計量経済 II：復習テスト 14

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2023 年 1 月 17 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない．正答に修正した上で，復習テスト 9〜14 を（左上で）ホチキス止めし，定期試験実施日（1 月 24 日の予定）にまとめて提出すること．

1. $\{x_t\}, \{y_t\}$ を I(0) とする．$\{x_t\}$ を所与とした $\{y_t\}$ の p 次の分布ラグモデルは，任意の t について

$$y_t = \alpha + \beta(\mathrm{L})x_t + u_t$$

ただし $\beta(\mathrm{L}) := \beta_0 + \beta_1\mathrm{L} + \cdots + \beta_p\mathrm{L}^p$ で $\{u_t\}$ は平均 0 の I(0).

(a) ラグ多項式を使わずに分布ラグモデルを書きなさい.

(b) 2 次のアーモン・ラグを定義しなさい.

(c) 2 次のアーモン・ラグをもつ p 次の分布ラグモデルが次のように書けることを示しなさい.

$$y_t = \alpha + \gamma_0 \sum_{s=0}^{p} x_{t-s} + \gamma_1 \sum_{s=1}^{p} s x_{t-s} + \gamma_2 \sum_{s=1}^{p} s^2 x_{t-s} + u_t$$

2. $\{y_t\}$ を四半期系列，$\{x_t\}$ を月次系列とする．時点 t までの $\{x_t\}$ の観測値を $\boldsymbol{X}_t$ とすると，y_t の $\boldsymbol{X}_t$ 上への p 次の MIDAS 回帰モデルは，任意の t について

$$\mathrm{E}(y_t|\boldsymbol{X}_t) = \alpha + \beta w\left(\mathrm{L}^{1/3}\right) x_t$$

ただし $w\left(\mathrm{L}^{1/3}\right) := w_0 + w_1 \mathrm{L}^{1/3} + \cdots + w_p \mathrm{L}^{p/3}$.

(a) ラグ多項式を使わずに MIDAS 回帰モデルを書きなさい.

(b) 2 次の正規化指数アーモン・ラグを定義しなさい.

(c) 2 次の正規化指数アーモン・ラグをもつ p 次の MIDAS 回帰モデルを書きなさい.

解答例

1. （a）分布ラグモデルは，任意の t について

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \left(\beta_0 + \beta_1 \mathrm{L} + \cdots + \beta_p \mathrm{L}^p\right) x_t + u_t \\ &= \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 \mathrm{L} x_t + \cdots + \beta_p \mathrm{L}^p x_t + u_t \\ &= \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \cdots + \beta_p x_{t-p} + u_t \end{aligned}$$

（b）2 次のアーモン・ラグは，$s = 0, \ldots, p$ について

$$\beta_s := \gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2$$

（c）代入して整理すると，任意の t について

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \gamma_0 x_t + (\gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2) x_{t-1} + \cdots + \left(\gamma_0 + \gamma_1 p + \gamma_2 p^2\right) x_{t-p} + u_t \\ &= \alpha + \gamma_0 \sum_{s=0}^{p} x_{t-s} + \gamma_1 \sum_{s=1}^{p} s x_{t-s} + \gamma_2 \sum_{s=1}^{p} s^2 x_{t-s} + u_t \end{aligned}$$

2. （a）MIDAS 回帰モデルは，任意の t について

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(y_t | \boldsymbol{X}_t) &= \alpha + \beta \left(w_0 + w_{1/3} \mathrm{L}^{1/3} + \cdots + w_{p/3} \mathrm{L}^{p/3}\right) x_t \\ &= \alpha + \beta \left(w_0 x_t + w_1 \mathrm{L}^{1/3} x_t + \cdots + w_p \mathrm{L}^{p/3} x_t\right) \\ &= \alpha + \beta \left(w_0 x_t + w_1 x_{t-1/3} + \cdots + w_p x_{t-p/3}\right) \end{aligned}$$

（b）2 次の正規化指数アーモン・ラグは，$s = 0, \ldots, p$ について

$$w_s := \frac{\exp\left(s\gamma_1 + s^2\gamma_2\right)}{1 + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) + \cdots + \exp(p\gamma_1 + p^2\gamma_2)}$$

（c）代入すると，任意の t について

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}(y_t | \boldsymbol{X}_t) \\ &= \alpha + \beta \frac{x_t + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) x_{t-1/3} + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) x_{t-2/3} + \cdots + \exp\left(p\gamma_1 + p^2\gamma_2\right) x_{t-p/3}}{1 + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) + \cdots + \exp(p\gamma_1 + p^2\gamma_2)} \end{aligned}$$