

中級統計学：第 1 回中間試験

村澤 康友

2025 年 10 月 24 日

注意：3 問とも解答すること。結果より思考過程を重視するので、途中計算等も必ず書くこと（部分点は大きいに与えるが、結果のみの解答は 0 点とする）。教科書のみ参照してよい（他の講義資料・ノートは持込不可）。

1. (20 点) 以下で定義される統計学の専門用語をそれぞれ書きなさい。

- (a) 考察の対象全体
- (b) 変量の値から平均を引き、標準偏差で割る変換
- (c) 標本空間の部分集合
- (d) $E(X^k)$

2. (30 点) X は次の累積分布関数をもつ。

$$F_X(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x^2/25 & \text{for } 0 \leq x \leq 5 \\ 1 & \text{for } x > 5 \end{cases}$$

- (a) $\Pr[X \leq 1]$ を求めなさい。
 - (b) $\Pr[X > 2]$ を求めなさい。
 - (c) $\Pr[3 < X \leq 4]$ を求めなさい。
3. (50 点) 3 枚の（公正な）コインを投げて出た表の枚数を X とする。
- (a) X の確率質量関数を式とグラフで書きなさい。
 - (b) X の累積分布関数を式とグラフで書きなさい。
 - (c) $E(X)$ を求めなさい。
 - (d) $E(X^2)$ を求めなさい。
 - (e) $\text{var}(X)$ を求めなさい。

解答例

1. 確率・統計の基本用語

- (a) 母集団
- (b) 標準化
- (c) 事象
- (d) k 次の積率 (モーメント)

2. 1 変量連続分布の確率計算

(a)

$$\begin{aligned}\Pr[X \leq 1] &= F_X(1) \\ &= \frac{1}{25}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\Pr[X > 2] &= 1 - \Pr[X \leq 2] \\ &= 1 - F_X(2) \\ &= 1 - \frac{4}{25} \\ &= \frac{21}{25}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\Pr[3 < X \leq 4] &= \Pr[X \leq 4] - \Pr[X \leq 3] \\ &= F_X(4) - F_X(3) \\ &= \frac{16}{25} - \frac{9}{25} \\ &= \frac{7}{25}\end{aligned}$$

3. 1 変量離散分布

(a)

$$p_X(x) := \begin{cases} 3/8 & \text{for } x = 1, 2 \\ 1/8 & \text{for } x = 0, 3 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

グラフは省略.

- 式・グラフ各 5 点.

(b)

$$F_X(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1/8 & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 1/2 & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ 7/8 & \text{for } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{for } x \geq 3 \end{cases}$$

グラフは省略.

- 式・グラフ各 5 点.

(c)

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} \\ &= \frac{12}{8} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 0^2 \cdot \frac{1}{8} + 1^2 \cdot \frac{3}{8} + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot \frac{1}{8} \\ &= \frac{24}{8} \\ &= 3 \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= E(X^2) - E(X)^2 \\ &= 3 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= 3 - \frac{9}{4} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

- 分散の計算公式で 5 点.