大学中退の逐次意思決定モデルの構造推定

村澤 康友（甲南大学経済学部）

2022 年 9 月 6 日

統計関連学会連合大会@成蹊大学

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR ＝ EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR = EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR ＝ EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR ＝ EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR ＝ EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

研究の動機

（大学生の）成績データの分析

- 鹿野・高木・村澤 (2011)
- 大学における IR ＝ EBPM

動的離散選択モデルの構造推定

- 2 値選択（在学／退学）の最適停止モデルが一番簡単
- 退学＝授業料収入の損失（大学の経営において重要！）

論文の目的

- 大学中退行動を**最適停止問題**として定式化し
- 某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データ（**打ち切りデータ**）を用いて
- 意思決定モデルの**構造母数の推定**と**反実仮想分析**を試みる

論文の目的

- 大学中退行動を**最適停止問題**として定式化し
- 某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データ（**打ち切りデータ**）を用いて
- 意思決定モデルの**構造母数の推定**と**反実仮想分析**を試みる

論文の目的

- 大学中退行動を最適停止問題として定式化し
- 某大学某学部 2016 年 4 月入学者のうち男子 301 名の入学後 4 年間の成績データ（打ち切りデータ）を用いて
- 意思決定モデルの構造母数の推定と反実仮想分析を試みる

論文の貢献

「動的離散選択モデルの構造推定」の大学中退行動への応用

1. 「賃金構造基本統計調査」から計算した退学後の生涯賃金を観測可能な退学の価値とみなして短期パネルでの構造母数の識別を確保
2. CCP 法を修正し，2 値ロジット・モデルの完全分離の問題を回避
3. 母数の識別と推定精度をモンテカルロ実験で確認
4. （構造母数の推定精度が低いため）効用関数の識別を必要としない反実仮想分析

論文の貢献

「動的離散選択モデルの構造推定」の大学中退行動への応用

1. 「賃金構造基本統計調査」から計算した退学後の生涯賃金を観測可能な退学の価値とみなして短期パネルでの構造母数の識別を確保
2. CCP 法を修正し，2 値ロジット・モデルの完全分離の問題を回避
3. 母数の識別と推定精度をモンテカルロ実験で確認
4. （構造母数の推定精度が低いため）効用関数の識別を必要としない反実仮想分析

論文の貢献

「動的離散選択モデルの構造推定」の大学中退行動への応用

1. 「賃金構造基本統計調査」から計算した退学後の生涯賃金を観測可能な退学の価値とみなして短期パネルでの構造母数の識別を確保
2. CCP 法を修正し，2 値ロジット・モデルの完全分離の問題を回避
3. 母数の識別と推定精度をモンテカルロ実験で確認
4. （構造母数の推定精度が低いため）効用関数の識別を必要としない反実仮想分析

論文の貢献

「動的離散選択モデルの構造推定」の大学中退行動への応用

1. 「賃金構造基本統計調査」から計算した退学後の生涯賃金を観測可能な退学の価値とみなして短期パネルでの構造母数の識別を確保
2. CCP 法を修正し，2 値ロジット・モデルの完全分離の問題を回避
3. 母数の識別と推定精度をモンテカルロ実験で確認
4. （構造母数の推定精度が低いため）効用関数の識別を必要としない反実仮想分析

論文の貢献

「動的離散選択モデルの構造推定」の大学中退行動への応用

1. 「賃金構造基本統計調査」から計算した退学後の生涯賃金を観測可能な退学の価値とみなして短期パネルでの構造母数の識別を確保
2. CCP 法を修正し，2 値ロジット・モデルの完全分離の問題を回避
3. 母数の識別と推定精度をモンテカルロ実験で確認
4. （構造母数の推定精度が低いため）効用関数の識別を必要としない反実仮想分析

最適停止モデル

意思決定者（学生）

- d_t：在学ダミー
- s_t：状態ベクトル
- $U_t(d_t; s_t)$：効用
- β：割引因子

分析者

- x_t：分析者が観測する状態ベクトル
- $u_t(d_t; x_t) := \mathrm{E}(U_t(d_t; s_t) | x_t)$
- $e_t(d_t) := U_t(d_t; s_t) - u_t(d_t; x_t)$（観測されない状態）
- $\boldsymbol{e}_t := (e_t(0), e_t(1))'$

最適停止モデル

意思決定者（学生）

- d_t：在学ダミー
- $\boldsymbol{s}_t$：状態ベクトル
- $U_t(d_t; \boldsymbol{s}_t)$：効用
- β：割引因子

分析者

- $\boldsymbol{x}_t$：分析者が観測する状態ベクトル
- $u_t(d_t; \boldsymbol{x}_t) := \mathrm{E}(U_t(d_t; \boldsymbol{s}_t)|\boldsymbol{x}_t)$
- $e_t(d_t) := U_t(d_t; \boldsymbol{s}_t) - u_t(d_t; \boldsymbol{x}_t)$（観測されない状態）
- $\boldsymbol{e}_t := (e_t(0), e_t(1))'$

ベルマン方程式

在学者／退学者の価値関数

- $V_t^j(x_t, e_t)$：価値関数
- $\bar{V}_t^j(x_t)$：積分した価値関数

積分したベルマン方程式

$$\bar{V}_t^1(x_t) = \mathrm{E}\left(\max_{d_t \in \{0,1\}} \left\{ \underbrace{u_t(d_t; x_t) + e_t(d_t)}_{\text{今期の効用}} + \beta\,\mathrm{E}\left(\underbrace{\bar{V}_{t+1}^{d_t}(x_{t+1})}_{\text{来期の価値}} \middle| x_t; d_t\right)\right\} \middle| x_t\right)$$

$$\text{s.t.} \quad x_{t+1} \sim F_{t+1}(.|x_t; d_t)$$

ベルマン方程式

在学者／退学者の価値関数

- $V_t^j(x_t, e_t)$：価値関数
- $\bar{V}_t^j(x_t)$：積分した価値関数

積分したベルマン方程式

$$\bar{V}_t^1(x_t) = \mathrm{E}\left(\max_{d_t\in\{0,1\}}\left\{\underbrace{u_t(d_t;x_t)+e_t(d_t)}_{\text{今期の効用}}+\beta\,\mathrm{E}\left(\underbrace{\bar{V}_{t+1}^{d_t}(x_{t+1})}_{\text{来期の価値}}|x_t;d_t\right)\right\}|x_t\right)$$

$$\text{s.t.}\quad x_{t+1}\sim F_{t+1}(.|x_t;d_t)$$

条件付き選択確率（CCP）

選択肢別価値関数

$$v_t(x_t;d_t) := u_t(d_t;x_t) + \beta \,\mathrm{E}\left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(x_{t+1})|x_t;d_t\right)$$

最適な選択

$$d_t^* := \arg\max_{d_t\in\{0,1\}} \{v_t(x_t;d_t)+e_t(d_t)\}$$

$\{e_t(j)\}$ は iid で平均 0，尺度母数 σ のガンベル分布にしたがう
⇒在学確率関数（CCP 関数）は 2 値ロジット・モデル

$$p_t(1|x_t) = \frac{\exp(v_t(x_t;1)/\sigma)}{\exp(v_t(x_t;0)/\sigma)+\exp(v_t(x_t;1)/\sigma)} = \Lambda\left(\frac{v_t(x_t;1)-v_t(x_t;0)}{\sigma}\right)$$

※後ろ向き帰納法で $v_t(.;.)$ を解く

条件付き選択確率（CCP）

選択肢別価値関数

$$v_t(x_t; d_t) := u_t(d_t; x_t) + \beta \operatorname{E}\left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(x_{t+1})|x_t; d_t\right)$$

最適な選択

$$d_t^* := \arg \max_{d_t \in \{0,1\}} \{v_t(x_t; d_t) + e_t(d_t)\}$$

$\{e_t(j)\}$ は iid で平均 0，尺度母数 σ のガンベル分布にしたがう

⇒在学確率関数（CCP 関数）は 2 値ロジット・モデル

$$p_t(1|x_t) = \frac{\exp(v_t(x_t; 1)/\sigma)}{\exp(v_t(x_t; 0)/\sigma) + \exp(v_t(x_t; 1)/\sigma)} = \Lambda\left(\frac{v_t(x_t; 1) - v_t(x_t; 0)}{\sigma}\right)$$

※後ろ向き帰納法で $v_t(.; .)$ を解く

条件付き選択確率（CCP）

選択肢別価値関数

$$v_t(x_t; d_t) := u_t(d_t; x_t) + \beta \, \mathrm{E}\left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(x_{t+1}) | x_t; d_t\right)$$

最適な選択

$$d_t^* := \arg \max_{d_t \in \{0,1\}} \{v_t(x_t; d_t) + e_t(d_t)\}$$

$\{e_t(j)\}$ は iid で平均 0，尺度母数 σ のガンベル分布にしたがう

⇒在学確率関数（CCP 関数）は 2 値ロジット・モデル

$$p_t(1|x_t) = \frac{\exp(v_t(x_t; 1)/\sigma)}{\exp(v_t(x_t; 0)/\sigma) + \exp(v_t(x_t; 1)/\sigma)} = \Lambda\left(\frac{v_t(x_t; 1) - v_t(x_t; 0)}{\sigma}\right)$$

※後ろ向き帰納法で $v_t(.; .)$ を解く

条件付き選択確率（CCP）

選択肢別価値関数

$$v_t(\mathbf{x}_t; d_t) := u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + \beta \, \mathrm{E} \left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(\mathbf{x}_{t+1}) | \mathbf{x}_t; d_t \right)$$

最適な選択

$$d_t^* := \arg \max_{d_t \in \{0,1\}} \{ v_t(\mathbf{x}_t; d_t) + e_t(d_t) \}$$

$\{e_t(j)\}$ は iid で平均 0，尺度母数 σ のガンベル分布にしたがう
⇒在学確率関数（CCP 関数）は 2 値ロジット・モデル

$$p_t(1|\mathbf{x}_t) = \frac{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)}{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 0)/\sigma) + \exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)} = \Lambda \left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t; 1) - v_t(\mathbf{x}_t; 0)}{\sigma} \right)$$

※後ろ向き帰納法で $v_t(.; .)$ を解く

条件付き選択確率（CCP）

選択肢別価値関数

$$v_t(\mathbf{x}_t; d_t) := u_t(d_t; \mathbf{x}_t) + \beta\,\mathrm{E}\left(\bar{V}_{t+1}^{d_t}(\mathbf{x}_{t+1})|\mathbf{x}_t; d_t\right)$$

最適な選択

$$d_t^* := \arg\max_{d_t \in \{0,1\}} \{v_t(\mathbf{x}_t; d_t) + e_t(d_t)\}$$

$\{e_t(j)\}$ は iid で平均 0，尺度母数 σ のガンベル分布にしたがう
⇒在学確率関数（CCP 関数）は 2 値ロジット・モデル

$$p_t(1|\mathbf{x}_t) = \frac{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)}{\exp(v_t(\mathbf{x}_t; 0)/\sigma) + \exp(v_t(\mathbf{x}_t; 1)/\sigma)} = \Lambda\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t; 1) - v_t(\mathbf{x}_t; 0)}{\sigma}\right)$$

※後ろ向き帰納法で $v_t(.;.)$ を解く

ロジット・モデルの性質

退学確率

$$p_t(0|x_t) = \frac{\exp(v_t(x_t;0)/\sigma)}{\exp(v_t(x_t;0)/\sigma) + \exp(v_t(x_t;1)/\sigma)}$$

期待最大効用

$$\bar{V}_t^1(x_t) = \sigma \ln\left(\exp\left(\frac{v_t(x_t;0)}{\sigma}\right) + \exp\left(\frac{v_t(x_t;1)}{\sigma}\right)\right)$$

第 1 式を対数変換し，第 2 式に代入すると

$$\underbrace{\bar{V}_t^1(x_t)}_{\text{在学状態の価値}} = \underbrace{v_t(x_t;0)}_{\text{退学の価値}} \underbrace{-\sigma \ln p_t(0|x_t)}_{\text{退学を保留する価値}}$$

ロジット・モデルの性質

退学確率

$$p_t(0|\boldsymbol{x}_t) = \frac{\exp(v_t(\boldsymbol{x}_t;0)/\sigma)}{\exp(v_t(\boldsymbol{x}_t;0)/\sigma) + \exp(v_t(\boldsymbol{x}_t;1)/\sigma)}$$

期待最大効用

$$\bar{V}_t^1(\boldsymbol{x}_t) = \sigma \ln \left(\exp\left(\frac{v_t(\boldsymbol{x}_t;0)}{\sigma}\right) + \exp\left(\frac{v_t(\boldsymbol{x}_t;1)}{\sigma}\right) \right)$$

第 1 式を対数変換し，第 2 式に代入すると

$$\underbrace{\bar{V}_t^1(\boldsymbol{x}_t)}_{\text{在学状態の価値}} = \underbrace{v_t(\boldsymbol{x}_t;0)}_{\text{退学の価値}} \underbrace{-\sigma \ln p_t(0|\boldsymbol{x}_t)}_{\text{退学を保留する価値}}$$

ロジット・モデルの性質

退学確率

$$p_t(0|\mathbf{x}_t) = \frac{\exp(v_t(\mathbf{x}_t;0)/\sigma)}{\exp(v_t(\mathbf{x}_t;0)/\sigma) + \exp(v_t(\mathbf{x}_t;1)/\sigma)}$$

期待最大効用

$$\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t) = \sigma \ln\left(\exp\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t;0)}{\sigma}\right) + \exp\left(\frac{v_t(\mathbf{x}_t;1)}{\sigma}\right)\right)$$

第 1 式を対数変換し，第 2 式に代入すると

$$\underbrace{\bar{V}_t^1(\mathbf{x}_t)}_{\text{在学状態の価値}} = \underbrace{v_t(\mathbf{x}_t;0)}_{\text{退学の価値}} \underbrace{-\sigma \ln p_t(0|\mathbf{x}_t)}_{\text{退学を保留する価値}}$$

補正関数

識別制約

1. 在学時の効用 $u_t(1;.)$ は時点 t に依存しない（除外制約）
2. 退学の価値 $v_t(.;0)$ は状態ベクトル x_t に依存せず既知

$y_t := v_t(.;0)$ とすると在学の価値は

$$\begin{aligned} v_t(x_t;1) &:= u(1;x_t) + \beta\,\mathrm{E}\left(\bar{V}^1_{t+1}(x_{t+1})|x_t;1\right) \\ &= u(1;x_t) + \beta\,\mathrm{E}\left(v_{t+1}(x_{t+1};0) - \sigma \ln p_{t+1}(0|x_{t+1})|x_t;1\right) \\ &= u(1;x_t) + \beta y_{t+1} - \beta\sigma \underbrace{\mathrm{E}(\ln p_{t+1}(0|x_{t+1})|x_t;1)}_{\text{補正関数}} \end{aligned}$$

補正関数

$$z_t(x_t) = \int \ln p_{t+1}(0|x_{t+1})\,\mathrm{d}F_{t+1}(x_{t+1}|x_t;d_t=1)$$

補正関数

識別制約

1. 在学時の効用 $u_t(1; .)$ は時点 t に依存しない（除外制約）
2. 退学の価値 $v_t(.; 0)$ は状態ベクトル x_t に依存せず既知

$y_t := v_t(.; 0)$ とすると在学の価値は

$$
\begin{aligned}
v_t(x_t; 1) &:= u(1; x_t) + \beta \, \mathrm{E}\left(\bar{V}^1_{t+1}(x_{t+1}) | x_t; 1\right) \\
&= u(1; x_t) + \beta \, \mathrm{E}\left(v_{t+1}(x_{t+1}; 0) - \sigma \ln p_{t+1}(0|x_{t+1}) | x_t; 1\right) \\
&= u(1; x_t) + \beta y_{t+1} - \beta\sigma \underbrace{\mathrm{E}(\ln p_{t+1}(0|x_{t+1})|x_t; 1)}_{\text{補正関数}}
\end{aligned}
$$

補正関数

$$
z_t(x_t) = \int \ln p_{t+1}(0|x_{t+1}) \, \mathrm{d}F_{t+1}(x_{t+1}|x_t; d_t = 1)
$$

補正関数

識別制約

1. 在学時の効用 $u_t(1;.)$ は時点 t に依存しない（除外制約）
2. 退学の価値 $v_t(.;0)$ は状態ベクトル x_t に依存せず既知

$y_t := v_t(.;0)$ とすると在学の価値は

$$\begin{aligned} v_t(x_t;1) &:= u(1;x_t) + \beta\,\mathrm{E}\left(\bar{V}^1_{t+1}(x_{t+1})|x_t;1\right) \\ &= u(1;x_t) + \beta\,\mathrm{E}\left(v_{t+1}(x_{t+1};0) - \sigma \ln p_{t+1}(0|x_{t+1})|x_t;1\right) \\ &= u(1;x_t) + \beta y_{t+1} - \beta\sigma\,\underbrace{\mathrm{E}(\ln p_{t+1}(0|x_{t+1})|x_t;1)}_{\text{補正関数}} \end{aligned}$$

補正関数

$$z_t(x_t) = \int \ln p_{t+1}(0|x_{t+1})\,\mathrm{d}F_{t+1}(x_{t+1}|x_t;d_t=1)$$

修正 CCP 法

$u(1; x_t) := x_t'\boldsymbol{\theta}$ と定式化し，$\eta := \sigma^{-1}$ とする．

1. 状態遷移確率分布 $\{F_t(.|.;.)\}$ を推定
2. 誘導形の CCP 関数 $\{p_t(.|.)\}$ をノンパラメトリック回帰で推定
3. $\left\{\hat{F}_t(.|.;.)\right\}, \{\hat{p}_t(.|.)\}$ から補正関数 $\{\hat{z}_t(.)\}$ を計算
4. 対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数として $(\boldsymbol{\theta}, \beta, \eta)$ を非線形最小 2 乗法で推定

$$\ln \frac{\hat{p}_t(1|x_{i,t})}{\hat{p}_t(0|x_{i,t})} = \underbrace{x_{i,t}'\eta\boldsymbol{\theta} + \beta\eta y_{t+1} - \beta\hat{z}_t(x_{i,t})}_{\text{在学の価値}} - \underbrace{\eta y_t}_{\text{退学の価値}}$$

修正 CCP 法

$u(1; x_t) := x_t'\boldsymbol{\theta}$ と定式化し，$\eta := \sigma^{-1}$ とする．

1. 状態遷移確率分布 $\{F_t(.|.;.)\}$ を推定
2. 誘導形の CCP 関数 $\{p_t(.|.)\}$ をノンパラメトリック回帰で推定
3. $\left\{\hat{F}_t(.|.;.)\right\}, \{\hat{p}_t(.|.)\}$ から補正関数 $\{\hat{z}_t(.)\}$ を計算
4. 対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数として $(\boldsymbol{\theta}, \beta, \eta)$ を非線形最小 2 乗法で推定

$$\ln \frac{\hat{p}_t(1|x_{i,t})}{\hat{p}_t(0|x_{i,t})} = \underbrace{x_{i,t}'\eta\boldsymbol{\theta} + \beta\eta y_{t+1} - \beta\hat{z}_t(x_{i,t})}_{\text{在学の価値}} - \underbrace{\eta y_t}_{\text{退学の価値}}$$

修正 CCP 法

$u(1; x_t) := x_t'\boldsymbol{\theta}$ と定式化し，$\eta := \sigma^{-1}$ とする．

1. 状態遷移確率分布 $\{F_t(.|.;.)\}$ を推定
2. 誘導形の CCP 関数 $\{p_t(.|.)\}$ をノンパラメトリック回帰で推定
3. $\left\{\hat{F}_t(.|.;.)\right\}, \{\hat{p}_t(.|.)\}$ から補正関数 $\{\hat{z}_t(.)\}$ を計算
4. 対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数として $(\boldsymbol{\theta}, \beta, \eta)$ を非線形最小 2 乗法で推定

$$\ln \frac{\hat{p}_t(1|x_{i,t})}{\hat{p}_t(0|x_{i,t})} = \underbrace{x_{i,t}'\eta\boldsymbol{\theta} + \beta\eta y_{t+1} - \beta\hat{z}_t(x_{i,t})}_{\text{在学の価値}} - \underbrace{\eta y_t}_{\text{退学の価値}}$$

修正 CCP 法

$u(1; x_t) := x_t'\boldsymbol{\theta}$ と定式化し，$\eta := \sigma^{-1}$ とする．

1. 状態遷移確率分布 $\{F_t(.|.;.)\}$ を推定
2. 誘導形の CCP 関数 $\{p_t(.|.)\}$ をノンパラメトリック回帰で推定
3. $\left\{\hat{F}_t(.|.;.)\right\}, \{\hat{p}_t(.|.)\}$ から補正関数 $\{\hat{z}_t(.)\}$ を計算
4. 対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数として $(\boldsymbol{\theta}, \beta, \eta)$ を非線形最小 2 乗法で推定

$$\ln \frac{\hat{p}_t(1|x_{i,t})}{\hat{p}_t(0|x_{i,t})} = \underbrace{x_{i,t}'\eta\boldsymbol{\theta} + \beta\eta y_{t+1} - \beta\hat{z}_t(x_{i,t})}_{\text{在学の価値}} - \underbrace{\eta y_t}_{\text{退学の価値}}$$

修正 CCP 法

$u(1; \mathbf{x}_t) := \mathbf{x}_t'\boldsymbol{\theta}$ と定式化し，$\eta := \sigma^{-1}$ とする．

1. 状態遷移確率分布 $\{F_t(.|.;.)\}$ を推定
2. 誘導形の CCP 関数 $\{p_t(.|.)\}$ をノンパラメトリック回帰で推定
3. $\left\{\hat{F}_t(.|.;.)\right\}, \{\hat{p}_t(.|.)\}$ から補正関数 $\{\hat{z}_t(.)\}$ を計算
4. 対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数として $(\boldsymbol{\theta}, \beta, \eta)$ を非線形最小 2 乗法で推定

$$\ln \frac{\hat{p}_t(1|\mathbf{x}_{i,t})}{\hat{p}_t(0|\mathbf{x}_{i,t})} = \underbrace{\mathbf{x}_{i,t}'\eta\boldsymbol{\theta} + \beta\eta y_{t+1} - \beta\hat{z}_t(\mathbf{x}_{i,t})}_{\text{在学の価値}} - \underbrace{\eta y_t}_{\text{退学の価値}}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; x_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

大学中退モデル

設定

- 毎学期 24 単位を履修
- 8 学期の在籍と 128 単位の修得が卒業要件

変数

- $N^*_{i,t} := N_{i,t} - 16t$（超過累積修得単位数）
- $g_{i,t}$：GPA 水準（4 つの水準に離散化）

在学時の効用関数

$$u(1; \mathbf{x}_{i,t}) := \alpha + \kappa N^*_{i,t-1} + \lambda g_{i,t-1}$$

推定手順

修正 CCP 法

1. 学期別の経験分布で状態遷移確率分布を推定
2. ロジット関数をリンク関数とした一般化加法モデルで誘導形の CCP 関数を推定（交互作用なし）
3. 補正関数を計算
4. 在学／退学の対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数とした線形モデルに補正項を加えて構造母数を推定

推定手順

修正 CCP 法

1. 学期別の経験分布で状態遷移確率分布を推定
2. ロジット関数をリンク関数とした一般化加法モデルで誘導形の CCP 関数を推定（交互作用なし）
3. 補正関数を計算
4. 在学／退学の対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数とした線形モデルに補正項を加えて構造母数を推定

推定手順

修正 CCP 法

1. 学期別の経験分布で状態遷移確率分布を推定
2. ロジット関数をリンク関数とした一般化加法モデルで誘導形の CCP 関数を推定（交互作用なし）
3. 補正関数を計算
4. 在学／退学の対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数とした線形モデルに補正項を加えて構造母数を推定

推定手順

修正 CCP 法

1. 学期別の経験分布で状態遷移確率分布を推定
2. ロジットをリンク関数とした一般化加法モデルで誘導形の CCP 関数を推定（交互作用なし）
3. 補正関数を計算
4. 在学／退学の対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数とした線形モデルに補正項を加えて構造母数を推定

推定手順

修正 CCP 法

1. 学期別の経験分布で状態遷移確率分布を推定
2. ロジット関数をリンク関数とした一般化加法モデルで誘導形の CCP 関数を推定（交互作用なし）
3. 補正関数を計算
4. 在学／退学の対数オッズ比のノンパラメトリック推定値を従属変数とした線形モデルに補正項を加えて構造母数を推定

推定結果のまとめ

1. 割引因子 β は 1 に極めて近い
2. 尺度母数 σ は 20 万円程度
3. 超過累積修得単位数・GPA 水準が在学の効用に直接的に影響する証拠はない

$\Rightarrow \beta \in [.95, 1], \sigma \in [20, 100]$ の範囲で効用関数を特定化しない反実仮想分析を行う

推定結果のまとめ

1. 割引因子 β は 1 に極めて近い
2. 尺度母数 σ は 20 万円程度
3. 超過累積修得単位数・GPA 水準が在学の効用に直接的に影響する証拠はない

$\Rightarrow \beta \in [.95, 1], \sigma \in [20, 100]$ の範囲で効用関数を特定化しない反実仮想分析を行う

推定結果のまとめ

1. 割引因子 β は 1 に極めて近い
2. 尺度母数 σ は 20 万円程度
3. 超過累積修得単位数・GPA 水準が在学の効用に直接的に影響する証拠はない

$\Rightarrow \beta \in [.95, 1], \sigma \in [20, 100]$ の範囲で効用関数を特定化しない反実仮想分析を行う

推定結果のまとめ

1. 割引因子 β は 1 に極めて近い
2. 尺度母数 σ は 20 万円程度
3. 超過累積修得単位数・GPA 水準が在学の効用に直接的に影響する証拠はない

$\Rightarrow \beta \in [.95, 1], \sigma \in [20, 100]$ の範囲で効用関数を特定化しない反実仮想分析を行う

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(\cdot) = \bar{V}_{T+1}^{j}(\cdot)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

効用関数の一時的な変化

記号の定義

- $\Delta_t(.;.)$：効用関数の変化，ただし $t > T$ では $\Delta_t(.;.) = 0$
- $u_t^*(.;.) := u_t(.;.) + \Delta_t(.;.)$
- $v_t^*(.;.)$：反実仮想の選択肢別価値関数
- $p_t^*(.|.)$：反実仮想 CCP
- $\bar{V}_t^{j*}(.)$：反実仮想の積分した価値関数

時点 $T+1$ の問題は変化しないので，$j = 0, 1$ について

$$\bar{V}_{T+1}^{j*}(.) = \bar{V}_{T+1}^{j}(.)$$

反実仮想 CCP

時点 T では $j = 0, 1$ について

$$v_T^*(x_T; j) = v_T(x_T; j) + \Delta_T(j; x_T)$$

在学／退学の価値の差は

$$v_T^*(x_T; 1) - v_T^*(x_T; 0) = v_T(x_T; 1) - v_T(x_T; 0) + \Delta_T(1; x_T) - \Delta_T(0; x_T)$$

在学／退学の対数オッズ比は

$$\ln \frac{p_T^*(1|x_T)}{p_T^*(0|x_T)} = \ln \frac{p_T(1|x_T)}{p_T(0|x_T)} + \frac{\Delta_T(1; x_T) - \Delta_T(0; x_T)}{\sigma}$$

σ が既知なら $p_T(.|.)$ と $\Delta_T(.;.)$ のみから $p_T^*(.|.)$ は求まる．
(β, σ) が既知なら $p_T^*(.|.)$ を所与として $\{p_t^*(.|.)\}$ は逆順で逐次的に求まる（詳細は略）．

時点 T では $j=0,1$ について

$$v_T^*(x_T;j) = v_T(x_T;j) + \Delta_T(j;x_T)$$

在学／退学の価値の差は

$$v_T^*(x_T;1) - v_T^*(x_T;0) = v_T(x_T;1) - v_T(x_T;0) + \Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)$$

在学／退学の対数オッズ比は

$$\ln \frac{p_T^*(1|x_T)}{p_T^*(0|x_T)} = \ln \frac{p_T(1|x_T)}{p_T(0|x_T)} + \frac{\Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)}{\sigma}$$

σ が既知なら $p_T(.|.)$ と $\Delta_T(.;.)$ のみから $p_T^*(.|.)$ は求まる．

(β,σ) が既知なら $p_T^*(.|.)$ を所与として $\{p_t^*(.|.)\}$ は逆順で逐次的に求まる（詳細は略）．

反実仮想 CCP

時点 T では $j=0,1$ について

$$v_T^*(x_T;j) = v_T(x_T;j) + \Delta_T(j;x_T)$$

在学／退学の価値の差は

$$v_T^*(x_T;1) - v_T^*(x_T;0) = v_T(x_T;1) - v_T(x_T;0) + \Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)$$

在学／退学の対数オッズ比は

$$\ln \frac{p_T^*(1|x_T)}{p_T^*(0|x_T)} = \ln \frac{p_T(1|x_T)}{p_T(0|x_T)} + \frac{\Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)}{\sigma}$$

σ が既知なら $p_T(.|.)$ と $\Delta_T(.;.)$ のみから $p_T^*(.|.)$ は求まる．

(β,σ) が既知なら $p_T^*(.|.)$ を所与として $\{p_t^*(.|.)\}$ は逆順で逐次的に求まる（詳細は略）．

反実仮想 CCP

時点 T では $j=0,1$ について

$$v_T^*(x_T;j) = v_T(x_T;j) + \Delta_T(j;x_T)$$

在学／退学の価値の差は

$$v_T^*(x_T;1) - v_T^*(x_T;0) = v_T(x_T;1) - v_T(x_T;0) + \Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)$$

在学／退学の対数オッズ比は

$$\ln \frac{p_T^*(1|x_T)}{p_T^*(0|x_T)} = \ln \frac{p_T(1|x_T)}{p_T(0|x_T)} + \frac{\Delta_T(1;x_T) - \Delta_T(0;x_T)}{\sigma}$$

σ が既知なら $p_T(.|.)$ と $\Delta_T(.;.)$ のみから $p_T^*(.|.)$ は求まる．

(β,σ) が既知なら $p_T^*(.|.)$ を所与として $\{p_t^*(.|.)\}$ は逆順で逐次的に求まる（詳細は略）．

反実仮想 CCP

時点 T では $j = 0, 1$ について

$$v_T^*(x_T; j) = v_T(x_T; j) + \Delta_T(j; x_T)$$

在学／退学の価値の差は

$$v_T^*(x_T; 1) - v_T^*(x_T; 0) = v_T(x_T; 1) - v_T(x_T; 0) + \Delta_T(1; x_T) - \Delta_T(0; x_T)$$

在学／退学の対数オッズ比は

$$\ln \frac{p_T^*(1|x_T)}{p_T^*(0|x_T)} = \ln \frac{p_T(1|x_T)}{p_T(0|x_T)} + \frac{\Delta_T(1; x_T) - \Delta_T(0; x_T)}{\sigma}$$

σ が既知なら $p_T(.|.)$ と $\Delta_T(.; .)$ のみから $p_T^*(.|.)$ は求まる．
(β, σ) が既知なら $p_T^*(.|.)$ を所与として $\{p_t^*(.|.)\}$ は逆順で逐次的に求まる（詳細は略）．

例：学資補助

構造母数の設定

- 割引因子 $\beta = .95, 1$
- 尺度母数 $\sigma = 20, 100$（万円）
- 効用関数の特定化は不要

反実仮想：在学中 4 年間の毎学期 10 万円の学資補助

例：学資補助

構造母数の設定

- 割引因子 $\beta = .95, 1$
- 尺度母数 $\sigma = 20, 100$（万円）
- 効用関数の特定化は不要

反実仮想：在学中 4 年間の毎学期 10 万円の学資補助

例：学資補助

構造母数の設定

- 割引因子 $\beta = .95, 1$
- 尺度母数 $\sigma = 20, 100$（万円）
- 効用関数の特定化は不要

反実仮想：在学中 4 年間の毎学期 10 万円の学資補助

例：学資補助

構造母数の設定

- 割引因子 $\beta = .95, 1$
- 尺度母数 $\sigma = 20, 100$（万円）
- 効用関数の特定化は不要

反実仮想：在学中 4 年間の毎学期 10 万円の学資補助

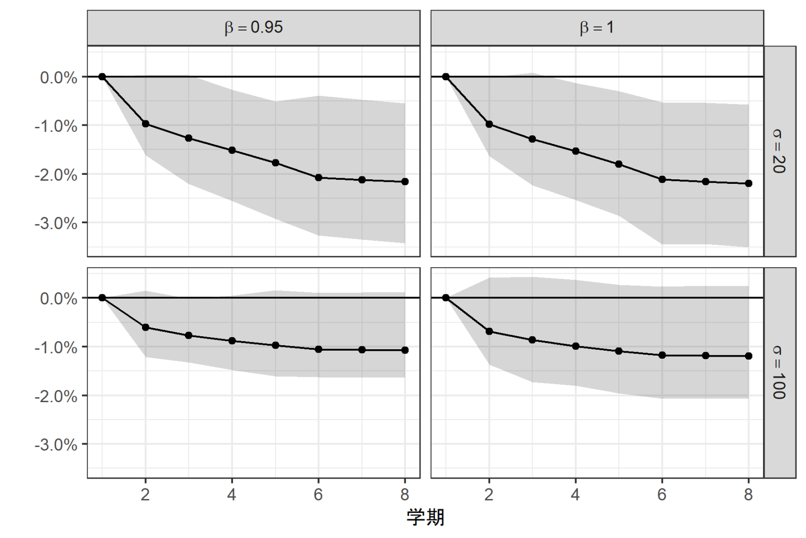
例：学資補助

構造母数の設定

- 割引因子 $\beta = .95, 1$
- 尺度母数 $\sigma = 20, 100$（万円）
- 効用関数の特定化は不要

反実仮想：在学中 4 年間の毎学期 10 万円の学資補助

累積中退確率を引き下げる処置効果



学資補助の処置効果

1. 毎学期 10 万円の学費補助は，某学部 2016 年 4 月入学者の男子の
   4 年間の累積中退確率を約 2.2%引き下げる．
   特に 2 年次までの中退はほぼ 0 になる．
2. $\beta \in [.95, 1]$, $\sigma \in [20, 100]$ の範囲では，累積中退確率は 1.0〜2.2%低下．
3. 学費補助は成績に直接的に影響しない．
   ⇒累積中退確率の低下は卒業確率の上昇を意味せず，
   退学の意思決定を遅らせる効果と解釈すべき．
4. もともと卒業できる学生が最大の利益を得る．大学の利益にはならない．

学資補助の処置効果

1. 毎学期 10 万円の学費補助は，某学部 2016 年 4 月入学者の男子の
   4 年間の累積中退確率を約 2.2%引き下げる．
   特に 2 年次までの中退はほぼ 0 になる．
2. $\beta \in [.95, 1], \sigma \in [20, 100]$ の範囲では，累積中退確率は 1.0〜2.2%低下．
3. 学費補助は成績に直接的に影響しない．
   ⇒累積中退確率の低下は卒業確率の上昇を意味せず，
   退学の意思決定を遅らせる効果と解釈すべき．
4. もともと卒業できる学生が最大の利益を得る．大学の利益にはならない．

学資補助の処置効果

1. 毎学期 10 万円の学費補助は，某学部 2016 年 4 月入学者の男子の
   4 年間の累積中退確率を約 2.2%引き下げる．
   特に 2 年次までの中退はほぼ 0 になる．
2. $\beta \in [.95, 1]$, $\sigma \in [20, 100]$ の範囲では，累積中退確率は 1.0〜2.2%低下．
3. 学費補助は成績に直接的に影響しない．
   ⇒累積中退確率の低下は卒業確率の上昇を意味せず，
   退学の意思決定を遅らせる効果と解釈すべき．
4. もともと卒業できる学生が最大の利益を得る．大学の利益にはならない．

学資補助の処置効果

1. 毎学期 10 万円の学費補助は，某学部 2016 年 4 月入学者の男子の
   4 年間の累積中退確率を約 2.2%引き下げる．
   特に 2 年次までの中退はほぼ 0 になる．
2. $\beta \in [.95, 1]$, $\sigma \in [20, 100]$ の範囲では，累積中退確率は 1.0〜2.2%低下．
3. 学費補助は成績に直接的に影響しない．
   ⇒累積中退確率の低下は卒業確率の上昇を意味せず，
   退学の意思決定を遅らせる効果と解釈すべき．
4. もともと卒業できる学生が最大の利益を得る．大学の利益にはならない．

References

鹿野繁樹・高木真吾・村澤康友 2011.「経済学の成績に対する数学学習の効果：コントロール関数アプローチによる推定と予備検定」,『統計数理』,，59，301–319．