

练习 1

列真值表，无需赘述。

7°

$(\neg$	p	\vee	q)	\rightarrow	$(\neg$	q	\wedge	r)
0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0

8°

(p	\rightarrow	q)	\rightarrow	(p	\rightarrow	r)
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0

9°

$(\neg$	(p	\vee	(q	\wedge	r)))	\leftrightarrow	((p	\vee	q)	\wedge	(p	\vee	r))
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

练习 2

参照P17归纳定义不容易错写、漏写。

1.

$$L_0 = X_1 = \{x_1\}$$

$$L_1 = \{\neg x_1, x_1 \rightarrow x_1\}$$

$$L_2 = \{\neg(\neg x_1), \neg(x_1 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (\neg x_1), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), (\neg x_1) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1\}$$

2.

$$L_0 = X_2 = \{x_1, x_2\}$$

$$L_1 = \{\neg x_1, \neg x_2, x_1 \rightarrow x_1, x_1 \rightarrow x_2, x_2 \rightarrow x_1, x_2 \rightarrow x_2\}$$

$$L_2 = \{\neg(\neg x_1), \neg(\neg x_2), \neg(x_1 \rightarrow x_1), \neg(x_1 \rightarrow x_2), \neg(x_2 \rightarrow x_1), \neg(x_2 \rightarrow x_2), \\ x_1 \rightarrow (\neg x_1), x_1 \rightarrow (\neg x_2), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\ x_2 \rightarrow (\neg x_1), x_2 \rightarrow (\neg x_2), x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\ (\neg x_1) \rightarrow x_1, (\neg x_2) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, \\ (\neg x_1) \rightarrow x_2, (\neg x_2) \rightarrow x_2, (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2\}$$

3.

$$|L_0| = |X_3| = 3$$

$$|L_1| = 3 + 3 \times 3 = 12$$

$$|L_2| = 12 + 3 \times 12 + 12 \times 3 = 84$$

$$|L_3| = 84 + 3 \times 84 + 84 \times 3 + 12 \times 12 = 732$$

练习3

2.

1°

- (1) $(\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)$ (L_3)
(2) $((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow ((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)))$ (L_1)
(3) $(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow ((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1))$ (1), (2), MP

2°

- (1) $(x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3))$ (L_2)
(2) $((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3))) \rightarrow (((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)))$ (L_2)
(3) $((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3))$ (1), (2), MP

3.

2°

- (1) $\neg \neg p$ 假定
(2) $\neg \neg p \rightarrow (\neg \neg \neg \neg p \rightarrow \neg \neg p)$ (L_1)
(3) $\neg \neg \neg \neg p \rightarrow \neg \neg p$ (1), (2), MP
(4) $(\neg \neg \neg \neg p \rightarrow \neg \neg p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p)$ (L_3)
(5) $\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p$ (3), (4), MP
(6) $(\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p) \rightarrow (\neg \neg p \rightarrow p)$ (L_3)
(7) $\neg \neg p \rightarrow p$ (5), (6), MP
(8) p (1), (7), MP

另法

(1)	$\neg \neg p$	假定
(2)	$\neg \neg p \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p)$	否定前件律
(3)	$\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p$	(1), (2), MP
(4)	$(\neg p \rightarrow \neg \neg \neg p) \rightarrow (\neg \neg p \rightarrow p)$	(L_3)
(5)	$\neg \neg p \rightarrow p$	(3), (4), MP
(6)	p	(L_3)

3°

(1)	$\neg (q \rightarrow r) \rightarrow \neg p$	假定
(2)	$(\neg (q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$	(L_3)
(3)	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	(1), (2), MP
(4)	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$	(L_2)
(5)	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$	(3), (4), MP
(6)	$p \rightarrow q$	假定
(7)	$p \rightarrow r$	(5), (6), MP

4°

(1)	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	假定
(2)	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$	(L_2)
(3)	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$	(1), (2), MP
(4)	$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$	(L_1)
(5)	$q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$	(3), (4), MP
(6)	$(q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))) \rightarrow ((q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r)))$	(L_2)
(7)	$(q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$	(5), (6), MP
(8)	$q \rightarrow (p \rightarrow q)$	(L_1)
(9)	$q \rightarrow (p \rightarrow r)$	(7), (8), MP

练习4

2.

2°

首先由练习3.2° ,有 $\{\neg \neg p\} \vdash p$,由演绎定理有 $\vdash \neg \neg p \rightarrow p$

以下先证明 $\vdash p \rightarrow \neg \neg p$

(1)	$\neg \neg \neg p \rightarrow \neg p$	定理
(2)	$(\neg \neg \neg p \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg \neg p)$	(L_3)
(3)	$p \rightarrow \neg \neg p$	(1), (2), MP

然后，由演绎定理，只需证 $\{q \rightarrow p\} \vdash \neg p \rightarrow \neg q$

(1)	$p \rightarrow \neg \neg p$	定理
(2)	$q \rightarrow p$	假定
(3)	$q \rightarrow \neg \neg p$	(1), (2), HS
(4)	$\neg \neg q \rightarrow q$	定理
(5)	$\neg \neg q \rightarrow \neg \neg p$	(3), (4), HS
(6)	$(\neg \neg q \rightarrow \neg \neg p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$	(L_3)
(7)	$\neg p \rightarrow \neg q$	(5), (6), MP

3°

由演绎定理，只需证 $\{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \vdash p$

(1)	$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$	否定前件律
(2)	$(p \rightarrow q) \rightarrow p$	假定
(3)	$\neg p \rightarrow p$	(1), (2), HS
(4)	$(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$	否定肯定律
(5)	p	(3), (4), MP

练习5

1.

2°

由演绎定理, 只需证 $\{\neg p \rightarrow q, \neg q\} \vdash p$

(1) $\neg p$

新假定

(2) $\neg p \rightarrow q$

假定

(3) q

(1), (2), MP

(4) $\neg q$

假定

由(3)(4)用反证律即得 $\{\neg p \rightarrow q, \neg q\} \vdash p$

3°

由演绎定理, 只需证 $\{\neg (p \rightarrow q)\} \vdash \neg q$

(1) q

新假定

(2) $q \rightarrow (p \rightarrow q)$

假定

(3) $p \rightarrow q$

(1), (2), MP

(4) $\neg(p \rightarrow q)$

假定

由(3)(4)用归谬律即得 $\{\neg (p \rightarrow q)\} \vdash \neg q$