

## 中級統計学：復習テスト 14

学籍番号\_\_\_\_\_ 氏名\_\_\_\_\_

2025 年 11 月 18 日

**注意：**すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 14~20 を順に重ねて左上でホチキス止めし、第 3 回中間試験実施日（12 月 12 日の予定）に提出すること。

1. 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。

(a) 統計的推測

(b) 母集団

(c) 標本

(d) 無作為抽出

(e) 母数

(f) 統計量

(g) 標本分布

2. 母集団分布を  $N(\mu, \sigma^2)$  とする. 母集団から無作為抽出した標本を  $(X_1, \dots, X_n)$  とする.

(a) 標本平均を式で定義しなさい.

(b) 標本平均の平均（期待値）が母平均に等しいことを示しなさい.

(c) 標本平均の分散を求めなさい.

(d) 標本平均の分布を求めなさい.

## 解答例

1. (a) 一部の観察から全体について推測すること.  
 (b) 考察の対象全体.  
 (c) 母集団のうち実際に観察される部分.  
 (d) どの個体の組合せも等確率で取り出される抽出.  
 (e) 確率分布の特性を表す定数.  
 (f) 標本の関数.  
 (g) 確率的な標本抽出にともなう統計量の分布.

2. (a)

$$\bar{X} := \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}$$

- (b) 期待値の線形性より

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(\bar{X}) &= \mathrm{E}\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}\right) \\ &= \frac{\mathrm{E}(X_1 + \cdots + X_n)}{n} \\ &= \frac{\mathrm{E}(X_1) + \cdots + \mathrm{E}(X_n)}{n} \\ &= \frac{\mu + \cdots + \mu}{n} \\ &= \mu\end{aligned}$$

- (c)  $X_1, \dots, X_n$  は独立なので

$$\begin{aligned}\mathrm{var}(\bar{X}) &= \mathrm{var}\left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}\right) \\ &= \frac{\mathrm{var}(X_1 + \cdots + X_n)}{n^2} \\ &= \frac{\mathrm{var}(X_1) + \cdots + \mathrm{var}(X_n)}{n^2} \\ &= \frac{\sigma^2 + \cdots + \sigma^2}{n^2} \\ &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

- (d) 正規分布の線形変換は正規分布なので

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$