

計量経済 I：中間試験

村澤 康友

2019 年 6 月 4 日

注意：3 問とも解答すること。結果より思考過程を重視するので、途中計算等も必ず書くこと（部分点は大きいに与えるが、結果のみの解答は 0 点とする）。

1. (20 点) 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。
 - (a) (データの) 共分散
 - (b) 因果関係
 - (c) 確率分布
 - (d) (確率変数の) 平均
2. (50 点) 確率変数 X は、確率 $1/2$ で 1 、確率 $1/3$ で 0 、確率 $1/6$ で -1 の値をとる。
 - (a) X の確率質量関数を式とグラフで表しなさい。
 - (b) X の累積分布関数を式とグラフで表しなさい。
 - (c) $\Pr[X < 0]$ を求めなさい。
 - (d) $E(X)$ と $E(X^2)$ を求めなさい。
 - (e) $\text{var}(X)$ を求めなさい。
3. (30 点) X は次の累積分布関数をもつ。

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x/(x+1) & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$$

$Y := X + 1$ とする。

- (a) $\Pr[X > 3]$ を求めなさい。
- (b) Y の累積分布関数を求め、式とグラフで表しなさい。
- (c) Y の確率密度関数を求め、式とグラフで表しなさい。

解答例

1. 確率・統計の基本用語

(a) 各変量の平均からの偏差の積の平均.

- 「計算公式」は定義でないので 0 点.

(b) 原因と結果の関係.

- 「原因」と「結果」がなければ 0 点.

(c) 確率変数の分布.

- 教科書の表現では「確率変数の値の出方の様子を表すもの」.
- 確率質量関数の定義は連続分布を含まないので 2 点.

(d) 1 次の積率.

- 「期待値」でも OK.
- データの平均の定義は 0 点.

2. 離散分布

(a)

$$p_X(x) = \begin{cases} 1/6 & \text{for } x = -1 \\ 1/3 & \text{for } x = 0 \\ 1/2 & \text{for } x = 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

グラフは省略.

- 式・グラフ各 5 点.
- $x = -1, 0, 1$ 以外の確率を 0 と示さなければ 2 点. グラフも同様.

(b)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < -1 \\ 1/6 & \text{for } -1 \leq x < 0 \\ 1/2 & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{for } x \geq 1 \end{cases}$$

グラフは省略.

- 式・グラフ各 5 点.
- 強い不等号か弱い不等号か不明なグラフは 2 点.

(c)

$$\begin{aligned} \Pr[X < 0] &= \Pr[X = -1] \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{3} + (-1) \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{3} \\ E(X^2) &= 1^2 \cdot \frac{1}{2} + 0^2 \cdot \frac{1}{3} + (-1)^2 \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}\mathrm{var}(X) &= \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2 \\ &= \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \frac{5}{9}\end{aligned}$$

- 分散の計算公式で 5 点.

3. 連続分布

(a)

$$\begin{aligned}\Pr[X > 3] &= 1 - \Pr[X \leq 3] \\ &= 1 - \frac{3}{3+1} \\ &= 1 - \frac{3}{4} \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}F_Y(y) &:= \Pr[Y \leq y] \\ &= \Pr[X + 1 \leq y] \\ &= \Pr[X \leq y - 1] \\ &= F_X(y - 1) \\ &= \begin{cases} 0 & \text{for } y - 1 < 0 \\ (y - 1)/y & \text{for } y - 1 \geq 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 0 & \text{for } y < 1 \\ 1 - 1/y & \text{for } y \geq 1 \end{cases}\end{aligned}$$

- $F_X(y - 1)$ で 5 点.

(c)

$$\begin{aligned}f_Y(y) &= F'_Y(y) \\ &= \begin{cases} 0 & \text{for } y < 1 \\ 1/y^2 & \text{for } y \geq 1 \end{cases}\end{aligned}$$

- $F'_Y(y)$ で 5 点.