

# 머리말

공학수학 (engineering mathematics)은 자동차, 로봇, 항공, 조선, 전기전자, 화학산업 등 여러 산업현장에서 물리화학적 제반 현상의 파악과 문제해결을 위한 수단으로 널리 활용되고 있는 학문이다. 본 교재는 공학계 대학생 및 엔지니어들이 산업현장에서 발생하고 있는 다양한 문제들을 해결하기 위해 도움이 되는 수학적 능력을 배양하기 위한 책이다.

저자들이 그동안 대학에서 공학수학과 관련된 교과목을 강의한 경험으로부터 공학계 학생들이 공학수학의 다양한 개념을 체계적으로 스스로 파악할 수 있도록 본 교재를 집필하였다. 아울러 본 교재 집필에 있어서 학생들이 산업현장과 실 생활에서 접하는 여러 문제들에 대한 수학적 해석과 4 차 산업혁명 시대를 맞아 인공지능, 딥러닝 등 다양한 알고리즘을 이해하고 이들을 활용하여 문제를 스스로 해결할 수 있는 능력을 키울 수 있도록 노력하였다.

이 책에서는 제 1 편에서 공학계 모든 학문 분야에서 반드시 학습해야 하는 기초 공학수학 개념인 미분방정식, 고유값과 고유벡터, 벡터해석을 다루었고, 제 2 편에서 복소함수와 공학문제의 수치해석 기법들과 관련된 푸리에 급수와 변환, 편미분방정식, 최적화와 인공신경망, 변분법과 파이썬(Python)을 활용한 공학문제 해결방법 등을 다루었다. 특히 제 7 장의 최적화 부분에서는 최근 AI 분야의 학문과 관련이 깊은 여러 최적화 알고리즘과 인공신경망을 상세히 설명하였고 실제 예제를 통하여 각 알고리즘의 내용을 학생 스스로 파악할 수 있도록 하였다. 제 8 장에서는 이 책의 각 장에서 다룬 실용적인 예제들을 대상으로 최근에 AI 분야에 널리 사용되고 있는 파이썬 소프트웨어의 주요 내장함수 기능을 이용하여 효율적으로 해를 구하고

그래프로 나타내는 방법을 설명하였다. 이를 통해 학생들이 파이썬 사용에 익숙해지고 스스로 수학적 공학적 문제를 해결할 수 있는 능력을 함께 배양하도록 하였다.

또한 이 책의 각 장에서는 실제 산업체에서 경험할 수 있는 다양한 예제들을 다루고 있어서 이 책을 공과대학 2 학년에서 학습한 학생들은 자연스럽게 3 학년과 4 학년에서 학습하게 될 진동, 제어, 로봇, 유체, 열, 고체변형, 소성가공 등의 제반 문제에서의 핵심 개념들을 이해할 수 있도록 하였다.

이 책을 공과대학의 1 학기에서만 학습하고자 하는 경우는 미분방정식, 고유값과 고유벡터 그리고 벡터해석 내용만을 다루고, 1 학기와 2 학기에 걸쳐서 학습하고자 할 경우는 2 학기에는 푸리에 급수와 푸리에 변환, 편미분방정식, 복소수 함수 그리고 9 장의 수치해석을 학습하도록 추천한다. 학부과정에서 최적화와 AI 에 관한 내용을 별도의 교과목으로 다루는 경우는 7 장의 최적화, 8 장의 변분법 그리고 10 장의 파이썬 부분을 다루지 않아도 좋을 것이다.

이 책에서는 기존의 공학수학 교과와는 다르게 선형대수 부분은 특별히 별도의 장으로 구성하지 않았지만 각 장들을 설명할 때 선형대수 분야에서 꼭 학습해야 할 행렬 연산에 대한 주요 내용을 기술하였다.

공학수학 교과로 일부 대학에서는 영어 교재를 사용하고 있는데 반해 이 책은 한글로 작성되었다. 이는 공과계열의 1,2 학년에서 배우는 공학수학의 주요 핵심내용에 대해 학생들의 이해도를 높이고 그 개념을 확실히 파악할 수 있도록 하기 위한 것이다. 그러나 각 장의 연습문제는 영어로 작성하여 학생들이 공학수학적 문제와 내용의 영어 표현에 익숙해지도록 하였다.

이 책의 집필에 기존의 많은 우수한 국내외 교재들의 내용을 참조하였음을 밝혀두며 이 책에서 기술한 공학수학의 중요한 개념들을 개척한 많은 선배 학자들에게 존경을 표한다.

이 책의 집필에 있어서 각 장의 그림을 작성해준 대학원생 오세현에게 고마움을 전하며, 이 책의 출판에 많은 협력을 해준 도서출판 홍릉 송준 대표님과 편집에 애써주신 여러분들께 감사 드린다.

대표저자 김영석

# 차 례

[제 1 편의 내용]

## 1. 미분방정식 ----- 1

- 1.1 미분방정식
- 1.2 1 계 미분방정식
- 1.3 2 계 미분방정식
- 1.4 미분방정식의 다양한 해법
- 1.5 미분방정식의 수치해법
- 1.6 미분방정식의 응용
- 1.7 라플라스 변환을 이용한 미분방정식의 해
- 1.8 라플라스 변환을 이용한 제어
- 1장 연습문제

## 2. 고유값과 고유벡터 ----- 177

- 2.1 고유값과 대각화
- 2.2 제곱법에 의한 고유값 계산
- 2.3 연립미분방정식의 해

2.4 고체역학에의 응용

2.5 진동문제에의 응용

2 장 연습문제

### 3. 벡터 해석 ----- 247

3.1 벡터 대수 연산

3.2 벡터 미분

3.3 구배, 발산, 회전

3.4 벡터 적분

3.5 그린 정리, 스토크스 정리, 가우스 정리

3 장 연습문제

[제 2 편의 내용]

### 4. 푸리에 급수와 푸리에 변환 ----- 305

4.1 주기  $2\pi$  의 푸리에 급수

4.2 주기  $2L$  의 푸리에 급수

4.3 푸리에 급수의 성질

4.4 복소 지수함수 형식의 푸리에 급수

- 4.5 푸리에 적분
- 4.6 푸리에 변환
- 4.7 미분과 적분의 푸리에 변환
- 4.8 푸리에 변환의 중요한 성질
- 4.9 푸리에 변환의 응용
- 4.10 스트림-리우빌 정리
- 4 장 연습문제

## 5. 편미분방정식 ----- 357

- 5.1 편미분방정식
- 5.2 편미분과 전미분의 의미
- 5.3 편미분방정식의 분류
- 5.4 파동방정식
- 5.5 달랑베르의 해
- 5.6 파동방정식의 해
- 5.7 열전도방정식의 해
- 5.8 2 차원 진동방정식의 해
- 5.9 비 제차 편미분방정식의 해

5.10 편미분방정식의 근사해법

5 장 연습문제

6. 복소수 함수 ----- 411

6.1 복소수 연산

6.2 복소수의 기하해석

6.3 다양한 복소수의 형식

6.4 해석함수

6.5 복소함수의 적분

6.6 코시-구루사의 정리

6.7 코시의 적분공식

6.8 복소함수의 급수전개

6.9 극과 유수

6 장 연습문제

[제 3 편의 내용]

7. 최적화 ----- 451

7.1 최적화문제의 정의

- 7.2    최소자승법
- 7.3    구배, 헤시안 행렬, 야코비안 행렬
- 7.4    함수의 볼록성
- 7.5    선형계획법
- 7.6    비선형계획법(제약조건이 없는 최소화 문제)
- 7.7    비선형계획법(제약조건이 있는 최소화 문제)
- 7.8    엑셀을 이용해서 최적해를 구하는 방법
- 7.9    인공신경망
- 7 장 연습문제

## 8. 변분법 ----- 623

- 8.1    변분원리의 개요
- 8.2    헤밀턴의 원리
- 8 장 연습문제

## 9. 수치해석 ----- 651

- 9.1    오일러 방법
- 9.2    개선된 오일러 방법
- 9.3    룽게-쿠타 방법



10. Python 을 이용한 공학수학 문제풀이	----- 659
부록	----- 733

