§1.4 平面点集的一般概念

在函数论中，平面点集理论虽不属于复变函数论范围，但在整个数学领域中，集合论占着特别重要的地位，已渗入到数学的每一个分支中.

严谨的复变函数的整个理论是建立在平面点集的理论基础上的，正像单变量实函数建立在直线点集理论基础一样. 也就是说，同实变数一样，每一个复变数都有自己的变化范围. 在今后的讨论中，变化范围主要是指区域.

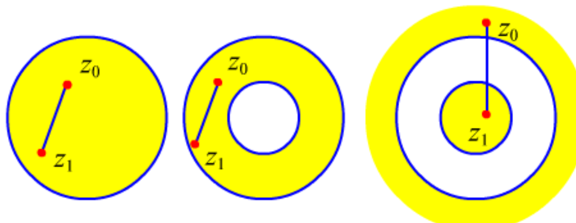
§1.4.1 开集与闭集

1. 邻域:

§1.4.2 区域

1. 连通集：

设 D 为一点集，对D 中任两点可用一条全部属于 D 的折线连接起来，则称 D 为连通集.



(a)　　　　(b)

图 1.8

2. 区域：

平面点集 D 称为一个区域，如果它满足下列两个条件.

例 1.3

解：

（1）记 $z=x+iy$，则 $z=x+iy$，即是 $x>0$，它表示右半平面（图 1.9）．这是一个区域.

（2）写 $z+2-i=z-(-2+i)$，则 $|z+2-i|\geq 1$，即

§ 1. 4. 3 复平面上的曲线

在“微积分”课程中已经知道,平面曲线可以用一对连续函数 $x=x(t),\ y=y(t)\ (a\le t\le b)$ 来表示（称为曲线的参数方程表示）. 我们现在用实变数的复值函数 $z(t)$ 来表示，即

$$z(t)=x(t)+iy(t)\quad (a\le t\le b).$$

例如，以坐标原点为中心，以 a 为半径的圆周，其参数方程可表示为

$$x=a\cos t,\ \ y=a\sin t\quad (0\le t\le 2\pi).$$

写成复数的形式即为

$$z=a(\cos t+i\sin t)\quad (0\le t\le 2\pi).$$

例 1.4

解：设 $z=x+iy$，由共轭复数的性质，有

$$x=\frac{1}{2}(z+\bar{z}),\quad y=\frac{1}{2i}(z-\bar{z})$$

代入所给的方程，得

$$(\frac{A}{2}-\frac{B}{2}i)z+(\frac{A}{2}+\frac{B}{2}i)\bar{z}+c=0$$

返 回

例 1.5

解： 1）在几何上不难看出，方程$|z-i|=2$表示的是与点i的距离为 2 的点的轨迹，因此，它的图形是以i为圆心，2 为半径的圆.

2）在几何上，该方程表示到点$-i$和i距离相等的点的轨迹，所以它的图形是连接点$-i$和

返 回