

基于属性拓扑图的形式概念构造算法

李 刚^{1,2}, 马彦超¹, 张 涛¹, 洪文学²

(1. 燕山大学 信息科学与工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学 电气工程学院, 秦皇岛 066004)

摘 要 形式概念分析在软件工程、机器学习领域中有广泛、重要的应用, 形式概念的构造是其应用的先决条件. 为了使形式概念的构造直观、简单, 提出了基于属性拓扑图的形式概念构造算法. 该算法利用属性间的互斥、包含关系, 根据“路”的定义进行概念的构造, 通过对属性拓扑图中“路”的研究, 得到了它的一些性质, 利用这些性质对该算法进行了优化, 提高了算法的运算效率, 并通过实验验证了该算法的可行性.

关键词 形式概念; 形式概念构造; 属性拓扑; 属性关系

Formal concept construction algorithm based on attribute topology

LI Gang^{1,2}, MA Yan-chao¹, ZHANG Tao¹, HONG Wen-xue²

(1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract Formal concept analysis is widely used in the field of software engineering and machine learning. The construction of formal concept is a prerequisite of the application. In order to make the construction of formal concept intuitive and simple, this paper proposes a formal concept construction algorithm based on attribute topology. Using the mutex and including relationship among the attributes, the formal concept is constructed by the definition of “road”. Some properties of “road” in attribute topology are founded by studying it, and used to optimize the algorithm, which improves the operational efficiency. Experimental result validates the feasibility of the proposed method.

Keywords formal concept; formal concept construction; attribute topology; attribute relationship

0 引言

1982 年德国达姆施塔特科技大学的 Wille 教授提出了形式概念分析理论^[1], 根据数据集中的属性与对象的关系建立具有一定层次结构的概念格, 以此表示数据的分类特性和数据间的关系, 并可根据实际情况, 呈现出某种决策规则^[2]. 随着研究的深入, 形式概念分析被广泛地应用到机器学习^[3]、信息检索^[4-5]、软件工程^[6]等领域, 成为处理和组织大规模数据的一种有效工具.

概念构造是形式概念分析中最重要和最基本的步骤, 目前已经有多种研究成果, 其中包括 OSHAM 的批处理算法^[7], Godin 的增量算法^[8], 以及动态添加知识领域的算法^[9]. 但是, 目前的概念构造方法都是基于 Hasse 图的概念构造, 在构造过程中不能表现出属性之间的内在联系. 同时, 大部分概念构造的过程需要产生大量重复冗余的数据, 且构造过程不具有直观性和可视性. 将图论相关知识应用在形式概念分析中是国内形式概念分析研究的又一新方向, 文献^[10]中提出: 任何一个形式背景中, 都可由属性基为基础求得所有形式概念, 其推导出从属性到属性幂集的集值映射, 利用这一映射所表现的属性间的二元关系, 生成了属性的近似空间和属性拓扑结构, 进而生成所有形式概念的内涵, 并完成概念格的构建. 文献^[11]与^[12]跳出概

收稿日期: 2013-04-10

资助项目: 国家自然科学基金 (60904100); 河北省自然科学基金 (F2011203073)

作者简介: 李刚 (1979-), 男, 黑龙江绥化人, 副教授, 博士, 研究方向: 形式概念分析, 半监督学习, 序列设计, E-mail: lg@ysu.edu.cn; 马彦超 (1988-), 男, 河北张家口人, 硕士研究生, 研究方向: 形式概念分析, E-mail: 65501291@qq.com; 张涛 (1979-), 男, 河北唐山人, 副教授, 博士, 研究方向: 形式概念分析, 知识发现, E-mail: zhtao@ysu.edu.cn; 洪文学 (1953-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为: 数据偏序结构理论, 复杂概念网络研究, 可视化模式识别, 中医工程学, E-mail: hongwx@ysu.edu.cn.

念格的限制, 提出了形式背景的属性树表示方法和属性拓扑表示方法. 本文在属性的拓扑表示方法^[12]的基础上, 利用属性间的关系, 提出了基于属性拓扑图的概念构造, 通过属性间的关系构造概念, 获得全部概念的同时也能直观地观察到不同属性的内在联系.

1 基本概念

形式概念中的“背景”是形式概念分析的信息来源, 它是没有经过处理的, 由一组属性和一组对象组成的, 并包含着一定二元关系的数据集. 在形式概念分析中, 形式背景被表示为 $K := (G, M, I)$, 其中 G 为所有对象的集合, M 为所有属性的集合, I 为这两者间的一种二元关系^[1].

1.1 背景净化

定义 1^[1] 令 $\varphi: P \rightarrow Q, \psi: Q \rightarrow P$ 是两个半序集 $(P, \leq), (Q, \leq)$ 之间的映射, 如果满足:

- 1) $p_1 \leq p_2 \Rightarrow \varphi p_1 \geq \varphi p_2$;
- 2) $q_1 \leq q_2 \Rightarrow \psi q_1 \geq \psi q_2$;
- 3) $p \leq \psi \varphi p, q \leq \varphi \psi q$

则称这一对映射为两个半序集之间的伽罗瓦连接, 并称它们为对偶伴随.

定义 2^[1] 一个背景 $K := (G, M, I)$ 称为净化的, 如果任意两个满足 $f(g) = f(h)$ 的元素 $g, h \in G$ 都有 $g = h$, 而且是对偶的, 任意两个满足 $g(m) = g(n)$ 的元素 $m, n \in M$ 都有 $m = n$, 那么该背景称为净化背景.

例 1 表 1 中, f 为满列属性, 故被删除, 得到净化背景如表 2.

表 1 原始背景						
	a	b	c	d	e	f
1		X			X	X
2	X	X			X	X
3	X	X	X	X		X
4	X			X	X	X
5		X		X		X

表 2 净化背景					
	a	b	c	d	e
1		X			X
2	X	X			X
3	X	X	X	X	
4	X			X	X
5		X		X	

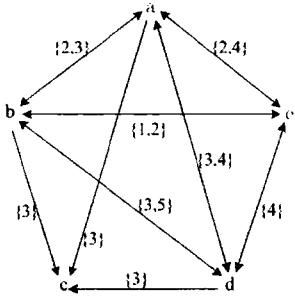


图 1 表 2 背景的属性拓扑图

1.2 构造拓扑图

净化背景上, 可通过邻接矩阵, 构造出属性拓扑图^[11]. 拓扑图的构造方法为:

1) 当 $g(m_1) \not\subseteq g(m_2)$, 且 $g(m_2) \not\subseteq g(m_1)$ 时, 用双向箭头链接 m_1 和 m_2 , 并在连线上标注其共有的对象集合 $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$.

2) 当 $g(m_1) \subseteq g(m_2)$, 且 $g(m_1) \cap g(m_2) = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ 时, 用单向箭头链接两个属性, 箭头指向 m_1 . 并在连线上标注其共有的对象集合 $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$

3) 当 $g(m_1) \cap g(m_2) = \emptyset$ 时, 两个属性 m_1 与 m_2 没有链接.

利用该方法得到例 1 的简化背景的属性拓扑图, 如图 1.

2 基于拓扑图的概念构造

2.1 顶层属性与分支属性

为便于本文的描述, 给出文献^[11]中顶层属性的另一种定义方式, 并在此基础上给出分支属性的定义, 具体如下:

定义 3 若存在属性 m , 使得 $g(m) \not\subseteq g(m')$, 对 $\forall m' \neq m, m' \in M$ 都成立, 则称属性 m 为顶层属性, 否则 m 称为分支属性. 我们将顶层属性集合记为 Λ , 分支属性集合记为 Λ' .

在属性拓扑图中, 顶层属性直观地被表现为: 所有对应连线为双向箭头或向外发散单箭头的属性. 在表 1 所示的背景中, 顶层属性为 b, d .

定理 1 $\forall m' \in \Lambda', \exists m \in \Lambda$, 使得 $g(m') \subseteq g(m)$.

性质 1 一个形式背景的任一概念的内涵必然包含某一顶层属性.

证明 如果性质 1 成立, 那么, 对于 $K := (G, M, I)$ 所对应的概念 $B(G, M, I)$, $\forall (A, B) \in B(G, M, I)$, 对

于顶层属性 Λ , 必有 $\Lambda \cap B \neq \emptyset$. 利用反证法, 假设 $\Lambda \cap B = \emptyset$, $m \in \Lambda$ 由定理 1 知

$$B \subseteq (M - \Lambda) \Rightarrow B \subset \Lambda' \quad (1)$$

$$\forall m' \in B \Rightarrow m' \in \Lambda' \Rightarrow g(m') \subseteq g(m) \quad (2)$$

$$g(B) \subseteq g(m') \Rightarrow g(B) \subseteq g(m) \Rightarrow m \in B \quad (3)$$

$$m \in \Lambda, m \in B \Rightarrow \Lambda \cap B \neq \emptyset \quad (4)$$

与假设矛盾, 故性质 1 成立.

推论 1 一个形式背景的所有概念 $SS(G, M, I)$ 都可由 Λ 作为基本搜索属性而构造产生.

证明 由性质 1 知, $\forall (A, B) \in \mathcal{B}(G, M, I)$, $\Lambda \cap B \neq \emptyset$, 显然, 由于顶层属性存在于所有概念的内涵, 必然能够由顶层属性得到所有概念的内涵, 从而得到所有概念.

性质 2 一个形式背景的每一个概念的内涵不一定都含有分支属性.

证明

$$g(\Lambda) \cap g(m') = \emptyset, (m' \in \Lambda') \Rightarrow g(\Lambda) - g(m') = g(\Lambda) \Rightarrow f(g(\Lambda)) = \Lambda \quad (5)$$

即存在概念 $(g(\Lambda), \Lambda)$. 令 $g(\Lambda) = A, \Lambda = B$, 则概念 $(g(\Lambda), \Lambda)$ 记作 (A, B) . 因为 $\Lambda = B$,

$$\Lambda' \cap B = (M - \Lambda) \cap B = (M \cap B) - (\Lambda \cap B) = B - (\Lambda \cap B) \Rightarrow \Lambda' \cap B = B - (\Lambda \cap B) = B - B = \emptyset \quad (6)$$

由此可得, 并不是所有概念的内涵中都含有分支属性, 即分支属性中的元素不一定能够覆盖所有概念的内涵.

推论 2 一个形式背景的所有概念不能都由分支属性产生.

推论 3 分支属性不能作为构造概念的基本搜索属性.

证明 由性质 2 容易得到, 分支属性不一定分布于每一个概念的内涵当中, 那么由分支属性构造的概念, 必然不能包含背景中的所有概念, 故分支属性不能作为构造概念的基本搜索属性.

2.2 概念构造的方法

2.2.1 属性拓扑图中“路”的定义

定义 4 在属性拓扑图中, 若有序属性对 (a, b) 由“ \leftrightarrow ”, “ \rightarrow ”或“ \leftarrow ”连接, 则称 $a \overset{X}{\leftrightarrow} b$, $a \overset{X}{\rightarrow} b$ 或 $a \overset{X}{\leftarrow} b$ 为线路, 记作“ $T_X^-(a, b)$ ”, “ $T_X^+(a, b)$ ”或“ $T_X^-(a, b)$ ”, 其中 $X \in \{x \in G \mid x = g(a) \cap g(b)\}$. 在讨论与单向和双向箭头无关的性质中, 可统一记作 $T_X(a, b)$. 拓扑图中 $a_1 \leftrightarrow a_2 \rightarrow a_3$, 记为 $T_{X_1}^+(a_1, a_2) + T_{X_2}^+(a_2, a_3)$ 或 $T_{X_1}(a_1, a_2) + T_{X_2}(a_2, a_3)$.

定义 5 对于任意一个净化背景 $K := (G, M, I)$, $\exists a_1, a_2, \dots, a_n \in M$ 且 $a_1 \neq a_2 \neq \dots \neq a_n$ 则

$$L_X^T(a_1, a_2, \dots, a_n) = T_{X_1}(a_1, a_2) + T_{X_2}(a_2, a_3) + \dots + T_{X_m}(a_{n-1}, a_n) + T_{X_{m+1}}(a_n, a_1) \quad (7)$$

为环路, 其中 $X = \sum_{1 \leq k \leq m+1} X_k$. 为方便, 我们将 $L_X^T(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 写为 $L_X^T(Y)$, 其中, $Y = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

在后面的真环路 with 伪环路的定义中也可写为相似格式.

性质 3 线路 $T_{X_j}(a_i, a_{i+1})$ 与环路 $L_X^T(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 之间为包含与被包含关系. 一般情况下, 线路与环路可以没有关系. 如图 1 中环路 $L_{(2,3,4)}^T(a, e, d)$ 与线路 $T_{(3)}(b, c)$.

证明 由于线路是环路的组成元素, 所以存在关系

$$T_{X_j}(a_i, a_{i+1}) \in L_X^T(a_1, a_2, \dots, a_n), \quad 1 \leq j \leq m+1, 1 \leq i \leq n \quad (8)$$

定义 6 如果在 $L_X^T(Y)$ ($Y = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$) 中, $X \neq \emptyset$, 则称其为真环路, 记为 $L_X^{*T}(Y)$, 否则称为伪环路, 记为 $L_\emptyset^T(Y)$. 通常, 我们习惯将顶层属性作为 a_1 .

2.2.2 概念内涵的捆绑

性质 4 在属性拓扑图中, $\forall T_X^-(a, b)$, 对于 $\forall (A, B) \in \mathcal{B}(G, M, I)$, 若 $b \in B$ 则必然存在关系 $a \in B$. 我们称该性质为属性的正捆绑性.

证明 在拓扑图中, 由属性的耦合关系^[12] 知

$$T_X^-(a, b) \Rightarrow g(b) \subset g(a) \quad (9)$$

且

$$g(a) \cap g(b) \neq \emptyset \quad (10)$$

$$b \in B \Rightarrow g(B) \subseteq g(b) \quad (11)$$

$$g(b) \subset g(a) \Rightarrow g(B) \subset g(a) \Rightarrow a \in B \quad (12)$$

性质 5 在属性拓扑图中, $\forall T_X^-(a, b)$, 对于 $\forall (A, B) \in \mathcal{B}(G, M, I)$, 若 $a \notin B$ 必然存在关系 $b \notin B$. 我们称该性质为属性的反捆绑性.

证明 在拓扑图中, 由属性的耦合关系^[12] 知

$$T_X^-(a, b) \Rightarrow g(b) \subset g(a) \quad (13)$$

且

$$g(a) \cap g(b) \neq \emptyset \quad (14)$$

若 $a \notin B$, 则

$$g(B) \cap g(a) = \emptyset \quad (15)$$

$$g(b) \subset g(a) \Rightarrow g(b) \cap g(B) = \emptyset \Rightarrow b \notin B \quad (16)$$

2.2.3 概念构造的简化

性质 6 包含一个伪环路所有属性的环路也一定是伪环路.

例如, 在图 1 所示属性拓扑图中, 显然由 (b, d, e) 构成的环路为一个伪环路, 那么由于由 (a, b, d, e) 构成的环路中包含 (b, d, e) , 故这一环路也为伪环路.

证明 $\forall L_\emptyset^T(Y_1), L_X^T(Y_2)$, 若 $Y_1 \subset Y_2$, 则 $g(Y_2) \subseteq g(Y_1) = \emptyset$, 所以 $g(Y_2) = \emptyset$, 故 $X = \emptyset$, 即 $L_X^T(Y_2)$ 为伪环路 $L_\emptyset^T(Y_2)$.

推论 4 由性质 6 知, 在搜索所有真环路时, 如果找到某一个伪环路, 那么所有包含这一伪环路全部属性的环路可以直接省略, 无需再次根据真环路的定义而进行判断识别.

性质 7 以某一顶层属性为起点搜索的真环路, 其构造出的概念已经包含了所有含有该属性的概念.

例如, 在图 1 所示的拓扑中, 以顶层属性 b 为起点搜索真环路, 利用真环路构造相应的概念, 其最终得到的概念为 $(\{3, 5\}, \{b, d\}), (\{1, 2\}, \{b, e\}), (\{2, 3\}, \{a, b\}), (\{2\}, \{a, b, e\}), (\{3\}, \{a, b, c, d\})$ 已经包含了所有含有属性 b 的概念.

推论 5 在顺次以不同顶层属性为起点搜索真环路的时候, 可以删除已经搜索完毕的顶层属性, 形成新的属性拓扑图, 再进行下一顶层属性的真环路搜索, 以此类推, 直到最后一个顶层属性搜索完毕.

推论 6 (属性拓扑图求解概念的完整性) 针对任一形式背景, 由其对应的属性拓扑图可求得该形式背景的全部概念.

证明 对于任一形式背景 $K := (G, M, I)$, 设由其对应的属性拓扑图求得的形式概念集合为 H .

设属性拓扑图方法不具有完整性, 即 $SS(G, M, I) \cap H \subset SS(G, M, I), \exists (A, B) \in SS(G, M, I)$, 可以使 $(A, B) \notin H$, 由性质 7 可知, 在任意形式背景中, 由属性拓扑图可求得所有含有顶层属性的形式概念, 即 B 不含有顶层属性. 由性质 1 可知, 若 B 不含有顶层属性, 则可以推出 $(A, B) \notin SS(G, M, I)$, 与 $\exists (A, B) \in SS(G, M, I)$ 矛盾, 故假设不成立, 即属性拓扑图方法具有完整性.

2.2.4 概念构造的基本过程

步骤 1 对于任意给定的净化背景, 绘制属性拓扑图, 根据属性拓扑图中的箭头指向, 确定顶层属性集合 $\Lambda = (m_1, m_2, \dots, m_n)$.

步骤 2 所有顶层属性与其对应的对象为一个概念.

步骤 3 以某一顶层属性为中心, 找到其上对象不被任何其他支路上的对象所包含的支路 $T_X(a, b), T_X(a, b)$ 为一个概念.

步骤 4 随机选取一顶层属性 $m_k \in \Lambda, (1 < k < n)$, 以该属性为起点, 搜索所有真环路, 则每条真环路上的对象 - 属性对为待定概念, 其中 $A = X, B = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

步骤 5 对其他顶层属性重复步骤 4, 直到完成对全部顶层属性的处理, 得到该背景所有待定概念的集合 $\Omega = \{(A_1, B_1), (A_2, B_2), \dots, (A_n, B_n)\}$, 则 $\{(A_i, B_i) \in \Omega \mid \forall (A_i, B_i), j \neq i; 1 < j < n; A_i = A_j \Rightarrow B_j \subset B_i\}$ 为该背景所有概念的集合.

根据以上步骤, 概念求解的伪代码如下:

//属性集合 M 概念集合 R

BEGIN

For each $m \in \Lambda, m' \in \Lambda$

For each $T_X(m, b)$

For each $T_{X'}(m, a)$

If $(X \subset X')$

End for

End for

Else Add $(X, \{m, b\})$ to R

End if

End for

End for

For each $(L_X^T(Y), m \in Y)$

Add (X, Y) to R

End for

End for

For each $(A, B) \in R$

For each $(A', B') \in R$

If $(A' = A)$

If $(B' \subset B)$

remove (A', B') from R

End if

End if

End for

End for

End

3 实验

下面我们以表格的形式给出一组形式背景, 该背景表现了不同食物所含有的水或主要维生素种类. 如表 3, 其中, 1~8 的意义分别为 1: 胡萝卜, 2: 蛋黄, 3: 牛奶, 4: 排骨, 5: 花生, 6: 酵母, 7: 鱼卵, 8: 菠菜. a~h 的意义为 a: 水分, b: 维生素 A, c: 维生素 B, d: 维生素 C, e: 维生素 D, f: 维生素 E, g: 维生素 K, h: 维生素 L. 我们以此背景为原始背景, 进行概念的求解.

表 3 原始背景								
	a	b	c	d	e	f	g	h
1	X	X						
2	X		X		X	X		
3	X		X		X	X		X
4	X	X	X				X	X
5	X		X			X		
6	X		X				X	X
7	X		X					
8	X	X		X		X		

表 4 表 3 的净化背景								
	b	c	d	e	f	g	h	
1	X							
2		X		X	X			
3		X		X	X		X	
4	X	X				X	X	
5		X			X			
6		X				X	X	
7		X						
8	X		X		X			

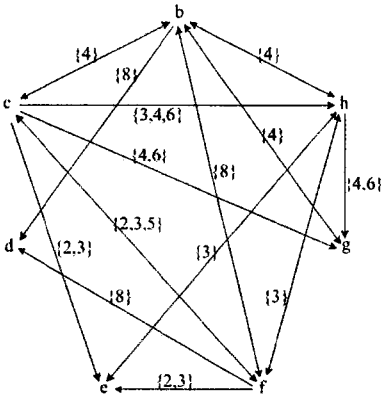


图 2 表 4 的属性拓扑图

经过净化, 得到该背景的净化背景, 如表 4.

根据属性的拓扑表示得到该净化背景的属性拓扑图, 如图 2 所示, 找到顶层属性集合 $\Lambda = \{b, c, f\}$.

以顶层属性为起点, 每个顶层属性对应的真环路, 如表 5.

由所有“真环路”, 可得概念 $(\{2, 3\}, \{c, e, f\}), (\{4, 6\}, \{c, g, h\}), (\{3\}, \{c, e, f, h\}), (\{8\}, \{b, d, f\}), (\{4\},$

$\{b, c, g, h\}$).

由所有“顶层属性与其对应的对象”构成的概念为 $(\{1, 4, 8\}, \{b\}), (\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \{c\}), (\{2, 3, 5, 8\}, \{d\})$.
由“其上对象不被任何其它支路上的对象所包含的支路”得到的概念为 $(\{2, 3, 5\}, \{c, f\}), (\{3, 4, 6\}, \{c, h\})$.
由此得到该背景的所有形式概念.

表 5 顶层属性对应的真环路

b		c		f	
X	Y	X	Y	X	Y
4	b, c, h	2, 3	c, e, f	3	f, e, h
4	b, c, g, h	3	c, e, h		
4	b, c, g	3	c, e, f, h		
8	b, d, f	3	c, f, h		
4	b, g, h	4, 6	c, g, h		

4 结论

本文以属性的内在联系为研究对象, 从属性拓扑图的角度出发, 利用属性间的互斥, 包含等关系, 通过对概念内涵的搜索进行概念的构造. 构造过程相对更加直观, 且构造步骤更为简单. 而生成的属性拓扑图, 实现了可视化, 可用于进一步挖掘属性间的潜在关系, 为属性约简奠定基础. 但是在利用属性拓扑图进行概念构造的过程中, 可约属性的存在依旧造成了运算量的增加, 且属性拓扑方法的复杂性未得到完善的评估. 因此, 如何利用属性拓扑的思想进行属性的约简, 减少背景的冗余信息, 及属性拓扑图中寻找“路”和“环路”的复杂性估计是下一步研究的方向.

参考文献

[1] Ganter B, Wille R. Formal concept analysis: Mathematical foundations[M]. New York: Springer-Verlag, 1999: 22-62.

[2] 仇国芳. 基于变精度概念格的决策推理方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(6): 1093-1098.
Qiu Guofang. Approaches to reasoning in decision making based on variable threshold concept lattices[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(6): 1093-1098.

[3] Liu X L, Hong W X. Using formal concept analysis to visualize relationships of syndromes in traditional Chinese medicine[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2010, 61(65): 315-324.

[4] Chen R C, Bau C T, Yeh C J. Merging domain ontologies based on the word net system and fuzzy formal concept analysis techniques[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(2): 1908-1923.

[5] Nguyen T T, Hui S C, Chang K. A lattice based approach for mathematical search using formal concept analysis[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(5): 5820-5828.

[6] Wang L D, Liu X D, Cao J N. A new algebraic structure for formal concept analysis[J]. Information Sciences, 2010, 180(24): 4865-4876.

[7] Ho T B. An approach to concept formation based on formal concept analysis[J]. IEICE Transactions on Information and Systems, 1995, E78-D(5): 553-559.

[8] Godin R. Incremental concept formation algorithm based on Galois (concept) lattices[J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 246-267.

[9] Oosthuizen G D. Rough sets and concept lattices[C]// Proceedings of RSKD'93, London: Springer-Verlag, 1993: 24-31.

[10] Zheng P, Ruan D, Meng D, et al. Formal concept analysis based on the topology for attributes of a formal context[J]. Information Sciences, 2013, 236: 66-82.

[11] 张涛, 洪文学, 路静. 形式背景的属性树表示 [J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(2): 197-202.
Zhang Tao, Hong Wenxue, Lu Jing. Attribute tree representation for formal context[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(2): 197-202.

[12] 张涛, 任宏雷. 形式背景的属性拓扑表示 [J]. 小型微型计算机系统, 2014, 35(3): 590-593.
Zhang Tao, Ren Honglei. Attributes topological representation for formal context[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2014, 35(3): 590-593.