

中級統計学：復習テスト 14

学籍番号_____氏名_____

2022 年 11 月 22 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 14～20 を（左上で）ホチキス止めし，第 3 回中間試験実施日（12 月 16 日の予定）にまとめて提出すること。

1. 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。

(a) 統計的推測

(b) 母集団

(c) 標本

(d) 無作為抽出

(e) 母数

(f) 統計量

(g) 標本分布

2. 母集団分布を $N(\mu, \sigma^2)$ とする. 母集団から無作為抽出した標本を (X_1, \dots, X_n) とする.

(a) 標本平均を式で定義しなさい.

(b) 標本平均の平均 (期待値) が母平均に等しいことを示しなさい.

(c) 標本平均の分散を求めなさい.

(d) 標本平均の分布を求めなさい.

解答例

1. (a) 一部の観察から全体について推測すること.
(b) 考察の対象全体.
(c) 母集団のうち実際に観察される部分.
(d) どの個体の組合せも等確率で取り出される抽出.
(e) 確率分布の特性を表す定数.
(f) 標本の関数.
(g) 確率的な標本抽出にともなう統計量の分布.

2. (a)

$$\bar{X} := \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}$$

- (b) 期待値の線形性より

$$\begin{aligned} E(\bar{X}) &= E\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}\right) \\ &= \frac{E(X_1 + \cdots + X_n)}{n} \\ &= \frac{E(X_1) + \cdots + E(X_n)}{n} \\ &= \frac{\mu + \cdots + \mu}{n} \\ &= \mu \end{aligned}$$

- (c) X_1, \dots, X_n は独立なので

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{X}) &= \text{var}\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}\right) \\ &= \frac{\text{var}(X_1 + \cdots + X_n)}{n^2} \\ &= \frac{\text{var}(X_1) + \cdots + \text{var}(X_n)}{n^2} \\ &= \frac{\sigma^2 + \cdots + \sigma^2}{n^2} \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

- (d) 正規分布の線形変換は正規分布なので

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$