

中級統計学：復習テスト 19

学籍番号_____氏名_____

2024 年 12 月 3 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 14～20 を順に重ねて左上でホチキス止めし，第 3 回中間試験実施日（12 月 10 日の予定）に提出すること。

1. 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。

(a) 不偏推定量

(b) 最小分散不偏推定量

(c) 一致推定量

(d) 漸近分布

(e) 漸近分散

(f) 漸近正規推定量

(g) 漸近有効推定量

2. 平均 μ , 分散 σ^2 の母集団分布から抽出した大きさ n の無作為標本の標本平均を \bar{X}_n とする.

(a) \bar{X}_n が μ の不偏推定量であることを示しなさい.

(b) \bar{X}_n が μ の一致推定量であることを示しなさい (ヒント: 大数の法則).

(c) \bar{X}_n が μ の漸近正規推定量であることを示しなさい (ヒント: 中心極限定理).

(d) \bar{X}_n の漸近分散を求めなさい.

解答例

1. (a) 期待値が母数と等しい推定量
(b) 不偏推定量の中で分散が最小の推定量
(c) 母数に確率収束する推定量
(d) 大標本における推定量の近似的な分布
(e) 漸近分布の分散
(f) 漸近分布が正規分布である推定量
(g) 漸近正規推定量の中で漸近分散が最小となる推定量
2. (a) 期待値の線形性より

$$\begin{aligned} E(\bar{X}_n) &= E\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}\right) \\ &= \frac{E(X_1) + \cdots + E(X_n)}{n} \\ &= \frac{\mu + \cdots + \mu}{n} \\ &= \mu \end{aligned}$$

- (b) (チェビシェフの) 大数の弱法則より

$$\text{plim}_{n \rightarrow \infty} \bar{X}_n = \mu$$

- (c) (リンドバーグ＝レヴィの) 中心極限定理より

$$\bar{X}_n \stackrel{a}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

- (d) 前問より漸近分散は σ^2/n .