并未指明某一个具体的信息来源。

给定一个业绩基准，每个纯多头组合都唯一对应于一个主动组合，其净投资金额等于零，贝塔也常常接近于零。于是每个纯多头组合都对应一个多空组合。但是纯多头约束条件对这个关联的多空组合具有显著影响。多空策略提供了更多机会——尤其是在小盘股空头头寸的规模上（假设业绩基准以市值加权）。

多空策略正在变得越来越流行。根据《养老基金与投资》（*Pensions and Investments*，1998年5月18日）的报道，提供市场中性策略的投资管理公司从一年前的21家增加到了30家。

市场中性策略是一种带有些许神秘色彩的策略。《养老基金与投资》的列表并没有覆盖许多提供市场中性策略的大型投资管理公司。它似乎也低估了列表中一些公司投资于市场中性策略的资产规模。市场中性策略卖空股票，这使一些基金持有人不悦。这明显地使投资经理在管理中更加谨慎，但这只是争议的一部分。

## 15.2 纠议

多空投资的支持者提出了为之辩护的几个理由。其中一个简单的理由基于分散化。以多空方式实施的策略可以等价地视为一个多头组合和一个空头组合的叠加。如果这两个组合各自拥有信息率IR，并且互不相关，那么合并起来的策略，仅通过分散化就将表现出 $IR \cdot \sqrt{2}$ 的信息率。这个论点的关键问题是：它同样适用于与纯多头组合相关联的多空组合（主动头

寸)。因此这样的论点并不能成为多空投资的辩护理由。

第二个多空投资的论点是：当前市场上，纯多头投资占据了完全主导的地位，而这恰恰使得空头方面存在更多的非有效性(机会)，因此空头方可能提供比多头方更高的阿尔法。

第三个，也是对多空投资最重要的一个论点是：放松纯多头约束将使投资组合更加有效。多空投资的关键不在于分散化，而在于约束条件。

这些支持多空投资的论点引发了大量争议。第一个基于分散化的论点有些误导，也许根本就不正确，因此它成为了众矢之的。第二个论点很难证实，并且还存在卖空股票时的高实施成本问题。第三个论点是最关键的，它对于多空投资者以及纯多头投资者均有启发。

### 15.3 纯多头约束的意外影响

“禁止卖空”是被机构投资者普遍采用的约束条件，我们对约束的成本以及对放松约束而产生的增益很感兴趣。我们将忽略交易成本及所有其他约束条件，聚焦于纯多头约束对主动投资有效前沿的影响：超常收益率 $\alpha$ 与残差风险 $\omega$ 之间的权衡。

让我们从一个包含 $N$ 只资产以及一个等权重业绩基准的简单市场开始。我们进一步假设所有资产都具有完全一样的残差风险 $\omega$ ，并且残差收益率互不相关。这个模型打开了一扇小窗，使我们能够看见纯多头约束的工作机制。

我们令 $\alpha_n$ 为资产 $n$ 的预期残差收益率， $\lambda_R$ 是残差风险厌恶系数。在这个模型中，假设我们希望得到零主动贝塔，因此资产 $n$ 的主动头寸是

$$h_n = \frac{\alpha_n}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega^2} \quad (15-1)$$

组合整体的残差风险(也即主动风险) $\psi_p$ 是

$$\psi_p^2 = \frac{1}{4 \cdot \lambda_R^2 \cdot \omega^2} \cdot \sum_{n=1}^N \alpha_n^2 \quad (15-2)$$

我们从第10章知道，阿尔法具有 $\alpha_n = \omega \cdot \left(\frac{IR}{\sqrt{N}}\right) \cdot z_n$ 的形式。其中 $z_n$ 是均值为0、标准差为1的标准分值；并且我们利用主动管理基本定律来将信息系数写成了信息率以及资产数目的函数。因此，主动头寸以及组合的主动风

险变成了

$$h_n = \frac{IR \cdot z_n}{2 \cdot \lambda_R \cdot \omega \cdot \sqrt{N}} \quad (15-3)$$

$$\psi_p = \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R} \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_n^2} \approx \frac{IR}{2 \cdot \lambda_R} \quad (15-4)$$

我们可以利用式 (15-3) 以及式 (15-4) 来将主动头寸与希望得到的主动风险水平  $\psi_p$ 、股票的残差风险  $\omega$  以及资产数目的平方根  $\sqrt{N}$  联系起来，即：

$$h_n = \frac{\psi_p \cdot z_n}{\sqrt{N} \cdot \omega} \quad (15-5)$$

当主动头寸与业绩基准头寸之和为负值时，我们就将受到禁止卖空约束的限制。对于等权重业绩基准而言，这会在如下情况中发生

$$z_n \leq -\frac{\omega}{\sqrt{N} \cdot \psi_p} \quad (15-6)$$

图 15-1 展示了在不同主动风险水平下，信息边界（不触发约束条件的最低分值）依赖于股票数目的函数关系。

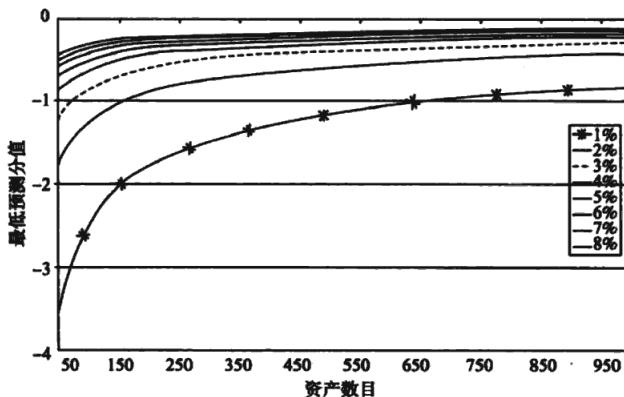


图 15-1 对组合主动风险的敏感性

当  $z$  分值处于最小分值之下时，就会有信息被浪费。最小分值越高，我们无法利用的信息就越多。举例而言，如果我们考虑一个包含 500 只股票、主动风险是 5% 的策略，并且假设一个典型的残差风险水平 25%，那么只要我们的  $z$  分值落在  $-0.22$  之下，就会发生信息浪费。假设  $z$  分值呈

正态分布，那么信息浪费将在 41% 的时间里发生。

这个粗略的分析说明：包含大量低波动率资产的激进策略，应该能够从放松“禁止卖空”这一约束条件中收获到最大的好处。策略越激进，它触发约束条件的可能性越大。资产的波动率越低，我们想要持有的主动头寸就越大。业绩基准中的资产数目越多，平均基准头寸越低，进而我们触发约束条件的概率就越高。

### 间接影响

在纯多头优化中，对于卖空的限制会同时产生直接与间接影响。直接影响如上所述，会使组合不能充分利用最负向的阿尔法。间接影响则来源于对保持全额投资状态的要求。在这种情况下，我们必须通过负的主动头寸来为正的主动头寸筹集资金。因此，负主动头寸的稀缺也会影响到多头头寸，其原因简单讲就是：想要超配就需要相应低配。

换言之，如果没有纯多头约束，我们将可以进行相对于基准的更大幅度的低配。由于低配要与超配相互平衡，因此在没有纯多头约束的情况下，我们也会进行更大幅度的超配。

我们可以用一个简单的例子来说明这种“联动”效应。我们从一个等权重基准开始，并且为 1000 只资产中的每一只随机生成阿尔法。然后我们在纯多头情形和多空情形下分别构造最优组合。图 15-2 展示出多空情形以及纯多头情形下的主动头寸，其中资产按照它们的阿尔法从高到低排列。

在多空情形下，正的主动头寸与负的主动头寸之间有一个粗略的对称关系。而在纯多头情形下，我们实质上为前 300 只股票之后的所有股票都赋予了完全一样的负向阿尔法。我们预期到，纯多头组合会比多空组合在处理负值阿尔法时更有效。但是更加令人惊讶的是，图 15-2 展示出纯多头组合在处理正值阿尔法时也不那么有效。

## 15.4 业绩基准权重分布的重要性

当业绩基准并非等权重时，上述多头与空头之间的联动效应会更加明显。我们可以用一个包含 101 只股票的极端的业绩基准的例子说明这一点。设股票 1 在业绩基准中的权重是 99%，而股票 2 ~ 股票 101 在业绩基准中各

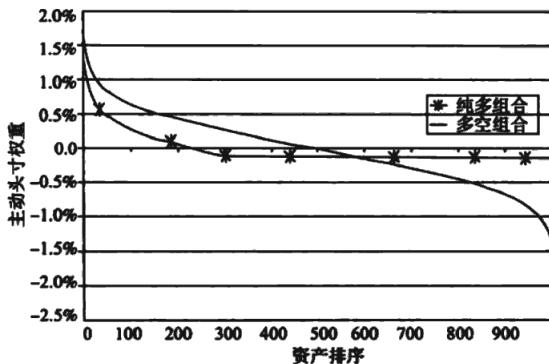


图 15-2 多空策略与纯多头策略的主动头寸：等权重业绩基准

占 0.01% 的权重：我们不妨称它们为格列佛 (Gulliver) 和 100 个小矮人 (lilliputian)<sup>②</sup>。为了简化这个例子，假设其中 50 家小矮人公司具有 3.73% 的正阿尔法，而另外 50 家小矮人公司具有同样大小但符号相反的负阿尔法。现在我们考虑两种情形：格列佛公司具有正阿尔法，也是 3.73%；格列佛公司具有负阿尔法，数值是 -3.73%。

在多空框架下，股票的市值对最优组合没有影响。表 15-1 展示了股票的主动头寸以及组合的一些特征：

表 15-1 多空情形的结果 (%)

特征	$\alpha$ (格列佛)	
	正值	负值
格列佛的主动头寸	0.79	-0.79
正的股票主动头寸	0.79	0.80
负的股票主动头寸	-0.80	-0.79
组合阿尔法	3.00	3.00
组合主动风险	2.00	2.00

在多空世界中，格列佛公司并没有被特殊对待。格列佛公司和与它阿尔法相同的小矮人公司得到了同样的主动头寸。注意到所有主动头寸都小

<sup>②</sup> 来源于《格列佛游记》(Gulliver's Travels, Jonathan Swift 著) 中的情节。——译者注

于 1/101，所以如果采用等权重业绩基准，那么纯多头约束不会对主动头寸产生任何影响。

当禁止卖空时，我们在高度不平衡的业绩基准上会遇到巨大困难。在这种情况下，格列佛公司的阿尔法是正值还是负值将造成巨大影响。如果它是负值，我们将赋予格列佛公司一个巨大的负向主动头寸（-1.55%），以使我们能够获得足够的资金来超配具有正阿尔法的 50 家小矮人公司。<sup>①</sup>但是当格列佛公司的阿尔法为正时，我们将只能建立很小的主动头寸，正向负向都是如此。表 15-2 展示了这些结果。

表 15-2 纯多头情形的结果 (%)

特征	$\alpha$ (格列佛)	
	正值	负值
格列佛的主动头寸	0.01	-1.55
正的股票主动头寸	0.01	0.04
负的股票主动头寸	-0.01	-0.01
组合阿尔法	0.04	0.15
组合主动风险	0.02	0.39

格列佛的例子还说明了另一个问题：组合可能在规模因子上具有显著的负向风险暴露。负向主动头寸的短缺导致我们在大市值股票上建立相对较大幅度的低配头寸。如果格列佛公司以 50/50 的概率获得 +3.73% 或 -3.73% 的阿尔法，那么我们在格列佛公司上的平均主动头寸将是 -0.77%。

### 市值加权业绩基准

格列佛公司的例子表明：业绩基准中的市值分布是决定纯多头策略能

① 替代方法是：

- 放松“净超配金额必须等于净低配金额”的限制条件。
- 利用做空现金头寸的方式（杠杆！）来为超配提供资金。
- 卖出业绩基准的远期合约来抵消增加的基准暴露度。

在格列佛模型（格列佛公司具有负阿尔法的情形）中，这种方法能使我们达到 1.53% 的组合阿尔法以及 1.42% 的主动风险。其中，负向现金头寸的大小等于组合杠杆前价值的 39%。

够创造多少附加值的重要因素。为了更切合实际地计算多空投资的好处，我们需要一个市值分布的模型。这需要一点点偏离本章主线的讨论。

我们将使用洛伦兹曲线（Lorenz curves）来描述市值的分布。为了绘制洛伦兹曲线，我们需要进行以下步骤：

- 以占总市值的比例来衡量基准权重。
- 按照权重从高到低对资产进行排序，依次编号为  $n=1, 2, \dots, N$ 。
- 对每个  $n$ ，计算前  $n$  只资产的累积权重。

洛伦兹曲线描述了累积权重的连续变化趋势。它从 0 开始，以凹曲线的形式逐渐递增至 1。如果所有资产都拥有相同的市值，那么它将是一条直线。

图 15-3 显示了等权重组合、Frank Russell 1000 指数以及 Frank Russell 1000 指数的模拟组合（我们将在下面描述它）的洛伦兹曲线。

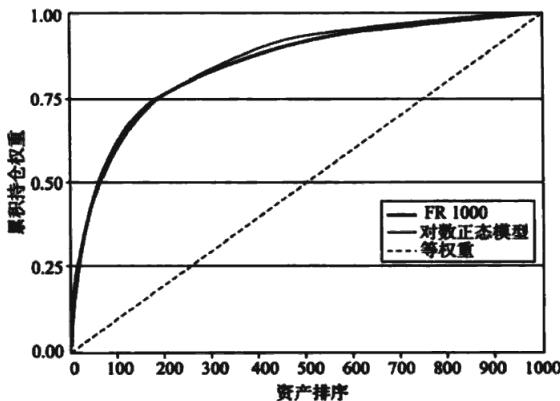


图 15-3 洛伦兹曲线：1 000 只资产

洛伦兹曲线的一个总结性统计量是基尼系数（Gini coefficient），它是曲线下方面积减去等权重曲线下方面积的差值的两倍。基尼系数总是落在 0（等权重基准）和 1（单资产基准）之间。所以我们能够对具有任意市值分布的业绩基准描绘洛伦兹曲线，并且利用基尼系数来总结其分布特征。为了推进本章的讨论，我们必须为市值分布假设一个具体形式。

## 市值模型

我们将假设市值的分布是对数正态的。下面是一个能生成这样的分布的单参数模型。

首先，我们将  $N$  只资产按照市值进行排序，从最大的 ( $n=1$ ) 到最小的 ( $n=N$ )。定义

$$p_n = 1 - \left\{ \frac{1}{2 \cdot N} + \frac{n-1}{N} \right\} \quad (15-7)$$

这些数值看起来像是概率。它们从接近 1 开始，然后随着市值减小而走向 0。然后，我们计算一个正态分布变量  $y_n$ ，使得观察到  $y_n$  的概率正是  $p_n$ ：

$$p_n = \Phi\{y_n\} \quad (15-8)$$

其中  $\Phi\{\cdot\}$  是正态分布累积概率函数。

至此，我们已经将一组线性排序转换为一组正态分布的变量  $y_n$ 。为了生成市值，我们定义

$$CAP_n = \text{Exp}\{c \cdot y_n\} \quad (15-9)$$

我们可以通过选择常数  $c$  来达到希望的基尼系数或使之与市场的洛伦兹曲线相匹配。<sup>①</sup>

我们用这个模型来匹配图 15-3 中的 Frank Russell 1000 指数。表 15-3 包含了摩根士丹利资本国际指数（Morgan Stanley Capital International (MSCI) Indexes）所覆盖的几个市场在 1998 年 9 月的类似结果。其中，弗里多尼亚 (Freedonia) 代表了等权重以及格列佛的例子。<sup>②</sup>

表 15-3

国家	指数	资产数目	基尼系数	常数 $c$
美国	Frank Russell 1000	1 000	0.71	1.55
美国	MSCI	381	0.66	1.38

① 还有另一种方法，直接将常数  $c$  取为所有股票的对数市值的标准差。正文中提到的两种选取常数  $c$  的标准，都更多地强调了对大市值股票的拟合。

② 弗里多尼亚 (Freedonia) 出现在 1933 年马克斯兄弟的电影《鸭羹》(Duck Soup) 中。在 1994 年巴尔干半岛的冲突爆发中，当几位美国议员被问及美国是否会介入弗里多尼亚（并不存在的一个国家）时，他们笑了。他们中有些人称这需要进一步研究，而更多人则认为如果弗里多尼亚继续它的种族清洗政策，则会赞成介入。

(续)

国家	指数	资产数目	基尼系数	常数 c
英国	MSCI	135	0.63	1.30
日本	MSCI	308	0.65	1.35
荷兰	MSCI	23	0.64	1.38
弗里多尼亚	等权重	101	0.00	0.00
弗里多尼亚	市值权重	101	0.98	11.15

在许多国家中，常数  $c$  的范围都在  $1.30 \sim 1.60$ 。为了分析由于纯多头约束造成的效率损失，我们将选用  $1.55$ ，这来源于直觉：MSCI 指数一定去掉了市场中相当多的小型股票。表中弗里多尼亚所在的两行展示了两种极端情形——完全平均和极度不平均——的结果，以便于我们与其他结果进行比较。

在单参数市值分布模型的帮助下，我们能够推导出多空投资潜在好处的一个粗略估计值。

### 估计多空投资的得益

由于纯多头约束是一个不等式约束，因此我们很难推导出它造成投资效率损失的一个解析表达式。但是我们可以通过计算机模拟，对其影响进行粗略的估计。正如我们之前的简单分析所言，模拟中的重要变量包括资产的数量和目标主动风险水平。我们依次考虑  $50$ 、 $100$ 、 $250$ 、 $500$  以及  $1\,000$  只资产，并且在每种情况下考虑不同的主动风险水平<sup>⊖</sup>： $1\% \sim 8\%$ （以  $1\%$  为步长），再到  $20\%$ （以  $2\%$  为步长）。

上述  $5$  种资产数目水平和  $14$  种主动风险水平构成了  $70$  种不同情形；在每一种情形下，我们都求解了  $900$  次随机生成的纯多头组合优化问题。在模拟中，我们假设残差收益率互不相关，资产的残差风险均为  $25\%$ ，限制必须为全额投资，并假设我们的信息率为  $1.5$ 。我们忽略了交易成本以及所有其他约束。我们通过以下式子产生阿尔法：

---

⊖ 我们利用式 (15-4) 来将目标主动风险水平转化为风险厌恶系数。由于纯多头约束严重地削弱了我们承受风险的能力，我们需要设置极高的目标风险。

$$\alpha_* = \omega \cdot \left( \frac{IR}{\sqrt{N}} \right) \cdot z_* \quad (15-10)$$

图 15-4 展示了主动投资的有效前沿：每承担单位主动风险能够获得的阿尔法。

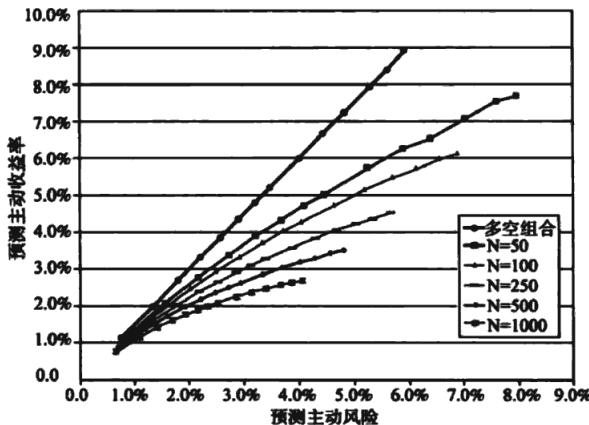


图 15-4

我们可以将图 15-4 中展示的有效前沿大致估计为：

$$\alpha(\omega, N) = 100 \cdot IR \cdot \left\{ \frac{\left\{ 1 + \frac{\omega}{100} \right\}^{1-\gamma(N)} - 1}{1 - \gamma(N)} \right\} \quad (15-11)$$

其中

$$\gamma(N) = |53 + N|^{0.57} \quad (15-12)$$

此外，与本书其他地方一致，我们以百分数为单位衡量  $\alpha$  以及  $\omega$ 。

正如我们所预期的那样，信息率保持不变的情况下，随着资产数目的增多，纯多头方式的实施会变得越来越不有效。我们也会看到更高的目标主动风险水平会降低效率。我们可以定义信息率（以及信息系数）收缩因子为

$$\text{收缩因子} = \left[ \frac{\alpha(\omega, N)}{IR} \right] = \left( \frac{100}{\omega} \right) \cdot \left\{ \frac{\left\{ 1 + \frac{\omega}{100} \right\}^{1-\gamma(N)} - 1}{1 - \gamma(N)} \right\} \quad (15-13)$$

图 15-5 展示了收缩因子依赖于风险以及资产数目的关系。对于一般的美国股票策略——500 只资产、4.5% 的风险——根据式 (15-13)，收缩因子为

49%，这正是图 15-5 所展示的。纯多头约束的影响是巨大的：它将一般策略的信息率缩小至原来的一半！

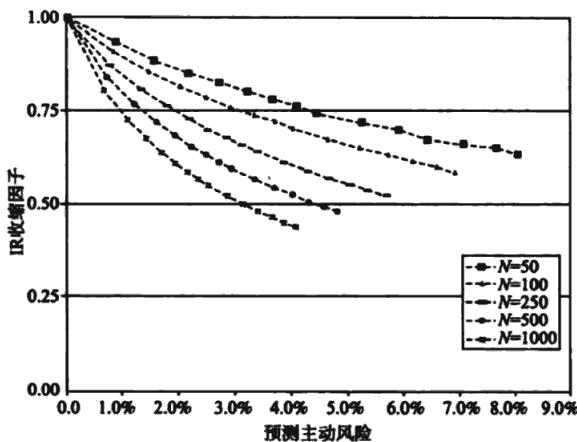


图 15-5

式 (15-13) 也使我们能够定量地评估是否应该采用指数增强策略（即低主动风险的投资策略）。包含 500 只股票、主动风险仅为 2% 的纯多头策略的收缩因子是 71%。在这个较低的风险水平上，我们仅损失了原信息率的 29%。

在高水平主动风险上，多空策略相比于纯多头策略有巨大优势。在低水平主动风险上，这个优势消失了。并且，考虑到多空策略具有更高的实施成本（例如上涨抛空规则（uptick rule）、融资融券成本），在极低的主动风险水平上，纯多头策略会显得更有优势。

在资产数目较大和纯多头约束的情况下，我们很难获得较高水平的主动风险。利用式 (15-11)，我们可以推导出与式 (15-4) 的实证版本：

$$\lambda_R = \frac{IR}{2 \cdot \omega \cdot (1 + \omega/100)^{\gamma}} \quad (15-14)$$

推导的细节请参照技术附录。

图 15-4 与图 15-5 展示的有效前沿是基于下述参数假设的结果：内置信息率是 1.5，基准权重的对数正态分布常数为  $c = 1.55$ ，残差风险都等于 25% 且互不相关。事实上，我们还分析了结果对各个参数的敏

感性。

改变内置信息率完全不会影响我们的结论。正如式（15-11）所示，有效前沿仅会随着内置信息率的变化而同比例缩放，这不会导致收缩因子的变化。

改变资产规模的对数正态分布常数  $c$ ，使它在  $1.2 \sim 1.6$  变化。即使这是一个比几个市场中的实证数据更为宽广的变动区间，也没有对结果产生显著的影响。系数  $c$  较低的情形与等权重情形更为接近，因此纯多头约束的束缚力有所降低。在 4.5% 的主动风险以及 500 只资产的情况下，随着我们改变这个系数  $c$ ，收缩因子的变化范围仅为  $0.49 \sim 0.51$ 。

图 15-6 展示了我们的结果是如何随着资产的残差风险而变化的。我们在基础案例中假设了 25% 的主动风险，这与美国股票的残差风险中位数非常接近。但是在有些时候，我们可能会关注于更加狭窄的股票空间。随着股票残差风险的增加，我们能通过更小的主动头寸实现更高的主动风险，这使得纯多头约束的效力减弱。在极低的 15% 的残差风险水平上，纯多头约束将产生很大影响。当残差风险处于更为合理的 20% ~ 35% 时，在风险为 4.5%、有 250 只股票的情况下，收缩因子的范围为 54% ~ 65%。

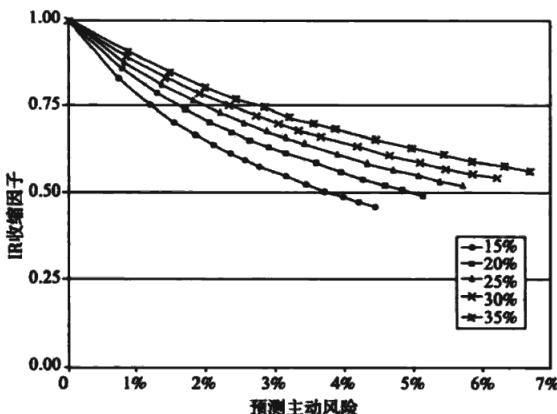


图 15-6 对资产残差风险的敏感性

我们还可以分析每只股票都有相同的残差风险的假设。给定 25% 的平均残差风险以及 500 只股票，我们来分析规模因子（由市值的对数来度量）与残差风险的对数之间可能存在的相关性。我们期望看到一个负的相关性：

更大的股票倾向于表现出更低的残差风险。通过观察美国大型股票（BARRA HICAP 股票空间，包含大约 1 200 只股票）的数据，我们发现这个相关系数在过去的 25 年中大约在  $-0.51 \sim -0.57$  变化。

图 15-7 展示了当我们把上述相关系数设定在  $0 \sim -0.6$  变化时，前沿是如何变化的。在相关系数为 0 的情况下，我们在 4.5% 的主动风险水平上看到收缩因子为 49%。当相关系数为  $-0.6$  时，情况显著改善，收缩因子提高到 63%。

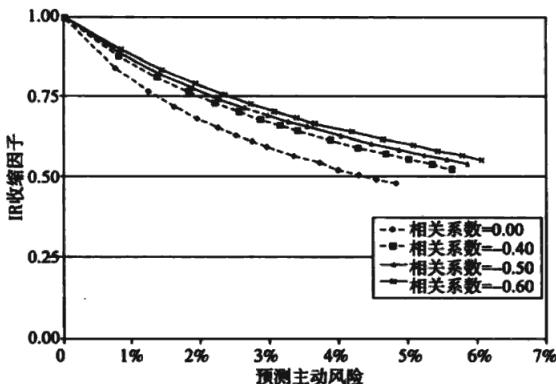


图 15-7 对规模与波动率之间相关性的敏感性

最后，图 15-8 展示了我们之前曾预料到的规模因子倾向。虽然资产规模与对数残差风险之间的相关系数对结果影响不大，但我们还是给出了不同相关系数情形下的结果。我们以标准化后（均值为 0，标准差为 1）的对数市值来定义资产的规模因子。所以主动头寸的规模暴露度为  $-0.3$  意味着组合的平均规模暴露度低于基准 0.3 个标准差。

这些规模倾向的影响是显著的。图 15-8 表明，一位跟踪 500 只股票，以 4.5% 的风险为目标的典型经理会表现出  $-0.65$  的规模暴露度。在美国，1997 年 10 月 ~ 1998 年 8 月，BARRA 美国股票模型中的规模因子表现出 1.5% 的收益率：大型股票的表现超过了小型股票。仅由于这个偶然的规模因子暴露，就会产生 98 个基点的损失。1988 年 9 月 ~ 1998 年 9 月，同样的规模因子会产生 3.61% 的累积收益率，这将导致组合在这个 10 年时期上产生 2.35% 的损失。

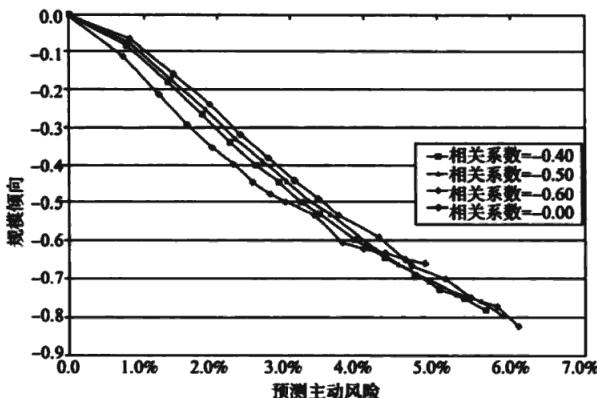


图 15-8 规模因子倾向对规模与波动率之间相关性的敏感性

## 15.5 多空投资的魅力

谁应该提供多空策略？谁应该投资于多空策略？很显然，多空策略是“纯粹的”主动头寸。由于贝塔为零，多空策略的一致预期收益率是零。换句话说，相信一致预期的投资者不会投资于多空策略。因此，只有能力卓越的主动投资经理才应该提供多空策略。多空策略使他们能够最有效地利用他们的优质信息。

采用多空策略，你将不能再靠业绩基准遮丑。当业绩基准产生了 20% 的收益率时，一位收益率为 15% 的纯多头经理的处境应该好过一位亏损 5% 的多空经理。虽然这不是纯多头策略的内在优势，但在实践中，它确实能给投资经理带来一些好处。

多空策略也为投资经理提供了仅根据他们的卓越信息来进行交易的自由度。例如，如果投资经理仅擅常在公用事业股票中创造附加值，那么他们能够构造一个仅涉及公用事业股票的多空市场中性组合。他们没有必要买入某只股票，仅仅因为它是业绩基准的成分股。组合的多头部分与空头部分都可能具有很高的主动风险（相对于标普 500 指数的），但二者相互之间的主动风险很低。

对投资者而言，多空策略是为那些最能识别优秀经理的投资者而设计的。对于这样的投资者，多空策略与股票市场基准之间的低相关性（设计

使然)使它极具魅力。多空策略也因此能够成功地与债券投资竞争。

多空投资还能够提供便利的阿尔法可移植性。期货合约能够将一个业绩基准上的主动收益率转移到另一个上面来。如果我们从一个以标普500指数为业绩基准的策略开始,卖空标普500指数期货,同时买入金融时报100指数(FTSE 100)期货,那么我们就把阿尔法转移到了FTSE 100上。在一个通常的纯多头策略中,这样的转移需要付出额外的努力,且这样做显得很不自然。多空策略则把阿尔法的可移植性放到了中心地位。对于多空策略,我们从纯主动收益率开始,然后选择一个业绩基准,可移植性是自然而然来的。

最后,多空投资为更有针对性的主动管理费用收取提供了可能性。纯多头组合包含了大量业绩基准股票。纯多头策略的投资者却要为这些被动头寸支付主动管理费。<sup>①</sup>多空策略的投资者则明确地只为主动头寸支付管理费。

## 15.6 实证观察

现在我们希望展示对于多空策略的一些初步的实证观察结果。这些策略并没有足够长的业绩记录来与纯多头策略进行系统的比较。但我们至少能初步了解到多空策略的风险特征和业绩表现。

这些结果基于14个美国多空策略的业绩表现,它们的历史记录有长有短,但都始于20世纪90年代,截至1998年3月。<sup>②</sup>这14个策略都是由管理着大量资金、富有经验的量化经理管理的。他们中的大多数都是BARRA的客户。表15-4展示了相关结果。读者需要留意的是,生成这张表的数据的样本量较小,并且可能不具代表性。

表 15-4

分位数	历史长度(月)	波动率(%)	贝塔	与标普500指数的相关系数	IR
90	96	10.90	0.10	0.23	1.45
75	86	6.22	0.06	0.15	1.23
50	72	5.50	0.02	0.04	1.00
25	50	4.12	-0.03	-0.07	0.69
10	28	3.62	-0.16	-0.20	0.44

① 请参见 Freeman (1997)。

② 请参见 Kahn 和 Rudd (1998)。

首先，注意到此处的风险水平与在表 5-8 中展示的典型主动风险水平并没有本质不同。<sup>Θ</sup>因此，至少对这 14 个复杂的策略实施而言，多空策略并没有比纯多头策略展现出显著更高的风险水平。

其次，根据表 15-4，这些策略都实现了市场中性。它们实现的贝塔以及与市场的相关系数都接近于零。事实上，观察到的最高相关系数来源于具有最短投资记录的经理。并没有统计证据显示某个策略的贝塔显著异于零，并且所有的贝塔实现值都相当小。这些（确实很有限的）样本的分析结果驳斥了“实现市场中性很困难”的观点。

最后，至少在这一历史时期上，这些多空策略作为一个整体表现出了相当不凡的业绩。虽然仅靠 14 个策略在某个特定市场时期中的结果，并不能证明多空方式会显著提高信息率，但是这确实能够部分地解释它们为何会日渐流行。

## 15.7 总结

多空投资是一种越来越流行的实施主动策略的方法。多空策略为更有效地利用卓越信息提供了可能性。由于纯多头约束是一个不等式，并且它的影响取决于业绩基准的头寸分布，所以我们无法推导出纯多头约束所造成影响的一个解析表达式。然而，简单模型与细致的模拟都显示出，多空投资的好处是巨大的，尤其是在资产空间很大、资产波动率很低并且策略具有较高的主动风险的情形。

从反向的视角看，纯多头策略经理应该了解纯多头约束对其投资组合意外并且显著的影响。其中的一个意外影响是：该约束会导致显著的负向规模因子暴露，并且也会限制多头头寸。

关于多空投资的实证结果是初步的，但是会激发起进一步的兴趣和研究。

## 15.8 本章附注

关于多空投资的讨论是充满争议的，并且有时甚至是相当激烈的。前

<sup>Θ</sup> 这些多空策略的平均风险水平的标准误是 0.64%。因此虽然这里展示的中位数超过了表 5-8 中的结果，但二者的差异在 95% 的置信水平上并不显著。

文我们曾提到，争论的出现部分地因为支持多空投资的最初理由是基于分散化的。而这条简单的辩护理由在许多方面都是误导性的。

第一份对于多空投资的严肃批评来源于 Michaud (1993)。之后争论移至 Arnott 和 Leinweber (1994), Michaud (1994), Jacobs 和 Levy (1995) 以及 1995 年 10 月在加利福尼亚的 La Quinta 由金融量化研究学会 (“Q Group”) 举办的会议《股票与固定收益中的多空策略》。Jacobs 和 Levy (1996), Freeman(1997), Jacobs, Levy 和 Starer(1998) 以及 Levin(1998) 此后也发表了关于多空投资各个方面的更加细致的分析。

更近期的研究关注于：多空策略如何应用到整体养老金计划中 [Brush, (1997)]; 多空经理的业绩表现 [Kahn 和 Rudd (1998)]。

## 15.9 问题

1. Jill 管理着一只纯多头科技股板块基金。Joe 管理着一只控制风险的、广泛分散化的核心股票基金。两位经理的信息率均为 0.5。通过采用多空方式重新实施各自的策略，他们二人中谁的信息率会得到更显著的提升？在怎样的条件下 Jill 会领先？Joe 呢？

2. 你有一个跟踪 250 只股票、信息率为 0.5 的策略。你以纯多头方式在 4% 的主动风险下实施了这个策略。你预期大约能得到多高的阿尔法？将结果转化为（以信息系数衡量的）能力水平上的收缩因子，这将显示出纯多头约束对能力的影响。

3. 你该如何缓解由纯多头约束导致的负向的规模因子暴露？

## 15.10 参考文献

- Arnott, Robert D., and David J. Leinweber. "Long-Short Strategies Reassessed." *Financial Analysts Journal*, vol. 50, no. 5, 1994, pp. 76–78.
- Brush, John S. "Comparisons and Combinations of Long and Long/Short Strategies." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 3, 1997, pp. 81–89.
- Dadachanji, Naozer. "Market Neutral Long/Short Strategies: The Perception versus the Reality." Presentation at the Q-Group Conference, La Quinta, Calif, October 1995.
- Freeman, John D. "Investment Deadweight and the Advantages of Long/Short Portfolio Management." *VBA Journal*, September 1997, pp. 11–14.

- Jacobs, Bruce L. "The Long and Short on Long/Short." *Journal of Investing*, vol. 6, no. 1, Spring 1997, Presentation at the Q-Group Conference, La Quinta, Calif., October 1995.
- Jacobs, Bruce L., and Kenneth N. Levy. "More on Long-Short Strategies." *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 2, 1995, pp. 88-90.
- \_\_\_\_\_. "20 Myths about Long-Short." *Financial Analysts Journal*, vol. 52, no. 5, 1996, pp. 81-85.
- Jacobs, Bruce L., Kenneth N. Levy, and David Starer. "On the Optimality of Long-Short Strategies." *Financial Analysts Journal*, vol. 54, no. 2, 1998, pp. 40-51.
- Kahn, Ronald N., and Andrew Rudd. "What's the Market for Market Neutral?" *BARRA Preprint*, June 1998.
- Levin, Asriel. "Long/Short Investing—Who, Why, and How." In *Enhanced Index Strategies for the Multi-Manager Portfolio*, edited by Brian Bruce (New York: Institutional Investor, Inc., 1998).
- Michaud, Richard O. "Are Long-Short Equity Strategies Superior?" *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 6, 1993, pp. 44-49. Presentation at the Q-Group Conference, La Quinta, Calif., October 1995.
- Michaud, Richard O. "Reply to Arnott and Leinweber." *Financial Analysts Journal*, vol. 50, no. 5, 1994, pp. 78-80.
- Pensions and Investments*, May 18, 1998, and May 12, 1997, articles on market-neutral strategies.

## 15.11 技术附录

我们将推导式(15-14), 即为了达到给定风险水平所需要的风险厌恶系数。

我们将效用函数表达为关于风险的形式:

$$U = \alpha(\omega) - \lambda_R \cdot \omega^2 \quad (15A-1)$$

利用式(15-11), 式(15A-1)变为

$$U = 100 \cdot IR \cdot \left\{ \frac{\left(1 + \frac{\omega}{100}\right)^{1-\gamma(N)} - 1}{1 - \gamma(N)} \right\} - \lambda_R \cdot \omega^2 \quad (15A-2)$$

通过将  $U$  对  $\omega$  求偏导, 然后令结果等于 0, 我们可以解出最优风险水平。也就是

$$IR \cdot \left\{ 1 + \frac{\omega}{100} \right\}^{-\gamma(N)} = 2 \cdot \lambda_R \cdot \omega \quad (15A-3)$$

式(15A-3)能直接导出式(15-14)。

## 第 16 章

# 交易成本、换手率和交易

### 16.1 导言

交易成本、换手率以及交易执行都是从当前组合转换至目标组合过程中的细节问题。<sup>①</sup>然而，这些细节很重要。研究表明，平均而言，美国的主动型股票经理每年会跑输标普 500 指数 1% ~ 2%；<sup>②</sup>而根据 Jack Treynor 的观点，导致平均业绩差于基准的原因只可能是交易成本。我们知道，机构经理典型的投资目标仅是每年增加 2% ~ 3% 的主动收益率（并且收取大约 0.5% 的佣金），因此交易成本的确是一个重大障碍。

交易成本常常看起来微不足道。如果你预期股票能够翻倍，谁又会在乎 1% 或 2% 或甚至 5% 的交易成本呢？不幸的是，预期经常是错误的。在年末，你的业绩表现是你的盈利和亏损的净结果。然而不论盈亏，你都需要支付交易成本。它们可以被称为投资管理版本的“千刀万剐”。一个拥有 0.5 的信息率排名在前 1/4 的经理可能由于交易成本而损失其大约 50%

---

① 事实上，它们可能影响你对目标组合的选择。

② 在 Lakonishok, Shleifer 以及 Vishny 在 1992 年所做的研究中，他们研究了 341 位美国股票经理在 1983 ~ 1989 年的表现，按照等权平均计算，这些基金经理每年跑输标普 500 指数约 1.3%，而按照市值加权平均计算，这些基金经理每年跑输标普 500 指数约 2.6%。一个在 1995 年由 Malkiel 所做的研究考察了从 1982 ~ 1991 年的主动型股票共同基金。很有趣的是，简单分析表明平均年化收益率相对于标普 500 指数仅低了 43 个基点；但是在考虑了生存者偏差（加入曾经存在但在 1991 年消失的基金）之后，平均年化收益率低于标普 500 指数的幅度则增加到了 1.83%。

的收益。交易成本的确很重要。

第14章中，我们将交易成本作为组合构建过程的输入参数。本章中，我们将更广泛（交易成本如何产生）、更精确（怎样估计交易成本）、更具战略性（怎样减少交易成本同时尽可能保持策略的附加值）地讨论交易成本和换手率。我们将从两个角度处理交易成本的战略问题：通过降低换手率来减少交易成本，同时尽可能保留附加值；通过最优交易执行来降低交易成本。

我们将在本章中讨论的基本要点如下：

- 交易成本随着交易规模以及对快速执行交易的意愿而增长。而这两个特征可以帮助识别投资经理是否是知情交易者，流动性提供商的存货风险是否会增加。
- 交易成本很难衡量。同时，能够精确估计交易成本——尤其是不同股票的交易成本之间的差异，将显著地提高实现的附加值。
- 交易成本会降低附加值，但是你经常能够仅用一半的换手率（也即一半的交易成本）获取至少75%的附加值。你可以根据交易成本把股票分类，从而取得更好表现。
- 交易本身就是一个组合优化问题，与组合构建问题不同。最优化交易能够减少交易成本，但要承担额外的短期风险。
- 交易执行有多种方式，经验法则可以告诉我们何时用何种方式。

换手发生在我们构建或再平衡一个投资组合之时，其源动力是新信息（新阿尔法）或风险控制。交易成本是我们为交易付出的代价。交易成本包含几部分：佣金、买卖差价、市场冲击以及机会成本。佣金是我们为执行交易而付给经纪人的每股费用。它是交易成本中最小的部分，并且也是最容易测量的部分。买卖差价是市场中股票的最高买价与最低卖价的差值；它衡量了购买一股（按照最低卖价）并马上卖出（按照最高买价）所造成的损失。买卖差价近似等于交易一股的成本。<sup>①</sup>

---

<sup>①</sup> 只有当你真正交易时，你才能确定这笔成本。

市场冲击是交易额外的股份时所需支付的成本。<sup>⊖</sup>为了购买一股，你需要支付最低卖价。为了购买 100 000 股，你需要支付比最低卖价高得多的价格。购买 100 000 股时的价格是通过交易发现的。它不是一个先验可知的量。市场冲击很难衡量，因为它是交易多股相对于交易一股时的额外成本，而在市场中，你不可能在相同的条件下分别测试交易多股和交易一股的情形。市场冲击是金融领域的海森堡不确定性原理（Heisenberg uncertainty principle）。每笔交易都会改变市场。

## 16.2 市场微观结构

市场微观结构这个领域主要研究市场如何运作以及交易如何发生的细节，从而理解交易成本，尤其是买卖差价以及市场冲击。这是一个当前活跃的研究领域，但缺少一个完整且被广泛接受的模型。我们没有关于交易的 CAPM 或者 Black-Scholes 模型，但至少有两个来自这个领域的想法可以显示交易成本的来源。

当一位投资经理想要交易时，他必须去市场上找到交易对手方。而这个对手方，很可能是纽约股票交易所的一位专营商或者纳斯达克的一位做市商，他会接受交易（“提供流动性”）但将收取一定费用。通常这位流动性提供商的唯一业务是提供短期流动性；也就是说，他并不是市场中的长期投资者。

有几个考虑决定了流动性提供商将收取（以及能够收取——毕竟，提供流动性是一项充满竞争的业务）怎样的费用。首先，流动性提供商想要知道经理为什么交易。特别是这位经理是否有什么特别的非公开信息将会很快改变股价？这位经理是否是一位“知情交易者”？如果是，流动性提供商将希望以信息公开时股票将达到的价格成交。但一般情况是，流动性交易商无法分辨投资经理是否拥有有价值的信息、还是无价值的信息，或仅仅出于风险控制的目的进行交易。他仅能通过成交量、交易的迫切程度来猜测该经理的信息价值。交易金额越大、越迫切，该经理“知情”的可

---

⊖ 一些作者把买卖差价归入了市场冲击，因为他们认为买卖价差属于市场现象（与佣金以及税费不同）。

能性就越大，则流动性交易商要求的价格补偿也就越高。市场冲击随着交易量增加。

第二个影响交易成本的因素是存货风险（*inventory risk*）。即使没有知情交易者，市场冲击也依然存在。流动性提供商无意长期持有头寸。当流动性提供商进行交易时，他的目标仅是将头寸持有至反向对手方的到来。在反向交易发生之前，每一分钟都增加了风险。流动性提供商有一个风险/收益的权衡，并且为了补偿存货风险会要求一个价格让步（收益）。对于这种风险的计算会涉及几个因素，但很明显的是交易规模越大，存货预期时间就越长，进而存货风险和市场冲击也就越大。市场冲击随着交易量增加。

市场微观结构理论能够为交易成本的来源提供基本的指导。在真实市场中，关于这些影响因素如何共同作用产生了我们观察到或者推断出的交易成本，目前还处于研究中并且超出了本书的讨论范畴。即便如此，其中一些基本真知还是能够在本章的各处帮助我们。

### 16.3 交易成本的分析与估计

交易成本的分析与估计是一项困难的任务，但也至关重要。市场冲击是交易成本中最难估计的部分，因为它难以度量。

交易成本的估计非常重要，它会显著影响投资经理实现的附加值。在有换手率约束时，交易成本估计能够帮助投资经理选择最合适的股票进行交易。当控制市场冲击时，交易成本估计又能帮助投资经理规划交易的时间路径。

交易成本估计是如此重要，像 BARRA 这样的分析工具提供商以及一些经纪人/券商现在都提供此项服务。

在理想情况下，我们希望根据经理的风格以及可能的交易量范围来估算每只股票的预期交易成本。市场微观结构理论认为，交易成本依赖于投资经理的风格，这主要是因为不同风格的经理的交易速度不同。买卖更加激进（更快）的经理会承担更高的交易成本。

Wayne Wagner (1993) 描述了这一效应，并且利用 20 位经理的交易成本与短期收益率（未扣除交易成本）的散点图描述了信息与交易成本之间

的关系。最激进的信息交易者能够实现非常高的短期收益率，但同时又被高昂的交易成本所抵消。最慢的交易者甚至经常得到负的短期收益率，但同时他们也有很小甚至是负的交易成本（为了获得负的交易成本，他们向别人提供流动性）。

对预期交易成本的估计需要度量和分析历史交易成本。最佳的起点是投资经理的历史交易记录，和被称为“执行损失”（implementation shortfall）的衡量整体交易成本的强力方法。<sup>②</sup>它的思路是把纸上组合（paper portfolio）的收益率与实际组合的收益率作比较。纸上组合是在没有交易成本的情况下，经理希望建立并马上实施的组合。这两个组合的收益率差异来源于佣金、买卖价差、市场冲击以及未能执行的交易的机会成本。例如有些交易一直未被执行是因为交易员希望等到一个更有利的价格，而股票却离那个价格越来越远。据 Wayne Wagner 估计，这种机会成本通常占交易成本的绝大部分。

目前许多事后交易成本分析的服务并没有采用执行损失的方法，因为这需要大量的交易记录数据。它们会采用更简单的方法，例如将执行价格与当日成交量加权平均价格（volume-weighted average price, VWAP）作比较。这种方法粗糙地衡量了市场冲击并且完全忽视了机会成本。这个方法简单地忽略了未被执行的交易指令。并且，VWAP 作为衡量业绩表现的基准，很容易被交易员作弊：他们能够通过某些操作来让结果在这种度量标准下看起来很好。

最困难的交易成本分析方法是直接研究市场的逐笔交易数据。之前我们描述的方法都以特定经理的交易为基础，而在分析逐笔数据时，我们甚至不知道每笔交易是由买方还是卖方发起的。我们必须利用一些法则来（不精确地）推测交易的发起方。比如，如果一笔交易是在卖方要价或更高价格上执行的，那么我们会假设这是一笔买方发起的交易。

逐笔数据中还充满着意外事件——例如金额巨大但未产生价格冲击的交易。然而交易记录永远都不是完整的。价格是否因为预期到该笔交易的规模而提前发生了变动呢？交易发起人是否在提交订单前就已经知道市场

---

② Jack Treynor 首先提出了这一方法，后来 Andre Perold 对此做了改进。

上存在足额的限价订单来消化其订单的市场冲击呢？研究人员将这种现象称为删失数据，或者有偏数据。逐笔数据展示的是成交的交易，不包括挂出的订单，更不包括因为成本过高而没有挂出的订单。因此，历史实现的交易成本会低估预期交易成本。

逐笔交易数据还有一些其他问题。它的数据集十分庞大，是数据管理技术上的挑战。并且尽管数据繁多，我们还是很少看到某些资产的交易。这些极少交易的资产往往交易成本最高。逐笔数据中恰恰缺失了我们最关注交易成本的那些资产的信息。

最后，逐笔交易数据中包含大量噪声，其来源包括价格的离散化、交易和报价的不同步以及数据错误。

上述困难不仅影响到市场冲击的估计，还影响到对市场冲击预测模型的测试。很显然，构造一个准确的、工业强度的交易成本模型是一项非常艰巨的任务。

我们的存货风险模型是一种被证明非常有效的交易成本模型。该模型利用流动性提供商为促成交易而承担的存货风险来估计市场冲击。在此，我们将对这个模型进行原理性的介绍。首先，给定某只股票上规模为  $V_{\text{交易}}$  的一个交易订单，流动性提供商一旦接手，则需尽快在市场上找到足够多的反向订单来消化掉它在该股票上的净库存，预期所需时间为：

$$\tau_{\text{出清}} \propto \frac{V_{\text{交易}}}{\bar{V}_{\text{日}}} \quad (16-1)$$

其中  $\bar{V}_{\text{日}}$  是该股票的日均成交量（或者日成交量估计值）。式 (16-1) 说明：如果你的交易量与该股票的日成交量相同，那么流动性提供商预期的出清时间应该在 1 天的数量级，以此类推。

出清时间和股票的波动率共同决定了存货风险：

$$\sigma_{\text{存货}} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\tau_{\text{出清}}}{250}} \quad (16-2)$$

其中式 (16-2) 将股票的年化波动率  $\sigma$  转化到合适的时间尺度上。式 (16-2) 中假设了  $\tau_{\text{出清}}$  是以日为单位计量的，并且一年包含 250 个交易日。

模型的最后一步假设了流动性提供商要求一个与其存货风险成比例的收益率（价格让步或者市场冲击）：

$$\frac{\Delta P}{P} = c \cdot \sigma_{\text{存货}} \quad (16-3)$$

其中  $c$  代表了风险/收益率之间的权衡，并且左端分母  $P$  是这样选取的：对于卖方发起的交易， $P$  取最优买价；对于买方发起的交易， $P$  取最优卖价。由于不同流动性提供商之间存在竞争，因此市场会帮忙确定常数  $c$ 。

对于一笔由卖方发起的大额交易，卖方的交易成本不仅包括买卖价差，还包括额外的价格让步（卖出价低于买入价），交易金额越高，额外让步的程度越高。对于由买方发起的交易的分析也类似。

联立式 (16-1) ~ 式 (16-3)，再加上佣金（将其转换至收益率的单位），能够得到

$$\text{成本} = \text{佣金} + \left( \frac{\text{买卖差价}}{\text{价格}} \right) + c_k \cdot \sqrt{\frac{V_{\text{交易}}}{V_B}} \quad (16-4)$$

其中  $c_k$  包含了股票的波动率、风险/收益率之间的权衡以及从年化波动率到日度波动率的转换系数。

一般而言，存货风险模型、式 (16-4) 与如下的交易经验准则是一致的：交易 1 天的成交量的成本大约是 1 天的波动率。该准则表明  $c_k \sim O\left(\frac{\sigma}{\sqrt{250}}\right)$ 。

这种存货风险模型所得出的结论之一是，市场冲击随着交易量的平方根而增加。这与 Loeb (1983) 的实证结果非常吻合。<sup>⊖</sup> 由于总交易成本取决于每股成本乘以交易的股数，它会随着交易量的  $3/2$  次方增加。

Loeb 是一位 Wells Fargo 投资顾问公司的被动型经理，他收集了不同交易规模的股票的报价。图 16-1 将他的结果与一个平方根函数做了比较。他发现的成本与交易规模的关系十分吻合平方根函数的形状（加上成交量较低时的固定成本）。

由式 (16-4) 出发来预测交易成本有几种方法。一种简单方法是挑选  $c_k$  使得典型规模的交易会承担大约 2% 的双向交易成本，或者根据对经理过

<sup>⊖</sup> BARRA 的研究员，尤其是 Nicolo Torre 和 Mark Ferrari，对于发现 Loeb 数据中的平方根规律有主要贡献。他们还用实证方法测试了市场冲击对于交易量的最优拟合幂指数（平方根对应于  $1/2$ ）。结果表明：平方根拟合得最好。更多细节请参见 BARRA (1997)。

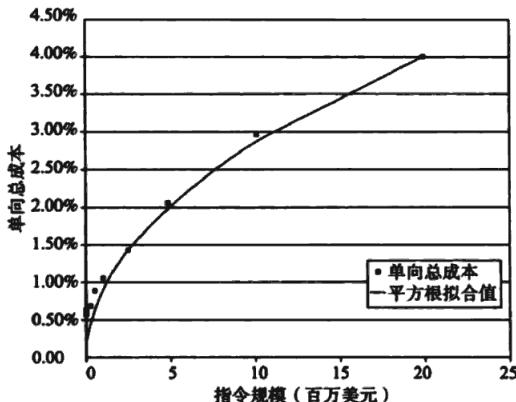


图 16-1

往交易的分析得出  $c_u$  的一个更好的估计值。如果你的优化器要求交易成本被表达为交易规模的分段线性或二次函数，那么只要在预期交易规模的取值范围内对式 (16-4) 进行适当地近似即可。

但是上述方法还不完善。存货风险的方法还支持更加缜密的结构化模型，它们能给出更加动态和准确的交易成本估计。<sup>⊖</sup> 结构化模型更适用于商业需求，它避免了纯粹的实证方法的以下缺陷：无法避免数据质量低下带来的诸多问题；覆盖不够全，尤其是对流动性差的资产以及新出现的资产；缺乏时效性。结构化模型能够分离出容易度量的元素，可以拓展到全部资产上，可以从横截面估计中受益，能够建立合理的结构，并且会限制一些问题的出现。

存货风险模型提出了一个特定结构：市场冲击依赖于对存货风险的预测，以及对流动性提供商每单位存货风险所收费用的估计。

第 3 章提出了风险的结构化模型。存货风险的结构化模型包含对股票风险的预测以及对存货出清所需时间的估计。为了估计这两个量，BARRA 开发的市场冲击模型根据子模型来估计股票波动率、交易量与交易强度（交易规模与交易频率），以及交易弹性。

---

<sup>⊖</sup> 请参见 BARRA (1997)。

通过把每一部分独立出来，BARRA 模型能够运用适当的真知和技术。在逐笔数据中找出市场冲击的规律可能有困难，但是我们可以运用之前对结构化风险模型的理解来估计资产风险。我们可以将真知运用到成交量以及交易强度上来，这对大多数股票都是适用的。举例而言，所有的股票交易都表现出开盘以及收盘时具有较高的成交量、在临近特定节假日时具有低成交量的特征。

交易弹性体现了买卖订单随价格变化而变化的特征。想象一位流动性提供商接受了一笔大的卖单并且要求得到价格让步。交易价格将降至之前的最高买价之下，并且提供商的存货现在有了正头寸。但是低价会吸引别的买家。弹性度量了当价格偏离均衡价格时，买家与卖家的数量变化。

给定计划的交易规模，BARRA 市场冲击模型使用交易频率、交易规模以及弹性的分布来估计存货出清的时间。出清时间与风险的估计值共同决定了存货风险的估计值。最后一步使用流动性提供商对于风险的定价来将存货风险转化为预期价格让步。BARRA 模型对不同类型订单——买入订单与卖出订单、柜台交易以及场外交易——的存货风险定价给出了不同估计。

在建立模型之外，考虑到逐笔数据具有的问题，BARRA 的研究员还开发了隐变量方法用于测试这类模型的准确性。更多细节请参见 BARRA (1997)。

## 16.4 换手率、交易成本与附加值

现在我们希望在交易成本会降低业绩表现这个简单的结论上更进一步，分析在限制一个策略的换手率的条件下，我们能保留多少附加值。我们都听说过那种非常有前途、但很不幸每个月要求 80% 换手率的策略。千万不要随意放弃这样的策略，如果能将换手率限制为每个月 40%、20% 甚至 10%，我们也许可以利用这个策略来创造可观的附加值。

我们会建立一个简单的框架来分析交易成本和换手率的影响，以便更好地完成附加值与换手率之间的权衡。在这个框架中，我们在每种水平的换手率约束下，给出最优附加值的一个下界估计，同时将阐述清楚交易成本与换手率之间的联系。它还会通过强有力的论证来说明精确区分股票的交易成本的重要性。

对于任意组合 P，考虑附加值

$$VA_p = \alpha_p - \lambda_A \cdot \psi_p^2 \quad (16-5)$$

其中  $\psi_p$  是组合相对于业绩基准 B 的主动风险。经理从一个具有附加值  $VA_1$  的初始组合 I 开始。我们把可供选择的组合限定在选择集  $CS^\ominus$  中。组合 Q 是  $CS$  中具有最高附加值的组合。我们目前假设组合 I 也在  $CS$  中，但是此后会放松这个假设。随着我们从组合 I 移动至组合 Q，附加值提高的部分为

$$\Delta VA_q = VA_q - VA_1 \quad (16-6)$$

现在令  $TO_p$  代表从组合 I 调整至组合 P 所需的换手率。作为预备工作我们要定义换手率，因为它有好几种定义方法。设  $h_p$  是初始组合，而  $h_p^+$  是调整后的组合，那么买入换手率为

$$TO_p = \sum_n \text{Max}\{0, h_{p,n}^+ - h_{p,n}\} \quad (16-7)$$

卖出的换手率为

$$TO_s = \sum_n \text{Max}\{0, h_{p,n} - h_{p,n}^+\} \quad (16-8)$$

这些买入与卖出的换手率数据并不包含现金头寸的变化。一个对于换手率的合理定义，也是我们将要采用的定义，是

$$TO = \text{Min}\{TO_p, TO_s\} \quad (16-9)$$

即我们定义换手率为买入换手率与卖出换手率中的最小值。在现金头寸不变的情况下，买入换手率等于卖出换手率。上述换手率定义的一个重要特点是：当组合账户发生追加资金（或资金撤回）情况时，用于新资金构建头寸（或头寸变现以应对赎回）的那部分换手将不计算在内。

从组合 I 转换至组合 Q 所需要的换手率是  $TO_q$ 。如果限制换手率小于  $TO_q$ ，那么我们将为了减少成本而牺牲一些附加值。令  $VA(TO)$  为限制换手率小于等于  $TO$  时我们能得到的最大附加值。图 16-2 展示了一个典型情形。前沿  $VA(TO)$  从  $VA_1$  增加到  $VA_q$ 。这条凹 $^\ominus$  曲线表明提高换手率上限带来的边际效益是递减的。

$\ominus$  这使我们能够对我们的选择集  $CS$  设置约束，比如对于风险资产的全额投资，组合贝塔等于 1，无卖空交易等。选择集  $CS$  要求是闭凸集。我们将分别考虑两种情形： $CS$  由等式约束所定义； $CS$  由不等式约束所定义。

$\ominus$   $VA(TO)$  的凹性是随附加值方程在头寸  $h_p$  上的凹性、换手率函数在  $h_p$  上的凸性以及选择集  $CS$  的凸性衍生而来的。 $VA(TO)$  的单调递增特征与我们的常识相符，即设置更高的换手率上限时，你至少可以做得和原来一样好。当选择集是由线性不等式所描述时，上述前沿将由二次曲线段构成（分段二次函数）。

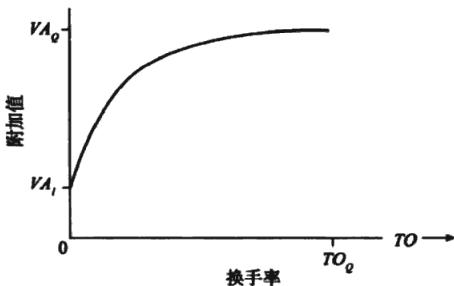


图 16-2

### 最优附加值的下界估计

技术附录中会详细证明，当我们假设选择集  $CS$  由线性等式约束（比如要求现金水平或者组合贝塔等于某个目标值时）所定义，并且包含组合 I 时，我们可以推导出最优附加值的一个二次函数形式的下界估计：

$$VA(TO) \geq VA_I + \Delta VA_Q \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{TO}{TO_0} \right) - \left( \frac{TO}{TO_0} \right)^2 \right] \quad (16-10)$$

这个下界源自一个非常简单的策略：对于从初始组合 I 移至最优组合 Q 的每只股票的交易，我们都按照比例  $\frac{TO}{TO_0}$  来部分地执行。这个策略能够使组合移动到选择集  $CS$  中另一个组合，所需换手率恰等于  $TO$ ，而这个新组合的附加值恰等于式 (16-10) 的右端，于是就得到了最优附加值的一个下界。

我们可以将式 (16-10) 蕴含的意义表述为以下的附加值/换手率经验法则：

**你能利用 50% 的换手率获得至少 75% 的（增量）附加值。**

由于附加值与信息率（在最优处）的平方成正比，因此上述结果在用等效信息率来表述时会更具吸引力。它表明：一个策略利用原来一半的换手率能够保留至少 87% 的信息率。<sup>⊖</sup>

⊖ 这个推论由于两个原因而略显松散。第一，我们是在没有约束条件（例如换手率约束）的情况下，在最优解处，推导出附加值与信息率的关系的。第二，本章中我们推导的是换手率与增量附加值（而非附加值本身）之间的关系。

## 规划交易的价值

我们能通过精明地规划交易细节，也就是优先执行最具吸引力的机会，来超越式（16-10）给出的附加值下界。例如，假设有四种资产。随着我们从组合 I 移动至组合 Q，我们在资产 1 和资产 2 上买入 10%，并且在资产 3 与 4 上卖出 10% 的头寸。换手率是 20%。假设这四种资产的阿尔法分别为 5%、3%、-3% 以及 -5%。那么买资产 1 卖资产 4 对阿尔法的提高比买资产 3 卖资产 2 的更大。如果我们将换手率限制为 10%，我们能够用 8% 的换手率执行资产 4 换为资产 1 的交易，用 2% 的换手率执行资产 3 换为资产 2 的交易，这样分配的结果将优于平均分配。

图 16-3 说明了这种情形。实线表示了前沿，虚线表示了下界。最优附加值最大程度超越下界的机会出现在  $TO_q$  的 0~100% 某处。

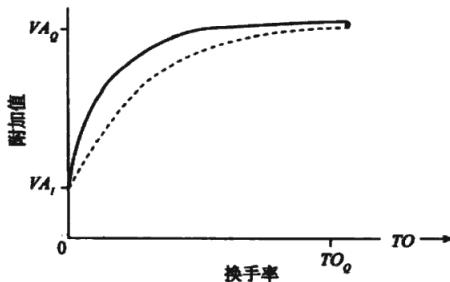


图 16-3

## 最优换手率<sup>①</sup>

关于交易成本，我们能提出的最简单的假设是双向交易成本对于所有资产都是一样的。令  $TC$  为该成本水平。我们希望从选择集  $CS$  中选出一个组合  $P$  能够最大化

$$VA_p = TC \cdot TO \quad (16-11)$$

图 16-4 说明了这个问题的答案。令  $SLOPE(TO)$  表示附加值/换手率前沿

<sup>①</sup> 原著中本子节标题为“交易成本”，但根据文意，“最优换手率”更为贴切。——译者注

在换手率水平为  $TO$  时的斜率。由于附加值/换手率前沿是递增的并且是凹的，所以  $SLOPE(TO)$  保持正值并且是递减的。从每一单位额外增加的换手率中获得的附加值也是递减的，因此随着  $TO$  增加至  $TO_g$ ，前沿的斜率  $SLOPE(TO)$  也会递减至 0。 $SLOPE(TO)$  代表了每单位额外交易产生的边际附加值，而  $TC$  代表了每单位额外交易导致的边际成本。最优换手率水平在边际成本等于边际附加值时得到；也就是  $SLOPE(TO^*) = TC$  时。

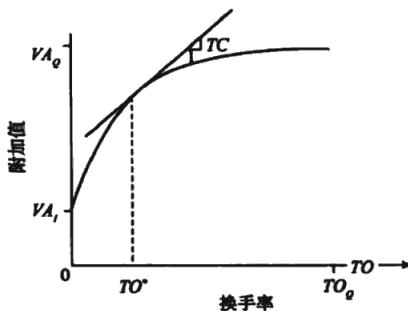


图 16-4

只要交易成本为正并且低于  $SLOPE(0)$ ，我们就总能找到一个换手率水平  $TO^*$ ，使得  $SLOPE(TO^*) = TC$ 。如果  $TC > SLOPE(0)$ ，那么完全没有必要进行交易，最优选择是继续持有初始组合 I。

### 隐含交易成本

附加值/换手率前沿的斜率可以被理解为交易成本。我们可以反转逻辑，把任意换手率水平与交易成本联系起来；比如说，20% 的换手率水平与双向交易成本 2.46% 相对应。

交易成本包含可观察到的部分，比如佣金与买卖价差以及不可观察的市场冲击。由于经理不能确定自己对交易成本的估计是否精确，因此他们经常通过建立一些个性化的制度，比如“每季度不超过 20% 的换手率”，来控制交易成本。将附加值/换手率前沿的斜率与交易成本水平联系起来的想法给我们提供了分析这类成本控制制度的机会。我们可以把换手率水平固定在要求换手率水平（required level of turnover） $TO_R$  上，并且计算前沿在  $TO_R$  处的斜率， $SLOPE(TO_R)$ 。于是我们的个性化制度就等价于“双向

交易成本的普遍水平等于  $SLOPE(TO_a)$ ”。如果我们认为双向成本大约为 2%，而又发现  $SLOPE(TO_a)$  大约为 4.5%，那就有些不对劲了。有三种可能的调整可以协调此处的矛盾。第一，我们可以把双向成本的估计值从 2% 调高。第二，由于我们所放弃的边际附加值（4.5%）多于我们的交易成本（2%），因此我们可以提高要求换手率水平  $TO_a$ 。第三，我们可以把阿尔法向零收缩来降低我们对自己创造附加值的能力的估计。以上三种方法的结合——每种调整都做一点——也能很好地发挥作用。这种类型的分析可以作为对我们的投资制度以及整体投资流程的现实性核查。

### 一个例子

考虑下面一个例子：用 S&P 100 的成分股作为股票空间，将标普 100 指数（S&P 100）选作业绩基准。我们为 100 只股票随机生成阿尔法<sup>⊖</sup>，通过中心化以及缩放来使得它们是基准中性的，并且使得在  $\lambda_1 = 0.1$  时，组合 Q 拥有 3.2% 的阿尔法以及 4% 的主动风险。初始组合包含 20 只随机选择的股票，它们组成等权重的组合，其阿尔法为 0.07%，主动风险为 5.29%，这是一位经理接管一个已有账户时的典型情形。

表 16-1

$TO_a$ 的百分比例	附加值			$VA_a$ 的百分比例 (%)	隐含交易成本 (%)
	下界部分	超越部分	总值		
0.0	-2.73	0.00	-2.73	0.0	
10.0	-1.91	0.87	-1.03	39.2	8.66
20.0	-1.17	1.00	-0.18	59.0	5.12
30.0	-0.52	0.88	0.36	71.4	3.40
40.0	0.04	0.70	0.74	80.2	2.50
50.0	0.52	0.51	1.03	86.8	1.90
60.0	0.91	0.34	1.24	91.8	1.43
70.0	1.21	0.19	1.40	95.5	1.02
80.0	1.43	0.09	1.51	98.0	0.67
90.0	1.56	0.02	1.58	99.5	0.33
100.0	1.60	0.00	1.60	100.0	0.00

⊖ 我们从标准正态分布中产生 100 个样本。

表16-1展示了这些结果，其中把附加值分解成两个部分：下界部分以及超越下界的部分。超越的部分来自于优先执行价值最高的交易。表16-1也展示了隐含的交易成本。我们可以发现，与合理的双向交易成本水平（大约2%）相对应的换手率并不是很高；此外，换手率约束极低或极高情形都对应着不切实际的交易成本水平。

注意到，采用最优交易创造的价值（最优附加值与附加值下界的差）在换手率等于 $T\Omega_q$ 的20%时达到最大。在这个例子中，前文所述的经验法则就显得有些保守了；在这里，我们可以用50%的换手率实现87%的附加值。<sup>⊖</sup>

### 将结果推广

在推导上述结果时，我们作出了三个假设：①初始组合包含于选择集CS中；②CS由线性等式约束所描述；③所有的双向交易成本都是一样的。现在我们将依次重新考察这些条件。

如果组合I不在选择集CS中，那么我们可以将组合构建问题看作一个两步骤的过程。在第一步里，我们从选择集中选取这样一个组合J：与CS中的其他组合相比，从组合I转换至组合J的换手率是最小的。从组合I转换<sup>⊖</sup>至组合J的附加值并不在我们的考虑范围内，因此可能有 $VA_I \geq VA_J$ ，也可能 $VA_I < VA_J$ 。从I移动至J所需要的换手率是 $T\Omega_J$ 。式(16-10)中给出的下界估计依然成立，只不过要将起点从组合I换为组合J。

上述情形能够说明添加约束条件带来的成本。如果组合I不在CS中，并且我们将换手率限制为每月10%，那么情况会怎样呢？如果前4%的换手率需要用来把组合移回选择集中，那么我们仅有6%的换手率可以用来反映新的阿尔法信息。

如果选择集CS由不等式约束描述，例如对卖空的限制或者对于单个资产头寸的上限，那么分析将变得更加复杂。然而，附加值/换手率前沿VA

<sup>⊖</sup> 可以构造一个包含两只股票的例子，这样我们就能精确推导出附加值/换手率前沿的下限。常识告诉我们，在存在大量股票以及阿尔法服从合理分布的情况下，通过优先执行最优交易来提高附加值的空间是很大的。

<sup>⊖</sup> 正式地，我们可以定义： $VA_P = \alpha_P - \lambda_A \cdot \psi_P^2$ ,  $P \in CS$ ; 以及 $VA_P = -\infty$ ,  $P \notin CS$ 。这意味着如果 $T\Omega < T\Omega_J$ ，那么 $VA(T\Omega) = -\infty$ 。

( $TO$ ) 的递增特征和凹性将和我们在图 16-2 中看到的一样。VA( $TO$ ) 也会具有二次曲线形式的下界；然而，此下界<sup>⊖</sup>并没有我们在仅有等式约束时得到的下界那么强，无法保证  $1/2$  的换手率能够得到  $3/4$  的附加值。然而，在我们的经验中， $75\%$  依然是一个合理的下界。

到目前为止，我们一直假设所有股票的双向交易成本都是一样的。如果交易成本有所不同（且经理能够预测出该差异），那么这对他而言将是个好消息。回忆一下，下界与附加值/换手率前沿之间的差值来源于我们能识别并优先执行最能增加价值的交易。我们的辨识能力可以增加价值。交易成本的不同进一步增强了我们的辨识能力。

我们已经在例子中分析了这一效应。我们从  $50\%$  的  $TO_q$  水平对应的  $1.90\%$  的隐含交易成本开始。然后我们设一半股票的交易成本是  $1.90\%$  的  $75\%$ ，也就是  $1.42\%$ ；而另一半股票的交易成本是  $1.90\%$  的  $125\%$ ，即  $2.38\%$ <sup>⊖</sup>。因此在  $50\%$  的  $TO_q$  水平上，交易成本保持不变。若我们进行最优化时考虑这些不同的成本，基本不会影响到组合的阿尔法或者风险，但是确实可以将交易成本降低大约  $30\%$ 。

交易成本的准确预测作为组合调整流程的一部分能够显著地节约成本。

交易成本模型越好，我们辨识不同股票的能力也就越好。在上述例子中，我们通过股票的线性成本分辨他们。更加精细的模型能够根据更加准确、动态的非线性成本来对股票进行区分。

很显然，我们从“通过降低换手率来降低交易成本、同时保留大部分附加值”的方法中看到了希望。这种方法的简单版本能够利用  $50\%$  的换手率来实现  $75\%$  的附加值；而更巧妙的版本利用股票阿尔法以及股票交易成本的不同，能够超越简单版本的结果。现在我们来讨论第二种降低交易成本的方法：最优交易。

## 16.5 交易，一个组合优化问题

交易是一个组合优化问题，但它与我们之前花大量篇幅讨论的组合构

<sup>⊖</sup> 证明请参见附录。

<sup>⊖</sup> 原著中为“ $2.26\%$ ”，根据文意，应为“ $2.38\%$ ”。——译者注

建问题不同。设想你已经完成了组合构建（或再平衡）的步骤。你持有的是当前组合，而你希望持有的是组合构建流程输出的目标组合。你通过交易来完成从当前组合到目标组合的转换。在预定的交易时段内规划这些交易——最先交易哪只股票，其次交易哪只等——是一个组合优化问题。其目标是最大化交易效用：

$$\text{交易效用} = \alpha_{\text{短期}} - \lambda_S \cdot \psi_{\text{短期}}^2 - MI \quad (16-12)$$

交易效用定义为短期阿尔法减去短期风险调整项，再减去市场冲击。这个交易效用方程以增加短期风险为代价换取更低的市场冲击。我们把交易过程中涉及的短期阿尔法、短期风险与投资持有期上的阿尔法、风险（本书其他部分讨论的）区分开来，是因为每小时或者每天的股票收益率经常与月度或者季度的股票收益率表现得相当不同。

在组合构建流程中，我们的优化结果是一个目标组合。而在交易中，我们的优化结果是在不同时点持有的一系列组合，它们从当前组合开始，在较短时间（交易时段）之后以目标组合结束。

交易执行策略的业绩基准是即刻执行；并且我们利用式（16-12）来衡量相对于这个基准的收益率与风险。正如前文所讨论的那样，即刻执行的问题是：它会增加市场冲击。市场冲击成本随着交易量以及交易速度的增加而增加。

直觉上讲，风险、市场冲击以及阿尔法会怎样影响我们的交易执行策略呢？对风险的考虑应该使交易执行更接近基准，也就是说，会推动我们尽快执行交易。对市场冲击的考虑将驱使我们将交易均匀地分配在交易时段之上。阿尔法则会驱使我们提前或推后交易。

### 举例

关于实施最优交易流程的细节——例如，如何将市场冲击作为交易速度的函数来建模——的讨论，已超出了本书的讨论范围，甚至也不在投资管理行业的热点话题范围内。然而，给出一个揭示其中想法的简单例子会很有帮助。然而，即使是这个简单的例子，也涉及了复杂的数学，我们将把这些数学推导交给技术附录来处理。

考虑交易流程的最基本情形：你拥有现金，并且你希望购买一只股票。

你认为股票会上涨。你希望在股票上涨之前及时购买。但是为了避免市场冲击，你愿意交易得耐心一些，并且承担一定程度的错过股票上涨的风险。在这种情形下，你的最优交易策略是什么？

细节分析如下。设开始时你仅持有现金头寸，金额为  $M$ 。 $T$  天之后，你希望完全投资于股票  $S$ ，其预期收益率为  $f$ ，风险为  $\sigma$ 。业绩基准是即刻执行。

我们需要度量出实际组合在每个时刻相对于基准的收益率、风险以及交易成本。对这个简单例子来说，我们可以利用股票持有比例  $h(t)$  来完全描述实际组合在时刻  $t$  的状态。假设你能在任何时点以任何速度进行交易，但要求你在第  $T$  天前达到全额投资状态。我们想要找到未来  $T$  天上的一条最优交易路径  $h(t)$ 。实际组合的现金头寸是  $1 - h(t)$ 。由于基准是完全投资的，所以实际组合相对于基准的主动股票头寸是  $h(t) - 1$ 。对实际组合，我们有  $h(0) = 0, h(T) = 1$ ，即开始时组合全部是现金，而在第  $T$  天结束时，组合完全投资于股票  $S$ 。

在接下来的  $T$  天中，组合的累积主动收益率为

$$\alpha_{\text{累积}} = \int_0^T dt \{ f \cdot [h(t) - 1] \} \quad (16-13)$$

此式对每个小时时期  $dt$  上的主动收益率进行积分（或求和）从而计算出长为  $T$  天的整个交易时段上的累积主动收益率。

与此类似，组合的累积主动风险为

$$\psi_{\text{累积}}^2 = \int_0^T dt \{ \sigma^2 \cdot [h(t) - 1]^2 \} \quad (16-14)$$

累积主动风险在长度为  $T$  天的交易时段上积分（或求和）了每个小时时期  $dt$  中的主动风险。主动风险依赖于主动组合头寸以及股票收益率的风险。

最后，我们必须来处理累积交易成本。在此例中，我们将特别关注于市场冲击，因为它是唯一影响交易执行策略的交易成本。<sup>⊖</sup> 我们将对累积主动市场冲击建模如下

$$MI = \int_0^T dt \{ c \cdot \dot{h}^2(t) \} \quad (16-15)$$

<sup>⊖</sup> 我们可以将其他交易成本（佣金以及税收）包含在对于股票收益率的预测中，但是它们不会影响我们的交易计划：因为不管计划如何，它们都是一样的。

其中

$$\dot{h}(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (16-16)$$

式(16-15)将市场冲击简单地建模为与股票头寸增长率的平方成正比。组合头寸变化越快，市场冲击越大。

这个简单的模型忽略了市场冲击中的记忆效应，这是一个很强的假设，但是当计划的交易量远小于股票的日成交量时影响不大。根据这个假设，市场不记得你昨天交易了什么；它只看你此时此刻正在交易什么。与之前一样， $T$ 天交易时期中的总市场冲击是在每个子区间  $dt$  上的市场冲击的积分（加和）。

技术附录将说明如何解析出使式(16-12)最大化的  $h(t)$ 。这里我们会展示不同参数选择下的最优交易路径图。三个不同的因素影响着结果：收益率、风险和市场冲击。由于我们关注于较短的时间尺度，所以一般来说风险和市场冲击相对于预期收益率而言是主导因素。<sup>①</sup>假设预期收益率很小，我们依然会面临两种不同的情形：风险厌恶远超过市场冲击和市场冲击远超过风险厌恶。图16-5展示了这两种情况在  $T=5$  天时的情形。当市场冲击远超过风险厌恶时，最优交易路径是均匀交易（即使基准是即刻执行）。当风险厌恶远超过市场冲击时，最优计划将更接近于即刻执行（基准）。例如图16-5中“风险厌恶占主导”的例子，在2天内（整个时期的40%），组合的股票头寸达到了它目标水平的75%。

## 16.6 交易实施

不论是借助上述最优化过程还是别的特殊方法，在确定了交易执行策略之后，下一步都是实际交易。执行交易的方式包括提交市价订单或限价订单。<sup>②</sup>

市价订单是以当前市场的最优价格成交指定数量资产的订单。限价订

- ① 风险与时间的平方根成正比，而预期收益率线性依赖于时间尺度。随着时间区间的缩短，风险相对于收益率会逐渐占据主导地位。
- ② 执行交易的选择实际上有更多种。它们包括配对撮合网络（cross networks）、另类股票交易所（alternative stock exchanges）以及主投标交易（principal bid transactions）。对于这些选择的处理在本书讨论范围之外。

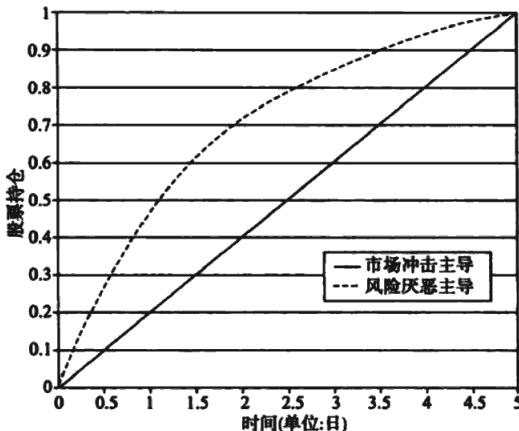


图 16-5

单是在指定价格上成交指定数量资产的订单。限价订单在市场冲击和交易执行的确定性之间作出权衡。市价订单可能会显著推动价格，但好处是能够马上成交。如果限价订单能够执行（它们可能无法执行），它们会在限定价格处成交。

目前存在着关于在交易中使用限价订单的争论。很多人说提交限价订单为市场提供了免费的期权。比如，一个价格为  $P$  的限价买单表明你愿意以价格  $P$  买入股票；即使在股价快速跌至  $P$  的 80% 处时也是如此。一旦股价迅速下跌，唯一能够保护你的就是在价格开始移动前撤销订单。

利用限价订单来交易投资组合还有别的问题。例如，在剧烈的市场动荡中，可能发生所有限价卖单都被成交，而所有限价买单都不能执行的情况。这会增加组合的市场风险。

考虑到限价订单的上述问题，以及典型的组合经理都渴望完成交易（实现新的阿尔法）的现实，我们得到了关于交易实施的一般规则：默认不使用限价订单，除非是对具有最高预期市场冲击的股票，并且使用限定价格时应尽可能接近市场价格。

争论的相反方观点是：限价订单使价值型经理能够卖出流动性以赚取流动性提供商的利润。合适的订单类型也许取决于经理的风格。

## 16.7 总结

本章我们讨论了交易成本、换手率、交易，并战略性地讨论了如何减少交易成本对业绩表现影响。我们首先讨论了交易成本的起源，以及它们如何随着交易量与紧急程度而变化。之后，我们开始关注交易成本的分析与估计的问题，这个问题比较困难，因为交易成本很难度量。但正如本章其余部分所言，交易成本的分析与估计对实现的附加值影响非常大。最准确的交易成本分析利用了执行损失的方法：比较实际组合与无成本纸上组合的收益率。

我们讨论了市场冲击的存货风险模型。它可以得到与市场上观测到的事实相匹配的结论，尤其是价格冲击依赖于交易量的平方根这一实证结果。我们还可以根据它建立实用的市场冲击预测模型，包括各种强度——从相当简单经验法则模型，到复杂的结构化市场冲击模型。

一种减少交易成本的方法是减少换手率，同时保留附加值。我们已经给出了最优附加值的一个下界估计，它是换手率的函数。我们还验证了一个经验法则：将换手率上限设为无换手率约束时最优组合换手率的一半时，我们将至少可以实现  $3/4$  的附加值。我们可以通过优先执行最有价值的交易以及考虑不同股票间交易成本的差异来超越此下界。我们还发现，附加值/换手率前沿的斜率暗示了双向交易成本的水平。

此后我们直接关注交易执行过程，将交易本身看成一个组合最优化问题，与组合构建分离开。最优交易流程能够降低交易成本，它以短期风险的增高来换取市场冲击的降低。执行交易的选择包括市价订单和限价订单。限价订单的缺点使得它们仅对具有最高市场冲击的股票适用，并且使用时应设置与市场价格接近的限定价格。

## 16.8 问题

1. 想象你是一位股票交易员，而一位组合经理通过比较你的执行价格与成交量加权平均价格（volume weighted average price, VWAP）来衡量你的交易技术。怎样操作能够使你在这个标准下表现得尽可能出色？这是否总是能够与组合经理的利益相符？

2. 为什么用一个仅包含两只股票的组合来超越式（16-10）给出的下界比用包含 100 只股票的组合更加困难呢？
3. 一个策略能够利用 200% 的年化换手率实现 200 个基点的附加值。如果利用 100% 的年化换手率，那么该策略能够实现多少附加值呢？实现 100 个基点的附加值需要多少换手率呢？
4. 如果市场冲击具有记忆效应，那么图 16-5 中展示的最优交易路径将怎样改变？
5. 图 16-5 中，为什么高风险厌恶会导致快速交易？

## 16.9 参考文献

- Angel, James J., Gary L. Gastineau, and Clifford J. Webber. "Reducing the Market Impact of Large Stock Trades." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 1, 1997, pp. 69–76.
- Atkins, Allen B., and Edward A. Dyl. "Transactions Costs and Holding Periods for Common Stocks." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 1, 1997, pp. 309–325.
- BARRA, *Market Impact Model Handbook* (Berkeley, Calif.: BARRA, 1997).
- Chan, Louis K. C., and Josef Lakonishok. "The Behavior of Stock Prices around Institutional Trades." *Journal of Finance*, vol. 50, no. 4, 1995, pp. 1147–1174.
- . "Institutional Equity Trading Costs: NYSE versus NASDAQ." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 2, 1997, pp. 713–735.
- Ellis, Charles D. "The Loser's Game." *Financial Analysts Journal*, vol. 31, no. 4, 1975, pp. 19–26.
- Grinold, Richard C., and Mark Stuckelman. "The Value-Added/Turnover Frontier." *Journal of Portfolio Management*, vol. 19, no. 4, 1993, pp. 8–17.
- Handa, Puneet, and Robert A. Schwartz. "Limit Order Trading." *Journal of Finance*, vol. 51, no. 5, 1996, pp. 1835–1861.
- Kahn, Ronald N. "How the Execution of Trades Is Best Operationalized." In *Execution Techniques, True Trading Costs, and the Microstructure of Markets*, edited by Katrina F. Sherrerd (Charlottesville, Va.: AIMR 1993).
- Keim, Donald B., and Ananth Madhavan. "The Cost of Institutional Equity Trades." *Financial Analysts Journal*, vol. 54, no. 4, 1998, pp. 50–69.
- Lakonishok, Josef, Andre Shleifer, and Robert W. Vishny. "Study of U.S. Equity Money Manager Performance." Brookings Institute Study, 1992.
- Loeb, Thomas F. "Trading Costs: The Critical Link between Investment Information and Results." *Financial Analysts Journal*, vol. 39, no. 3, 1983, pp. 39–44.
- Malkiel, Burton. "Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991." *Journal of Finance*, vol. 50, no. 2, 1995, pp. 549–572.
- Modest, David. "What Have We Learned about Trading Costs? An Empirical Retrospective." Berkeley Program in Finance Seminar, March 1993.
- Perold, Andre. "The Implementation Shortfall: Paper versus Reality." *Journal of Portfolio Management*, vol. 14, no. 3, 1988, pp. 4–9.

- Pogue, G. A. "An Extension of the Markowitz Portfolio Selection Model to Include Variable Transactions Costs, Short Sales, Leverage Policies and Taxes." *Journal of Finance*, vol. 45, no. 5, 1970, pp. 1005-1027.
- Rudd, Andrew, and Barr Rosenberg. "Realistic Portfolio Optimization." In *Portfolio Theory—Studies in Management Science*, vol. 11, edited by E. J. Elton and M. J. Gruber (Amsterdam: North Holland Press, 1979).
- Schreiner, J. "Portfolio Revision: A Turnover-Constrained Approach." *Financial Management*, vol. 9, no. 1, 1980, pp. 67-75.
- Treynor, Jack L. "The Only Game in Town." *Financial Analysts Journal*, vol. 27, no. 2, 1971, pp. 12-22.
- \_\_\_\_\_. "Types and Motivations of Market Participants." In *Execution Techniques, True Trading Costs, and the Microstructure of Markets*, edited by Katrina F. Sherrerd (Charlottesville, Va.: AIMR, 1993).
- \_\_\_\_\_. "The Invisible Costs of Trading." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 1, 1994, pp. 71-78.
- Wagner, Wayne H. (Ed.). *A Complete Guide to Securities Transactions: Controlling Costs and Enhancing Performance* (New York: Wiley, 1988).
- \_\_\_\_\_. "Defining and Measuring Trading Costs." In *Execution Techniques, True Trading Costs, and the Microstructure of Markets*, edited by Katrina F. Sherrerd (Charlottesville, Va.: AIMR, 1993).
- Wagner, Wayne H., and Michael Banks. "Increasing Portfolio Effectiveness via Transaction Cost Management." *Journal of Portfolio Management*, vol. 19, no. 1, 1992, pp. 6-11.
- Wagner, Wayne H., and Evan Schulman. "Passive Trading: Point and Counterpoint." *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 3, 1994, pp. 25-29.

## 16.10 技术附录

本技术附录将包含两个主题：第一个是不同换手率限制下的最优附加值下界估计；第二个是对正文中关于最优交易路径的例子的求解。

首先，我们来估计不同换手率限制下的最优附加值的下界，其中选择集  $CS$  由线性不等式及等式约束定义。正文中式（16-10）对应于等式约束的情形。

**不等式约束的情形， $CS = \{h \mid A \cdot h \leq b\}$**

设组合  $Q$  是问题  $\text{Max } \{V_A \mid h_p \in CS\}$  的最优解。这意味着我们能找到非负拉格朗日乘子  $\pi \geq 0$  使得

$$\alpha - 2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot (h_Q - h_p) - A^T \cdot \pi = 0 \quad \pi \geq 0 \quad (16A-1)$$

并且

$$A \cdot h_Q \leq b \quad \pi^T \cdot A \cdot h_Q = \pi^T \cdot b \quad (16A-2)$$

由于  $h_i \in CS$ , 故  $b - A \cdot h_i \geq 0$ , 再结合  $\pi \geq 0$ , 可以推出

$$\pi^T \cdot (b - A \cdot h_i) = \kappa \geq 0 \quad \text{或} \quad \pi^T \cdot A \cdot h_i = \pi^T \cdot b - \kappa \quad (16A-3)$$

在式 (16A-1) 两边左乘  $(h_q - h_i)^T$ , 并且利用式 (16A-2) 与式 (16A-3), 可以得到

$$-2 \cdot \lambda_A \cdot (h_i^T - h_q^T) \cdot V \cdot (h_q - h_i) = \alpha_q - \alpha_i - \kappa \quad (16A-4)$$

现在我们来考察从组合 I 线性变化到组合 Q 的一系列投资组合:

$$h = h_i + \delta \cdot (h_q - h_i) = h_q + (1 - \delta) \cdot (h_i - h_q) = h_q - (1 - \delta) \cdot h_i \quad (16A-5)$$

其中我们定义了交易组合  $h_r = h_q - h_i$ 。只要  $0 \leq \delta \leq 1$ , 相应的组合  $h$  就落在选择集  $CS$  中。这些可行解的附加值为

$$\begin{aligned} VA\{\delta\} &= \alpha_q + (1 - \delta) \cdot (\alpha_i - \alpha_q) - \lambda_A \cdot [\psi_q^2 \\ &\quad + 2 \cdot (1 - \delta) \cdot (h_i^T - h_q^T) \cdot V \cdot (h_q - h_i) \\ &\quad + (1 - \delta)^2 \cdot \sigma_r^2] \end{aligned} \quad (16A-6)$$

其中  $\sigma_r$  是  $h_r$  的风险。如果我们利用式 (16A-4), 那么式 (16A-6) 可以简化为

$$VA\{\delta\} = VA_q - (1 - \delta) \cdot \kappa - \lambda_A \cdot (1 - \delta)^2 \cdot \sigma_r^2 \quad (16A-7)$$

由于  $VA(0) = VA_i$ ,  $VA(1) = VA_q$ , 并且  $\Delta VA_q = VA_q - VA_i$ , 我们有

$$\kappa = \Delta VA_q - \lambda_A \cdot \sigma_r^2 \geq 0 \quad (16A-8)$$

因此式 (16A-7) 能够进一步简化为

$$VA\{\delta\} = VA_i + \Delta VA_q \cdot (2 \cdot a \cdot \delta - b \cdot \delta^2) \quad (16A-9)$$

其中

$$a = \frac{\lambda_A \cdot \sigma_r^2 + \frac{\kappa}{2}}{\lambda_A \cdot \sigma_r^2 + \kappa} \leq 1 \quad (16A-10)$$

并且

$$b = \frac{\lambda_A \cdot \sigma_r^2}{\lambda_A \cdot \sigma_r^2 + \kappa} \leq a \leq 1 \quad (16A-11)$$

根据式 (16A-9),  $VA(\delta)$  作为  $\delta$  的函数的斜率等于  $2 \cdot \Delta VA_q \cdot (a - b \cdot \delta)$ 。它在  $0 \leq \delta < 1$  时为正, 且当  $\delta$  趋于 1 时逐渐下降至  $\kappa$ 。

等式约束的情形， $CS = \{ h | A \cdot h = b \}$

此处的分析与之前类似，只是式(16A-1)中的 $\pi$ 没有了正负的限制。显然 $\kappa=0$ ，并且根据式(16A-8)有 $\Delta VA_q = \lambda_A \cdot \sigma_r^2$ 。此时容易计算出 $a=b=1$ ，于是式(16A-9)可以简化为

$$VA[\delta] = VA_i + \Delta VA_q \cdot [2 \cdot \delta - \delta^2] \quad (16A-12)$$

### 交易最优化

现在我们将讨论正文中关于最优交易路径的那个简单例子，我们目标是推导出最大化以下效用函数的最优交易策略 $h(t)$ 的解析表达式：

$$\text{效用函数} = \alpha_{\text{效用}} - \lambda_s \cdot \psi_{\text{效用}}^2 - MI \quad (16A-13)$$

仔细观察效用函数的形式，可以发现它本质上可以写为如下形式：

$$U = \int_0^T dt \cdot u(h, \dot{h}) \quad (16A-14)$$

在最优解处，效用函数的变为零：

$$\delta U = \int_0^T dt \cdot \left\{ \frac{\partial u}{\partial h} \delta h + \frac{\partial u}{\partial \dot{h}} \delta \dot{h} \right\} = 0 \quad (16A-15)$$

对式(16A-15)中第二项进行分部积分（并且利用变分在积分区间的固定端点上为零的性质），我们得到

$$\delta U = \int_0^T dt \cdot \left\{ \frac{\partial u}{\partial h} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial u}{\partial \dot{h}} \right) \right\} \delta h = 0 \quad (16A-16)$$

因此我们能通过选择满足下列条件的 $h(t)$ 来最大化 $U$ ：

$$\frac{\partial u}{\partial h} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial u}{\partial \dot{h}} \right) = 0 \quad (16A-17)$$

将式(16A-17)应用到交易执行策略的效用函数(式(16A-13))这个特例上，我们得到，最优交易路径 $h(t)$ (目标交易在 $t$ 时刻的执行比例)必须满足以下二阶常微分方程：

$$f - 2 \cdot \lambda_s \cdot \sigma^2 \cdot (h - 1) + 2 \cdot c \cdot \ddot{h} = 0 \quad (16A-18)$$

以及边界条件 $h(0)=0$ 和 $h(T)=1$ 。定义相关参数

$$s = \frac{f}{2 \cdot c} \quad (16A-19)$$

$$g^2 = \frac{\lambda_s \cdot \sigma^2}{c} \quad (16A-20)$$

并且重新整理，式 (16A-18) 则变为

$$\dot{h} - g^2 \cdot h = -s - g^2 \quad (16A-21)$$

应用标准的数学技巧求解式 (16A-21)，我们得到最优交易路径  $h(t)$  为

$$h(t) = \left\{ \frac{-\frac{s}{g^2} + \left(1 + \frac{s}{g^2}\right) \cdot \cosh(g \cdot T)}{\sinh(g \cdot T)} \right\} \cdot \sinh(g \cdot t) - \left(1 + \frac{s}{g^2}\right) \cdot [\cosh(g \cdot t) - 1] \quad (16A-22)$$

为了熟悉  $h(t)$  的特征，我们来观察  $h(t)$  在不同参数环境下的表现。我们定义一些无量纲量，用于区分不同的参数环境：

$$(g \cdot T)^2 = \frac{\lambda_s \cdot \sigma^2 \cdot T^2}{c} \quad (16A-23)$$

R1.  $(g \cdot T)^2 > > 1$ 。风险厌恶在与市场冲击的比较中占主导地位。

R2.  $(g \cdot T)^2 < < 1$ 。市场冲击在与风险厌恶的比较中占主导地位。

$$s \cdot T^2 = \frac{f \cdot T^2}{2 \cdot c} \quad (16A-24)$$

R3.  $s \cdot T^2 > > 1$ 。阿尔法是正值，并且在与市场冲击的比较中占主导地位。

R4.  $s \cdot T^2 < < -1$ 。阿尔法是负值，并且在与市场冲击的比较中占主导地位。

$$\frac{s}{g^2} = \frac{f}{2 \cdot \lambda_s \cdot \sigma^2} \quad (16A-25)$$

R5.  $\left| \frac{s}{g^2} \right| > > 1$ 。阿尔法（正值或者负值）在与风险厌恶的比较中占主导地位。

R6.  $\left| \frac{s}{g^2} \right| < < 1$ 。风险厌恶在与阿尔法的比较中占主导地位。

如果我们假设阿尔法为零，则系数  $s=0$ ，那么观察式 (16A-22) 在 R1 和 R2 两种极端参数环境下的行为将会相当有趣。当市场冲击相对于风险厌恶占主导时， $h(t)$  会沿着一条从 0 到 1 的直线路径演化，这意味着均匀交易。在另一种情形下，风险厌恶相对于市场冲击占主导，那么  $h(t)$  会以指

数速度逼近于 1：

$$h(t) \rightarrow 1 - \text{Exp}\{-g \cdot t\} \quad (16A-26)$$

### 练习

假设阿尔法为零。请在市场冲击相对于风险厌恶占主导的情形下，推导式 (16A-22) 的极限值。再来考虑风险厌恶相对于市场冲击占主导的情形，请证明最优交易路径是如式 (16A-26) 那样的指数形式。

### 实践练习

利用残差反转模型得到的阿尔法来构造一个主要市场指数 (MMI) 成分股的最优组合。初始组合是 MMI，而业绩基准是 CAPMMI。使用风险厌恶系数 0.075 以及经典的机构投资约束：全额投资，无卖空交易。

1. MMI 的附加值是多少？最优组合的附加值是多少？二者的差值是多少？
2. 从 MMI 调整至最优组合的过程中，换手率是多少？
3. 现在构造一个处于 MMI 和最优组合正中间的组合：

$$h_p = \frac{h_{MMI} + h_{最优}}{2}$$

从 MMI 调整至这个中间组合需要多少换手率？该组合的附加值是多少？比较这个组合相对于 MMI 的附加值增量以及最优组合相对于 MMI 的附加值增量。验证式 (16-10)。

## 第 17 章

# 业绩分析

### 17.1 导言

你的投资是否成功？什么原因？业绩的衡量能够回答第一个问题，并帮助回答第二个问题。一套尖端的业绩分析系统能够为一位主动投资经理提供有价值的反馈。经理可以将投资决策与投资结果联系在一起，从而识别成功或失败的决策，和可能的改进措施。

在业绩分析发展之初，业绩目标通常很模糊，甚至很原始：

“不要盗用资金！”

“不许亏钱！”

“好好干！”

“至少要比我在银行里的存款表现得好！”

“战胜市场！”

“对得起你收的主动管理费！”

业绩分析的目的是把有能力与无能力的投资经理区分开。简单的收益率横截面比较能够区分输赢；时间序列分析能够度量收益率与风险，开始把能力（skill）从运气（luck）中分离；而对收益率和组合头寸同时进行时间序列分析则能够进一步分析投资经理的能力所在：哪些赌注获得了回报，而哪些赌注无功而返。投资经理的事后能力应该与他的事前承诺一致。

开发更尖端的业绩分析系统的动力来自于基金的持有者。从总体上，投资经理对业绩分析的进步是抵制的，但也是失败的。这也可以理解：能力差的投资经理会害怕，运气差的投资经理会遭到不公平的指责，新的投资经理没有业绩记录。只有那些有能力（或者运气）的投资经理才会对此热衷。

当然，这些基金的持有者在进行行业绩分析时做了一些关键的假设：基于能力的主动管理是可能的；能力是一种能够持续的内在属性；统计上的异常收益率是能力的度量；在一段时期内有能力的投资经理会在下一个时期内继续有能力。关于这些假设的实证是混杂的，我们将在本章以及第20章中讨论。

业绩分析不仅对于基金持有者有用，对于投资经理也同样有用：他们可以借助业绩分析来监控并改进投资流程。经理可以确认组合中的主动头寸得到了风险补偿，并且组合中没有不必要的风险。

业绩分析能够在事后帮助经理避免主动策略实施中的两个主要陷阱。第一个是意外风险：比如，经理可能喜欢成长型股票，而并没有意识到成长型股票聚集在某个行业中，并且集中在高波动性的股票中。第二个是投资决策的意外累积效应。如果一个组合是基于一系列单个资产的决策而产生，即使每个决策表面上看起来都很明智，整个组合的风险也可能很快超出投资经理的初衷。风险分析能够在事前诊断出这些问题，业绩分析则能够在事后辨识出这些问题。

本章的要点如下：

- 业绩分析的目标是区分能力与运气。横截面收益率的比较做不到这一点。
- 基于收益率的业绩分析是分析收益率和风险、区分能力与运气的最简单的方法。
- 基于投资组合的业绩分析是从许多不同维度区分能力与运气的最尖端的方法。
- 业绩分析对发起人（客户）最有价值，如果他们与投资经理对投资目标以及如何达到这些目标达成了明确的事前协议。

- 业绩分析对于投资经理是有价值的，它让投资经理看清了哪些主动管理决策得到了补偿，而哪些没有。

## 17.2 能力与运气

业绩分析的基本目标是从运气中分离出能力。但是如何区分它们呢？在一个由 1 000 位投资经理组成的总体中，大约 5%，或者 50 位经理单凭运气就能够获得卓越表现。成功的投资经理不会承认他们只是走运；而所有不成功的投资经理都会归咎于运气不佳。

我们在图 17-1 中展示了对于市场的一个玩笑似的分析。我们将投资经理沿着“能力”与“运气”两个维度进行了分组。同时拥有能力与运气的投资经理是有福气的，他们理应事业腾达，也的确会。既没有能力也没有运气的投资经理则在劫难逃，自然选择很残忍，但也很公平。但是另外两类投资经理又如何呢？那些有能力但是运气不好的投资经理很悲凉，他们的历史表现并没有反映出他们的真实能力。最后还有第四类，这些投资经理没有能力却走了好运，我们称他们是“不可容忍的”。多数投资经理都能轻易地想出一些同事归属此类。

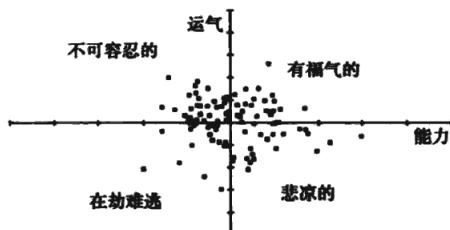


图 17-1 能力和运气

既幸运也不幸的是，我们仅能观察到能力与运气的叠加。有福气的和不可容忍的投资经理都会有正的收益率历史记录，我们的挑战就在于分辨这两类人。

正收益率的存在不能证明能力。在赌场玩轮盘赌的玩家中，每局都会有差不多一半人获得正回报；但一直玩下去他们都会输。非常大的正收益率的存在也不能证明能力，产生那样的收益率需要承担多少风险？业绩分

析会用严格的统计学方法比较事后收益率与事前风险。

第12章简单讨论过信息率的标准误。近似的结果是

$$\text{SE} | IR | \approx \frac{1}{\sqrt{Y}} \quad (17-1)$$

其中  $Y$  是样本期包含的年数。<sup>①</sup>这里我们使用年数是因为我们将信息率定义为一个年化的统计量。式(17-1)意味着为了在95%的置信水平下( $t=2$ )验证一位位列前1/4(即  $IR = 0.5$ )的投资经理的能力,需要16年的数据。<sup>②</sup>这是投资管理中必须面对的一个事实:卓越的投资能力难以验证。

我们可以从另一个角度来看待这个基本困境。假设你的确是位居前1/4,信息率0.5的投资经理,你的月度、季度、年度收益率是正值的概率是多少?图17-2展示了不同时间尺度下的结果。在1个月的考察期上,你仅有56%的机会实现正的阿尔法。在5年的考察期上,可能性上升至87%。这意味着即使在一个标准的5年时间区间中,也有13%的有能力的经理会实现负的阿尔法。考虑到投资职业生涯以及投资想法的典型时间尺度,我们会发现运气总是会扮演重要的角色。

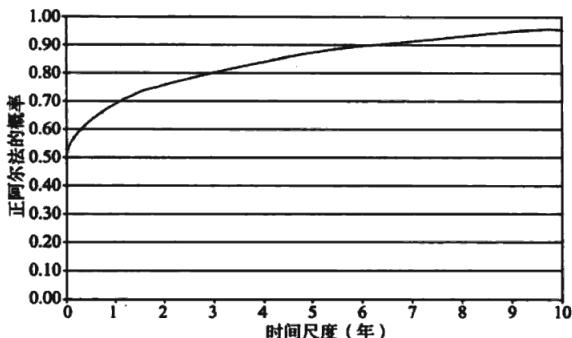
有效市场假说认为主动投资经理没有能力。在强有效市场上,所有现在已知的信息都已经反映在证券价格中了。由于所有的信息都包含在价格中,对于主动投资经理而言就没有额外的信息能够用于产生超常收益,所有主动收益率是完全随机的。在半强有效市场上,所有公开信息都已反映在证券价格中了,主动管理能力实际上是内幕交易!弱有效市场上,所有基于历史价格的信息都已经反映在当前价格中了,这将技术分析排除在主动管理能力之外,但它允许依赖于基本面以及经济分析的主动管理能力的存在。

<sup>①</sup> 这假设了所有误差都出自残差收益率均值的估计值。如果同时考虑残差风险的估计误差,我们会得到

$$\text{SE} | IR | = \frac{1}{\sqrt{Y}} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{IR^2 \cdot \Delta t}{2} \right)}$$

其中  $\Delta t$  是收益率的时间尺度,例如当我们观察的是月度收益率时,它等于1/12。更多细节请参见问题3。

<sup>②</sup> 参见问题4,其中我们讨论了为什么将年度数据换为月度数据不会在统计上提高我们验证投资经理业绩表现的能力。

图 17-2 前 1/4 投资经理的业绩表现 ( $IR = 0.5$ )

关于主动投资经理的业绩表现有很多学术研究，主要关注于三个互相关联的问题：

- 主动投资经理们平均而言是否超越了业绩基准？
- 顶尖的经理是否有能力？
- 正的业绩表现能否从一个时期延续至下一个时期？

第 20 章将更加详细地评论这些问题。对共同基金的初期研究显示，平均而言投资经理的表现不如业绩基准，且差距与基金费率成比例；业绩表现不会从一个时期延续至下一个时期。最近一些研究显示：投资经理的平均表现（去除管理费后）与业绩基准相符；顶尖的经理确实具有统计上显著的能力；正的业绩表现可能持续。其他研究对于业绩表现的持续性则没有发现任何证据。这些相互矛盾的研究结果告诉我们：即使业绩表现存在某种程度的持续性，其强度也不会很高。如果赢家再次获胜的概率是 52% 或者 57%，这在统计上是否显著呢？

### 17.3 定义收益率

我们从定义收益率开始，展开我们对业绩分析的深入讨论。这看起来很显然，但实际上收益率有多种定义方法。应该使用复合收益率还是平均收益率？算术收益率还是对数收益率？复合收益率的优势是能够精确度量

最后的组合价值。<sup>①</sup> 算术收益率的优势在于它是各期收益率的一个线性函数。我们可以举例来说明这一点。令  $R_p(t)$  为组合在第  $t$  个时期上的总收益 (total return)，令  $R_b(t)$  和  $R_f(t)$  分别为业绩基准与无风险资产的总收益。组合  $P$  在时期 1 到时期  $T$  的复合总收益  $R_p(1, T)$  等于以下乘积

$$R_p(1, T) = R_p(1) \cdot R_p(2) \cdot R_p(3) \cdots R_p(T) = \prod_{t=1}^T R_p(t) \quad (17-2)$$

组合  $P$  的几何平均收益率  $g_p$ ，是能够给出同样累积收益率的单期收益率：

$$(1 + g_p)^T = \prod_{t=1}^T R_p(t) \quad (17-3)$$

平均对数收益率  $z_p$  由式 (17-4) 定义

$$e^{z_p \cdot T} = \prod_{t=1}^T R_p(t) \quad (17-4)$$

或者

$$z_p = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \ln \{R_p(t)\} \quad (17-5)$$

几何平均收益率是以年为单位复利计算的，而平均对数收益率是以连续方式进行复利计算的。最后，(算术) 平均收益率  $a_p$  由式 (17-6) 定义

$$1 + a_p = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T R_p(t) \quad (17-6)$$

可以证明，在任何情形下总有  $z_p \leq g_p \leq a_p$  成立<sup>②</sup>。这并没有说其中一种度量方法就一定比另外几种好。它只是表明一致性很重要，以确保我们没有把苹果与橙子放在一起做比较。

<sup>①</sup> 除非组合有现金流人和流出，否则这就是正确的。然而，即使存在现金流人流出，业绩分析的行业标准方法也会等权重地看待每个时期的收益率样本，而不考虑在不同时期中组合价值的差异。

<sup>②</sup> 首先，根据对数函数的基本性质，我们有  $z_p = \ln \{1 + g_p\} < g_p$ 。这里有一个有用的近似关系： $z_p = \ln \{1 + g_p\} \approx g_p - 0.5 \cdot g_p^2$ 。再利用对数函数的凹性，我们有

$$\begin{aligned} \ln \{1 + g_p\} &= \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \ln \{R_p(t)\} \\ &\leq \ln \left\{ \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T R_p(t) \right\} \\ &= \ln \{1 + a_p\} \end{aligned}$$

因此  $g_p \leq a_p$ 。最后，我们还有一个近似关系（对于对数正态是精确的） $1 + a_p \approx [1 + g_p] \cdot \exp[0.5 \cdot \sigma_p^2]$ ，其中  $\sigma_p^2$  是  $\ln \{R_p(t)\}$  的方差。这可以化简为  $a_p \approx g_p + 0.5 \cdot \sigma_p^2$ 。对于该脚注中“对于对数正态是精确的”一句未验证。——译者注

当我们把每时期的组合收益率归因于不同的来源，并把每个来源的各期收益率都沿时间维度累积起来时，收益率的计算方式问题就变得尤为重要了。为了累积每个来源的收益率，我们需要考虑交叉项。我们将在技术附录中讨论处理此问题的一个方法。

## 17.4 横截面比较

业绩分析最简单的方式是将主动投资经理按照他们的基金在某个时期的总收益率排序。表 17-1 就是这样一张典型的排序表，其中展示了由退休计划发起人联盟（plan sponsor network, PSN）覆盖的机构股票投资组合空间中的收益率中位数、关键分位数以及一个分散的并被广泛跟踪的指数（标普 500）的收益率。所有这些收益率都起自 1988 年 1 月终于 1992 年 12 月。这种横截面比较可以让人直观地感受到某一时期的业绩表现数据的大致情况；然而，这种分析有四个缺点：

- 它们一般不能代表机构投资经理整体。表 17-1 仅包括了不迟于 1983 年开始、在 1993 年依然存在并且被 PSN 数据库覆盖的机构股票组合。
- 这些横截面比较一般都包含生存偏差，且随着时间尺度的增加而愈发严重。表 17-1 没有包含在 1983 ~ 1993 年清盘的组合。
- 这些横截面比较没有考虑有些经理管理着价值 1.5 亿美元的组合，而另一些经理管理着价值 150 亿美元的组合。这里的规则是一位经理一票——而不是一美元一票。
- 横截面比较没有针对风险进行调整。获得最高收益率的经理可能承担了较大的风险同时有不错的运气。我们在这个比较中不能区分能力与运气。

表 17-1

分位数	年化收益率（1988 ~ 1992 年）
前 5%	23.57%
前 25%	18.97%

(续)

分位数	年化收益率 (1988~1992年)
中位数	16.31%
后25%	14.50%
后5%	10.92%
标普500指数	15.80%

图17-3展示了使用横截面“快照”数据进行行业绩分析的问题。比较两位经理，A和B。在一个5年时期中，经理A获得了高于业绩基准16%的累积收益率；而经理B获得了高于业绩基准20%的累积收益率。如果仅根据这两个收益率数值（有限的信息）进行比较，显然我们会得出B做得更好的结论，并且大多数人也会这样认为。

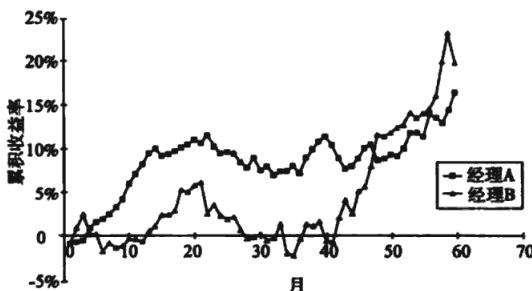


图17-3 累积收益率比较

然而，图17-3显示了经理A和B在这5年时期中的时间路径。在看过图17-3之后，大多数人会选择经理A而不是经理B，因为显然A在取得当前成绩的过程中承担的风险更少。<sup>①</sup>如果你在5年间的大多数时间点观察，都会发现经理A是领先的。

业绩分析必须同时考虑收益与风险。

## 17.5 基于收益率的业绩分析：基础方法

20世纪60年代，资本资产定价模型(CAPM)以及有效市场概念的发

① 经理A在这一时期中实现的信息率是1.0，而经理B实现的信息率是0.7。

展激发了学术界对业绩分析问题的研究。CAPM 认为某一位投资经理持续产生超常收益率是不大可能的。学术界设计了测试来检验他们的理论是否正确，这些测试的副产品则形成了业绩分析技术。这些技术分析收益率的时间序列。一种最早由 Jensen (1968) 提出的方法首先将收益率分解为系统性部分与残差部分，然后分析了残差部分的统计显著性。根据 CAPM，残差收益率应为零，而对于零的正向偏离代表了正的业绩表现。

CAPM 还认为市场组合具有最高的夏普率（超额收益率与风险的比值），并且 Sharpe (1970) 提出了以比较夏普率为基础的业绩分析方法。我们将首先讨论 Jensen 方法，再讨论 Sharpe 方法。

### 收益率回归

基于收益率的 Jensen 业绩分析的基本形式为：用组合的超额收益率时间序列对业绩基准超额收益率时间序列做回归，正如我们在第 12 章讨论的那样。

图 17-4 展示了从 1988 年 1 月 ~ 1992 年 12 月，主要市场指数 (MMI) 组合与标普 500 的超额收益率的散点图，图中还给出了回归直线。回归系数是组合实现的阿尔法值以及贝塔值：

$$r_p(t) = \alpha_p + \beta_p \cdot r_b(t) + \epsilon_p(t) \quad (17-7)$$

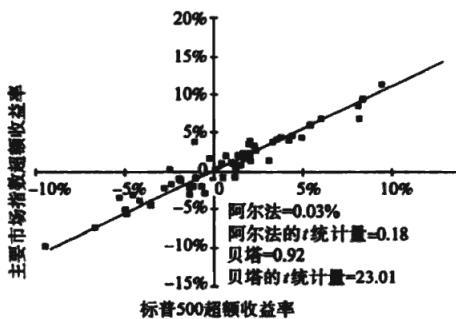


图 17-4 收益率回归分析

阿尔法在图中以回归线在纵轴上的截距的形式出现，贝塔则是回归线的斜率。在上述例子中，月度  $\alpha_p = 0.03\%$ ，而  $\beta_p = 0.92$ 。这个回归将组合的超额收益率分解成基准部分  $\beta_p \cdot r_b(t)$ ，以及残差部分， $\epsilon_p(t) = \alpha_p +$

$\epsilon_p(t)$ 。注意到在这个例子中，残差收益率与主动收益率相当不同，因为主动贝塔是 -0.08。当阿尔法是每月 3 个基点时，平均主动收益率是每月 -4 个基点。

CAPM 认为阿尔法应该为零。回归分析为阿尔法以及贝塔的估计给出了置信区间。阿尔法的  $t$  统计量为阿尔法的统计显著性提供了一个初步的检验。一条经验法则是： $t$  统计量大于等于 2 意味着组合的业绩表现来源于能力而非运气。在正态分布的假设下，仅凭运气观察到一个如此大的阿尔法的概率仅有 5%。

阿尔法的  $t$  统计量大约为

$$t_p \approx \left( \frac{\alpha_p}{\omega_p} \right) \cdot \sqrt{T} \quad (17-8)$$

其中  $\alpha_p$  和  $\omega_p$  都不是年化的，而  $T$  是观测值（时期）的数目。 $t$  统计量能够用来判断  $\alpha_p$  是否显著异于零，显著的  $t$  统计量要求  $\alpha_p$  相对于其标准差足够大，同时观测数据足够多。在上述例子中， $\alpha_p$  的  $t$  统计量仅为 0.36，在统计上并没有显著异于零。

在第 12 章中，我们讨论了  $t$  统计量及其与信息率和信息系数之间的关系。 $t$  统计量度量了收益率的统计显著性。信息率度量了年化残差收益率与年化残差风险的比值，并且决定了投资附加值。虽然  $t$  统计量和信息率在数学上是紧密相关的，但它们本质上是不同的。 $t$  统计量度量了统计显著性与能力；而信息率度量了实现的附加值，不论它在统计上是否显著。虽然 Jensen 业绩分析主要关注于阿尔法及其  $t$  统计量，但由于信息率与附加值紧密相关，故信息率也是重要的业绩分析指标。

代替 Jensen 方法的一个基本方法是去比较组合与业绩基准的夏普率。一个组合若符合如下条件，则说明有正的业绩表现：

$$\frac{\bar{r}_p}{\sigma_p} > \frac{\bar{r}_B}{\sigma_B} \quad (17-9)$$

其中  $\bar{r}$  代表了该时期的平均超额收益率。同样，我们也可以分析这一关系的统计显著性。假设我们对于收益率平均值的估计  $\bar{r}_p$  和  $\bar{r}_B$  的标准误比我们对于  $\sigma_p$  以及  $\sigma_B$  的估计误差大很多，那么每个夏普率的标准误大约为  $1/\sqrt{N}$ ，其中  $N$  是观测值的个数。因此统计显著（95% 的置信度）的证实能力存在的

依据为<sup>②</sup>：

$$\left( \frac{\bar{r}_p}{\sigma_p} - \frac{\bar{r}_s}{\sigma_s} \right) > 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{N}} \quad (17-10)$$

Dybvig 和 Ross (1985) 证明了<sup>③</sup>根据 Sharpe 方法判定的超常业绩表现蕴含大于零的 Jensen 阿尔法；而大于零的 Jensen 阿尔法并不一定蕴含 Sharpe 方法下的正业绩表现。

## 17.6 基于收益率的业绩分析：高级方法

对于仅使用收益率的基于回归的业绩分析方法，有几种改进措施。有些改进本质上是统计上的，更精准的统计测试。统计上改进的例子包括贝叶斯修正（Bayesian corrections）以及对于异方差性（heteroskedasticity）和自相关性（autocorrelation）的调整。其他改进源于金融学理论，它们尝试从收益率的时间序列中提取额外信息。金融层面修正的例子包括对基准择时进行分析、使用先验贝塔、分析附加值、控制公开信息、风格分析以及控制规模和价值。最后三种改进方法是有争议的，因为它们认为投资组合的收益中，源自各种层面公共信息的收益不应算作投资经理的功劳。这种提议进一步提高了主动投资经理的难度。

### 贝叶斯修正

第一个统计上的改进是贝叶斯修正。贝叶斯修正利用了阿尔法与贝塔在投资经理群体上的先验分布。例如，假设我们知道月度阿尔法的先验分布的均值为 0，标准差为 12.5 个基点。我们对阿尔法的期望就是 0，将会对年化值在  $\pm 3\%$ （平均每月 25 个基点）之外的阿尔法感到“意外”（两个标准差外的事件）。我们可以把类似的逻辑运用到观察到的贝塔上。贝叶斯分析允许我们在估计  $\alpha_p$  和  $\beta_p$  的“真值”时，将先验信息同时纳入考虑范围内。关于这个主题的更多信息可以参考 Vasicek (1973)。

---

<sup>②</sup> 如果每一项的标准误是  $1/\sqrt{N}$ ，并且标准误都是互不相关的，那么二者差值的标准误大约是  $\sqrt{2/N}$ 。  
<sup>③</sup> 他们提供了解析的结果，但没有处理关于统计显著性的问题。

## 异方差性

回归模型里有一条假设是误差项  $\epsilon_p(t)$  对于每个  $t$  都有一样的标准差。如果此假设不成立，我们也有其他的方案来应对。我们将这种现象称为回归模型中的异方差性。

## 自相关性

第三个有关统计的问题是自相关性。我们假设误差项  $\epsilon_p(t)$  是互不相关的。如果误差项序列中存在很强的自相关性，那么我们需要作某些调整。例如，当收益率样本的计算区间有所重叠时，误差项序列中将可能包含显著的自相关性。

## 基准择时

对于回归模型的一个金融层面的修正是加入基准择时的部分。拓展后的模型变为

$$r_p(t) = \alpha_p + \beta_p \cdot r_s(t) + \gamma_p \cdot \text{Max}\{0, r_s(t)\} + \epsilon_p(t) \quad (17-11)$$

我们引入变量  $\gamma_p$  来判断经理是否具有基准择时能力。这个模型包含一个“下行市场”贝塔，即  $\beta_p$ ；以及一个“上行市场”贝塔，即  $\beta_p + \gamma_p$ 。如果  $\gamma_p$  是显著为正的，那么我们认为存在择时能力的证据：组合对基准的暴露度在上行市场与下行市场中是显著不同的。图 17-5 展示了  $\beta_p$ 、 $\alpha_p$  以及  $\gamma_p$  与业绩表现的关系。

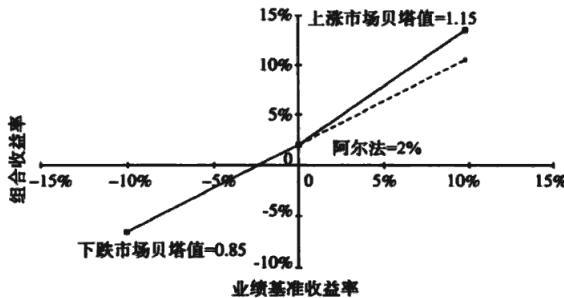


图 17-5 基准择时

在主要市场指数（MMI）组合与标普 500 指数组合的例子中，不存在基准择时能力的证据是情理之中的。1988 年 1 月 ~ 1992 年 12 月， $\beta_p = 0.95$ ， $\gamma_p = -0.05$ 。系数  $\gamma_p$  的  $t$  统计量仅为  $-0.41$ ，即它并不显著异于零。

第 19 章对基准择时能力的绩效度量进行了更细致的讨论。更多细节也可以参照 Henriksson 和 Merton (1981) 发表的文章。

### 先验贝塔估计值

基于收益率的分析的另一种改进思路是改进对贝塔的估计。这种改进的形式可以是利用贝塔的先验估计。正如我们将在第 19 章讨论的，此举能规避组合收益率与基准收益率之间的伪相关性（spurious correlation）。在主要市场指数组合与标普 500 指数组合（1988 ~ 1992 年）的例子中，贝塔的先验估计与实现值显著不同。实现的贝塔是 0.92，而在这段时期上，BARRA 风险模型每月预测的组合贝塔落在 0.98 ~ 1.03。将贝塔的实现值替换为 BARRA 预测值将使组合的阿尔法估计从每月 3 个基点变成每月 -4 个基点。

### 附加值

分析收益率特征的另外一种途径则是借用附加值的概念以及估值理论的想法（第 8 章）。基本的想法是去观察组合超额收益率以及市场超额收益率的特征。假设我们有  $T=60$  个月的收益率数据， $\{r_p(t), r_b(t), r_f(t)\}$ ，其中  $t=1, 2, \dots, T$ 。我们可以设想有一个这样的投资机会：“在未来，该投资的收益率将以概率  $1/T$  等于  $\{r_p(t), r_b(t), r_f(t)\}$ ”。在上述条件下，你愿意为获得这样的投资机会支付多少钱？假设你愿意为无风险资产或者市场组合支付 1.00；也就是说，它们是公平定价的。如果组合  $P$  的表现非常出众，你可能愿意支付 1.027 来获得该组合的收益率。在这种情况下，我们说附加值是 2.7%。如果你仅愿意支付 0.974，那么附加值为 -2.6%。技术附录中我们将展示如何具体实施这种分析。

### 控制公开信息

Ferson 和 Schadt (1996) 以及 Ferson 和 Warther (1996) 认为标准的回归（式 (17-7)）没有考虑到不同的市场环境。他们有两个观点：第一，关

于分红率以及利率的公开信息能够有效地预测市场情况；第二，经理是通过非公开信息来赚取利润的。因此，他们修正了基本的 CAPM 回归，使之可以控制公开信息。比如说，他们建议使用下面的回归方程：

$$\begin{aligned} r_p(t) = & \alpha_p + \beta \cdot r_B(t) + \beta_y \cdot [r_B(t) \cdot y(t-1)] \\ & + \beta_i \cdot [r_B(t) \cdot i_p(t-1)] + \epsilon_p(t) \end{aligned} \quad (17-12)$$

式 (17-12) 允许贝塔随着经济环境而变化，而经济环境则通过市场整体分红率  $y(t)$  以及无风险收益率  $i_p(t)$  的线性模型描述。许多投资经理不无道理地觉得式 (17-12) 贬低了他们，因为它利用了分红率、利率与市场条件之间关系的后验信息。

## 风格分析

到目前为止，基于收益率的业绩分析的所有改进都依赖于事先确定的业绩基准，一般来说是标普 500 指数这样的标准指数。Sharpe (1992) 提出了风格分析来为每位投资经理的业绩定制一个业绩基准，以便更加精确地衡量该经理的贡献。

风格分析试图在不知道组合头寸的条件下，从组合收益率的时间序列中尽可能提取更多信息。类似于因子模型，风格分析假设组合收益率有如下形式

$$r_p(t) = \sum_{j=1}^J h_{pj} \cdot r_j(t) + u_p(t) \quad (17-13)$$

其中  $|r_j(t)|$  是  $J$  种风格的收益率，而  $h_{pj}$  衡量了投资组合在该风格上的头寸， $u_p(t)$  是资产选择收益率，也就是风格所不能解释的那部分收益率。这里风格会在价值对成长、大盘对小盘、国内对国际、股票对债券等维度上对组合收益率进行分解。除了待评估组合的收益率数据之外，风格分析还需要能够代表各种风格的特征组合的收益率数据。

我们通过一个二次规划问题来估计风格头寸  $h_{pj}$ ：

$$\text{Min} \{ \text{Var} |u_p(t)| \} \quad (17-14)$$

满足

$$\sum_{j=1}^J h_{pj} = 1 \quad (17-15)$$

以及

$$h_j \geq 0 \mid j = 1, 2, \dots, J \quad (17-16)$$

这种方法与回归法有两个很重要的区别：第一，头寸必须为非负的，且加和为1；第二，该过程最小化了资产选择收益率的方差，而非  $\sum_{i=1}^r u_p^2(t)$ 。该目标函数并没有像回归中那样对较大的资产选择收益率均值进行惩罚，而是仅惩罚相对于该均值的偏离。

风格分析只需要组合收益率的时间序列以及一系列风格指数的收益率。其结果是把组合收益率自上而下地归因到风格和资产选择上来。根据风格分析，风格头寸确定了经理的类型，而资产选择收益率能够区分不同经理的水平。投资经理可以通过较大的资产选择收益率来证明他的能力。我们可以利用经理的资产选择收益率的均值和标准差来计算他的信息率。

总之，我们能够利用风格分析来①识别经理类型；②分析业绩表现；③分析风险。第一种应用——识别经理类型，一直饱受争议。有几位学者（比如 Lobosco 和 DiBartolomeo (1997) 以及 Christopherson 和 Sabin (1998)）指出对权重（风格头寸）的估计具有较大的标准误，其中部分原因就是风格指数之间的强相关性。不过这种应用本身并不常用。识别经理的风格一般并不需要这么复杂，经理们会公开他们的风格，看一看他们的投资组合一般也就能验证他们自己的说法。

基于风格的业绩分析也可能会不准确，但它毕竟是对基于收益率的业绩分析的一种改进。在对大量投资经理的整体业绩表现进行研究时，风格分析是一种很好的工具，特别是在无法获得及时准确的组合头寸信息的条件下。并且风格分析在某个基金经理上的估计误差在大样本群里将互相抵消。

风险分析能够利用风格分析来识别一个组合对不同风格指数的暴露度。风险预测会沿用这些暴露度、风格指数协方差矩阵以及资产选择风险的预测值（基于历史资产选择收益率）。我们可以假设资产选择收益率在不同经理之间是不相关的。借助于风格分析的风险分析能够改善仅基于贝塔的风险预测，但它相比于我们在第3章讨论过的结构化模型还有很大差距。

### 控制规模和价值

Fama 和 French (1993) 提出了一个和 Sharpe 风格分析在理念上非常接

近的业绩分析方法。他们利用如下回归方程进行业绩分析

$$r_p(t) = \alpha_p + \beta \cdot r_s(t) + \beta_s \cdot SMB(t) + \beta_y \cdot HML(t) + \epsilon_p(t) \quad (17-17)$$

这看上去就像是增加了额外两项的标准 CAPM 回归。 $SMB(t)$  (small minus big) 是一个买入小盘股、卖空大盘股的组合的收益率。 $HML(t)$  (high minus low) 是一个买入高净市率股票、卖空低净市率股票的组合的收益率。可见, Sharpe 的方法利用了二次规划, 以及规模、价值 (净市率) 维度上的风格指数; Fama 和 French 的方法在同样的两个维度上做了控制, 不同之处是使用了回归分析。

Fama 和 French 的两个风格组合的收益率序列是怎样被构造出来的呢? 首先, 在每年六月, 他们算出纽交所 (New York Stock Exchange, NYSE) 股票的市值中位数。他们以该中位数为界将所有股票 (包括 AMEX 和 NASDAQ 的股票) 分为两类——S 类 (small, 小盘股) 和 B 类 (big, 大盘股)。

接下来, 他们利用每年年末的数据将所有股票按照净市率进行排序。他们将最后 30% 的股票定义为 L 类 (low, 低), 将中间的 40% 定义为 M 类 (medium, 中等), 将最高的 30% 定义为 H 类 (high, 高)。这两个维度的划分产生六个股票组合: S/L, S/M, S/H, B/L, B/M 以及 B/H。

然后他们计算这六个组合的市值加权收益率。

最后, 他们将  $SMB(t)$  定义为 S/L、S/M 和 S/H 的收益率的简单平均值与 B/L、B/M 和 B/H 的收益率的简单平均值之差。也就是说,  $SMB(t)$  是一个净投资额为零的组合的收益率, 该组合买入小盘股, 同时卖空大盘股, 且多头组合与空头组合拥有差不多相等的净市率。

类似地, 他们将  $HML(t)$  定义为 S/H 和 B/H 的收益率平均值与 S/L 和 B/L 的收益率平均值之差。也就是说,  $HML(t)$  是一个净投资额为零的组合的收益率, 该组合买入高净市率的股票, 同时卖空低净市率的股票, 且多头组合与空头组合拥有几乎相等的规模因子暴露。

Carhart (1997) 对上述模型进行了扩展, 他在原模型中加入了一个新的控制变量——过去 1 年动量。

## 17.7 基于组合的业绩分析

基于收益率的分析是一种自上而下的，将收益率后验地归因于数个因子，统计性地分析经理的附加值的方法。最简单的形式是将收益率划分为系统性收益率以及残差收益率，然后根据残差收益率来为投资经理打分。风格分析在方法上与前者相似，也是将收益率归因到几种风格类型上，然后仅根据剩余的资产选择收益率来为投资经理打分。基于收益率的业绩分析一般会从收益率中分离出系统性部分或者风格部分，然后仅把剩余部分视为投资经理的能力。

基于组合的业绩分析是一种“自下而上”的方法，它根据先验组合头寸，把收益率归因到多个因子之上，并且根据其中若干个因子上的归因收益率来评估投资经理的价值。这使我们不仅可以分析经理是否创造了附加值，还能判断他创造的附加值是否沿着事前约定的维度。他是一位有能力的价值型投资经理吗？他创造的附加值除了来自于对共同因子的赌注，是否还有一部分来自于选股？基于组合的业绩分析可以回答这些问题。与基于收益率的业绩分析不同，基于组合的业绩分析能够将收益率归因到投资经理的多个能力维度。

仅使用收益率数据的业绩分析方法适用于所需信息不足的情况。一旦我们能够得到投资经理的组合头寸数据，我们就能进行更详细和准确的业绩分析。实际上，以下两种额外信息项能够帮助我们分析业绩表现：

- ▶ 各期组合头寸；
- ▶ 经理的投资目标以及投资策略。

分析分两步进行：业绩归因以及业绩分析。业绩归因关注于单一时期，将收益率归因于多个因子。业绩分析则关注归因到每个因子上的组合收益率时间序列。我们关心的是：基于统计分析，投资经理到底在哪些因子上施展了他们的能力并创造了附加值呢？

### 业绩归因

业绩归因关注于单时期的组合收益率，并且将它们归因于多个因子。

背后理论框架是多因子模型，正如我们在第3章所讨论的：

$$r_p(t) = \sum_j x_{pj}(t) \cdot b_j(t) + u_p(t) \quad (17-18)$$

通过对资产收益率的后验分析，我们能够获知组合在投资期初的因子暴露度  $x_{pj}(t)$ ，组合在投资期上实现的收益率  $r_p(t)$ ，以及投资期上各个因子收益率的估计值。归因到因子  $j$  的组合收益率<sup>②</sup>是

$$r_{pj}(t) = x_{pj}(t) \cdot b_j(t) \quad (17-19)$$

组合的特异收益率是  $u_p(t)$ 。

我们可以根据第3章自由选择因子，事实上我们一般使用与风险模型相同的因子组来进行业绩归因。但从原则上讲，业绩归因中的因子组不必与风险模型完全相同。正如在基于收益率的分析中那样，我们希望选择一部分因子用于风险控制，并且将其他因子作为收益率的来源。风险控制因子一般是行业或者市场因子，虽然稍后我们也会分析投资经理挑选行业的能力。

收益因子包括典型的投资主题，比如价值或者动量。在建立风险模型的过程中，我们总是使用先验因子：也就是说，构建因子的信息需要在期初就可以获知。而对于收益率归因，我们也可以考虑后验因子：也就是说，构建因子的信息要到期末才能获知。比如说，我们可以用基于期末才能获得的IBES 盈利预测值的因子。我们可以把归因到这个因子上的组合收益率理解成是经理在预言IBES 盈利预测上的能力证据。

把经理的收益率归因到众多因子之后，剩下的就是组合的特异收益率。在控制诸多因子之后经理选择个股的能力会在这个数据项中表现出来。我们称这项为特异资产选择收益率（specific asset selection）。

我们一般将特异收益率看成横截面因子所不能解释的收益率成分。这种看法表明我们简单地把各种来源的特异收益率全部混在一起。但对于单个策略而言，对其特异收益率进行更细致的归因可能也有意义。如果我们的策略依赖于分析师的信息，那么我们可能希望按照分析师把特异收益率分组。比如说，我们认为汽车行业分析师能够增加价值。如果这是真的，

<sup>②</sup> 请读者注意区分因子  $j$  的收益率（return to factor  $j$ ）和归因到因子  $j$  上的组合收益率（portfolio return attributed to factor  $j$ ），前者是  $b_j$ ，后者是  $x_{pj} \cdot b_j$ 。——译者注

我们就会从汽车股票的特异资产选择中获得正回报。与此类似，特异收益率能够告诉我们当前的策略是否在某些板块中的表现优于其他板块。这一项并不能评估我们在挑选板块上是否成功；它只是告诉我们是否在一个板块中比在另一个板块中更好地进行了选股。

应该注意到我们对收益率进行归因时有很多选择。我们可以选择因子，可以对特异收益率进行归因，甚至可以将部分收益率归因于我们组合构建过程中的约束条件（比如去年我们由于优化器的约束损失了32个基点的业绩）。<sup>⑨</sup>业绩归因并不是具有唯一定义的流程。商用业绩分析产品通常选用具有广泛适用性的分析框架，而量身定做的系统则没有这个限制。

我们能够将业绩归因运用到总收益率、主动收益率甚至是主动残差收益率上。对于主动收益率，分析过程完全一致，只是我们需要处理主动头寸以及主动收益率：

$$r_{PA}(t) = \sum_j x_{PAj}(t) \cdot b_j(t) + u_{PA}(t) \quad (17-20)$$

为了将组合主动收益率分解为系统部分以及残差部分，我们首先定义主动头寸的残差暴露度为：

$$x_{PARj} = x_{PAj} - \beta_{PA} \cdot x_{Bj} \quad (17-21)$$

即原主动暴露度减去主动贝塔与基准对该因子的暴露度的乘积，而残差头寸可以类似定义为：

$$h_{PARn} = h_{PA_n} - \beta_{PA} \cdot h_{B_n} \quad (17-22)$$

将这些式子代入式(17-20)，并利用 $u_{PA} = \sum_n h_{PA_n} \cdot u_n$ ，可得

$$r_{PA}(t) = \beta_{PA} \cdot r_B(t) + \sum_j x_{PARj}(t) \cdot b_j(t) + u_{PAR}(t) \quad (17-23)$$

利用式(17-23)，我们能够对组合相对于业绩基准的主动收益率的来源进行非常细致的分析。

作为业绩归因的一个例子，我们考察在1988年1月~1992年12月主要市场指数(MMI)组合相对于标普500指数的表现。首先，我们对组合

⑨ 例如，假设优化流程带有线性等式约束 $b^T \cdot A = 0$ ，并设拉格朗日乘子为 $-\pi$ ，那么一阶条件是

$$\alpha = 2 \cdot \lambda_A \cdot V \cdot b_{PA} + \pi \cdot A = 0$$

这个式子有效地将阿尔法分解为投资组合部分和约束条件部分。更多细节请参见Grimold和Easton(1998)。

在1988年1月上的收益率进行归因分析。利用BARRA美国股票模型（第2版），组合对各因子的暴露度如表17-2所示。

表 17-2

因 子	主 动 暴 露	归因收益率
市场变化	-0.10	-0.02%
成功	0.14	-0.47%
规模	0.69	0.10%
交易活跃度	0.04	0.02%
成长性	-0.14	-0.10%
盈市率	-0.07	-0.04%
净市率	-0.11	-0.06%
盈利波动性	-0.23	0.10%
财务杠杆	-0.04	-0.03%
海外收入	0.62	-0.02%
劳动强度	0.06	0.02%
分红率	0.00	0.00%
低市值	0.00	0.00%
铝	-0.57%	0.02%
钢铁	0.13%	0.01%
贵金属	-0.31%	0.04%
混合矿业与金属	-0.61%	-0.03
煤炭与油	0.32%	-0.03%
国际石油	2.53%	0.24%
国内石油储备	0.92%	0.08%
国外石油储备	0.00%	0.00%
石油精炼和输送	-0.54%	-0.04%
石油服务	-0.91%	-0.09%
林业产品	0.42%	-0.01%
造纸	2.64%	-0.18%
农业与食品	-1.76%	-0.08%
饮料	1.66%	-0.05%
酒	-0.52%	-0.01%

(续)

因 子	主动暴露	归因收益率
烟草	2.86%	0.19%
建筑	-0.01%	0.00%
化工	5.59%	0.11%
轮胎与橡胶	-0.22%	0.00%
集装箱	-0.22%	0.01%
生产资料	-2.32%	-0.08%
污染控制	-0.78%	-0.02%
电子设备	-1.52%	0.04%
航空航天	-1.96%	-0.08%
商业机器	1.59%	-0.01%
肥皂与家用器皿	4.19%	0.25%
化妆品	-0.55%	-0.03%
服装、纺织品	-0.32%	-0.01%
摄影、光学	2.76%	-0.12%
耐用消费品	-0.44%	-0.02%
汽车	1.70%	0.06%
休闲、奢侈品	-0.37%	-0.01%
卫生保健	3.14%	0.11%
药品与医学	10.45%	1.01%
出版	-2.21%	-0.01%
媒体	-1.29%	-0.08%
酒店与餐馆	-1.86%	-0.09%
货运	-0.21%	-0.01%
铁路运输	-1.30%	-0.07%
空运	-0.69%	-0.01%
海运	-0.06%	0.00%
零售食品	-0.72%	-0.03%
其他零售	-2.95%	-0.26%
电话、电报	-5.24%	-0.43%
电力公司	-4.39%	-0.34%
煤气公司	-1.04%	-0.05%

(续)

因 子	主动暴露	归因收益率
银行	-1.96%	-0.14%
储蓄机构	-0.09%	-0.01%
混合金融	1.19%	0.06%
生命保险	-0.82%	-0.06%
其他保险	-1.11%	-0.06%
房地产	-0.22%	0.00%
抵押贷款	0.00%	0.00%
服务	-2.09%	-0.04%
混合	0.14%	0.01%
归因主动收益率总和		-0.84%

表 17-2 还展示了主动收益率的归因结果，即归因到各个因子上的组合收益率。而表 17-3 展示了将主动收益率进一步分解为系统性部分和残差部分的归因结果。主要市场指数相对于标普 500 指数的主动贝塔仅为 0.02，因此主动残差部分与主动部分非常接近。比较表 17-2 与表 17-3，我们看到，组合的主动共同因子收益率为 -0.84%，而组合的主动残差共同因子收益率为 -0.75%。

表 17-3

组成部 分	归因收益率
主动系统性收益率	0.06%
主动残差收益率	-4.88%
共同因子贡献	-0.75%
特异收益率	-4.13%
主动总收益率	-4.82%

## 业绩分析

业绩分析以每期归因到各个因子上的组合收益率为起点，观察归因收益率（attributed return）序列的统计显著性以及附加值。与之前一样，这项分析通过 t 统计量以及信息率来确定统计显著性及附加值。

具体来说，我们考虑式 (17-23) 中所定义的归因，其中组合的主动收

益率被分解为系统性部分以及残差部分，并且主动残差收益率进一步被分解为共同因子收益率以及特异收益率。

让我们从对主动系统性收益率时间序列的分析开始。最直接的方法是对均值及其 $t$ 统计量进行简单分析。然而，根据CAPM，如果主动贝塔的平均值为正，那么我们预期得到一个正的收益率。所以，我们将再进一步，将此时间序列分解为三部分：第一部分来自平均主动贝塔与预期基准收益率；第二部分来自平均主动贝塔与超常基准收益率（即基准收益率实现值相对于其期望值的偏离）；第三部分来自于基准择时（各期主动贝塔对其均值的战术偏离）。第一个部分，基于平均主动贝塔以及预期基准收益率的部分，并不在主动管理的控制范围内。

整个时期中总的主动系统收益率是

$$\begin{aligned} \text{主动系统收益率} &= \sum_t \beta_{PA}(t) \cdot r_B(t) \\ &= \sum_t [\overline{\beta_{PA}} + \delta\beta_{PA}(t)] \cdot [\mu_B + (\overline{r_B} - \mu_B) + \delta r_B(t)] \\ &= \sum_t \overline{\beta_{PA}} \cdot \mu_B + \sum_t \overline{\beta_{PA}} \cdot (\overline{r_B} - \mu_B) + \sum_t \delta\beta_{PA}(t) \cdot \delta r_B(t) \end{aligned} \quad (17-24)$$

$$\text{预期主动贝塔收益率} = \sum_t \overline{\beta_{PA}} \cdot \mu_B \quad (17-25)$$

$$\text{超预期主动贝塔收益率} = \sum_t \overline{\beta_{PA}} \cdot (\overline{r_B} - \mu_B) \quad (17-26)$$

$$\text{主动基准择时收益率} = \sum_t \delta\beta_{PA}(t) \cdot \delta r_B(t) \quad (17-27)$$

在式(17-24)~式(17-27)中， $\overline{\beta_{PA}}$ 是平均主动贝塔， $\overline{r_B}$ 是该时期内平均基准超额收益率， $\mu_B$ 是基准超额收益率的长期期望值。

对于归因到各个因子上的组合收益率以及组合特异收益率时间序列，我们的分析则更加直接。<sup>①</sup>我们可以查看每个序列的均值、 $t$ 统计量以及信息率。我们需要的不仅是收益率均值，还需要每个因子的风险。我们可以用时间序列的实现风险或先验预测风险作为对风险的估计。技术附录展示

<sup>①</sup> 当然，我们也可以把分析系统性收益率的方法运用到归因收益率序列上来。具体而言，我们能将归因到每个因子上的组合收益率分解为两部分，一部分基于组合对该因子的平均主动暴露度，另一部分基于组合对该因子的各期暴露度对其均值的战术性偏离（择时）。

了一种综合利用上述两种风险估计的创新方法，随着分析时期内观测值的增多，该方法会逐渐加大分配给实现风险的权重。

业绩分析正如业绩归因那样，也不是唯一定义的。这里描述的体系仅是用于区分典型策略收益率的不同来源的合理方法之一。在有些情形下，对特定策略采用定制化的分析框架被证实是更有意义的做法，这样我们能够更加精确地分解出其附加值的来源。

表 17-4 总结了主要市场指数组合相对于标普 500 指数基准的例子中的分析结果<sup>⊖</sup>。结果在意料之中，表 17-4 并没有凸显出能力或者附加值。

表 17-4

主动管理的元素	年化主动贡献			
	收益率 (%)	风险 (%)	IR	t 统计量
主动系统性收益率				
超预期主动贝塔收益率	0.02	0.16	0.23	0.51
主动基准择时收益率	0.03	0.19	0.13	0.28
合计	0.06	0.25	0.24	0.54
主动残差收益率				
行业因子	0.27	1.88	0.12	0.26
风险指数因子	-0.97	2.25	-0.36	-0.81
特异收益率	0.12	3.23	0.01	0.02
合计	-0.58	4.21	-0.14	-0.30
总主动收益率	-0.52	4.22	-0.12	-0.27

逐一分析风险的每一个来源之后，我们就可以识别出投资经理采用的最优以及最差策略：即平均而言取得最高与最低收益率的时间序列。投资经理事先制定的目标和策略会在这里显现。选股型经理的最优策略中应该有一个是特异资产选择。价值投资型经理应该发现各种价值因子是他们的最优策略。如果事先制定的策略未出现在最优策略的分析结果中，那么基金持有人应该留意，这意味着主动投资经理可能偏离了预定策略；并且对于经理而言也是一个信号，意味着策略并没有按照他期望的方式运转。

表 17-5 展示了主要市场指数组合相对标普 500 指数基准的例子的最优以及最差策略。之前的分析指出，该例子并没有体现出能力或者附加值；

⊖ 技术附录中讨论了计算年化主动收益率贡献，特别是累积归因收益率的方法。

并且比较表 17-5 与表 17-2 时，我们会发现最优以及最差策略仅仅对应于最大的主动暴露度。

表 17-5

投资策略	年化主动收益率 (%)
五个表现最优的策略	
海外收入	0.44
国际石油	0.36
药品、医学	0.33
烟草	0.22
卫生保健	0.18
五个表现最差的策略	
规模	-1.24
摄影、光学	-0.48
商业机器	-0.40
造纸	-0.37
电话、电报	-0.32

## 17.8 总结

业绩分析的目标是分离能力和运气。可用信息越多，分析质量就越高。简单地基于横截面收益率来区分经理是不够的。投资经理以及业绩基准的收益率时间序列能够将能力从运气中分离出来。最准确的业绩分析利用了组合各期明细头寸以及收益率的信息，这样不仅能够将能力从运气中分离出来，还能识别出经理在哪方面具有能力。

## 17.9 本章附注

科学的业绩分析始于 20 世纪 60 年代，以 Sharpe (1966, 1970)、Jensen (1968) 以及 Treynor (1965) 的原创性学术研究为诞生标志。他们把 CAPM 作为发展本章所阐述的基于收益率的方法论的起点。他们的目标是测试市场有效性并分析投资经理的业绩表现，这个话题我们将在第 20 章讨论。

从那个时候起，许多其他学者陆续开发出更多的业绩分析方法，但推

动他们不断前行的驱动力仍然是对验证市场有效性以及投资经理价值的渴望。一些改进源自于在 CAPM 的框架内运用更精巧的统计工具。其他修正则追随了金融理论的新发展。比如, Fama 和 French (1993) 提出了一个新想法, 该方案能够明确控制规模以及净市率效应。

学术界主要关注基于收益率的分析。一个例外是: Daniel、Grinblatt、Titman 和 Wermers (1997), 他们在资产层面控制了规模、净市率和动量因子 (利用五档组合), 然后将特异收益率汇总到投资组合层面。

在本章中, 我们讨论的由投资实践界开发、基于组合的业绩分析方法, 涵盖了学术界大多数的最新进展。

## 17.10 问题

1. 去年 Joe 一直在管理一个组合。业绩分析显示, 他在去年实现了 1.00 的信息率, 并且其  $t$  统计量也是 1.00。他认为信息率对于附加值而言最重要, 而谁会在乎  $t$  统计量呢? 他是正确的吗? 你对于 Joe 的业绩表现会如何评价呢?

2. Jane 在过去的 25 年间一直在管理一个组合, 并且她实现的  $t$  统计量为 2.00, 信息率为 0.40。她认为她的  $t$  统计量证明了她的能力。请把她的能力以及附加值与 Joe 的进行比较。

3. 请证明信息率的标准误的更加精确的形式是

$$\text{SE}\{\text{IR}\} = \frac{1}{\sqrt{Y}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\text{IR}^2 \cdot \Delta t}{2}\right)}$$

假设残差收益率的均值和标准差中的估计误差是互不相关的, 并且利用关于正态分布的结果: 基于  $N$  个样本的样本标准差的标准误为

$$\text{SE}\{\omega\} = \frac{\omega}{\sqrt{2 \cdot N}}$$

4. 证明: 将年度数据换为数据量更大的月度数据不能改进我们度量业绩表现 (IR) 的能力。我们依然需要 16 年的交易记录来在 95% 的置信水平下证明一位位居前 1/4 ( $\text{IR} = 0.5$ ) 的投资经理的能力。首先计算月度 IR 的标准误; 然后, 将一个位居前 1/4 的 0.5 的信息率转化为等价的月度信息率; 最后, 计算使  $t$  统计量等于 2 需要多长的时间区间。

5. 利用表 17-2 找出在 1988 年 1 月上<sup>⊖</sup>，主要市场指数（MMI）相对于标普 500 指数的主动暴露度最大的风险因子和行业因子，以及对组合主动收益率贡献最大的风险因子和行业因子。对组合贡献最大的因子一定是组合主动暴露度最大的因子吗？
6. 给定组合收益率 {5%, 10%, -5%} 以及基准收益率 {1%, 5%, 10%}。组合在这个时期中的累积主动收益率是多少？组合以及业绩基准的累积收益率各是多少？
7. 为什么基于组合的业绩分析会比基于收益率的业绩分析更加精准？
8. 在长为 1 年的考察期上，信息率为 1.00 意味着统计上多高的置信度？为了在 95% 的置信度下证明一位信息率为 1.00 的投资经理的能力，你需要多少年的业绩数据？
9. 证明：一个组合的夏普率高于基准的夏普率可以推出该组合拥有正值阿尔法；但是正值阿尔法并不一定推出该组合的夏普率高于基准的夏普率。

## 17.11 参考文献

- Beckers, Stan. "Manager Skill and Investment Performance: How Strong Is the Link?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, no. 4, 1997, pp. 9–23.
- Carhart, Mark M. "On Persistence in Mutual Fund Performance." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 1, 1997, pp. 57–82.
- Christopherson, Jon A., and Frank C. Sabin. "How Effective Is the Effective Mix?" *Journal of Investment Consulting*, vol. 1, no. 1, 1998, pp. 39–50.
- Daniel, Kent, Mark Grinblatt, Sheridan Titman, and Russ Wermers. "Measuring Mutual Fund Performance with Characteristic-based Benchmarks." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 3, 1997, pp. 1035–1058.
- DeBartolomeo, Dan, and Erik Witkowski. "Mutual Fund Misclassification: Evidence Based on Style Analysis." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 5, 1997, pp. 32–43.
- Dybvig, Philip H., and Stephen A. Ross. "The Analytics of Performance Measurement Using a Security Market Line." *Journal of Finance*, vol. 40, no. 2, 1985, pp. 401–416.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds." *Journal of Financial Economics*, vol. 33, no. 1, 1993, pp. 3–56.
- Ferson, Wayne E., and Rudi W. Schadt. "Measuring Fund Strategy and Performance in Changing Economic Conditions." *Journal of Finance*, vol. 51, no. 2, 1996, pp. 425–461.
- Ferson, Wayne E., and Vincent A. Warther. "Evaluating Fund Performance in a Dynamic Market." *Financial Analysts Journal*, vol. 52, no. 6, 1996, pp. 20–28.

<sup>⊖</sup> 原著中为“1988 年 1 月 ~ 1992 年 12 月”，根据表 17-2 的编制方法，我们认为应改为“1988 年 1 月”。——译者注

- Grinold, Richard C., and Kelly K. Easton. "Attribution of Performance and Holdings." In *Worldwide Asset and Liability Modeling*, edited by William T. Ziemba and John M. Mulvey (Cambridge, England: Cambridge University Press, 1998), pp. 87–113.
- Henriksson, Roy D., and Robert C. Merton. "On Market Timing and Investment Performance II. Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills." *Journal of Business*, vol. 54, no. 4, 1981, pp. 513–533.
- Ippolito, Richard A. "On Studies of Mutual Fund Performance 1962–1991," *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 1, 1993, pp. 42–50.
- Jensen, Michael C. "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945–1964." *Journal of Finance*, vol. 23, no. 2, 1968, pp. 389–416.
- Jones, Frank J., and Ronald N. Kahn. "Stock Portfolio Attribution Analysis." In *The Handbook of Portfolio Management*, edited by Frank J. Fabozzi (New Hope, PA: Frank J. Fabozzi Associates, 1998), pp. 695–707.
- Lehmann, B., and D. Modest. "Mutual Fund Performance Evaluation: A Comparison of Benchmarks and Benchmark Comparisons." *Journal of Finance*, vol. 42, no. 2, 1987, pp. 233–265.
- Lobosco, Angelo, and Dan DiBartolomeo. "Approximating the Confidence Intervals for Sharpe Style Weights." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 4, 1997, pp. 80–85.
- Modigliani, Franco, and Leah Modigliani. "Risk-Adjusted Performance." *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, no. 2, 1997, pp. 45–54.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2nd ed. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd, 1988).
- Sharpe, William F. "Mutual Fund Performance." *Journal of Business*, vol. 39, no. 1, 1966, pp. 119–138.
- . *Portfolio Theory and Capital Markets* (New York: McGraw-Hill, 1970).
- . "Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement." *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, no. 2, 1992, pp. 7–19.
- Treynor, Jack L. "How to Rate Management of Investment Funds." *Harvard Business Review*, vol. 43, no. 1, January–February 1965, pp. 63–75.
- Treynor, Jack L., and Fischer Black. "Portfolio Selection Using Special Information under the Assumptions of the Diagonal Model with Mean Variance Portfolio Objectives and Without Constraints." In *Mathematical Models in Investment and Finance* edited by G. P. Szego and K. Shell (Amsterdam: North-Holland 1972).
- Vasicek, Oldrich A. "A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas." *Journal of Finance*, vol. 28, no. 5, 1973, pp. 1233–1239.

## 17.12 技术附录

我们将在本附录中讨论三个技术性主题：如何累积归因收益率（attributed return）；在业绩分析中，如何整合风险的预测值与实现值；以及基于估值理论的业绩分析方法。

### 归因收益率的累积方法

我们将在此研究两个问题：如何累积主动收益率以及如何累积更具

一般性的归因收益率。令  $R_p(t)$  为组合在时期  $t$  上的总收益，令  $R_B(t)$  和  $R_f(t)$  分别为业绩基准的总收益以及无风险资产的总收益。组合  $P$  从时期 1 到时期  $T$  的复合总收益  $R_p(1, T)$  等于以下乘积：

$$R_p(1, T) = R_p(1) \cdot R_p(2) \cdot R_p(3) \cdots R_p(T) = \prod_{t=1}^T R_p(t) \quad (17A-1)$$

类似地，我们可以计算业绩基准的累积总收益

$$R_B(1, T) = R_B(1) \cdot R_B(2) \cdot R_B(3) \cdots R_B(T) = \prod_{t=1}^T R_B(t) \quad (17A-2)$$

因此累积主动收益率是<sup>⊖</sup>

$$R_{PA}(1, T) = 1 + R_p(1, T) - R_B(1, T) \quad (17A-3)$$

注意到我们没有通过复利累积每个时期的主动收益率来计算整个区间上的主动累积收益率。事实上，在数学上有：

$$\begin{aligned} R_{PA}(1, T) &\neq [1 + R_p(1) - R_B(1)] \cdot [1 + R_p(2) \\ &\quad - R_B(2)] \cdots [1 + R_p(T) - R_B(T)] \end{aligned} \quad (17A-4)$$

现在我们来考虑如何累积归因到各个因子上的组合收益率（即归因收益率）这个更加一般的问题。与上面不同，这里我们将仅关注总收益率（而非主动收益率）的累积问题。对于每个时期  $t$ ，我们有

$$R_p(t) = R_f(t) + \sum_j x_{pj}(t) \cdot b_j(t) + u_p(t) \quad (17A-5)$$

从而有

$$\begin{aligned} R_p(1, T) &= [R_f(1) + \sum_j x_{pj}(1) \cdot b_j(1) \\ &\quad + u_p(1)] \cdots [R_f(T) + \sum_j x_{pj}(T) \cdot b_j(T) + u_p(T)] \end{aligned} \quad (17A-6)$$

式 (17A-6) 包含了许多交叉乘积项。我们希望将其改写为

$$R_p(1, T) = R_f(1, T) + \sum_j x_{pj}(1, T) \cdot b_j(1, T) + u_p(1, T) + \delta_{cp} \quad (17A-7)$$

这样就将累积收益率线性地归因于各个因子，再加上一个交叉乘积修正项  $\delta_{cp}$ 。有两种直接的方法定义累积归因收益率：一种基于自下而上的角度，而另一种基于自上而下的角度。自下而上的角度将每个归因收益率序列单独沿时间维度复利累积起来：

$$\begin{aligned} x_{pj}(1, T) \cdot b_j(1, T) &= [R_f(1) + x_{pj}(1) \cdot b_j(1)] \cdots [R_f(T) \\ &\quad + x_{pj}(T) \cdot b_j(T)] - R_f(1, T) \end{aligned} \quad (17A-8)$$

---

<sup>⊖</sup> 原著中，式 (17A-3) 右端没有第一项，但根据文意，应添加此项。——译者注

自上而下的角度将归因到一个因子上的累积组合收益率定义为在各期组合收益率中剔除该因子贡献时产生的边际影响：

$$\begin{aligned}x_{\beta_j}(1, T) \cdot b_j(1, T) &= R_p(1, T) - [R_p(1) - x_{\beta_j}(1) \cdot b_j(1)] \\&\cdots [R_p(T) - x_{\beta_j}(T) \cdot b_j(T)] \quad (17A-9)\end{aligned}$$

我们推荐自上而下的方法，即式 (17A-9)，因为该方法能使式 (17A-7) 中的交叉乘积修正项  $\delta_{cp}$  较小。考虑到交叉乘积项通常比较小，其中蕴含的直观含义也有限，我们经常将交叉乘积项按照因子风险或者因子收益率的比例归因到各个因子中。

### 业绩分析中的风险估计

设我们拥有  $T$  个时期 ( $t=1, \dots, T$ ) 的收益率样本，希望分析其业绩表现。在这段时期之前，我们对于收益率风险的先验估计值是  $\sigma_{\text{先验}}^2(0)$ 。收益率实现的风险是  $\sigma_{\text{实现}}^2$ 。这两个风险数据都是关于“真实”风险的样本估计值。若给定这两个估计，对风险的整体最优估计是什么呢？

根据贝叶斯理论，如果我们有两个估计值，不妨设是标准误为  $\sigma_1$  的  $x_1$  和标准误为  $\sigma_2$  的  $x_2$ ，并且估计值的误差是互不相关的，那么在给定这两个估计值的情况下，最优线性无偏估计是

$$x = \left( \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \cdot x_1 + \left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \cdot x_2 \quad (17A-10)$$

式 (17A-10) 能计算出带有最小标准误  $\sigma$  的整体估计值。

我们也知道，样本方差的标准误大约是

$$\text{SE}[\text{方差}] = \text{方差} \cdot \sqrt{\frac{2}{T}} \quad (17A-11)$$

其中  $T$  是样本中的观测值数量，并且我们假设标的变量的分布是正态的。

利用式 (17A-10) 以及式 (17A-11)，我们的最优风险估计值是

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{先验}}^2(0) \cdot \left[ \frac{T_0}{T + T_0} \right] + \sigma_{\text{实现}}^2 \cdot \left[ \frac{T}{T + T_0} \right] \quad (17A-12)$$

其中  $T_0$  表示用于估计  $\sigma_{\text{先验}}^2(0)$  的观测值的个数<sup>⊖</sup>。

---

<sup>⊖</sup> 如果我们对于  $\sigma_{\text{先验}}^2(0)$  的标准误有一个估计值，那么我们可以用  $\text{SE}[\sigma_{\text{先验}}^2(0)] = \sigma_{\text{先验}}^2(0) \cdot \sqrt{2/T_0}$  来定义  $T_0$ 。

## 基于估值理论的业绩分析法

估值理论（第 8 章）定义了满足下列条件的估值乘子  $\nu$ ：

$$p(0) = \frac{E |cf(T)|}{(1 + i_f)^T} = \frac{E |\nu \cdot cf(T)|}{(1 + i_f)^T} \quad (17A-13)$$

其中  $p(0)$  是资产的当前价值，根据其在未来时点  $T$  的各种可能价值  $cf(T)$  以及相应概率确定。我们定义总收益为

$$R = \frac{cf(T)}{p(0)} \quad (17A-14)$$

我们发现

$$1 = \frac{E |\nu \cdot R|}{(1 + i_f)^T} \quad (17A-15)$$

正如式 (17A-15) 所示，估值乘子能够为所有资产公平定价。在 CAPM 和 APT 的框架中，所有的收益率（相对于组合 Q）都是公平定价的。其表现就是：在这种调整过的测度下，它们都具有相同的价值。式 (17A-15) 认为在估值乘子  $\nu$  下，总收益  $R$  的所有可能结果的集合应该价值 1.00 美元。

在基于估值的业绩分析方法中，业绩基准扮演了组合 Q 的角色。我们假设业绩基准组合以及无风险资产都已被公平定价，从而反解出合适的估值乘子。业绩基准收益率的观测样本集以及无风险收益率的观测样本集都被定价为 1.00 美元。那么，组合收益率的观测样本集应该值多少钱呢？

首先来看怎样选择估值乘子？我们可以利用第 8 章的结果，

$$\nu = 1 - \frac{f_q}{\sigma_q^2} \cdot (r_q - f_q) \quad (17A-16)$$

根据第 8 章技术附录中的讨论，这里存在一定问题，比如说，不能保证乘子是正值。考虑另一种方案，我们可以利用连续时间期权理论中的结果，也就是

$$\nu(r_b(t), i_f(t)) = \delta \cdot \exp \left\{ \frac{- \left( \ln \left[ \frac{R_b(t)}{R_f(t)} \right] + \sigma^2 \cdot \frac{\Delta t}{2} \right)^2}{2 \cdot \sigma^2 \cdot \Delta t} \right\} \quad (17A-17)$$

其中我们将  $\delta$  作为一个比例常数。利用式 (17A-17)，我们能保证估值乘子是正值，并且我们可以唯一确定参数  $\delta$  和  $\sigma$ ，使得业绩基准收益率样本集和无风险收益率样本集都被公平定价：

$$\sum_i \frac{\nu \cdot R_p(t)}{R_p(t)} = 1 \quad (17A-18)$$

$$\sum_i \frac{\nu \cdot R_f(t)}{R_f(t)} = \sum_i \nu = 1 \quad (17A-19)$$

一旦我们利用式 (17A-18) 以及式 (17A-19) 确定了  $\delta$  和  $\sigma$ , 我们就能够计算组合的附加值:

$$\text{附加值} = \sum_i \frac{\nu \cdot R_p(t)}{R_f(t)} - 1 \quad (17A-20)$$

我们也可以应用式 (17A-20) 来计算归因到因子上的组合收益率的附加值 (就像计算组合收益率的附加值那样):

$$\text{附加值} = \sum_i \frac{\nu \cdot [R_f(t) + \sum_j r_{ij}(t)]}{R_f(t)} - 1 \quad (17A-21)$$

利用式 (17A-19) 并改变求和顺序, 可得

$$\text{附加值} = \sum_j \sum_i \frac{\nu \cdot r_{ij}(t)}{R_f(t)} \quad (17A-22)$$

### 练习

在一个 60 个月的时期中, 市场收益率方差的预测值是  $(17\%)^2$ , 其标准误是  $(5.1\%)^2$ , 而实现的 (样本) 方差是  $(12\%)^2$ 。那么在这个时期中, 市场方差的最优估计值是多少?

### 应用练习

1. 在过去 60 个月的考察期上比较主要市场指数 (MMI) 组合与标普 500 指数 (后者视为业绩基准)。在这段时期中, 这个主动组合的最优以及最差投资策略 (因子) 分别是什么?
2. 在最近的 1 个月上, 归因到哪个因子上的组合收益率最大? 归因到哪个因子上的组合收益率最小?

# 第 18 章

## 资产配置

### 18.1 导言

在第 4 章，我们为主动管理设计了一个效用函数，它将基准择时从资产选择中分离出来。之后的章节均关注于资产选择，而关于基准择时的处理则放在第 19 章。在处理基准择时之前，我们想单独考查另一种投资风格——资产配置，这是一种介于资产选择与基准择时之间的风格。

资产配置可分为几个层次：战略性的与战术性的，国内的与国际的。选择目标资产配置的过程被称为战略资产配置。围绕该目标进行的短期调整（资产配置层面的）被称为战术资产配置。战略资产配置与在某一股票市场中选择业绩基准具有相似之处，而战术性资产配置则与在某一股票市场中进行主动管理具有相似之处。我们在本书中并不会讨论战略资产配置这一重要话题。<sup>⊖</sup> 我们假设业绩基准已经给定。

本章将详细探讨战术资产配置。典型的国内战术资产配置包括对至少三类资产——股票、债券以及现金——甚至更多资产类别进行主动配置。国际资产配置一般来说则涉及对大约 20 种国际股票以及债券市场的主动配置。

在一个市场中进行主动资产选择的原理同样适用于战术资产配置。二

---

<sup>⊖</sup> 关于战略资产配置话题的讨论，请参见 Ambachtsheer (1987) 或者 Sharpe (1987)。

者的主要不同在于资产数量。战术资产配置一般涉及3~20类资产，而在某一市场中的组合管理则涉及成百甚至上千种资产。考虑到这个重要差异，主动管理基本定律告诉我们战术资产配置必须跨越一个很高的能力门槛才能与资产选择的绩效相媲美。

资产配置和资产选择在其他方面也有所不同。资产配置策略经常涉及时间序列分析而非横截面分析，并且依赖于不同种类与来源的信息。汇率在全球资产配置上有比在国际资产选择上更核心的地位。最后，传统的资产配置经理会回避对组合构建中的业绩基准的说明。

资产配置的机会相对较少，但为什么还要使用它呢？这些策略有一些吸引人的性质：可以跨国界寻找提高收益率的新机会；可以提高分散化程度；可以控制总收益的主要决定因素。资产配置的决策会引入较大风险，同时提供较大潜在收益。全球资产配置是全球投资组合业绩表现差异的最大来源。<sup>⊖</sup>

本章将提出一套研究全球资产配置策略的实用框架，并将介绍全球资产配置的例子以便把讨论内容解释清楚。讨论要点将包括：

- 研究资产配置策略分为三步：预测收益率、构造组合以及分析策略的样本外表现。
- 资产配置中预测收益率的过程与资产选择中预测收益率的过程不同：资产配置关注于时间序列而非横截面分析。除此之外，资产配置和资产选择一样，会通过发掘资产（类别）的相对业绩表现来增加价值。
- 传统的资产配置没有明确的业绩基准，仅仅简单地作出了预期超额收益率与总风险之间的权衡。这引发了很多问题。我们将把业绩基准隐含于预期收益率中，而这个过程由于汇率的出现变得十分复杂。

## 18.2 三步骤流程

适用于机构投资者的资产配置策略研究流程分为三个步骤：预测大类

---

<sup>⊖</sup> 请参见 Solnik (1993b)。

资产的预期收益率、构造最优组合以及测试它们的样本外业绩表现。

预测值可以来自定量模型、定性模型，或者是二者的混合。我们将展示一个预期收益率的量化模型。

这里的量化分析框架在某种程度上和证券选择的分析框架不太一样：前者为每个资产类别都构建了一个独立的时间序列模型，而后者仅为不同证券之间的差异构建了一个横截面模型。

采用独立的时间序列模型而非横截面模型有两个原因。第一，与资产收益率（通常包含一个强市场因子）相比，资产类别间的相关性相对较低，因此独立的时间序列方法更符合直觉。第二，资产类别收益率的常用解释变量通常对单独的时间序列（而非横截面比较）更有效，并且这些变量有时无法进行跨国界、跨资产类别的比较。但横截面模型可能还是有用武之地的，尤其是在关注于少数相互关联的资产类别（比如欧洲各国股票市场）时，但是我们在此将不会讨论这些模型。

即使资产配置策略利用时间序列分析进行预测，它也是通过发掘相对业绩表现来增加价值的。这些策略通常下注于本月资产类别 A 与资产类别 B 的相对表现，而非资产类别 A 本月与其自身上个月的表现。采用时间序列模型的原因是正确的时间序列预测值能够提供正确的相对估值。

得到预期超额收益率预测值以后，第二步是构造最优均值/方差组合。传统资产配置的一个问题是：它们考虑预期超额收益率与总风险之间的权衡，完全不考虑任何业绩基准。传统资产配置策略产生的最优组合权重对于预期收益率的微小变化极其敏感，而且往往严重偏离基准组合权重。贝叶斯方法（应用第 10 章中讨论的原理，并且依赖于一个业绩基准）能够控制这个问题。

最后一步是对我们的最优组合进行样本外业绩表现分析。我们必须利用样本外数据来测试这些策略，进而判断预期收益率模型包含的信息量。

样本外测试是投资策略研究的必备环节。对于基于时间序列的方法而言，即使是在样本内时期也必须包含对于预测能力的明确测试。假设我们有一个拟合从时间  $T_1$  到  $T_2$  的时间序列模型，那么该模型对于时刻  $t < T_2$  的预测值一般包含直到  $T_2$  所能得到的所有信息。特别地，回归系数估计值将依赖于所有直到  $T_2$  的数据。因此，样本内测试必须包含“利用  $T_1$  到  $T_2$  的

数据拟合模型，并且观察该模型在  $T_2$  之后的预测能力”这一测试。我们利用信息系数 ( $IC$ )，也就是预测值与实现值的相关系数，来衡量预测能力。我们首先在样本内通过观察预测能力来选取合适的解释变量，然后再通过样本外测试检验模型的表现。

### 第一步：预测收益率

我们将建立一个模型，利用 1985 年 1 月 ~ 1992 年 12 月的数据预测德国、日本、英国以及美国股票市场的月度超额收益率，从而说明第一步。在这个例子中，我们将建立一个线性的基于回归的模型

$$r(t) = \sum_j x_j(t) \cdot b_j + \epsilon(t) \quad (18-1)$$

其中我们利用一系列解释变量  $\{x_j(t)\}$  来解释资产类别的月度超额收益率  $r(t)$ 。用于预测  $r(t)$  的信息，即解释变量  $\{x_j(t)\}$ ，在  $t$  时期期初就已获知。通过估计系数  $b_j$ ，我们可以将解释变量与收益率联系起来。

正如前面所讨论的那样，我们将利用一部分样本内数据估计模型系数，然后在样本内剩下的时期中检验预测能力。实际上，我们的初始回归将利用前 30 个月的数据来预测第 31 个月的收益率。下一个回归将利用前 31 个月的数据来预测第 32 个月的数据。我们将如此不断地扩展回归窗口，直到它包含 60 个月的数据为止；此后我们总是用过去 60 个月的数据来预测下一个月的收益率。

在这个例子中，我们 8 年的样本内数据将允许我们利用 5.5 年的样本内预测值来估计信息系数。这些样本内信息系数可以帮我们选择合适的解释变量。

以后我们还将在样本外时期测试模型表现，即考察利用此模型构造的组合的业绩表现。构造组合需要得知每个国家的信息系数，而我们将利用预测值与实现值的可用历史数据（从第 31 个月开始）来估计它们。

我们在每个市场中都使用 5 个同样的解释变量。<sup>⊖</sup> 这些解释变量分别为：市场整体分红率预测、市场短期利率、短期利率与美国短期利率的差值、

---

<sup>⊖</sup> 更多细节请见参考文献中的 Solnik (1993b)、Emanuelli and Pearson (1994) 以及 Ferson and Harvey (1992)。

相对于美元的汇率以及1月效应虚拟变量（dummy variable）。美国模型将缺省上述变量中的两个。

表18-1展示了各市场中的统计结果，取自样本外时期首月（1993年1月）的模型估计值。表18-1展示了系数 $b_i$ 及其t统计量，以及每个市场的调整 $R^2$ 统计量。首先我们可以从整体上对模型的表现做一些考察，进而关注于其中一些细节，以便与直觉作比较。

表 18-1

国家	截距	分红率	短期利率	相对短期利率	汇率	1月效应	调整 $R^2$
德国	-0.24	19.7	2.52	-0.96	-0.58	0.03	0.24
	-1.4	4.0	2.3	-1.8	-2.8	1.2	
日本	-0.47	24.7	2.03	-2.28	26.10	-0.01	0.03
	-1.7	2.0	1.5	-2.2	0.9	-0.4	
英国	-0.10	6.9	0.65	-1.92	-1.10	0.02	0.09
	-0.9	3.1	1.5	-2.5	-1.6	0.8	
美国	-0.08	4.0	-0.56			0.00	0.01
	-1.6	1.8	-1.4			-0.1	

整体而言，在这段样本内时期中，该模型在不同国家的解释力差异相当大。平均调整 $R^2$ 大约为9%；最低值出现在美国，接近于零；最高值出现在德国，超过20%。对于一个收益率模型来说，这些结果平均而言是不错的。

观察这些系数的估计值，我们首先可以看到分红率的系数总是正值。更高的预期分红率预示着更高的预期收益率。例如，在美国该系数是4.0。在美国市场，预期分红率每增加1%，股票市场的预期月度超额收益率将增加4%。

短期利率的系数有的为正，有的为负。还是来看美国的情形，短期利率每增加1%，市场的预期月度超额收益率将降低0.56%。

本国短期利率与美国短期利率的差值的系数是负值。在英国，这个差值每增加1%，就意味着市场的预期月度超额收益率会下降1.92%。

根据经济直觉：更高的短期利率以及更高的相对于美国的利差应该都会降低股票市场预期收益率。我们关于短期利率效应的实证结果与我们的直觉并不完全相符。然而，关于这个模型更加细致的分析表明，在一些国

家中这两个变量在以1993年1月为结尾的60个月的时段中表现出了强相关性。考虑到这两个变量暴露度之间的强相关性，以及常常伴随其出现的系数异号现象，我们推测净结果很可能是更高的短期利率的确意味着市场收益率的下降。如果我们对于深入研究这个模型感兴趣，那么自然的解决方法就是删除与其他解释变量高度相关的解释变量。

本国汇率（即每单位本国货币能够兑换的美元数额）的系数在德国以及英国是负值，而在日本是正值。仅有德国的结果在统计上是显著的。负的系数意味着随着本国货币相对于美元贬值（即每单位本国货币能够兑换的美元数额减少），市场预期收益率将增加。举例而言，如果每1德国马克能够兑换的美元数从0.59美元减少至0.58美元，那么德国股票市场的预期月度超额收益率将增加 $-0.58 \times (0.58 - 0.59) = 0.0058 = 0.58\%$ 。

1月效应在德国和英国是正的。德国的系数意味着市场预期月度超额收益率在1月比在其他月份高出2.89%。

在这个实例中，我们使用了解释变量的原始数值。这导致不同变量回归系数估计值的量级差异巨大。注意仅有 $x_1 b_1$ 与收益率的单位以及量级相同，而如果一英镑的美元价值与英国短期利率在数量级上差异很大，那么与这两个解释变量对应的回归系数估计值也将相应地具有迥异的数量级。这种情况会使我们难以对每个解释变量的相对重要性作出判断（虽然统计量对此有所帮助）。对上述操作的一个修正是对解释变量做线性的缩放——减去样本均值并且除以样本标准差——以便将不同解释变量统一到同一量级上来。这种线性变换对解释力并没有影响。然而，在变换之后，回归系数估计值的量级将直接显示出哪些变量能够最大限度地解释资产类别收益率的月度变化。

这个例子是定量的，然而它也给出了对于市场行为的定性见解和直觉。它明确地将经济变量与预期收益率联系起来。这些联系应该是直观的。它能够识别出哪些经济变量对预测市场收益率具有更高的相对重要性，从而能够帮助我们预测市场方向。

以上讨论证明了这个简单的模型具有合理的解释力，并且回归系数与我们的直观判断大致相符。下一步是构建最优均值/方差组合来利用这些预测。然而，在做这件事情之前，我们应该简要讨论一下最大化这些模型的

解释力的其他方法。

我们的简单模型限定解释变量在每个市场中都是一样的。一个显而易见的拓展是根据预测变量在这些市场中预测收益率的能力（并且也要考虑在某些市场中的共线性），在不同市场中使用不同的变量组合。我们可以把解释变量的范围拓展，使其涵盖宏观经济变量以及上期或更高阶滞后期的月度收益率（以捕捉均值回复或者趋势）。我们可以加入分析师的预测值甚至是政治风险的预测值。我们可以将量化模型中的预测值与传统全球资产配置中使用的更加定性的模型的预测值联合起来使用。我们甚至可以将量化模型提供的关于各回归系数大小和方向的深刻理解用于帮助传统分析师作出更加有效的定性预测。并且，我们当然还可以把股票市场中的分析扩展至债券市场。

## 第二步：构造最优组合

拟合出的模型，即式（18-1），为一系列股票市场提供了月度预期超额收益率。如果直接权衡预期超额收益率与总风险，我们会发现均值/方差最优组合对于这些预期超额收益率极其敏感。其原因在于相关性：虽然资产的主动或残差收益率之间的相关性较低，但资产类别的超额收益率之间相关性很高。

我们可以这样处理上述问题：选取一个资产配置的业绩基准，然后在原流程中使用各资产类别相对于该基准的主动或残差收益率。这正是本书其他章节一直采用的方法。但在本章中，我们将换一个思路，我们会坚持传统的资产配置方法，并采用一些措施来避免对输入参数过于敏感的问题。为了做到这一点，我们实际上是将业绩基准隐藏于我们的预期超额收益率预测之中。<sup>Θ</sup>

我们将使用在第10章中发展出来的方法，也就是修正“原始”预期收益率 $\hat{r}$ 。预测基本公式是

$$E[r|\hat{r}] = E[r] + \text{Cov}[r, \hat{r}] \cdot \text{Var}^{-1}[\hat{r}] \cdot (\hat{r} - E[\hat{r}]) \quad (18-2)$$

其中 $E[r|\hat{r}]$ 是根据预测值 $\hat{r}$ 修正后的精炼预期收益率。这可以简化为预

---

<sup>Θ</sup> 请读者注意：主动或残差收益率与风险之间的权衡问题与标准的全球资产配置方法的不同之处在于前者关注的是对主动风险或残差风险（而非总风险）的厌恶。

### 测经验法则

$$E\{r|\hat{r}\} = E\{r\} + IC \cdot \text{Std}\{r\} \cdot \text{标准分} \quad (18-3)$$

当我们实践这个简单的模型时，每个市场都有其自己的信息系数，该信息系数依赖于模型在相应市场中的预测能力，并且会随时间变化。只有在具有显著信息系数的市场中，我们对收益率的精炼预测才会异于一致预期。

为了在我们的案例模型中利用式（18-3），我们必须分析另一个细节：从哪里获得超额收益率的一致预期？这就是我们把业绩基准偷偷引入的地方：我们将利用业绩基准组合中隐含的一致收益率。给定一个业绩基准，根据第2章的结果，一致预期超额收益率恰为

$$E\{r\} = \beta \cdot f_B \quad (18-4)$$

其中  $\beta$  是资产类别相对于业绩基准的贝塔，而  $f_B$  则是业绩基准的一致预期超额收益率。

上述方法在涉及多种货币的情形下会更加复杂，尤其是在我们希望一致预期超额收益率在各种货币视角下都合理的时候。<sup>⊖</sup>

### 18.3 国际一致预期收益率

在国际投资背景下反推出一致预期收益率会遇到什么问题呢？如果我们不小心，那么结果从不同角度看就会相差甚远。部分问题来自于本土偏好。比如说，如果我们认为美国养老基金的标准资产配置——其中美国以外资产的配置比例不超过 20%——是最优的，那么式（18-4）将产生过低的国外资产一致预期超额收益率。

更令人吃惊的是，我们无法通过调整先验有效组合的资产配置权重来解决上述问题。事实上，调整权重在解决一个问题的同时总会带来另一个问题，我们总是会顾此失彼。例如，如果我们按照全球资本市场的实际规模配比——40% 的美国资产和 60% 的其他国家资产——来定义业绩基准，

<sup>⊖</sup> 如果你仅考虑单一国家投资者的资产配置，并且他们的业绩基准已经由外部指定，那么你可能不需要“合乎情理”的预期收益率。你可以使用与给定的业绩基准（不论它们看起来是否合理）唯一对应的那组预期收益率。在这种情况下，下一节的讨论就只是一种文化消遣了。

那么式 (18-4) 又会导致过高的国外资产一致预期超额收益率。<sup>⊖</sup> 除此之外，本土偏好还只是问题的一部分。

## 题外话：货币的语义学

我们应该留意语义陷阱的存在。货币有双重含义：它既可以是投资视角的价值单位，也可以是一项资产。这个双重本质是否给那个古老的谜题“货币是资产吗？”赋予了神学色彩呢？我们认为在国外持有的短期的、不会违约的、带有利息的票据确实是资产。这种票据的收益率在本国货币计量下是确定的；而对于外国投资者，其收益率中唯一的不确定性是汇率风险。因此，当我们将货币宽泛地说成是一项资产时，我们实际上是指该货币发行国的一种短期的、不会违约的、带有利息的票据。

另一方面，我们用货币这个概念来指明我们的投资视角——即我们以何种计量单位为一项投资打分。类似“对基于日元的投资者”或者“从英镑的角度看来这并不是很有吸引力”的说法表示我们把货币作为价值单位来使用。

货币的这两种含义我们都会使用。首先，我们介绍一个从不同价值单位看待一致预期收益率的例子。我们将考察四个主要国家（德国、日本、英国以及美国）的股票以及债券，这些国家我们之前在预期收益率模型中处理过。我们假设每个国家的先验有效组合均包含 60% 的股票以及 40% 的债券。国家权重分别为德国 10%、日本 30%、英国 20% 以及美国 40%。我们利用 1970 ~ 1995 年的历史数据来估计风险。

表 18-2 依次展示了这四种货币视角下的一致预期收益率。

表 18-2 (%)

资产	货币视角			
	德国	日本	英国	美国
德国股票	5.10	5.18	5.48	6.27
日本股票	9.70	5.36	7.27	7.54
英国股票	10.76	7.41	6.49	7.63

⊖ 更多细节请参见 Grinold (1996)。

(续)

资产	货币视角			
	德国	日本	英国	美国
美国股票	10.62	6.62	7.49	5.54
德国债券	0.46	1.05	1.56	2.73
日本债券	4.15	0.36	2.36	2.08
英国债券	4.64	2.18	0.91	2.97
美国债券	5.96	2.44	3.40	1.87
德国马克	0.00	0.47	0.75	1.93
日元	3.80	0.00	1.75	1.30
英镑	3.31	0.97	0.00	1.48
美元	4.80	0.83	1.78	0.00

预期超额收益率在不同货币视角下的悬殊差异体现了严重的不一致性。例如，一位持有美元的法兰克福（德国）投资者预期得到 4.80% 的超额收益率，而一位持有德国马克（或者 1999 年之后的欧元）的纽约（美国）投资者预期得到 1.93% 的超额收益率。虽然“双赢”是一个吸引人的概念，但上例中的现象已经远超双赢所能解释的范围。实际上，正如下所示，在一个没有矛盾的方案中得到这么高的数值是不可能的。

上面的例子抛出了两个问题。第一，我们怎样能一致地将预期超额收益率从一种货币单位转换到另一种？如果我们知道一位伦敦（英国）投资者的预期超额收益率，我们应该如何将它转化为纽约（美国）或者东京（日本）投资者的预期超额收益率呢？第二，我们应该如何确定一个“合理”的先验有效组合？特别地，货币在这个组合中扮演了怎样的角色？

第一个问题有明确答案，这是 Black (1990)（以及 Black (1989)）所讨论过的。由于其本质，国际资产的收益率本质上等于其在本国市场上的收益率与汇率变化的乘积。这种关系在任意两个国家之间、对任意资产均成立。我们用美国、英国投资者以及澳大利亚的股票 BHP 来进行说明：

$$R_{BHP}(U.S.+0,t) = \frac{\left[\left(\frac{\$}{£}\right)(t)\right]}{\left[\left(\frac{\$}{£}\right)(0)\right]} \cdot R_{BHP}(U.K.+0,t) \quad (18-5)$$

其中  $R_{BHP}(U.S.+0,t)$  代表美元视角下 BHP 从时刻 0 到时刻  $t$  的累积总收益<sup>①</sup>，于是我们会将 3.5% 的收益率表示为 1.035 的总收益。假设在英国投资者视角下，股票 BHP 在时刻 0 到时刻  $t$  之间产生了 3.5% 的收益率。并且，汇率在时刻 0 是每英镑 1.5 美元，而在时刻  $t$  变为每英镑 1.52 美元。那么在美国投资者视角下，股票 BHP 在该时期上的收益率为 4.88%。

根据这个简单的关系，我们可以推导出超额收益率在不同货币视角之间的转换关系。需要注意的是，在国际投资的讨论中，无风险资产的概念是相对的、不唯一的，因此当我们提到某种资产对某国投资者的超额收益率时，总是把它定义为该资产在该投资者视角下的收益率与该投资者视角下的无风险收益率之差。也就是说，股票 BHP 对美国投资者的超额收益率是相对于美国市场上的无风险收益率而言的。超额收益率在不同货币视角之间的转换关系如下：

$$r_{BHP}(U.S.) = r_{BHP}(U.K.) - r_s(U.K.) + \sigma_{BHP,t}(U.S.) \quad (18-6)$$

根据式 (18-6)，股票 BHP 在美元视角下的超额收益率等于它在英镑视角下的超额收益率减去英镑视角下的美国国库券的超额收益率，再加上美元视角下股票 BHP 和英国国库券的协方差（更多细节请参见附录 C）。

式 (18-6) 处理了实现收益率的情形。我们也能够取其期望值来找出预期收益率之间的转换关系：

$$E[r_{BHP}(U.S.)] = E[r_{BHP}(U.K.)] - E[r_s(U.K.)] + \sigma_{BHP,t}(U.S.) \quad (18-7)$$

这个结果回答了我们的第一个问题，即如何将预期超额收益率从一种货币视角转换到另一种货币视角。这个转换需要预期收益率以及风险预测。

第二个问题是如何定义合理的先验有效组合（业绩基准）。在国内投资情形中，这一问题还没有令所有人都接受的答案。那么在全球投资的情形中，它只会变得更加困难。为了推进我们对全球投资中货币问题的讨论，

---

<sup>①</sup> 我们假设任意现金流都会进行再投资。

我们将暂且接受一种相对合理的方法。以下是 Grinold (1996) 提出的方法。

我们怎样才能摆脱汇率问题的纠缠呢？一种方法是想象一个仅使用单一货币的世界。假设我们在一个复合而成的国家中，我们将其称为 COM (“composite”，复合的简称）。COM 的货币是所有国家货币的混合体，一种复合货币。一个叫作 BSK (“Basket”，篮子的简称）的货币组合决定了复合货币的组成。比如说，篮子可能包含 40% 的美元、30% 的日元、20% 的英镑以及 10% 的德国马克。联想到货币的双重本质，我们会意识到货币组合 BSK 定义了复合货币的价值单位，COM。BSK 同时也是一种资产。在 COM 的视角下，它就是无风险资产；德国、日本、英国以及美国的投资者都可以持有 BSK。

利用这种新的货币资产和价值单位，我们可以将式 (18-7) 改写为：

$$E[r_{BHP}(U.S.)] = E[r_{BHP}(COM)] - E[r_s(COM)] + \sigma_{BHP, BSK}(U.S.) \quad (18-8)$$

我们知道，一致预期收益率的方法即使在单个国家的情形中也不是完美的，因此我们更不能预期它会完美解决 COM 视角下的问题。我们只是试图寻找一个相对更好但不必完美的方法。评判新方法效果的最好方式是将它的结果与朴素方法的结果做比较，看看是否有所改进。为此，我们将应用新方法重新分析前面讨论的涉及 4 个国家的例子，并观察新旧结果之间的差异。不过在此之前，首先要了解一下：当我们的货币视角从一个国家转到另一个国家，先验有效组合会发生怎样的变化。我们将看到，先验有效组合确实会发生变化。

让我们从 COM 的货币视角开始，并且假设组合 Q 是有效的。现在，从 COM 的角度看，组合 Q 能够解释所有的预期超额收益率。举例而言，

$$E[r_{BHP}(COM)] = \beta_{BHP}(COM) \cdot f_q(COM) \quad (18-9)$$

并且在 COM 货币视角下，一个美国无风险投资工具有

$$E[r_s(COM)] = \beta_s(COM) \cdot f_q(COM) \quad (18-10)$$

我们可以利用式 (18-9) 和式 (18-10) 来计算式 (18-8) 中的预期值。

更进一步地，我们可以用这种方法计算出其他货币视角下的有效组合。其思路是首先将 COM 视角下的贝塔转换到美元视角。然后我们就能解出美

元视角下的有效组合  $Q_{U.S.}$ 。在美元视角下,  $Q_{U.S.}$  能够解释所有资产的预期超额收益率。技术附录中介绍了相关细节。

我们发现: 从组合  $Q$  转换到组合  $Q_{U.S.}$ , 或从组合  $Q_{U.S.}$  转换到组合  $Q_{U.K.}$ , 仅需要改变组合中的货币头寸。比如说, 从组合  $Q$  转换到组合  $Q_{U.S.}$  时, 我们将部分地对冲货币篮子的价值变化。相对于组合  $Q$  而言, 组合  $Q_{U.S.}$  会做多美元同时做空篮子货币。技术附录将会证明, 从组合  $Q$  转换至组合  $Q_{U.S.}$ , 我们需要在组合  $Q$  中减去  $[1 - (\sigma_p/SR_p)]$  倍的如下对冲组合: 多头是 100% 的篮子货币 (比如说, 40% 的美元、30% 的日元、20% 的英镑以及 10% 的德国马克), 空头是 -100% 的美元。假设全球资产配置组合  $Q$  的夏普率为 0.35, 波动率大约为 12%, 那么上述倍数大约为 65%。<sup>②</sup>

现在来定义我们的先验有效组合, 在 COM 货币视角下, 它在每个国家中均包含 60% 的股票以及 40% 的债券; 而国家之间权重的分布为: 40% 在美国、30% 在日本、20% 在英国以及 10% 在德国。我们的先验有效组合不包含任何显式货币头寸。

表 18-3 展示了新方法给出的在不同货币视角下一致预期收益率的数据, 其中还包括复合货币视角。可以注意到各国货币的预期超额收益率非常低。

表 18-3 (%)

资产	货币视角				
	德国	日本	美国	美国	复合货币
德国股票	4.72	4.59	4.68	4.96	4.51
日本股票	6.81	5.70	6.15	6.32	5.89
英国股票	7.51	6.62	6.45	6.80	6.49
美国股票	6.79	5.76	5.98	5.65	5.60
德国债券	0.65	0.64	0.77	1.14	0.61
日本债券	1.52	0.53	1.00	1.04	0.67
英国债券	2.14	1.45	1.19	1.75	1.33

② 在其他章节, 我们提到过组合  $Q$  的波动率在 15% ~ 20%, 但那是针对仅包含股票的投资组合的数据。此处更低的波动率反映出这里论及的组合  $Q$  包含在固定收益资产上的显著头寸。

(续)

资产	货币视角				
	德国	日本	英国	美国	复合货币
美国债券	2.64	1.71	1.95	1.71	1.60
德国马克	0.00	-0.04	0.05	0.41	-0.09
日元	0.99	0.00	0.41	0.42	0.09
英镑	0.85	0.19	0.00	0.43	0.06
美元	1.08	0.06	0.29	0.00	-0.07

可以看出，在新方法下，各国货币的预期超额收益率预测更加合理，而股票与债券的预期超额收益率相比表 18-2 而言在不同国家之间更加一致。具体来说，我们来看德国投资者持有美国国库券以及美国投资者持有德国国库券的情形。根据定义，一位德国投资者在德国国库券上的超额收益率是 0，于是利用式 (18-7) 我们可以得到

$$E[r_{DM}(U.S.)] + E[r_s(GER)] = \sigma_{DM}^2(U.S.)^\ominus \quad (18-11)$$

从表 18-3 看出，一位持有德国短期国库券的美国投资者会得到 0.41% 的预期超额收益率，而一位持有美国短期国库券的德国投资者则会得到 1.08% 的预期超额收益率；于是式 (18-11) 可以推出相应的汇率波动率是 12.2%。相比而言，在表 18-2 中，一位持有德国国库券的美国投资者会得到高达 1.93% 的预期超额收益率，而一位持有美国国库券的德国投资者则会得到高达 4.80% 的预期超额收益率；根据式 (18-11)，这将推出高达 25.9% 的汇率波动率。然而在过去 20 年中，汇率在任意一段合适长度的子区间上实现的波动率都落在 11% ~ 13%。

### 第三步：分析组合的样本外业绩表现

整个方法论的最后一步是分析我们优化出来的投资组合的样本外表现。应该记住，任何针对这类时间序列模型的合理测试都应该包含这种样本外

⊖ 式 (18-11) 中，下标指明资产，例如 DM 是德国马克的缩写，代表德国国库券，而 \$ 代表美国国库券；括号中的符号指明了货币视角，例如 U.S. 表示美元视角，GER 表示德国马克视角。——译者注

测试。我们可以绘制策略超额收益率的累积曲线，并与业绩基准的超额收益率累积曲线作比较。我们可以计算出组合以及业绩基准的夏普率。

我们还可以关注组合的主动收益率。可以考察累积主动收益率、信息率以及t统计量。更加细致的业绩分析还会考察换手率、在上行市场以及下行市场（由业绩基准或者本国市场指数来定义）中的业绩表现、盈利与亏损的月份数目以及具体是哪个市场对于策略主动收益率的贡献最大。业绩表现由某个特定市场主导的策略是令人担忧的。

样本外业绩分析这个步骤的目的是合理衡量策略的附加值，并且为模型的改进找到可能的研究方向。应该注意到，对资产配置策略的业绩分析的最后一步衡量了我们在资产类别中找出相对价值的能力；毕竟我们超配了一些资产类别，同时低配了另外一些资产类别。我们的收益率预测值使用了时间序列模型。为了创造附加值，这些时间序列模型必须能够预测横截面收益率。

## 18.4 总结

我们讨论了研究实用的资产配置策略的三个步骤。这些步骤包括预测各资产类别的预期收益率、构造最优组合以及分析这些组合的样本外业绩表现。

我们看到，与资产选择策略不同，资产配置策略依靠时间序列分析来预测收益率。我们讨论了传统的资产配置是如何在构造组合的过程中权衡预期超额收益率以及总风险的。我们阐述了沿用传统资产配置流程而避免其缺陷的方法——根据业绩基准修正预期超额收益率。对于全球投资者，汇率的出现使这个过程变得更加复杂。

上述框架对于全球资产配置的重要性远远超过量化策略。对任何进行全球投资的投资者，无论采用定量方法还是定性方法处理资产配置这一关键环节，该框架都能为之提供重要的直觉和控制力。

## 18.5 本章附注

关于资产配置的研究有两个不同的方向。一个方向建立模型预测不同资产类别的预期收益率；另一个方向关注于构造组合的恰当方法。

让我们从关于国际预期收益率的研究开始。Solnik 在国际股票和债券市场的预期收益率建模方面进行了广泛的研究。在 1993 年发表在《实证金

融期刊》(Journal of Empirical Finance) 上的文章中, 他利用了 3 个基本面变量 (整体分红率、短期利率以及长期利率) 和一个 1 月虚拟变量, 对九个股票市场与九个债券市场的预期收益率建立了模型。Solnik 之后又在 1993 年的专著《国际资产收益率中可预测的时变部分》(Predictable Time-Varying Component of International Asset Returns) 中对原模型添加了新的解释变量 (本国短期收益率与美国短期收益率之差、滞后期的市场收益率), 扩展了之前的模型。Emanuelli 和 Pearson (1994) 还利用 IBES 的盈利预测数据来解释市场收益率。特别地, 他们基于市场中盈利预测上调与下调的数目, 定义了一个盈利预测修正比率因子, 并把它作为未来市场收益率的预测变量。Ferson 和 Harvey (1992) 也为 18 个不同的国际股票市场建立了预期收益率模型。Solnik 的综述性文章对以上工作和其他为预期收益率建模的尝试给出了详细的参考文献。

Black 和 Litterman 的研究则聚焦于全球资产配置中的另一个完全不同的问题——组合构建。从传统的均值/方差框架开始, 他们讨论了全球资产配置中一个众所周知的难题: 最优组合的权重对预期收益率中的微小变动极为敏感。其原因在于许多资产类别之间的高相关性。在优化器看来, 这些资产类别之间的替代性很强<sup>②</sup>。因此, 最优组合的权重常常与全球业绩基准偏离过大, 其持仓可能集中于少数资产。

Black 和 Littleman 提出了一种构建组合的贝叶斯方法。这种方法不再直接对原始预期收益率使用均值/方差最优化。Black-Litterman 方法的步骤为: 首先, 根据业绩基准反推出使之恰为最优组合的隐含预期收益率, 即一致预期收益率; 然后, 以一致预期收益率为起点, 向原始预期收益率移动 (即将一致预期与原始预期按某种权重组合), 移动的量与原始预测中蕴含的信息量成比例。Grinold (1996) 也涉足过这个领域, 并且阐述了如何在多货币视角下反推出自治的、合理的预期超额收益率。这对于机构投资组合而言尤其重要, 因为机构投资组合不但要求达到最优的收益率/风险权衡, 还要求具有相对于业绩基准较低的风险。

---

<sup>②</sup> 用资产类别 A 替代与之高度相关的另一种资产类别 B, 不会对组合风险产生显著影响。于是只要 A 的预期收益率略高于 B, 优化器就会将大量的权重从资产类别 B 转移到资产类别 A 上, 这是优化器敏感性的微观来源。——译者注

## 18.6 问题

- 假设你在利用市盈率以及市净率研究全球股票市场中的资产配置策略。在尝试利用横截面分析来进行研究时，你可能会遇到怎样的困难呢？
- 为什么你会预期1月效应在不同的国家有所不同？
- 假设一位英国投资者观察到的股票BHP的收益率为3.5%；但在该时期中，英镑相对于美元贬值了3.5%（比如，从1.50美元下降至1.4475美元）。一位美国投资者观察到的净BHP收益率会为零吗？为什么？
- 根据表18-3中的数据我们容易推断出：德国视角下的有效组合Q(GER)会与别国货币具有高相关性；日本视角下的有效组合Q(JPN)会与别国货币具有低相关性。你该如何解释“日本与别国货币的关系”和“德国与别国货币的关系”之间的不对称性呢？

## 18.7 参考文献

- Ambachtscheer, Keith P. "Pension Fund Asset Allocation: In Defense of a 60/40 Equity/Debt Asset Mix." *Financial Analysts Journal*, vol. 43, no. 5, 1987, pp. 14-24.
- Black, Fischer. "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing." *Journal of Business*, vol. 45, 1972, pp. 444-455.
- \_\_\_\_\_. "Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios." *Financial Analysts Journal*, vol. 45, no. 4, 1989, pp. 16-22.
- \_\_\_\_\_. "Equilibrium Exchange Rate Hedging." *Journal of Finance*, vol. 65, no. 3, 1990, pp. 899-907.
- Black, Fischer, and Robert Litterman. "Asset Allocation: Combining Investor Views with Market Equilibrium." Goldman Sachs Fixed Income Research Publication, September 1990.
- \_\_\_\_\_. "Global Asset Allocation with Equities, Bonds, and Currencies." Goldman Sachs Fixed Income Research Publication, October 1991.
- Emanueli, Joseph F., and Randal G. Pearson. "Using Earnings Estimates for Global Asset Allocation." *Financial Analysts Journal*, vol. 50, no. 2, 1994, pp. 60-72.
- Ferson, Wayne E., and Campbell R. Harvey. "The Risk and Predictability of International Equity Returns." *Review of Financial Studies*, vol. 6, no. 3, 1992, pp. 527-566.
- Grinold, Richard C. "Alpha Is Volatility Times IC Times Score." *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 9-16.
- \_\_\_\_\_. "Domestic Grapes from Imported Wine." *Journal of Portfolio Management*, Special Issue December 1996, pp. 29-40.
- Kahn, Ronald N., Jacques Roulet, and Shahram Tajbakhsh. "Three Steps to Global Asset Allocation." *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, no. 1, 1996, pp. 23-32.

- Sharpe, William F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, 1964, pp. 425-442.
- . "Integrated Asset Allocation." *Financial Analysts Journal*, vol. 43, no. 5, 1987, pp. 25-32.
- Singer, Brian D., Kevin Terhaar, and John Zerolis. "Maintaining Consistent Global Asset Views (with a Little Help from Euclid)." *Financial Analysts Journal*, vol. 54, no. 1, 1998, pp. 63-71.
- Solnik, Bruno. "The Performance of International Asset Allocation Strategies Using Conditioning Information." *Journal of Empirical Finance*, vol. 1, 1993a, pp. 33-55.
- Solnik, Bruno. *Predictable Time-Varying Components of International Asset Returns*. (Charlottesville, Va.: Research Foundation of Institute of Chartered Financial Analysts, 1993b).

## 18.8 技术附录

在本技术附录中，我们将推导超额收益率在不同货币视角之间的转换关系，即式（18-6），以及从 COM 视角下的组合 Q 变到其他货币视角下的最高 Sharpe 率组合的转换关系。

为了推导超额收益率在不同货币视角下的转换关系，我们将继续沿用本章正文中的例子——英镑以及美元视角下的股票 BHP。这个特例很容易推广到一般情形；并且借用一个具体的例子，我们可以降低数学符号上的复杂度，不必劳神记忆那些复杂的上下标与本国或别国货币之间的对应关系。让我们从正文中的式（18-5）开始：

$$R_{BHP}(U.S. \mid 0, t) = \frac{\left[ \left( \frac{\$}{£} \right)(t) \right]}{\left[ \left( \frac{\$}{£} \right)(0) \right]} \cdot R_{BHP}(U.K. \mid 0, t) \quad (18A-1)$$

为了理解式（18A-1）中的逻辑，想象你在时点 0 拥有 1 美元，然后将其兑换成英镑，从而你有  $1 / \left[ \left( \frac{\$}{£} \right)(0) \right]$  英镑。将这笔钱从  $t=0$  到  $t$  一直投资于 BHP，于是你会有  $1 / \left[ \left( \frac{\$}{£} \right)(0) \right] \cdot R_{BHP}(U.K. \mid 0, t)$  英镑。再将其兑换回美元，就得到式（18A-1）。

由于收益率在本币视角与其他货币视角之间的转换关系是乘积性质的，我们将使用累积超额收益率的一个不太常见的定义：

$$R_{BHP}(U.S., \text{超额} \mid 0, t) = \frac{R_{BHP}(U.S. \mid 0, t)}{R_s(U.S. \mid 0, t)} \quad (18A-2)$$

其中  $R_s(U.S. + 0, t)$  代表  $t=0$  时美国货币市场账户中的 1 美元到时点  $t$  时所拥有的价值。与此类似，我们可以定义英镑视角下的 BHP 的超额收益率和英镑视角下的美元超额收益率<sup>①</sup>。利用式 (18A-1) 和式 (18A-2) 可以证明：

$$R_{BHP}(U.S., \text{超额} + 0, t) = \frac{R_{BHP}(U.K., \text{超额} + 0, t)}{R_s(U.K., \text{超额} + 0, t)} \quad (18A-3)$$

现在我们来研究如下定义的瞬时超额收益率  $r$ ：

$$r(t) = \frac{dR(\text{超额} + 0, t)}{R(\text{超额} + 0, t)} \quad (18A-4)$$

根据式 (18A-3) 计算式 (18A-4) 会因为两个随机项相除而变得十分复杂。我们可以应用伊藤引理 (Ito's lemma) 来证明，在一般情况下对于

$$F = \frac{X}{Y} \quad (18A-5)$$

我们有

$$\frac{dF}{F} = \frac{dX}{X} - \frac{dY}{Y} + \text{Var}\left\{\frac{dY}{Y}\right\} - \text{Cov}\left\{\frac{dX}{X}, \frac{dY}{Y}\right\} \quad (18A-6)$$

伊藤引理实际上告诉我们：把  $dF$  展开成泰勒级数，并且保留至二阶项。对式 (18A-3) 应用式 (18A-6)，我们得到

$$\begin{aligned} r_{BHP}(U.S., t) &= r_{BHP}(U.K., t) - r_s(U.K., t) + \text{Var}\{r_s(U.K., t)\} \\ &\quad - \text{Cov}\{r_{BHP}(U.K., t), r_s(U.K., t)\} \end{aligned} \quad (18A-7)$$

可以看出我们已经接近目标，只需进一步合并式 (18A-7) 右端最后两个非随机项，就能推出正文中的式 (18-6)。利用式 (18A-7)，对一般的资产  $n$ ，我们有<sup>②</sup>

$$\begin{aligned} \text{Cov}\{r_{BHP}(U.S.), r_n(U.S.)\} &= \text{Cov}\{r_{BHP}(U.K.) - r_s(U.K.), \\ &\quad r_n(U.K.) - r_s(U.K.)\} \end{aligned} \quad (18A-8)$$

如果我们取资产  $n$  为英镑，由于在英镑视角下，英镑的超额收益率为零，所以我们可以将式 (18A-8) 简化为

$$\text{Cov}\{r_{BHP}(U.S.), r_t(U.S.)\} = \text{Cov}\{r_{BHP}(U.K.) - r_s(U.K.), -r_s(U.K.)\}$$

<sup>①</sup> 原著中是“美元视角下的英镑超额收益率”，但根据文意判断，应为“英镑视角下的美元超额收益率”。——译者注

<sup>②</sup> 只要将式 (18A-7) 代入，并注意到非随机项不影响协方差结果，可以直接删去。——译者注

$$= \text{Cov}\{r_{BHP}(U.K.), -r_s(U.K.)\} + \text{Var}\{r_s(U.K.)\} \quad (18A-9)$$

将其代入式 (18A-7)，则可以得到

$$r_{BHP}(U.S.) = r_{BHP}(U.K.) + r_s(U.K.) + \text{Cov}\{r_{BHP}(U.S.), r_s(U.S.)\} \quad (18A-10)$$

这就是正文中的式 (18-6)。

### 不同视角下组合 Q 的变换

正文中我们看到

$$\mathbb{E}\{r_{BHP}(U.S.)\} = \mathbb{E}\{r_{BHP}(COM)\} - \mathbb{E}\{r_s(COM)\} + \sigma_{BHP,BSK}(U.S.) \quad (18A-11)$$

以及

$$\mathbb{E}\{r_s(COM)\} = \beta_s(COM) \cdot f_q(COM) = a \cdot \sigma_{s,q}(COM) \quad (18A-12)$$

其中

$$a = \frac{f_q(COM)}{\sigma_q^2(COM)} \quad (18A-13)$$

这里我们用 Q 表示 COM 货币视角下的有效组合。我们想要找到一个组合，称之为  $Q_{U.S.}$ ，它是美元视角下的有效组合。作为有效组合， $Q_{U.S.}$  应该满足如下性质：如果在美元视角下对  $Q_{U.S.}$  运用标准（而非国际）的 CAPM 分析，它应该能够解释所有资产的预期超额收益率。特别地，它应该能够解释股票 BHP 的预期超额收益率，下面我们根据这一线索来构造  $Q_{U.S.}$ 。

首先，我们利用式 (18A-8) 来将式 (18A-12) 与式 (18A-11) 中的协方差转换到美元视角，我们有：

$$\sigma_{BHP,q}(COM) = \sigma_{BHP,q}(U.S.) - \sigma_{BSK,q}(U.S.) - \sigma_{BHP,BSK}(U.S.) + \sigma_{BSK}^2(U.S.) \quad (18A-14)$$

以及

$$\sigma_{s,q}(COM) = -\sigma_{BSK,q}(U.S.) + \sigma_{BSK}^2(U.S.) \quad (18A-15)$$

将式 (18A-12)、式 (18A-14) 以及式 (18A-15) 代入式 (18A-11)，可以得到

$$\mathbb{E}\{r_{BHP}(U.S.)\} = a \cdot \{\sigma_{BHP,q}(U.S.) - \sigma_{BHP,BSK}(U.S.)\} + \sigma_{BHP,BSK}(U.S.) \quad (18A-16)$$

如果我们将  $Q_{U.S.}$  定义为满足以下条件（能够解释 BHP 的预期超额收益率）的组合：

$$E[r_{BHP}(U.S.)] = a \cdot [\sigma_{BHP,Q_{U.S.}}(U.S.)] \quad (18A-17)$$

那么结合式 (18A-16) 和式 (18A-17) 可以推出

$$\sigma_{BHP,Q_{U.S.}}(U.S.) = \sigma_{BHP,Q}(U.S.) - (1 - \frac{1}{a}) \cdot \sigma_{BHP,BSK}(U.S.) \quad (18A-18)$$

因此，可以将  $Q_{U.S.}$  定义为

$$h_{Q_{U.S.}} = h_Q - (1 - \frac{1}{a}) \cdot (h_{BSK} - h_s) \quad (18A-19)$$

其中， $h_{BSK}$  代表仅在货币篮子 BSK 上有单位头寸的投资组合， $h_s$  表示仅在美元上有单位头寸的投资组合。我们其实可以任意增减  $h_s$  上的系数（例如将  $h_s$  换为  $2h_s$  或  $-0.5h_s$ ）而不影响美元视角下的协方差。在式 (18A-19) 中，我们选用了系数 1，以使组合  $Q_{U.S.}$  在非货币资产上的投资比例与  $Q$  一致（比如说，全额投资）。注意到从组合  $Q$  调整头寸至组合  $Q_{U.S.}$  中的唯一变动是货币头寸的变化。我们降低了对货币篮子 BSK 的暴露度；也就是说，我们对冲了组合对国际货币的暴露度。

## 第 19 章

# 基准择时

### 19.1 导言

在第 4 章中，我们将主动管理分解成基准择时以及股票选择两部分，并将对基准择时的讨论暂时推迟。现在我们不能再拖延下去了。在本章中我们将把基准择时作为创造附加值的另一种方法进行讨论。

本章的主要结论如下：

- 成功的基准择时很难。附加值的潜在空间很小，但会随着每年的独立下注次数增长。
- 超常或者预期之外的基准收益率是基准择时问题的关键。对超常基准收益率的预测将导致主动贝塔头寸。
- 我们能利用期货或者贝塔不为 1 的股票来产生主动贝塔。利用股票来进行基准择时会有两种成本：不可避免的残差风险以及交易成本。
- 存在针对基准择时技术的业绩评估方案。

首先，我们来定义一些概念。

### 19.2 定义基准择时

正如我们在第 4 章所讨论的，基准择时是调整相对于业绩基准的组合

贝塔的主动管理决策。如果相信业绩基准的表现会优于正常水平，我们就会提高贝塔。如果相信业绩基准的表现会差于正常水平，我们就会降低贝塔。我们的期望是相对的——比正常水平好或者比正常水平差。我们需要对正常情况下的期望有一些认识。

在最纯粹的意义上，我们应该将基准择时理解为对基准组合与现金的正确混合比例的选择。这是一个单一维度问题，并且在这个维度上的调整不应该引发任何主动残差风险；也就是说，所有的主动风险都应该来源于主动贝塔。这种纯粹形式的基准择时接近于直接买卖业绩基准的期货合约<sup>Θ</sup>。

基准择时并不是资产配置。正如我们在第 18 章所见，资产配置关注于资产类别整体而非具体的资产（股票、债券等）。在最简单的情形中，资产配置只包括本国股票、本国债券以及现金。在更加复杂的情形中，资产配置可能包括几种股票和债券、国际股票和国际债券以及房地产和贵金属。对多个国家的指数同时下注的国际化投资经理致力于全球资产配置，而不是基准择时。进行资产配置的动机是为了简化一个极为复杂的问题。

战术资产配置涉及 5~20 种资产，而基准择时仅涉及 1 种资产。于是由主动管理基本定律可知，通过基准择时创造附加值十分困难。我们知道，基准择时策略的信息率取决于预测能力（即基准择时的信息系数） $IC_{BT}$  和广度  $BR$ （每年独立赌注数目）：

$$IR_{BT} = IC_{BT} \cdot \sqrt{BR} \quad (19-1)$$

若每季度进行一次独立的基准择时预测，则广度仅为 4。根据式 (19-1)，想获得 0.5 的基准择时信息率需要 0.25 的信息系数——极高的要求！主动管理基本定律精确地解释了为什么绝大多数机构投资经理都只关注于选股。

选股策略能够利用大量股票进行横截面分散化，而基准择时策略仅能够在时间维度上进行分散化，也就是每年中频繁地下注。主动管理基本定律定量地说明了这一点。显著的基准择时附加值仅可能通过在每年中频繁地下注来实现。为了说清楚这一点，本章将讨论不同预测频率的情形：首先是每年一次的情形，然后是每年多次的情形。

<sup>Θ</sup> 一份远期合约与买入业绩基准同时卖空现金是等价的，也就是借入资金去买业绩基准。一份期货合约与一份远期合约非常相似。

### 19.3 用期货还是用股票

基准择时就是选择主动贝塔。我们可以利用期货来实施基准择时，也可以在不改变现金/业绩基准混合比例的情况下实现主动贝塔。比如说，如果我们认为业绩基准的表现本月会格外好，那么我们可以在组合中提高高贝塔股票的权重。然而，这样做有三个弊端。首先，由于对不同股票群的超配和低配，我们必须承担其残差风险。其次，我们必须能够正确地估计股票的贝塔。即使是最优贝塔估计也会有误差，而在纯粹的现金/基准权衡中是没有误差的。现金的贝塔精确为0，而业绩基准的贝塔精确为1。最后，交易多只单个证券时，交易成本往往比远期或者期货合约的交易成本要高很多。

在下面的分析中我们会更加深入地探讨残差风险的问题。我们来构造贝塔值等于 $\beta_p$ 的最小风险全额投资组合。在贝塔给定的情况下，最小化总风险等价于最小化残差风险。如技术附录所示，最优组合是业绩基准与组合C的加权组合。它的残差方差在所有满足 $\beta_{pA} = \beta_p - 1$ （其中 $\beta_{pA}$ 为组合的主动贝塔）的全额投资组合中取得最小值：

$$\omega_p^2 = (\beta_{pA} \cdot \sigma_B)^2 \cdot \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \quad (19.2)$$

假设业绩基准风险为18%，组合C的风险是12%。记得组合C的贝塔是

$$\beta_c = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_B^2} \quad (19.3)$$

于是，0.1的主动贝塔会导致至少1.6%的残差风险。对于中等水平的残差风险厌恶系数（ $\lambda_R = 0.1$ ），这相当于大约0.26%的风险惩罚<sup>①</sup>。

本节分析了利用期货而非股票来实施基准择时策略的好处。这对业绩基准缺少对应期货合约的情形也有明确的启示：当不存在相应期货合约时，通过基准择时来创造附加值的空间非常小。

### 19.4 附加值

在第4章，我们曾推导出基准择时的附加值公式。该公式的主要元

<sup>①</sup> 原著中为0.25%，经验算，应为0.2592%，近似为0.26%。——译者注

素有

$\beta_{PA}$ ——组合相对于业绩基准的主动贝塔。这是决定性变量。

$\Delta f_B$ ——业绩基准超常收益率的预测值 (the forecast of exceptional benchmark return)。这是相对于业绩基准收益率正常水平的偏离，可正可负。如果  $\mu_B$  是业绩基准在正常情况下的年度预期超额收益率， $f_B$  是我们对业绩基准随后一年预期超额收益率的精炼预测 (refined forecast)，那么  $\Delta f_B = f_B - \mu_B$  就是随后一年的预期超常业绩基准收益率。

$\sigma_B$ ——业绩基准组合的波动率。

$\lambda_{BT}$ ——对于基准择时风险的厌恶系数。

我们从每年仅进行一次基准择时决策的简单情形开始。在第 4 章，我们确定了基准择时的附加值是

$$VA[\beta_{PA} + \Delta f_B] = \beta_{PA} \cdot \Delta f_B - \lambda_{BT} \cdot \beta_{PA}^2 \cdot \sigma_B^2 \quad (19-4)$$

通过令式 (19-4) 对  $\beta_{PA}$  的一阶导数等于 0，我们可以求解出主动贝塔的最优水平  $\beta_{PA}^*$ ：

$$\beta_{PA}^* = \frac{\Delta f_B}{2 \cdot \lambda_{BT} \cdot \sigma_B^2} \quad (19-5)$$

表 19-1 展示了  $\beta_{PA}^*$  是如何随着超常预测值  $\Delta f_B$  以及业绩基准风险厌恶系数  $\lambda_{BT}$  的变化而变化的。表 19-1 假设业绩基准的年化波动率为 17%。

表 19-1 主动贝塔

超常预测 $\Delta f_B$	择时风险厌恶系数 $\lambda_{BT}$		
	高, 0.14	中, 0.09	低, 0.06
4.00%	0.05	0.08	0.12
2.00%	0.02	0.04	0.06
0.00%	0.00	0.00	0.00
-2.00%	-0.02	-0.04	-0.06
-4.00%	-0.05	-0.08	-0.12

在最优贝塔水平  $\beta_{PA}^*$  下的附加值是

$$VA^*[\Delta f_B] = VA[\beta_{PA}^* + \Delta f_B] = \frac{(\Delta f_B)^2}{4 \cdot \lambda_{BT} \cdot \sigma_B^2} \quad (19-6)$$

表 19-2 展示了假设基准波动率为 17% 的情况下的附加值。其中我假定每年

只进行一次主动贝塔决策，并且表中附加值数值是每年的基点数。

表 19-2 附加值 (单位: 基点/年)

超常预测 $\Delta f_B$	择时风险厌恶系数 $\lambda_{BT}$		
	高, 0.14	中, 0.09	低, 0.06
4.00%	9.9	15.4	23.1
2.00%	2.5	3.8	5.8
0.00%	0.0	0.0	0.0
-2.00%	2.5	3.8	5.8
-4.00%	9.9	15.4	23.1

通过深入考察超常收益率预测  $\Delta f_B$  以及风险厌恶系数  $\lambda_{BT}$ ，我们可以将这个分析向前推进一步。特别地，我们将重新建立这个分析使之满足：

- ▶ 不再需要预测正常水平的市场预期超额收益率  $\mu_B$ ；
- ▶ 让超常收益率  $\Delta f_B$  的预测变得更加容易；
- ▶ 不必考虑如何选取风险厌恶系数  $\lambda_{BT}$ 。

首先，我们从式 (19-5) 中看到，直接驱动最优主动贝塔的变量是预测值  $f_B$  与正常值  $\mu_B$  的差。因此没必要预测  $f_B$  或  $\mu_B$  本身，我们只需要直接预测二者之差——超常收益率  $\Delta f_B$ ，这样问题会大大简化。我们必须将思维从绝对框架（例如  $f_B$ ）转到相对框架下（例如  $\Delta f_B$ ）。

我们采用的预测方法与第 10 章中所讨论的完全一致。记得超常业绩基准收益率的精炼预测是：

$$\Delta f_B = \sigma_B \cdot IC \cdot S \quad (19-7)$$

式中  $IC$ ——信息系数，即我们的预测值与超常业绩基准收益率的实现值之间的相关系数。这是对能力的衡量；

$S$ ——分值，是一个正态化的信号，长期而言其均值为 0，标准差等于 1。

怎样水平的  $IC$  是恰当的呢？如果有足够的历史预测记录，那么你可以直接计算  $IC$ 。如果没有这些数据，或者你认为历史  $IC$  不能代表未来  $IC$ ，那么建议你选用 0.05 (良好)、0.1 (优秀) 或 0.15 (卓越) 作为  $IC$  的合理估计值。这是一个需要谦虚的地方，因为基准择时能力是很罕见的。如果

你认为自己具备这种大多数人都没有的能力，那么你很有可能是在误导自己。作一个粗略的测试，试着在不同时点预测下期业绩基准收益率是否会超越其长期平均水平<sup>①</sup>，并计算你的正确率。当相关系数  $IC = 0.1$  时，你的正确率应该在 55% 左右。

表 19-3 展示了将定性观点转化为量化分值的一种方法。表 19-3 中的分值的均值为 0，标准差为 1。从“概率”那一列看出，平均而言，我们每九次预测才会给出一次“非常乐观”的预测。

表 19-3 基准择时中的标准分值

观 点	概 率	分 值
非常乐观	0.11	1.73
乐 观	0.22	0.87
无观点	0.33	0.00
悲 观	0.22	-0.87
非常悲观	0.11	-1.73

利用  $\Delta f_b = \sigma_b \cdot IC \cdot S$ ，我们可以计算出最优主动贝塔与附加值依赖于预测分值的函数关系：

$$\beta_{PA}^*(S) = \left( \frac{IC}{2 \cdot \lambda_{BT} \cdot \sigma_b} \right) \cdot S = \kappa \cdot S \quad (19-8)$$

$$VA^*[S] = \left( \frac{IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}} \right) \cdot S^2 = \left( \frac{\kappa \cdot \sigma_b \cdot IC}{2} \right) \cdot S^2 \quad (19-9)$$

表 19-4 展示了上述关系，其中假设  $IC$  为 0.10，业绩基准波动率为 17%，风险厌恶系数为 0.06。

表 19-4

观 点	概 率	标 准 分 值	预 测 值	主 动 贝 塔	附 加 值
非常乐观	0.11	1.73	2.94%	0.09	0.12%
乐 观	0.22	0.87	1.47%	0.04	0.03%
无观点	0.33	0.00	0.00%	0.00	0.00%
悲 观	0.22	-0.87	-1.47	-0.04	0.03%
非常悲观	0.11	-1.73	-2.94%	-0.09	0.12%

① 注意这并不意味着业绩基准收益率高于无风险利率。

为了让基准择时的过程更加直观，我们想要避免使用风险厌恶系数，同时找到一种更直接的方法来描述激进程度。我们可以利用在式（19-8）中定义的  $\kappa$ 。假设预测分值呈正态分布，则 0.06 的  $\kappa$  意味着组合贝塔在 2/3 的时间里落在 0.94 ~ 1.06，有 1/6 的时间大于 1.06，还有 1/6 的时间小于 0.94。如果这显得过于激进，那么可以减少  $\kappa$ 。这意味着风险厌恶水平的增加或者信息系数的降低，但是我们依然可以直接处理  $\kappa$ 。表 19-5 展示了  $\kappa$  是如何依赖于风险厌恶系数以及信息系数。

表 19-5  $\kappa$ 

能 力 水 平	IC	择时风险厌恶系数		
		高, 0.14	中, 0.09	低, 0.06
喜好	0.05	0.01	0.02	0.02
优秀	0.10	0.02	0.03	0.05
世界级	0.15	0.03	0.05	0.07

利用  $\kappa$ ，我们还可以更加细致地考察附加值。式（19-9）给出了附加值在预测分值等于  $S$  时的条件期望。于是附加值的无条件期望是

$$VA^* = E[VA^*(S)] = \left( \frac{\kappa \cdot \sigma_B \cdot IC}{2} \right) \cdot E[S^2] = \left( \frac{\kappa \cdot \sigma_B \cdot IC}{2} \right) \quad (19-10)$$

式（19-10）第二个等号中，我们利用了预测分值均值为 0、标准差为 1 的条件。一位非常优秀的、 $IC = 0.10$  的预测者，在给定基准波动率为 17%、 $\kappa$  为 0.05 的情况下，只能够得到一个并不可观的预期附加值：4.2 个基点。<sup>②</sup>如果每年仅预测一次，那么这 4.2 个基点就是基准择时每年创造的附加值。然而，我们还不应该放弃。利用基准择时来创造更多附加值的途径是更加频繁地作出高质量预测。

## 19.5 预测频率

到目前为止，我们的分析一直假定投资时间尺度是一年。这个一年期

② 如果该预测者并没有使用期货，而是使用选股来实施基准择时，那么情况会更加糟糕。技术附录将证明，残差风险是不可避免的，即使我们对残差风险具有较低的风险厌恶系数，利用股票进行择时也会从 4.2 个基点中再夺走 2.9 个基点。

的时间尺度是导致基准择时对附加值的贡献微乎其微的主要原因。根据主动管理基本定律，策略的信息率以及附加值取决于能力和广度。每年只进行一次的基准择时是广度最低的策略（每年仅下注1次，广度=1）。为了创造更多附加值，我们必须更加频繁地作出预测。<sup>⊖</sup>

假设我们每年能够作出 $T$ 次预测。将一年分成 $T$ 个时期，分别记为 $t=1, 2, \dots, T$ ；每个时期长度均为 $1/T$ 年。对于季度预测， $T=4$ ；对于月度预测， $T=12$ ；对于周度预测， $T=52$ ；对于日度预测， $T=250$ 个交易日。业绩基准在任何时期 $t$ 的波动率均为

$$\sigma_B(t) = \frac{\sigma_B}{\sqrt{T}} \quad (19-11)$$

逐个时期看，预测经验法则依然适用：

$$\Delta f_B(t) = \sigma_B(t) \cdot IC \cdot S(t) = \frac{\sigma_B \cdot IC \cdot S(t)}{\sqrt{T}} \quad (19-12)$$

现在 $IC$ 是在长度为 $1/T$ 的时期中的收益率预测值与实现值的相关系数。

由于我们最终在年度基础上评估策略的表现，所以我们要计算这些由更频繁的预测创造的年化附加值。这等于每个时期的附加值的和。通过适当地拓展式(19-4)，我们有

$$VA = \sum_{t=1}^T \beta_{PA}(t) \cdot \Delta f_B(t) - \lambda_{BR} \cdot \sum_{t=1}^T \beta_{PA}^2(t) \cdot \sigma_B^2(t) \quad (19-13)$$

利用式(19-12)，式(19-13)变成

$$VA = \left( \frac{\sigma_B \cdot IC}{\sqrt{T}} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \beta_{PA}(t) \cdot S(t) - \lambda_{BR} \cdot \left( \frac{\sigma_B^2}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \beta_{PA}^2(t) \quad (19-14)$$

因此在时期 $t$ 中的最优主动贝塔变成

$$\beta_{PA}^*(t) = \sqrt{T} \cdot \left( \frac{IC}{2 + \lambda_{BR} \cdot \sigma_B} \right) \cdot S(t) \quad (19-15)$$

如果我们每年预测一次，式(19-15)可以简化为式(19-8)。观察式(19-15)似乎可以发现：如果我们更频繁地进行预测，最优主动贝塔将更加激进；具体来说，当其他条件不变时，如果我们的预测频率从每年一

<sup>⊖</sup> 有时候广度并不掌控在我们手中。考虑一位对超级碗下注的赌徒，他能力高超，胜率达到65%；然而不幸的是，超级碗每年只给他一次下注的机会。与他相比，另一位对NBA比赛下注的赌徒则幸运得多：这位赌徒的能力差得多，只有55%的胜率，然而NBA的常规赛和季后赛每年为他提供480次（1999年的数据）的下注机会。

次提升到每季度一次，则我们的主动贝塔会翻倍。然而，稍后我们就会看到，当我们转向更短的时间区间时， $IC$  可能会衰减。

假设每个时期我们都采用了最优主动贝塔，那么年化附加值在预测分值序列等于  $\{S(1), S(2), \dots, S(T)\}$  时的条件期望是

$$VA^*|S(1), S(2), \dots, S(T)| = \left(\frac{IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}}\right) \cdot \sum_{t=1}^T S^2(t) \quad (19-16)$$

进而年化附加值的无条件期望是

$$VA^* = \left(\frac{IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}}\right) \cdot T \quad (19-17)$$

这是主动管理基本定律的一种形式。最优附加值与策略的广度  $T$  成正比。表 19-6 展示了不同广度（每年预测次数）与不同  $IC$  水平下的附加值空间。其中我们假设了中等水平的风险厌恶系数， $\lambda_{BT} = 0.09$ 。

表 19-6 附加值 (单位: 基点/每年)

IC	每年的预测数			
	1	4	12	52
0.1	2.78	11.11	33.33	144.44
0.05	0.69	2.78	8.33	36.11
0.02	0.11	0.44	1.33	5.78
0.01	0.03	0.11	0.33	1.44

这些结果假设了每次预测都基于新的信息。预测之间一定是相互独立的。如果你每年预测一次，然后将其除以 4 并将结果作为四个季度预测来使用，那么你并没有加入新信息，这只能算作是每年一次预测。

为了更加具体地说明这一点，我们假设业绩基准未来一年的超常收益率由以下二元模型产生：

$$r_g(t) - \mu_g = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{399} + \theta_{400} \quad (19-18)$$

其中  $\theta_i$  是相互独立的，并且以相等的概率取值 +1 或 -1。我们更细致地假设：在 400 个元素中，前 100 个发生在第一季度，之后 100 个发生在第二季度，如此类推。<sup>②</sup> 根据这个模型，业绩基准超常收益率的年化方差是

② 或者，我们可以将这些二元变量记为  $\theta_{ij}$ ，其中  $i = 1, \dots, 4$ ;  $j = 1, \dots, 100$ 。下标  $i$  代表了季度。我们更喜欢正文中的记号形式是因为它强调了在没有额外信息的情况下，我们不知道哪个二元变量影响了哪个季度。

400%<sup>2</sup>，年化风险是20%；季度方差是100%<sup>2</sup>，季度风险是10%。

首先假设我们每年只做一次预测  $g$ ：

$$g = \theta_1 + \theta_2 + \theta_{101} + \theta_{102} + \theta_{201} + \theta_{202} + \theta_{301} + \theta_{302} + \sum_{j=1}^8 \eta_j \quad (19-19)$$

其中  $g$  包含了信号元素  $\theta_i$  以及噪声元素  $\eta_j$ ；噪声元素与  $\theta_i$  相互独立，并且它们之间也是相互独立的。每一个  $\eta_j$  以相等的概率取值 +1 或者 -1。这个原始预测的方差是 16%<sup>2</sup>；它的标准差是 4%。利用式 (19-19)，我们可以分别计算预测  $g$  与年度及季度收益率的相关关系，也即预测变量  $g$  的年化信息系数以及季度信息系数。我们发现

$$IC_{\#} = \frac{8}{20 \times 4} = 0.10 \quad (19-20)$$

$$IC_{\#} = \frac{2}{10 \times 4} = 0.05 \quad (19-21)$$

我们将以上结果代入式 (19-17)，可以发现不论我们把预测变量  $g$  看成是年度数据还是季度数据，附加值都是一样的。

相比之下，假设我们接收了相同的信息，但是每季度只能收到信息的一部分。季度预测值是

$$g_1 = \theta_1 + \theta_2 + \eta_1 + \eta_2 \quad (19-22)$$

$$g_2 = \theta_{101} + \theta_{102} + \eta_3 + \eta_4 \quad (19-23)$$

$$g_3 = \theta_{201} + \theta_{202} + \eta_5 + \eta_6 \quad (19-24)$$

$$g_4 = \theta_{301} + \theta_{302} + \eta_7 + \eta_8 \quad (19-25)$$

于是每个季度的  $IC$  是

$$IC_{\#} = \frac{2}{10 \times 2} = 0.10 \quad (19-26)$$

再根据式 (19-17)，我们可以得到这四个独立预测值的全部价值。我们还可以发现，若要把年化预测值分解成 4 个恰当的季度预测值  $g_1 \sim g_4$ ，需要明确知道哪部分信号适用于哪个季节。而式 (19-19) 中的信号  $g$  只包含所有季度信息的总和。

## 19.6 业绩分析

我们已经在第 17 章中对业绩分析进行了全面的讨论；其中我们甚至给

出了专门针对基准择时的业绩分析方法。如果我们只能获得收益率序列数据，那么第17章告诉我们如何通过区分上行市场贝塔和下行市场贝塔来评估投资经理的基准择时能力。

如果我们拥有投资组合的各期仓位数据，或者只要我们有对组合各期贝塔的先验估计，那么我们就有办法将实现的主动系统性收益率分解成三部分：预期主动贝塔收益率、预期外主动贝塔收益率以及主动基准择时收益率。为此，我们需要知道两个参数：业绩基准预期收益率 $\mu_B$ 以及平均主动贝塔。

我们可以采用先验分解或后验分解的方法。在先验分解中，我们将 $\mu_B$ 看成是事先给定的，并且假设平均主动贝塔是0。在一个理想的世界中，这两个参数是投资经理与客户在事前协议中的一部分。有了这两个参数值，我们就可以将时间区间 $[t, t + \Delta t]$ 上的主动系统性收益率 $\beta_{PA}(t) \cdot r_B(t)$ 分解为

$$\beta_{PA}(t) \cdot r_B(t) = \beta_{PA}(t) \cdot \mu_B \cdot \Delta t + \beta_{PA}(t) \cdot [r_B(t) - \mu_B \cdot \Delta t] \quad (19-27)$$

我们可以将右端的两项理解为

1. 预期主动贝塔收益率： $\beta_{PA}(t) \cdot \mu_B \cdot \Delta t$ ；
2. 基准择时收益率： $\beta_{PA}(t) \cdot [r_B(t) - \mu_B \cdot \Delta t]$ 。

基准择时部分衡量了在业绩基准的超额收益率大于（小于） $\mu_B \cdot \Delta t$ 的时候，组合的主动贝塔是否是正值（负值）。这个基准择时项正是基准择时效用函数（式(19-4)）中第一项的实现值。

下面来看基准择时业绩归因的后验方法。它与先验方法非常相似，唯一差别是它利用后验数据——平均基准收益率和平均主动贝塔——来代替先验方法中的两个先验参数。令

$$\bar{\beta}_{PA} = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \beta_{PA}(t) \quad (19-28)$$

以及

$$\bar{r}_B \cdot \Delta t = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T r_B(t) \quad (19-29)$$

于是我们可以将主动系统性收益率分解为

$$\beta_{PA}(t) \cdot r_B(t) = \beta_{PA}(t) \cdot \bar{r}_B \cdot \Delta t + \bar{\beta}_{PA} \cdot [r_B(t) - \bar{r}_B \cdot \Delta t]$$

$$+ [\beta_{PA}(t) - \bar{\beta}_{PA}] \cdot [r_B(t) - \bar{r}_B \cdot \Delta t] \quad (19-30)$$

或者

$$\beta_{PA}(t) \cdot r_B(t) = \beta_{PA}(t) \cdot \bar{r}_B \cdot \Delta t + \bar{\beta}_{PA} \cdot [r_B(t) - \bar{r}_B \cdot \Delta t] + \delta\beta_{PA}(t) \cdot \delta r_B(t) \quad (19-31)$$

这种后验方法的思想与先验方法相似。如果我们用平均基准收益率  $\bar{r}_B$  和平均主动贝塔值  $\bar{\beta}_{PA}$  来分别定义两个先验参数，那么两种方法将完全一样。

在整个时期中，第一项的平均为  $\bar{\beta}_{PA} \cdot \bar{r}_B \cdot \Delta t$ ，第二项的平均为 0。第三项，也就是基准择时贡献，在取平均值时，恰等于主动贝塔以及基准超额收益率之间的样本内协方差。

我们还可以构造出混合方法，即一个参数使用先验数值，另一个参数使用后验数值。

作为结束，我们给出一条一般性的评论：预测频率也会影响基准择时的后验分析。一个每年预测一次的策略不但会表现出较低的信息率以及附加值，还会表现出较低的  $t$  统计量。想要在统计上证明其基准择时能力可能需要许多年的观测值。

## 19.7 总结

基准择时策略根据超常业绩基准收益率预测来调整组合的主动贝塔。基准择时是一个一维问题，所以基准择时策略仅能在时间轴上通过每年频繁地作出预测来分散其赌注，这与选股策略能够在横截面上通过不同股票分散赌注是显著不同的。基准择时只有通过这种每年频繁预测的方式才能实质性地创造显著的附加值。实施基准择时最有效的方法是利用期货，而非利用贝塔大于 1 的股票。可以评估基准择时贡献的业绩分析能力确实存在。

## 19.8 问题

1. 给定对于基准择时的风险厌恶系数 0.09，超常市场收益率预测值是 5%，并且市场风险是 17%，则最优组合贝塔是多少？

2. Bob 是一位基准择时者。他的  $IC$  是 0.05，并且他每年下一次赌注，他对于基准择时的风险厌恶系数偏低， $\lambda_{st} = 0.06$ 。他的附加值是多少？他的最优主动风险水平是多少？
3. 为了证明 Bob 的基准择时能力在统计上显著（95% 的置信区间），你需要多少年的主动基准择时收益率数据？
4. 如果 Bob 每年下注 12 次，那么问题 2 以及问题 3 的答案会怎样变化呢？<sup>②</sup>

## 19.9 参考文献

- Ambachtsheer, Keith P. "Pension Fund Asset Allocation in Defense of a 60/40 Equity/Debt Asset Mix." *Financial Analysts Journal*, vol. 43, no. 5, 1987, pp. 14–24.
- Brocato, Joe, and P. R. Chandy. "Does Market Timing Really Work in the Real World?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 2, 1994, pp. 39–44.
- . "Market Timing Can Work in the Real World: A Comment." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 3, 1995, pp. 39–44.
- Cumby, Robert E., and David M. Modest. "Testing for Market Timing Ability." *Journal of Financial Economics*, vol. 19, no. 1, 1987, pp. 169–189.
- Gennette, Gerard, and Terry A. Marsh. "Variations in Economic Uncertainty and Risk Premiums on Capital Assets." Berkeley Research Program in Finance Working Paper 210, May 1991.
- Henriksson, Roy D., and Robert C. Merton. "On Market Timing and Investment Performance II. Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills." *Journal of Business*, vol. 54, no. 4, 1981, pp. 513–533.
- Larsen, Glen A., Jr. and Gregory D. Wozniak. "Market Timing Can Work in the Real World." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 3, 1995.
- Modest, David. "Mean Reversion and Changing Risk Premium in the U.S. Stock Market: A Survey of Recent Evidence." Presentation at the Berkeley Program Finance Seminar, April 3, 1989.
- Rudd, Andrew, and Henry K. Clasing, Jr. *Modern Portfolio Theory*, 2d ed. (Orinda, Calif.: Andrew Rudd 1988).
- Sharpe, William F. "Likely Gains from Market Timing." *Financial Analysts Journal*, vol. 43, no. 2, 1975, pp. 2–11.
- . "Integrated Asset Allocation." *Financial Analysts Journal*, vol. 43, no. 5, 1987, pp. 25–32.
- Wagner, Jerry, Steve Shellans, and Richard Paul. "Market Timing Works Where It Matters Most . . . in the Real World." *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, no. 4, 1992, pp. 86–92.

<sup>②</sup> 原著中为“问题1和问题2”，根据文意判断，应为“问题2和问题3”。——译者注

## 19.10 技术附录

本技术附录将研究如何利用股票代替期货来实施基准择时策略。我们发现这种方法将导致不可避免的残差风险。

考虑如下问题：构造一个全额投资组合使得其贝塔等于  $\beta_{BT}$  且残差风险最小。

### 命题 1

#### 1. 定义组合 BT

$$\mathbf{h}_{BT} = \left( \frac{\beta_{BT} - \beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot \mathbf{h}_B + \left( \frac{1 - \beta_{BT}}{1 - \beta_c} \right) \cdot \mathbf{h}_C \quad (19A-1)$$

则它是满足  $\beta = \beta_{BT}$  的全额投资组合中具有最小风险的组合。从式 (19A-1) 中可以清楚地看到，它是业绩基准组合 B 与组合 C 的线性组合。

2. 组合 BT 也是满足  $\beta = \beta_{BT}$  的全额投资组合中具有最小残差风险的组合。

3. 组合 BT 的残差风险  $\omega_{BT}$  是：

$$\omega_{BT}^2 = (\beta_{PA} \cdot \sigma_B)^2 \cdot \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \quad (19A-2)$$

其中， $\beta_{PA}$  是组合 BT 的主动贝塔： $\beta_{PA} = \beta_{BT} - 1$ 。

证明 先证结论 1。观察式 (19A-1) 的右端，注意到业绩基准组合 B 与组合 C 都是全额投资组合，并且二者的权重之和等于 1，因此组合 BT 必然也是全额投资组合。类似地，利用式 (19A-1) 右端计算组合 BT 的贝塔，我们可以快速验证组合 BT 的贝塔值恰为  $\beta_{BT}$ 。更一般地，我们可以证明组合 BT 是下列优化问题的解：

$$\text{Min} \{ \mathbf{h}^T \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{h} \} \quad (19A-3)$$

约束条件：

$$\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{e} = 1 \quad (19A-4)$$

$$\mathbf{h}^T \cdot \boldsymbol{\beta} = \beta_{BT} \quad (19A-5)$$

而最优解的直观含义恰是“满足  $\beta = \beta_{BT}$  及全额投资约束的最小风险组合”。为了证明最优解的表达式就是式 (19A-1)，我们只需利用 Lagrange 乘子法、组合 C 的定义以及向量  $\boldsymbol{\beta}$  的定义（以基准组合 B 表达）。

为了证明结论 2，对任意组合 P 而言，我们可以将总风险分解为

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_B^2 + \omega_p^2 \quad (19A-6)$$

在所有满足  $\beta = \beta_p$  的组合中，最小总风险组合也是最小残差风险组合。

为了证明结论3，我们可以计算组合BT的残差头寸：

$$h_{BT} = h_B - \beta_{BT} \cdot h_c \quad (19A-7)$$

$$h_{BT} = \left( \frac{\beta_{PA} \cdot \beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot h_B + \left( \frac{1 - \beta_{BT}}{1 - \beta_c} \right) \cdot h_c \quad (19A-8)$$

利用式(19A-8)，我们可以直接计算组合BT的残差方差并且验证式(19A-2)。

我们可以利用命题1来进一步分析不可避免的残差风险对附加值的影响。假设每年作出T次预测，我们全年将承担的预期残差方差是

$$E\{\omega_{BT}^2\} = \sum_{t=1}^T E\{\omega_{BT}^2(t)\} \quad (19A-9)$$

每个时期的预期残差方差是

$$E\{\omega_{BT}^2(t)\} = \left( \frac{\sigma_B^2}{T} \right) \cdot \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot E\{\beta_{PA}^2(t)\} \quad (19A-10)$$

其中在时期t上的业绩基准总方差是 $\sigma_B^2/T$ 。利用正文中的式(19-15)<sup>①</sup>，我们可以解出每时期中的主动贝塔，代入式(19A-10)，并对t求和，得到<sup>②</sup>：

$$E\{\omega_{BT}^2\} = \left( \frac{\sigma_B^2}{T} \right) \cdot \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot \sum_{t=1}^T \left( \frac{T \cdot IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}^2 \cdot \sigma_B^2} \right) \cdot E\{S^2(t)\} \quad (19A-11)$$

$$E\{\omega_{BT}^2\} = \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot \left( \frac{T \cdot IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}^2} \right) \quad (19A-12)$$

从基准择时的无条件期望附加值(式(19-17))<sup>③</sup>中减去 $\lambda_R$ 倍的无条件预期残差方差(即对残差风险的惩罚)，可以得到<sup>④</sup>

$$VA \rightarrow \left( \frac{T \cdot IC^2}{4 \cdot \lambda_{BT}} \right) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\beta_c}{1 - \beta_c} \right) \cdot \left( \frac{\lambda_R}{\lambda_{BT}} \right) \right] \quad (19A-13)$$

<sup>①</sup> 原著中为“式(19-14)”，根据文意，应为“式(19-15)”。——译者注

<sup>②</sup> 原著中式(19A-11)和式(19A-12)左端为 $E\{\omega_{BT}^2(t)\}$ ，根据文意，我们更正为 $E\{\omega_{BT}^2\}$ 。——译者注

<sup>③</sup> 原著中为“式(19-16)”，根据文意，应为“式(19-17)”。——译者注

<sup>④</sup> 原著中式(19A-13)右端第一个分式分母中第二项为 $\lambda_{BT}^2$ ，根据译者推导，应为 $\lambda_{BT}$ 。——译者注

我们知道， $\beta_c = \sigma_c^2 / \sigma_B^2$ 。假设 $\sigma_B = 18\%$ 、 $\sigma_c = 12\%$ ，可以得到 $\beta_c = 4/9$ 。从而式(19A-13)右端中括号化简为 $[1 - 0.8 \cdot (\lambda_B / \lambda_{BT})]$ ，这表明仅当投资者对于残差风险的厌恶系数比他对于基准择时风险的厌恶系数低很多时，通过股票选择进行的基准择时才可以得到正的净附加值。

### 练习

证明式(19A-1)是满足 $\beta = \beta_{BT}$ 的最小风险全额投资组合的持仓头寸表达式。

### 应用练习

利用主要市场指数(MMI)成分股构造组合BT，使它是满足 $\beta = 1.05$ (相对于业绩基准CAPMMI)的最小风险的全额投资组合。同时利用MMI股票来构造组合C。

1. 组合C的贝塔是多少？
2. 比较组合BT与根据式(19A-1)定义的组合——组合C和组合B(CAPMMI)的线性组合——是否一致。
3. 组合BT的残差风险是多少？将结果与式(19A-2)做比较。

## 第 20 章

# 主动管理的历史业绩

### 20.1 导言

是什么造就了成功的主动管理？我们认为成功的主动管理过程依赖于对高质量信息的有效利用。它包含两个重要元素：寻找找高质量的信息，以及根据该信息有效地构建投资组合。

本书的一些章节讨论了高质量信息的特征：优于一致预期、高信息率、正的信息系数以及足够高的广度。其中高广度是高质量信息最有可能具备的特征。我们也投入了许多章节来讨论如何有效地利用高质量信息。我们还展示了如何将原始信号转化为阿尔法，如何根据阿尔法构建投资组合，以及如何在阿尔法、风险以及交易成本之间作出最佳权衡。

现在我们要暂离这个方法论，换一个视角来检验主动管理的历史业绩。我们的终极目标是在历史数据中找到支持我们关于成功的主动管理的观点的实证依据。

金融学者对于主动投资经理的业绩表现有相当长的研究历史。他们的动机主要是为了验证有效市场理论。根据强有效市场理论，主动管理是不可能成功的，因为没有优于一致预期的信息。所以，有效的信息利用也是徒劳的。当然，总会有某些主动投资经理超越了业绩基准，而另外一些输给业绩基准，但这和轮盘赌没什么两样：某些赌徒全凭运气获胜。

## 20.2 关于业绩的研究

正如我们在第 17 章所讨论的那样，关于主动投资经理业绩的研究在资本资产定价模型（CAPM）诞生不久后就开始了，它为业绩分析提供了框架。该领域的先驱包括 Jensen (1968)、Sharpe (1966) 以及 Treynor (1965)。

关于主动投资经理业绩的研究主要关注于三个不同的问题：主动投资经理平均而言是否业绩超常？顶级业绩的主动投资经理到底是靠能力还是靠运气？业绩是否会持续？请注意：对第一个问题的否定回答并不能证明成功的主动管理是不可能的。

让我们从第一个问题——关于主动投资经理的平均业绩——开始。早期的研究发现，平均而言，共同基金的风险调整收益率是差于指数的；并且差于指数的程度与基金的费用存在直接关系。Ippolito (1993) 对后续研究进行了总结，这些研究得到了稍微不同的结论：基金的平均业绩在扣除费用与风险调整之后，在统计上与指数无法区分。上述两类结果中，关于主动基金最积极的结论也只是其平均业绩与指数持平。

随后，关于该问题的学术研究将之前的成果向三个方向进行了拓展：消除生存偏差（survivorship bias）、控制风格以及利用组合头寸。Brown、Goetzmann、Ibbotson 和 Ross (1992) 证明了投资经理数据库中的生存偏差会极大地影响业绩研究的结果。之后的几个研究精心建立了没有生存偏差的数据库，将所有已终止基金的数据都纳入其内。例如 Malkiel (1995) 证明了从 1982 ~ 1991 年，在 1991 年依然存在的股票型共同基金的平均收益率每年比标普 500 指数低 43 个基点。但是，当他将所有在这个时期中存在过的基金（包括在 1991 年已终止的基金）都纳入研究范围时，股票型共同基金整体相对于标普 500 指数的差距进一步扩大至每年落后 1.83%。生存偏差很重要，并且美国股票型基金经理的平均表现显著差于标普 500 指数的表现。

更近期一些的学术研究分析了在控制风格以及公共可用信息的条件下的投资经理业绩。第 17 章讨论过这些方法。例如，Ferson 和 Schadt (1996)，以及 Ferson 和 Warther (1996) 在分析 67 只美国股票型共同基金<sup>⊖</sup>在 1968 ~ 1990

---

<sup>⊖</sup> Ferson 和 Warther 研究了 63 只基金。

年的表现时，控制了公共可用信息——即利率以及市场整体分红率。他们的方法将经理的平均业绩从低于市场提高至与市场持平。虽然他们的数据库也存在生存偏差，但他们宣称，考虑到经理平均业绩的提高程度，生存偏差应该不会影响到他们的结论。

从另一个稍有不同的角度出发，Jones（1998）分析了机构投资经理中位数的业绩。他发现他利用三个变量（市场收益率、小盘股相对于大盘股、价值股相对于成长股）就能够几乎完全解释中位数经理相对于标普500指数的业绩。平均每位经理都持有一些现金，对于小盘股有所倾斜，并且对于成长股也有所倾斜。因此当市场上涨、大盘股跑赢小盘股或者价值股跑赢成长股时，投资经理平均而言倾向于跑输市场。

Daniel、Grinblatt、Titman 以及 Wermers（1997）控制了规模、净市率、一年的动量效应，并且在分析中利用了从1975~1994年超过2500只美国共同基金的季度组合头寸。他们首先估计每只股票在扣除规模、净资产/市值比以及动量效应这3个因子的影响之后的季度收益率。他们的方法是：将全部股票按这3个因子分别排序，各自五等分，于是将全部股票分为125组，然后计算每只股票相对于所在组市值加权平均收益率的主动收益率。之后，他们利用共同基金的季度头寸以及资产的上述主动收益率计算每只基金的业绩（即因子调整主动收益率）。他们发现了平均业绩在统计上显著为正的证据，数值大约是1%~1.5%。但是这一证据在整个时期上仅在成长型基金和激进成长型基金中存在；并且，这些超常业绩大多数来自1975~1979年。

但是，我们必须对这个“主动基金创造了正的平均业绩”的微小证据保持怀疑态度，因为该研究忽略了管理费和交易成本。这项研究不是基于共同基金的实际收益率，而是基于季度频率调整的“买入并持有”组合的收益率进行分析的；后者在计算时未考虑进行季度调整所需支付的各项费用。我们没有理由相信成长型或者激进成长型基金平均而言能为投资者创造超常业绩回报。

总而言之，我们没有找到主动投资经理平均而言可以产生超常收益率的证据。幸运的是，这并不影响成功的主动管理的可能性。我们本就不该期望平均水平的主动投资经理能够创造超常业绩。

为了更加集中地讨论成功的主动管理的可能性，Marcus (1990) 在众多现存的基金中选出具有顶级业绩的共同基金，考察它们是否表现出了统计上显著的正业绩。Marcus 的研究是“看看彼得·林奇 (Peter Lynch)，看看沃伦·巴菲特 (Warren Buffet)”这类支持主动管理的经典（但传闻式的）理由的一个严格化版本。利用一组样本中的最大值的相关统计数据，他证明了顶级基金确实具有超常业绩。统计结果表明，Peter Lynch 和 Warren Buffet 并不仅仅是数以万计的投资者中能够连续 10 次或者 15 次抛出硬币正面的幸运儿。因此这个研究证明了成功的主动管理确实是可能的。

不论平均基金或顶级基金能否产生超常业绩，在关于主动管理是否可以成功的讨论中，被关注最多的问题是业绩的持续性。我们现在来讨论这一问题。

### 20.3 业绩的持续性

在一个时期中胜出的投资经理在下一个时期是否还能获胜？经过 30 年的密集研究，结论分成了两个阵营：找到了持续性的，和没有找到持续性的。

有多个在不同资产类别中、在不同时间区间上的研究均证明了业绩不能持续。Jensen (1968) 考察了 1945 ~ 1964 年的 115 只共同基金的业绩，并没有发现持续性的证据。Kritzman (1983) 研究了 32 位被 AT&T 聘用了至少 10 年的固定收益投资经理的业绩，也得出了相同的结论。Dunn 和 Theisen (1983) 分析了 1973 ~ 1982 年 201 只机构投资组合的业绩，没有发现持续性。Elton、Gruber 和 Rentzler (1990) 证明了 1980 ~ 1988 年，51 只公开发行的商品基金没有业绩持续性。

然而，还有一些其他研究找到了业绩确实具有持续性的证据。Grinblatt 和 Titman (1988) 从 1975 ~ 1984 年的 157 只共同基金中找到了持续性的证据。Lehmann 和 Modest (1987) 通过观察 130 只共同基金 1968 ~ 1982 年的数据也报告了相似的结论。在英国，Brown 和 Draper (1992) 展示了 1981 ~ 1990 年，550 只养老基金经理的业绩持续性的证据。Hendricks、Patel 和 Zeckhauser (1993) 从 1974 ~ 1988 年的 165 只股票共同基金的记录中发现了业绩的持续性。Goetzmann 和 Ibbotson (1994) 利用 728 只共同基金 1976 ~

1988年的数据展示了持续性存在的证据。Bauman 和 Miller (1994) 利用多达 608 只机构组合 1972 年 12 月 ~ 1991 年 9 月的数据证明了持续性的存在；但是其结论仅在考察期间包含完整的市场周期时成立。

Kahn 和 Rudd (1995) 在考虑了风格效应、费用与支出以及数据库误差之后，没有从 1988 年 10 月 ~ 1994 年 9 月有关 300 只股票基金的业绩中找到持续性存在的证据。然而，他们确实从 1991 年 10 月 ~ 1994 年 9 月的 195 只债券基金中发现了业绩持续性的证据。不幸的是，他们找到的持续性对于构建一个能够超越指数的投资策略而言是不够的：那种程度的持续性产生的收益增强效果还不足以弥补债券基金整体与指数的差距（尤其是扣除了费用以及成本之后）。Kahn 和 Rudd (1997a, b, c) 将上述分析应用到更长的考察期上、包含了机构投资组合以及更多的共同基金；还聚焦于投资经理而不仅仅是共同基金，他们也发现了类似的结果。

前面我们曾提到，Brown、Goetzmann、Ibbotson 和 Ross (1992) 证明了生存偏差（survivorship bias）会严重影响业绩研究的结果。特别地，他们证明了生存偏差会产生显著的业绩持续性。这使我们对数个声称找到了持续性证据的研究重新产生了疑问。关于持续性的近期研究大都小心地使用了不包含生存偏差的数据库。

通过观察 1971 ~ 1991 年的所有美国股票共同基金，Malkiel (1995) 发现了在 20 世纪 70 年代业绩的持续性的证据；但这个证据在 20 世纪 80 年代消失了。然而，Gruber (1996) 在观察同样的 270 只美国股票共同基金 1985 ~ 1994 年的表现时，发现持续性是如此强烈，以至于他认为这可以解释主动共同基金在此阶段的迅速繁荣。Malkiel 利用简单 CAPM 回归来衡量业绩，而 Gruber 还控制了规模、净市率以及债券市场效应。最后，Carhart (1997) 研究了从 1962 ~ 1993 年的 1 892 只持有分散化组合的股票共同基金，并且控制了规模、净市率以及 1 年动量效应。他发现的唯一显著的持续性表现是：过去表现最差的共同基金倾向于继续跑输平均水平。

总之，过去 30 年关于业绩持续性的研究顶多算是产生了毁誉参半的结果。这些数据被无数研究者以各种方式无情地蹂躏，有多少项相关研究，就有多少种不同的分析方法。这些研究的结果通常大相径庭，即使是最受人尊敬的几位学者的最新研究成果之间也不例外。忘掉共同基金的那些广

告（虽然和委托说明书中一致）吧，共同基金的历史业绩与未来表现之间的联系是相当微弱的。一位赢家再次获胜的概率并不是 90%，而可能是 55%；而学术界对于这样的结果在统计上的显著性还有很大的争议。<sup>②</sup>

对于成功的主动管理的可能性，共同基金历史业绩与未来业绩之间有限的相关性给了我们怎样的启示呢？

## 20.4 经理群体的简单模型

关于业绩持续性的混杂结果清楚地证明了：选择上一年赢家（收益率高于中位数的基金）的策略使你成为今年赢家（超越中位数）的概率并不会高于 50% 很多（如果还能够高于 50% 的话）。这些结果并没有断然认为主动管理是不可能的。同时，它们也不是对于主动管理的有力辩护。这些结果只是告诉我们：仅仅依据历史业绩记录来寻找成功的主动投资经理是相当困难的。

我们可以利用一个简单的模型来更好地理解这一点。我们不考虑投资，而是抛硬币。想象有两组不同的人，共同构成一个整体。其中一组人是“持续赢家”，也就是能够持续猜对硬币将抛出正面还是反面的人。他们展现了终极的能力：每次都能猜对。

另一组人是“随机玩家”，他们随机猜测将会抛出正面还是反面。因为我们希望打造一个零和游戏，所以我们假设随机玩家的正确率略低于 50%。于是，当我们在两组人构成的整体上取平均值时，由于持续赢家总是猜对，而随机玩家猜对的概率略低于 50%，所以两组人整体上恰好有一半人猜对。我们将假设随机玩家在整体中占绝大多数。

我们将利用一个  $2 \times 2$  的列联表（概率表格），即图 20-1，来分析这个整体。整体中的每一位成员都会猜一次抛硬币的结果。他们中将有一半人猜对（赢家），而另一半则会猜错（输家）。之后，这个实验会再进行一次。整体中的每位成员在第一次抛硬币的过程中可能是赢家也可能是输家，

<sup>②</sup> 比如说，Goetzmann 和 Ibbotson (1994) 在他们的一个较为乐观的分析中发现：平均而言，股票共同基金中的赢家（由高于中位数的阿尔法判定）1978 ~ 1987 年再次获胜的概率是 62%。而更加悲观的研究则认为类似的数据应该是 50%。这大概定义了学术争论的范围。

在第二次抛硬币的过程中也是如此。概率表格中依次记录了整体中两次皆赢、两次皆输、先赢后输以及先输后赢四种情况的人数。

“持续赢家”将表现出持续性。他们将全部出现在两次皆赢这一类别中。“随机玩家”在四种类别中均会出现，有些人纯粹借助运气两次皆赢，其他人则散落于其他三种类别之中。

		时期 2	
		赢	输
一期 赢	赢		
	输		

图 20-1 列联表（概率表格）

如果不存在持续赢家——如果随机玩家构成了整体——那么我们期望看到在每个类别中均有  $1/4$  的人出现。第一次抛硬币的赢家再次获胜的概率恰好是 50%。在这个简单模型中，任何对该结果的偏离都源于“持续赢家”的存在。实际上，我们可以将赢家再次获胜的概率  $p$  与整体中“持续赢家”的比例  $\delta$  联系起来：

$$\delta = 1 - \frac{1}{2 \cdot p} \quad (20-1)$$

如果赢家重复获胜的概率恰好为 50%，那么  $\delta=0$ 。如果赢家重复获胜的概率为 100%，那么  $\delta=50\%$ 。“持续赢家”占据了整体的一半。注意到在零和游戏中，“持续赢家”所占比例不可能超过整体的 50%。

现在，如果赢家再次获胜的概率是 60%（这是学术研究中关于投资赢家再次获胜的概率的最高值），那么式 (20-1) 暗示了整体中大约 17% 的人是真正具有能力的。

注意到这个模型暗示了识别“持续赢家”的方法：观察更多个时期。这有效地将整体分解成不同的组别。如果我们观察连续三次正确猜对硬币的玩家，这将包含所有的“持续赢家”，以及少数幸运地连续三次猜对硬币方向的“随机玩家”。当我们考察连续四次猜对的玩家时，其中会有更

少的“随机玩家”。通过这种方式，我们可以筛选出“持续赢家”。

但是这个简单的模型并不能完美地切合我们的投资世界。即使是有能力的经理也不会每天、每个月甚至每年都表现超常。我们永远都无法逃避历史业绩数据中的噪声元素；并且时间尺度越短，噪声的影响就越大。因此，式（20-1）会低估有能力的经理的比例。

换言之，我们非常希望能够识别出具有 0.5 的信息率的投资经理。但是在业绩数据中典型的噪声水平下，在任意一个长为一年的考察期中，这样的经理仅有 69% 的机会能够超越业绩基准（假设正态分布）。在相邻两个考察期中均超越业绩基准的概率是 48%。如果我们观察一个 5 年的考察期，那么以上两个概率将分别变为 87% 和 75%。即使我们选择了两个相邻的 5 年时期，并且按照前文所述构造出一个概率表格，在我们的目标经理群体（信息率在 0.5 以上的经理）中也仅有 75% 的人会成为重复赢家。并且这还是在假设他们的能力（以及他们保持在一家公司从业的状态）能够持续 10 年的前提下。

这个关于主动投资经理整体的简单模型可以得出两个结论。第一，对于业绩持续性有限的证据并没有排除成功的主动管理的可能性。它仅仅对有能力的投资经理在整体中所占比例给出了一个大概范围。第二，业绩数据中的噪声水平之高使得历史业绩永远都无法精确地识别出有能力的投资经理。

## 20.5 什么能够预测业绩

经过 30 年的时间，学界已经对业绩持续性这一问题进行了彻底的研究。现在是时候将这一问题提升到更广泛的层面上：如果业绩真有持续性，什么可以预测业绩？

现在，我们可以依赖于本书给出的一些结果。主动管理基本定律证明了高信息率依赖于能力以及广度。我们可能期望从持有更多头寸或表现出更高换手率（这两个特征都是广度的体现）的经理那里看到高信息率。当然，更高的换手率还可能意味着更高的交易成本，因此上述联系可能并没有那么强。

Stewart (1998) 研究了 1978 年 1 月 ~ 1996 年 3 月的 1 527 只美国机构股票投资产品，恰恰发现了这样的联系。他没有关注于信息率，而是将所

有经理根据其月度主动收益率序列中正值所占的比例（他称之为“业绩一致性”）分成了五等分。这个比例是信息率的单调函数，<sup>⑨</sup>因此它应该与信息率的五等分组结果接近。Stewart 发现，随着我们向“业绩一致性”（信息率）更高的等分组移动，组合的持仓头寸数目以及换手率都会随之增加。更进一步地，Stewart 发现，在一个时期中表现出更高“业绩一致性”的经理群体，在下一个时期中也会获得更高的主动收益率。

Kahn 和 Rudd (1997c) 考察了 1993 年 10 月 ~ 1996 年 12 月的 367 个机构股票组合，也给出了相似的结果。在控制了风格效应之后，他们用样本组合在考察期后半段的信息率对考察期前半段的各种可能的解释变量进行了横截面回归。结果是：考察期前半段的信息率的解释力并不显著，但组合持有资产的数目却显示出统计上显著的预测力，这与 Stewart 的结果是一致的。

对于本书建立的理论的重要性，上述结果可能是最为清晰的实证证据。<sup>⑩</sup>

## 20.6 为什么要相信成功的主动管理

我们回顾了大量的实证结果。参考文献包含了历史上一长串深刻的研究。我们整理了存在成功的主动投资经理的证据。我们也找到了令人振奋的实证依据，证明本书中介绍的方法确实有用。但是支持存在成功的主动管理的证据并非占据绝对优势，并且所有的证据似乎都是后验的。那么先验地看（向未来看），我们为什么要相信成功的主动管理呢？

首先，我们知道市场并不是完美有效的，因为市场的参与者是人，而人并不完全理性。不过更加令人惊讶的是，人类的非理性具有某些持续的、特殊的规律。新兴的行为金融研究领域就是在尝试理解这些持续的人类行为以及它们对于金融市场的影响。<sup>⑪</sup>

<sup>⑨</sup> 假设主动收益率服从正态分布，则该比例恰好是  $1 - N\left\{ \frac{-IR}{\sqrt{12}} \right\}$ 。

<sup>⑩</sup> 在一项旨在取悦读者的研究中，Chevalier 和 Ellison (1997) 发现了主动收益率与经理的 SAT 分数之间是正相关的。我们很自然地相信本书思想的追随者是主动投资经理群体中智商最高的那一批。  
<sup>⑪</sup> 一篇最有创意的该领域的文章是 Tversky 和 Kahneman (1974)，也可以参考 DeBondt 和 Thaler (1985) 以及 Kahneman 和 Riepiek (1998)。

行为金融认为由于人类的行为，市场不是有效的。在人类进化到完美之前，市场无效现象将永远给成功的主动管理提供机会。

其次，并且是看似矛盾的一个原因：只有主动管理才能持续保证市场有效。自从资本资产定价模型（CAPM）和有效市场理论从 20 世纪 60 年代发展起来，被动管理变得越来越流行。根据 Ambachtsheer（1994）所言，在 20 世纪 70 年代，100% 的机构资产都是处于主动管理中的。这一比例之后大幅度下降。他指出，如果只有 10% 或者 1% 的资产处于主动管理中，那么即使是最粗糙的投资研究，即使它们没有被有效地实施，也会有所回报。当主动管理的比例上升时，一些市场无效现象依然存在，但是只有通过有效的实施才能被利用。而且，成功的主动投资经理对这些非有效现象的利用，是以另外一些失败的（低效的实施流程和糟糕的信息）主动投资经理的损失为代价的。

Ambachtsheer 认为成功的主动管理一定是可能的，因为有效的市场需要它们的存在。另外，成功的主动管理要求高质量的信息以及有效的实施。

如果向前看，有许多令人信服的理由使我们相信成功的主动管理。但也不出乎意外，成功的主动管理需要聪明才智和艰苦的努力：去探寻其他投资经理所不知道的优质信息，并且以比其他投资经理更加有效的方式去利用它们。

## 20.7 参考文献

- Ambachtsheer, Keith P. "Active Management That Adds Value: Reality or Illusion." *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 1, 1994, pp. 89–92.
- Bauman, W. Scott, and Robert E. Miller. "Can Managed Portfolio Performance Be Predicted?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 4, 1994, pp. 31–40.
- Bello, Zakri, and Vahan Janjigian. "A Reexamination of the Market-Timing and Security-Selection Performance of Mutual Funds." *Financial Analysts Journal*, vol. 53, no. 5, 1997, pp. 24–30.
- Bogle, John C. "The Implications of Style Analysis for Mutual Fund Performance Evaluation." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 4, 1998, pp. 34–42.
- Brown, G., and P. Draper. "Consistency of U.K. Pension Fund Investment Performance." University of Strathclyde Department of Accounting and Finance, Working Paper, 1992.
- Brown, Stephen J., William N. Goetzmann, Roger G. Ibbotson, and Stephen A. Ross. "Survivorship Bias in Performance Studies." *Review of Financial Studies*, vol. 5, no. 4, 1992, pp. 553–580.

- Brown, Stephen J., William N. Goetzmann, and Alok Kumar. "The Dow Theory: William Peter Hamilton's Track Record Reconsidered." *Journal of Finance*, vol. 53, no. 4, 1998, pp. 1311–1333.
- Brown, Stephen J., William N. Goetzmann, and Stephen A. Ross. "Survival." *Journal of Finance*, vol. 50, no. 3, 1995, pp. 853–873.
- Carhart, Mark M. "On Persistence in Mutual Fund Performance." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 1, 1997, pp. 57–82.
- Chevalier, Judith, and Glenn Ellison. "Do Mutual Fund Managers Matter? An Empirical Investigation of the Performance, Career Concerns, and Behavior of Fund Managers." National Bureau of Economic Research Preprint, 1997.
- Christopherson, Jon A., and Frank C. Sabin. "How Effective Is the Effective Mix?" *Journal of Investment Consulting*, vol. 1, no. 1, 1998, pp. 39–50.
- Daniel, Kent, Mark Grinblatt, Sheridan Titman, and Russ Wermers. "Measuring Mutual Fund Performance with Characteristic-based Benchmarks." *Journal of Finance*, vol. 52, no. 3, 1997, pp. 1035–1058.
- DeBondt, W. F. M., and Richard Thaler. "Does the Stock Market Overreact?" *Journal of Finance*, vol. 40, no. 3, 1985, pp. 793–805.
- Dunn, Patricia C., and Rolf D. Theisen. "How Consistently Do Active Managers Win?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 9, no. 4, 1983, pp. 47–50.
- Elton, E., Martin Gruber, and J. Rentzler. "The Performance of Publicly Offered Commodity Funds." *Financial Analysts Journal*, vol. 46, no. 4, 1990, pp. 23–30.
- Ferson, Wayne E., and Rudi W. Schadt. "Measuring Fund Strategy and Performance in Changing Economic Conditions." *Journal of Finance*, vol. 51, no. 2, 1996, pp. 425–461.
- Ferson, Wayne E., and Vincent A. Warther. "Evaluating Fund Performance in a Dynamic Market." *Financial Analysts Journal*, vol. 52, no. 6, 1996, pp. 20–28.
- Goetzmann, William N., and Roger Ibbotson. "Do Winners Repeat?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, no. 2, 1994, pp. 9–18.
- Grinblatt, Mark, and Sheridan Titman. "The Evaluation of Mutual Fund Performance: An Analysis of Monthly Returns." Working Paper 13-86, John E. Anderson Graduate School of Management, University of California at Los Angeles, 1988.
- Gruber, Martin J. "Another Puzzle: The Growth in Actively Managed Mutual Funds." *Journal of Finance*, vol. 51, no. 3, 1996, pp. 783–810.
- Hendricks, Darryl, Jayendu Patel, and Richard Zeckhauser. "Hot Hands in Mutual Funds: Short-Run Persistence of Relative Performance, 1974–1988." *Journal of Finance*, vol. 48, no. 1, 1993, pp. 93–130.
- Ippolito, Richard A. "On Studies of Mutual Fund Performance 1962–1991." *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 1, 1993, pp. 42–50.
- Jensen, Michael C. "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945–1964." *Journal of Finance*, vol. 23, no. 2, 1968, pp. 389–416.
- Jones, Robert C. "Why Most Active Managers Underperform (and What You Can Do About It)." In *Enhanced Index Strategies for the Multi-Manager Portfolio*, edited by Brian Bruce (New York: Institutional Investor, 1998).
- Kahn, Ronald N., and Andrew Rudd. "Does Historical Performance Predict Future Performance?" *Financial Analysts Journal*, vol. 51, no. 6, 1995, pp. 43–52.

- . "The Persistence of Equity Style Performance: Evidence from Mutual Fund Data." In *The Handbook of Equity Style Management*, 2d ed., edited by J. Daniel Coggins, Frank J. Fabozzi, and Robert D. Arnott (New Hope, Pa: Frank J. Fabozzi Associates, 1997a).
- . "The Persistence of Fixed Income Style Performance: Evidence from Mutual Fund Data." In *Managing Fixed Income Portfolios*, edited by Frank J. Fabozzi (New Hope, Pa: Frank J. Fabozzi Associates, 1997b), chap. 18.
- . "The Persistence of Institutional Portfolio Performance." BARRA International Research Seminar, Montreux, Switzerland, September 1997c.
- Kahneman, Daniel, and Mark W. Riepke. "Aspects of Investor Psychology." *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 4, 1998, pp. 52–65.
- Kritzman, M. "Can Bond Managers Perform Consistently?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 9, no. 4, 1983, pp. 54–56.
- Lehmann, Bruce N., and David M. Modest. "Mutual Fund Performance Evaluation: A Comparison of Benchmarks and Benchmark Comparisons." *Journal of Finance*, vol. 42, no. 2, 1987, pp. 233–265.
- Malkiel, Burton G. "Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991." *Journal of Finance*, vol. 50, no. 2, 1995, pp. 549–572.
- Marcus, Alan J. "The Magellan Fund and Market Efficiency." *Journal of Portfolio Management*, vol. 17, no. 1, 1990, pp. 85–88.
- Sharpe, William F. "Mutual Fund Performance." *Journal of Business*, vol. 39, no. 1, Part II, 1966, pp. 119–138.
- Stewart, Scott D. "Is Consistency of Performance a Good Measure of Manager Skill?" *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 3, 1998, pp. 22–32.
- Treynor, Jack L. "How to Rate Management of Investment Funds." *Harvard Business Review*, vol. 43, January–February 1965, pp. 63–75.
- Tversky, Amos, and Daniel Kahneman. "Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases." *Science*, vol. 185, 1974, pp. 1124–1131.

## 第 21 章

# 开放性问题

### 21.1 导言

在前 20 章中，我们志在成为一位投资魔法师。我们试图给出一套全面严整的理论：覆盖主动投资组合管理的各个方面，顺畅地贯穿基础理论、预期收益率和估值、信息处理和组合实现。

现在我们必须承认——如果你还不知道——这个理论并不是严整的。我们把组合管理中难以理解的部分直接撇开不谈、忽略了或者简单地假设它们不存在。这些开放性问题是需要我们进一步研究的对象。

成功的主动管理有效地利用高质量信息。寻找下一个高质量信息源是每位主动投资经理永远面临的一个内在的开放性问题。但是这对于主动管理却不是一个开放性问题。

我们不会在此讨论任何具体的估值问题（比如说，怎样的会计变量组合与未来收益率的相关性最高？）。

在本章中，我们希望关注的是关于主动管理流程的开放性问题。我们的目标是强调我们并没有完成主动组合管理理论。该领域中还有广阔的未被开垦的研究空间。<sup>⊖</sup>

---

⊖ 在 1900 年，数学家 David Hilbert 提出了一个现在非常著名的重要的开放性数学问题列表，并将其作为对 20 世纪数学家群体的挑战和研究计划。本书恰好将在 21 世纪初出版，但我们并不敢宣称有如此崇高的理想。

这些开放性问题将讨论以下一般性的主题：

- 动态模型 (dynamics)；
- 交易成本 (transactions costs)；
- 债务、资产配置以及风险的时间演化 (liabilities, asset allocation, and risk over time)；
- 非线性性 (nonlinearities)；
- 税后投资 (after-tax investing)；
- 行为金融 (behavioral finance)。

## 21.2 动态模型

主动组合管理是一个动态的问题。我们在持续地管理组合。我们面对着持续涌人的信息流（以及噪声）。风险不断地随着波动率的变化而变化，也随着我们的暴露度的变化而变化（基准择时就是最明显的例子）。交易成本随着时间以及我们的交易速率而变化。

主动组合管理需要同时处理这些不断变化的参数。在一个合适的框架下，投资经理必须在当前作出投资决策，而这些决策必须同时考虑到当前和未来的动态变化以及各个变量之间的交互影响。

这个完全动态的问题既复杂，也很重要。一个简单的开放性问题是，我们应该在什么时候进行交易？这个问题需要的不仅仅是一个静态的分析。如果交易成本为零，那么答案很明显：每当阿尔法变化时就交易。但是交易成本并不为零。给定一段时间内收益率、风险以及成本的动态过程，我们应该在什么时候进行交易呢？

另一个开放性问题是关于动态策略以及风险的。即使单时期收益率服从正态分布或者对数正态分布，动态策略还是可能产生带有偏度的、类似期权的收益率特征。组合保险就是一个例子。所以另一个开放性问题是：我们应该如何选择一种合适的动态策略，该动态策略的收益率分布是怎样的？

## 21.3 交易成本

我们在第16章中提到，不存在针对交易成本的资本资产定价模型（CAPM）或者Black-Scholes模型。一个完整并实用的交易成本模型应该覆盖三个重要方面：紧致性、深度以及弹性。紧致性度量了买卖差价；深度度量了市场冲击；弹性度量了深度或者市场冲击如何随时间而变化。一位投资者买入大量股票并推高了股价。股票价格需要多长时间回落到均衡水平？哪些因素影响股票的价格弹性？一个开放性问题是：我们怎样对紧致性、深度以及弹性建模？另一个开放性问题是：一只股票上的交易成本会如何影响其他股票上的交易成本？

## 21.4 债务、资产配置以及风险的时间演化

投资者们根据他们的未来债务来选择资产，这在战略资产配置中最为明显。精确的债务模型本身就是一个开放性问题。债务具有不确定性，它们常常依赖于其他因素（比如通货膨胀、死亡或者存活）。另一个问题是：如何管理资产以应对具有固定期限的未来债务。当退休日期不断临近，或是在退休之后，我们的资产配置应该如何随着时间的推移而变化？

## 21.5 非线性性

在金融学研究中，非线性性至少在以下两个方面出现。在实证中，我们观察到股票收益率对某些因子暴露度的响应是非线性的，尤其是规模因子。人们对股价在规模维度上的行为所知甚浅。小盘股的价格相对于中盘、大盘以及超大盘股，会有怎样不同的表现呢？与规模因子相关的问题在组合管理中无处不在。业绩基准和市场均值中都有它的身影。它还与“单纯做多”这个最典型的投资约束息息相关。一个开放性问题是：我们怎样才能充分掌握规模因子的非线性（以及多维度）行为呢？

在相当不同的另一方面，学者们也研究过类似混沌理论或者灾难理论的非线性动态模型在金融中的实用性。一个开放性问题是：非线性模型真的能够帮助我们理解金融市场的行为，并提供某种程度的预测效力吗？

## 21.6 税后投资

管理税后收益率是极端复杂的任务。它不仅继承了动态组合管理中的所有困难，还引入了洗售规则（wash sale rules）、与持有期相关的差异化税率（multiple tax rates dependent on holding periods）以及日历日期依赖性（calendar date dependencies）等新的复杂性。例如，对于在1月获得和在12月获得的阿尔法，我们的反应应该有所不同。我们永远不能精确地解决这个问题。

当前处理税后投资的方法都是合乎情理但又过于简化的。大多数人都会分析单时期问题，然后对每个时期上实现的净资本利得添加一个惩罚项。这里有两个开放性问题：这些简单方法的表现如何？还有多少改进的空间？

## 21.7 行为金融

我们的最后一个问题是与估值有关，但是来自一个更加广泛的视角。

传统的金融理论假设了投资者的行为是完全理性的。这个假设的引申思想也许是即使投资者并不是完全理性的，但他们对理性的偏离是独特且随机的，因此会在整个市场中互相抵消。

然而投资心理学家现在已经证明：投资者的不理性行为具有某种系统性的、可预测的规律。他们甚至对这些系统性效应进行了命名和分类。

到目前为止，行为金融的主要作用是为一些市场异常现象（比如残差反转）持续存在的原因提供解释。它还帮助解释了多个已知的市场无效现象。

对于行为金融的开放性问题是：它是否具有预测能力。心理学的首要原则是否能够帮助我们构建新的投资策略呢？

## 21.8 总结

我们已经提出了数个关于主动管理过程的开放性问题。其中许多问题是由于数个单独可解的问题（例如变化的阿尔法与交易成本）之间的交互影响构成的，通常随时间动态变化。其他问题涉及新方法在金融中的潜在应用。一部分开放性问题是技术性的，但所有问题都具有重要的意义。主动组合管理流程依然是一个活跃的研究领域。

## 第 22 章

# 总 结

在《主动投资组合管理》中，我们尝试综合地研究主动管理流程，同时涵盖基本原则以及许多实践细节。在总结中，我们将回顾我们讨论过的内容、本书的基本主题以及留给主动投资经理的工作。

### 22.1 讨论过的内容

本书从讨论基础理论开始：主动管理的适用框架和此框架所需要的基本的投资组合理论。主动管理框架从一个业绩基准组合开始，定义了相对于业绩基准的超常收益率。主动投资经理在承担风险的基础上寻求超常收益率。主动投资经理在预期超常收益率与承担的额外风险之间权衡。我们用风险调整超常收益率来衡量附加值。衡量一位投资经理创造附加值的能力的主要指标是信息率，也就是承担单位额外风险而产生的额外超常收益率。信息率既是投资经理能力的衡量，也是投资经理的预算约束。投资经理创造附加值的能力被信息率所限制。

在这个框架下，投资组合理论将超常收益率预测——与一致预期收益率不同的收益率预测——与不同于业绩基准的投资组合联系起来。如果投资经理的预测值与一致预期值相同，那么他将持有业绩基准组合。投资经理的预测值偏离一致预期的程度，以及信息率为正值的程度，决定了其投资组合偏离一致组合的程度。

信息率作为主导主动管理的变量重复出现，主动管理基本定律也给出了决定信息率的主要因素。高信息率要求能力与广度。能力由信息系数——投资经理对超常收益率的预测值与实现值之间的相关系数——来描述。广度衡量了投资经理每年可用的独立预测数量。广度使投资经理能够分散对未来的不完美预测中的风险。高信息率可能来自于低能力与高广度、高能力与低广度，或是介于二者之间的某种组合。

有了上述框架、基本理论以及相应真知，本书进而讨论了主动管理的流程。日常的主动管理流程从将原始信号转化为超常收益率预测开始，随后进入实施阶段：组合构建，交易，最后进行业绩分析。预测流程可能借助于一个因子模型，比如套利定价理论（APT），或者单个股票的估值模型。预测包括将原始信息转化为精炼阿尔法预测的过程。主动管理还依赖于研究以发现有价值的信息。重复一遍，我们有一个流程来分析潜在信号的信息含量，并将其精炼为主动管理可以利用的阿尔法预测。

## 22.2 基本主题

我们希望若干主题已在本书的文字和方程中清晰传递。首先，主动管理是一个流程。主动管理从原始信息开始，将其精炼为预测，然后根据这些收益率预测与风险之间的权衡关系来最优和有效地构建投资组合。主动管理比简单地买入几只看涨的股票要复杂得多。原始信息可能是你看涨的股票列表，并不一定需要来自量化模型。但是从这个信息开始，主动管理是一套有纪律地利用这组信息的方法，它基于对原始信息所含信息量的严谨分析。

本书的第二个主题是：主动管理就是预测，而主动投资的关键在于高质量的信息。实际上本书的大多数内容都在描述将高质量信息转化为投资组合的机制。如果你的预测与一致预期相同，或者你的预测异于一致预期但是不包含任何信息，那么这套机制将把你带回到业绩基准处。只有当拥有高质量信息时，你的投资组合才会偏离业绩基准。

本书的第三个主题是：主动投资经理应该尽可能频繁地作出预测。基本定律证明了信息率取决于能力以及广度，也就是每年的独立预测或者独立赌注数。考虑到主动管理的现实性（和困难性），最可能产生高信息率

的思路是建立一个微小的优势并且以极高的广度对其下注——例如，每季度预测500只股票的收益率。在这个探寻广度的过程中，我们也推崇使用多个信息来源——越多越好。一致于广度的主题，读者应该注意到我们不是基准择时的强烈支持者。主动管理基本定律表明基准择时很少有效。

第四个主题可能令某些读者惊讶：数学不能弥补无知。如果你的原始信息毫无价值，没有任何数学变换能够提供帮助。在本书中，我们给出了基于各种来源的高质量信息进行有效投资的数学原理。我们试图避免用数学去掩饰信息的匮乏。

### 22.3 余下的挑战

我们已经描述了主动管理的流程与机制，从高质量的信息开始。流程中的绝大部分环节都已由商业研究机构提供的标准工具实现了；或者如果你愿意的话也可以自行实现。但很显然，主动投资经理的关注点——也是本书最终无法提供帮助的——是寻找高质量信息。

在这个零和游戏中寻找高质量信息必定是孤独的。Jack Treynor曾经这样描述这个过程：如果他找到一只他认为价格会上涨的股票，他就会跟妻子讲。如果她充满热情，他就会问他的理发师。从那开始，他会与他的会计师以及律师来谈论这个想法。如果他们都认为这是一个好主意，他就不会买入那只股票。如果每个人都同意他的看法，价格必然已经反映了他的洞察。

我们讨论过应该去哪里寻找高质量的信息，我们讨论过如何预测因子收益率以及资产特异收益率，我们还讨论过在过去被证明是有价值的信息来源。这些信息来源现在依然可能是有价值的，但是随着时间的推移，它们会逐渐渗透到一致预期收益率当中。新的、聪明的想法总能帮助主动投资经理。

一旦你找到了高质量信息，本书提供了主动管理上通往成功的最佳路径。

## 附录 A

# 标准符号表

本附录给出了本书通篇反复使用的标准符号。那些仅在个别章节引入和使用的符号将不会出现在这里。

一般地，我们用小写粗体字母表示向量，用大写粗体字母表示矩阵。当讨论一个向量或矩阵的某个元素时，我们会使用下标并且不会使用粗体，例如  $r_n$  经常用来表示资产  $n$  的超额收益率，即资产超额收益率向量  $r$  的第  $n$  个元素。

### A.1 实现的收益率

$R$  总收益向量 (total returns)，即 [(新价格 + 分红)/旧价格]

$i_f$  无风险收益率 (risk-free rate of return)

$R_f$  无风险总收益 (risk-free total return)

$r$  超额收益率向量 (excess returns)

$\theta$  残差收益率向量 (residual returns)

$b$  因子收益率向量 (factor returns)

$u$  特异收益率向量 (specific returns)

### A.2 预期收益率

$f$  预期超额收益率向量 (expected excess returns)

- $\mu$  长期预期超额收益率向量 (long-term expected excess returns)
- $\alpha$  预期残差收益率向量 (expected residual returns)
- $\phi$  预期超常收益率向量 (expected exceptional returns)
- $m$  预期因子收益率向量 (expected factor returns)

### A.3 风险

- $\sigma$  总风险 (total risk)
- $\omega$  残差风险 (residual risk)
- $\psi$  主动风险 (active risk)
- $\beta$  资产贝塔值向量 (asset betas)
- $\beta_p$  组合贝塔值 (portfolio beta, 对业绩基准风险的暴露度)
- $\beta_{pa}$  组合的主动贝塔值 (active portfolio beta)
- $V$  协方差矩阵 (asset-by-asset covariance matrix, 资产收益率协方差矩阵)
- $F$  因子协方差矩阵 (factor covariance matrix, 因子收益率协方差矩阵)
- $\Delta$  特异协方差矩阵 (specific covariance matrix, 资产特异收益率协方差矩阵)

### A.4 组合和资产

- $h_p$  组合头寸向量 (portfolio holdings)
- $h_{pr}$  组合的残差头寸向量 (residual portfolio holdings)
- $h_{pa}$  组合的主动头寸向量 (active portfolio holdings)
- $X$  全部资产对每个因子的暴露度矩阵 (matrix of all assets' exposures to factors)
- $x_p$  组合 P 对每个因子的暴露度向量 (vector of portfolio P's exposure to factors)

### A.5 业绩表现与附加值

- $\lambda_T$  总风险的厌恶系数 (total risk aversion)
- $\lambda_{BT}$  对业绩基准择时风险的厌恶系数 (benchmark timing risk aversion)

- $\lambda_R$  对残差风险的厌恶系数 (residual risk aversion)
- $\lambda_A$  对主动风险的厌恶系数 (active risk aversion)
- $\lambda_S$  对短期风险的厌恶系数 (short-term risk aversion)
- $SR$  夏普率 (Sharpe ratio)
- $IR$  信息率 (information ratio)
- $IC$  信息系数 (information coefficient)
- $BR$  广度 (breadth)

## A.6 组合名称

- $B$  业绩基准组合 (benchmark portfolio)
- $M$  市场组合 (market portfolio)
- $Q$  具有最高夏普率的全额投资组合 (fully invested portfolio with max Sharpe ratio)
- $C$  具有最小风险的全额投资组合 (fully invested portfolio with minimum risk)
- $q$  具有最小风险的预期超额收益率等于 1 的组合 (minimum-risk portfolio with expected return = 1)
- $A$  具有最小风险的  $\alpha$  等于 1 的组合 (minimum-risk portfolio with alpha = 1)
- $S$  具有最小预期  $\{R_p^2\}$  的组合 (portfolio with minimum expected  $\{R_p^2\}$ )

## A.7 其他

- $e$  全 1 向量, 即所有元素都是 1 的向量

## 附录 B

### 词 汇 表

本词汇表定义了本书中最常用的一些术语。

**active management** 主动管理 以战胜指定业绩基准为目标的投资行为。

**active return** 主动收益率 相对于业绩基准的收益率。如果一个组合的收益率是 5%，并且业绩基准的收益率是 3%，那么该组合的主动收益率就是 2%。

**active risk** 主动风险 主动收益率的风险（年化标准差），也被称为跟踪误差。

**alpha** 阿尔法 预期残差收益率。在本书之外，阿尔法有时被定义为预期超常收益率，有时被定义为残差收益率或超常收益率的实现值。

**arbitrage** 套利 利用同一组现金流在不同市场上的价差获利的策略。

**benchmark** 业绩基准 主动管理的参照组合。主动投资经理的目标就是在收益率上超越业绩基准组合。

**beta** 贝塔 一个组合（或一只资产）对业绩基准的敏感度。业绩基准每上涨（或下跌）1%，我们预期该组合上涨（或下跌） $\beta\%$ 。

**breadth** 广度 每年能够获得的独立预测数。例如：若一位投资者对 100 只股票进行预测，每个季度预测一次，并且这些预测相互独立（即基于互不相关的信息源），那么该投资者的广度就是 400。

**certainty equivalent return** 确定性等价收益率 在均值/方差偏好的投资者眼中，对任给的带有风险的投资组合，都存在一个与该投资组合具有相

**同效用的确定性（零风险）收益率。**例如，某位投资者可能认为“3%的主动收益率，4%的主动风险”与“1.4%的确定性主动收益率”具有相同的效用。

**characteristic portfolio 特征组合** 能够有效体现某个特定的资产特征的投资组合。对一个给定的特征，它是对该特征具有单位暴露的最小风险组合。例如，资产贝塔值向量的特征组合就是基准组合。它就是 $\beta=1$  的最小风险组合。

**common factor 共同因子** 同时影响许多资产收益率的因素。根据多因子风险模型，共同因子决定了资产收益率之间的相关性。共同因子包括行业和风险指数。

**descriptor 描述变量** 描述资产的一种变量，是构成风险指数的元素。例如，用于区别高波动率资产和低波动率资产的波动率风险指数，就是由衡量短期波动率、长期波动率、系统性波动率和残差波动率的几种描述变量组合而成的。

**dividend discount model 分红折现模型** 一种基于未来预期分红折现的资产定价模型。

**dividend yield 分红率** 每股分红与每股价格的比值，也被称为产出率。

**earnings yield 盈利率** 每股盈利与每股价格的比值。

**efficient frontier 有效前沿** 一组投资组合构成的集合，其中每个投资组合都是相应预期收益率水平下的最小风险组合。我们有时还会区分具有不同额外约束条件的有效前沿，例如全额投资有效前沿。

**exceptional return 超常收益率** 残差收益率与基准择时收益率之和。对于一只贝塔值等于1的资产而言，如果它的残差收益率是2%，并且基准组合的收益率比其一致预期收益率高1%，那么该资产的超常收益率为3%。

**excess return 超额收益率** 超出无风险收益率的收益率。如果一只资产的收益率是3%，并且无风险资产收益率是0.5%，那么该资产的超额收益率是2.5%。

**factor Portfolio 因子组合** 对指定因子具有单位暴露度，同时对所有其他因子暴露度等于零的最小风险组合。因子组合的超额收益率就是因子收

益率。

**factor return 因子收益率** 可被归因到某个特定共同因子上的收益率。我们将资产的收益率分解为两部分：一部分来自于共同因子，它等于资产对各个共同因子的暴露度与相应因子收益率的乘积；另一部分则是资产的特异收益率。

**information coefficient 信息系数** 收益率预测值与实现值之间的相关系数，用于衡量（预测）能力的优劣。

**information ratio 信息率** 年化预期残差收益率与年化残差风险的比值。信息率是主动管理中的核心度量。附加值与信息率的平方成正比。

**market 市场** 全部资产构成的投资组合。我们通常用一个更加具体的基准组合来代替这个抽象的概念。

**normal 基准** 基准组合。

**passive management 被动管理** 以复制（而不是超越）业绩基准的收益率为目标的投资组合管理。

**payout ratio 盈利发放率** 分红与盈利的比值。盈利中以分红形式返还股东的比例。

**regression 回归** 一种基于样本点与拟合点之间均方偏差来对模型进行最优拟合的数据分析技术。通常，回归会选择使模型的（加权）均方偏差最小的模型系数。

**residual return 残差收益率** 收益率中与业绩基准不相关的部分。残差收益率是扣除贝塔与业绩基准超额收益率之积以后的超额收益率。精确地讲，一只资产的残差收益率等于其超额收益率减去其贝塔与业绩基准超额收益率之积。

**residual risk 残差风险** 残差收益率的风险（年化标准差）。

**risk-free return 无风险收益率** 可获得的具有绝对确定性的收益率。在美国市场上，短期国库券有效地代表了无风险收益率。无风险收益率有时被称为时间溢价，以便与风险溢价区分。

**risk index 风险指数** 一种通常由某些连续变量定义的共同因子，以区分子只取值 0 或 1 的行业归属因子。风险指数因子包括规模、波动率、价值和动能等。

**risk premium** 风险溢价 业绩基准的预期超额收益率。

**R square  $R^2$**  (决定系数) 回归分析中常用的一种统计量，描述了观测数据的方差中可以被模型解释的部分所占的比例。 $R^2$  取值范围为 0 ~ 1。

**score** 标准分值 一种标准化后的资产收益率预测值。标准分值的平均值为零，并且大约 2/3 的标准分值落在 -1 和 1 之间；只有 1/6 的标准分值会高于 1。

**security market line** 证券市场线 资本资产定价模型 (capital asset pricing model, CAPM) 下联系资产收益率和贝塔值的线性关系。

**sharpe ratio** 夏普率 年化超额收益率与总风险的比值。

**skill** 能力 精确预测收益率的能力。我们用信息系数来衡量能力。

**specific return** 特异收益率 超额收益率中不能被共同因子解释的部分。特异收益率与共同因子收益率以及其他资产的特异收益率独立（或不相关）。特异收益率也被称为奇异收益率 (idiosyncratic return)。

**specific risk** 特异风险 特异收益率的风险（年化标准差）。

**standard error** 标准误 估计偏差的标准差；衡量估计量的统计置信度。

**systematic return** 系统性收益率 收益率中依赖于业绩基准收益率的部分。

我们可以将超额收益率分解为两个部分：系统性收益率和残差收益率。  
系统性收益率等于贝塔乘以业绩基准超额收益率。

**systematic risk** 系统性风险 系统性收益率的风险（年化标准差）。

**t statistic** t 统计量 估计量与其标准误的比值。t 统计量可以帮助我们对“估计量不等于零”这一假设进行检验。在一些标准统计假设下，一个真值等于零的变量产生高于 2 的 t 统计量的概率小于 5%。

**tracking error** 跟踪误差 请参见主动风险。

**value Added** 附加值 在本书中，附加值是一个投资策略产生的效用或风险调整收益率（即收益率减去风险厌恶系数与方差的乘积）。附加值依赖于基金经理的表现和基金持有人的偏好。

**volatility** 波动率 描述风险的非严格术语。在本书中，我们将波动率定义为收益率的年化标准差。

**yield** 产出率 见分红率。

## 附录 C

# 收益率和统计基础

本附录将简要介绍收益率、统计和简单线性回归的基础知识。我们还在最后提供了一系列参考文献。

### C.1 收益率

我们来定义时期  $t$  (从时刻  $t$  到时刻  $t + \Delta t$ , 长度为  $\Delta t$ ) 上的收益率。如果资产在时刻  $t$  的价格是  $P(t)$ , 而在时刻  $t + \Delta t$  的价格是  $P(t + \Delta t)$ , 并且它在时期  $t$  上的收益分配<sup>⊖</sup>总额为  $d(t)$ , 那么该资产的总收益 (total return) 是

$$R(t) = \frac{P(t + \Delta t) + d(t)}{P(t)} \quad (\text{C-1})$$

该资产的总收益率是

$$\pi(t) = R(t) - 1 \quad (\text{C-2})$$

我们还可以计算出无风险资产 (例如, 期限为  $\Delta t$  的国库券) 的总收益  $R_F$  和收益率  $i_F$ 。之后我们定义资产的超额收益率为

$$r(t) = R(t) - R_F(t) \quad (\text{C-3})$$

或

---

⊖ 我们用  $d(t)$  表示该时期上的收益分配总额。如果时期  $\Delta t$  相对较长, 而一次现金分配发生在该时期中部, 那么我们可以假设获得的现金分红在其后的时间里再投资于无风险资产或该资产本身。

$$r(t) = rr(t) - i_r(t) \quad (C-4)$$

贯穿本书始终，我们主要关注超额收益率及其分解。我们有时会用到总收益，但从不用到总收益率。

在发生股票拆分、股票分红或送股和其他重大公司事件时，收益率的计算就会变得更加复杂。在这里，我们不会花篇幅去介绍相关处理细节。

## C.2 统计

这里我们将简要定义如何计算均值、标准差、方差、协方差以及相关系数，并简要讨论它们的标准误。假设我们有股票  $n$  的一组超额收益率观测值序列，记为  $r_n(t)$ ，其中  $t=1, 2, \dots, T$ ，换言之我们观察了股票  $n$  连续  $T$  个月的表现。在这段时期上，股票  $n$  的平均收益率（样本均值）记为  $\bar{r}_n$ ：

$$\bar{r}_n = \left( \frac{1}{T} \right) \cdot \sum_{t=1}^T r_n(t) \quad (C-5)$$

样本方差是：

$$\text{Var}\{r_n\} = \left( \frac{1}{T-1} \right) \cdot \sum_{t=1}^T [r_n(t) - \bar{r}_n]^2 \quad (C-6)$$

并且样本标准差是

$$\text{Std}\{r_n\} = \sqrt{\text{Var}\{r_n\}} \quad (C-7)$$

注意式 (C-6) 中用的是  $T-1$  而不是  $T$ ，这是因为在总体均值和总体方差同时未知时（此时我们必须先估计样本均值），只有  $T-1$  才能使得上述估计是无偏的。如果我们知道总体均值的真值（不必用样本均值代替），那么我们将在式 (C-6) 中使用  $T$  做分母。我们推荐尽量减少在小样本情形下使用上述统计量，因为此时采用  $T$  和  $T-1$  将产生非常不同的结果。

在基础统计计算部分的结尾，我们来讨论不同资产之间的相关性。假设我们有另一只资产  $m$  的超额收益率序列  $r_m(t)$ ，其中  $t=1, 2, \dots, T$ 。那么资产  $n$  和资产  $m$  之间的协方差是

$$\text{Cov}\{r_n, r_m\} = \left( \frac{1}{T-1} \right) \cdot \sum_{t=1}^T [r_n(t) - \bar{r}_n] \cdot [r_m(t) - \bar{r}_m] \quad (C-8)$$

注意

$$\text{Cov}\{r_n, r_n\} = \text{Var}\{r_n\} \quad (C-9)$$

以及

$$\text{Cov}\{r_n, r_m\} = \text{Cov}\{r_m, r_n\} \quad (\text{C-10})$$

最后，资产  $n$  和资产  $m$  的相关系数是

$$\text{Corr}\{r_n, r_m\} = \frac{\text{Cov}\{r_n, r_m\}}{\text{Std}\{r_n\} \cdot \text{Std}\{r_m\}} \quad (\text{C-11})$$

### C.3 标准误

统计量的标准误是其估计偏差的标准差。标准误是对估计精度的基本度量。假设估计偏差服从正态分布，那么样本均值的标准误为

$$\text{SE}\{\bar{r}\} = \frac{\text{Std}\{r\}}{\sqrt{T}} \quad (\text{C-12})$$

样本标准差的标准误近似为

$$\text{SE}\{\text{Std}\{r\}\} \approx \frac{\text{Std}\{r\}}{\sqrt{2 \cdot T}} \quad (\text{C-13})$$

样本方差的标准误近似为

$$\text{SE}\{\text{Var}\{r\}\} \approx \text{Var}\{r\} \cdot \sqrt{\frac{2}{T}} \quad (\text{C-14})$$

在大样本量（即  $T$  很大）的情形下，上述近似估计结果将随样本量的增大而越来越精确。

### C.4 简单线性回归

对回归分析的使用贯穿本书始终。在估计资产的贝塔值时，我们用到了本书中最简单的回归：用资产超额收益率对市场超额收益率回归。

$$r_n(t) = \alpha_n + \beta_n \cdot r_{mk}(t) + \epsilon_n(t) \quad (\text{C-15})$$

简单线性回归（ordinary least squares, OLS）选取使残差平方和（sum of squared errors, ESS）最小的  $\alpha_n$  和  $\beta_n$  作为估计值：

$$ESS = \sum_{t=1}^T \epsilon_n^2(t) \quad (\text{C-16})$$

$\beta_n$  的估计值为

$$\hat{\beta}_n = \frac{\text{Cov}\{r_n, r_{mk}\}}{\text{Var}\{r_{mk}\}} \quad (\text{C-17})$$

$\alpha_n$  的估计值为

$$\hat{\alpha}_n = \bar{r}_n - \hat{\beta}_n \cdot \bar{r}_{\text{mkt}} \quad (\text{C-18})$$

上述方程中使用均值、方差和协方差的样本估计值。在本书中，我们一般都用式 (C-17) 来定义贝塔，但其中的方差和协方差要换成根据协方差矩阵计算出的预测值。

回归  $R^2$  的定义如下：

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Var}\{\epsilon_n\}}{\text{Var}\{r_n\}} \quad (\text{C-19})$$

另外一个关于回归的有用结果是“残差项  $\epsilon_n(t)$  与市场的超额收益率  $r_{\text{mkt}}(t)$ <sup>⊖</sup> 是不相关的”：

$$\text{Cov}\{r_{\text{mkt}}, \epsilon_n\} = 0 \quad (\text{C-20})$$

更一般的回归分析可以包含更多的独立变量（解释变量），并使用加权残差平方和。但是，基本原则不变——选取使（加权）残差平方和最小的模型参数作为估计值。回归分析产生的残差与独立变量（解释变量）是不相关的。 $R^2$  的定义依旧不变。下述著作提供了对回归分析更全面的介绍：Hoel、Port 和 Stone；Hogg 和 Craig；Neter 和 Wasserman。

## C.5 参考文献

- Hoel, Paul G., Sidney C. Port, and Charles J. Stone. *Introduction to Probability Theory* (Boston: Houghton Mifflin, 1971).  
 ———. *Introduction to Statistical Theory* (Boston: Houghton Mifflin, 1971).  
 Hogg, Robert V., and Allen T. Craig. *Introduction to Mathematical Statistics* (New York: Macmillan, 1970).  
 Neter, John, and William Wasserman. *Applied Linear Statistical Models* (Homewood Ill.: Richard D. Irwin, 1974).  
 Pindyck, Robert S., and Daniel L. Rubinfeld. *Econometric Models & Economic Forecasts*, 3d ed. (New York: McGraw-Hill, 1991).

---

⊖ 原著中为“残差项  $\epsilon_n(t)$  与超额收益率  $r_n(t)$  是不相关的”，根据文意，应为笔误。——译者注

## 关于作者

理查德 C. 格林诺德博士 (Richard C. Grinold)：巴克莱全球投资公司高级策略与研究部董事总经理。Grinold 博士在 BARRA 公司工作了 14 年，先后担任研究总监、执行副总裁和总裁；在广州大学伯克利分校工商管理学院任教 20 年，先后担任金融系主任、管理科学系主任和伯克利金融研究计划的负责人。

雷诺德 N. 卡恩博士 (Ronald N. Kahn)：巴克莱全球投资公司高级主动策略组董事总经理。Kahn 博士在 BARRA 公司工作的 11 年中，担任研究总监超过 7 年。他也是《投资组合管理期刊》（*Journal of Portfolio Management*）和《投资咨询期刊》（*Journal of Investment Consulting*）的编委。

两位作者发表了大量的文章和书籍。他们开创性的工作在业内熟知，包括风险模型、组合优化和交易分析；股票投资、固定收益投资和国际化投资；量化主动投资。

## 推荐阅读

序号	书名	作者	零售价
1	30250 江恩华尔街45年(珍藏版)	(美)威廉 D.江恩	36.00
2	30248 如何从商品期货贸易中获利(珍藏版)	(美)威廉 D.江恩	58.00
3	30247 漫步华尔街(原书第9版)(珍藏版)	(美)伯顿 G.马尔基尔	48.00
4	30244 股市晴雨表(珍藏版)	(美)威廉·彼得·汉密尔顿	38.00
5	30251 以交易为生(珍藏版)	(美)亚历山大·埃尔德	36.00
6	30246 专业投机原理(珍藏版)	(美)维克托·斯波朗迪	68.00
7	30242 与天为敌:风险探索传奇(珍藏版)	(美)彼得 L.伯恩斯坦	45.00
8	30243 投机与骗局(珍藏版)	(美)马丁 S.弗里德森	36.00
9	30245 客户的游艇在哪里(珍藏版)	(美)小弗雷德·施韦德	25.00
10	30249 彼得·林奇的成功投资(珍藏版)	(美)彼得·林奇	38.00
11	30252 战胜华尔街(珍藏版)	(美)彼得·林奇	48.00
12	30604 投资新革命(珍藏版)	(美)彼得 L.伯恩斯坦	36.00
13	30632 投资者的未来(珍藏版)	(美)杰里米 J.西格尔	42.00
14	30633 超级金钱(珍藏版)	(美)亚当·史密斯	36.00
15	30630 华尔街50年(珍藏版)	(美)亨利·克卢斯	38.00
16	30631 短线交易秘诀(珍藏版)	(美)拉里·威廉斯	38.00
17	30629 股市心理博弈(原书第2版)(珍藏版)	(美)约翰·迈吉	58.00
18	30835 赢得输家的游戏(原书第5版)	(美)查尔斯 D.埃利斯	36.00
19	30978 恐慌与机会	(美)史蒂芬·韦恩斯	36.00
20	30606 股市趋势技术分析(原书第9版)(珍藏版)	(美)罗伯特 D.爱德华兹	78.00
21	31016 艾略特波浪理论:市场行为的关键(珍藏版)	(美)小罗伯特 R.普莱切特	38.00
22	31377 解读华尔街(原书第5版)	(美)杰弗里 B.利特尔	48.00
23	30635 蜡烛图方法:从入门到精通(珍藏版)	(美)斯蒂芬 W.比加洛	32.00
24	29194 期权投资策略(原书第4版)	(美)劳伦斯 G.麦克米伦	128.00
25	30628 通向财务自由之路(珍藏版)	(美)范 K.撒普	48.00
26	32473 向最伟大的股票作手学习	(美)约翰·波伊克	36.00
27	32872 向格雷厄姆学思考,向巴菲特学投资	(美)劳伦斯 A.坎宁安	38.00
28	33175 艾略特名著集(珍藏版)	(美)小罗伯特 R.普莱切特	32.00
29	35212 技术分析(原书第4版)	(美)马丁 J.普林格	65.00
30	28405 彼得·林奇教你理财	(美)彼得·林奇	36.00
31	29374 笑傲股市(原书第4版)	(美)威廉·欧奈尔	58.00
32	30024 安东尼·波顿的成功投资	(英)安东尼·波顿	28.00
33	35411 日本蜡烛图技术新解	(美)史蒂夫·尼森	38.00

## 推荐阅读

序号	书名	作者	价格
34	35651 麦克米伦谈期权(珍藏版)	(美)劳伦斯 G.麦克米伦	80.00
35	35883 股市长线法宝(原书第4版)(珍藏版)	(美)杰里米 J.西格尔	48.00
36	37812 漫步华尔街(原书第10版)	(美)伯顿 G.马尔基尔	56.00
37	38436 约翰·戴夫的成功投资(珍藏版)	(美)约翰·戴夫	39.00
38	38520 经典技术分析(上册)	(美)小查尔斯 D.柯克帕特里克	69.00
39	38519 经典技术分析(下册)	(美)小查尔斯 D.柯克帕特里克	69.00
40	38433 在股市大崩盘前抛出的人:巴鲁克自传(珍藏版)	(美)伯纳德·巴鲁克	56.00
41	38839 投资思想史	(美)马克·鲁宾斯坦	59.00
42	41880 超级强势股:如何投资小盘价值成长股	(美)肯尼思 L.费雪	39.00
43	39516 股市获利倍增术(珍藏版)	(美)杰森·凯利	39.00
44	40302 投资交易心理分析	(美)布雷特 N.斯蒂恩博格	59.00
45	40430 短线交易秘诀(原书第2版)	(美)拉里·威廉斯	49.00
46	41001 有效资产管理	(美)威廉 J.伯恩斯坦	39.00
47	38073 股票大作手利弗莫尔回忆录	(美)埃德温·勒菲弗	39.80
48	38542 股票大作手利弗莫尔回忆录	(美)杰西 L.利弗莫尔	25.00
49	41474 逆向投资策略	(美)大卫·德雷曼	59.00
50	42022 外汇交易的10堂必修课	(美)贾里德 F.马丁内斯	39.00
51	41935 对冲基金奇才:常胜交易员的秘密	(美)杰克·施瓦格	80.00
52	42615 股票投资的24堂必修课	(美)威廉·欧奈尔	35.00
53	42750 投资在第二个失去的十年	(美)马丁 J.普林格	49.00
54	44059 期权入门与精通(原书第2版)	(美)爱德华·奥姆斯特德	49.00
55	43956 以交易为生II:卖出的艺术	(美)亚历山大·埃尔德	55.00
56	43501 投资心理学(原书第5版)	(美)约翰 D.诺夫辛格	49.00
57	44062 马丁·惠特曼的价值投资方法:回归基本面	(美)马丁·惠特曼	49.00
58	44156 巴菲特的投资组合(珍藏版)	(美)罗伯特·哈格斯特朗	35.00
59	44711 黄金屋:宏观对冲基金顶尖交易者的掘金之道	(美)史蒂文·卓布尼	59.00
60	45046 蜡烛图精解(原书第3版)	(美)格里高里·莫里斯、赖安·里奇菲尔德	60.00
61	45030 投资策略实战分析	(美)詹姆斯·奥肖内西	129.00
62	44995 走进我的交易室	(美)亚历山大·埃尔德	55.00
63	46567 证券混沌操作法	(美)比尔·威廉斯、贾丝廷·格雷戈里-威廉斯	49.00
	13303 巴菲特致股东的信	(美)沃伦·巴菲特	38.00
	27497 主动型指数投资	(美)史蒂芬 A. 斯科恩菲尔德	78.00

## 推荐阅读



### 解读量化投资

作者：忻海 ISBN：978-7-111-28583-0 定价：32.00元

还在学习巴菲特？不知道西蒙斯？你OUT了！  
揭秘20年来最赚钱的基金经理

### 统计套利

作者：（美）安德鲁·波尔 ISBN：978-7-111-32544-4 定价：38.00元

股指期货·股票联动·对冲·投资组合·长期获利 必读

### 打开量化投资的黑箱

作者：里什·纳兰 ISBN：978-7-111-37321-6 定价：45.00元

华尔街顶尖数量金融专家首度揭秘量化投资  
进入量化投资领域的必读之书

### 从众危机：量化投资与金融浩劫

作者：（美）路德维希 B. 欧塞瑞尼 ISBN：978-7-111-44363-6 定价：65.00元

当人们都在使用相同的工具对冲风险时，所有人  
都置身于同样的风险之下

### 打开高频交易的黑箱

作者：（美）迈克尔·雷奥 ISBN：978-7-111-44658-3 定价：40.00元

肯·格里芬旗下城堡集团前高频交易系统开发者/从实操  
层面全面解析交易世界的王者：高频交易

### 高频交易

作者：（美）艾琳·奥尔德里奇 ISBN：978-7-111-34324-0 定价：42.00元

揭开量化投资的黑匣子，洞悉机构投资者的秘诀

# 量化投资领域的里程碑之作

由量化投资领域的先驱Grinold和Kahn合著的这本《主动投资组合管理》，是美国量化基金经理的圣经。这样一本书，由中国对冲基金和量化投资领域的真正先驱刘震先生译为中文，的确再合适不过。它将为中国投资界带来巨大贡献。

李海涛

耶鲁大学金融学博士  
曾任密歇根大学Stephen M. Ross商学院  
Sparks Whirlpool Corporation教授  
现任长江商学院杰出院长讲席教授和副院长

《主动投资组合管理》是理解量化投资基本原理的经典参考书。每一个打算在量化投资之路上出发的探索者都应配备这本书。刘震先生和他的团队用两年时间细致地完成了翻译工作，将经典原汁原味地展示给了对量化投资感兴趣的中国投资者。

李笑薇

富国基金量化投资部总经理

在量化投资道路上，这是一本不可多得的系统教程，两位业界作者的权威和他们撰写时的字斟句酌确保了原创性和质量。本书不应该只读一遍，每次查阅或翻阅本书都会帮助你获得新的领悟。强烈推荐给量化投资领域的新人和老兵们。

刘治平

南方基金量化投资部总监

无论你是基本面投资，还是量化投资，毫无疑问，本书会使你对主动投资的基本原则和方法有更加深刻的认识，真正领悟主动管理的奥妙。

王世前

全国社保基金理事会证券投资部股票投资处处长

《主动投资组合管理》是理解基金经理附加值来源的一部独到的参考书。我强烈推荐此书给业界和学界同仁。

William N. Goetzmann 教授

耶鲁大学管理学院，国际金融中心主任

新版《主动投资组合管理》延续了第1版树立的卓越标准，同时增加了新的和清晰的真知以帮助投资专业人士。

William E. Jacques

Martingale资产管理，合伙人及首席投资官

《主动投资组合管理》为投资者提供了更好地理解和平衡投资经理能力与组合风险的机会。

Scott Stewart

富达Select Equity Discipline基金组合经理  
富达Freedom基金共同经理

第2版不会被留在书架上，无论初学者还是专家都会反复查阅。与第1版相比，第2版无论在深度还是广度上都更进一步。

Eric N. Remole

瑞士信贷资产管理  
董事总经理及全球结构化股票部负责人

从两位杰出的作者可以预期，《主动投资组合管理》仍将是一部易读而不失理论和数学严格性的参考书。我衷心地推荐这本书。

Michael Even

花旗银行全球资产管理  
董事总经理及全球量化分析首席

很难再找到一本更全面的关于投资组合管理量化技术的参考书。《主动投资组合管理》是一部关于业绩衡量和风险控制的杰出专著，它既有严格的逻辑，又具有可读性。

Jon A. Christopherson

弗兰克罗素公司，研究员

McGraw-Hill  
全球智慧中文化

<http://www.mheducation.com>

投稿热线：(010) 88379007

客服热线：(010) 68995261 88361066

购书热线：(010) 68326294 88379649 68995259



上架指导：量化投资/金融工程

ISBN 978-7-111-47472-2



9 787111 474722 >

定价：100.00元

华章网站：[www.hzbook.com](http://www.hzbook.com)

网上购书：[www.china-pub.com](http://www.china-pub.com)

数字阅读：[www.hzmedia.com.cn](http://www.hzmedia.com.cn)