

形式背景的属性拓扑表示

张涛 任宏雷

(燕山大学 信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

E-mail: yuizhizao@163.com

摘要: 形式背景的表示是形式概念分析研究的基础内容之一. 针对目前形式背景表示方法单一且运算复杂度高的问题, 提出形式背景的属性拓扑表示. 与传统表示方法不同, 属性拓扑表示以属性为顶点, 属性对间的包含关系为权值, 计算属性间的耦合程度, 并以加权图的形式对形式背景进行刻画. 对属性拓扑的分析表明, 属性拓扑图不但简单直观的表现出各个属性之间的关联及其关联强度, 而且与形式背景一一对应. 且通过对属性拓扑图的直观分析, 可以发现其与部分形式概念的关联关系.

关键词: 形式概念分析; 形式背景; 属性拓扑图; 邻接矩阵

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-4220(2014)03-0590-04

Attribute Topology of Formal Context

ZHANG Tao, REN Hong-lei

(College of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The representation of formal context is one of the basic tissues in the field about formal concept analysis. On the other hand, the representation being researched is monotonously and expensive computation. In this paper, a novel representation for formal context named attribute topology is proposed. Different with the other representational means, attribute topology computes the coupling degree between attributes and expresses formal concept as weighted graphs with the attributes as vertexes and the relationships of attribute pairs as weighing of edges. The analysis of attribute topology shows that it can not only excess the relationships and relative degree of attributes intuitively, but reflect one-corresponding with formal concept. Also, the relations between attribute topology and partial formal concepts can be found through the intuitively analyze of the attribute topology.

Key words: formal concept analysis; formal context; attribute topology; adjacency matrix

1 引言

形式概念分析最早于1982年由Wille教授所提出, 是以数学化的概念和概念层次结构为基础应用数学领域的一个分支^[1]. 近十几年来, 形式概念理论作为一种知识表示和知识处理的有效技术, 已经应用到许多领域, 如知识工程^[2]、信息检索^[3,4]、数据挖掘^[5]与处理^[6,7]、软件工程^[8]等.

形式背景是形式概念分析的数据基础, 也是形式概念分析的分析对象. 目前, 形式背景的表示普遍采用Hasse图的方式进行^[9]. Hasse图将形式背景表示与内涵外延的统一结合起来, 以偏序关系为基础, 刻画了形式背景属性和对象间的结构关系^[10]. 但Hasse图计算复杂, 其计算复杂度为 $O(2^n)$, 直接影响了大规模数据下的应用. 同时, 对于不强调内涵与外延统一的应用场合(如分类问题, 只需找到可区分不同类别的属性集合), Hasse图存在对形式背景的过描述问题. 针对这种过描述问题, 文献[11]提出属性树的形式背景表示方法. 属性树以属性的包含关系为基础, 解决了Hasse图中的过描述问题. 但对于无包含关系的形式背景, 属性树方法的表示性不强. 同时, 属性树方法目前尚无法与形式背景一一对应.

针对以上问题, 本文提出形式背景的属性拓扑表示. 该表

示方法以属性间关系为基础, 以属性对对应的对象集合关联性为纽带, 完成形式背景中属性间的关系表示. 通过该表示, 不但可以直观观察各属性间的关联关系与属性层次关系, 同时可以做到与形式背景的可逆运算, 因此具有唯一对应性.

2 形式背景的属性拓扑表示

2.1 基本概念

形式背景是形式概念的研究对象, 也是形式概念分析的数据表示方式. 一个形式背景可以表示为 $K = (G, M, I)$, 是由两个集合 G 和 M 以及 G 与 M 间的关系 I 组成. 其中 G 为形式背景中的对象集合, M 的为形式背景中的属性集合, I 表示 G 与 M 间的关系. 形式背景各属性之间包括包含关系、相容关系和互斥关系.

属性间的包含关系指两个属性所属对象集为包含关系. 如下页表1中, 属性 a 与属性 b 、属性 a 与属性 c 均为包含关系.

属性间的相容关系是指两个或多个属性共属于同一非空对象集, 而这些属性所属的对象集之间无包含关系. 例如下页表2中的属性 a 与属性 b .

属性间的互斥关系是指两个属性所属的两个对象集互不相容且互不包含, 而当这两个对象集的集合可构成整个背景

收稿日期: 2012-10-30 收修改稿日期: 2012-12-03 基金项目: 国家自然科学基金项目(60904100)资助; 河北省自然科学基金项目(F2011203073)资助. 作者简介: 张涛, 男, 1979年生, 博士, 讲师, 研究方向为形式概念分析、粗糙集; 任宏雷, 女, 1989年生, 硕士, 研究方向为形式概念分析、拓扑理论.

的对象集时,这两个属性为互补关系.例如表3中的属性 c 与属性 d 构成互斥关系,属性 b 与属性 c 则构成互补关系.

在形式背景 $K:=(G, M, I)$ 中,对于集合 $A \subseteq G$,记 $A'=\{m \in M | (g, m) \in I, \forall g \in A\}$ 相应的,对于集合 $B \subseteq M$,记 $B'=\{g \in G | (g, m) \in I, \forall m \in B\}$. 方便起见,下文中用 g' 表示

表1 属性间的包含关系 表2 属性间的相容关系

Table 1 Inclusion relation Table 2 Consistant relation

between attributes				between attributes			
	a	b	c		a	b	c
1	x	x	x	1	x		x
2		x		2	x	x	
3			x	3		x	x

所谓全局对象,是指具有背景中全部属性的对象.在形式背景 $K:=(G, M, I)$ 中,若有 $g \in G$ 且 $g'=M$,则对象 g 称为该背景中的一个全局对象.与之对应,全局属性是指具有背景中全部的对象属性.在形式背景 $K:=(G, M, I)$ 中,若有 $m \in M$ 且 $m'=G$,则属性 m 称为该背景中的一个全局属性.

依据格理论可知,全局对象与全局属性仅出现于概念格的顶与底,不会对概念格的结构产生影响,即对于概念格而言,全局对象与全局属性均为可约简的.从信息论的角度看,由于全局对象与全局属性的相关运算包含所有属性或对象,不具有区分特性,因此在拓扑表示中,全局属性(或全局对象)为所有属性(或对象)的父属性(或父对象),不具有参考意义,可以直接略去.

在约去全局变量与全局属性后,完成背景净化过程.在形式概念分析中,对于背景 $K:=(G, M, I)$,如果任意两个满足 $g'=h'$ 的元素 $g, h \in G$ 都有 $g=h$,而且对偶地任意两个满足 $m'=n'$ 的元素 $m, n \in M$ 都有 $m=n$,则该背景称为是净化的.

如表4中的属性 a 即为全局属性,对象2即为全局对象,二者均可约简.

将全局对象和全局属性约简得到净化的背景如表5所示.

2.3 形式背景的属性拓扑表示

从图论的角度看,属性拓扑表示是关于属性间关系的加权图表示.因此在存储上可以借鉴图的存储方式,即可采用邻接矩阵的顺序存储与邻接表的链接存储两种方式.为描述方便,采用邻接矩阵的存储方式.

设 $T=(V, E)$ 为形式背景 $K:=(G, M, I)$ 的拓扑表示. V 为属性集合,即 $V=M=[m_1, m_2, m_3, \dots, m_k]$,其邻接矩阵:

$$E(m_i, m_j) = \begin{cases} m'_i, & \text{当 } i=j \text{ 时} \\ \Phi & \text{当 } m'_i \cap m'_j = \Phi (i \neq j) \\ \Phi & \text{当 } m'_i \cap m'_j = m'_i (i \neq j) \\ m'_j, & \text{当 } m'_i \cap m'_j = m'_j (i \neq j) \\ m'_i \cap m'_j, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中,当 $i=j$ 时 $E(m_i, m_j)$ 即属性所属的对象集;当 $m'_i \cap m'_j = \Phi (i \neq j)$ 时 m_i 与 m_j 是互斥属性,此时 $E(m_i, m_j) = \Phi$;当 $m'_i \cap m'_j = m'_i (i \neq j)$ 时 m'_j 包含 m'_i ,拓扑中表现为由顶点 m_i 不能到达顶点 m_j (式中表示为 $E(m_i, m_j) = \Phi$),而由顶点 m_j 却能到达顶点 m_i ;当属性 m_i 和属性 m_j 为相容关系时 $E(m_i, m_j) = m'_i \cap m'_j$.

由式(1)易知,属性拓扑图中任意两个属性间的权值为

$\{g\}'$,用 m' 表示 $\{m\}'$.

2.2 背景的预处理

对于一个形式背景,可能包含冗余或者重复的信息,为了简化其表示和运算,首先要对其进行简单的背景预处理.在预处理阶段,首先应约简全局对象与全局属性.

表3 属性间的互斥关系

Table 3 Complementation relation between attributes

	a	b	c	d
1	x		x	
2	x	x		
3		x		x

表4 原始形式背景1

Table 4 Original formal context 1

	a	b	c	d
1	x	x	x	
2	x	x	x	x
3	x		x	x
4	x	x		x

两个属性对应的对象集合的交集.同时,属性拓扑图为带有自表5 净化后的形式背景1

Table 5 Purified formal

context 1			
	b	c	d
1	x	x	
3		x	x
4	x		x

表6 形式背景2

Table 6 Formal context 2

	a	b	c	d	e
1	x		x		x
2	x	x		x	x
3		x	x		x
4	x	x		x	

环的加权图表示,任意属性 m 的自环即为 m' .为了表示的简洁性,作图时暂不考虑自环情况.

如表6所示,属性邻接矩阵为式(2).

$$T.Edge = \begin{bmatrix} 124 & 24 & 1 & 24 & 12 \\ 24 & 234 & 3 & 24 & 23 \\ 1 & 3 & 13 & \Phi & \Phi \\ \Phi & \Phi & 24 & 2 & 2 \\ 12 & 23 & 24 & 2 & 123 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由属性邻接矩阵可以得到属性拓扑图如图1所示,由此图可以直观的观察形式背景中各属性间的关系.比如属性 a 与属性 b 之间为以双向箭头相连,为相容关系;属性 b 与属性 d 之间以单向箭头相连,为包含关系;属性 c 与属性 d 之间无相连关系,则其为互斥关系.

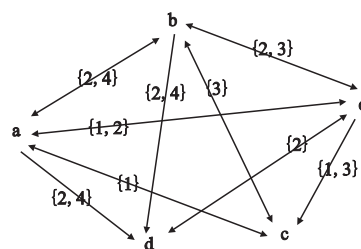


图1 表6对应属性拓扑图

Fig. 1 Attribute topology graph for table 6

从计算复杂度看,设一个经过预处理的形式背景 $K:=(G, M, I)$,其中 $\#G=k$, $\#M=l$.在计算属性拓扑图的过程中,对任意属性 m 进行对应对象的计算,即 m' .在最复杂情况下,要对对象集合进行遍历,即运算复杂度为 $O(k)$.对于 l 个属性进行对应对象计算,其复杂度为 $lO(k)$.在计算属性关系的过程中,需要对属性进行两两比较,对于 l 个属性,其需要 $\frac{l^2}{2}$ 次比较运算.

综合以上分析可知,形式背景的属性拓扑表示其计算复

复杂度为 $O(\max(lk, l^2))$, 小于同样背景 Hasse 图的计算复杂度 $O(2^l)$.

3 属性拓扑的性质

性质 1. 属性拓扑表示的唯一性.

证明: 显然, 邻接矩阵与属性拓扑是一一对应的, 因此只需证明形式背景与邻接矩阵的唯一对应性.

由于式 (1) 包含了所有 m'_i 与 m'_j 的关系, 因此由一个形式背景一定可以得到唯一确定的属性邻接矩阵 T. Edge; 反之, 由属性邻接矩阵求形式背景, 由于其保存了属性的自环信息, 由属性邻接矩阵的计算公式 (1), 只需将邻接矩阵的主对角线元素 $E(m_i, m_i) = m'_i$ 列出, 即可恢复原形式背景.

性质 2. $E(m_i, m_j)$ 反映了属性间的耦合关系.

若 $E(m_i, m_j) \neq \Phi$, 在拓扑中表现为两个属性间有链接, 且通过对象集 $E(m_i, m_j)$ 产生关联. 也即 $[E(m_i, m_j)] \supseteq \{m_i, m_j\}$. 若 $E(m_i, m_j) = \Phi$, 则 m_i, m_j 间无耦合, 即同时具有属性 m_i, m_j 的对象集为空.

性质 3. $\#E(m_i, m_j)$ 反映了属性间的耦合程度.

证明: 由性质 2 $E(m_i, m_j) = \Phi$ 时, $\#E(m_i, m_j) = 0$, 此时属性 m_i 与 m_j 之间无耦合, 即耦合度为 0. 当 $E(m_i, m_j) \neq \Phi$ 时, $\#E(m_i, m_j)$ 为拓扑中边的加权的元素数, 也就是同时包含属性 m_i 与 m_j 的对象集的大小, 显然, 其反映了属性 m_i 与 m_j 的耦合程度.

性质 4. 拓扑中能构成多边形的属性间具有传递法则. 在邻接矩阵中, 设属性间的耦合关系为 $E(m_i, m_j) = e_1$, $E(m_j, m_k) = e_2$, 则有 $E(m_i, m_k) \supseteq e_1 \cap e_2$.

根据性质 2 至性质 4, 可根据属性间的耦合关系对属性进行划分.

定义: 在属性拓扑中, 若对任意的 $E(m_i, m_j) \neq \Phi$, 都有 $E(m_j, m_i) \neq \Phi$, 则属性 m_j 为概念格的顶层属性. 满足上述条件的边 $E(m_i, m_j)$ 称为拓扑中的双向边. 若 $E(m_i, m_j) = \Phi, i \neq j$, 且 $\exists j$ 使 $E(m_j, m_i) \neq \Phi$, 则 m'_i 为 m'_j 所包含, 且 m_i 为最小被包含属性. 此时边 $E(m_j, m_i)$ 称为拓扑中的单向边. 属性 m_i 为概念格中的底层属性. 既不是顶层属性又不是底层属性的属性称为过渡属性.

顶层属性在属性拓扑图中的直观表示为其所连接的边均为非单向边. 底层属性在属性拓扑图中的直观表示为其所连接的边均为单向边.

由形式概念分析和格理论可知, 顶层属性 m_j 必为概念内涵, 底层属性对应的对象 m'_i 必为概念外延.

推论: 若拓扑中能构成完全多边形, 则多边形所有顶点属性对应对象必有交集, 为完全多边形各边的权之交. 并且这个交集为一个概念外延.

性质 5. 连通子图数目为背景中各自独立的大类数目.

一个形式背景的连通子图数即为其可构成的非连通的拓扑的个数. 这取决于形式背景的属性对象二元关系在表中可以独立的分类数.

性质 6. $\cup_{i \neq j} E(m_i, m_j) \subseteq E(m_i, m_i)$

证明: 显然, 由属性邻接矩阵的计算公式 (1), $E(m_i, m_i) = m'_i$; 式中, 当 $m'_i \cap m'_j = m'_j (i \neq j)$ 时, $E(m_i, m_j) = m'_j \subseteq$

m'_i ; 当 $m'_i \cap m'_j = m'_i (i \neq j)$ 或者 $m'_i \cap m'_j = \Phi (i \neq j)$ 时, $E(m_i, m_j) = \Phi$; 当 m_i 与 m_j 互不包含而又存在交集时, $E(m_i, m_j) = m'_i \cap m'_j \subseteq m'_i$. 因此, 综合上述所有情况, $\cup_{i \neq j} E(m_i, m_j) \subseteq E(m_i, m_i)$.

4 实验

表 7 为一个典型的形式背景, 该背景中包含了相容、包含、互斥等多种属性关系. 下文将以表 7 为例说明属性拓扑的性质.

表 7 一个典型的形式背景 3

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	x	x					x		
2	x	x					x	x	
3	x	x	x				x	x	
4	x		x				x	x	x
5	x	x		x			x		
6	x	x	x	x			x		
7	x		x	x	x				
8	x		x	x		x			
9	x		x	x		x			

表 8 净化后的形式背景 3

	b	c	d	e	f	g	h	i
1	x						x	
2	x						x	x
3	x	x					x	x
4	x						x	x
5	x		x				x	
6	x	x	x				x	
7	x	x	x					
8	x	x						

表 7 给出的形式背景中, 属性 a 为全局属性, 可直接忽略; $8' = 9'$, 出现信息的重复, 可以将其合并, 为表示简便下面用对象 8 表示合并后的对象集合, 即 $8 = \{8, 9\}$, 从而得到净化后的形式背景如表 8.

对于表 8 所示的形式背景, 其邻接矩阵为式 (3):

$$T. Edge = \begin{bmatrix} \{1, 2, 3, 5, 6\} & \{3, 6\} & \{5, 6\} & \Phi & \{5, 6\} & \{1, 2, 3\} & \{2, 3\} & \Phi \\ \{3, 6\} & \{3, 4, 6, 7, 8\} & \{6, 7, 8\} & \{7\} & \{6, 8\} & \{3, 4\} & \{3, 4\} & \{4\} \\ \{5, 6\} & \{6, 7, 8\} & \{5, 6, 7, 8\} & \{7\} & \{5, 6, 8\} & \Phi & \Phi & \Phi \\ \Phi & \Phi & \Phi & \{7\} & \Phi & \Phi & \Phi & \Phi \\ \{5, 6\} & \{6, 8\} & \Phi & \Phi & \{5, 6, 8\} & \Phi & \Phi & \Phi \\ \{1, 2, 3\} & \{3, 4\} & \Phi & \Phi & \Phi & \{1, 2, 3, 4\} & \{2, 3, 4\} & \{4\} \\ \{2, 3\} & \{3, 4\} & \Phi & \Phi & \Phi & \Phi & \{2, 3, 4\} & \{4\} \\ \Phi & \Phi & \Phi & \Phi & \Phi & \Phi & \Phi & \{4\} \end{bmatrix} \quad (3)$$

由属性邻接矩阵可以得到属性拓扑图如下页图 2 所示, 由此图可以直观的观察形式背景中各属性间的关系. 比如, b, c 属性间为双向箭头关系, 表明 b 与 c 属性具有交集, 同时又互不包含, 为相容关系; 属性 d 和 e 为单向箭头, 表示 e 所对应对象为 d 所对应对象的子集; 属性 d 与 g 之间没有直接关联, 则表示属性 d 与 g 间的对应的对象无交集, 二者构成互斥关系.

上文表明, 表 8 对应的属性拓扑如图 2. 若已知图 2, 由性质 1, 可通过上述所求的属性邻接矩阵 (式 (3)) 的主对角线得到原形式背景, 即只需将主对角线元素 $\{1, 2, 3, 5, 6\}$, $\{3, 4, 6, 7, 8\}$, $\{5, 6, 7, 8\}$, $\{7\}$, $\{5, 6, 8\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{4\}$ 作为列对应相应的属性排列, 即可得到复原后的形式背景为表 8.

由性质 2, 可完成形式背景中各属性对的直观分析. 在图 2 的属性拓扑中, 属性 g 与属性 b 之间通过对象集 $\{1, 2, 3\}$

产生耦合,在属性邻接矩阵中表现为 $E(g, b) = \{1, 2, 3\}$; 而属性 g 与属性 e 之间无链接,即无耦合,在属性邻接矩阵中表现为 $E(g, e) = \Phi$.

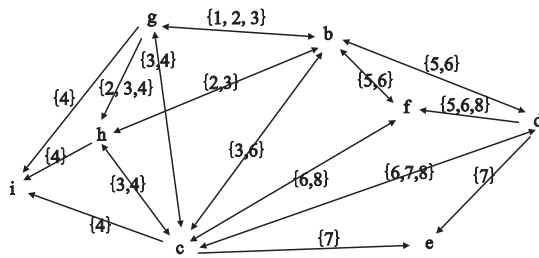


图2 表8的属性拓扑图

Fig. 2 Attribute topological graph for Table 8

图2所示,属性 g 与属性 b 之间通过对象集 $\{1, 2, 3\}$ 产生耦合,由性质3,其耦合度为 $\# \{1, 2, 3\} = 3$,属性 g 与属性 e 之间的耦合度为0.由此可以直接分析不同属性间关联的强度.

在图2中, c, g, h, b 可构成四边形,因此符合性质4所述的传递法则即 $E(g, h) \cap E(h, c) \cap E(c, b) \subseteq E(g, b)$; 而 c, e, f 不能构成三角形,即不符合传递法则.

边 $(b, c), (b, h), (b, g), (b, f)$ 等为双向边,属性 b, c, d, g 为顶层属性,即概念格的第一层属性.由性质4可知,顶层属性必为概念内涵,所以可得到概念 $(12356, b), (34678, c), (5678, d), (1234, g)$.

属性 e 和属性 i 为最小被包含属性,也是底层属性,边 $(g, i), (h, i), (c, i), (c, e), (d, e)$ 均为单向入边.由性质4,底层属性对应的对象 m_i 必为概念外延,可以得到概念 $(4, cghi), (7, ede)$.

完全多边形 $\{ghcb\}$ 中,由推论,顶点属性 g, h, c, b 对应的对象集合的交集即为完全多边形各边权之交,即为 $\{3\}$,因此 $\{3\}$ 为一个概念外延.

将属性分类后的拓扑如图3所示.

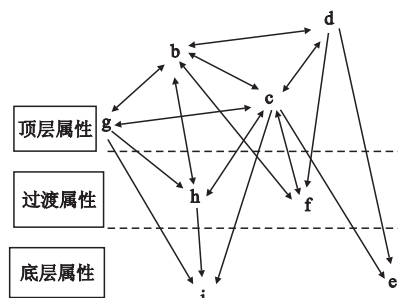


图3 属性分类后的拓扑图

Fig. 3 Topology after classification of the attributes

以表8中的子背景 $K_1 = (G, M_1, I_1)$ 为例,其中对象集 G 为表8中的所有对象,属性集 $M_1 = \{d, e, f, g, h, i\}$, I_1 为 G 与 M_1 的二元关系,则该形式背景显然可以构成两个独立的连通拓扑 $T_1 = (V_1, E), T_2 = (V_2, E)$,其中 $V_1 = \{1, 2, 3, 4\}, T_2 = \{5, 6, 7, 8\}$,而这个形式背景的对象集显然可以由此分为两个大类,即 V_1 和 V_2 .

由上文中式(3)可知 $E(b, b) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, 而 $E(b, c) = \{3, 6\}, E(b, d) = \{5, 6\}, E(b, e) = \Phi, E(b, f) = \{5, 6\}, E$

$(b, g) = \{1, 2, 3\}, E(b, h) = \{2, 3\}, E(b, i) = \Phi$. 由此显然可以验证性质6,即可得到 $\cup_{m=\{c, d, e, f, g, h, i\}} E(b, m) \subseteq E(b, b)$.

5 结 论

针对 Hasse 图的计算复杂度高而且存在过描述,以及属性树表示的非一一对应性问题,本文提出了属性拓扑的表示方法.该方法结合了图的相关理论,将属性间的耦合关系和耦合强度直观的表现拓扑图上,并且图中顶层属性及底层属性的性质有助于概念的计算.不但降低了运算复杂度,更简化了信息的挖掘与提取,做到了与形式背景的唯一可逆运算,为形式背景的表示提供了新的方法.

作为一种新的形式背景表示方法,对属性拓扑的性质进行进一步发现以及属性拓扑与传统概念格之间关系的证明是要进一步研究的内容.

References:

- [1] Ganter B, Wille R. Formal concept analysis: mathematical foundations [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [2] Li Jin-hai, Mei Chang-lin, Lv Yue-jin. Knowledge reduction in real decision formal contexts [J]. Information Sciences, 2012, 189: 191-207.
- [3] Zhang Gong-liang, Chen Yu, Zhou Xi, et al. Information semantic relativity retrieval based on domain ontology [J]. Computer Engineering, 2011, 37(20): 33-35.
- [4] Fethi Ferjani, Samir Elloumi, Ali Jaoua, et al. Formal context coverage based on isolated labels: an efficient solution for text feature extraction [J]. Information Sciences, 2012, 188: 198-214.
- [5] Mehdi Kaytoue, Sergei O Kuznetsov, Amedeo Napoli, et al. Mining gene expression data with pattern structures in formal concept analysis [J]. Information Sciences, 2011, 181(10): 1989-2001.
- [6] Korobkova A V, Penkova T G. On-line analytical processing based on formal concept analysis [J]. Procedia Computer Science, 2010, 1(1): 2311-2317.
- [7] Tam T Nguyen, Siu Cheung Hui, et al. A lattice-based approach for mathematical search using formal concept analysis [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(5): 5820-5828.
- [8] Jiang Ping, Ren Sheng-bing, Lin Juan. Using formal concept analysis for software engineering [J]. Computer Technology and Development, 2008, 18(4): 127-129.
- [9] Ali Jaoua, Samir Elloumi. Galois connection, formal concepts and Galois lattice in real relations: application in a real classifier [J]. The Journal of Systems and Software, 2002, 60(2): 149-163.
- [10] Guo Lan-kun, Huang Fang-ping, Li Qing-guo, et al. Power contexts and their concept lattices [J]. Discrete Mathematics, 2011, 311(18-19): 2049-2063.
- [11] Zhang Tao, Hong Wen-xue, Lu Jing. Attribute tree representation for formal context [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(2): 197-202.

附中文参考文献:

- [8] 蒋平, 任胜兵, 林娟. 形式概念分析在软件工程中的应用 [J]. 计算机技术与发展, 2008, 18(4): 127-129.
- [11] 张涛, 洪文学, 路静. 形式背景的属性树表示 [J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(2): 197-202.