amino杯

amino

問　題[1]

2021年10月8日 0:00〜2021年10月11日 23:59　試験時間96時間 5題

1. $\triangle ABC$ の外接円を Γ とする.A における Γ の接線と直線 BC,B における Γ の接線と直線 CA,C における Γ の接線と直線 AB がそれぞれ点 P, Q, R で交わっているとき,3点 P, Q, R は一直線上にあることを示せ.(5点)

2. 2円 ω_1, ω_2 が2点 A, B で交わっている.A における ω_1 の接線と ω_2 の A と異なる交点を P とし,A における ω_2 の接線と ω_1 の A と異なる交点を Q とする. また C を ω_1 の B を含まない弧 AQ の中点とし,D を ω_2 の B を含まない弧 AP の中点とする.$\triangle CBP, \triangle DBQ$ のそれぞれの外接円の B と異なる交点を R とするとき, 直線 AB は点 R を通ることを示せ.(7点)

3. $\triangle ABC$ について, 内接円を ω とし,ω の中心を I とする. また辺 AB, AC 上に点 D, E をそれぞれとったところ, 直線 DE が ω に接し,4点 B, C, E, D が同一円周上にあった.BE, CD の中点をそれぞれ M, N とするとき,$AB : AC = MI : NI$ を示せ.(10点)

4. $AB \neq AC$ とする鋭角三角形 ABC について内心を I とし,$\angle A$ の二等分線と BC の交点を D とする.$\triangle IBC$ の外接円を Γ とし,A から BC に下ろした垂線と Γ の交点のうち A に近い点を S とする.S を通り線分 AD を二等分する直線と Γ との S と異なる交点を T とする. また, 直線 AD 上に $\angle STU = 90^\circ$ となる点 U をとる. このとき,$\triangle ATU$ の外接円は $\triangle ABC$ の外接円に接することを示せ.(13点)

5. $\triangle ABC$ において外心を O とし,A, B, C から対辺に下ろした垂線の足をそれぞれ D, E, F とおき, 直線 BC と直線 EF が点 X で交わっているとする. また,$\triangle ABC$ に関する直線 AD の等長共役線の等角共役線を直線 l_A とし,D から OX に下ろした垂線を m とする. このとき, 直線 l_A と直線 m と $\triangle ABC$ のオイラー線は一点で交わることを示せ.(15点)

以上