中級統計学：復習テスト 2

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2025 年 9 月 30 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない．正答に修正した上で，復習テスト 1〜8 を順に重ねて左上でホチキス止めし，第 1 回中間試験実施日（10 月 24 日の予定）に提出すること．

1. （a）棒グラフとヒストグラム（柱状グラフ）の違いを説明しなさい．

（b）ヒストグラムと累積相対度数グラフの長所・短所を説明しなさい．

（c）（教科書 pp. 32–33 参照）データ $(1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 16, 20)$ の平均・中位数・最頻値を求めなさい．

（d）データ $(0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4)$ のローレンツ曲線を描きなさい．

2.（教科書 p. 38 参照）データを $(x_1, \ldots, x_n)$ とする．

（a）$y_i := a + bx_i$ と一次変換すると，

$$\mu_y = a + b\mu_x$$
$$\sigma_y^2 = b^2\sigma_x^2$$

となることを示しなさい．ただし μ_x, μ_y は平均，σ_x^2, σ_y^2 は分散を表す．

（b）上の結果を利用して，$z_i := (x_i - \mu_x)/\sigma_x$ と標準化すると，平均が 0，分散が 1 となることを示しなさい．（ヒント：$z_i = -\mu_x/\sigma_x + (1/\sigma_x)x_i$ と書ける．）

解答例

1. (a) 棒グラフは横軸が分類を表し，柱の高さで（相対）度数を表す．ヒストグラムは横軸が数値を表し，柱の面積で（相対）度数を表す．
   (b) ヒストグラム

   長所　度数の大小が把握しやすい．

   短所　適切な階級の取り方が難しい．

   累積相対度数グラフ

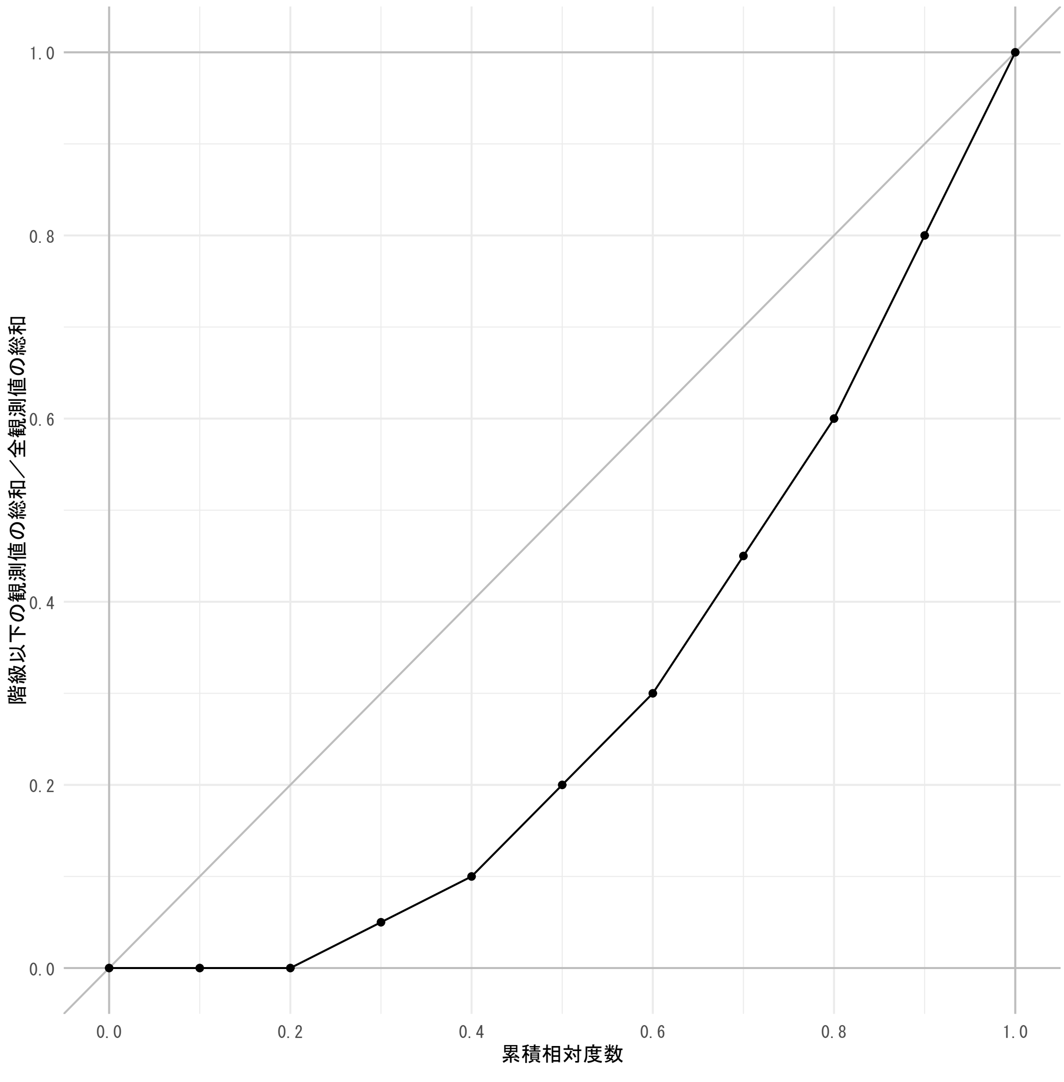
   長所　分位数を読み取るのに適しており，階級が細かいほど滑らかなグラフとなる．

   短所　度数の大小が把握しにくい．
   (c) 平均 5.4，中位数 2.5，最頻値 1

(d) ローレンツ曲線を $L(.)$ とすると

値	度数	累積度数	累積相対度数	観測値の和	観測値の累積和	$L(p)$
0	2	2	0.2	0	0	0.0
1	2	4	0.4	2	2	0.1
2	2	6	0.6	4	6	0.3
3	2	8	0.8	6	12	0.6
4	2	10	1.0	8	20	1.0

$L(.)$ を図示すると



2.（a）

$$
\begin{aligned}
\mu_y &:= \frac{y_1 + \cdots + y_n}{n} \\
&= \frac{(a + bx_1) + \cdots + (a + bx_n)}{n} \\
&= \frac{(a + \cdots + a) + (bx_1 + \cdots + bx_n)}{n} \\
&= \frac{na + b(x_1 + \cdots + x_n)}{n} \\
&= a + b\frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} \\
&= a + b\mu_x \\
\sigma_y^2 &:= \frac{(y_1 - \mu_y)^2 + \cdots + (y_n - \mu_y)^2}{n} \\
&= \frac{[(a + bx_1) - (a + b\mu_x)]^2 + \cdots + [(a + bx_n) - (a + b\mu_x)]^2}{n} \\
&= \frac{(bx_1 - b\mu_x)^2 + \cdots + (bx_n - b\mu_x)^2}{n} \\
&= \frac{[b(x_1 - \mu_x)]^2 + \cdots + [b(x_n - \mu_x)]^2}{n} \\
&= \frac{b^2(x_1 - \mu_x)^2 + \cdots + b^2(x_n - \mu_x)^2}{n} \\
&= b^2\frac{(x_1 - \mu_x)^2 + \cdots + (x_n - \mu_x)^2}{n} \\
&= b^2\sigma_x^2
\end{aligned}
$$

（b）$z_i := (x_i - \mu_x)/\sigma_x = -\mu_x/\sigma_x + (1/\sigma_x)x_i$ と書けるから，$a = -\mu_x/\sigma_x$，$b = 1/\sigma_x$ と置くと，

$$
\begin{aligned}
\mu_z &= a + b\mu_x \\
&= -\frac{\mu_x}{\sigma_x} + \frac{1}{\sigma_x}\mu_x \\
&= 0 \\
\sigma_z^2 &= b^2\sigma_x^2 \\
&= \left(\frac{1}{\sigma_x}\right)^2\sigma_x^2 \\
&= 1
\end{aligned}
$$