

計量経済 I : 中間試験

村澤 康友

2018 年 6 月 5 日

注意 : 3 問とも解答すること。結果より思考過程を重視するので、途中計算等も必ず書くこと（部分点は大きいに与えるが、結果のみの解答は 0 点とする）。

1. (20 点) 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。

- (a) 統計的推測
- (b) ジニ係数
- (c) 確率
- (d) 尖度

2. (30 点) X は次の累積分布関数をもつ。

$$F_X(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x^2/4 & \text{for } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{for } 2 < x \end{cases}$$

- (a) $\Pr[1 < X \leq 3]$ を求めなさい。
 - (b) X の確率密度関数を求め、式とグラフで表しなさい。
 - (c) $E(X)$ を求めなさい。
3. (50 点) あるサッカーの試合に勝つ確率を p , 引き分ける確率を q , 負ける確率を $1 - p - q$ とする。この試合における勝ち点を X とすると、

$$X := \begin{cases} 3 & \text{with pr. } p \\ 1 & \text{with pr. } q \\ 0 & \text{with pr. } 1 - p - q \end{cases}$$

- (a) X の確率質量関数を式で表しなさい。
- (b) X の累積分布関数を式で表しなさい。
- (c) $E(X)$ を求めなさい。
- (d) $E(X^2)$ を求めなさい。
- (e) $\text{var}(X)$ を求めなさい。

解答例

1. 確率・統計の基本用語

- (a) 一部の観察から全体について推測すること.
- (b) (ローレンツ曲線と 45 度線の間面積) / (45 度線の下面積)
 - 分子のみは 3 点.
- (c) 事象に対して定義され, 以下の公理を満たす関数 $P(\cdot)$.
 - i. $0 \leq P(\cdot) \leq 1$
 - ii. $P(\Omega) = 1$
 - iii. (σ 加法性) A_1, A_2, \dots が排反なら

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

- (d) 4 次の標準化積率.

2. 連続分布

- (a)

$$\begin{aligned}\Pr[1 < X \leq 3] &= \Pr[X \leq 3] - \Pr[X \leq 1] \\ &= F_X(3) - F_X(1) \\ &= 1 - \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

- $\Pr[X \leq 3] - \Pr[X \leq 1]$ で 2 点.
- $F_X(3) - F_X(1)$ で 5 点.

- (b)

$$\begin{aligned}f_X(x) &= F'_X(x) \\ &= \begin{cases} x/2 & \text{for } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}\end{aligned}$$

グラフは省略.

- 式で 5 点, グラフで 5 点.
- 微分で 2 点.

- (c)

$$\begin{aligned}E(X) &:= \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \\ &= \int_0^2 x \frac{x}{2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

- 前問の解答と整合的なら OK.

3. 離散分布

(a)

$$p_X(x) := \begin{cases} p & \text{for } x = 3 \\ q & \text{for } x = 1 \\ 1 - p - q & \text{for } x = 0 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(b)

$$F_X(x) := \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 - p - q & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 1 - p & \text{for } 1 \leq x < 3 \\ 1 & \text{for } x \geq 3 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{aligned} E(X) &= 3 \cdot p + 1 \cdot q + 0 \cdot (1 - p - q) \\ &= 3p + q \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 3^2 \cdot p + 1^2 \cdot q + 0^2 \cdot (1 - p - q) \\ &= 9p + q \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= E(X^2) - E(X)^2 \\ &= 9p + q - (3p + q)^2 \\ &= 9p + q - 9p^2 - 6pq - q^2 \\ &= 9p(1 - p) + q(1 - q) - 6pq \end{aligned}$$

- 前問の解答と整合的なら OK.
- $E(X^2) - E(X)^2$ で 5 点.