

# 大学中退の逐次意思決定モデルに基づく 学費補助の反実仮想分析\*

村澤 康友\*\*

2024 年 7 月 25 日

## <要旨>

本稿では某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データを用いて大学中退の逐次意思決定モデルに基づく学費補助の反実仮想分析を試みる。構造モデルに基づく反実仮想分析では通常は構造母数の推定が必要となるが、正確な推定は必ずしも容易ではない。ただしある種の反実仮想の行動は、割引因子と効用の分布の尺度母数を所与として、効用関数と独立に識別できる。すなわち誘導形の条件付き選択確率（CCP）関数と状態遷移確率分布の推定のみで反実仮想分析を実行できる場合がある。例として某大学某学部 2016 年 4 月入学者の男子について、入学後 4 年間の在学者への学費補助が中退確率を引き下げる処置効果を試算する。割引因子は在学の効用で相殺されて処置効果の推定値にほぼ影響せず、処置効果は補助額÷尺度母数に依存する。毎学期 10 万円の学費補助は、尺度母数が 20～100 万円なら 4 年間の累積中退確率を約 2.2～1.0%引き下げる。ただし累積中退確率の低下は必ずしも卒業確率の上昇を意味せず、退学の意味決定を遅らせる効果と解釈すべきである。

JEL Classification Codes : C25, C41, I21

Keywords : 動的離散選択モデル, 最適停止モデル, 構造推定, 処置効果

---

\* 本稿は村澤 (2024) から先行研究の紹介と構造母数の識別・推定の議論を省いて書き直した短縮版である。

\*\* 村澤 康友：甲南大学経済学部・教授。

**A Counterfactual Analysis of Tuition Subsidies  
Based on a Sequential Decision Model of College Dropout**

By Yasutomo MURASAWA

**Abstract**

This paper presents a counterfactual analysis of tuition subsidies based on a sequential decision model of college dropout, using the four-year academic records of 301 male students who enrolled in a specific department at a certain university in April 2016. Counterfactual analysis based on a structural model usually requires precise estimates of the structural parameters, which are often difficult to obtain in practice. However, given the discount factor and the scale parameter of the utility distribution, one can identify certain counterfactual behaviors without identifying the utility function; that is, estimation of the reduced-form conditional choice probability (CCP) function and the state transition probabilities suffices for certain types of counterfactual analysis. As an example, this paper estimates the treatment effect of four-year tuition subsidies on the dropout probability of the male students in the data. The discount factor is offset by the utility of enrollment, having almost no impact on the estimated treatment effect, and the treatment effect mainly depends on the ratio of the amount of subsidies to the scale parameter. The results show that tuition subsidies of 100,000 yen per semester reduce the four-year cumulative dropout probability by about 2.2% if the scale parameter is 200,000 yen, and 1.0% if the scale parameter is 1,000,000 yen. However, the lower cumulative dropout probability is due to later dropout decisions, and does not necessarily imply a higher graduation probability.

JEL Classification Codes: C25, C41, I21

Keywords: dynamic discrete choice model, optimal stopping model, structural estimation, treatment effect

## 1 はじめに

労働政策研究・研修機構 (2023, 表 21-1) によると, 日本の一般労働者 (正社員・正職員のうち雇用期間の定め無し) の生涯賃金 (退職金を含めない) は, 男性が高校卒 2 億 300 万円, 大学卒 2 億 4740 万円, 女性が高校卒 1 億 4920 万円, 大学卒 1 億 9800 万円であり, その差は男性 4440 万円, 女性 4880 万円に上る. これらは既卒者の 2022 年の年齢階級別平均賃金に基づく生涯賃金であり, 現在の学生が将来受け取る生涯賃金とは異なるが, それでも大学卒業の期待収益は機会費用 (= 直接費用 + 逸失利益) を大きく上回ると解釈してよいであろう<sup>1</sup>. 大学・学部・個人により大卒プレミアムに格差はあるものの, その平均値だけを見ると, 過去最高となった 2023 年度の日本の大学進学率 57.7% (「学校基本調査」) は, むしろ低すぎる印象さえある<sup>2</sup>.

少子化が進む中, 大学進学率は高まっているが, 大卒プレミアムの存在にも関わらず, 中途退学者も数多く発生している. 文部科学省調査「学生の中途退学や休学等の状況について」(平成 26 年 9 月 25 日) によると, 日本の大学・短大・高専 1,191 校のうち, 回答した 1,163 校における平成 24 年度 (2012 年度) の学部生 (高専を除く) の中途退学者数は 68,962 人であった<sup>3</sup>. 読売新聞教育ネットワーク事務局 (2018) の調査によると, 日本の大学 755 校 (大学院大学・通信制のみの大学・募集停止の大学は除く) のうち, 回答した 692 校における 2014 年 4 月入学者 (6 年制学部・学科は 2012 年入学者) の 2018 年 3 月時点の退学率は 7.0% であった (表 1). 留年者の退学も含めれば, 最終的な退学率はもっと高くなる. 下瀬川 (2015) によると, 日本では大学・短大中退者は正社員就業しづらく, 正社員経験があれば高卒より高い賃金が得られるが, そうでなければ高卒と同等の賃金しか得られない. したがって中途退学による大卒プレミアムの放棄は, 完全情報下の合理的行動としては説明しにくい. 同様の現象は日本以外でも見られ, Stange (2012, p. 52) は「大学中退パズル (college dropout puzzle)」と呼んでいる.

実際は在学期間中の経済状況, 自身の将来の可能性, 大学・学部に対する関心や適性, 大学生活の楽しさ等是不確実であり, 大学進学の意味決定時の情報は不完全である. その場合は中途退学のリスクやコストと大卒プレミアム等のメリットを勘案し, 大学進学の期待収益率やオプション価値が十分に高ければ, とりあえず大学進学を試みるのが合理的で

1 大卒学歴の (私的) 収益率 (= 大卒プレミアム) の日本の現状については北條 (2018) が詳しい.

2 文部科学省報道発表資料「令和 5 年度学校基本統計 (学校基本調査の結果) 確定値を公表します。」(令和 5 年 12 月 20 日) によると, 令和 5 年度の高等教育機関進学率 (過年度卒を含む) 84.0% の内訳は, 大学 (学部) 進学率 57.7%, 短期大学 (本科) 進学率 3.4%, 高等専門学校 4 年進学率 1.0%, 専門学校進学率 21.9% となっている.

3 中途退学の理由は (1) 経済的理由 15,210 人 (22.1%), (2) 転学 11,283 人 (16.4%), (3) 学業不振 10,520 人 (15.3%), (4) 就職 8,369 人 (12.1%) となっている. 高専・大学院生を含めた数値では, 経済的理由は平成 19 年度 (2007 年度) の 14.0% から平成 24 年度 (2012 年度) は 20.4% に大きく上昇しており, 景気後退の影響が大きいとみられる.

表 1: 2014 年（6 年制は 2012 年）4 月入学者の 2018 年 3 月時点の中途退学・卒業・留年状況

		入学者数	退学者数	卒業者数	留年者数	退学／入学	卒業／入学	留年／入学
国立	男	56,293	1,862	45,315	9,116	.033	.805	.162
	女	33,188	698	29,170	3,320	.021	.879	.100
公立	男	12,247	688	9,735	1,824	.056	.795	.149
	女	15,083	462	13,233	1,388	.031	.877	.092
私立	男	227,745	22,072	174,689	30,984	.097	.767	.136
	女	193,592	11,802	168,602	13,188	.061	.871	.068
計		538,148	37,584	440,744	59,820	.070	.819	.111

注) 退学は除籍を含む。

資料) 読売新聞教育ネットワーク事務局 (2018, p. 15)

ある (Manski (1989)). 結果的に中途退学に終わっても、リスクを取る行動自体は社会的に非効率とは限らず、一定数の中途退学者の発生は社会的に止むを得ない。それでも現在の中途退学の状況に問題がないとは言えず、個別の大学の経営の視点では中途退学者は少ない方がよい<sup>4</sup>、学生・保護者の視点では卒業の意思・見込みがなければ早く退学した方がよい。また大学進学の意味決定時の不確実性も可能な限り解消・軽減するのが望ましい。

合理的な行動として中途退学を理解し、適切な対応策を検討するために、本稿では大学中退行動を最適停止問題として定式化し、某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データを用いて構造モデルに基づく反実仮想分析を試みる<sup>5</sup>。最適停止問題では継続（在学）した場合と停止（退学）した場合の価値を逐次的に評価し、継続の価値が停止の価値を下回った時点で停止する。本稿では累積修得単位数と GPA を分析者が観測する状態変数と仮定し、積分したベルマン方程式を選択肢別価値関数で表して、在学／退学の 2 値ロジット・モデルを導出する。

構造モデルに基づく反実仮想分析では、通常は構造母数の推定が必要となる。しかし構造母数の正確な推定は必ずしも容易ではない。意思決定期間の一部（大学入学後 4 年間）のみ観測する短期パネル (short panel) では、選択肢別価値関数を後ろ向き帰納法で解いて尤度関数を評価する最尤法は煩雑になる。より簡便な条件付き選択確率 (conditional choice probability, CCP) 法は、ノンパラメトリック推定した誘導形の中退確率関数 (CCP 関数) から積分した価値関数を逆算し、2 値ロジット・モデルに補正項を加えて意思決定モデルの構造母数を推定する。最適停止モデルで停止の価値（分析者から見た退学後の期

4 入学定員 2000 人の大学で中退率が 1%上がると中退者は 20 人増える。例えば 20 人とも 2 年次終了時に中退すると、年間授業料が 100 万円なら 4000 万円の減収となる。この減収額は入学検定料が 4 万円なら 1000 人の志願者減に相当する。

5 伊神 (2018, 第 5 章) の実証分析の 3 作法, すなわち (1) データ分析 (狭義) (2) 対照実験 (3) シミュレーションのうち、本稿は (3) のアプローチを採用する。なお同書は動的離散選択モデルの構造推定の入門書としても優れている。

待生涯所得)が既知なら構造母数は一定の条件の下で識別でき、推定も比較的容易である。しかし CCP 法による構造母数の推定精度はノンパラメトリックな誘導形の CCP 関数の定式化と推定精度に依存し、最適停止モデルでは一部の状態が観測されにくいいため、構造母数の正確な推定には相当な大標本が必要となる<sup>6</sup>。

ただし個人の効用でなく行動(選択)の反実仮想分析が目的なら、想定する反実仮想により意思決定モデルの完全な識別が不要な場合がある(Arcidiacono and Miller (2020))。例えば効用関数の一時的な変化の反実仮想 CCP は、割引因子と効用の分布の尺度母数を設定すれば、効用関数と独立に(誘導形の CCP 関数と状態遷移確率分布のみから)識別できる。本稿では例として某大学某学部 2016 年 4 月入学者の男子について、入学後 4 年間の在学者への学費補助が中退確率を引き下げる処置効果を試算する。割引因子は在学の効用で相殺されて処置効果の推定値にはほぼ影響せず、処置効果は補助額÷尺度母数に依存する。每学期 10 万円の学費補助は、尺度母数が 20~100 万円なら 4 年間の累積中退確率を約 2.2~1.0%引き下げる。ただし累積中退確率の低下は必ずしも卒業確率の上昇を意味せず、退学の意味決定を遅らせる効果と解釈すべきである。この視点は大学無償化や授業料引き上げの是非を論ずる際にも重要であろう。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 節では大学中退行動を最適停止問題として定式化し、在学/退学の逐次意思決定の構造モデルを導出する。第 3 節では反実仮想 CCP の識別を確認する。第 4 節では某大学某学部 2016 年 4 月入学者の男子の成績データを用いて学費補助の反実仮想分析を試みる。第 5 節では結論を述べる。

## 2 最適停止モデル

本節では大学中退行動を最適停止問題として定式化し、学生の在学/退学の逐次意思決定を確率動的計画法で考える。ただし学生の状態(在学状況・学業成績・家庭の経済状況・大学生活の楽しさなど)の一部のみ分析者は観測すると仮定し、分析者に観測されない状態は誤差とみなす。そのため状態を所与として学生の最適な選択は一意に定まるが、一部の状態のみ観測する分析者から見た学生の選択は確率的になる。以下では分析者が観測する状態ベクトルを所与として、分析者から見た条件付き選択確率(CCP)関数(在学確率関数)を導出する。本節の内容は Arcidiacono and Ellickson (2011, sec. 2) の動的離散選択モデルの解説の一部を本稿の文脈に沿って拡張したものである。

### 2.1 最適停止問題

時点  $t = 0, \dots, T$  で継続/停止(在学/退学)の 2 値選択を逐次的に行い、時点  $T+1$  の卒業後は在学/退学の選択の機会がなく、時点  $T^*$  まで生存する個人を考える。停止(退

---

6 有限期間の最適停止モデルの構造母数の識別・推定の詳細は村澤(2024)を参照。

学) は不可逆的であり, 停止した時点で意思決定は終了する. 効用関数は時間について加法分離的とする<sup>7</sup>.  $d_t$  を選択 (継続を 1, 停止を 0 とする継続ダミー),  $\mathbf{s}_t$  を状態ベクトル (前期の選択  $d_{t-1}$  を含む),  $D(\mathbf{s}_t)$  を選択集合 (継続中は  $\{0, 1\}$ , 停止後は  $\{0\}$ ),  $U_t(d_t; \mathbf{s}_t)$  を  $(d_t, \mathbf{s}_t)$  がもたらす効用,  $\beta$  を (1 期当たりの) 割引因子とする.  $\{d_t, \mathbf{s}_t\}$  をマルコフ過程とし,  $\{P_t(\cdot|\cdot; \cdot)\}$  を  $\{\mathbf{s}_t\}$  の状態遷移確率分布とする. すなわち  $t = 0, \dots, T^* - 1$  について

$$\mathbf{s}_{t+1} \sim P_{t+1}(\cdot|\mathbf{s}_t; d_t)$$

時点 0 の期待効用最大化問題は,  $\mathbf{s}_0$  を所与として

$$\begin{aligned} \max_{\{\delta_t(\cdot)\}} \quad & \mathbb{E} \left( \sum_{t=0}^T \beta^t U_t(\delta_t(\mathbf{s}_t); \mathbf{s}_t) + \sum_{t=T+1}^{T^*} \beta^t U_t(\delta_T(\mathbf{s}_T); \mathbf{s}_t) | \mathbf{s}_0 \right) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}_{t+1} \sim P_{t+1}(\cdot|\mathbf{s}_t; \delta_t(\mathbf{s}_t)), \quad t = 0, \dots, T-1 \\ & \mathbf{s}_{t+1} \sim P_{t+1}(\cdot|\mathbf{s}_t; \delta_T(\mathbf{s}_T)), \quad t = T, \dots, T^* - 1 \\ \text{and} \quad & \delta_t(\mathbf{s}_t) \in D(\mathbf{s}_t), \quad t = 0, \dots, T \end{aligned}$$

ただし  $\delta_t(\cdot)$  は状態空間から選択集合  $D(\mathbf{s}_t)$  への方策関数とする.

## 2.2 価値関数

確率動的計画法で最適停止問題を解くために, 価値関数を定義してベルマン方程式を導出する. 時点  $t$  の価値関数を  $V_t(\cdot)$  とする. すなわち  $t \leq T$  なら任意の  $\mathbf{s}_t$  について

$$\begin{aligned} V_t(\mathbf{s}_t) := \max_{\{\delta_s(\cdot)\}} \quad & \mathbb{E} \left( \sum_{s=t}^T \beta^{s-t} U_s(\delta_s(\mathbf{s}_s); \mathbf{s}_s) + \sum_{s=T+1}^{T^*} \beta^{s-t} U_s(\delta_T(\mathbf{s}_T); \mathbf{s}_s) | \mathbf{s}_t \right) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}_{s+1} \sim P_{s+1}(\cdot|\mathbf{s}_s; \delta_s(\mathbf{s}_s)), \quad s = t, \dots, T-1 \\ & \mathbf{s}_{s+1} \sim P_{s+1}(\cdot|\mathbf{s}_s; \delta_T(\mathbf{s}_T)), \quad s = T, \dots, T^* - 1 \\ \text{and} \quad & \delta_s(\mathbf{s}_s) \in D(\mathbf{s}_s), \quad s = t, \dots, T \end{aligned}$$

時点  $T+1$  では任意の  $\mathbf{s}_{T+1}$  について

$$V_{T+1}(\mathbf{s}_{T+1}) := \mathbb{E} \left( \sum_{t=T+1}^{T^*} \beta^{t-(T+1)} U_t(d_T; \mathbf{s}_t) | \mathbf{s}_{T+1} \right)$$

後ろ向き帰納法により, 時点  $t = T, \dots, 0$  のベルマン方程式は, 任意の  $\mathbf{s}_t$  について

$$\begin{aligned} V_t(\mathbf{s}_t) = \max_{d_t \in D(\mathbf{s}_t)} \quad & \{U_t(d_t; \mathbf{s}_t) + \beta \mathbb{E}(V_{t+1}(\mathbf{s}_{t+1}) | \mathbf{s}_t; d_t)\} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}_{t+1} \sim P_{t+1}(\cdot|\mathbf{s}_t; d_t) \end{aligned}$$

<sup>7</sup> 例えば消費流列  $\{c_t\}$  上の効用関数  $u(\cdot)$  が時間について加法分離的なら  $u(c_0, \dots, c_T) = u_0(c_0) + \dots + u_T(c_T)$  と表せる.

$V_t^1(\cdot), V_t^0(\cdot)$  を継続中／停止後の価値関数とすると、停止（退学）は不可逆的なので、時点  $t$  のベルマン方程式は、任意の  $\mathbf{s}_t$  について

$$V_t^1(\mathbf{s}_t) = \max_{d_t \in \{0,1\}} \left\{ U_t(d_t; \mathbf{s}_t) + \beta \mathbb{E} \left( V_{t+1}^{d_t}(\mathbf{s}_{t+1}) | \mathbf{s}_t; d_t \right) \right\} \quad (1)$$

$$V_t^0(\mathbf{s}_t) = \mathbb{E} \left( \sum_{s=t}^{T^*} \beta^{s-t} U_s(0; \mathbf{s}_s) | \mathbf{s}_t; d_t = 0 \right) \quad (2)$$

## 2.3 積分した価値関数

状態ベクトル  $\mathbf{s}_t$  の一部のみ分析者は観測する．分析者が観測する状態ベクトルを  $\mathbf{x}_t$  とする．分析者から見た効用（分析者の情報に基づく個人の効用の期待値）を  $u_t(d_t; \mathbf{x}_t) := \mathbb{E}(U_t(d_t; \mathbf{s}_t) | \mathbf{x}_t)$ ，個人の効用と分析者から見た効用の差を  $e_t(d_t) := U_t(d_t; \mathbf{s}_t) - u_t(d_t; \mathbf{x}_t)$  とし， $\mathbf{e}_t := (e_t(0), e_t(1))'$  とする． $\mathbf{e}_t$  を分析者に観測されない状態と解釈すると、時点  $t$  のベルマン方程式は、任意の  $(\mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t)$  について

$$V_t^1(\mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t) = \max_{d_t \in \{0,1\}} \left\{ u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + e_t(d_t) + \beta \mathbb{E} \left( V_{t+1}^{d_t}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{e}_{t+1}) | \mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t; d_t \right) \right\} \quad (3)$$

$$V_t^0(\mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t) = \mathbb{E} \left( \sum_{s=t}^{T^*} \beta^{s-t} (u_s(0; \mathbf{x}_s) + e_s(0)) | \mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t; d_t = 0 \right) \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_{t+1} \\ \mathbf{e}_{t+1} \end{pmatrix} \sim P_{t+1}(\cdot | \mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t; d_t)$$

$\{d_t, \mathbf{x}_t\}$  は  $\{\mathbf{e}_t\}$  と独立とし， $\{\mathbf{e}_t\}$  は独立かつ同一な分布  $G(\cdot)$  にしたかうと仮定する． $\{F_t(\cdot, \cdot; \cdot)\}$  を  $\{\mathbf{x}_t\}$  の状態遷移確率分布とする．すなわち  $t = 0, \dots, T^* - 1$  について

$$\mathbf{x}_{t+1} \sim F_{t+1}(\cdot | \mathbf{x}_t; d_t)$$

$V_t^0(\cdot, \cdot), V_t^1(\cdot, \cdot)$  を  $\mathbf{e}_t$  について積分した価値関数を  $\bar{V}_t^0(\cdot), \bar{V}_t^1(\cdot)$  とする．すなわち  $j = 0, 1$  と任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\bar{V}_t^j(\mathbf{x}_t) := \int V_t^j(\mathbf{x}_t, \mathbf{e}_t) dG(\mathbf{e}_t)$$

時点  $t$  の積分したベルマン方程式は、任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t) = \mathbb{E} \left( \max_{d_t \in \{0,1\}} \left\{ u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + e_t(d_t) + \beta \mathbb{E} \left( \bar{V}_{t+1}^{d_t}(\mathbf{x}_{t+1}) | \mathbf{x}_t; d_t \right) \right\} | \mathbf{x}_t \right) \quad (5)$$

$$\bar{V}_t^0(\mathbf{x}_t) = \mathbb{E} \left( \sum_{s=t}^{T^*} \beta^{s-t} u_s(0; \mathbf{x}_s) | \mathbf{x}_t; d_t = 0 \right) \quad (6)$$

導出は Arcidiacono and Ellickson (2011, pp. 367–368) を参照．

## 2.4 選択肢別価値関数

時点  $t$  の選択肢別期待価値関数を  $V_t^e(.;.)$  とする（添え字  $e$  は「期待」の意味）．すなわち任意の  $(d_t, \mathbf{x}_t)$  について

$$V_t^e(\mathbf{x}_t; d_t) := E\left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(\mathbf{x}_{t+1}) | \mathbf{x}_t; d_t\right) \quad (7)$$

積分したベルマン方程式 (5), (6) より任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t) = E\left(\max_{d_t \in \{0,1\}} \{u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + e_t(d_t) + \beta V_t^e(\mathbf{x}_t; d_t)\} | \mathbf{x}_t\right) \quad (8)$$

$$\bar{V}_t^0(\mathbf{x}_t) = u_t(0; \mathbf{x}_t) + \beta V_t^e(\mathbf{x}_t; 0) \quad (9)$$

時点  $t$  の選択肢別価値関数を  $v_t(.;.)$  とする．すなわち任意の  $(d_t, \mathbf{x}_t)$  について

$$v_t(\mathbf{x}_t; d_t) := u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + \beta V_t^e(\mathbf{x}_t; d_t) \quad (10)$$

式 (8), (9) より任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t) = E\left(\max_{d_t \in \{0,1\}} \{v_t(\mathbf{x}_t; d_t) + e_t(d_t)\} | \mathbf{x}_t\right) \quad (11)$$

$$\bar{V}_t^0(\mathbf{x}_t) = v_t(\mathbf{x}_t; 0) \quad (12)$$

式 (11) より継続（在学）中の個人の2値選択は，分析者から見ると確率効用モデルとなる．ただし静的モデル（ $\beta = 0$ ）と異なり，動的2値選択モデルの分析では  $\{v_t(.;.)\}$  を解く必要がある．

## 2.5 条件付き選択確率（CCP）

時点  $t$  で継続（在学）中の個人の選択を考える． $\mathbf{x}_t$  を所与とすると，最適な選択は

$$\begin{aligned} d_t^* &:= \arg \max_{d_t \in \{0,1\}} \{v_t(\mathbf{x}_t; d_t) + e_t(d_t)\} \\ &= [v_t(\mathbf{x}_t; 1) + e_t(1) > v_t(\mathbf{x}_t; 0) + e_t(0)] \end{aligned}$$

ただし  $[\cdot]$  は指示関数（アイバーソンの記法）である． $\mathbf{x}_t$  を所与とした  $d_t^*$  の条件付き確率質量関数を  $p_t(\cdot | \mathbf{x}_t)$  とすると，継続（在学）の条件付き選択確率（CCP）は

$$\begin{aligned} p_t(1 | \mathbf{x}_t) &:= \Pr[d_t^* = 1 | \mathbf{x}_t] \\ &= \Pr[v_t(\mathbf{x}_t; 1) + e_t(1) > v_t(\mathbf{x}_t; 0) + e_t(0) | \mathbf{x}_t] \\ &= \int [v_t(\mathbf{x}_t; 1) + e_t(1) > v_t(\mathbf{x}_t; 0) + e_t(0)] dG(e_t) \end{aligned}$$



ここで確率効用モデルからロジット・モデルを導出する場合と同様に、 $\{e_t(j)\}$  は位置母数  $-\gamma\sigma$  ( $\gamma$  はオイラー定数)、尺度母数  $\sigma$  の独立かつ同一なガンベル分布にしたがうと仮定する<sup>8</sup>。すると任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$p_t(1|\mathbf{x}_t) = \frac{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)}{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 0)/\sigma) + \exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)} = \Lambda\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t; 1) - v_t(\mathbf{x}_t; 0)}{\sigma}\right) \quad (13)$$

ただし  $\Lambda(\cdot)$  はロジスティック関数を表す。また任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t) = \sigma \ln \left( \exp\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t; 0)}{\sigma}\right) + \exp\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t; 1)}{\sigma}\right) \right) \quad (14)$$

以上の結果は Arcidiacono and Ellickson (2011, p. 372) に依る (ただし  $\sigma \neq 1$  に拡張している)。

CCP 関数  $\{p_t(\cdot|\cdot)\}$  と選択肢別価値関数  $\{v_t(\cdot; \cdot)\}$  の関係について、後で使用する基本的な結果を補題としてまとめておく。

**補題 1** 任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\ln \frac{p_t(1|\mathbf{x}_t)}{p_t(0|\mathbf{x}_t)} = \frac{v_t(\mathbf{x}_t; 1) - v_t(\mathbf{x}_t; 0)}{\sigma} \quad (15)$$

**証明** 式 (13) より明らか。 □

## 3 反実仮想 CCP

### 3.1 識別問題

多数の個人の逐次的な選択と状態ベクトル  $\{d_t, \mathbf{x}_t\}$  のパネル・データを用いて最適停止モデルの構造母数を推定し、反実仮想分析を行いたい。その前提として構造母数と反実仮想の識別を確認する。

本稿の最適停止モデルは以下の 4 つで構成される。

1. (分析者から見た) 効用関数  $\{u_t(\cdot; \cdot)\}$
2. 割引因子  $\beta$
3. 観測される状態ベクトル  $\{\mathbf{x}_t\}$  の状態遷移確率分布  $\{F_t(\cdot|\cdot; \cdot)\}$
4. 観測されない状態  $\{e_t(\cdot)\}$  の分布  $G(\cdot)$

---

<sup>8</sup> 位置母数  $\lambda$ 、尺度母数  $\sigma$  のガンベル分布の累積分布関数は、任意の  $x \in \mathbb{R}$  について  $F(x) := e^{-e^{-(x-\lambda)/\sigma}}$ 、平均は  $\lambda + \gamma\sigma$ 。したがって位置母数が  $-\gamma\sigma$  ならガンベル分布の平均は 0 となる。効用の計測単位が任意なら尺度母数  $\sigma$  は 1 に基準化できる。本稿は効用を金額で測るため  $\sigma$  を 1 に基準化できない。

$\{F_t(\cdot|\cdot;\cdot)\}$  は各時点の経験（累積）分布関数で識別できる．本稿では  $\{e_t(j)\}$  を平均 0，尺度母数  $\sigma$  の独立かつ同一なガンベル分布に従うと仮定する．誘導形の CCP 関数  $\{p_t(\cdot|\cdot)\}$  は各時点のノンパラメトリック回帰で識別できる<sup>9</sup>．

$\{F_t(\cdot|\cdot;\cdot)\}, \{p_t(\cdot|\cdot)\}$  を既知とすれば， $(\{u_t(\cdot;\cdot)\}, \beta, \sigma)$  は一定の条件の下で識別できる（村澤 (2024)）．しかし正確な推定は必ずしも容易ではない．本節では  $(\beta, \sigma)$  を所与とし， $\{F_t(\cdot|\cdot;\cdot)\}, \{p_t(\cdot|\cdot)\}$  を既知として，反実仮想 CCP の識別を検討する．本節の内容は Arcidiacono and Miller (2020) に基づく．

### 3.2 効用関数の一時的な変化

個人の効用でなく行動（選択）の反実仮想分析が目的なら，想定する反実仮想により意思決定モデルの完全な識別が不要な場合がある．例えば効用関数の一時的な変化の反実仮想 CCP の識別に効用関数の識別は不要である．非定常なモデルにおける反実仮想 CCP の識別の詳細は Arcidiacono and Miller (2020) を参照．

反実仮想の効用関数を  $\{u_t^*(\cdot;\cdot)\}$ ，効用関数の変化を  $\Delta_t(\cdot;\cdot) := u_t^*(\cdot;\cdot) - u_t(\cdot;\cdot)$ ，反実仮想 CCP を  $\{p_t^*(\cdot|\cdot)\}$  とする．ただし効用関数の変化は観測期間のみとし， $t > T$  では  $\Delta_t(\cdot;\cdot) = 0$  とする．反実仮想における継続中／停止後の積分した価値関数を  $\bar{V}_t^{1*}(\cdot), \bar{V}_t^{0*}(\cdot)$  とすると，時点  $T+1$  の問題は変化しないので， $j = 0, 1$  について  $\bar{V}_{T+1}^{j*}(\cdot) = \bar{V}_{T+1}^j(\cdot)$  となる．

反実仮想の選択肢別価値関数を  $\{v_t^*(\cdot;\cdot)\}$  とすると，時点  $T$  では任意の  $\mathbf{x}_T$  と  $j = 0, 1$  について

$$\begin{aligned} v_T^*(\mathbf{x}_T; j) &= u_T^*(j; \mathbf{x}_T) + \beta \mathbb{E} \left( \bar{V}_{T+1}^j(\mathbf{x}_{T+1}) | \mathbf{x}_T; d_T = j \right) \\ &= u_T(j; \mathbf{x}_T) + \Delta_T(j; \mathbf{x}_T) + \beta \mathbb{E} \left( \bar{V}_{T+1}^j(\mathbf{x}_{T+1}) | \mathbf{x}_T; d_T = j \right) \\ &= v_T(\mathbf{x}_T; j) + \Delta_T(j; \mathbf{x}_T) \end{aligned}$$

継続／停止の価値の差は，任意の  $\mathbf{x}_T$  について

$$v_T^*(\mathbf{x}_T; 1) - v_T^*(\mathbf{x}_T; 0) = v_T(\mathbf{x}_T; 1) - v_T(\mathbf{x}_T; 0) + \Delta_T(1; \mathbf{x}_T) - \Delta_T(0; \mathbf{x}_T)$$

継続／停止の対数オッズ比は，補題 1 より任意の  $\mathbf{x}_T$  について

$$\begin{aligned} \ln \frac{p_T^*(1|\mathbf{x}_T)}{p_T^*(0|\mathbf{x}_T)} &= \frac{v_T^*(\mathbf{x}_T; 1) - v_T^*(\mathbf{x}_T; 0)}{\sigma} \\ &= \frac{v_T(\mathbf{x}_T; 1) - v_T(\mathbf{x}_T; 0)}{\sigma} + \frac{\Delta_T(1; \mathbf{x}_T) - \Delta_T(0; \mathbf{x}_T)}{\sigma} \\ &= \ln \frac{p_T(1|\mathbf{x}_T)}{p_T(0|\mathbf{x}_T)} + \frac{\Delta_T(1; \mathbf{x}_T) - \Delta_T(0; \mathbf{x}_T)}{\sigma} \end{aligned}$$

9 一致推定量が得られる限り，ここではノンパラメトリック回帰の具体的な手法は特に限定しない．

したがって  $\sigma$  が既知なら  $p_T(\cdot|\cdot)$  と  $\Delta_T(\cdot;\cdot)$  のみから  $p_T^*(\cdot|\cdot)$  は求まる．さらに  $\beta$  も既知なら  $p_T^*(\cdot|\cdot)$  を所与として  $\{p_t^*(\cdot|\cdot)\}$  は逆順で逐次的に求まる．

**定理 1** 時点  $t = 0, \dots, T-1$  において, 任意の  $\mathbf{x}_t$  と  $j = 0, 1$  について

$$\begin{aligned} \ln \frac{p_t^*(1|\mathbf{x}_t)}{p_t^*(0|\mathbf{x}_t)} &= \ln \frac{p_t(1|\mathbf{x}_t)}{p_t(0|\mathbf{x}_t)} + \frac{\Delta_t(1;\mathbf{x}_t) - \Delta_t(0;\mathbf{x}_t)}{\sigma} \\ &\quad + \sum_{s=1}^{T-t} \beta^s \mathbb{E} \left( \frac{\Delta_{t+s}(j;\mathbf{x}_{t+s})}{\sigma} - \ln \frac{p_{t+s}^*(j|\mathbf{x}_{t+s})}{p_{t+s}(j|\mathbf{x}_{t+s})} \middle| \mathbf{x}_t; d_t = 1 \right) \\ &\quad - \sum_{s=1}^{T-t} \beta^s \mathbb{E} \left( \frac{\Delta_{t+s}(0;\mathbf{x}_{t+s})}{\sigma} \middle| \mathbf{x}_t; d_t = 0 \right) \end{aligned}$$

**証明** 村澤 (2024) を参照. □

定理より  $(\beta, \sigma)$  が既知なら  $\{p_t(\cdot|\cdot)\}$  と  $\{\Delta_t(\cdot;\cdot)\}$  のみから  $\{p_t^*(\cdot|\cdot)\}$  は識別できる．すなわち  $\{u_t(\cdot;\cdot)\}$  の識別は不要である．なお停止時の効用関数の変化  $\Delta_t(0;\cdot)$  が状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  に依存しない場合, 定理は少し単純化できる<sup>10</sup>．特に  $\Delta_t(0;\cdot) = 0$  なら時点  $t = 0, \dots, T-1$  において, 任意の  $\mathbf{x}_t$  について

$$\begin{aligned} \ln \frac{p_t^*(1|\mathbf{x}_t)}{p_t^*(0|\mathbf{x}_t)} &= \ln \frac{p_t(1|\mathbf{x}_t)}{p_t(0|\mathbf{x}_t)} + \frac{\Delta_t(1;\mathbf{x}_t)}{\sigma} \\ &\quad - \sum_{s=1}^{T-t} \beta^s (\mathbb{E}(\ln p_{t+s}^*(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1) - \mathbb{E}(\ln p_{t+s}(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)) \end{aligned} \tag{16}$$

上式の  $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+s}(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  と  $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+s}^*(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  の計算は, 状態  $\mathbf{x}_t$  から  $\mathbf{x}_{t+s}$  への経路の数が  $s$  の指数関数で増えるため,  $s$  が大きいと直接的な計算が困難になる．この「次元の呪い」は逐次計算で回避できる．

**定理 2** 時点  $t = 0, \dots, T-2$  において, 任意の  $\mathbf{x}_t$  と  $s = 2, \dots, T-t$  について

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}(\ln p_{t+s}(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1) \\ &= \int \mathbb{E}(\ln p_{t+s}(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_{t+1}; d_{t+1} = 1) p_{t+1}(1|\mathbf{x}_{t+1}) dF_{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t; d_t = 1) \end{aligned}$$

**証明** 村澤 (2024) を参照. □

定理より  $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+1}(0|\mathbf{x}_{t+1})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  から  $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+2}(0|\mathbf{x}_{t+2})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  を計算できる．これを繰り返して  $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+s}(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  を逐次的に計算する． $\{\mathbb{E}(\ln p_{t+s}^*(0|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  も同様に計算できる．

<sup>10</sup> 例えば在学中の学費補助による退学後の（分析者から見た）期待生涯所得の変化が在学中の成績に依存しない場合が該当する．

将来の継続確率の計算には次の系が有用である.

**系 1** 時点  $t = 0, \dots, T - 2$  において, 任意の  $\mathbf{x}_t$  と  $s = 2, \dots, T - t$  について

$$\begin{aligned} & E(p_{t+s}(1|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1) \\ &= \int E(p_{t+s}(1|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_{t+1}; d_{t+1} = 1)p_{t+1}(1|\mathbf{x}_{t+1}) dF_{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t; d_t = 1) \end{aligned}$$

**証明** 村澤 (2024) を参照. □

系より  $\{E(p_{t+1}(1|\mathbf{x}_{t+1})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  から  $\{E(p_{t+2}(1|\mathbf{x}_{t+2})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  を計算できる. これを繰り返して  $\{E(p_{t+s}(1|\mathbf{x}_{t+s})|\mathbf{x}_t; d_t = 1)\}$  を逐次的に計算する. ここで  $t = 0$  とすれば  $\{E(p_s(1|\mathbf{x}_s)|\mathbf{x}_0)\}$  が得られるが, これは逐次期待値の法則より  $\{E(d_s|\mathbf{x}_0)\}$  すなわち時点 0 で見た将来の継続確率に等しい. 反実仮定の継続確率も同様に計算できる.

### 3.3 状態遷移確率分布の一時的な変化

効用関数の一時的な変化の場合と異なり, 状態遷移確率分布の一時的な変化の反実仮定 CCP の識別は, 短期パネルだと特に難しい. 詳細は村澤 (2024) を参照.

## 4 学費補助の反実仮定分析

### 4.1 使用データ

某大学某学部 2016 年 4 月入学者 (男子 301 名・女子 101 名) の入学後 4 年間の成績データを用いて大学中退の逐次意思決定モデルに基づく学費補助の反実仮定分析を試みる. 分析の単純化のため休学の意思決定は考慮せず, 休学者は休学期間中の修得単位数が 0 の在学者として扱う. 留学のために休学した学生が留学先で修得した単位の読み替えを希望する場合は, 帰国後に申請して認められれば翌学期 (復学した学期) の修得単位となる. 4 年次終了時の卒業 / 留年 (卒業延期を含む) / 退学の意思決定は本稿では扱わない. 4 年次終了時点での中途退学者数は男子 12 名・女子 2 名, 卒業者数は男子 242 名・女子 94 名, 留年者数は男子 47 名・女子 5 名であった (表 2).

表 2: 某大学某学部 2016 年 4 月入学者の 2020 年 3 月末時点の中途退学・卒業・留年状況

	入学者数	退学者数	卒業者数	留年者数	退学 / 入学	卒業 / 入学	留年 / 入学
男	301	12	242	47	.040	.804	.156
女	101	2	94	5	.020	.931	.050
計	402	14	336	52	.035	.836	.129

注) 退学は復籍していない除籍者を含む.

分析者が観測する状態変数は、簡単化のため以下の2変数のみとする。

**超過累積修得単位数** 累積修得単位数は卒業の可能性の判断に役立つ。某大学某学部には1～3年次留年・飛び級・早期卒業制度はなく、全員が4年次まで毎年進級できる。卒業必要単位数は128単位である。分析の単純化のため単位数以外の卒業要件（必修科目等）は考慮しない。なお1年次は通年32単位、2年次以降は通年48単位の登録単位制限があるが、制限の対象外の科目もあり、制限を超えた単位数を修得する学生も珍しくない。1学期当たり16単位修得すれば8学期で128単位となるので、第 $t$ 期の累積修得単位数を $N_t$ として超過累積修得単位数を $N_t^* := N_t - 16t$ と定義する。

**GPA** GPAは大学での勉強に対する適性の判断に役立つ。某大学では成績評価の「秀」を4点、「優」を3点、「良」を2点、「可」を1点、「不可」を0点としてGPAを定めている。定期試験を欠席した科目は2018年度までGPA算出の対象外であったが、2019年度から「不可」扱いとなった。なお履修登録数が0だとGPAは定義できず欠損値となるが、以下では便宜的に履修登録数が0ならGPAは0とする。

表3は使用する成績データの要約統計量である。特徴は以下の通りである。

1. 男子は1年次後期から各学期で退学者（＝欠損数の増分）が発生しているが、女子は4年間で2名のみである。
2. 男女とも4年次は修得単位数が少なくGPAも低い。これは卒業必要単位数を超えて履修する学生が少ないためである。また定期試験を欠席した科目が2019年度から「不可」扱いとなり、GPAの低下を防ぐために履修科目を絞った可能性もある。
3. 1～3年次は前期より後期の方が修得単位数が多い。これは通年科目の単位認定が後期に行われるためである（某大学では1・2年次の語学科目に通年科目が多く、某学部では3年次ゼミのみ通年科目）。
4. 修得単位数・GPAの平均は男子より女子の方が高く、標準偏差は男子より女子の方が小さい。

男女の異質性より男女別の分析が望ましいが、女子の退学者数が4年間で2名と少ないため、以下では分析対象を男子に限定する。

表 3: 成績データの要約統計量

(a) 男

変数	学期	観測数	欠損数	平均	標準偏差	最小値	Q1	Q2	Q3	最大値
修得単位数	1	301	—	15.5	3.9	0	15	17	17	22
	2	298	3	20.1	5.8	0	19	21	23	30
	3	297	4	16.3	6.6	0	12	16	20	34
	4	296	5	20.6	7.9	0	16	22	26	40
	5	294	7	19.1	6.7	0	16	20	22.8	36
	6	291	10	21.0	7.4	0	18	22	26	54
	7	290	11	7.7	7.1	0	2	6	12	32
	8	289	12	5.1	7.1	0	0	2	8	30
GPA	1	301	—	2.35	.80	.00	1.89	2.47	2.93	4.00
	2	298	3	2.24	.84	.00	1.72	2.38	2.86	3.86
	3	297	4	1.79	.81	.00	1.22	1.83	2.38	3.64
	4	296	5	2.09	.81	.00	1.57	2.17	2.68	4.00
	5	294	7	2.03	.85	.00	1.50	2.00	2.58	3.78
	6	291	10	2.17	.78	.00	1.72	2.25	2.69	4.00
	7	290	11	1.24	1.01	.00	.21	1.17	2.00	4.00
	8	289	12	1.14	1.26	.00	.00	.90	2.00	4.00

(b) 女

変数	学期	観測数	欠損数	平均	標準偏差	最小値	Q1	Q2	Q3	最大値
修得単位数	1	101	—	16.6	2.6	5	15	17	19	21
	2	101	0	21.8	4.4	0	21	23	25	29
	3	100	1	16.8	5.9	0	14	17.5	20	36
	4	100	1	23.8	6.1	6	20	24	28	40
	5	100	1	19.6	5.9	0	16	20	22	32
	6	100	1	22.9	6.3	0	20	23	26	50
	7	99	2	6.7	7.0	0	0	4	10	26
	8	99	2	3.6	6.2	0	0	0	4	25
GPA	1	101	—	2.60	.62	.85	2.27	2.60	3.00	3.92
	2	101	0	2.63	.70	.00	2.28	2.65	3.08	3.91
	3	100	1	2.13	.77	.00	1.57	2.12	2.72	3.83
	4	100	1	2.51	.65	1.00	2.00	2.54	3.00	3.92
	5	100	1	2.28	.85	.00	1.67	2.32	2.89	3.75
	6	100	1	2.47	.72	.00	2.00	2.54	3.00	3.75
	7	99	2	1.36	1.23	.00	.00	1.40	2.28	4.00
	8	99	2	1.19	1.51	.00	.00	.00	2.00	4.00

## 4.2 モデルの定式化

観測期間は第 1～8 期（1 年次前期～4 年次後期）の 8 期間とし、留年者の第 9 期以降の選択・状態は観測しない（短期パネル）。すなわち  $T := 8$  とする。第 1 期の期首の退学者は入学者に含まれないので、第 2～8 期の在学／退学的意思決定を考える。

学生  $i$  の第  $t$  期の修得単位数を  $n_{i,t}$ , 累積修得単位数を  $N_{i,t}$ , GPA を  $g_{i,t}^*$  とする. 1 学期あたり 16 単位修得すれば 8 学期で 128 単位となるので, 超過累積修得単位数を  $N_{i,t}^* := N_{i,t} - 16t$  と定義する. 分析の単純化のため  $g_{i,t}^*$  を 4 つの水準に離散化し, その変数を  $g_{i,t}$  とする. すなわち

$$g_{i,t} := \begin{cases} 1 & \text{if } g_{i,t}^* \in [0, 1) \\ 2 & \text{if } g_{i,t}^* \in [1, 2) \\ 3 & \text{if } g_{i,t}^* \in [2, 3) \\ 4 & \text{if } g_{i,t}^* \in [3, 4] \end{cases}$$

学生  $i$  の第  $t$  期の期首の選択 (在学ダミー) を  $d_{i,t}$ , 状態ベクトルを  $\mathbf{x}_{i,t} := (N_{i,t-1}^*, g_{i,t-1})'$  とする.

単純化のため  $n_{i,t}$  は  $g_{i,t}$  のみ,  $g_{i,t}$  は  $g_{i,t-1}$  のみに依存すると仮定する. したがって在学中の状態遷移確率分布は, 確率の乗法定理より, 任意の  $N^*$  と  $g = 1, \dots, 4$  について

$$\begin{aligned} \Pr [N_{i,t}^* = N^*, g_{i,t} = g | N_{i,t-1}^*, g_{i,t-1}] \\ &= \Pr [N_{i,t}^* = N^* | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}^*, g_{i,t-1}] \Pr [g_{i,t} = g | N_{i,t-1}^*, g_{i,t-1}] \\ &= \Pr [N_{i,t}^* = N^* | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}^*] \Pr [g_{i,t} = g | g_{i,t-1}] \end{aligned} \quad (17)$$

ただし

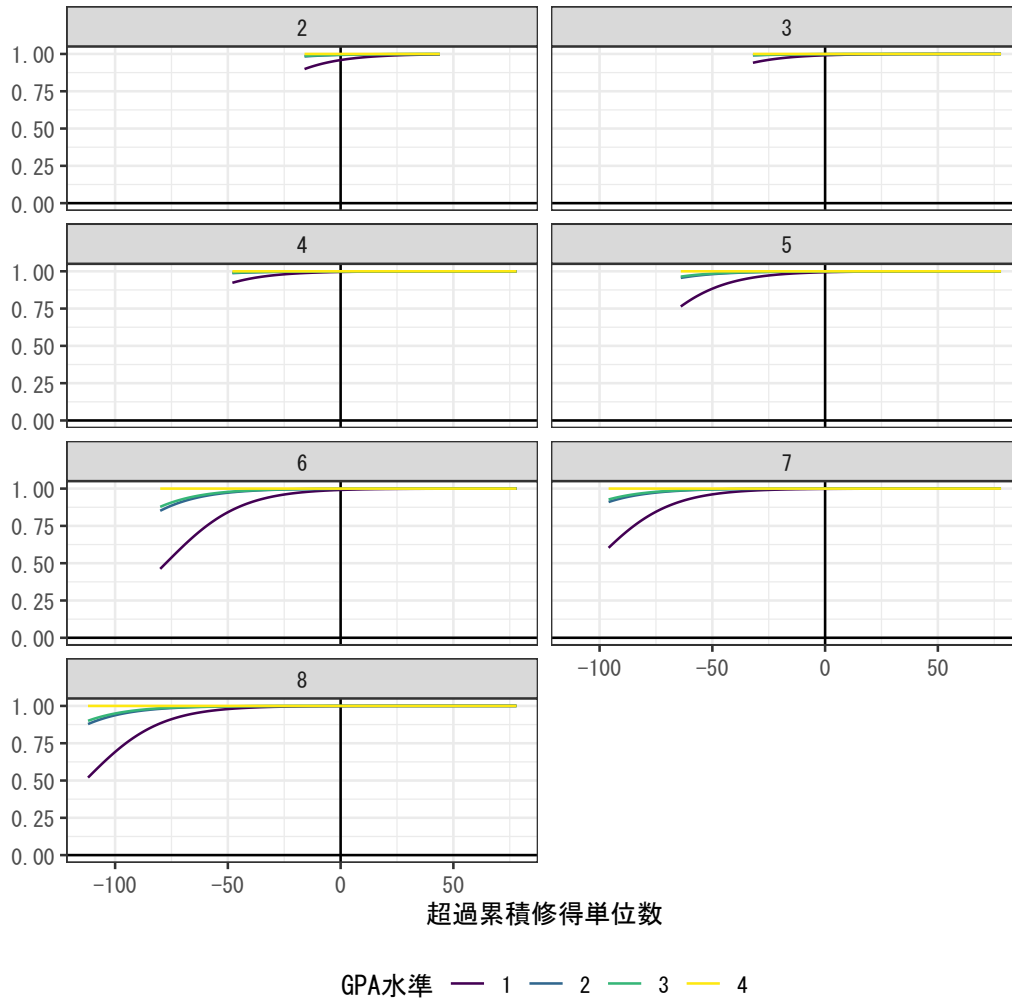
$$\begin{aligned} \Pr [N_{i,t}^* = N^* | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}^*] &= \Pr [N_{i,t} - 16t = N^* | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}] \\ &= \Pr [N_{i,t-1} + n_{i,t} - 16t = N^* | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}] \\ &= \Pr [n_{i,t} = N^* + 16t - N_{i,t-1} | g_{i,t} = g, N_{i,t-1}] \end{aligned} \quad (18)$$

### 4.3 CCP 関数

まず第 2～8 期の誘導形の在学確率関数を推定する (第 1 期の退学は存在しない). 一般化加法モデルによる柔軟な定式化も試みたが, 単純な 2 値ロジット・モデルと結果が大きく変わらないため, 学期・GPA 水準のダミー変数と超過累積修得単位数を説明変数とした 2 値ロジット・モデルを採用する.

図 1 は推定した在学確率関数の学期・GPA 水準別のプロットである. 超過累積修得単位数が正なら在学確率は 1 に近い. 各学期の修得単位数が 0 だと超過累積修得単位数は 16 単位ずつ減少する. 修得単位数 0 が続くと在学確率が低下する傾向が, 特に 3 年次以降で GPA 水準が 1 のグループに顕著である. ただし累積修得単位数が 0 でも在学確率は 0 にならない. 実際に累積修得単位数が 0 でもすぐに退学しない例は珍しくない. これは成績が向上すれば留年の価値が高まること, 休学制度の存在, 保護者の意向などが理由として考えられる.

図 1: 学期・GPA 水準別の在学確率関数



#### 4.4 状態遷移確率分布

状態遷移確率分布は学期別の経験分布でノンパラメトリックに推定する．表 4 は学期別の GPA 水準の遷移確率行列，すなわち  $\{f_t(g_{i,t}|g_{i,t-1})\}$  のノンパラメトリック推定値である．4 年次を除いて GPA 水準の大幅な階層移動は少なく，GPA が大学での勉強に対する適性を反映していると解釈できる．

図 2 は学期・GPA 水準別の修得単位数の度数多角形（相対度数），すなわち  $\{f_t(n_{i,t}|g_{i,t})\}$  のノンパラメトリック推定値である．GPA が低いと修得単位数が少ない傾向が読み取れる．



表 4: 学期別の GPA 水準の遷移確率行列

年次	GPA	前期					後期				
		1	2	3	4	計	1	2	3	4	計
1	1	.08	.22	.51	.20	1.00	.67	.29	.05	.00	1.00
	2						.14	.60	.26	.00	1.00
	3						.01	.22	.66	.12	1.00
	4						.00	.00	.42	.58	1.00
2	1	.71	.21	.08	.00	1.00	.36	.42	.22	.00	1.00
	2	.37	.58	.05	.00	1.00	.06	.48	.43	.02	1.00
	3	.10	.47	.41	.03	1.00	.01	.17	.62	.20	1.00
	4	.00	.17	.58	.25	1.00	.06	.06	.47	.41	1.00
3	1	.41	.41	.17	.00	1.00	.35	.47	.15	.03	1.00
	2	.18	.52	.27	.02	1.00	.09	.51	.38	.02	1.00
	3	.05	.32	.56	.08	1.00	.01	.16	.74	.09	1.00
	4	.00	.10	.34	.55	1.00	.00	.00	.31	.69	1.00
4	1	.64	.36	.00	.00	1.00	.61	.22	.09	.08	1.00
	2	.41	.45	.14	.00	1.00	.40	.42	.13	.05	1.00
	3	.41	.31	.24	.04	1.00	.56	.15	.17	.12	1.00
	4	.70	.06	.15	.09	1.00	.44	.00	.11	.44	1.00

## 4.5 反実仮想分析

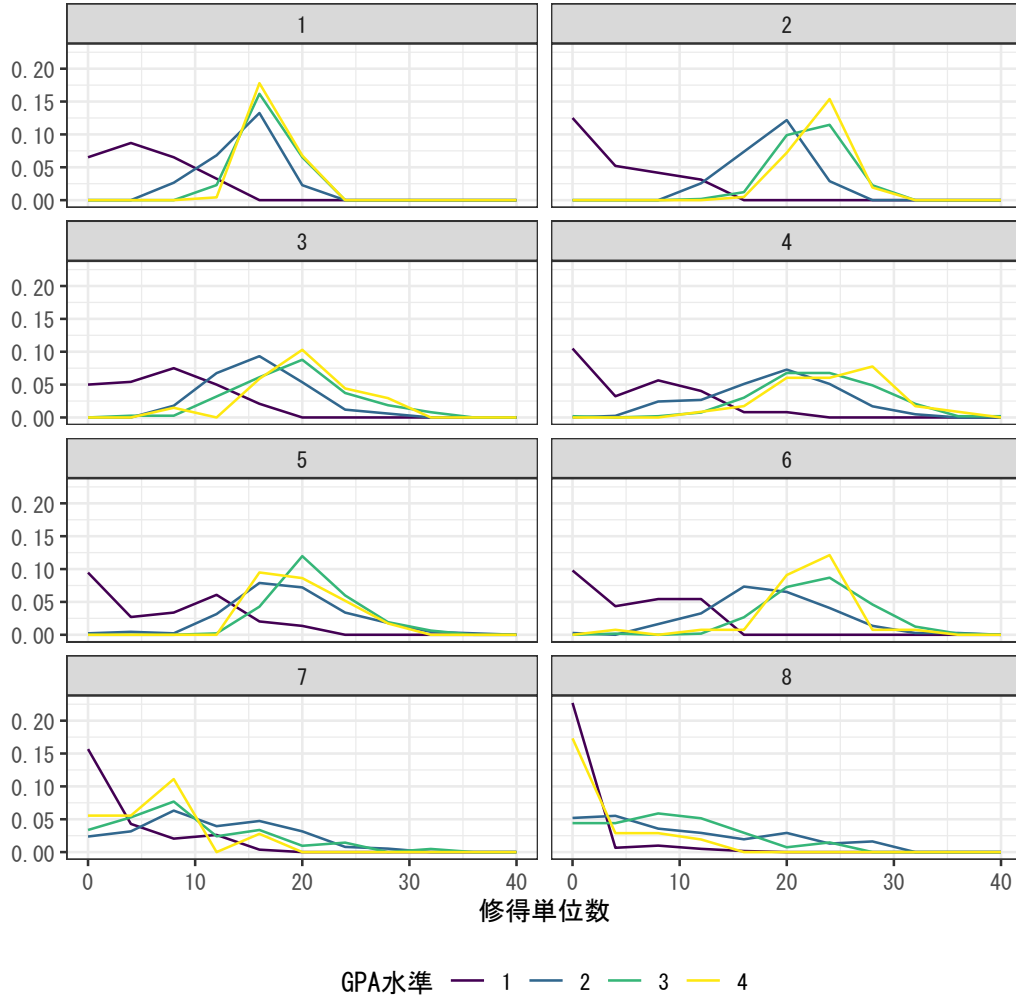
最後に某大学某学部 2016 年 4 月入学者の男子について、入学後 4 年間の在学者への学費補助（または授業料減免）が中退確率を引き下げる処置効果を試算する。本稿は効用を金額で測るので、4 年間の学費補助は効用関数の一時的な変化と解釈できる。したがって反実仮想 CCP の識別に効用関数の識別は不要である（3.2 節を参照）。すなわち誘導形の CCP 関数（在学確率関数）と状態遷移確率分布を推定すれば、割引因子  $\beta$  と効用の分布の尺度母数  $\sigma$  を所与として、効用関数を推定せずに以下の反実仮想分析を実行できる。ただし小標本で中退者が少ないと誘導形の CCP 関数の推定精度が低い点は注意を要する。

仮に  $\beta = 1$ ,  $\sigma = 20$  (万円) とする<sup>11</sup>。毎学期 10 万円の学費補助を想定し、式 (16) より反実仮想の在学確率関数を計算して図 1 の在学確率関数と比較する。図 3 は学費補助が在学確率関数を引き上げる処置効果である。もともと在学確率が 1 の状態での処置効果は当然 0 である。また在学の直接的な効用が大きくない限り、卒業して大卒プレミアムを得る見込みがなければ在学確率は 0 であり、学費補助は成績に影響しないので処置効果も 0 と考えられる。しかし累積修得単位数が 0 でも図 1 の在学確率は 0 でなく、GPA 水準が 1 なら図 3 の処置効果は大きい。

図 4 は  $\beta = .95, 1$  と  $\sigma = 20, 100$  の計 4 つの組み合わせについて、毎学期 10 万円の学費

11 ロジスティック分布の  $3\sigma$  区間の確率は約 90% なので ( $\Lambda(3) - \Lambda(-3) \approx 0.9051483$ )、状態変数（成績）で説明されない 1 学期当たりの在学の効用の分布の約 90% が  $3\sigma$  区間 ( $\sigma = 20$  万円なら 120 万円の範囲) に収まると解釈できる。

図 2: 学期・GPA 水準別の修得単位数の度数多角形（相対度数）

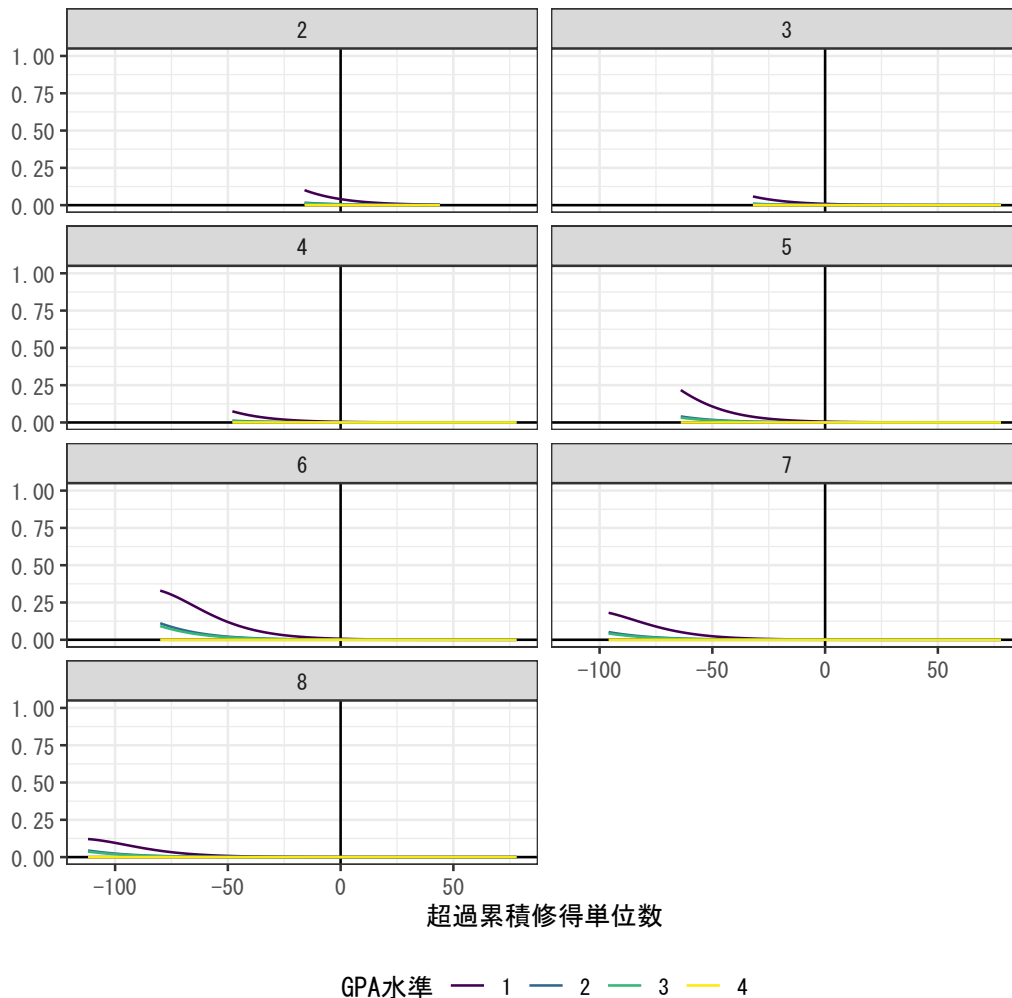


補助が累積中退確率を引き下げる処置効果を比較している<sup>12,13</sup>。  $\beta$  が大きいと将来の学費補助の割引現在価値は大きくなるが、観測値を所与として  $\beta$  の上昇は在学の直接的な効用の低下で相殺されるため、  $\beta \in [.95, 1]$  の範囲で処置効果の点推定値の差は小さい。  $\sigma$  が大きいと効用に占める誤差（観測されない状態）の割合が大きくなり、学費補助の処置効果

12 ブートストラップ信頼区間の計算には R の `boot` パッケージを使用した。  $B$  回のブートストラップによる  $\alpha$  分位点の自然な推定量はブートストラップ標本の第  $(B+1)\alpha$  順序統計量なので、  $B$  を 100 でなく 99 としている。 Davison and Hinkley (1997, pp. 18–19) を参照。 有意水準 5% の片側検定の結果が読み取れるように 90% 信頼区間を掲載した。

13 統計量  $T$  のブートストラップ標本の標本  $\alpha$  分位点を  $\hat{t}_\alpha^*$  とすると、 90% ブートストラップ信頼区間は  $[2T - \hat{t}_{.95}^*, 2T - \hat{t}_{.05}^*]$  なので、  $T \in (-1, 0)$  の制約があっても  $\hat{t}_{.05}^* < 2T$  なら信頼区間の上限は正になる。  $-T$  をロジット変換して求めた信頼区間を逆変換した信頼区間は制約を満たすが、  $-\hat{t}_{.95}^* \approx 0$  のロジット変換が  $-\infty$  に近いと信頼区間の下限は  $-1$  に近くなる。

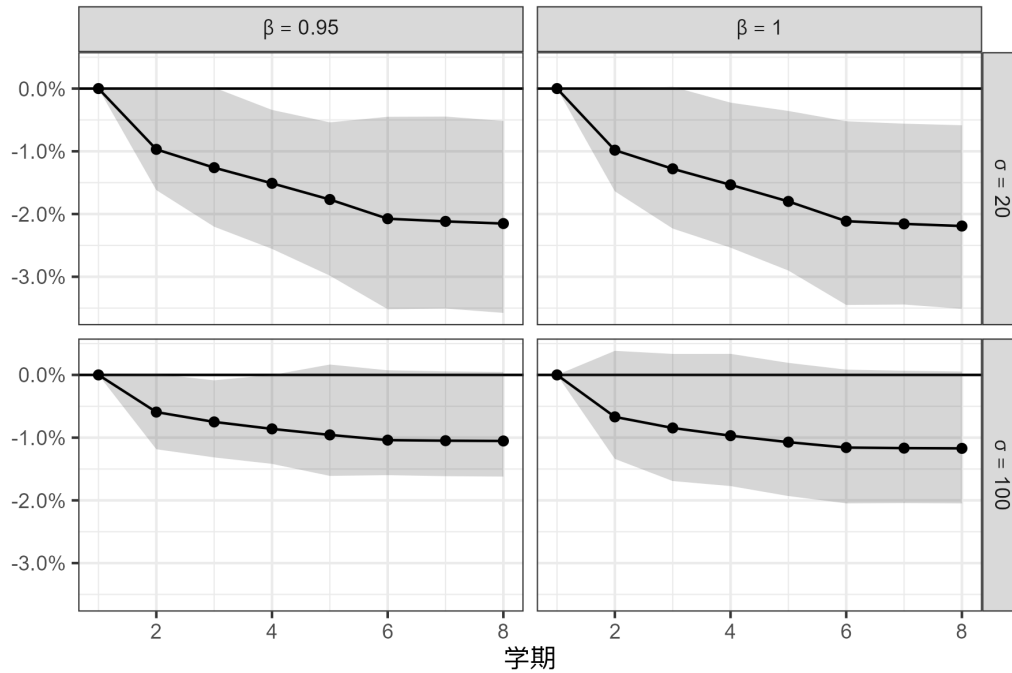
図 3: 毎学期 10 万円の学費補助が在学確率関数を引き上げる処置効果



は小さくなる<sup>14</sup>。より効果の大きい  $\sigma = 20$  のケースで 4 年間の累積中退確率は約 2.2%低下する。ただし学費補助は成績に影響しないので、4 年間の累積中退確率の低下は必ずしも卒業確率の上昇を意味しない。入学者が 100 人なら 4 年間の学費補助の総額は最大 8000 万円（退学者 0 の場合）、退学者が 2.2 人減ると授業料が 1 学期 50 万円なら 4 年間の授業料収入の増加は最大 770 万円（1 年次後期の退学を防いだ場合）である。したがって毎学期 10 万円の学費補助は、卒業できる学生の利益にはなるが、そうでない学生の退学を遅らせるだけで、大学の利益にもならない可能性が高い。

14 反実仮想 CCP は補助額 ÷ 尺度母数で決まるので、 $\sigma = 100$  で毎学期 10 万円の学費補助の反実仮想は  $\sigma = 20$  で毎学期 2 万円の学費補助の反実仮想とも解釈できる。

図 4: 毎学期 10 万円の学費補助が累積中退確率を引き下げる処置効果：割引因子・尺度母数の値別の比較（点推定値と 99 回のブートストラップで求めた 90%ブートストラップ信頼区間）



## 5 おわりに

本稿では大学中退行動を最適停止問題として定式化し，某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データを用いて，構造モデルに基づく反実仮想シミュレーションにより学費補助が中退確率を引き下げる処置効果を計測した．本稿と同様に特定の大学・学部の学生の在学／退学的意思決定を分析した Stinebrickner and Stinebrickner (2014) は，各学生の主観的な期待を学期毎にアンケート調査して分析に用いている．本稿は合理的期待を仮定する標準的な分析手法を採用したが，Arcidiacono and Miller (2020) に倣い，構造母数を推定せずに反実仮想分析を行った点が独自の工夫である．

モデルの構造より学費補助（または授業料減免）は退学的意思決定を遅らせる効果を持つ．学費補助は成績に直接的に影響しないため，入学後 4 年間の退学の減少は卒業でなく留年の増加を意味する．そのため入学後 4 年間の中退率が低下しても卒業率は必ずしも上昇せず，補助なしでも卒業する学生が最大の利益を得る．この種の結論は経済学では珍しくない．アメリカの白人男性のキャリア選択の意思決定モデルを構造推定した Keane and

Wolpin (1997) も、大学在学時の学費補助は大学進学率・卒業率を上昇させるが、補助なしでも進学・卒業する層が最大の利益を得ることを反実仮想分析で示している。両分析とも借入制約を無視しているが、借入制約に直面する学生の個別の支援は別の問題であろう。

なお本稿の目的は他大学・学部一般に一般化できる結論を得ることではない。男女に限らず大学・学部の入試難易度や分野でも学生の中退率は大きく異なる（表 1）。したがって入学者をプールした分析より大学・学部別の分析結果の比較の方が興味深い。同じモデルに基づく反実仮想分析を異なるデータで比較すれば、中退率の格差の根本的な要因を特定できる。ただし一般に他大学の学生の成績データの入手は困難なので、大学間の比較では同じモデルを各大学が別々に分析する必要がある。構造モデルの推定は必ずしも容易でないため、本稿の単純な大学中退モデルと簡便な分析手法は、そのような比較のベンチマークとして有用である。大学における IR の必要性から大学教員なら自分の大学・学部の学生のデータは容易に入手できる。合理的な中退は学生よりむしろ大学にとって不利益が大きい。また入学定員制度の下で入学時のミスマッチは社会的に非効率である。誘導形モデルによる中退予測の研究は既に広く行われており、構造モデルによる中退防止策の反実仮想分析の研究の活発化も今後は期待したい。

## 参考文献

- 伊神満 (2018), 『「イノベーターのジレンマ」の経済学的解明』日経 BP.
- 下瀬川陽 (2015), 「大学・短大中退が正社員就業と獲得賃金に与える効果の検討」『社会学年報』第 44 巻, 71–81 頁.
- 北條雅一 (2018), 「学歴収益率についての研究の現状と課題」『日本労働研究雑誌』第 694 号, 29–38 頁, 5 月.
- 読売新聞教育ネットワーク事務局 (2018), 『大学の実力 2019』中央公論新社.
- 労働政策研究・研修機構 (2023), 『ユースフル労働統計 2023』労働政策研究・研修機構.
- 村澤康友 (2024), 「大学中退の逐次意思決定モデルの構造推定」Technical Report 121262, MPRA Paper, URL: <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/121262/>.
- Arcidiacono, Peter and Paul B. Ellickson (2011). “Practical Methods for Estimation of Dynamic Discrete Choice Models.” *Annual Review of Economics*, 3, 363–394.
- Arcidiacono, Peter and Robert A. Miller (2020). “Identifying Dynamic Discrete Choice Models off Short Panels.” *Journal of Econometrics*, 215, 473–485.
- Davison, A. C. and D. V. Hinkley (1997). *Bootstrap Methods and Their Application*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Keane, Michael P. and Kenneth I. Wolpin (1997). “The Career Decisions of Young Men.” *Journal of Political Economy*, 105, 473–522.
- Manski, Charles F. (1989). “Schooling As Experimentation: A Reappraisal of the Postsec-

ondary Dropout Phenomenon.” *Economics of Education Review*, 8, 305–312.

Stange, Kevin M. (2012). “An Empirical Investigation of the Option Value of College Enrollment.” *American Economic Journal: Applied Economics*, 4, 49–84.

Stinebrickner, Ralph and Todd Stinebrickner (2014). “Academic Performance and College Dropout: Using Longitudinal Expectations Data to Estimate a Learning Model.” *Journal of Labor Economics*, 32, 601–644.