

中級統計学：復習テスト 6

学籍番号_____氏名_____

2022 年 10 月 14 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない．正答に修正した上で，復習テスト 1～8 を（左上で）ホチキス止めし，第 1 回中間試験実施日（10 月 25 日の予定）にまとめて提出すること．

1. 次の確率変数を考える．

$$X := \begin{cases} 1 & \text{with pr. } 1/2 \\ 0 & \text{with pr. } 1/2 \end{cases}$$

- (a) X の cdf を式とグラフで表しなさい．

- (b) X の pmf を式とグラフで表しなさい．

2. 以下の cdf に対応する pdf を式とグラフで表しなさい. (ヒント: cdf を微分すればよい.)

(a)

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{for } 1 < x \end{cases}$$

(b)

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 1 \\ 1 - 1/x & \text{for } x \geq 1 \end{cases}$$

(c)

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 - 1/e^x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$$

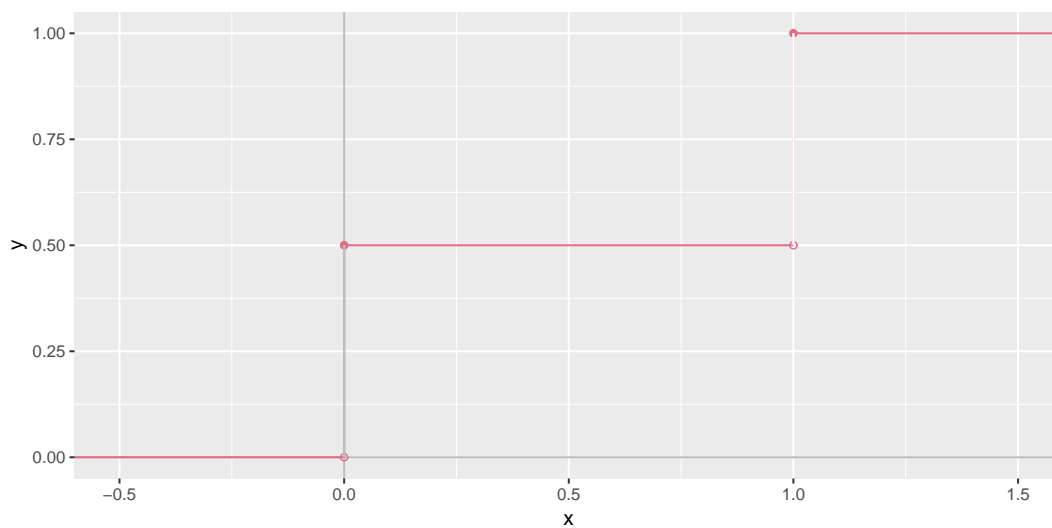
(d)

$$F(x) := \frac{e^x}{1 + e^x}$$

解答例

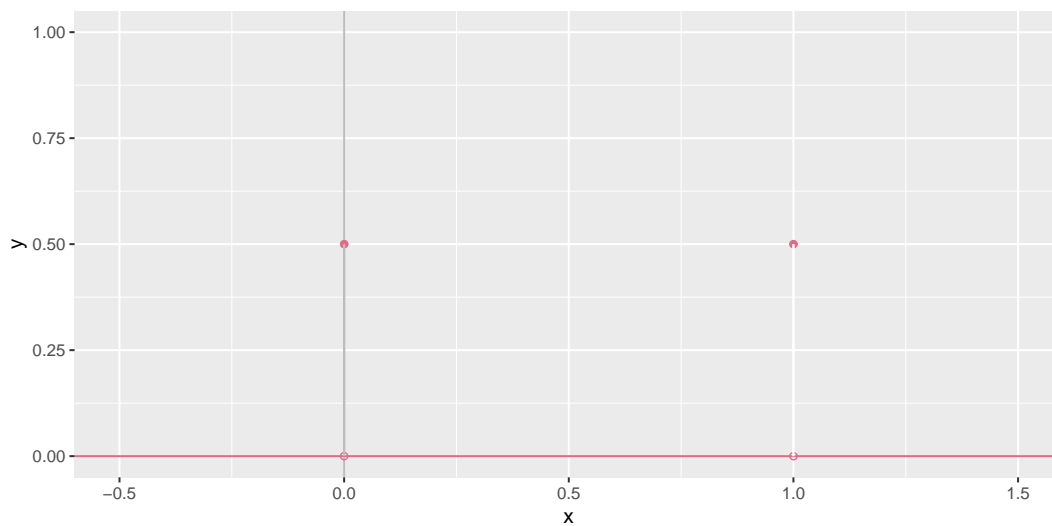
1. (a)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1/2 & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{for } 1 \leq x \end{cases}$$



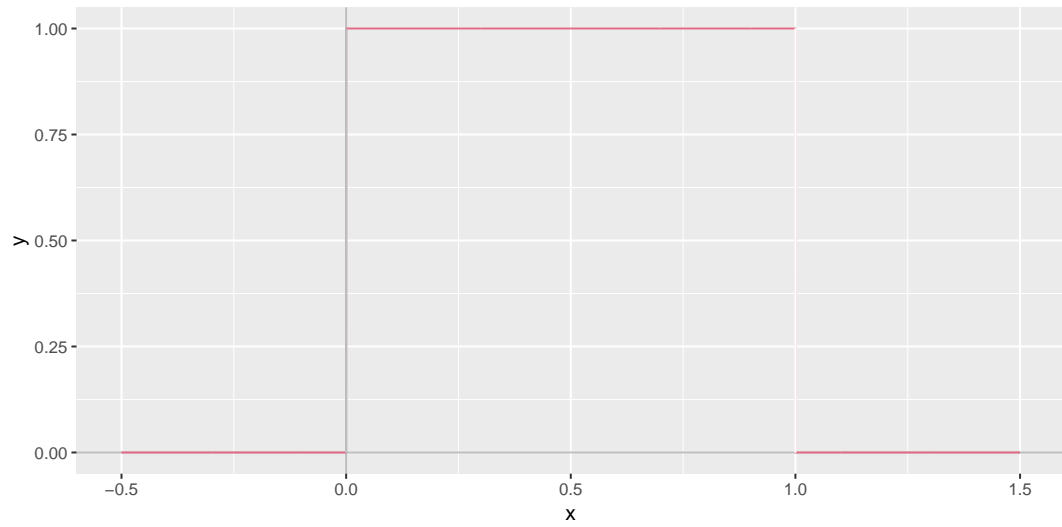
(b)

$$p_X(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{for } x = 0, 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$



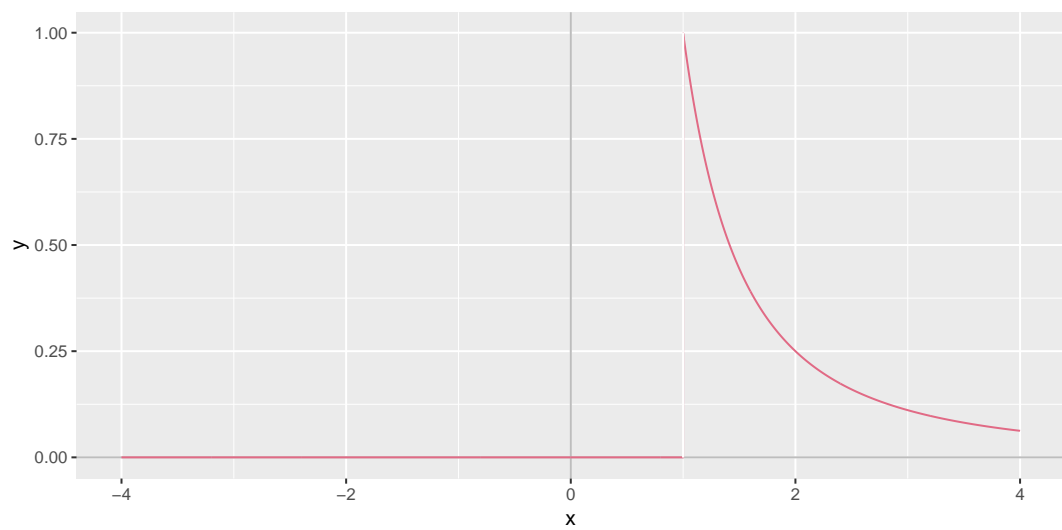
2. (a)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{for } 1 < x \end{cases}$$



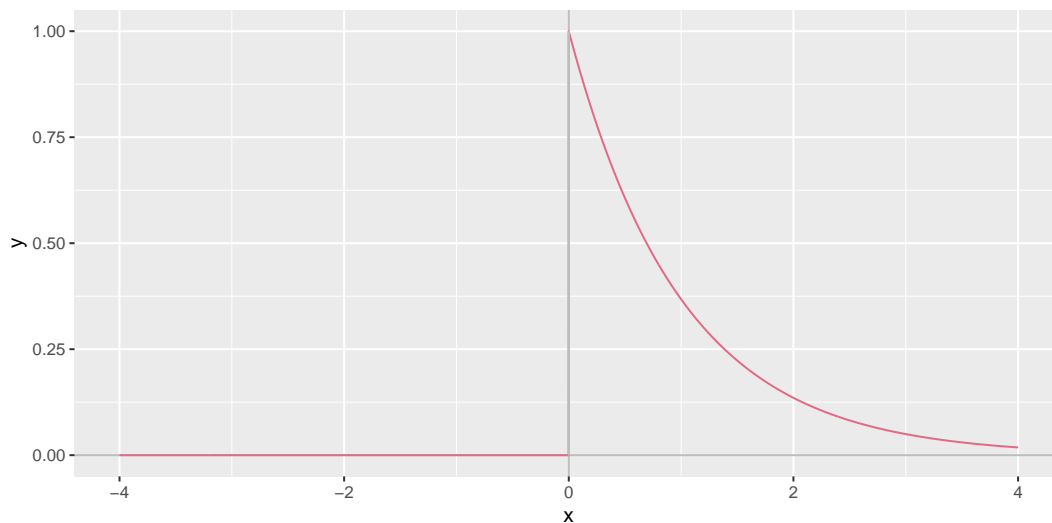
(b)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 1 \\ 1/x^2 & \text{for } x \geq 1 \end{cases}$$



(c)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1/e^x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$$



(d)

$$\begin{aligned} f(x) &= F'(x) \\ &= \frac{e^x(1 + e^x) - e^x e^x}{(1 + e^x)^2} \\ &= \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \\ &= \frac{1}{1 + e^x} \cdot \frac{e^x}{1 + e^x} \\ &= \frac{1}{1 + e^x} \cdot \frac{1}{e^{-x} + 1} \\ &= \frac{1}{(1 + e^x)(1 + e^{-x})} \end{aligned}$$

