

中級統計学：復習テスト 24

学籍番号_____氏名_____

2026 年 1 月 6 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 21～26 を順に重ねて左上でホチキス止めし，定期試験実施日（1 月 27 日の予定）に提出すること。

1. (X, Y) を確率ベクトルとする.
 - (a) Y の X 上への単回帰モデルを書きなさい.

 - (b) 上のモデルで X から Y への限界効果を求めなさい.

 - (c) $\ln Y$ の $\ln X$ 上への単回帰モデルを書きなさい.

 - (d) 上のモデルで X に対する Y の弾力性を求めなさい.

2. データを (y_1, \dots, y_n) とする. 次の単回帰モデルを考える.

$$E(y_i) = \mu$$

(a) OLS 問題を書きなさい.

(b) 正規方程式を求めなさい.

(c) μ の OLS 推定量を求めなさい.

解答例

1. (a) Y の X 上への単回帰モデルは

$$E(Y|X) = \alpha + \beta X$$

または

$$\begin{aligned} Y &= \alpha + \beta X + U \\ E(U|X) &= 0 \end{aligned}$$

- (b) X から Y への限界効果は

$$\frac{dY}{dX} = \beta$$

- (c) $\ln Y$ の $\ln X$ 上への単回帰モデルは

$$E(\ln Y | \ln X) = \alpha + \beta \ln X$$

または

$$\begin{aligned} \ln Y &= \alpha + \beta \ln X + U \\ E(U | \ln X) &= 0 \end{aligned}$$

- (d) X に対する Y の弾力性は

$$\frac{dY/Y}{dX/X} = \frac{d \ln Y}{d \ln X} = \beta$$

2. (a) OLS 問題は

$$\begin{aligned} \min_{\mu} \quad & \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 \\ \text{and} \quad & \mu \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

- (b) 1 階の条件は

$$\sum_{i=1}^n (-1) 2(y_i - \mu^*) = 0$$

すなわち

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \mu^*) = 0$$

正規方程式は

$$\sum_{i=1}^n y_i - n\mu^* = 0$$

- (c) μ の OLS 推定量は

$$\mu^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$