

## 中級統計学：復習テスト 2

学籍番号\_\_\_\_\_氏名\_\_\_\_\_

2025 年 9 月 30 日

**注意：**すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 1～8 を順に重ねて左上でホチキス止めし，第 1 回中間試験実施日（10 月 24 日の予定）に提出すること。

1. (a) 棒グラフとヒストグラム（柱状グラフ）の違いを説明しなさい。

(b) ヒストグラムと累積相対度数グラフの長所・短所を説明しなさい。

(c) (教科書 pp. 32–33 参照) データ (1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 16, 20) の平均・中位数・最頻値を求めなさい。

(d) データ (0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4) のローレンツ曲線を描きなさい。

2. (教科書 p. 38 参照) データを  $(x_1, \dots, x_n)$  とする.

(a)  $y_i := a + bx_i$  と一次変換すると,

$$\mu_y = a + b\mu_x$$

$$\sigma_y^2 = b^2\sigma_x^2$$

となることを示しなさい. ただし  $\mu_x, \mu_y$  は平均,  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$  は分散を表す.

(b) 上の結果を利用して,  $z_i := (x_i - \mu_x)/\sigma_x$  と標準化すると, 平均が 0, 分散が 1 となることを示しなさい. (ヒント:  $z_i = -\mu_x/\sigma_x + (1/\sigma_x)x_i$  と書ける.)

解答例

1. (a) 棒グラフは横軸が分類を表し、柱の高さで（相対）度数を表す。ヒストグラムは横軸が数値を表し、柱の面積で（相対）度数を表す。

(b) ヒストグラム

**長所** 度数の大小が把握しやすい。

**短所** 適切な階級の取り方が難しい。

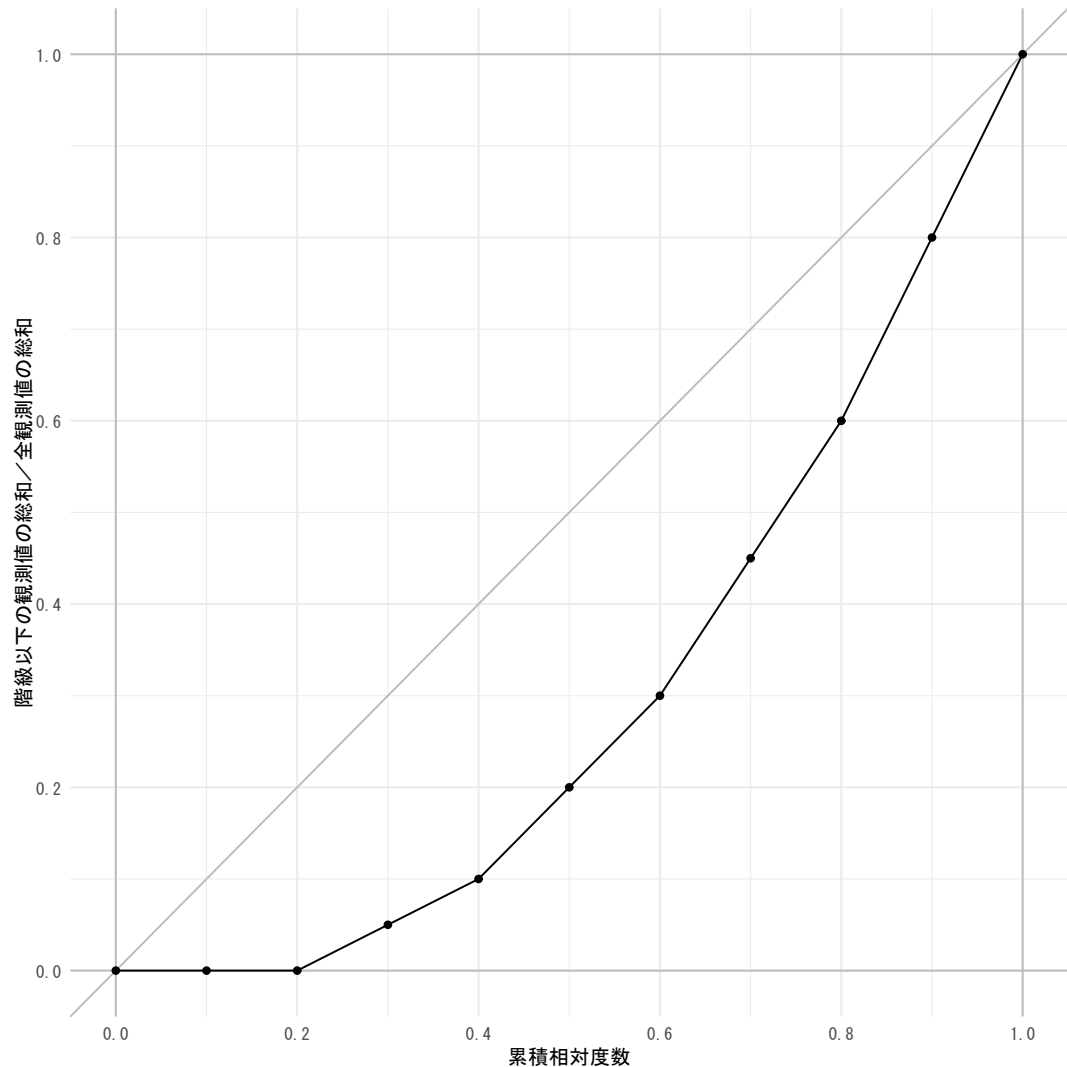
累積相対度数グラフ

**長所** 分位数を読み取るのに適しており、階級が細かいほど滑らかなグラフとなる。

**短所** 度数の大小が把握しにくい。

- (c) 平均 5.4, 中位数 2.5, 最頻値 1

- (d) ローレンツ曲線



2. (a)

$$\begin{aligned}
\mu_y &:= \frac{y_1 + \cdots + y_n}{n} \\
&= \frac{(a + bx_1) + \cdots + (a + bx_n)}{n} \\
&= \frac{(a + \cdots + a) + (bx_1 + \cdots + bx_n)}{n} \\
&= \frac{na + b(x_1 + \cdots + x_n)}{n} \\
&= a + b \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} \\
&= a + b\mu_x \\
\sigma_y^2 &:= \frac{(y_1 - \mu_y)^2 + \cdots + (y_n - \mu_y)^2}{n} \\
&= \frac{[(a + bx_1) - (a + b\mu_x)]^2 + \cdots + [(a + bx_n) - (a + b\mu_x)]^2}{n} \\
&= \frac{(bx_1 - b\mu_x)^2 + \cdots + (bx_n - b\mu_x)^2}{n} \\
&= \frac{[b(x_1 - \mu_x)]^2 + \cdots + [b(x_n - \mu_x)]^2}{n} \\
&= \frac{b^2(x_1 - \mu_x)^2 + \cdots + b^2(x_n - \mu_x)^2}{n} \\
&= b^2 \frac{(x_1 - \mu_x)^2 + \cdots + (x_n - \mu_x)^2}{n} \\
&= b^2 \sigma_x^2
\end{aligned}$$

(b)  $z_i := (x_i - \mu_x)/\sigma_x = -\mu_x/\sigma_x + (1/\sigma_x)x_i$  と書けるから,  $a = -\mu_x/\sigma_x$ ,  $b = 1/\sigma_x$  と置くと,

$$\begin{aligned}
\mu_z &= a + b\mu_x \\
&= -\frac{\mu_x}{\sigma_x} + \frac{1}{\sigma_x}\mu_x \\
&= 0 \\
\sigma_z^2 &= b^2 \sigma_x^2 \\
&= \left(\frac{1}{\sigma_x}\right)^2 \sigma_x^2 \\
&= 1
\end{aligned}$$