

計量分析 2：中間試験

村澤 康友

2022 年 12 月 1 日

注意：3 問とも解答すること。結果より思考過程を重視するので、途中計算等も必ず書くこと（部分点は大きいと与えるが、結果のみの解答は 0 点とする）。

- (20 点) 以下で定義される計量経済学の専門用語をそれぞれ書きなさい。
 - 確率変数から平均を引き標準偏差で割る変換。
 - 期待値が母数と等しい推定量。
 - 許容する第 1 種の誤りの確率。
 - 推定量の標準偏差の推定値。
- (50 点) Y の X 上への単回帰モデルは

$$E(Y|X) = \alpha + \beta X$$

回帰誤差を $U := Y - E(Y|X)$ とする。以下を示しなさい。

- $E(U|X) = 0$
 - $E(U) = 0$
 - $E(XU) = 0$
 - $\text{cov}(X, U) = 0$
 - $\text{cov}(X, Y) = \beta \text{var}(X)$
- (30 点) 通勤時間が長いと仕事の満足度が低くなるかを調べたい。そこで 0（不満）から 4（満足）までの 5 段階の仕事に対する満足度を通勤時間（分）・年収（万円）・修学年数（年）に重回帰し、次の結果を得た。

$$\widehat{\text{happy_work}} = 1.83565 - 0.00249144 \text{commute} + 0.000473488 \text{income} + 0.0202123 \text{yeduc}$$

(0.14176) (0.00084882) (8.7591e-005) (0.010465)

$$T = 3604 \quad \bar{R}^2 = 0.0106 \quad F(3, 3600) = 13.818 \quad \hat{\sigma} = 1.1537$$

(丸括弧内は標準誤差)

以下の問に答えなさい。

- 問題意識を踏まえて検定問題を定式化しなさい。
- 「通勤時間」から「仕事の満足度」への限界効果の OLS 推定値・標準誤差・t 値は幾らか？
- $F(3, 3600)$ は何のための統計量か？また 3 と 3600 は、それぞれどのように得られる数値か？この分析に即して具体的に説明しなさい。

解答例

1. 計量経済学の基本用語

- (a) 標準化
- (b) 不偏推定量
- (c) 有意水準

- 「有意確率」は p 値を指すので誤り.

- (d) 標準誤差

2. 単回帰

- (a) 期待値の線形性より

$$\begin{aligned}E(U|X) &= E(Y - E(Y|X)|X) \\&= E(Y|X) - E(Y|X) \\&= 0\end{aligned}$$

- 「期待値の線形性」がなければ 1 点減.
- 重要なステップが抜けてたら 0 点. 以下同様.

- (b) 繰り返し期待値の法則と (a) より

$$\begin{aligned}E(U) &= E(E(U|X)) \\&= E(0) \\&= 0\end{aligned}$$

(別解) 繰り返し期待値より

$$\begin{aligned}E(U) &= E(Y - E(Y|X)) \\&= E(Y) - E(E(Y|X)) \\&= E(Y) - E(Y) \\&= 0\end{aligned}$$

- 「繰り返し期待値の法則」がなければ 1 点減.

- (c) 繰り返し期待値の法則と (a) より

$$\begin{aligned}E(XU) &= E(E(XU|X)) \\&= E(X E(U|X)) \\&= E(0) \\&= 0\end{aligned}$$

- (d) 前 2 問より

$$\begin{aligned}\text{cov}(X, U) &= E(XU) - E(X) E(U) \\&= 0\end{aligned}$$

(e) 前問より

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(X, Y) &= \operatorname{cov}(X, \alpha + \beta X + U) \\ &= \operatorname{cov}(X, \beta X + U) \\ &= \operatorname{cov}(X, \beta X) + \operatorname{cov}(X, U) \\ &= \beta \operatorname{cov}(X, X) \\ &= \beta \operatorname{var}(X)\end{aligned}$$

- 他の導き方も可.

3. 重回帰分析

(a) 通勤時間の偏回帰係数を β とすると, 検定問題は

$$H_0 : \beta = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta < 0$$

- β の定義なしや誤りは 5 点減.
 - 逆向きの不等号や両側検定は 0 点.
- (b) OLS 推定値は -0.00249144 , 標準誤差は 0.00084882 , t 値は $-0.00249144/0.00084882 \approx -2.935$.
- 点推定値と標準誤差は各 3 点, t 値は 4 点.
 - 符号の誤りは 0 点.
 - 割り算の未計算や一桁以上の誤りは 1 点減.
- (c) $F(3, 3600)$ は F 値であり, 「 H_0 : 定数項を除くすべての回帰係数 = 0」の両側検定のための統計量である. 3 は「検定する回帰係数の数」であり, ここでは通勤時間・年収・修学年数の 3 つの係数. 3600 は「標本の大きさ」 - 「推定した回帰係数の数」であり, ここでは $3604 - 4 = 3600$.
- 前半 (4 点満点) のキーワードは
 - F 値 (1 点)
 - 定数項を除くすべての回帰係数 = 0 (2 点)
 - 両側検定 (1 点)
 - 後半 (6 点満点) のキーワードは
 - 検定する回帰係数の数 (2 点)
 - 標本の大きさ (2 点)
 - 推定した回帰係数の数 (2 点)