計量経済 II：期末試験

村澤 康友

2018 年 1 月 23 日

注意：3 問とも解答すること．結果より思考過程を重視するので，途中計算等も必ず書くこと（部分点は大いに与えるが，結果のみの解答は 0 点とする）．

1. （20 点）以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）．
   (a) （仮説の）採択 (b) t 検定 (c) 自由度修正済み決定係数 (d) （y_i と $(x_{i,1},\dots,x_{i,k})$ の）重相関係数
2. （30 点）$\mathrm{N}\left(\mu,\sigma^2\right)$ から抽出した大きさ n の無作為標本の標本平均を $\bar{X}$ とする．σ^2 を未知として次の両側検定問題を考える．
$$H_0:\mu=0 \quad \mathrm{vs} \quad H_1:\mu\neq 0$$
   有意水準を 5 %とする．
   （a）検定統計量を与えなさい．
   （b）検定統計量の H_0 の下での分布を導きなさい．
   （c）$n=20$ として検定の棄却域を定めなさい．
3. （50 点）ゴルトンは身長の遺伝を研究した．父親と息子の身長の無作為標本を $((x_1,y_1),\dots,(x_n,y_n))$ とする（単位はインチ）．$\ln y_i$ の $\ln x_i$ 上への単回帰モデルは
$$\mathrm{E}(\ln y_i|\ln x_i)=\alpha+\beta\ln x_i$$
   回帰分析の結果は以下の通りであった．

```
モデル 1: 最小二乗法 (OLS), 観測: 1-928
従属変数: l_child
                 係数        標準誤差
  -------------------------------
  const       1.49881     0.174995
  l_parent    0.644298    0.0414309
```

   β の OLS 推定量を b，その標準誤差を s とする．また $b\overset{a}{\sim}\mathrm{N}\left(\beta,s^2\right)$ とみなしてよい．
   （a）b の値は幾らか？ s の値は幾らか？
   （b）β の 95 %信頼区間を求めなさい．
   （c）β の t 値を求めなさい．
   （d）身長の遺伝の有無の検定問題を定式化しなさい（問題意識を踏まえること）．
   （e）有意水準 5 %の検定の棄却域を定め，検定を実行しなさい．

解答例

1. 統計学の基本用語
   (a) 仮説を偽とは言えないと判定すること.
   (b) t 統計量を用いる検定.
      - t 統計量の定義のみは 2 点.
   (c)
   $$\bar{R}^2 := 1 - \frac{\mathrm{RSS}/(n-k)}{\mathrm{TSS}/(n-1)}$$
   (d) y_i と回帰予測 $\hat{y}_i$ の相関係数.
2. 母平均の検定
   (a) 検定統計量は
   $$t := \frac{\bar{X}}{\sqrt{s^2/n}}$$
   ただし s^2 は標本分散.
      - 未知母数があると統計量でないので 0 点.
   (b) H_0 の下で
   $$t \sim \mathrm{t}(n-1)$$
   (c) H_0 の下で $t \sim \mathrm{t}(19)$ なので，t 分布表より
   $$\Pr[t \geq 2.093] = .025$$
   したがって棄却域は $(-\infty, -2.093] \cup [2.093, \infty)$.
3. 回帰分析
   (a) $b = .644298$，$s = .0414309$.
   (b) $b \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(\beta, s^2)$ より
   $$\frac{b-\beta}{s} \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$$
   したがって
   $$\Pr\left[-1.96 \leq \frac{b-\beta}{s} \leq 1.96\right] \approx .95$$
   または
   $$\Pr[-1.96s \leq b-\beta \leq 1.96s] \approx .95$$
   または
   $$\Pr[b - 1.96s \leq \beta \leq b + 1.96s] \approx .95$$
   したがって β の 95 %信頼区間は $[.563, .726]$.
   (c)
   $$\begin{aligned} t &= \frac{b}{s} \\ &= \frac{.644298}{.0414309} \\ &\approx 15.55 \end{aligned}$$

（d）

$$H_0 : \beta = 0 \ (\alpha \in \mathbb{R},\, \sigma^2 > 0) \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta > 0 \ (\alpha \in \mathbb{R},\, \sigma^2 > 0)$$

（e）棄却域は $[1.645, \infty)$．t 値が棄却域に入るので H_0 を棄却して H_1 を採択．すなわち身長は遺伝すると言える．