

計量分析 2：復習テスト 8

学籍番号 _____ 氏名 _____

2022 年 11 月 24 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 1～8 を（左上で）ホチキス止めし、中間試験実施日（12 月 1 日の予定）にまとめて提出すること。

1. 2 変量データを $((y_1, x_1), \dots, (y_n, x_n))$ とする。 y_i の x_i 上への定数項のない古典的正規線形回帰モデルは

$$y_i = \beta x_i + u_i \\ \{u_i\} | \{x_i\} \sim \text{IN}(0, \sigma^2)$$

β の OLS 推定量を b とする。 σ^2 を既知として次の両側検定問題を考える。

$$H_0 : \beta = c \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta \neq c$$

- (a) b の分布を求めなさい。

- (b) H_0 の下で $N(0, 1)$ にしたがう検定統計量を与えなさい。

- (c) H_0 の下で $\chi^2(1)$ にしたがう検定統計量を与えなさい。

2. 前問と同じ回帰モデルを仮定し、 σ^2 を未知として片側検定問題を考える.

(a) σ^2 の不偏推定量 s^2 を定義しなさい.

(b) s^2 の分布を与えなさい.

(c) 検定統計量を与えなさい.

(d) 検定統計量の H_0 の下での分布を与えなさい.

3. 前問と同じ回帰モデルを仮定し、 σ^2 を未知として両側検定問題を考える.

(a) 前問とは別の検定統計量を与えなさい.

(b) 検定統計量の H_0 の下での分布を与えなさい.

解答例

1. (a)

$$b|x_1, \dots, x_n \sim \text{N}\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}\right)$$

(b)

$$Z := \frac{b - c}{\sqrt{\sigma^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2}}$$

(c)

$$\chi^2 := \frac{(b - c)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma^2}$$

2. (a)

$$s^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - bx_i)^2$$

(b)

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

(c)

$$t := \frac{b - c}{\sqrt{s^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2}}$$

(d)

$$t \sim \text{t}(n-1)$$

3. (a)

$$F := \frac{(b - c)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{s^2}$$

(b)

$$F \sim \text{F}(1, n-1)$$