§1.2.6 复数的乘幂与方根

1、 乘幂公式

设 $z \neq 0$ ， $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$,

当 n 为正整数时，$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$---棣美佛(Demoivre)公式.

当 n 为负整数时，只需定义 $z^{-1} = \frac{1}{z}$，棣美佛公式仍然成立. 如：

当 $n=-1, \left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{r}$， $\arg\frac{1}{z} = \arg 1 - \arg z = -\theta$ 时，

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta) .$$

所以，有

例 1.1

解： 因 $\arg 1 = 0$． 由公式（1.3）得

$$\omega = \sqrt[n]{1}\left(\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}\right).$$

它的 n 个不相同的方根是

$$\omega_0 = 1,$$

2π 2π $2(n-1)\pi$ $2(n-1)\pi$

返 回

例 1.2

解：因 $\left|\mathbf{1}-\sqrt{\mathbf{3}}\boldsymbol{i}\right| = \mathbf{2},\ \mathbf{arg}(\mathbf{1}-\sqrt{\mathbf{3}}\boldsymbol{i}) = -\dfrac{\pi}{\mathbf{3}}$,

则 $$1-\sqrt{3}i = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right].$$

$$z_k = \sqrt[6]{2}\left[\cos\frac{-\frac{\pi}{3}+2k\pi}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{3}+2k\pi}{6}\right.$$

返 回